O RUCHU POCIĄGÓW
PO TORACH DRÓG ŻELAZNYCH
UŁOŻONYCH NA WZNIESIENIACH

PRZEZ

Romana bar. Gostkowskiego

Naczelnika ruchu kolei Arcyksięcia Albrechta w Galicyi.

Do niedawna jeszcze mniemano, że drogi żelazne mogą się korzystnie rozwijać tylko w równinach, a co najwyżej w gruncie pagórkowatym, do połowy zaś bieżącego stulecia uważano grzbiet każdej prawie góry za miejscowość niedostępną dla takowych. Gdy jednakże oczka sieci dróg żelaznych budowanych na równinach coraz bardziej zacieśniać się poczynały, a gęstość sieci zdawała się dochodzić do możliwej granicy, nowoczesna technika wytknęła linie dróg żel. na znacznych wysokościach, niekiedy nawet powyżej granicy wiecznych śniegów.

Najwyższe punkty na drogach żelaznych zbudowanych w Europie wzniesione są po nad poziom morza jak następuje:

na kolei Giovi	361,19 metr.
w Apeninach	617,48 „
na Semmeringu	881,54 „
na Brennerze	1367,05 „

Austryacka d. ż. wiodąca przez góry zwane Brenner, jest położoną najwyżej ponad zwierciadłem morza z pomiędzy wszystkich linij zbudowanych w Europie.

Amerykańska d. ż. Lima-Oroya, będąca obecnie w budowie i mająca 119 kilometrów długości, przerzyna pasmo Andów na wysokości 15645 stóp ang. czyli 4771 metrów ponad poziomem morza — tunelem, położonym o 40 metrów niżej od najwyższego szczytu góry Montblanc; tunel ten znajduje się na wzniesieniu 0,040. Kolej tę najwyżej położoną ponad poziomem morza z pomiędzy wszystkich dróg żelaznych, miejscowi mieszkańcy nazywają „koleją w obłokach“.

W naszych górach, na wysokości 1200—1300 m. nad poziomem morza zima trwa zazwyczaj 7—8 miesięcy, a termometr Celsiusza wskazuje często 38 stopni poniżej zera. W Sierpniu poczyna już padać śnieg a warstwy takowego, wynoszące 3 do 6 metrów grubości, nie należą wcale do zjawisk nadzwyczajnych. Częste i długotrwałe burze miotają nagromadzonemi masami śniegu tak silnie, że usypują z takowego wały, których wysokość dosięga bardzo znacznych wymiarów.

Oczywiście, że utrzymanie regularnego ruchu natrafia w podobnych okolicznościach na trudności, które są prawie nie do przezwyciężenia.

Smutne doświadczenia, poczynione na drodze żelaznej przeprowadzonej przez górę Cenis pouczyły, że nawet kryte galerye, jakie tam z wielkiemi kosztami wystawiono, nie zdołały usunąć rozlicznych trudności. Okazało się mianowicie, że w długich galeryach nie wystarcza powietrza do oddychania — otworów zaś wentylacyjnych niepodobna wykonywać, ze względu na burze, śniegi i mrozy. Tam zaś, gdzie szyna nie jest w powyższy sposób zabezpieczoną, powleka się ona łatwo cienką warstwą lodu, która zwykle silnie do niej przylega. Śliska ta powłoka sprawia, że tarcie pomiędzy kołem a szyną, nie wystarcza już do utrzymania pociągu na wzniesieniu, a okoliczność ta staje się często przyczyną przerw w ruchu.

Regularność ruchu pociągów na drodze żelaznej zbudowanej przez Brenner, zawdzięczać jedynie należy ciepłym wiatrom pasatowym, które obniżyły na Brennerze granicę wiecznego śniegu i wytworzyły tym sposobem możność przewozu na wysokości 1367 m. nad poziomem morza, tymczasem gdy w innych okolicach jazda staje się już niemożliwą na wysokościach nieprzenoszących 1000 do 1200 m.

Linia wiecznych śniegów zdaje się być naturalną granicą, której drogi żelazne dosięgać nie powinny, jeżeli mają być wyzyskiwane korzystnie i obsługiwane regularnie.

Co się tyczy wzniesień, jakie torom pierwszorzędnych dróg żelaznych nadawać można, doświadczenie poucza, że koszta utrzymania ruchu zwiększają się w wyższym stosunku, aniżeli same wzniesienia. I tak: na wzniesieniu 0,040 koszta przewozu są trzy razy wyższe, aniżeli na wzniesieniu 0,025, a dwa razy większe aniżeli na wzniesieniu 0,035.

Powyższa okoliczność, jak niemniej i trudności wywołane niedostatecznem przyleganiem, uniemożliwiają należyte wyzyskanie siły przewozowej, skoro zaś zważymy, że przy stromych wzniesieniach trzeba mieć do rozporządzania znaczną ilość hamulców, nieużytecznych przy jeździe w odwrotnym kierunku, że w czasie jazdy pod górę nadwerężają się mocno łączniki i t. p., to przyjdziemy łatwo do przekonania, że wzniesienie 0,025 należy uważać jako granicę wzniesień właściwych dla dróg żelaznych pierwszorzędnych, jakkolwiek największe nachylenie, jakie torom d. ż. nadawać można, wynosi jak to przy sposobności wykażemy — 0,080.

