W każdej fabryce używa się pewnėj tylko formy łożyska i panewek; byłoby atoli rzeczą niewłaściwą, gdyby bezwarunkowo tylko jednėj formy w każdym wypadku używano. Tak n. p. łożyska transmissyjne, które bardzo często bywają wyrabiane, powinny być wykonywane tanio i prędko, dla nich zatém najodpowiedniej będzie przyjąć walcowy kształt panewek. W miejscu zaś, gdzie łożysko jest odlane razem z całem łożyskiem maszyny, lub gdy łożysko trudne obrobić na maszynie, będzie najstosowniejszem ręczne obrobienie, a więc 8 kątny kształt panewek będzie na miejscu. Widzimy więc, że nie można ograniczyć się do jednej formy łożyska, lecz należy uwzględniać okoliczności i odpowiednio do nich stosować nietylko materyał panewek i kształt łożyska, lecz także układ i rozmiary listewek.

§. 48. **Koła.**

n. Räder und Scheiben; f. roues; a. wheels; r. Колеса.

Koła służą do przenoszenia ruchu obrotowego. Koła zębate i frykcyjne przenoszą ten ruch bezpośrednio, koła zaś pasowe, linowe i łańcuchowe przenoszą go pośrednio za pomocą pasa, liny lub łańcucha.

We wszystkich kołach uwzględniamy położenie osi względem siebie, które może być trojakie, mianowicie: osi są bądź równoległe bądź przecinają się, bądź mają względem siebie położone skośne. Stosownie do położenia osi dzielimy koła zębate na 3 rodzaje, mianowicie na: 1. Koła zwykłe czyli czołowe, gdy osi są równoległe. 2. Koła stożkowe, gdy osi przecinają się. 3. Koła hyperboloidalne i koła ślimakowe, gdy osi są skośne względem siebie.

Kół frykcyjnych nie używamy przy osiach skośnych; te koła są walcowe lub stożkowe, zależne od tego czy służą dla osi równoległych czy dla osi przecinających się; natomiast koła pasowe, linowe i łańcuchowe dla osi skośnych mogą przenosić ruch tylko przy zastosowaniu pewnych urządzeń, które zmuszają linę lub pas do przyjęcia żądanego kierunku ruchu.

W każdem kole rozróżniamy piastę, ramiona i wieniec, a w kołach zębatych i łańcuchowych nadto jeszcze zęby.

Piasta służy do osadzenia koła na osi; ramiona tworzą połączenie piasty z wieńcem, który u kół zębatych i łańcuchowych otrzymuje tak zwane zęby czyli palce, służące do przenoszenia ruchu.

Stosunek promieni dwu kół chwytających się wzajemnie, nazywa się: **stosunkiem kół.**

W rozdziałach następujących podamy obliczenie i budowę kół zębatych, tarciowych, linowych i łańcuchowych. Z kół zębatych weźniemy pod uwagę tylko koła czołowe, stożkowe i śrubowe; pomieniemy zaś koła hyperboloidalne albowiem wykonanie jest trudne i wymaga znacznego nakładu pracy, a w praktyce bywają one bardzo rzadko używane.

VII. KOŁA ZĘBATE

n. Zahnräder; f. roues denteés; a. toothead wheels; r. Зубчамыя Колеса.

§. 49. Prawidła ogólne o kołach zębatych.

Koła zębate mogą posiadać zęby na zewnętrznej lub na wewnętrznej powierzchni wieńca. Według tego rozróżniamy koła z zazębieniem zewnętrznem i z zarębieniem wewnętrznem.

Oznaczmy promienie dwóch kół zębatych przez R i R_1 ilości obrotów na minutę odpowiednio n i n_1; a ilości zębów przez z i z_1; natenczas;

$$s = \frac{R}{R_1} = \frac{z}{z_1} = \frac{n_1}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (100)$$

Gdy A oznacza odległość osi natenczas otrzymamy:
Dla zarębienia zewnętrznego $A = R + R_1$
„ „ wewnętrznego $A = R - R_1$ skąd

dla zarębienia zewnętrznego:

$$R = \frac{Az}{z+z_1} = \frac{An_1}{n+n_1} = \frac{sA}{s+1}$$

$$R_1 = \frac{Az_1}{z+z_1} = \frac{An}{n+n_1} = \frac{A}{s+1}$$

dla zarębienia wewnętrznego:

$$R = \frac{Az}{z-z_1} = \frac{An_1}{n_1-n} = \frac{As}{s-1} \qquad (101)$$

$$R_1 = \frac{Az_1}{z-z_1} = \frac{An}{n_1-n} = \frac{A}{s-1}$$

Uwzględnijmy parę kół niezarębionych i dotykających się wzajemnie a przenoszących ruch za pośrednictwem tarcia, natenczas prędkość na obwodach wieńców będzie w obudwu kołach tażsama, albowiem koła nie ślizgają się wzajemnie. Ruch powinien być według tego samego prawa przeniesiony gdy koła są zazębione. Wykreślmy z danych środków dwa inne koła, których stosunek promieni jest ten sam, co kół poprzednich, natenczas te dwa koła będą miały ten sam stosunek obrotów, lecz nie będą się dotykały. Dla każdej pary kół zębatych możemy sobie wykreślić takie koła, których promienie mają stały stosunek, równy stosunkowi kół pierwotnych. Przy obrocie kół, prędkość na obwodach tych kół będzie proporcyonalna względem promieni, z czego wynika, że każda para takich kół będzie miała tę samą prędkość obwodową. Takie dwa koła nazywamy **kołami stosunkowymi** (Verhältnisskreise), a dwa styczne koła stosunkowe zowiemy **kołami podziałowymi** (n. Theilkreise).

Powierzchnie, ograniczające ząb w kierunku promienia, zowią się **bokami** zęba (n. Zahnflanken); część zęba nad kołem podziałkowem zowie się **koroną** zęba (n. Zahnkopf), zaś część zęba wewnątrz koła podziałowego zowiemy **korzeniem** zęba (n. Zahnfuss). Rozmiarami zęba są: grubość a, która mierzy się na kole podziałowem, szerokość b, mierzona w kierunku osi, wreszcie wysokość zęba c, mierzona w kierunku promienia koła.

Przestrzeń między dwoma zębami sąsiednimi zowiemy **przedziałem** (n. Zahnlücke) koła zębatego.

Podziałem t koła zębatego zowiemy odległość środka jednego zęba od środka zęba następującego, czyli odległość ściany jednego zęba od ściany równoległej zęba sąsiedniego, a mierzymy go zawsze na kole podziałowem (p. fig. 283).

Obwód koła, ilość zębów i podział są wzajemnie zależne; a mianowicie iloczyn ilości zębów i podziału jest równy obwodowi koła podziałowego, czyli $2R\pi = tz$ skąd

$$R = \frac{tz}{2\pi} \quad ; \quad z = \frac{2R\pi}{t} \quad ; \quad t = \frac{2R\pi}{z} \quad . \ . \ (102)$$

Ilość zębów musi być całkowitą.

KOŁA CZOŁOWE.

n. Stirnräder; f. roues droites; a. right-wheels.

§. 50. Obliczanie wymiarów zęba.

Ząb koła zębatego jest wystawiony na złamanie pod wpływem siły, działającéj w kierunku stycznym do koła podziałowego, a rozmiary zębą zależyć będą przedewszystkiem od téj siły. Dla bezpieczeństwa przyjmujemy przypadek najniekorzystniejszy, gdy siła P działa na końcu zęba, natenczas otrzymamy równanie następujące:

$Pl = k\,\frac{J}{e}$, w którem l oznacza wysokość zęba $= c =$ $1{,}5\,a$; a ponieważ $\frac{J}{e} = \frac{ba^2}{6}$, przeto wzór przyjmie kształt: $Pc = \frac{ba^2}{6}\,k$. Przy wyborze wartości k musimy uwzględnić, czy ząb jest żelazny czy drewniany. Dla żelaza przyjmujemy $k = 28$, dla drzewa zaś $k = 7$. Grubość zęba drewnianego wynosi zwykle półtora grubości zęba żelaznego, a więc $a_1 = 1{,}2\,a$. Stąd otrzymamy:

dla zęba żelaznego . . $Pc = \frac{ba^2}{6}\,28$

„ „ drewnianego . $P_1 c = \frac{ba_1^{\,2}}{6}\,7$

a zatem, przy temsamem bezpieczeństwie, stosunek wytrzymałości będzie $\frac{P}{P_1} = \frac{a^2}{a_1^2} \times \frac{28}{7} = \left(\frac{a}{1,5a}\right)^2 \times \frac{28}{7} = 1,78$ t. z. że ząb żelazny, pomimo znacznie mniejszej grubości, ma prawie 2 razy większą wytrzymałość od zęba drewnianego.

Obliczmy teraz podział, gdy oba koła mają zęby żelazne, lub gdy jedno koło ma zęby drewniane. W przypadku, gdy zęby obudwu kół są żelazne, oznaczymy równania znakiem $\binom{z}{z}$, gdy zaś zęby jednego koła są drewniane, oznaczymy równania znakiem $\binom{z}{d}$.

