

## W S T Ę P.

### §. 1. Uwagi ogólne.

Ażeby maszynę technicznie prawidłowo zbudować, potrzeba dokładnie znać warunki wykonania i wzajemnego połączenia poszczególnych części maszyny. W tym celu należy poznać zasady i prawa nadawania kształtu, umieć obliczać główne wymiary części maszyny i znać sposoby wykonania i zestawienia tych części w jedną całość.

Przy każdej części maszyny musimy mieć na uwadze: 1. materyał, najbardziej odpowiadający warunkom, w których ta część ma być używaną, 2. formę czyli kształt, właściwy materyałowi i przeznaczeniu tej części t. j. ruchom, które ona ma przenosić lub oporowi, który sama stawia; wreszcie: 3. wytrzymałość części, odpowiednią sile, którą ona przenosi.

Jakiego materyału używać należy do poszczególnych części, o tem mówić będziemy przy każdej części z osobna. Tu wystarczy zaznaczenie najważniejszych materyałów, stosowanych przy budowie maszyn, a mianowicie: żelaza w jego rozmaitych związkach z węglem, jako żelazo lane, kute i stał; miedzi z jej stopami (aljażami) jako mosiądz, bronz, aljaż biały; dalej kamienia, drzewa i mniej używanych skóry, kauczuku, przędzy i t. p.

Przy nadawaniu kształtu częściom maszyn musimy się kierować nabytem doświadczeniem. Za wzór służyć powinny dobrze wykonane maszyny, a wprawy w nadawaniu prawidłowych i praktycznych kształtów nabywa się najlepiej przez liczne ćwiczenia w rysowaniu maszyn.

Co do obliczenia wymiarów części maszyn, powołamy się na naukę o wytrzymałości, której wyniki w streszczeniu podamy. Okoliczności, wśród których siły działają na części maszyn, są zazwyczaj zawikłane; ujęcie ich w ścisłą teorią matematyczną przedstawia w skutek tego znaczne trudności, z czego wynika, że wymiary wielu części maszyn dają się obliczyć tylko w przybliżeniu, a stąd i formuły, które podamy, będą często przybliżone, a nawet czysto empiryczne.

Główną więc i właściwą podstawą konstrukcyi maszyn jest doświadczenie, praktyką dłuższą nabyte, które wskazuje, jak wzory teoretyczne należy stosować, aby konstrukcyja odpowiadała warunkom maszyny trwałej i dobrze działającej.

## §. 2. Praca mechaniczna.

Pracę mechaniczną mierzymy, jak wiadomo, iloczynem siły i drogi przebytej w kierunku siły. Jeżeli więc siła  $P$  porusza pewne ciało w swoim kierunku przez drogę  $s$ , to pracę wykonaną przedstawia iloczyn  $Ps$ .

Obliczając pracę, w jednostce czasu (w sekundzie) skuteczną, i mierząc natężenie siły w kilogramach, drogę  $v$  w metrach, otrzymamy pracę mechaniczną siły w sekundzie, wyrażoną w metrokilogramach, którą zwiemy skutkiem mechanicznym (czyli efektem) siły. Do mierzenia większych skutków używamy 75 metrokilogramów jako jednostki skutków, którą zwiemy siłą konia, i oznaczamy literą  $N$ .

Z tego określenia wynika, że skutek mechaniczny siły  $P$ , poruszającej ciało z prędkością  $v$ , wyraża się wzorem następującym:

$$Pv = 75 \cdot N.$$

Przy ruchu obrotowym możemy prędkość wyrazić przez obwód koła i ilość obrotów  $n$  w minucie, a wtedy będzie:

$$v = 2 R \pi \frac{n}{60} = \frac{R \pi n}{30};$$

wstawiając tę wartość  $v$  w poprzednie równanie, otrzymamy:

$$Pv = P \frac{R\pi n}{30} = 75 \text{ N} \text{ czyli}$$

$$PR = \frac{30 \times 75}{\pi} \frac{N}{n} = 716,1973 \frac{N}{n}$$

Ponieważ przy ruchu obrotowym siła ma kierunek stycznej do koła, przeto  $PR$  wyraża moment siły względem osi obrotu, a wzór ostatni daje moment siły, wyrażony przez skutek w siłach konia tudzież przez ilość obrotów, przyczem siła  $P$  jest wyrażona w kilogramach a promień  $R$  w metrach.