Ażeby zapoznać się ze wszelkiemi trudnościami nieodłącznemi od jazdy po torach ułożonych na wzniesieniach, należy oznaczyć siłę, jaką wytwarza para wywiązująca się w kotle parowozu, jak niemniej i opór, który takowa pokonać musi.

Związek istniejący pomiędzy ilością pary pracującej w cylindrze i szybkością jazdy.

Para wywiązująca się w kotle parowozu, dostając się do wnętrza cylindra, siłą swej prężności posuwa tłok i powoduje w ten sposób obrót koła popędowego parowozu.

Cisnienie pary na przekrój tłoka, sprowadzone do poziomu szyny, zowiemy siłą przewozową, czyli siłą popędu, a natężenie jej obliczamy ze wzoru [1])

$$S = \frac{d^2 s}{S_1} p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

w którym:

S oznacza siłę przewozową wyrażoną w kilogramach,

d — długość cylindra w centymetrach,

s — średnicę tłoka w cylindrach,

S_1 — średnicę koła popędowego w centymetrach.

p — średnie ciśnienie pary, na centymetr kwadr. przekroju tłoka, wyrażone w kilogramach.

O ile prędkość jazdy nie zmienia się, naprężenie pary zachowuje wartość stałą, gdyż w takim razie wchodzi do wnętrza cylindra po każdorazowem przesunięciu się tłoka, jednakowa ilość pary. Jeżeli zaś tłok porusza się śpieszniej, to jest częściej wypróżnia cylinder na sekundę, w takim razie wchodzić może do jego wnętrza po każdorazowem przesunięciu się tłoka, mniejsza ilość pary, albowiem ilość pary wytworzonej w ciągu sekundy pozostaje niezmienną niezależnie od szybkości ruchu tłoka. Skoro zaś mniejsza ilość pary zajmuje tę samą przestrzeń w cylindrze, jaką zajmowała większa jej ilość kiedy tłok wolniej się poruszał, przeto prężność pary musi się w tym razie zmniejszyć.

Widzimy więc, że prężność pary w cylindrze nie zachowuje wartości stałej, lecz zmienia się odpowiednio do szybkości jazdy.

Związek zachodzący pomiędzy prężnością pary i prędkością jazdy daje się z łatwością oznaczyć w sposób następujący.

Skoro do skrzynki suwakowej dostaje się na sekundę K kilogramów pary, to ilość ta rozdzielić się musi na dwie części, ponieważ parowóz posiada dwa cylindry. Do skrzynki suwakowej każdego cylindra wchodzi zatem na sekundę $\frac{K}{2}$ kilogramów pary.

[1]) Przegląd Techniczny, zeszyt lipcowy z r. 1878 str. 23. (*Przyp. Aut.*)

Jeżeli powyższa ilość pary, ma się dostać do wnętrza cylindra od jednego razu, to tłok musi się przesunąć raz w ciągu sekundy, jeżeli zaś tłok przy nieznacznym oporze przesuwa się pod wpływem cisnącej nań pary, nie raz ale x razy na sekundę, w takim razie ilość pary nagromadzonej w skrzynce suwakowej w ciągu każdej sekundy, musi się rozdzielić na x części. Po każdorazowem przesunięciu się tłoka, wejdzie w takim razie do wnętrza cylindra nie $\frac{K}{2}$, lecz tylko $\frac{K}{2x}$ kilogramów pary.

Skoro koło popędowe obróci się raz około swej osi, to jak wiadomo tłok przebiegnie w tym razie 2 razy długość cylindra. W ciągu n obrotów koła popędowego, tłok przebiegnie długość cylindra $2n$ razy wziętą, ponieważ zaś do takiej liczby obrotów potrzeba czasu jednej sekundy, przeto tłok przebiega długość cylindra w każdej sekundzie $2n$ razy.

Mamy przeto $x=2n$, po wstawieniu zaś tej wartości w wyrażeniu $\frac{K}{2x}$ otrzymujemy, że po każdorazowem przesunięciu się tłoka dostaje się do wnętrza cylindra $\frac{K}{4n}$ kilogramów pary.

Gdyby para ta rozprężała się w cylindrze, w takim razie wypełniłaby z centymetrów, czyli $\frac{z}{100}$ metrów jego długości, a przy przekroju tłoka wynoszącym i metrów kwadratowych, objętość jej byłaby równą $\frac{z\,i}{100}$ metrom sz. Skoro zaś 1 metr sz. pary waży m kilogramów, to ciężar powyższej ilości pary wynosi

$$\frac{m\,z\,i}{100}$$

kilogramów, że zaś poprzednio znaleźliśmy, iż ciężar tejże ilości pary wynosi $\frac{K}{4n}$ kilogramów, przeto mamy równanie:

$$\frac{K}{4n} = \frac{m\,z\,i}{100},$$

z którego otrzymujemy:

$$z = \frac{25K}{mni}.$$

Stosunek długości z, jaką zajmuje para wchodząca do cylindra po każdorazowem przesunięciu się tłoka, do całkowitej długości cylindra d wyraża się jak następuje:

$$\frac{z}{d} = \frac{25\,K}{m\,n\,i\,d}.$$

Powyższy stosunek wyrażający ilość pary wchodzącej do wnętrza cylindra po każdorazowem przesunięciu się tłoka, a której objętość jest częścią całkowitej objętości cylindra, nazywać będziemy „daniem" pary.