Ponieważ ząb jednego koła nie wypełnia dokładnie przedziału zębów w drugiem kole, przeto ów przedział jest nieco większy, niż grubość zęba. Przedział między zębami jest o 0,15 a większy od a; z czego wynika podział dla obudwu kół żelaznych:

$$t = a + a + 0,15\,a \quad . \quad . \quad . \quad \text{czyli}$$

$$\binom{z}{z} \quad \left.\begin{aligned} t &= 2,15\,a \\ a &= 0,465\,t \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (103)$$

a w przypadku, gdy jedno koło posiada zęby drewniane:

$$t_1 = a + 1,5\,a + 0,15\,a \quad . \quad . \quad . \quad \text{czyli}$$

$$\binom{z}{d} \quad \left.\begin{aligned} t_1 &= 2,65\,a \\ a &= 0,377\,t_1 \\ a_1 &= 0,565\,t_1 = 1,5\,a \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (104)$$

Aby obliczyć podział z równań poprzednich, wstawmy wartości spółczynników, to otrzymamy:

$$\binom{z}{z} \quad Pc = 28\,\frac{ba^2}{6} \quad . \quad . \quad . \quad 1,5\,Pa = \frac{28}{6}\,\overline{0,465}^2\,bt^2$$

$$\binom{z}{d} \quad Pc = 7\,\frac{ba_1^2}{6} \quad . \quad . \quad . \quad 1,5\,Pa = \frac{7}{6}\,\overline{0,565}^2\,bt_1^2$$

$$\text{skąd} \quad \binom{z}{z} \quad t = 1,219\sqrt{\frac{a}{b}}\sqrt{P}$$

$$\binom{z}{d} \quad t_1 = 2,006\sqrt{\frac{a}{b}}\sqrt{P}$$

Jeżeli zamiast siły P na obwodzie koła, jest dany moment PR lub skutek w siłach konia N i ilość obrotów n, wtedy przy znanej ilości zębów, możemy łatwo przerobić ostatnie równania; mamy bowiem $2\pi R = tz$; $PR = 716200 \frac{N}{n}$

a stąd $P = \frac{PR}{zt} 2\pi = \frac{716200}{zt} 2\pi \frac{N}{n} = \frac{PR}{R}$

Wstawmy wartości na P i t w powyższe równania, i obliczmy stałe, to otrzymamy przy uwzględnieniu bezpieczeństwa σ:

$$\binom{z}{z} \quad \left. \begin{aligned} t &= 1{,}219 \sqrt{\frac{a}{b}} \sqrt{P\sigma} \\ &= 2{,}10 \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \sqrt[3]{\frac{PR\sigma}{z}} \\ &= 188{,}5 \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \sqrt[3]{\frac{N\sigma}{nz}} \end{aligned} \right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (105)$$

$$\binom{z}{d} \quad \left. \begin{aligned} t_1 &= 2{,}006 \sqrt{\frac{a}{b}} \sqrt{P\sigma} \\ &= 2{,}930 \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \sqrt[3]{\frac{PR\sigma}{z}} \\ &= 262{,}1 \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \sqrt[3]{\frac{N\sigma}{nz}} \end{aligned} \right\} \quad \ldots\ldots \quad (106)$$

Spółczynnik bezpieczeństwa obieramy ze względu na okoliczności następujące:

Gdy koła nie doznają żadnych wstrząśnień przyjmujemy $\sigma = 6$; gdy koła doznają lekkich wstrząśnień $\sigma = 10$.

Gdy koła są wystawione na bardzo znaczne wstrząśnienia, spowodowane przez nagłe i znaczne opory. przyjmujemy co najmniej $\sigma = 20$.

Na podstawie doświadczeń obieramy:

$$\frac{b}{a} = 4 \text{ do } 8 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (107)$$

Tablica podzialu kól zębatych

t	t_1	$\frac{b}{a} = 4$ P	$\frac{b}{a} = 4$ $\frac{PR}{z}$	$\frac{b}{a} = 4$ $\frac{N}{nz}$	$\frac{b}{a} = 5$ P	$\frac{b}{a} = 5$ $\frac{PR}{z}$	$\frac{b}{a} = 5$ $\frac{N}{nz}$
15	18,5	61	146	0,00020	75	182	0,000 27
18	22,2	88	251	0,00035	109	315	0,000 47
20	24,6	108	346	0,00048	135	432	0,000 64
22	27,1	130	460	0,00064	163	576	0,000 85
25	30,8	168	675	0,00093	210	844	0,001 25
28	34,5	211	949	0,00131	264	1186	0,001 76
30	37,0	242	1167	0,00161	302	1459	0,002 16
32	39,4	276	1417	0,00196	345	1766	0,002 62
35	43,1	330	1854	0,00256	412	2316	0,003 43
38	46,8	389	2372	0,00328	485	2965	0,004 39
40	49,3	430	2774	0,00382	538	3458	0,005 12
42	51,7	475	3200	0,00443	594	4000	0,005 93
45	55,4	545	3940	0,00544	680	4924	0,007 29
48	59,1	620	4782	0,00661	775	5976	0,008 85
50	61,6	673	5405	0,00747	842	6754	0,010 00
55	67,7	815	7194	0,00994	1018	8990	0,013 31
60	73,9	970	9340	0,01290	1212	11660	0,017 28
65	80,1	1138	11875	0,01640	1422	14830	0,021 98
70	86,2	1320	14832	0,02050	1650	18530	0,027 45
75	92,4	1515	18242	0,02520	1893	22790	0,033 76
80	98,6	1724	22140	0,03059	2154	27660	0,040 98
85	104,7	1945	26555	0,03669	2432	33180	0,049 15
90	110,9	2188	31524	0,04355	2726	39390	0,058 34
95	117,0	2430	37076	0,05122	3038	46320	0,068 62
100	123,2	2693	43243	5,05974	3366	54030	0,080 03
110	135,6	3258	57557	0,07952	4073	71920	0,106 53
120	147,8	3878	74725	0,10324	4848	93370	0,138 30
130	160,2	—	—	—	—	—	—
140	172,5	—	—	—	—	—	—

