

ARCHIWUM MECHANIKI STOSOWANEJ

Tom I.

Zeszyt 1

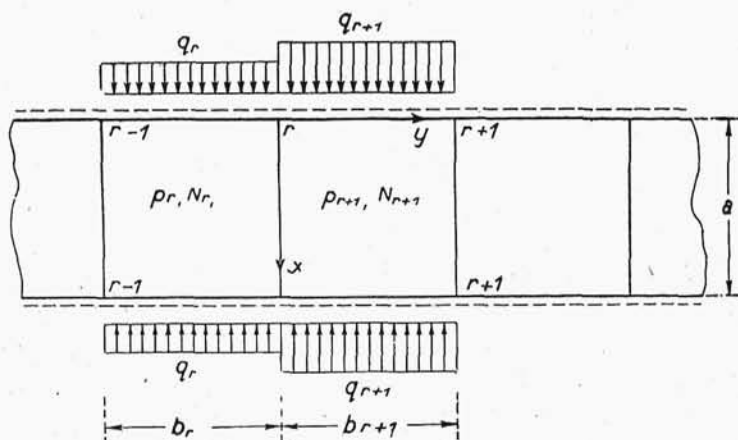
1949

Jednoczesne zginanie i sciskanie pewnego typu płyt ciągłych¹⁾

The bending of compressed continuous plate

W. Nowacki, Gdańsk

A) Stawiamy sobie za zadanie wyznaczenie stanu naprężeń i odkształceń płyty ciągłej, wzdłuż krawędzi $x=0$; $x=a$ swobodnie podparte, podlegającej działaniu sił q jednostajnie rozłożonych na krawędzi $x=0$; $x=a$ przy jednoczesnym działaniu obciążenia $p=\text{const.}$ skierowanego w kierunku prostym do płaszczyzny płyty (rys. 1).



Rys. 1

Momenty zginające $M_y(x, 0)$ na liniach podporowych $y=0$; $y=b$ przyjmujemy jako wielkości „nadliczbowe” zadania i wyznaczamy je z warunków ciągłości na tych podporach.

¹⁾ Praca referowana na VII Kongresie Mechaniki Stosowanej w Londynie we wrześniu 1948 r.

Ustawienie jednak równań trójczłonowych zagadnienia poprzedzi opracowanie płyty dookoła swobodnie podpartej (rys. 2).

Przy oznaczeniach:

$$y = \eta b \quad x = \xi b \quad b = a\alpha \quad \varphi = \frac{qb^2}{N\pi^2}$$

równanie różniczkowe problemu brzmi:

$$(1) \quad \Delta \Delta w(\xi, \eta) + w_{\xi\xi}(\xi, \eta) \varphi \pi^2 = \frac{pb^4}{N}$$

Jako całkę szczególną równania (1) przyjmujemy wygięcie $w_0(\xi)$ płyty nieskończenie długiej w kierunku η .

(2)

$$w_0(\xi) = \frac{4pb^4}{N\pi^5\alpha^4} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5(1-\delta)} \sin v\xi$$

gdzie

$$v = n\pi\alpha$$

$$\delta = \frac{\varphi\pi^2}{v^2}$$

Całkę ogólną równania (1) napiszemy w postaci:

$$w(\xi, \eta) = \frac{4pb^4}{N\pi^5\alpha^4} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{1}{n^5(1-\delta)} + Y_n \right) \sin v\xi$$

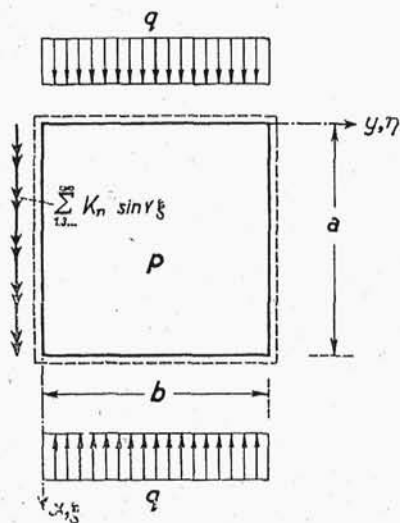
gdzie

$$Y_n = U_1 \cosh \lambda\eta + U_2 \sinh \lambda\eta + U_3 \cosh \beta\eta + U_4 \sinh \beta\eta$$

