PRAWA RUCHU POCIĄGÓW

PO TORACH DRÓG ŻELAZNYCH,

UŁOŻONYCH NA SPADKACH

PRZEZ

Romana bar. Gostkowskiego,

Naczelnika Ruchu i Inspektora kolei Arcyksięcia Albrechta w Galicyi.

I.

Ogólne prawo ruchu pociągów na drogach żelaznych.

Zanim przystąpimy do właściwego przedmiotu niniejszej pracy, musimy odszukać wyrażenie, streszczające ogólne prawo ruchu pociągów na drogach żelaznych.

Ruch ten jest wynikiem wypadkowej sił, działających w odwrotnych kierunkach, a mianowicie: siły pociągowej wytwarzanej mechaniczną pracą pary, siły ciążenia, oporów naturalnych i oporu sztucznego, wywołanego działaniem hamulców.

Te z pomiędzy sił powyżej wyszczególnionych, które działają w kierunku jazdy, nazwiemy siłami *wzniecającemi* ruch, pozostałe zaś siłami *trawiącemi* ruch. O ile opory należą zawsze do rzędu sił trawiących ruch, o tyle siła pary jak również i siła ciążenia, odpowiednio do szczególnych warunków, wśród których odbywa się jazda, może być raz siłą wzniecającą, drugi raz siłą trawiącą ruch—i to stosownie do tego, czy mechaniczna praca pary spotrzebowaną zostaje na utrzymanie lub wzniecenie ruchu, czy też na umorzenie takowego i czy pociąg przebiega części drogi położone na spadkach lub na wzniesieniach.

Działanie powyżej wyszczególnionych sił, zależne od pojedyńczych przestrzeni drogi, ma za następstwo przyśpieszony lub opóźniony ruch pociągu; gdy jednakże ani przyspieszenie ani opóźnienie ruchu nie może być jednostajnem, albowiem siły działające nie zachowują stałego natężenia, przeto wzory wyrażające prawa ruchu jednostajnie zmiennego, nie mogą być zastosowane przy rozważaniu ruchu pociągów na drogach żelaznych.

Ażeby odnaleźć prawo, jakiemu ruch ten podlega, musimy uciec się do znanego równania sił żywych:

$$Mv\,dv = P\cos\mu .\, dx \text{ [1]},$$

w którem, w szczególnym wypadku jaki nas zajmuje:

M oznacza masę pociągu,

$P\cos\mu$ — rzut na kierunek jazdy wypadkowej wszystkich sił działających na pociąg,

dx—drogę przebieżoną przez pociąg w czasie nieskończenie małym dt,

dv—przyrostek prędkości w ciągu tegoż czasu dt.

Nazwijmy przez p część siły $P\cos\mu$, działającą na cząstkę masy pociągu równą jednostce masy; wielkość tej siły wyrazi się przez iloraz $\frac{P\cos\mu}{M}$, mieć zatem będziemy:

$$p = \frac{P\cos\mu}{M}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

że zaś powyższe równanie sił żywych daje nam związek:

$$\frac{v\,dv}{dx} = \frac{P\cos\mu}{M}$$

przeto otrzymujemy wyrażenie:

$$p\,dx = v\,dv\;, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

przedstawiające ogólne prawo ruchu, tak dobrze jednostajnie przyśpieszonego, jak i jednostajnie opóźnionego lub też zmiennego.

Ażeby módz stosować wyrażenie (1) w praktyce kolejowej, należy określić wartość ilości p. W tym celu nazwijmy przez T ciężar pociągu wyrażony w tonnach i zauważmy, że ponieważ masa wyraża się ilorazem z ciężaru przez przyśpieszenie siły ciężkości, przeto:

$$M = \frac{T}{g};$$

wstawiając wartość za M w wyrażenie (a) otrzymamy:

$$p = \frac{P\cos\mu}{T}\,g. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

Jeżeli siłę $P\cos\mu$, pod wpływem której odbywa się ruch pociągu, wyrazimy w tonnach, to na jednę tonnę ciężaru pociągu działa siła równa:

$$\frac{P\cos\mu}{T} \text{ tonnom,}$$

czyli:

$$1000\,\frac{P\cos\mu}{T} \text{ kilogramom.}$$

Nazywając tę siłę przez φ mieć będziemy wyrażenie:

$$\varphi = 1000\,\frac{P\cos\mu}{T},$$

---

[1]) *Collignon* — Traité de Mécanique 3e partie str. 78.

Przyp. Red.

stąd:
$$\frac{P\cos\mu}{T} = \frac{\varphi}{1000}$$
a podstawiając za $\frac{P\cos\mu}{T}$ tę jego wartość w wyrażenie (b) otrzymamy
$$p = \frac{\varphi g}{1000} = \frac{\varphi}{102}, \quad \ldots\ldots\ldots (c)$$
jako związek dający nam wielkość siły działającej na jednostkę masy czyli wartość przyśpieszenia, które w metrach obliczyć możemy.