Zaokrąglając stały współczynnik ostatniego wzoru, otrzymamy:

$$PR = 716,2 \frac{N}{n}.$$

Później wyrażać będziemy zawsze  $R$  w milimetrach, a wtedy musimy prawą stronę równania pomnożyć przez 1000 i otrzymamy:

$$PR = 716200 \frac{N}{n}. \quad \text{I.}$$

Jeżeli  $P$  jest ciężarem ciała, a ciało spada z wysokości  $h$ , to praca siły ciężkości będzie  $Ph$ . Ponieważ zaś prędkość końcowa  $v$  wyraża się wzorem  $v = \sqrt{2gh}$ , przyczem  $g = 9,81 \text{ m. na sekundę}$  (jako przyspieszenie wolnego spadku), a stąd  $h = \frac{v^2}{2g}$ , przeto praca mechaniczna wynosi:

$$Ph = P \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2} P \frac{v^2}{g} = \frac{1}{2} Mv^2,$$

gdzie  $M = \frac{P}{g}$  przedstawia masę ciała.

Jeżeli siła za pośrednictwem maszyny wykonywa pracę, to pewna część téj siły zużywa się na pokonanie oporu tarcia, uderzeń, sprężystości materiału i t. d., a pozostała część siły wykonywa zamierzoną pracę korzystną. Pierwszą część pracy zowiemy dlatego pracą straconą, a drugą część pracą użyteczną.

Ponieważ praca użyteczna przedstawia właściwą korzyść, jaką otrzymujemy ze siły poruszającej, przeto przy konstrukcyi każdej maszyny zważać należy głównie na to, ażeby praca użyteczna była jak największa, a zatem starać się o zmniejszenie wszelkich przeszkód ruchu. Środkiem do osiągnięcia tego celu jest możebna prostota mechanizmu i unikanie różnego rodzaju uderzeń, jakoteż wszelkich nagłych zmian ruchu.

### §. 3. Wytrzymałość materiałów.

Siły zewnętrzne, działające na ciało, sprawiają zmianę kształtu i wymiarów ciała czyli *odkształcenie*, które po ustaniu działania sił zewnętrznych znika całkowicie lub częściowo. Tę własność ciała, że drobiny jego wracają do pierwotnego położenia po ustaniu działania sił zewnętrznych, nazywamy *sprężystością*. (n. Elasticität).

Jeżeli po ustaniu działania sił zewnętrznych ciało przybiera dokładnie kształt pierwotny, to nazywamy je *doskonale sprężystym*, jeżeli zaś odkształcenie nie znika zupełnie, nazywamy je *niedoskonale sprężystym*. Dla małych obciążeń aż do pewnej granicy można ciała materialne uważać za doskonale sprężyste, dla większych obciążeń stają się te ciała niedoskonale sprężystymi. Tę granicę nazywamy *granicą sprężystości*. (n. Elasticitätsgrenze).

Jeżeli siły zewnętrzne po przekroczeniu granicy sprężystości ciągle wzrastają, to nareszcie przewyżczą spójność cząstek ciała i nastąpią tak wielkie zmiany w położeniach drobin, że siły międzycząsteczkowe przestają działać i na-

stępuje pęknięcie ciała. Opór, jaki ciało stawia pęknięciu, nazywamy wytrzymałością ciała (n. Festigkeit).

Ponieważ siły zewnętrzne działają w rozmaity sposób na ciało, przeto też wytrzymałość rozmaicie się objawia. Według sposobu działania sił zewnętrznych rozróżniamy następujące rodzaje wytrzymałości.

1. Wytrzymałość na rozciąganie (n. Zugfestigkeit), jeżeli wypadkowa sił zewnętrznych działa w kierunku osi ciała odkształconego, czyli belki, usiłując drobiny jedne od drugich w tym kierunku oddalić.

2. Wytrzymałość na ściskanie czyli zmiażdżenie (n. Druckfestigkeit), jeżeli wypadkowa sił zewnętrznych działa w kierunku osi belki, starając się drobiny zbliżyć jedne do drugich w tym kierunku.

Oba te rodzaje wytrzymałości zowią się wytrzymałością bezwzględną (n. Absolute Festigkeit).

3. Wytrzymałość na cięcie (n. Schubfestigkeit), jeżeli siły zewnętrzne, działające w płaszczyźnie, prostopadłej do osi, usiłują przesunąć drobiny w tej płaszczyźnie.

4. Wytrzymałość na zginanie (n. Biegungsfestigkeit), jeżeli na belkę działają siły prostopadłe do osi, usiłujące ją wygiąć, i leżące w jednej płaszczyźnie, położonej przez oś.

5. Wytrzymałość na wyboczenie (n. Zerknungsfestigkeit), jeżeli belka o stosunkowo dłuższej osi zostaje wygiętą przez zgniecenie.

6. Wytrzymałość na skręcenie (n. Drehungs-Torsionsfestigkeit), jeżeli siły zewnętrzne sprowadzają się do pary sił, działającej w przekroju, prostopadłym do osi.

Części maszyny nie powinny nigdy być tak obciążone, aby osiągały granicy sprężystości, a tém mniej granicy wytrzymałości. Dlatego przy obliczeniach wytrzymałości nie bierzemy całego współczynnika wytrzymałości, lecz tylko część

jego; a liczbę  $n$ , która oznacza, jaką część w rachunku przyjęliśmy, zowiemy współczynnikiem bezpieczeństwa.