$$\lambda, \beta = v\sqrt{1 \pm \sqrt{\delta}} \quad 0 < \delta < 1$$

Z warunków brzegowych zadania:

$$w(\xi, 0) = 0 \quad w(\xi, 1) = 0 \quad w_{\eta\eta}(\xi, 0) = -\frac{b^2}{N} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} K_n \sin v\xi \quad w_{\eta\eta}(\xi, 1) = 0$$



Rys. 2

znajdziemy stałe całkowania, a dalej wielkości:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=0} &= \frac{4pb^3}{N} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} \Theta_n \sin v\xi + \frac{b}{N} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} K_n \Phi_n \sin v\xi \\ \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=b} &= -\frac{4pb^3}{N} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} \Theta_n \sin v\xi - \frac{b}{N} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} K_n \Psi_n \sin v\xi \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie

$$\Theta_n = \frac{\alpha}{v^5} \frac{1}{1-\delta} - \frac{\lambda\beta}{\lambda^2-\beta^2} \left(\lambda \tanh \frac{\beta}{2} - \beta \tanh \frac{\lambda}{2} \right) \quad \text{dla } 0 < \delta < 1$$

$$\Theta_n = \frac{\alpha}{v^5} \frac{1}{1-\delta} - \frac{\lambda\psi}{\lambda^2+\psi^2} \left(\psi \tanh \frac{\lambda}{2} - \lambda \tanh \frac{\psi}{2} \right) \quad \text{dla } \delta > 1 \quad \psi = i\beta$$

$$\Theta_n = \frac{\alpha}{2v^4} \left(\frac{v}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \tanh \frac{v}{\sqrt{2}} \right) \quad \text{dla } \delta = 1$$

a dalej:

$$\Phi_n = \frac{1}{\lambda^2-\beta^2} (\lambda \operatorname{ctanh} \lambda - \beta \operatorname{ctanh} \beta) \quad (5a)$$

$$\Psi_n = \frac{1}{\lambda^2-\beta^2} \left(\frac{\beta}{\sinh \beta} - \frac{\lambda}{\sinh \lambda} \right) \quad \text{dla } 0 < \delta < 1$$

$$\Phi_n = \frac{1}{\lambda^2+\psi^2} (\lambda \operatorname{ctanh} \lambda - \psi \operatorname{ctanh} \psi) \quad \Psi_n = \frac{1}{\lambda^2+\psi^2} \left(\frac{\psi}{\sinh \psi} - \frac{\lambda}{\sinh \lambda} \right) \quad (5b)$$

dla $\delta > 1$

$$\Phi_n = \frac{1}{2v} \left(\sqrt{2} \operatorname{ctanh} v \sqrt{2} - \frac{1}{v} \right) \quad \Psi_n = \frac{1}{2v} \left(\frac{1}{v} - \frac{\sqrt{2}}{\sinh v\sqrt{2}} \right) \quad \text{dla } \delta = 1 \quad (5c)$$

wreszcie dla $q = 0$

$$\Theta_n = \frac{\alpha}{2v^4} \frac{\sinh v - v}{1 + \cosh v} \quad \Phi_n = \frac{\cosh v \sinh v - v}{2v \sinh^2 v} \quad \Psi_n = \frac{v \cosh v - \sinh v}{2v \sinh^2 v} \quad (5d)$$

Rozważmy dwa sąsiednie przęsła płyty ciąglej: przęsło $(r-1)-r$ o długości boków a i b_r i obciążeniu p_r, q_r , oraz przęsło $r-(r+1)$ o długości boków a, b_{r+1} oraz obciążeniu q_{r+1}, p_{r+1} . Momenty zginające M_y wzdłuż prostych $r-1, r, r+1$ oznaczamy przez M^{r-1}, M^r, M^{r+1} .