Z porównania wzorów (a) i (c) wynika, że masa jednej tonny ciężaru pociągu wyraża się przez liczbę 102; wstawiając zaś we wzór (1) za p wartość, którą dopiero co otrzymaliśmy, mieć będziemy:
$$\frac{\varphi}{102}\, dx = v\,dv,$$
czyli:
$$\varphi\, dx = 102\, v\,dv, \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$
jako ogólne wyrażenie, streszczające prawo ruchu pociągów na drogach żelaznych.

Jeżeli φ, t. j. siła jednostkowa, pod wpływem której odbywa się ruch pociągu, zachowuje wartość stałą, w takim razie otrzymujemy przez całkowanie:
$$\frac{\varphi}{102}\int_0^x dx = \int_c^v v\,dv$$
$$\varphi\, x = 51\,(v^2 - c^2). \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

W równaniu powyższem:

φ oznacza siłę jednostkową, wyrażoną w kilogramach, która działa podczas jazdy na każdą tonnę ciężaru pociągu,

x — drogę wyrażoną w metrach, jaką pociąg przebiedz musi, ażeby prędkość początkowa c, wyrażona w metrach na sekundę, zamieniła się na prędkość v,

c — prędkość jazdy, wyrażoną w metrach na sekundę, na początku uważanej drogi,

v — wyrażoną w metrach na sekundę prędkość jazdy, z jaką pociąg się porusza po przebyciu drogi x.

Gdybyśmy np. chcieli wiedzieć, z jaką prędkością przybiegną wagony do końca 765 metrów długiej drogi, na której każda tonna ciężaru pociągu napotyka opór wynoszący 5 kilogramów, skoro takowe bieg swój rozpoczęły z prędkością 10 metrów na sekundę, to w powyżej podany wzór (3) musimy wstawić następujące wartości liczebne:
$$\varphi = 5, \quad x = 765, \quad c = 10.$$
a wtedy otrzymamy, że $v = 5$. W obecnym więc wypadku opór ruchu, w czasie jazdy po 765 metrów długiej drodze, strawił początkową prędkość, wynoszącą 10 metrów na sekundę o tyle, że takowa zmniejszyła się do 5 metrów na sekundę.

Jeżeli siła jednostkowa φ zmienia swą wartość w czasie jazdy, to potrzeba znać prawo, według którego następuje zmiana jej wielkości, ażeby całkowanie równania (2) było możebnem; że zaś prawa tego zazwyczaj nie znamy, przeto i całkę równania (2) w rzadkich tylko wypadkach otrzymać możemy.

Jeżeli pociąg w czasie biegu swego pozostaje jedynie pod wpływem oporu ruchu i siły ciążenia, w takim razie wiadomem jest prawo jego ruchu i takowe wyrazić możemy wzorem:

$$\varphi = a + b\, v^2,$$

w którym a i b oznaczają wartości stałe, v—prędkość biegu pociągu wyrażoną w metrach na sekundę, φ—siłę jednostkową wyrażoną w kilogramach. [1])

Wstawiając za φ powyższą wartość w równanie (2), otrzymujemy:

$$(a + bv^2)\, dx = 102\, v\, dv,$$

skąd:

$$v\, dv = \frac{a + b\,.\,v^2}{102}\, dx$$

i całka:

$$\int_0^S dx = 102 \int_c^v \frac{v\, dv}{a + b\,.\,v^2},$$

która nam daje:

$$S = \frac{51}{b}\,.\, Log.\, \frac{a + b\, v^2}{a + b\, c^2};$$

przechodząc zaś z logarytmu do liczby mu odpowiadającej otrzymujemy:

$$e^{\frac{bS}{51}} = \frac{a + b\, v^2}{a + b\, c^2}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

jako wyrażenie przedstawiające związek zachodzący pomiędzy drogą przebieżoną i prędkością pociągu. W powyższem równaniu:

S oznacza drogę w metrach, jaką pociąg przebiega,
c—początkową prędkość biegu, w metrach na sekundę,
v—końcową prędkość, w metrach na sekundę,
$e = 2{,}71828$—zasadę naturalnego układu logarytmów,
a, b—wartości stałe, określające bliżej funkcyą, wykazującą natężenie siły jednostkowej, pod wpływem której odbywa się ruch pociągu.

II.

Bieg pociągów na spadkach.

W czasie biegu po spadku siła ciężkości, działając w kierunku jazdy, sprawia iż ruch pociągu staje się przyśpieszonym. Wielkość

---

[1]) W Tomie VII Przeglądu Technicznego, w zeszycie za miesiąc Luty 1878 r. wykazaliśmy że:

$$a = 4, \qquad b = 0{,}02,$$

skoro φ przedstawia opór jednostkowy czyli opór wyrażony w kilogramach, na jaki natrafia każda tonna ciężaru pociągu.

(*Przyp. Autora*).

przyśpieszenia zależną jest od natężenia tej z dwóch składowych siły ciężkości, która w czasie jazdy spycha pociąg na dół.