Części podrzędne lub łatwo dające się wymieniać, obliczamy z mniejszem bezpieczeństwem, aniżeli części główne lub pod względem wyrobu kosztowne. Tak  $n$ . p. obliczamy liny z bezpieczeństwem potrójnem, łańcuchy z po-4, wały z 15—20-krotném, koła lane z 20—30-krotném bezpieczeństwem i t. p.

#### §. 4. Wytrzymałość na rozciąganie.

Doświadczenie okazało, że dla prętów stosunek obciążenia na granicy sprężystości do powierzchni przekroju jest dla każdego materiału stałym; to znaczy: że, gdy przekrój  $A$  wymaga  $P$  kilogr. obciążenia do rozerwania, a przekrój  $A_1$  zostanie zerwany przy obciążeniu  $P_1$ , to

$$P : P_1 = A : A_1.$$

Przyjmijmy, że przekrój  $A_1$  równy jednostce kwadratowej zostaje zerwanym przy obciążeniu  $\mu$  kilogr., natenczas będzie także:

$$P : \mu = A : 1, \text{ czyli}$$

$$P = \mu A \quad \text{a stąd} \quad \mu = \frac{P}{A}.$$

Ilość  $\mu$  kilogramów, potrzebnych do rozerwania pręta o jednostce kwadratowej przekroju, nazywa się, jak wiadomo, współczynnikiem wytrzymałości na rozciąganie.

Ponieważ w rzeczywistości nie powinniśmy pręta obciążać aż do rozerwania, bierzemy, jak powyżej powiedziano, tylko pewną część współczynnika  $\frac{1}{n} \mu$  jako dozwolone obciążenie na jednostkę przekroju, a tę część  $\frac{\mu}{n} = t_1$  nazwiemy natężeniem materiału.



### §. 5. Wytrzymałość na ściskanie.

Według doświadczenia zachodzą przy ściskaniu belek te same prawa, któreśmy podali przy wytrzymałości na rozciąganie. Różnica polega tylko na tém, że  $P$  oznacza teraz siłę ściskającą, a zamiast przedłużenia powstaje teraz skrócenie  $\Delta l$ .

Wzory do obliczenia wymiarów belki będą zatem podobne do poprzednich:

$$P = \mu_1 A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad VI.$$

$$A = \frac{P}{\mu_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad VII.$$

Skrócenie, którego belka doznaje przez ściskanie jest:

$$\Delta l = \frac{Pl}{A\varepsilon} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{VIII.}$$

wreszcie siła potrzebna do pewnego skrócenia  $\Delta l$  będzie:

$$P = \frac{\Delta l}{l} A\varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad IX.$$

Spółczynnik sprężystości  $\varepsilon$  ma tę samą wartość, co w poprzednim § i zarazem podobne znaczenie, z tą różnicą w definicyi, że zamiast wydłużenia, należy podstawić skrócenie belki.

### §. 6. Wytrzymałość na ścinanie.

Opór ciała przeciw cięciu zwiemy wytrzymałością na ścinanie. Doświadczenia okazały, że i tutaj stosunek siły na granicy sprężystości do przekroju jest stały. Oznaczmy przez  $P$  siłę ścinającą, przez  $A$  przekrój, przez  $\mu_s$  współczynnik wytrzymałości na cięcie dla przekroju jednostki ( $1 \text{ mm}^2$ ), przez  $n$  bezpieczeństwo, przez  $\frac{\mu_s}{n} = \alpha$  natężenie





P wypadkową sił zewnętrznych  $P_1, P_2, P_3, \dots$  działających na belkę, przez  $l$  długość belki, przez  $M$  moment zgięcia czyli sumę momentów sił zewnętrznych względem pewnego przekroju, ( $Px$ ), przez  $I$  moment bezwładności pewnego przekroju względem osi obojętnej t. j. sumę iloczynów cząstek pola przekroju i kwadratów ich odległości od osi obojętnej,  $I = \sum (Ay^2)$ , przez  $E$  współczynnik sprężystości materiału belki, przez  $e$  odległość włókna najsilniej natężonego od osi obojętnej, wreszcie przez  $k$  największe dozwolone natężenie włókna w odległości  $e$  od osi obojętnej.

Chcąc wyznaczyć natężenia poszczególnych włókien wskutek zgięcia, musimy uczynić następujące przypuszczenia:

1) że zgięcie jest tak małe, iż natężenia pozostają w granicach sprężystości;

2) że przekroje  $AB$  i  $CD$  pozostają po zgięciu płaskimi i prostopadłymi do osi belki zgiętej;

3) że włókna, równoległe do pierwotnie prostej osi belki, pozostają nadal równoległymi do osi zgiętej.