Ciągłość płyty nad linią podporową $r-r$ wymaga spełnienia następującej zależności:

$$\left. \frac{\partial w^r}{\partial y} \right|_{y=b_r} + \left. \frac{\partial w^{r+1}}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (6)$$

Korzystając ze wzoru (5) doprowadzimy równanie (6) do postaci układu równań trójczłonowych:

$$K_n^{r-1} \Psi_n^r \mu_r + K_n^r (\Phi_n^r \mu_r + \Phi_n^{r+1} \mu_{r+1}) + K_n^{r+1} \Psi_n^{r+1} \mu_{r+1} +$$

$$+ 4(p_r b_r^2 \mu_r \Theta_n^r + p_{r+1} b_{r+1}^2 \mu_{r+1} \Theta_n^{r+1}) = 0 \quad (7)$$

$$(n=1, 3, 5 \dots \infty) \quad (r=1, 2 \dots z-1)$$

Wprowadziliśmy tu oznaczenie $\mu_r = \frac{b_r N_0}{b_0 N_r}$, w którym b_0 jest porównawczą długością pola, N_0 porównawczą sztywnością płyty na zginanie.

Dla kolejnych wartości n przy $(z+1)$ podporach poprzecznych otrzymamy $(z-1) \cdot n$ równań trójczłonowych, których rozwiązanie w sposób jednoznaczny określi wartości K_n , a tym

samym momenty zginające $M^r = \sum_{1,2,\dots}^{\infty} K_n^r \sin v \xi$,

Z równań (7) stwierdzimy, że w kierunku ξ wystąpić może jedynie symetryczna postać wygięcia płyty i to niezależnie od wartości q .

Wypadek zbliżenia się wyznacznika układu równań (7) do zera przy wzroście parametru $q(\delta)$, prowadzący do $w(\xi, \eta) \rightarrow \infty$ należy odrzucić jako sprzeczny z założeniami teorii płyt — równanie (1) jest słuszne jedynie dla bardzo małych ugięć. Obciążenie q nigdy zatem nie dojdzie do wartości obciążenia

krytycznego wyboczenia płyty q_k , — płyta ulegnie zniszczeniu wskutek wzrostu naprężeń zginających; dodać jednak należy, że parametry q tym bliższe będą wartości q_k im mniejsze będzie obciążenie p .

Zauważmy wreszcie, że przy braku obciążenia ($p = 0$) układ jednorodny równań (7) będzie niesprzecznym, gdy wyznacznik układu równań będzie równy zeru. Przyrównanie wyznacznika układu równań do zera stanowi kryterium wyboczenia płyty ciągłej.

Z licznych wypadków szczególnych, mieszczących się w równaniu (7) podajemy dwa szczególnie proste.

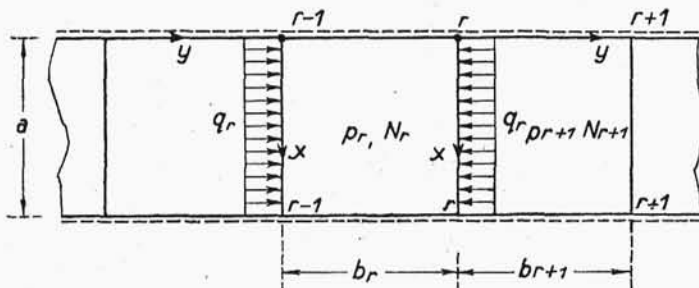
- a) Płyta jednoprzęsłowa, w krawędzi $y = 0$ utwierdzona zupełnie, w krawędzi $y = b$ swobodnie podparta.

$$K_n = -4pb^2 \frac{\Theta_n}{\Phi_n} \quad n=1, 3, 5 \dots \quad (8)$$

- b) Płyta jednoprzęsłowa w krawędziach $y = 0$, $y = b$ utwierdzona zupełnie

$$K_n = -4pb^2 \frac{\Theta_n}{\Phi_n + \Psi_n} \quad n=1, 3, 5 \dots \quad (9)$$

B) Rozważmy płytę ciągłą (rys. 3) podlegającą działaniu sił q jednostajnie rozłożonych na krawędziach $y = 0$, $y = b$ przy jednoczesnym działaniu sił p , prostopadłych do płaszczyzny płyty.