Łatwo się o tem przekonać [1]), że wielkość tej siły na każdą tonnę ciężaru pociągu, może być wyrażoną przez tyle kilogramów, ile milimetrów spada tór na 1 metrze poziomej odległości.

Jeżeli więc m przedstawia spadek, wyrażony w milimetrach, na metrze poziomej odległości—inaczej spadek na tysiąc a więc zarazem i wielkość składowej siły ciężkości, która spycha pociąg na dół—w kilogramach, a o — opór jednostkowy, czyli opór wyrażony w kilogramach na każdą tonnę ciężaru pociągu,—to wielkość siły wzniecającej ruch otrzymamy z wzoru:

$$\varphi = (m - o).$$

Wstawiając powyższą wartość za φ w równanie (3) otrzymamy:

$$(m - o)\, S = 51\, (v^2 - c^2), \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

t. j. związek wyrażający prawo, jakiemu podlega ruch pociągu biegnącego z góry na dół.

Ze wzoru tego obliczamy:

$$v = \sqrt{c^2 + \frac{(m - o)\, S}{51}}, \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

czyli prędkość, z jaką poruszać się będą wagony na spadku wynoszącym m na tysiąc, po przebyciu drogi S metrów, jeżeli rozpoczęły bieg swój z prędkością c metrów na sekundę.

Powyżej wyprowadzony wzór wskazuje, że prędkość jazdy na spadku wzrasta z długością samego spadku, że zatem w danych okolicznościach bieg pociągu mógłby się odbywać w warunkach zagrażających bezpieczeństwu jazdy.

Wzór ten daje nam najmniejszą wartość na v wtedy, gdy spadek na 1 metr poziomej odległości wynosi tyle milimetrów, ile kilogramów na 1 tonnę ciężaru pociągu wynosi opór ruchu [2]), czyli gdy $m = o$; w tym wypadku $v = c$, co oznacza, że prędkość biegu pociągu nie zwiększa się pomimo spadku m na tysiąc.

Spadek: $$\left(4 + \frac{600}{r}\right)$$

milimetrów na 1 metr poziomej odległości jest granicą, poniżej której ruch na spadku odbywa się w warunkach podobnych, jak na torze poziomym.

Na spadkach mniejszych od:

$$\left(4 + \frac{600}{r}\right)$$

---

[1]) Patrz: Tom VII Przeglądu Technicznego, zeszyt za maj 1878 r, str. 261. (*Przyp. Autora*).

[2]) Opór jednostkowy na każdą tonnę ciężaru pociągu wynosi podług doświadczeń:

$$4 + \frac{600}{r} \text{ kilogramów,}$$

gdzie r oznacza promień łuku, w którym leży spadek, wyrażony w metrach (Przegląd Techniczny, Tom VII str. 264).

(*Przyp. Autora*).

milimetrów na 1 metr poziomej odległości pociąg nie stoczy się w dół gdy go pozostawimy samemu sobie, lecz potrzeba będzie użyć siły pary dla wprowadzenia go w ruch.

Gdy spadek, po którym biegnie pociąg, leży w łuku o promieniu 600 metrów, powyżej wzmiankowana granica wynosi:

$$4 + \frac{600}{600} = 5$$

zatem po spadku 0,005, w łuku o promieniu 600 metrów, wagony nie stoczą się same na dół [1]), albowiem opór, na jaki natrafiają, wynosi tyle właśnie, ile składowa siły ciężkości wywołująca ruch.

Na spadkach mniejszych od 0,005, opór ruchu przewyższa natężenie składowej siły ciężkości, działającej w kierunku spadku; wagony pchnięte w dół po takim spadku biedz więc będą coraz wolniej a po upływie pewnego czasu zatrzymają się na takowym.

Gdy spadek nie leży w łuku, lecz w linii prostej to:

$$m = 4 + \frac{600}{\infty} = 4$$

milimetrom na 1 na metr poziomej odległości, najmniejsza przeto nadwyżka stromości spadku ponad granicę powyżej wykazaną wystarcza aby wagony w dół się stoczyły.

* * *

Z powyżej wyprowadzonego wzoru:

$$v = \sqrt{c^2 + \frac{(m - o)\,s}{51}}$$

możnaby wnosić, że prędkość biegu pociągu wzrasta bezustannie w czasie jazdy na spadku; jeżeli jednak weźmiemy pod uwagę że opór ruchu wzmaga się z prędkością biegu, gdyż takowy ściśle biorąc wyraża się przez:

$$4 + \frac{600}{r} + 0{,}02\,u^2$$

kilogramów na każdą tonnę ciężaru pociągu [2]) i wartość tę wstawimy za m we wzór (5), w takim razie otrzymamy wyrażenie:

$$u^2 = \frac{a \,.\, S + b}{S + n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

w którem u oznacza prędkość biegu pociągu w metrach na sekundę, po przebieżeniu drogi S,

S — drogę jaką pociąg przebiegł po spadku, wyrażoną w metrach,

$a = 50\left(m - 4 - \frac{600}{r}\right)$, gdy r wyraża promień łuku w metrach,

---

[1]) Autor nie uwzględnia działania wiatru. (*Przyp. Red.*)

[2]) Patrz Tom VII Przegl. Tech. za maj, str. 264, równanie (4). (*Przyp. Autora*).