Na podstawie tych przepuszczeń teoria wyprowadza następujące prawo:

Moment zgięcia każdego przekroju jest równy iloczynowi dozwolonego natężenia i momentu bezwładności przekroju względem osi obojętnej, podzielonemu przez odległość warstwy skrajnej od osi obojętnej. To prawo wyrażamy następującym wzorem:

$$M = k \frac{I}{e} \quad \dots \quad \text{XI.}$$

Ponieważ moment wyraża się także iloczynem siły wypadkowej i ramienia czyli odległości tej siły od przekroju,  $M = Px$ , przeto będzie także:

$$P = \frac{k}{x} \cdot \frac{I}{e} \quad \dots \quad \text{XII.}$$

Przekrój, dla którego moment zgięcia posiada wartość największą, zowiemy przekrojem niebezpiecznym.

Znając moment zgięcia i natężenie dozwolone  $k$ , możemy obliczyć wymiary przekroju z ilorazu  $\frac{I}{e}$ . Ten iloraz zawiera zwykle więcej niewiadomych, które pozwalają przyjąć jeden lub kilka wymiarów; albo możemy wyrazić wszystkie wymiary przez ich stosunki do jednego wymiaru, przez co ilość niewiadomych zredukuje się do jednej niewiadomej.

Włókna, najdalej od osi obojętnej położone, są najsilniej natężone. Oznaczmy te największe natężenia dla  $1 \text{ mm}^2$  odpowiednio przez  $k_1$  i  $k_2$ , a odległość tych włókien od osi obojętnej przez  $e_1$  i  $e_2$ , natenczas musi być według prawa wytrzymałości (XII) także

$$k_1 : k_2 = e_1 : e_2.$$

Gdy przypuścimy, że prawo to utrzymuje się jeszcze i przy rozerwaniu belki, to zachodzi pytanie, co piórwéj nastąpi, czy rozerwanie górnych, czy zgniecenie dolnych włókien. Porównajmy w tym celu stosunek współczynników wytrzymałości  $\mu_1$  i  $\mu_2$  z ostatnim stosunkiem, to znajdziemy, że wpiérw musi nastąpić: rozerwanie włókien, gdy

$$\frac{k_1}{k_2} > \frac{\mu_1}{\mu_2};$$

przeciwnie, wpiérw nastąpi zgniecenie, gdy stosunek

$$\frac{k_1}{k_2} < \frac{\mu_1}{\mu_2};$$

wreszcie nastąpi jednocześnie jedno i drugie, gdy

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

Zamiast stosunku  $k_1 : k_2$  wstawmy równoważny stosunek  $e_1 : e_2$ , to otrzymamy następujące prawo:



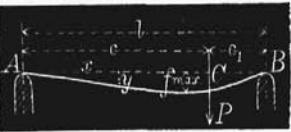

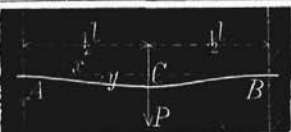

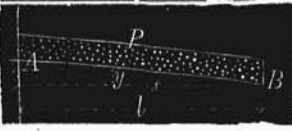
- 1) rozerwanie nastąpi wpierw, gdy  $\frac{e_1}{e_2} > \frac{\mu_1}{\mu_2}$
- 2) zgniecenie " "  $\frac{e_1}{e_2} < \frac{\mu_1}{\mu_2}$
- 3) jednocześnie nastąpi złamanie w obu miejscach, gdy  $\frac{e_1}{e_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$

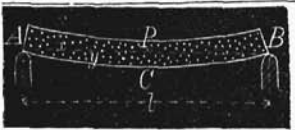
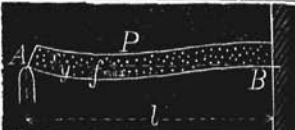
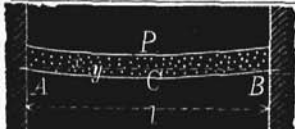
Tak n. p. dla żelaza lanego, gdzie stosunek  $\mu_1 : \mu_2$  jest prawie 1 : 6, najkorzystniej będzie przyjąć kształt przekroju tówki. Jeżeli uwzględnimy następnie, że dla żelaza lanego  $\mu_2$  jest 6 razy większe od  $\mu_1$ , to okazuje się, że odległość  $e$ , powinna być także 6 razy większą od  $e_2$ ; więc powinniśmy używać belki o takim przekroju, aby włókna, wystawione na rozerwanie, były położone 6 razy bliżej osi obrotowej, aniżeli włókna, wystawione na zgniecenie. Zależnie więc od kierunku sił wyginających obierzemy tówkę T lub J.

Ponieważ wzory XI i XII okazują, że wytrzymałość rośnie proporcjonalnie do szerokości i do kwadratu wysokości, powinno się używać zawsze wysokich przekrojów; a tylko w tych wypadkach, gdzie inne względy tego wymagają, można używać przekroju kwadratowego lub okrągłego. W przeciwnym razie, gdzie sprężystość jest wymaganą (np. dla resorów, sprężyn) będzie wskazany przekrój podłużny tj. taki, który przy małej wysokości posiada znaczną szerokość.