Rys. 3

Podobnie jak w poprzednim zadaniu przyjmiemy momenty $M_y(x, 0)$ na liniach podporowych poprzecznych jako wielkości nadliczbowe zagadnienia.

Rozwiązanie dla płyty ciągłej poprzedzimy wyznaczeniem powierzchni ugięcia płyty przedstawionej na rys. 4.

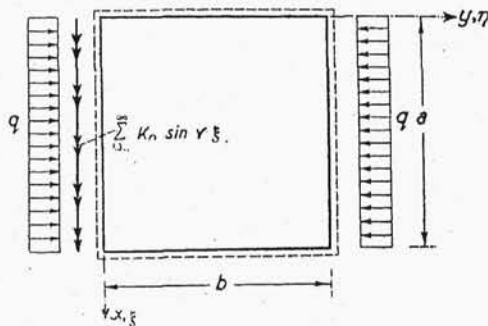
Jako całkę szczególną równania

$$\Delta \Delta w(\xi, \eta) + \pi^2 \varphi w_{\eta\eta}(\xi, \eta) = \frac{pb^4}{N}$$

(1') przyjmujemy:

(10)

$$w_0(\xi) = \frac{4pb^4}{N\pi^5\alpha^4} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \sin v\xi$$



Rys. 4

Rozwiązaniem ogólnym równania (1') będzie:

$$w(\xi, \eta) = \frac{4pb^4}{N\pi^5\alpha^4} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{1}{n^5} + Y_n(\eta) \right) \sin v\xi$$

przy czym $Y_n(\eta)$ spełnia równanie różniczkowe zwyczajne:

$$Y_n^{IV} - v^2(2 - \delta_0)Y_n'' + v^4Y_n = 0 \quad \delta_0 = \frac{qa^2}{N\pi^2n^2} \quad (11)$$

Dla $\delta_0 > 4$, przy orzeczeniu $m = \frac{v}{\sqrt{2}} \sqrt{(\delta_0 - 2) + \sqrt{\delta_0(\delta_0 - 4)}}$

znajdziemy:

$$Y_n = A_1 \cos m\eta + A_2 \sin m\eta + A_3 \cos \frac{v^2\eta}{m} + A_4 \sin \frac{v^2\eta}{m}$$

Z warunków brzegowych:

$$w(\xi, 0) = 0 \quad w(\xi, 1) = 0 \quad w_{\eta\eta}(\xi, 0) = -\frac{b^2}{N} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} K_n \sin v\xi \quad w_{\eta\eta}(\xi, 1) = 0$$

wyznamy stałe całkowania $A_1 \dots A_4$, a dalej:

$$\left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y=0} = -\frac{4pb^3}{N} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} \bar{\Theta}_n \sin v\xi + \frac{b}{N} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} K_n \bar{\Phi}_n \sin v\xi \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y=b} = -\frac{4pb^3}{N} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} \bar{\Theta}_n \sin v\xi - \frac{b}{N} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} K_n \bar{\Psi}_n \sin v\xi$$

gdzie

$$\begin{aligned} \bar{\Theta}_n &= \frac{\alpha m^2}{v^3(m^4 - v^4)} \left(\frac{v^2}{m} \tan \frac{m}{2} - m \tan \frac{v^2}{2m} \right) \\ \bar{\Phi}_n &= \frac{m^2}{m^4 - v^4} \left(\frac{v^2}{m} \operatorname{ctan} \frac{v^2}{m} - m \operatorname{ctan} m \right) \\ \bar{\Psi}_n &= \frac{m^3}{m^4 - v^4} \left(\frac{m}{\sin m} - \frac{v^2}{m \sin \frac{v^2}{m}} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