Oznaczając danie pary literą Δ, wartość jej wyrazi się przez ułamek właściwy:

$$\Delta = \frac{25\,K}{mnid}.$$

Danie Δ zmienia się, jak już wspomnieliśmy powyżej, z szybkością biegu pociągu; związek zaś jaki zachodzi między daniem Δ a prędkością jazdy v oznaczyć można w sposób następujący.

Jeżeli S_1 oznacza średnicę koła popędowego wyrażoną w centymetrach, to wiadomo, że skoro koło popędowe obróci się raz około swej osi, pociąg przebiegnie drogę wynoszącą $S_1\pi$ centymetrów, czyli $\frac{S_1\pi}{100}$ metrów, gdy zaś koło popędowe dokona n obrotów na sekundę, pociąg przebiegnie długość $\frac{S_1\pi}{100}\,n$ metrów.

Ponieważ drogę przebieżoną przez pociąg w ciągu jednej sekundy nazywamy szybkością jazdy, przeto mamy:

$$v = \frac{S_1\pi}{100}\,.\,n.$$

Biorąc pod uwagę, że przekrój tłoka wynosi:

$$i = \frac{s^2\pi}{4.10^4}$$

metrów kwadr. skoro s wyraża średnicę tłoka w centymetrach, otrzymujemy:

$$\Delta = \frac{10^4.S_1 K}{m.s^2.d}\,.\left(\frac{1}{v}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

jako szukany związek, istniejący pomiędzy daniem pary a prędkością jazdy.

Jeżeli średnica koła popędowego wynosi 120 centym., średnica tłoka 34 cent., długość cylindra 57,5 cent., a metr sześcienny pary w chwili gdy takowa wchodzi do cylindra waży 4,8 kilogramów, gdy przytem kocieł parowozu dostarcza na sekundę 1 kilogram pary, to podstawiając te wartości w wyrażenie (2) otrzymujemy:

$$\Delta = \frac{3,75}{v}$$

$$\Delta\,.\,v = 3,75.$$

Jeżeli prędkość jazdy wynosi 10 metrów na sekundę, to $\Delta = 0,375$, przy prędkości 5 metrów $\Delta = 0,75$ i t. p.

Jeżeli więc pociąg biegnie z prędkością 5 metrów na sekundę, w takim razie po każdorazowem przesunięciu się tłoka wchodzi do wnętrza cylindra ilość pary $= 0,75$ jego objętości, gdy zaś pociąg biegnie dwa razy spieszniej, t. j. z prędkością 10 metrów, wtedy wchodzi do wnętrza cylindra tylko połowa poprzedniej ilości pary, czyli $\frac{0,75}{2} = 0,375$ objętości całego cylindra.

Dotąd przypuszczaliśmy, że do wnętrza cylindra dostaje się całkowita ilość pary wytwarzającej się w kotle, jakkolwiek w różnych częściach, zależnie od prędkości jazdy. Jeżeli zaś nie wprowadzamy do cylindra całkowitej ilości pary, lecz tylko pewną jej cząstkę, która to cząstka rozdzielać się musi na *dania*, dostające się do wnętrza cylindra po każdorazowem przesunięciu się tłoka, to oznaczając przez a ułamek właściwy wyrażający tę część całkowitej ilości pary, która dostaje się co *sekundę* do skrzynki suwakowej, danie pary wynosić będzie już nie

$$\frac{10^4 S_1 K}{ms^2 d} \cdot \left(\frac{1}{v}\right)$$

lecz

$$\Delta = \frac{10^4 \,.\, S_1\, K \,.\, a}{m \,.\, s^2 \,.\, d} \cdot \left(\frac{1}{v}\right).$$

Widzimy zarazem, że wyraz:

$$\frac{10^4 S_1 K a}{ms^2 d},$$ który oznaczymy przez N,

zachowuje w czasie jazdy wartość stałą, a przeto z równania (2) otrzymujemy związek:

$$\Delta \,.\, v = N \quad . \;.\; . \quad (3),$$

który nas poucza, *że w czasie jazdy iloczyn z dania przez prędkość zachowuje wartość stałą.*

Powyższy związek stanowi podstawę wszystkich obrachunków odnoszących się do jazdy na drogach żelaznych, a prostocie jego przypisać należy, że w praktyce z wielką korzyścią stosować się daje.

Pomijaniu tego związku, a może też niewiadomości o jego istnieniu przypisać należy, że w pismach fachowych spotykamy się często z mylnemi obliczeniami siły przewozowej.