$b = 2550\ c^2$, skoro c oznacza prędkość biegu wyrażoną w metrach na sekundę na początku uważanej drogi S,
$n = 2550$.

Podając powyższy wzór pod postacią:

$$u^2 = \frac{a + \frac{b}{S}}{1 + \frac{n}{S}},$$

widzimy, że skoro $S = \infty$ to:

$$u = \sqrt{a} = \sqrt{50\left(m - 4 - \frac{600}{r}\right)};$$

otrzymaliśmy więc wzór, który daje nam granicę, jakiej prędkość pociągu w czasie jazdy na spadku i w łuku przekroczyć nie może.

Jeżeli spadek położony jest w linii prostej, wzór powyższy uproszcza się i granica prędkości biegu pociągu na spadku wyraża się przez:

$$u = \sqrt{50\ (m - 4)}\ ^{1)} \quad \ldots\ldots (8)$$

Wstawiając we wzór powyższy za m wartości liczebne

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35,

otrzymamy następujące odpowiadające im wartości za u:

7,07 17,32 23,45 28,28 32,4 36 39

i przekonamy się, że na spadku 0,020, prędkość biegu pociągu mogłaby dojść do 28,28 metrów na sekundę, a więc stać się groźną dla bezpieczeństwa jazdy a na spadku 0,015 do 23,45 metrów na sekundę czyli po 84,42 kilometrów na godzinę, w którym to razie przekroczoną byłaby granica zakreślona ustawą związkowych dróg żelaznych niemieckich. [2])

Jeżeli prędkość początkowa jest równą zeru a spadek położony jest w linii prostej, w takim razie wzór (7) przybiera postać:

$$u^2 = \frac{50\ (m - 4)\ S}{2550 + S} \quad \ldots\ldots\ldots (9)$$

a wstawiając w takowy za m i za S wartości liczebne, otrzymamy następującą tabliczkę:

---

[1]) Wstawiając we wzór (8) za $u \ldots y$ a za $(m - 4) \ldots x$, otrzymujemy wyrażenie $y^2 = 50\ x$ które jak wiadomo jest równaniem paraboli.

(*Przyp. Autora*).

[2]) Według przepisów obowiązujących na drogach związkowych największa prędkość jazdy wynosić może 80 kilometrów na godzinę.

(*Przyp. Autora*).

Przy długości spadku w metrach.	Prędkość biegu pociągu, ustawionego na spadku wynoszącym na tysiąc:				
	5	10	15	20	25
	dojść może do—metrów na sekundę				
100	1,3	3,3	4.6	5,5	6,3
200	1,9	4,6	6,2	7,6	8,7
300	2:3	5,6	7,5	7.9	10,4
400	2,6	6,3	8,5	10,3	11,9
500	2,9	6,4	9,4	11,3	12,9
1000	3,2	7.9	10,7	12,8	14,8
5000	5,5	13,4	18,2	22,0	25,2

Z powyższej tabliczki widzimy, że wagony rozpoczynające bieg swój po spadku 0,010 z prędkością równą zeru, nabędą po przebieżeniu po tymże spadku przestrzeni 500 metrów długiej—prędkości 6,4 metrów na sekundę czyli 22,8 kilometrów na godzinę, po przebieżeniu zaś 5 kilometrów—prędkości 13,4 metrów na sekundę, czyli 48,24 kilometrów na godzinę.

Wykazaliśmy już powyżej, że na spadku 0,010 wagony samym sobie pozostawione nie mogą nabyć prędkości większej od 17,92 metrów na sekundę czyli 62,3 kilometrów na godzinę.

III.

Uzmysłowienie sposobu działania hamulców.

Powyżej podana tabliczka poucza, że na długich lecz łagodnych spadkach, jak również na stromych ale krótkich, prędkość biegu nie przybiera wymiarów groźnych dla bezpieczeństwa jazdy.

Ponieważ na dobrze zbudowanych drogach żelaznych, znajdujemy długo ciągnące się spadki łagodne, tam zaś gdzie niemożebnem było uniknąć stromego spadku, to starano się przynajmniej długość takowego ile możnosci ograniczyć ze względu na siłę pociągową w czasie jazdy w odwrotnym kierunku, przeto w obec tego co powyżej powiedzieliśmy zdawać by się mogło, że jazda w kierunku spadku odbywa się ze wszelkiem bezpieczeństwem. Takby było w rzeczy samej, gdyby pociąg rozpoczynał bieg swój po spadku z prędkością równą zeru,—ale przypadek taki rzadko się przytrafia.