Dla $\delta_0 < 4$ i przy oznaczeniach

$$\varphi = \frac{v}{2} \sqrt{4 - \delta_0} \quad \psi = \frac{v}{2} \sqrt{\delta_0}$$

doprowadzimy całkę ogólną równania różniczkowego (1) do postaci:

$$\begin{aligned} w(\xi, \eta) = \frac{4pb^4}{N\pi^5\alpha^4} \sum_{1, 3, \dots}^{\infty} & \left(\frac{1}{n^5} + A_1 \cosh \varphi \eta \cos \psi \eta + A_2 \cosh \varphi \eta \sin \psi \eta + \right. \\ & \left. + A_3 \sinh \varphi \eta \cos \psi \eta + A_4 \sinh \varphi \eta \sin \psi \eta \right) \sin v\xi \end{aligned}$$

W tym wypadku wielkości $\bar{\Theta}_n, \bar{\Psi}_n, \bar{\Phi}_n$ równań (12) określone są wzorami:

$$\begin{aligned}\bar{\Theta}_n &= \frac{a}{v^5} \cdot \frac{\varphi^2 + \psi^2}{2\varphi\psi} \cdot \frac{\psi \sinh \varphi - \varphi \sin \psi}{\cosh \varphi + \cos \psi} \\ \bar{\Phi}_n &= \frac{1}{2\varphi\psi} \cdot \frac{\psi \sinh \varphi \cos \varphi - \varphi \cos \psi \sin \psi}{\sinh^2 \varphi + \sin^2 \psi} \\ \bar{\Psi}_n &= \frac{1}{2\varphi\psi} \cdot \frac{\varphi \cosh \varphi \sin \psi - \psi \sinh \varphi \cos \psi}{\sinh^2 \varphi + \sin^2 \psi}\end{aligned}\quad (15a)$$

Wstawiając do równań (15, 15a) $q = 0$, otrzymamy wielkości: $\bar{\Theta}_n$, $\bar{\Psi}_n$, $\bar{\Phi}_n$ z równań (5a).

W wypadku jednoczesnego zginania i rozciągania płyty należy w miejsce δ_0 wstawić $-\delta_0$, tzn. w równaniach (15a), w miejsce φ wielkość $\frac{\nu}{2}\sqrt{4+\delta_0}$ a w miejsce ψ wielkość $i\psi i = \sqrt{-1}$

Z warunku ciągłości płyty (rys. 3) na podporze $r = r$, tzn. z warunku

$$-\frac{\partial w_r}{\partial y} \Big|_{y=b_r} + \frac{\partial w^{r+1}}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0$$

dojdziemy i tu do analogicznego układu równań:

$$\begin{aligned}K_n^{r-1} \bar{\Psi}_n^r \mu_r + K_n^r (\bar{\Phi}_n^r \mu_r + \bar{\Phi}_n^{r+1} \mu_{r+1}) + K_n^{r+1} \bar{\Psi}_n^{r+1} \mu_{r+1} + \\ + 4(p_r b_r^2 \mu_r \bar{\Theta}_n^r + p_{r+1} b_{r+1}^2 \mu_{r+1} \bar{\Theta}_n^{r+1}) = 0 \\ (n=1, 3 \dots \infty) \quad (r=1, 2 \dots z-1)\end{aligned}\quad (14)$$

Do równań (14) odnieść możemy wszelkie uwagi, uczynione odnośnie równań (7).

Z licznych wypadków szczególnych, zawartych w równaniu (14) podajemy dwa.