Przypuszczając, że w cylindrze parowozu, o którym poprzednio mówiliśmy, rozprężanie pary wynosi 20% a wpust 80% to $a = 0{,}8$, w tym razie otrzymujemy $N = 3$, a przeto: $\Delta v = 3$, skąd wynika, że prędkościom jazdy:

$$v = \quad 6, \qquad 7{,}5, \qquad 10, \qquad 15$$

metrom na sekundę, odpowiada danie:

$$\Delta = \quad \frac{3}{6}, \qquad \frac{3}{7{,}5}, \qquad \frac{3}{10}, \qquad \frac{3}{15},$$

czyli

$$\Delta = \quad 0{,}5 \qquad 0{,}4 \qquad 0{,}3 \qquad 0{,}2$$

co oznacza, że jadąc np. z prędkością 10 metrów na sekundę przy rozprężeniu 20%, dostaje się do wnętrza cylindra po każdorazowem przesunięciu się tłoka taka ilość pary, która gdyby się nie rozprężała, wypełniłaby 0,3 objętości cylindra.

Ponieważ wzór (1) wskazuje, że do obliczania siły przewozowej nie jest potrzebne danie, lecz natomiast średnie ciśnienie pary, przeto należy jeszcze znaleźć związek zachodzący pomiędzy średniem ciśnieniem i daniem pary.

Jeżeli $\Delta = \frac{1}{8}$, to para wypełniająca w chwili wejścia do wnętrza cylindra $\frac{1}{8}$ jego objętości zajmie całą objętość takowego skoro tłok przesunie się na drugi koniec cylindra, czyli $\frac{8}{8}$ objętości cylindra. Objętość pary zwiększyła się przeto 8 razy, a prężność jej spaśćby musiała do $\frac{1}{8}$ pierwotnej prężności, gdyby para zamknięta w cylindrze podlegała prawu Mariotte'a.

Jeżeli prężność pary w chwili gdy tłok rozpoczyna swój bieg, wynosi 1 kilogram na każdy centymetr kwadr. jego przekroju, to prężność pary w chwili gdy tłok przebiegnie:

$\frac{2}{8}$ długości cylindra	wynosiłaby $\frac{1}{2}$	kgm.
$\frac{3}{8}$ „ „	„ $\frac{1}{3}$	„
$\frac{4}{8}$ „ „	„ $\frac{1}{4}$	„
$\frac{5}{8}$ „ „	„ $\frac{1}{5}$	„
$\frac{6}{8}$ „ „	„ $\frac{1}{6}$	„
$\frac{7}{8}$ „ „	„ $\frac{1}{7}$	„
$\frac{8}{8}$ „ „	„ $\frac{1}{8}$	„

zatem średnio:

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}}{7} = 0{,}24$$

kilogramów, na każdy centymetr kwadr. przekroju tłoka.

Daniu $\Delta = \frac{1}{8} = 0{,}125$ odpowiadałaby zatem średnia prężność $\pi = 0{,}24$ kilogr. na 1 centym. kwadr. przekroju tłoka. Jeżeli zaś para wchodząc do wnętrza cylindra wywiera na centymetr kwadr. przekroju tłoka ciśnienie 10 kilogramów, w takim razie średnie ciśnienie pary wynosiłoby $10 \times 0{,}24 = 2{,}4$ zamiast 0,24 kilogramów.

Obliczając średnie ciśnienie pory w sposób powyżej podany, nie otrzymalibyśmy wyników zupełnie zgodnych z doświadczeniem, albowiem prawo Mariotte'a nie daje się bezwzględnie zastosować do pary.

Bezpośrednie pomiary prężności pary w cylindrze wykazały, że posługując się poniższą tabliczką otrzymujemy liczby zgodne z doświadczeniem.

Danie $\Delta =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Średnie ciśnienie pary $\pi =$	0,153	0,318	0,446	0,549	0,627	0,690	0,737	0,844

Tabliczka ta wskazuje nam, że daniu 0,5 odpowiada średnia prężność pary 0,627, skoro para wchodząc do wnętrza cylindra ciśnie siłą 1 kilograma na każdy centymetr kwadr. przekroju tłoka.

Poniższy przykład objaśni sposób użycia podanej tu tabliczki.

Do obsługi pociągów towarowych posiadamy parowóz, którego kocioł wytwarza w każdej sekundzie 1 kilogram pary, cisnącej siłą 10 kilogramów na centymetr kwadr. przekroju tłoka w chwili wkraczania do wnętrza cylindra. Wiedząc, że 1 metr sześcien. takiej pary waży 4,8 kilogramów i znając wymiary parowozu, można postawić pytanie, jak wielką siłą cisnąć będzie para na przekrój tłoka podczas wpustu 80%, przy prędkościach jazdy odpowiadających: 6—7,5—10—15 metrom na sekundę. Wymiary parowozu są następujące:

średnica koła popędowego	120 cm.
średnica tłoka	34 „
długość cylindra	57,5 „

Odpowiednio do powyższych danych mamy

$K = 1$, $S_1 = 120$, $s = 34$, $d = 57,5$, $m = 4,8$, $a = 0,8$;

wstawiając zaś odpowiednie wartości we wzór (2) otrzymujemy

$$\Delta v = 3$$

czyli że prędkościom: 6 7,5 10 15 metrów
odpowiada danie: $\Delta = 0,5$ 0,4 0,3 0,2.