W poniższej tabliczce obliczyliśmy ze wzoru (6) prędkości, jakich pociąg nabywa na spadkach 5, 10, 15 i 20 na tysiąc, po przebieżeniu 100, 200, 300, 400 i 500 metrów, jeżeli prędkość początkowa wynosi 5 metrów na sekundę.

Przy prędkości początkowej 5 metrów na 1″				
po przebieżeniu - metrów	Na spadku wynoszącym na tysiąc			
	5	10	15	20
	Prędkość jazdy w metrach na 1″ wynosi.			
100	5	5,0	6,9	8,5
200	5,1	6,7	7.9	9,0
300	5,2	7,3	8,9	10,3
400	5,3	7,9	9,8	11,4
500	5,4	8,4	10,5	12,3

Z tabliczki tej okazuje się: że na spadku 0,020 prędkość biegu po przebyciu 500-metrowej drogi dochodzi do 12,3 metrów na sekundę czyli do 44,28 kilometrów na godzinę, jeżeli jazda po spadku rozpoczęła się z prędkością 5 metrów na sekundę czyli 18 kilometrów na godzinę—i że gdyby np. dla pewnej drogi żelaznej, ze względu na stan jej torów, lub z innych powodów, przyjęto jako granicę prędkości, której przekraczać nie należy, 9 metrów na sekundę, to na spadku 0,020 granica ta dosięgniętąby została po przebieżeniu przez pociąg 200 metrów.

Powyższa okoliczność wywołała potrzebę zastosowania przyrządów, za pomocą których sprawićby można, aby np. na spadku 0,015, prędkość biegu nie przekroczyła tej wartości, jakiej nabywa po przebieżeniu przez pociąg na tymże spadku 300 metrów, t. j. 8,9 metrów na sekundę. Zanim się przecież zajmiemy bliżej takimi przyrządami, rozważmy jeszcze co następuje:

Gdyby za spadkiem 0,015, 300 metrów długim, następowała linia pozioma, to pociąg dostawszy się na takową z prędkością 8,9 metrów, począłby bieg swój zwalniać. Jeżeliby linia pozioma była dostatecznie długą, aby prędkość początkowa wynosząca 8,9 metrów na sekundę, zejść mogła do wartości 5 metrów na sekundę, a za nią następowałby znowu spadek 0,015,—to pociąg rozpocząłby po nim bieg swój z prędkością 5 metrów na sekundę a prędkość jazdy w końcu takiego 300 metrów długiego spadku, wynosiłaby 8,9 metrów na sekundę i t. d.

W powyżej rozbieranym wypadku, przez wstawianie torów poziomych pomiędzy części drogi ułożone na spadku 0,015, czyli przez zwiększanie oporu ruchu, zapobiegłoby się wzmaganiu prędkości na tymże spadku poza zamierzoną granicę.

Gdyby zamiast poziomych przestrzeni, wstawiano pomiędzy części drogi ułożone na spadku 0,015, tory wznoszące się m_1 milimetrów na 1 metr poziomej odległości, to zamienianoby opór ruchu istniejący na spadku 0,015 na opór właściwy *wzniesieniu* m_1 na tysiąc.

Skoro jednakże tego rodzaju profil podłużny drogi jest niemożebnym, przeto dla zwiększenia oporu ruchu stosownie do potrzeby, nie pozostaje jak uciekać się do środków mechanicznych.

* * *

Przyrządy mające na celu zwiększenie oporu ruchu, dla utrzymania prędkości biegu pociągu w stosownych granicach, nazywamy hamulcami.

Ażeby bieg pociągu na spadku mógł się odbywać w tych warunkach, jakie dla urojonego profilu drogi powyżej rozważaliśmy, niezbędnem jest, ażeby hamulce wytwarzały taki opór ruchu, jaki odpowiada wzniesieniu m_1 na tysiąc.

Opór ten nie trudno jest oznaczyć, jeżeli bowiem nazwiemy przez v prędkość biegu (w metrach na sekundę), z jaką rozpoczynałby się ruch po wzniesieniu, a przez c—prędkość końcową, do jakiejby spadła początkowa prędkość biegu po przebyciu przez pociąg wzniesienia S metrów długiego, to w takim razie mechaniczną pracę strawioną przez ruch po wzniesieniu, odpowiadającą jednej tonnie ciężaru pociągu, wyrazić możemy przez:

$$102 \frac{v^2-c^2}{2} = 51 (v^2-c^2)$$

kilogrametrów. Siła, do pokonania której potrzebna byłaby powyższa praca mechaniczna, wyraża się przez sumę dwóch sił, a mianowicie: składowej siły ciężkości, która pociąg na dół spycha i oporu ruchu, jaki droga przedstawia.