### §. 8. Główne wypadki wygięć.

Następujące zestawienie daje główne wypadki wygięć dla siły zginającej P. Druga kolumna podaje obliczone momenta M dla siły P na dowolnym ramieniu x działającej, przyczem x jest odległością siły od poszukiwanego przekroju. Trzecia kolumna wyraża wytrzymałość belki, jeżeli za  $\mu$  wstawimy współczynnik wytrzymałości, odpowiedni materiałowi belki. W przypadkach od 7 do 10 przypuszczamy, że obciążenie jest rozłożone jednostajnie na całą długość belki.

| Sposób wygięcia.  | Moment siły M.  | Wytrzymałość P.                                    |
|---|---|--|
|    | $M = Px$  | $P = \frac{\mu}{l} \cdot \frac{I}{e}$              |
|    | $M = P \frac{x}{2}$   | $P = 4 \frac{\mu}{l} \cdot \frac{I}{e}$            |
|    | dla AC.. $M = P \frac{c_1}{l} x$<br>dla BC.. $M = P \frac{c}{l} x$  | $P = \frac{l}{cc_1} \mu \frac{I}{e}$               |
|    | dla AC.. $M = \frac{5}{16} Px$<br>dla BC... $M = \frac{11}{32} Pl \left( \frac{5}{11} - \frac{2x_1}{l} \right)$ | $P = \frac{16}{3} \frac{\mu}{l} \cdot \frac{I}{e}$ |
|    | $M = P \frac{l}{2} \left\{ \frac{x}{l} - \frac{1}{4} \right\}$  | $P = 8 \frac{\mu}{l} \cdot \frac{I}{e}$            |
|   | dla AB... $M = Pc$  | $P = \frac{\mu}{c} \cdot \frac{I}{e}$              |
|  | $M = P \frac{x^2}{2l}$  | $P = 2 \frac{\mu}{l} \cdot \frac{I}{e}$            |

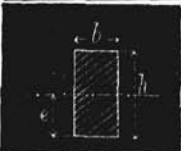
| Sposób wygięcia.  | Moment siły M.  | Wytrzyma-<br>małość P.                   |
|---|---|--|
|  | $M = P \frac{x}{2} \left\{ 1 - \frac{x}{l} \right\}$                            | $P = 8 \frac{\mu}{l} \cdot \frac{I}{e}$  |
|  | $M = \frac{Px}{2} \left\{ \frac{3}{4} - \frac{x}{l} \right\}$                   | $P = 8 \frac{\mu}{l} \cdot \frac{I}{e}$  |
|  | $M = \frac{Pl}{2} \left\{ \frac{1}{6} - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right\}$ | $P = 12 \frac{\mu}{l} \cdot \frac{I}{e}$ |

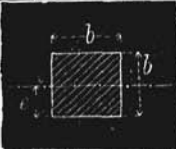
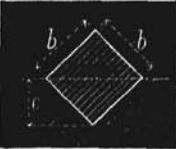
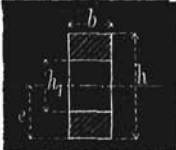



### §. 9. Moment bezwładności.

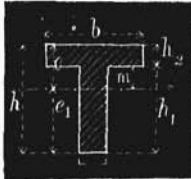


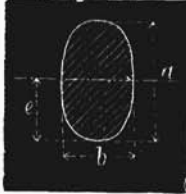

Do obliczenia wymiarów belki, wystawionej na zgięcie, musimy przede wszystkim znać kształt przekroju tej belki i jego moment bezwładności względem osi obojętnej.

Następująca tablica podaje te wartości dla zwykłych wypadków, gdzie oznacza:

I moment bezwładności przekroju względem osi przekroju. e, e<sub>t</sub> odległość włókna najsilniej nateżonego od osi obojętnej, to iloraz  $\frac{I}{e}$  nazywamy modulem przekroju; następnie oznacza: q powierzchnię przekroju belki.

| Przekrój  | I                 | $\frac{I}{e}$    | q  |
|---|-------------------|------------------|----|
|  | $\frac{bh^3}{12}$ | $\frac{bh^2}{6}$ | bh |

| Przekrój.   | I                                      | $\frac{I}{e}$                          | q                   |
|---|--|--|---------------------|
|    | $\frac{b^4}{12}$                       | $\frac{b^3}{6}$                        | $b^2$               |
|    | $\frac{b^4}{12}$                       | $b^3 \frac{\sqrt{2}}{12} = 0.118 b^3$  | $b^2$               |
|    | $\frac{b}{12} (h^3 - h_1^3)$           | $\frac{b}{6h} (h^3 - h_1^3)$           | $b (h - h_1)$       |
|    | $\frac{1}{12} (bh^3 + b^3h - b^3)$     | $\frac{hb^3 + b(h^3 - b^3)}{6h}$       | $bh + (h - b)b$     |
|   | $\frac{1}{12} (bh^3 + b_1 h_1^3)$      | $\frac{1}{bh} (bh^3 + b_1 h_1^3)$      | $bh + b_1 h_1$      |
|  | $\frac{1}{12} [bh^3 - (b - b_1)h_1^3]$ | $\frac{1}{6h} [bh^3 - h_1^3(b - b_1)]$ | $bh - (b - b_1)h_1$ |