Powyższym wartościom na Δ odpowiada według tabliczki średnie ciśnienie pary:

$$\pi = 0,627 \quad 0,549 \quad 0,406 \quad 0,318$$

jeżeli prężność pary w chwili gdy tłok rozpoczyna swój bieg wynosi 1 kilogram na centymetr kwadr. przekroju tłoka; ponieważ zaś ciśnienie pary w chwili wkraczania do wnętrza cylindra, wynosi w obecnym razie 10 kilogramów, przeto i średnie ciśnienie posiadać będzie 10 razy większą wartość, czyli

$$p = 6,27 \quad 5,49 \quad 4,46 \quad 3,18$$

kilogramom na centymetr kwadr. przekroju tłoka.

Mając powyższe dane, obliczamy siły przewozowe odpowiadające prędkościom 6 — 7,5 — 10 — 15 metrów, za pomocą wzoru, wstawiając w takowy za d, s, S_1, p, odpowiednie wartości. Wymiarom d, s, S_1 odpowiada siła przewozowa:

$$S = 936,8 \, . \, p$$

kilogramów, wstawiając zaś za p powyżej obliczone wartości przekonywamy się, że parowóz jadąc z prędkością:

6	metrów	na sekundę	pracuje	z siłą	5874	kilogramów
7,5	„	„	„	„	5143	„
10	„	„	„	„	4178	„
15	„	„	„	„	2978	„

Z powyższego widzimy, że siła przewozowa jaką daje para wytwarzająca się w kotle parowozu jest wartością zmienną, zależną nietylko od ilości pary i wymiarów parowozu, ale nadto także i od prędkości jazdy.

Opór na jaki natrafia ruch pociągów.

Kiedy pociąg biegnie po torze poziomym, całkowity jego ciężar spowodowywa tarcie, które przeciwstawiając się ruchowi postępowemu, utrudnia jazdę. Z chwilą, gdy pociąg wchodzi na wzniesienie, ciężar jego rozdziela się na dwie składowe, z których jedna wywołuje tarcie, gdy tymczasem druga usiłuje ściągnąć pociąg na dół. Obiedwie te siły działają w jednym i tym samym kierunku, przeciwnym kierunkowi jazdy a wypadkowa takowych przedstawia opór ruchu.

Jeżeli nazwiemy przez P ciężar pociągu wyrażony w tonnach, a przez α kąt nachylenia wzniesionego toru do poziomu, w takim razie całkowity ciężar P można rozłożyć na dwie składowe:

$$P \cos \alpha, \qquad P \sin \alpha,$$

z których pierwsza, działając pionowo do kierunku toru, przycisska do niego pociąg i zwiększa tarcie, gdy tymczasem druga działając równolegle do toru, usiłuje zsunąć pociąg w stronę spadku.

Jeżeli f przedstawia współczynnik tarcia koła toczącego się po szynie, to samo tarcie wynosi w tonnach:

$$P f \cos \alpha$$

a opór ruchu

$$P(f \cos \alpha + \sin \alpha).$$

Mając na względzie, że nawet dla torów najbardziej stromych kąt α nie przenosi nigdy 4 stopni, można, z wystarczającą dla praktyki dokładnością przyjąć

$$\cos \alpha = 1 \qquad \sin \alpha = \operatorname{tang} \alpha,$$

a zatem opór ruchu wyrazić przez:

$$P(f + tg\, \alpha) \text{ tonn},$$

lub też

$$1000\, P(f + tg\, \alpha) \text{ kgm.}$$

Jeżeli nadto m przedstawia nachylenie toru w millimetrach na każdy metr poziomej długości, czyli tak zwane nachylenie „na tysiąc", w takim razie

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{m}{1000}$$

a całkowity opór, na jaki natrafia ruch pociągu wynosi w takim razie:

$$P(1000 f + m) \text{ kgm.}$$

czyli

$$(1000 f + m)$$

kgm. na każdą tonnę ciężaru pociągu. Opór ruchu odpowiadający jednej tonnie ciężaru pociągu nazywamy *oporem jednostkowym.*

Gdy pociąg biegnie po torze poziomym ($m = 0$), opór jednostkowy wynosi w takim razie 1000 f kilogramów, że zaś doświadczenie poucza, iż opór jednostkowy pociągu, poruszającego się po torze poziomym wynosi [1]):

$$(4 + 0{,}02\, v^2)$$

kgm., jeżeli v oznacza prędkość jazdy w metrach na sekundę,

---

[1]) Przegląd Techniczny. Zeszyt V, z r. 1878. str. 257. (*Przyp. Aut.*)

przeto $1000\,f = 4 + 0{,}02\,v^2$
a stąd opór jednostkowy na wzniesieniu m na tysiąc wynosi: $(4 + m + 0{,}02\,v^2)$ kilogramów.