Składowa siły ciężkości, spychająca pociąg na dół, wynosi na każdą tonnę ciężaru pociągu tyle kilogramów, ile milimetrów na 1 metr poziomej odległości nachyloną jest do poziomu droga S, zatem m_1 kilogramów, skoro zaś opór ruchu wynosi na każdą tonnę ciężaru pociągu $\left(4 + \frac{u^2}{50}\right) = o$ kilogramów, przeto wartość siły trawiącej ruch wyraża się przez:

$$(m_1 + o) \text{ kilogramów.}$$

a ponieważ siła ta, działa w ciągu całego czasu potrzebnego do przebycia drogi S metrów, pochłania więc mechaniczną pracę $(m_1 + o)\, S$ kilogrametrów, skąd wynika równanie:

$$(m_1 + o)\, S = 51\, (v^2 - c^2),$$

które można bezpośrednio otrzymać z wzoru (3), podstawiając w takowym za φ wartość $m_1 + o$.

Równanie powyższe daje nam wyrażenie:

$$(m_1 + o) = \frac{51\,(v^2 - c^2)}{S},$$

w którem m oznacza w milimetrach na 1 metr poziomej odległości, nachylenie jakieby nadać należało torom wstawionym pomiędzy spadki, ażeby początkowa prędkość v metrów na sekundę, zmniejszała się w końcu wzniesień do c metrów na sekundę.

Gdybyśmy ten sam skutek jak powyżej osiągnąć chcieli na drodze mechanicznego działania, to nazywając przez h opór sztuczny wyrażony w kilogramach (odpowiadający każdej tonnie ciężaru pociągu), jaki wytworzyć trzeba przez hamowanie, mieć musimy:

$$h = (m_1 + o),$$

stąd:

$$h = \frac{51\ (v^2 - c^2)}{S} \quad \ldots\ldots\ (10)$$

Jeżeliby pociąg będący w biegu miał być wstrzymany przez zahamowanie, to we wzorze powyższym mielibyśmy c = zeru, a w takim razie:

$$h = 51\ \frac{v^2}{S} \text{ kilogramów} \quad \ldots\ (11)$$

Liczne doświadczenia pouczają, że przy stosownej liczbie hamulców, można działaniem takowych wytworzyć w czasie pogody opór sztuczny, wynoszący na każdą tonnę ciężaru pociągu średnio 130 kilogramów; przyjmując więc że $m_1 + o = 130$, otrzymujemy:

$$m_1 = (130 - o),$$

jako wielkość wzniesienia (wyrażonego w milimetrach na 1 metr poziomej odległości) torów, które należałoby wsunąć pomiędzy spadki, w celu wywołania powyżej rozważanego stanu rzeczy.

Przy nieznacznej prędkości biegu opór jednostkowy na linii prostej wynosi 4 kilogramy na każdą tonnę ciężaru pociągu, w tym więc razie wzniesienia wsunięte pomiędzy spadki, powinnyby mieć nachylenie do poziomu odpowiadające $(130-4) = 126$ milimetrom na 1 metr poziomej odległości.

Doświadczenie poucza, że jeżeli jazda odbywa się w czasie słoty, to powyżej podana wartość oporu wytwarzanego przez hamowanie, spada do 80 kilogramów, wstawiając więc we wzór (11) za h, kolejne wartości 130 i 80 otrzymujemy:

$$S = i \cdot v^2$$

jako wyrażenie dające nam w metrach najmniejszą przestrzeń, po przebyciu której możebnem jest zatrzymać pociąg biegnący po spadku z prędkością v metrów na sekundę. We wzorze powyższym $i = 0{,}392$ jeżeli jazda odbywa się w czasie pogody, zaś $i = 0{,}638$ jeżeli pociąg biegnie w czasie słoty.

Jeżeli pociąg porusza się z prędkością 10 metrów na sekundę i opatrzony jest dostateczną ilością hamulców, aby przez działanie takowych wytworzyć było można opór wynoszący na każdą tonnę jego ciężaru 130 kilogramów, to ze wzoru powyżej podanego obliczymy, że pociąg może być zatrzymany po przebieżeniu:

$$0{,}392 \times 10^2 = \text{około } 40 \text{ metrów.}$$

IV.

Najmniejsza przestrzeń jaką przebiega zahamowany pociąg.

Przestrzeń, po przebieżeniu której można zatrzymać pociąg będący w ruchu, zależy od prędkości jazdy w chwili rozpoczęcia hamowania, od ilości hamulców znajdujących się przy pociągu a wreszcie i od nachylenia toru.

Skoro chodzi o zatrzymanie pociągu biegnącego po linii poziomej, to szukaną przestrzeń obliczamy ze wzoru (11), wyrażonego pod postacią:

$$S\ 51 . \frac{v^2}{h}; \qquad \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

jeżeliby pociąg nie miał być zatrzymanym, lecz chcielibyśmy tylko prędkość jego biegu zmniejszyć do pewnej oznaczonej wartości, to obliczamy przestrzeń S, po przebieżeniu której jazda odbywać się będzie z żądaną prędkością ze wzoru (10), wyrażonego pod postacią:

$$S = \frac{51\,(v^2 - c^2)}{h} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

W obu razach szukaną odległość otrzymamy w metrach.