według wzorów (106) i (107).

$\frac{b}{a} = 6$			$\frac{b}{a} = 7$			t	t_1
P	$\frac{PR}{z}$	$\frac{N}{nz}$	P	$\frac{PR}{z}$	$\frac{N}{nz}$		
—	—	—	—	—	—	15	18,5
—	—	—	—	—	—	18	22,2
161	518	0,000 72	188	605	0,000 84	20	24,6
195	690	0,000 95	228	805	0,000 97	22	27,1
252	1013	0,001 40	294	1181	0,001 63	25	30,8
316	1423	0,001 96	369	1659	0,002 29	28	34,5
363	1750	0,002 59	424	2041	0,002 82	30	37,0
413	2124	0,002 93	482	2477	0,003 42	32	39,4
494	2780	0,003 84	577	3241	0,004 48	35	43,1
583	3558	0,004 91	680	4148	0,005 73	38	46,8
646	4150	0,005 73	754	4837	0,006 69	40	49,3
712	4800	0,006 64	831	5600	0,007 74	42	51,7
818	5900	0,009 00	954	6888	0,009 52	45	55,4
930	7170	0,009 91	1070	8359	0,011 56	48	59,1
1010	8100	0,012 36	1151	9448	0,013 07	50	61,6
1221	10780	0,014 91	1425	12575	0,017 39	55	67,7
1454	14000	0,019 36	1696	16326	0,022 57	60	73,9
1706	17800	0,024 61	1990	20758	0,028 70	65	80,1
1979	22240	0,030 74	2308	25926	0,035 85	70	86,2
2272	27350	0,037 81	2654	31888	0,044 09	75	92,4
2585	33200	0,045 89	3015	38700	0,053 51	80	98,6
2918	39820	0,055 00	3403	46419	0,064 18	85	104,7
3272	47270	0,065 34	3816	55102	0,076 19	90	110,9
3645	55600	0,076 85	4251	64805	0,089 61	95	117,0
4039	64390	0,089 63	4711	75760	0,104 51	100	123,2
4888	86300	0,119 30	5700	100604	0,139 10	110	135,6
5816	112000	0,154 90	6785	130522	0,180 59	120	147,8
6826	142400	0,196 90	7961	166062	0,229 61	130	160,2
7917	177900	0,245 90	9233	207409	0,286 77	140	172,5

Ten stosunek jest najmniejszym przy kołach, obracających się powolnie, dokonywających co najwięcej 50 obrotów na minutę, i zarazem przenoszących siłę naznaczną. Dla kół, obracających się z większą prędkością t. j. czyniące więcej niż 50 obrotów na minutę, i przenoszących siły znaczniejsze należy obrać $b : a = 5$ do 6. Dla kół zaś o 150ciu i więcej obrotach, a szczególnie w tym przypadku, gdy przenoszą siły znaczne, bierzemy $b : a = 7$ do 8. Koła zębate transmisyjne są zwykle obliczane z 10 krotnem bezpieczeństwem t. j. $\frac{k}{\sigma} = 2{,}8$ kgr. na 1 mm^2

Odpowiednio do powyżej obranych wartości, obliczono tablicę następującą dla różnych stosunków $b : a$, z której można obliczyć podział, znając siłę P lub znając $\frac{PR}{z}$ lub $\frac{N}{nz}$.

Ponieważ z dwu kół zębatych koło mniejsze znacznie więcej jest na zużycie wystawione, albowiem prędzej obraca się od większego; przeto przy obliczaniu wymiarów zważamy zawsze na koło mniejsze, a nie na większe.