Pociąg ważący np. 250 tonn, i biegnący po wzniesieniu 0,010 z prędkością 36 kilometrów na godzinę, czyli 10 metrów na sekundę, natrafia podczas jazdy, na opór ruchu, wynoszący:

$$4 + 10 + 0{,}02 \times 10^2 = 16$$

kilogramów na każdą tonnę swego ciężaru, całkowity przeto opór ruchu wynosi $16 \times 250 = 4000$ kilogramów.

Jeżeli wzniesiony tór nie jest położony w linii prostej lecz w łuku zatoczonym promieniem r metrów, opór jednostkowy [1]) zwiększa się o $\left(\frac{600}{r}\right)$ kilogramów na każdą tonnę ciężaru pociągu, w takim więc razie opór jednostkowy, na wzniesieniu m na tysiąc, położonem w łuku wynosi $\left(4 + m + \frac{600}{r} + 0{,}02v^2\right)$ . . 3) kilogramów.

Gdyby w rozważanym przez nas przypadku tór położony był w łuku zatoczonym promieniem 600 metrów, w takim razie opór jednostkowy wyniósłby: $4 + 10 + \frac{600}{600} + 0{,}02 \times 10^2 = 17$ kilogramów, całkowity zaś opór $17 \times 250 = 4250$ kilogramów.

Jazda w kierunku wzniesienia.

Dopóki jazda odbywa się po torze poziomym, siła przewozowa pokonywa jedynie opór naturalny, skoro zaś pociąg wejdzie na wzniesienie musi ona nadto przeciwdziałać sile spychającej pociąg w kierunku spadku.

Składowa siły ciężkości spychająca pociąg w dół, wynosi na każdą tonnę ciężaru pociągu tyle kilogramów, ile milimetrów na jeden metr poziomy długości wznosi się tór; opór zaś ruchu w czasie jazdy odbywającej się z prędkością v metrów na sekundę, na wzniesieniu m na tysiąc położonem w łuku, zatoczonym promieniem r metrów, wynosi według wzoru (3) na każdą tonnę ciężaru pociągu $\left(4 + m + \frac{600}{r} + 0{,}02v^2\right)$ kilogramów.

Jeżeli jazda w kierunku wzniesienia rozpoczyna się z prędkością równą zeru, w takim razie siła pary wprowadzająca parowóz w bieg musi być większą od oporu ruchu, czyli różnica pomiędzy jednostkową siłą przewozu (t. j. siłą przewozową odpowiadającą jednej tonnie ciężaru pociągu) a oporem jednostkowym (t. j. oporem ruchu na każdą tonnę ciężaru pociągu), musi mieć znak dodatni. Różnica ta przedstawia siłę, pod wpływem której odbywa się ruch w kierunku wzniesienia. Jeżeli nazwiemy przez S_o siłę prze-

[1]) Przegląd Techniczny, Zeszyt V, z r. 1878, str. 264. *(Przyp. Aut.)*

wozową przypadającą na każdą tonnę ciężaru pociągu ważącego T tonn, wtedy gdy S wyraża całkowitą siłę przewozową w kilogramach, w takim razie $S = S_o T$ czyli wartość jednostkowej siły przewozowej wynosi $S_o = \left(\frac{S}{T}\right)$ kilogramów.

Jeżeli O przedstawia opór jednostkowy, którego wartość daje nam wzór (3), to siła jednostkowa poruszająca pociąg w kierunku wzniesienia, wynosi w takim razie $(S_o - O)$ kilogramów, na każdą tonnę ciężaru posuwającego się po wzniesieniu.

Skoro c przedstawia prędkość jazdy wyrażoną w metrach na sekundę, którą posiada pociąg biegnący po wzniesieniu, po przebyciu drogi $= x$ metrom, to praca mechaniczna siły poruszającej wynosi $M. \frac{c^2}{2}$ kilogrametrów, jeżeli M oznacza masę ciężaru jednej tonny w kilogramach.

Oznaczając przez T ciężar pociągu w tonnach, masa jego wyniesie $\frac{T}{g}$ tonn, czyli $\frac{1000\ T}{g}$ kilogramów, jeżeli przyśpieszenie siły ciężkości tj. $g = 9{,}81$ m. Masa odpowiadająca ciężarowi jednej tonny wynosi przeto $\frac{1000}{g} = \frac{1000}{9{,}81} = 102$ kilogramów.

Mamy przeto $M = 102$, a stąd praca mechaniczna siły przewozowej wynosi $\frac{102}{2}\ c^2 = 51\ .\ c^2$ kilogrametrów. Powyższą pracę można również wyrazić iloczynem z siły przewozowej $(S_o - O)$ przez drogę x, i w takim razie otrzymujemy zrównanie:

$$x\ (S_o - O) = 51c^2, \text{ dające nam: } x = \frac{51c^2}{S - O} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

jako wzór służący do obliczania drogi, który pociąg przebiega na wzniesieniu z coraz wzrastającą prędkością.

W powyższym wzorze oznacza:

x — drogę w metrach, jaką pociąg idący po wzniesieniu przebiega w czasie, w którym początkowa prędkość = zeru, wzrasta do wartości c metrów na sekundę.