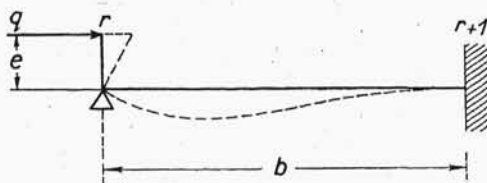
a) Płyta jednoprzęsłowa, w krawędziach $y = 0$; $y = b$ utwierdzona zupełnie:

$$\text{wtedy } K_n = -4pb^2 \frac{\bar{\Theta}_n}{\bar{\Psi}_n + \bar{\Phi}_n} \quad (n=1, 3, 5 \dots \infty) \quad (15)$$

b) Płyta jednoprzęsłowa, w krawędzi $y = b$ utwierdzona zupełnie, w krawędzi $y = 0$ swobodnie podparta. Obciąż-

żenie q jednostajnie rozłożone działa na ramieniu e .
Z równania (14):

$$K_n^r \bar{\Psi}_n + K_n^{r+1} \bar{\Phi}_n = 0$$



Rys. 5

Ale

$$qe = \sum_{1,3,\dots}^{\infty} K_n^r \sin v \xi$$

$$K_n = \frac{4qe}{\pi n} \quad n=1, 3, 5, \dots$$

Zatem

$$K_n^{r+1} = -\frac{4qe}{\pi n} \frac{\bar{\Psi}_n}{\bar{\Phi}_n} \quad (n=1, 3, \dots, \infty)$$

Największy moment zginający otrzymujemy dla $\xi = 1/2$ $\eta = 1$

$$M_y = -\frac{4qe}{\pi} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} \frac{\bar{\Psi}_n (-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n \bar{\Phi}_n}$$

Największe naprężenie normalne wyniesie:

$$\sigma_{max} = 2 \left(\frac{e}{a} \right) \left(\frac{h}{a} \right) \frac{E \pi \delta_0}{1 - \mu^2} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} \frac{\bar{\Psi}_n}{n \bar{\Phi}_n} (-1)^{\frac{n-1}{2}}$$

Dla płyty stalowej:

$$E = 2,1 \cdot 10^3 \text{ kg/cm}^2 \quad \mu = 0,3 \quad h/a = 1/100 \quad e/h = 1/24$$

wyliczono:

$$\delta_0 = 4,0 \quad 4,2 \quad 4,4 \quad 4,6 \quad 4,8 \quad 4,85$$

$$\sigma_{max} = 190 \quad 420 \quad 680 \quad 1140 \quad 2600 \quad \infty \text{ kg/cm}^2$$

Dla $4,7 < \delta_0 < 4,85$ σ_{max} znajdziemy się w obszarze plastycznym — stan ten utożsamić można praktycznie ze zniszczeniem płyty. Ponieważ σ_{max} jest proporcjonalne do e , zwiększenie mimośrodowość powoduje wcześniejsze przekroczenie granicy plastyczności.

C) Płyta prostokątna swobodnie podparta wzdłuż wszystkich krawędzi. Siła skupiona P działa w osi symetrii płyty. Z licznych możliwych wypadków obciążeń prostopadłe do płyty działających, wybierzemy jeden szczególnie prosty, mianowicie wypadek działania siły skupionej Q w punkcie $(a/2, 0)$.

Równanie różniczkowe powierzchni odkształcenia płyty I, II w postaci bezwymiarowej

$$\Delta \Delta w(\zeta, \eta) = 0 \quad (16)$$

$$\eta = y/b \quad \zeta = x/b$$

przekształcimy na równanie różniczkowe

$$Y_n^{IV} - 2\nu^2 Y_n'' + \nu^4 Y_n = 0$$

przy pomocy pojedynczego szeregu nieskończonego:

$$w = \sum_{1, 2, \dots}^{\infty} Y_n \sin \nu \xi$$

$$Y_n = U_1 \cosh \nu \eta + U_2 \sinh \nu \eta + U_3 \nu \eta \cosh \nu \eta + U_4 \nu \eta \sinh \nu \eta \quad (17)$$

Wygięcie paska płyty o szerokości t przedstawimy szeregiem nieskończonym:

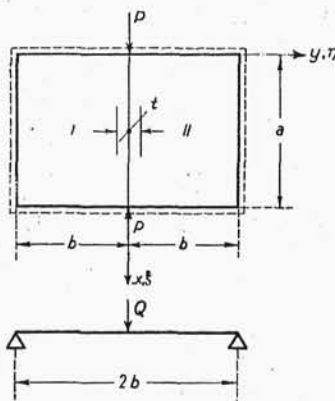
$$w_0 = \sum_{1, 2, \dots}^{\infty} a_n \sin \nu \xi$$

Z warunku ciągłości płyty I i II w przekroju $\eta=0$ uzyskamy dwa warunki brzegowe:

$$Y_n(0)=a_n \quad Y'_n(0)=0$$

Na krawędzi $\eta = 1$ znika ugięcie i moment zginający M_η , zatem: $Y_n(1)=0 \quad Y''_n(1)=0$.