Rozmiary korony i korzenia zęba, zależą od rodzaju zazębienia; w ogóle jednak przyjąć możemy, że wysokość korony jest równą 0,3 t czyli 0,65 a; wysokość zaś korzenia jest równą 0,4 t czyli 0,85 a.
Korzeń i korona razem stanowią wysokość zęba:

$$c = 0{,}7t = 1{,}5\,a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (108)$$

§. 51. **Zasady zazębienia.**

Prędkość obwodowa dwu kół podziałowych musi być tażsama, gdyż koła zębate muszą się wzajemnie toczyć bez ślizgania się. Z tego wynika, że podział musi być ten sam na obudwu kołach; a ponieważ wszystkie zęby każdego koła są równe między sobą, przeto podział musi być ten sam na każdem kole z osobna. Kształt zębów powinien być takim, aby podczas ruchu obwód zęba jednego koła dotykał się ciągle odwodu zęba drugiego koła. Normalna spólna w punkcie styczności dwu zębów przechodzi przez punkt styczności kół podziałowych.

To twierdzenie może być sposobom następującym dowiedzione: Wyobraźmy sobie dwa koła podziałowe T i T_1 (fig. 287 strona lewa) obracające się około swych środków C i O; i niech krzywa kp przedstawia przekrój zęba koła T krzywa zaś $k_1\ p$ niech będzie przekrojem zęba koła T_1; obie krzywe niechaj się dotykają w punkcie p. Niech koła obracają się w kierunkach strzałek a P i Q niech oznaczają siły, przenoszone przez te koła. Dla ruchu prawidłowego, ciśnienie N, które zęby K i K_1 wywierają na siebie, musi posiadać kierunek normalny do obudwu krzywych, a zatém kierunek ciśnienia N musi przypaść na normalną xy przechodzącą przez punkt styczności p. Wykreślmy ze środków kół C i O_1 prostopadłe Cx i O_1y natenczas według reguł statyki otrzymamy dwa równania następujące:

$$P \cdot R_1 = N \cdot O_1 y \quad \text{tudzież} \quad Qr = N \times Cx$$

ponieważ jednak $R_1 = O_1\ S$; $r = CS$ przeto

$$P\ .\ O_1\ S = N\ .\ O_1\ y$$

$$Q\ .\ C\ S = N\ .\ Cx$$

Podzielmy te równania przez siebie, to otrzymamy:

$$\frac{P}{Q} \cdot \frac{O_1 S}{CS} = \frac{O_1 y}{Cx}$$

Z podobieństwa trójkątów Cxz i zyO_1 wynika $O_1 y : Cx = O_1 z : Cz$; wstawmy ten stosunek w poprzednie równanie, natenczas $\frac{P}{Q} \cdot \frac{O_1 z}{Cz} = \frac{O_1 S}{CS}$

Ponieważ, jak wiadomo, siła P na obwodzie jednego koła jest równa oporowi Q na obwodzie drugiego koła, przeto otrzymamy warunek: $O_1 z : Cz = O_1\ S : C\ S$, który tylko wtedy może być dopełniony, gdy punkt z schodzi się razem w punkt S, albowiem prosta xy może być tylko w jednym punkcie w danym stosunku podzielona. Okazuje się zatém, że **normalna spólna w punkcie styczności dwu zębów przechodzi przez punkt styczności kół podziałowych.** Temu warunkowi odpowiadają rozmaite krzywe, a przedewszystkiém cykloidy i rozwijające koła.

§. 52. Kształt zazębienia w ogólności.

Zadanie ogólne zazębienia polega na tém, aby wykreślić ząb pewnego koła, gdy dany jest kształt zęba koła drugiego.

Z pomiędzy wielu sposobów rozwiązania tego zagadnienia pedaję 3 najważniejsze:

Sposób 1szy. Fig. 284. Ze środka O wykreślamy koło podziałowe T o promieniu R, a ze środka O_1 drugie koło podziałowe o promieniu R_1 styczne do poprzedniego. Następnie kreślimy tak dany ząb koła T n. p. abc, żeby punkt c przechodził przez punkt styczności kół podziałowych, wtedy punkt c będzie punktem na obwodzie zęba koła T_1. Inne punkta znajdziemy, zważywszy, że każdy punkt krzywéj abc zajmuje położenie niezmienne względem koła T które toczy się na kole T_1, jeżeli pomyślimy sobie koło T_1 jako nieruchome. Przez punkty a . . b . . obwodu danego zęba prowadzimy normalne am bn i t. d. aż do przecięcia się z kołem T, następnie odcinamy na kole T_1 łuki $cm_1 = cm$ $cn_1 = cn$ i t. d., to punkty m_1 n_1 przedstawiają punkta normalnéj spólnéj, gdy koło T toczy się po kole T_1 o łuk cm, względnie o łuk cn i t. d. Poprowadźmy zatem przez punkty m n . . . m_1 . n_1 . . . promienie Om On . . Om_1 On_1 wykreśliwszy kąt $Oma = O_1$ m_1 a_1 następnie $Onb = O_1$ n_1 b_1 i t. d. i odciąwszy $ma = m_1$ a_1, $nb = n_1$ b_1 i t. d. to otrzymamy punkty a_1 b_1 . . w których punkty odpowiednie na obwodzie zęba koła T_1 będą się schodziły, odpowiednio z punktami a, b i t. d. koła T. Połączywszy te punkty liniją ciągłą otrzymamy ząb a_1 c b_1 koła T_1.