| Przekrój  | I  | $\frac{I}{e}$   | q                               |
|---|--|---|---------------------------------|
|    | $\frac{1}{3} \left( b(e_1^3 - m^3) + b_1(m^3 + e_2^3) \right)$ $e_1 = \frac{bh_2 + b_1(h + h_2)h_1}{2bh - 2h_1(b - b_1)}$  |   | $b_1h_1 - bh_2$                 |
|    | $\frac{d^4 \pi}{64} = 0,0491 d^4$  | $\frac{\pi}{32} d^3$                                  | $\frac{\pi d^2}{4}$             |
|    | $\frac{\pi}{64} (d^4 - d_1^4) = 0,491 (d^4 - d_1^4)$   | $\frac{\pi}{32} \left( \frac{d^3 - d_1^3}{d} \right)$ | $\frac{\pi}{4} (d^2 - d_1^2)$   |
|   | $\frac{\pi}{64} a^3 b$   | $\frac{\pi}{32} a^2 b$                                | $\frac{\pi}{4} ab$              |
|  | $J = \frac{\pi}{64} d^4 + \frac{b}{12} (h^3 - d^3) + \frac{b^3}{12} (h - d)$ $\frac{J}{e} = 0,098 \frac{d^4}{h} + \frac{b}{6h} (h^3 + d^3) + \frac{b^3}{6h} (h - d)$ |   | $\frac{\pi d^2}{4} + 2b(h - d)$ |





## §. 10.

**Wytrzymałość na wyboczenie.**

Gdy obciążenie działa w kierunku osi słupa t. j. w kierunku długości belki, to w rachunek wchodzi wytrzymałość na wyboczenie.

Jeżeli oznacza:

P obciążenie, l wysokość słupa, E spójczynnik sprężystości materiału słupa, J. najmniejszy moment bezwładności przekroju (według §. 9) względem osi, przechodzącej przez jego środek ciężkości, d średnicę słupa dla przekroju okrągłego, a bok mniejszy w prostokątnym przekroju słupa; w takim razie następująca tablica podaje według Reuleaux główne wypadki:

| Sposób złamania   | Wytrzymałość                         | Przekrój słupa pod względem wytrzymałości na wyboczenie oblicza się w tedy, gdy: |   |                                 |
|---|--------------------------------------|--|---|---------------------------------|
|   |                                      | w przekroju okrągłym $\frac{l}{d}$ jest mniejsze od                              | w przekroju prostokątnym $\frac{l}{a}$ jest mniejsze od | Materiał                        |
|   | $P = \frac{\pi^2}{4} \frac{JE}{l^2}$ | 5<br>12<br>6   | 5, 8<br>14<br>8   | żelazo lane<br>" kute<br>drzewo |
|  | $P = \pi^2 \frac{JE}{l^2}$           | 10<br>24<br>11, 5  | 11, 5<br>28<br>13, 5                                    | żelazo lane<br>" kute<br>drzewo |



\*) Obieramy: dla żelaza lanego spójczynnik bezpieczeństwa 6 do 8; dla żelaza kute 4 do 5; dla stali 3 do 4; dla drzewa 12 do 15.

K. Stadtmüller Bud. maszyn. I.



MD. 127



| Sposób<br>złamania  | Wytrzymałość                 | Przekrój słupa pod względem wytrzymałości<br>na wyboeczenie oblicza się wtedy, gdy: |   |  | Materiał                        |
|---|------------------------------|---|---|--|---------------------------------|
|   |                              | w przekroju<br>okrągłym $\frac{1}{d}$ jest<br>mniejsze od                           | w przekroju pro-<br>stokątnym $\frac{1}{a}$<br>jest mniejsze od |  |                                 |
|  | $P = 2 \pi^2 \frac{JE}{l^2}$ | 14<br>33<br>16  | 16<br>38<br>19  |  | żelazo lane<br>„ kute<br>drzewo |
|  | $P = 4 \pi^2 \frac{JE}{l^2}$ | 20<br>48<br>23  | 23<br>56<br>27  |  | żelazo lane<br>„ kute<br>drzewo |

### §. 11. Wytrzymałość na skręcenie.

Jeżeli na wał działają pary sił, starając się go skrócić około jego osi, geometrycznej natenczas wał stawia opór, który zowiemy wytrzymałością na skręcenie. Częstki każdego przekroju, skręcając się, doznają natężeń, które pozostają w równowadze z momentem sił zewnętrznych gdy momenty natężeń i momenty sił zewnętrznych odniesiemy do osi, która jest prostopadłą do przekroju i przechodzi przez jego środek ciężkości.