Po określeniu stałych $U_1 \dots U_4$ znajdziemy siłę tnącą P w przekroju $\eta=0$;



Rys. 6

$$T = -N \frac{\partial \Delta w}{\partial y} = -\frac{N}{b^3} \sum_{1,2,\dots}^{\infty} Y_n'''(0) \sin v\xi$$

$$T = -\frac{2N}{b^3} \sum_{1,2}^{\infty} a_n \frac{v^3 \cosh^2 v}{\cosh v \sinh v - v} \sin v\xi$$

Zrównoważenie paska o szerokości t i długości a prowadzi do równania:

$$EJ \frac{d^4 w_0}{dx^4} + P \frac{d^2 w_0}{dx^2} = -\frac{4N}{b^3} \sum_{1,2,\dots}^{\infty} a_n \frac{v^3 \cosh^2 v}{\cosh v \sinh v - v} \sin v\xi + Q(\xi) \quad (19)$$

$$J = \frac{th^3}{12}$$

Ale

$$Q(\xi) = \frac{2Q}{a} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \sin v\xi$$

Z równania (19) przy $t \rightarrow 0$, otrzymamy

$$a_n = \frac{2Qb^2}{v^2 a} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{P_k \left(1 - \frac{P}{P_k}\right)} \quad (n=1,3,5,\dots) \quad (20)$$

gdzie

$$P_k = \frac{4N}{b} \frac{v \cosh^2 v}{\cosh v \sinh v - v}$$

Ugięcie w środku płyty

$$w\left(\frac{a}{2}, 0\right) = \frac{2Qb^2}{a} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{v^2 \left(1 - \frac{P}{P_k}\right) P_k}$$

Dla $b \rightarrow \infty$ otrzymamy:

$$w\left(\frac{a}{2}, 0\right) = \frac{Qa^2}{2N\pi^2} \sum_{1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3 \left(1 - \frac{Pa}{4N\pi}\right)} = 0,01695 \frac{Qa^2}{N \left(1 - \frac{Pa}{4N\pi}\right)}$$

Ze wzoru (21) spostrzegamy, że w wypadku jednoczesnego ściskania i zginania płyty wystąpić może jedynie symetryczna postać wygięcia płyty, podczas gdy przy wyboczeniu płyty możliwe są i antymetryczne postacie wygięcia:

Siła krytyczna:

$$P_k = \frac{4N}{b} \frac{v \cosh^2 v}{\cosh v \sinh v - v} \quad n=1, 2, 3, \dots$$

Widzimy, że jedynie dla bardzo małych obciążeń Q siła P zbliżyć się może do wartości P_k , dla znacznych obciążeń Q zniszczenie płyty nastąpi przy nieznacznej wartości P .

Podane powyżej przykłady prowadzą do wniosku, że zagadnienia jednoczesnego ściskania i zginania płyty nie są zagadnieniami stateczności — równowaga pozostaje stałą aż do zniszczenia płyty. Każdej wartości q/p lub P/Q odpowiada jednoznacznie określona postać równowagi płyty.

Summary

In this paper the author considers a rectangular isotropic plate loaded uniformly with the load p by a simultaneous action of a load q distributed uniformly along the plate edges and directed in the plane of the plate.

There are given the exact solutions of the differential equation of the problem for the following types of rectangular plate:

- 1) a continuous plate compressed longitudinally,
- 2) a continuous plate compressed transversally,
- 3) a rectangular plate simply supported compressed by a concentrated force P .

(Praca wpłynęła do redakcji dnia 20. XII. 1948 r.).