S_o — jednostkową siłę przewozową, czyli siłę przewozową odpowiadającą ciężarowi jednej tonny, wyrażoną w kilogramach.

O — opór jednostkowy czyli opór ruchu odpowiadający ciężarowi jednej tonny wyrażony w kilogramach.

c — prędkość jazdy, w metrach na sekundę w końcu drogi x.

Jeżeli do przewozu pociągów ważących 150 tonn na wzniesieniu wynoszącem 9 milimetrów na 1 metr poziomej długości i położonem w łuku o promieniu 600 metrów, mamy parowóz, którego siła przewozowa wynosi 2808 kilogramów przy jeździe z prędkością 6 metrów na sekundę, a początkowa prędkość biegu pociągu = zeru dochodzi na temże wzniesieniu do największej prędkości 12 metrów na sekundę, — to przedstawić sobie można, że prędkość jazdy nie wzrastała stopniowo od wartości 0 do wartości 12, lecz że jazda odbywała się ze średnią prędkością wynoszącą $\frac{0+12}{2} = 6$ metrów na sekundę.

W obecnym razie jednostkowa siła przewozu wynosi $S_0 = \frac{2808}{150} = 18{,}72$ kilogramów, jednostkowy zaś opór ruchu $O = 4 + 9 + \frac{600}{600} + 0{,}02 \times 6^2 = 14{,}72$ kilogramów; siła więc, pod wpływem której odbywa się ruch pod górę, wynosi $18{,}72 - 14{,}72 = 4$ kilogramy na każdą tonnę ciężaru pociągu, Droga zaś, jaką pociąg przebiedz musi po wzniesieniu w czasie, w którym początkowa prędkość = zeru dosięga wartości 12 metrów na sekundę, wynosi według wzoru (4): $x = \frac{51 \times 12^2}{4} = 1836$ metrów.

Średnia wartość zmiennych prędkości w czasie jazdy po torach ułożonych na wzniesieniu.

Powiedzieliśmy wyżej, że skoro początkowa prędkość jazdy po wzniesieniu wynosząca zero, zwiększa się po przebyciu drogi x do 12 metrów na sekundę, przyjąć można, iż pociąg posuwał się z prędkością jednostajną wynoszącą $\frac{0+12}{2} = 6$ metrów na sekundę.

Podobne przypuszczenie byłoby uzasadnione tylko wtedy, gdyby opór jednostkowy wzrastał proporcyonalnie do prędkości jazdy, a właśnie wzór (3) poucza, iż takowy zmienia się według drugiej potęgi z prędkości.

Że uwaga powyższa jest słuszną, przekonywamy się o tem przyjmując na chwilę, że opór jednostkowy y, nie ma wartości $\frac{x^2}{50}$, jak to w rzeczywistości ma miejsce, lecz wartość $\frac{x}{50}$, gdy x oznacza prędkość jazdy.

W takim razie mamy $y = \frac{x}{50}$. Wartościom na x zawartym w granicach 50—150, odpowiadają wartości dla y zawarte w granicach 1—3, średnia więc wartość dla y wynosi $\frac{1+3}{2} = 2$, jeżeli średnia wartość prędkości jazdy wynosi $\frac{50+150}{2} = 100$.

Wstawiając w powyższy wzór $x = 100$ otrzymujemy rzeczywiście $y = 2$, a więc tyle, ile wynosi średnia wartość oporu czyli że średniej prędkości odpowiada średni opór.

Inaczej jednakże rzecz się przedstawia skoro pomiędzy oporem y a prędkością x nie zachodzi ów urojony, lecz rzeczywisty związek, który nam daje wyrażenie $y = \frac{x^2}{50}$; w tym razie, prędkościom $x = 50$ i 150, odpowiadają opory $y = 50$ i 450. Średnia wartość oporu wynosi $\frac{50 + 450}{2} = 250$, średnia wartość prędkości $\frac{50 + 150}{2} = 100$, gdy tymczasem prędkości $x = 100$, odpowiada opór $y = \frac{100^2}{50} = 200$ a nie 250 jakto by być musiało, gdyby można było wartość $\frac{50 + 150}{2} = 100$ przyjąć za wartość średnią.

Z powyższego wynika, iż ze względu na opór odpowiadający rozmaitym prędkościom, nie można wprowadzać w rachunek wartości, jaką się otrzymuje biorąc połowę summy prędkości początkowej i końcowej, lecz że średnią prędkość jazdy w sposób więcej ścisły wyznaczyć należy.

Jeżeli $y = \varphi(x)$ wyraża związek istniejący pomiędzy prędkością x a oporem y, to geometrya analityczna poucza, iż średnia wartość $\overline{o}$ jaką otrzymujemy na y, wstawiając za x dowolne wartości, obliczyć można z wzoru:

$$\overline{o} = \frac{\int_v^c y.dx}{\int_v^c dx}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

w którym $y = \varphi(x)$ wyraża związek zachodzący pomiędzy oporem y i prędkością x, zaś v i c są granicami, w jakich się zmienia prędkość jazdy.