Sposób 2gi. Na konstrukcyi poprzedniej polega drugi sposób, którego autor używa często z dobrym skutkiem. Jak zwykle, dane są promienie kół R i R_1, podział t, ilość zębów z i z_1 wreszcie kształt jednego zęba acb. Wykreślamy na papierze rysunkowym oba koła podziałowe o promieniach R i R_1. Następnie z tektury lub grubego papieru wycinamy najdokładniéj obwód zęba danego $a \ldots c \ldots b$ razem z częścią koła podziałowego n. p. mn (fig. 285), resztę tektury wycinamy dowolnie, lecz tak, żeby pozostał na niej środek koła O. Na drugiej tekturze oznaczamy środek O_1 i łuk uv koła podziałowego R_1 obcinając krawędzi u_1 v_1 nieco wyżej po nad koronę zęba, jak w fig. 286. Następnie kładziemy obadwa wycinki na rysunku tak, żeby koła podziałowe dotykały się jak na fig. 287 znacząc punkty m i u ołówkiem na rysunku i odcinając równe części 01=12=23 i t. d. na obudwu kołach T i T_1. Ułożywszy napowrót punkty m i n na 0 kreślimy krzywą acb według wykroju tektury; obracamy obadwa wycinki o jednę podziałkę dalej, aby punkty 1 przez m i u przykryte zostały i zaznaczamy położenie zęba na dolnej tekturze. Przez dalsze posunięcie o jednę podziałkę t. j. gdy punkta m i u przyjdą do znaku 2, kreślimy znowu położenie zęba według tektury górnej na dolnej i t. d., aż ząb wyjdzie z zazębienia drugiego koła. Tym sposobem otrzymamy cały szereg położeń zęba acb na tekturze koła T_1 a te położenia będą odpowiadały położeniom zęba w rzeczywistem toczeniu się koła. Krzywa styczna do wszystkich położeń, tym sposobem wykreślonych, daje obwód zęba acb, jakibyśmy otrzymali, gdyby ząb acb był z materyału twardego, krążek zaś T z materyału miękkiego; albowiem ząb acb wyżłobiłby przez obrót koła T taki sam kształt, jaki otrzymaliśmy powyższym sposobem. Mając teraz kształt zęba nowego, szukamy najwięcéj zbliżonego łuku, którym krzywą otrzymaną zastąpić można, lub rysujemy jak najdokładniej odpowiedni wzorzec (szablon) aby według niego ręcznie lub maszynowo zęby wyciąć można.

Sposób 3ci. (Podany przez Reuleaux fig. 288). Dany jest profil zęba abc koła O jakoteż okręgi kół podziałowych T i T_1 o promieniach R i R_1. W punktach dowolnych abf prowadzimy normalne do danej krzywéj aż do przecięcia się z kołem T_1 więc normalne aa_1 bb_1 ff_1 i t. d. Łuki Sa_1 Sb_1 Sf_1 odwijamy na kole T_1 tak, żeby $Sa_1 = S1$ $Sb_1 = S2$ $Sf_1 = S4$ . . . następnie, opisawszy łuki przez punkta abf ze środka O, odcinamy $SI = Sa_1$ $SII = Sb_1$ $SIV = Sf_1$ . . . Przez połączenie punktów I II III IV . . otrzymamy tak zwaną **linią zazębienia** (Eingriffslinie), która wyznacza punkty, w których zęby kolejno się dotykają. Odciąwszy wreszcie długości normalnych $aa_1 = 1A$ $bb_1 = 2B$ i t. d. otrzymamy punkty A $B..F$, przez których połączenie otrzymamy obwód zęba szukanego.

§. 53. **Zazębienie za pomocą cykloidy.**

Ponieważ, jak wiadomo z geometryi, można zawsze wykreślić dwie cykloidy, czyniące zadość warunkowi, okazanemu w §. 51-ym, przeto te krzywe nadają się do zazębienia kół. W tym celu mogą być użyte cykloidy wszelkiego rodzaju, a sposoby wykreślenia zębów cykloidalnych zależą od żądanéj dokładności konstrukcyi, tudzież od rodzaju zazębienia.