Jeżeli działanie hamulców, którymi pociąg jest opatrzony, nie wytwarza oporu sztucznego wynoszącego 130 kilogramów na każdą tonnę jego ciężaru, lecz tylko opór np. 60 kilogramów, to przestrzeń, po przebieżeniu której będzie można zatrzymać pociąg odpowiednio się zwiększy.

Nazywając przez a rzeczywisty opór sztuczny, wytworzony działaniem hamulców znajdujących się przy pociągu (wyrażony w kilogramach na każdą tonnę ciężaru pociągu), przez y zaś—przestrzeń wyrażoną w metrach, po przebieżeniu której można będzie zatrzymać pociąg, mieć będziemy:

$$y = 51\,\frac{v^2}{a}.$$

Jeżeli zaś opór sztuczny, wynoszący a kilogramów, wyrazimy w procentach powyżej podanej największej wartości oporu, działaniem hamulców osiągnąć się dającego i nazwiemy go przez x, w takim razie otrzymamy:

$$x = \frac{100\,.\,a}{130},$$

skąd:

$$a = 1{,}3\,.\,x;$$

wstawiając zaś za a powyższą wartość w wyrażenie na y mieć będziemy:

$$xy = 39{,}23\ v^2, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

wzór dający nam związek, jaki zachodzi pomiędzy przestrzenią, po przebieżeniu której pociąg może być zatrzymanym, ilością hamulców i prędkością jazdy.

Jeżeli opór sztuczny wytworzony działaniem hamulców wynosi 130 kilogramów na każdą tonnę ciężaru pociągu, to potęgę hamowania dosięgającą w takim razie swego maximum, wyrażamy przez 100 %, wstawiając zaś we wzór (14) za x wartość liczebną 100, otrzymujemy:

$$y = 0{,}3923\ v^2 = \text{okr. } 0{,}4\,v^2 \text{ metrów},$$

jako wartość najmniejszej przestrzeni, którą zahamowany pociąg przebiega.

Ze wzoru powyższego obliczamy, że pociąg biegnący np. z prędkością 12 metrów na sekundę, zatrzymać będzie można w najkorzystniejszym wypadku po przebieżeniu przez takowy

$$0{,}3923\,.\,12^2 = 56{,}5 \text{ metrów.}$$

Jeżeli pociąg biegnący po linii poziomej nie jest opatrzony w hamulce, w takim razie przy nieznacznej prędkości jazdy opór ruchu wynosi tylko 4 kilogramy na każdą tonnę ciężaru pociągu, a ponieważ wykazaliśmy powyżej że:

$$a = 1{,}3\ x,$$

przeto zaokrąglając otrzymujemy $x = 4$,— wstawiając zaś we wzór (14) za x wartość liczebną 4, otrzymujemy przestrzeń, po przebieżeniu której pociąg zatrzymuje się w skutku naturalnego oporu ruchu. Przestrzeń ta wynosi w zaokrągleniu:

$$y = 10\ v^2 \text{ metrów.}$$

Wzór powyższy wskazuje, że pociąg biegnący po linii poziomej z prędkością 5 metrów na sekundę, pozostawiony sam sobie, zatrzyma się po przebyciu drogi $10.5^2 = 250$ metrów długiej.

Z tego co powyżej powiedzieliśmy wynika, że granice wielkości przestrzeni, po przebieżeniu których można zatrzymać pociąg w czasie jazdy, są następujące:

$$\left.\begin{array}{l} y_{max} = 10\ v^2 \\ y_{min} = 0{,}4\ v^2 \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

Następująca tabliczka obliczona na podstawie wzoru (14), daje nam w przybliżeniu wielkości przestrzeni, po przebieżeniu których można zatrzymać pociąg poruszający się po linii poziomej z prędkością:

5, 8, 10, 12, 14, 16, 18 i 20

metrów na sekundę, jeżeli hamujemy:

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 i 100

procentów, ciężaru tegoż pociągu.

z prędkością metrów na sekundę	Pociąg biegnący po linii poziomej opatrzony w przyrządy hamujące,									
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
	procentów całkowitego jego ciężaru, zatrzymać można po przejechaniu metrów:									
5	98	49	33	24	20	16	14	12	11	10
8	251	126	84	63	50	42	36	31	28	25
10	393	196	131	98	79	65	56	49	44	39
12	567	283	185	141	113	94	81	71	63	56
14	770	385	257	192	154	128	110	96	85	77
16	1006	503	335	251	201	168	144	126	112	101
18	1273	637	424	318	255	212	181	159	141	127
20	1572	786	524	393	314	262	224	196	175	157

Z tabliczki powyższej okazuje się, że pociąg biegnący po linii poziomej z prędkością 20 metrów na sekundę w najkorzystniejszym wypadku zatrzymać można dopiero po przebieżeniu przez takowy 157 metrów, licząc od chwili rozpoczęcia hamowania, a nadto że jeżeli pociąg biegnąc po linii poziomej z prędkością 10 metrów na sekundę (36 kilometrów na godzinę) zatrzymać możemy dopiero po przebieżeniu przez takowy 100 metrów, gdy hamujemy 40 % jego ciężaru, to przestrzeń powyższa zmniejsza się do połowy, gdy hamujemy 80 % ciężaru pociągu.