Wstawiając w powyższy wzór $y = \frac{x^2}{50}$ otrzymujemy:

$$\overline{o} = \frac{\int_v^c \frac{x^2}{50}.dx}{\int_v^c dx} = \frac{1}{150} \cdot \frac{v^3 - c^3}{v - c},$$

$$\text{czyli } \overline{o} = \frac{1}{150}\left[v^2 + c^2 + vc\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

który to wzór, służy do obliczenia średniego oporu o, jeżeli wiadomą jest początkowa i końcowa prędkość jazdy.

Gdyby np. chodziło o obliczenie nadwyżki oporu, powstającej w czasie jazdy z przyczyny, że początkowa prędkość wynosząca 4 metry na sekundę, doszła do 16 metrów, to średnią jej wartość oznaczymy z wzoru (6) i mieć będziemy:

$$\bar{o} = \frac{1}{150}(16^2 + 4^2 + 4.16) = 2{,}28$$

kilogramów, na każdą tonnę ciężaru pociągu, gdy tymczasem przyjmując $\frac{4 + 16}{2} = 10$ za średnią prędkość otrzymalibyśmy na szukaną wartość nadwyżki oporu $\bar{o} = \frac{10^2}{50} = 2$ kilogr., na każdą tonnę ciężaru pociągu.

Opór jednostkowy wyrażony przez wzór (3) odnosi się więc do średniej prędkości v, a wprowadzając do takowego zamiast wartości $\frac{v^2}{50}$, właściwą wartość $\frac{1}{150}(v^2 + c^2 + vc)$ otrzymujemy:

$$O = \left(4 + m + \frac{600}{r} + \frac{v^2 + c^2 + vc}{150}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

W powyższym wzorze oznacza:

O — opór jednostkowy, wyrażony w kilogramach, czyli opór, na jaki natrafia każda tonna ciężaru pociągu,

m — wzniesienie na tysiąc czyli wzniesienie w milimetrach, na 1 metr długości poziomej,

r — promień łuku, w którym podany jest tor wyrażony w metrach,

v — początkową prędkość wyrażoną w metrach na sekundę.

c — prędkość biegu pociągu przy końcu jazdy, wyrażoną w metrach na sekundę.

Przykład. Na tór położony w łuku o promieniu 2400 metrów i na wzniesieniu 0,005 pchnięto wagon, który rozpocząwszy bieg swój przy wzniesieniu z prędkością 8 metrów na sekundę, opuszczając takowe posiadał prędkość 4 metrów na sekundę; zachodzi pytanie, na jak wielki opór natrafiła w takim razie każda tonna ciężaru tegoż wagonu.

Wstawiając we wzór (7) za
$$\left\{ \begin{array}{ll} m \; . \; . \; . \; . \; . \; . & 5 \\ v \; . \; . \; . \; . \; . \; . & 8 \\ c \; . \; . \; . \; . \; . \; . & 4 \\ r \; . \; . \; . \; . \; . \; . & 2400 \end{array} \right.$$

otrzymujemy $O = 4 + 5 + \frac{600}{2400} + \frac{8^2 + 4^2 + 4 \times 8}{150} = 10;$

t. j. że opór ruchu wynosił 10 kilogramów na każdą tonnę ciężaru wagonu. Jeżeliby zaś wagon ważył 15 tonn, całkowity opór ruchu wynosiłby $10 \times 15 = 150$ kilogramów.

Wykazaliśmy, że skoro u oznacza średnią prędkość biegu, opór jednostkowy wynosi $\frac{u^2}{50}$ kilogramów na każdą tonnę ciężaru pociągu, że zaś średni opór przy prędkości początkowej v i końcowej c wynosi $\left(\frac{v^2 + c^2 + vc}{150}\right)$ kilogramów, przeto mamy równanie $\frac{u^2}{50} = \frac{v^2 + c^2 + vc}{150}$, z którego otrzymujemy:

$$u = \sqrt{\frac{v^2 + c^2 + vc}{3}}, \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

który to wzór służy do obliczenia średniej prędkości. W powyższym wzorze oznacza:

u — średnią prędkość jazdy, wyrażoną w metrach na sekundę,
v — prędkość jazdy w metrach na sekundę przy rozpoczęciu biegu,
c — prędkość jazdy w metrach na sekundę przy końcu biegu.

Jeżeli bieg rozpoczyna się z prędkością = zeru, mamy $v = 0$, a wtedy $u = \frac{c}{\sqrt{3}}$ daje nam średnią wartość prędkości jazdy.

Jeżeli wagon toczący się z góry na dół rozpoczyna bieg z prędkością = zeru, a przy końcu swego biegu po spadku porusza się z prędkością 8,65 metrów, w takim razie nie można powiedzieć że biegł ze średnią prędkością $= \frac{0 + 8,65}{2} = 4,33$ metrów, gdyż powyższy wzór dowodzi, iż takowa wynosiła:

$$\frac{8.65}{\sqrt{3}} = \frac{8,65}{1,73} = 5 \text{ metr. na sek.}$$

(d. n.)