Oznaczmy przez  $P$  siłę wypadkową w kilogramach, przez  $R$  ramię téj siły w milimetrach, przez  $M$  sumę momentów sił skręcających, przez  $e$  odległość od osi włókna skrajnego t. j. tego, które doznaje największego skręcenia, przez  $\nu$ , natężenie włókna najmocniej natężonego, przez  $J$ ,

biegunowy moment bezwładności przekroju (\*). Tu oznacza więc  $\mu_4$  współczynnik wytrzymałości na skręcenie, którego wartość dla pewnego materiału podaje §. 12.

Natenczas wiadome są nam następujące równania.

$$\begin{aligned} P R = M = \mu_4 \frac{J_b}{e} \\ P = \frac{\mu_4}{R} \frac{J_b}{e} \quad \text{albo} \quad \left\{ \begin{array}{l} \dots \dots \dots \end{array} \right. \quad (XIV) \end{aligned}$$

Z ostatniego wzoru możemy obliczyć siłę, którą belka bezpiecznie wytrzymać może. Okazało się z doświadczeń, że natężenie do granicy sprężystości dochodzi przy skręceniu do  $\frac{1}{5}$  współczynnika,  $t$ , lub  $t_2$  biorąc w rachubę ten współczynnik, który ma mniejszą wartość.

Liczne doświadczenia Wertheima wykazały, że współczynnik  $\mu_4$  zależy nie tylko od materiału samego, lecz także od struktury jego. N. p. niehartowana stal łana, pomimo że stanowi przejście do ciał ciągliwych, zachowuje się jednak przy skręceniu podobnie jak ciała kruche. Żelazo kute przerywa się natomiast trudniej a gdy weźmiemy do prób materiał miękki i włóknisty, to będziemy go mogli bardzo silnie skręcać. To zjawisko skłania wielu konstruktorów do odrzucenia stali, zwłaszcza łanej, w tych częściach, które są na znaczne skręcenie wystawione; gdyż sądzą, że dobre żelazo kute w takich razach jest odpowiedniejszym.

Skręcenie którego dwa przekroje względnie do siebie doznają, mierzymy kątem  $\varphi$ , którego wartość jest:

$$\varphi = \frac{M}{J_b E_s} x \dots \dots \dots (XV).$$

gdzie  $E_s$  oznacza moduł sprężystości na skręcenie, a przyjmuje się według doświadczenia  $= \frac{2}{5} E$ ,  $x$  oznacza odległość przekroju od punktu wyjścia.


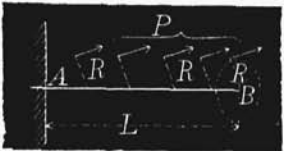
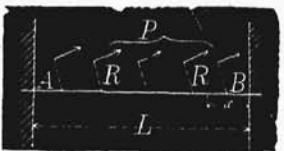
(\*) Moment ten otrzymamy łatwo, znając momenty bezwładności 2 osi wzajemnie prostopadłych i przechodzących przez środek ciężkości i n. p. jeżeli  $J_1$  i  $J_2$  są znanymi momentami pewnego przekroju, natenczas będzie  $J_b = J_1 + J_2$ .

Wymiar belki, wystawionój na skręcenie, otrzymamy podobnie, jak przy wytrzymałości względnej t. j. obliczymy według wzoru XIV. wyraz  $\frac{Jb}{e}$ , a z niego powyżej podaną drogą znajdujemy wymiary przekroju.

Następujące zestawienie podaje 3 najgłówniejsze wypadki skręcenia, obliczone według wzoru XIV.

W pierwszym wypadku działa siła na końcu belki, a wtedy moment  $M$  jest stałym dla każdego przekroju między A i B, zatem wszystkie przekroje na całej długości belki są zarówno natężone.

W drugim przypadku powstaje przekrój niebezpieczny w miejscu A; wreszcie w trzecim wypadku są oba przekroje w A i B niebezpiecznymi.

| Sposób skręcenia  | Moment  | Wytrzymałość                         | Kąt skręcenia  |
|---|---|--------------------------------------|--|
|    | $M = PR$  | $P = \frac{\mu_4}{R} \frac{Jb}{e}$   | $\varphi^0 = \frac{180}{\pi} \frac{PRL}{Jb Es}$<br>$= \frac{180}{\pi} \frac{\mu_4 L}{ne Es}$ |
|   | $M = PR \frac{x}{L}$                              | $P = \frac{\mu_4}{R} \frac{Jb}{e}$   | $\varphi^0 = \frac{90}{\pi} \frac{PRL}{Jb Es}$<br>$= \frac{90}{\pi} \frac{\mu_4 L}{ne Es}$   |
|  | $M = PR \left( \frac{1}{2} - \frac{x}{L} \right)$ | $P = 2 \frac{\mu_4}{R} \frac{Jb}{e}$ | $\varphi^0 = \frac{45}{\pi} \frac{PRL}{Jb Es}$<br>$= \frac{45}{\pi} \frac{\mu_4 L}{ne Es}$   |