1. Zazębienie zewnętrzne. Fig. 289. Przy zazębieniu zewnętrznem i przy zazębieniu wewnętrznem składa się obwód zęba cykloidalnego z 2 części t. j. z epicykloidy i z hipocykloidy, a różnica między obydwoma rodzajami zazębienia polega na tém, że bądź korzeń bądź korona ma kształt epicykloidy. Dla zazębienia zewnętrznego wykreśla się ząb w sposób następujący: Wykreślamy koło podziałowe T, jak również koła odpowiednie ograniczające korony i korzenie zębów. Koło tworzące cykloidę może być przyjęte dowolnie, lecz w każdym razie musi być tożsamo dla obudwu kół zębatych. Dla wykreślenia zazębienia dowolné

pary kół zębatych, okazała się najkorzystniejszą taka wielkość koła tworzącego, która dopuszcza najmniejszéj ilości zębów, a to stanie się wtenczas, gdy promień koła tworzącego przyjętym zostanie:

$$r_0 = 0{,}875\ t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (109)$$

Ten wybór można uzasadnić następująco: Przyjmujemy, że najmniejsza ilość zębów dla koła mniejszego wynosi 11, a takie koło przedstawia zarazem największe możebne koło tworzące, którego średnica jest równa promieniowi odpowiedniego koła podziałowego. W tym przypadku granicznym, otrzymamy zamiast hipocykloidy linią prostą, wpadającą w średnicę koła zębatego. Większe koło tworzące nie może być użyte, albowiem z cykloidy powstającéj nie możnaby otrzymać zębów o krzywiźnie ciągłej.

Obwód koła tworzącego wynosi więc $2\ r_0\ \pi = 0{,}5\ tz$ skąd $r_0 = \frac{0{,}5\ z}{2\ \pi}\ t$ a więc dla $z = 11$ jest $r_0 = \frac{0{,}5\ .\ 11}{2\ \pi}\ t = 0{,}875\ t$ jak wyżej podano.

Gdy koło o promieniu r_0 toczy się zewnątrz po kole podziałowem T, to każdy punkt koła r_0 opisuje epicykloidę; gdy zaś koło r_0 toczy się wewnątrz po kole T, to każdy punkt opisuje hipocykloidę. Mając te dwie krzywe, z których zewnętrzna t. j. epicykloida, daje koronę, a wewnętrzna czyli hipocykloida daje korzeń, odetniemy grubość zęba a i wykreślimy symetrycznie dwie krzywe po obudwu stronach, aby otrzymać ząb (fig. 289).

2. Z a z ę b i e n i e w e w n ę t r z n e. fig. 290. Podobnie, jak poprzednio, wykreślamy koło podziałowe T, następnie koło korony i korzenia zęba, a koło tworzące o promieniu $r_0 = 0{,}875\ t$ wyznaczy epicykloidę dla korzenia zęba, zaś hipocykloidę dla jego korony. Odciąwszy następnie grubość zęba a, wykreślimy symetrycznie dwie inne krzywe i otrzymamy ząb fig. 290.

3. Z a z ę b i e n i e k o ł o w e. Epi i hipocykloidę możemy z dostateczną dokładnością zastąpić łukiem koła, a to w sposób następujący: kreślimy koło podziałowe T fig. 291. następnie koła korzenia i korony zęba i koło tworzące o

promieniu $r_0 = 0,875\ t$ zewnątrz i wewnątrz koła T. Następnie kreślimy dwie średnice ac i bd, nachylone pod kątem 30° do linii środków OM; łączymy punkty a i b, prowadzimy proste Oc i Od, natenczas w punktach przecięciach się tych prostych t. j. w punktach S i S_1 otrzymamy środki szukanych łuków kołowych, a mianowicie prosta Sa będzie promieniem korony; prosta zaś $S_1 b$ promieniem korzenia zęba. Tak otrzymany korzeń i koronę łączymy w jednę krzywą, która przedstawia obwód zęba.*)

4. Zazębienie płaskoboczne. Fig. 292—293. Korona zęba jest ograniczona cykloidami, korzeń zaś jest ograniczony liniami prostemi, które powstają, gdy średnica koła tworzącego jest równa promieniowi koła podziałowego. Wykreślmy więc koła podziałowe o promieniach R i R_1 tudzież koła, ograniczające korzenie i korony, aby wysokość korony zęba żelaznego wynosiła $0,5t$; wysokość korzenia zęba żelaznego $= 0,2t$; a wysokość zęba drewnianego w koronie $= 0,6t$; w korzeniu $= 0,1t$. Wykreślimy następnie koło tworzące o promieniu $r_0 = 0,5R$, a otrzymamy jako hipocykloidę linią prostą ac w kierunku promienia; korona zęba będzie ograniczona epicykloidą ab. Tym sposobem ząb drewniany otrzyma zazębienie płaskoboczne, jest więc łatwym do wykonania i posiada znaczną trwałość, co jest zaletą takiego zazębienia, gdy jedno koło ma posiadać zęby drewniane. Takież same wykreślenie służy dla zazębienia wewnętrznego, w fig. 293. Kreślimy koła podziałowe, koła korzenia i korony zębów, a koło tworzące utworzy prostą ac dla zęba drewnianego, natomiast krzywą ab dla zęba żelaznego.