* * *

Jeżeli pociąg biegnie po spadku, wtedy wartość oporu sztucznego, wytworzonego działaniem hamulców, określonego wzorem (11), zwiększa się o tyle kilogramów na każdą tonnę ciężaru pociągu, ile milimetrów spada tór na 1 metr poziomej odległości. Nazywając więc przez m spadek na tysiąc, mieć będziemy w obecnym razie:

$$h = 51 \frac{v^2}{S} + m \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (16)$$

kilogramów; jeżeli zaś opór sztuczny, h kilogramów wynoszący, wyrazimy w procentach powyżej wyszczególnionej największej wartości oporu, jaki hamowaniem osiągnąć można, to otrzymamy:

$$h = 1{,}3\, x,$$

a stąd

$$S = \frac{510\, v^2}{13\, x - 10\, m}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (17)$$

jako wyrażenie służące do obliczania przestrzeni, po przebieżeniu których można zatrzymywać pociągi na spadkach.

Zwykła prędkość biegu pociągów osobow. wynosi 15^m na 1 sek., schodząc przy pociągach mięszanych (osobowo-towarowych) do. . . . . 12 „ „ „
a przy pociągach towarowych . . . . 8 „ „ „
Nadto według przepisów obowiązujących na drogach związkowych niemieckich, na spadku wynoszącym 0,020 należy hamować

	ciężaru całego pociągu
przy pociągach osobowych.	50%
„ „ mięszanych (osobowo towarowych) .	33
„ „ towarowych	25

Przyjmując, że pociągi hamowane są na spadkach według zasad przyjętych na drogach związkowych dla spadku 0,020 i że takowe poruszają się z powyżej wyszczególnionemi prędkościami, otrzymujemy z wzoru (17) następujące przestrzenie, po przebieżeniu których, licząc od chwili rozpoczęcia hamowania, zatrzymywać można pociąg:

$$\left.\begin{aligned} S_o &= \frac{11475}{65 - m} \text{ dla pociągów osobowych} \\ S_{o-t} &= \frac{7344}{43 - m} \text{ dla pociągów osobowo-towar.} \\ S_t &= \frac{3264}{32{,}5 - m} \text{ dla pociągów towarowych} \end{aligned}\right\} \; . \; . \; . \; (18)$$

Wstawiając we wzory powyższe, za m kolejne wartości 0, 5, 10, 15, 20, otrzymamy następującą tabliczkę:

Na spadku wynoszącym na tysiąc	Pociągi		
	osobowe	osobowo-towarowe	towarowe
	zatrzymać można po przebieżeniu przez takowe, licząc od chwili rozpoczęcia hamowania, metrów,		
0	177	171	100
5	191	193	118
10	209	223	150
15	229	262	185
20	255	320	261

która wykazuje, że przy odpowiedniej ilości hamulców można zatrzymać pociąg towarowy biegnący po linii poziomej na przestrzeni 100 metrów, takiż zaś pociąg na spadku 0,010 dopiero po przebieżeniu przez takowy 150 metrów długiej drogi.

Wzór (17) poucza, że gdy

	milim. na 1 metr poziomej odległości
pociąg osobowy biegnie po spadku wynoszącym. . . .	65
„ osobowo-towarowy	42,9
„ towarowy	32,5

to pomimo działania hamulców, nie będzie można zatrzymać pociągu, albowiem wstawiając za m odpowiednię wartości liczebne otrzymamy na S ilość nieskończenie wielką.

W powyższej tabliczce wykazaliśmy na podstawie wzorów (18) przestrzenie, po przebieżeniu których możebnem jest zatrzymywać pociągi. Należy nam obecnie zaznaczyć, że doświadczenie nie stwierdza wyników rachunku, że pociągi w rzeczywistości zwykle daleko dłuższe przebiegają drogi, zanim się zatrzymają, aniżeli te jakie powyżej obliczyliśmy i że liczby które mamy na myśli, dają nam wartości najmniejsze, odpowiadające warunkom najbardziej sprzyjającym.

Różnica zachodząca pomiędzy wynikami doświadczenia i rachunku ma swoje źródło w tej okoliczności, że w obliczeniu przyjęto jakoby hamowanie rozpoczynało się w tej samej chwili w której podany został odpowiedni sygnał, gdy w rzeczywistości upływa pewien przeciąg czasu pomiędzy wykonaniem obu tych czynności, że więc nie uwzględniono tej przestrzeni jaką pociąg niezahamowany przebiega jeszcze po podaniu sygnału.

Z tego co powyżej powiedzieliśmy wynika, że chcąc otrzymać na S wartości odpowiadające praktyce niezbędnem jest liczyć się z czasem, jaki upływa pomiędzy podaniem sygnału i zahamowaniem pociągu.