Aby ułatwić obliczenie biegunowego momentu bezwładności, podana jest następująca tabliczka dla przekrojów najczęściej używanych.

| Przekrój  | $J_b$                          | $\frac{J_b}{c}$  |
|-----------|--------------------------------|--|
| Koło      | $\frac{\pi}{32} d^4$           | $\frac{\pi}{16} d^3$                                   |
| Kwadrat   | $\frac{b^4}{6}$                | $\frac{b^3}{3\sqrt{2}}$                                |
| Pierścień | $\frac{\pi}{32} (d^4 - d_i^4)$ | $-\frac{\pi}{16} \left( \frac{d^4 - d_i^4}{d} \right)$ |

**§. 12. Tablica współczynników wytrzymałości i modułów sprężystości różnych ciał.**

| Materiał          | Współczynnik wytrzymałości |                       |                       |                      | Współczynnik u granicy sprężystości |                     |                     |                       | Współczynnik sprężystości $\epsilon$ |         |
|-------------------|----------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|-------------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|--------------------------------------|---------|
|                   | rozciąganie<br>$\mu_1$     | zgniecenie<br>$\mu_2$ | ciągnięcie<br>$\nu_3$ | skręcenie<br>$\nu_4$ | rozciąganie<br>$t_1$                | zgniecenie<br>$t_2$ | ciągnięcie<br>$t_3$ | bez-<br>względ-<br>ny | skre-<br>cenia                       | ciągnia |
| Żelazo lane       | 13                         | 78                    | 12                    | 28                   | 7,5                                 | 15                  | 6                   | 10100                 | 3800                                 | 2000    |
| Żelazo kute       | 40                         | 36                    | 32                    | 50                   | 15                                  | 15                  | 12-18               | 20400                 | 6800                                 | 6300    |
| Blacha //         | 35                         | 50                    | 27                    | —                    | 13                                  | 13                  | 10                  | 20400                 | —                                    | —       |
| Blacha T.         | 32                         | 30                    | 26                    | —                    | 12                                  | 12                  | 10                  | 20400                 | —                                    | 6300    |
| Druk żelazny      | 70                         | —                     | —                     | —                    | 30                                  | 30                  | 20                  | 20000                 | 7200                                 | 6300    |
| Stal cementowa    | 80                         | 70                    | 62                    | 80                   | 30                                  | 30                  | 20                  | 20 000                | 7000                                 | 10000   |
| Stal lane         | 90-130                     | —                     | 70-100                | 100                  | 50                                  | —                   | 30                  | 20000                 | 8000                                 | 5500    |
| Bronz lany        | 22                         | 40                    | —                     | 20                   | —                                   | —                   | —                   | 6500                  | —                                    | —       |
| Mosiądz lany      | 13                         | 36                    | —                     | 21                   | —                                   | —                   | —                   | 6150                  | 2600                                 | —       |
| Miedź walcowana   | 4                          | —                     | —                     | —                    | —                                   | —                   | —                   | 11500                 | —                                    | —       |
| Jodła             | 9,5                        | 4,5                   | 1                     | 2,5                  | 2,5                                 | 2                   | 0,5                 | 1200                  | 600                                  | 430     |
| Sosna             | 10                         | 5                     | 1,2                   | 2,5                  | 2,5                                 | 2                   | 0,6                 | 1300                  | 760                                  | 430     |
| Dąb               | 7,5                        | 5,2                   | 1,3                   | 2,8                  | 2,4                                 | 2                   | 0,8                 | 1300                  | 750                                  | 430     |
| Grab              | 7,5                        | 5                     | 1,3                   | 2,8                  | 2,4                                 | 2                   | —                   | 1100                  | 600                                  | 430     |
| Lina konopna nowa | 12                         | —                     | —                     | —                    | 5                                   | —                   | —                   | 250                   | —                                    | —       |
| Lina konop. stara | 5                          | —                     | —                     | —                    | 1                                   | —                   | —                   | 50                    | —                                    | —       |
| Lina drewna       | 33                         | —                     | —                     | —                    | 20                                  | —                   | —                   | 10040                 | —                                    | —       |
| Pas (zrębny)      | 2                          | —                     | —                     | —                    | 0,6                                 | —                   | —                   | 500                   | —                                    | —       |
| Kamień płaskowy   | —                          | 6                     | —                     | —                    | —                                   | 1                   | —                   | —                     | —                                    | —       |
| Cegła             | —                          | 0,8-2                 | —                     | —                    | —                                   | —                   | —                   | —                     | —                                    | —       |