---

*) Rachunkiem znajdziemy promień krzywizny

$$\rho = 0,45\ t\ \frac{2z \pm 11}{z \pm 11}$$

gdzie znak $+$ odpowiada epicykloidzie, a wtedy $\rho = Sa$; znak zaś $-$ odpowiada hipocykloidzie, wtedy $\rho = S_1 b$ (fig. 291).

Zęby kół czołowych możemy ograniczyć takiemi linijami, iżby dwa koła o równym podziale, lecz o różnych promieniach, mogły się wzajemnie zazębiać. Taki układ kół zębatych o równym podziale, którego dwa koła jakiekolwiek mogą się wzajemnie zazębiać, nazywamy **stosem kół** (Rädersatz), a każde koło takiego stosu nazywamy **kołem stosowem** (Satzrad). Linije zazębienia (fig. 288) jakielikolwiek dwu kół tego samego stosu są tożsame co do kształtu, położenia i długości. Przy zachowaniu tego warunku możemy wykonać dowolną ilość kół, które będą się zazębiały z pewnym danym kołem. Wykreślenie zazębienia za pomocą cykloidy w fig. 289—290 tudzież zazębienia za pomocą rozwijającej koła w fig. 296—298 służy właśnie dla kół stosowych.

§. 54. **Zazębienie za pomocą rozwijającej koła.**

Koła stosowe mają w budowie maszyn ważne zastosowanie, wymagają bowiem najmniejszéj ilości modeli, a témsamém najmniejszego kapitału zakładowego i umożebniają zarazem wyrób nowej pary kół w najkrótszym czasie. Koła stosowe można otrzymać za pomocą zazębienia cykloidalnego, atoli używamy w nich najczęściej zębów, ograniczonych linią krzywą, zwaną rozwijającą koła. Aby okazać, że rozwijająca koła nadaje sią do zębów kół zębatych, pomyślmy sobie na osi O osadzone koło linowe, a na drugiej osi O_1 drugie koło podobne, i niech stosunek promieni tych kół będzie równy stosunkowi dwu danych kół zębatych, a zatém $r : r_1 = R : R_1$ (fig. 294).

Koła r i r_1 łączymy za pomocą linki, wskutek czego ruch obrotowy jednej osi możemy przenieść na drugą oś.

Umieśćmy na osiach O i O_1 dwa krążki szklane o takich średnicach, aby ich obwody sięgały do kół ograniczających korony zębów K i K. Gdy jednę oś obrócimy, punkt c linki opisze na krążkach K i K_1 dwie krzywe, a mianowicie na krążku K otrzymamy linią krzywą przez rozwinięcie koła r, na krążku zaś K_1 linią krzywą przez rozwinięcie koła r_1. Ponieważ obie krzywe zostały opisane przez tenżesam punkt c, przeto dotykać się będą kolejno w punktach odpowiednich; gdyby więc zęby kół zębatych były ograniczone takimi krzywymi, obracałyby się koła taksamo, jak owo koło linowe. Z tego okazuje się, że prosta ab, w któréj linka się porusza, jest krzywą zazębienia. Zęby są ograniczone kołami K i K_1 a zazębienie zachodzi tylko między punktami a i b, długość więc prostej jest proporcyonalna względem tak zwanego **trwania zazębienia.** (Eingriffsdauer).

Najwłaściwszem kołem do wykreślenia rozwijającéj byłoby koło korzenia zęba. Aby zaś rozwijającą zastąpić łukami kołowymi, używa się konstrukcyi, okazanéj na fig. 295, gdzie rozwijająca koła K przechodzi przez punkt a, Prowadzimy styczną z punktu a do koła K, dzielimy ao na połowę, z punktu o kreślimy łuk mn przyczem $om = on$; zakreślamy łuk ab promieniem oa i kreślimy z punktu n łuk bc. Krzywą abc można w przybliżeniu uważać za rozwijającą koła.

Krótszy sposób postępowania podany przez prof. Willis'a objaśniają następujące figury:

1. Z a z ę b i e n i e z e w n ę t r z n e (fig. 296) Wykreślamy koło podziałowe i koła korzenia i korony zębów, jak poprzednio, oddalone odpowiednio o $0{,}4t$ i $0{,}3t$ od koła T. Grubość zębów, zależy jak wiadomo od materyału zęba, a mianowicie jest $t = 2{,}15\,a$ dla zębów żelaznych; $t_1 = 2{,}65a$ dla zębów drewnianych.

Przez punkt dowolny koła podziałowego prowadzimy prostą NN, tworzącą kąt 75° z promieniem; ze środka O kreślimy prostopadłą OC a punkt C wyznacza środek łuku mn rozwijającej, która odpowiada kołu o promieniu OC. Część pn obwodu zęba uzupełniamy promieniem, jeżeli koło C wypadnie ponad kołem korzenia. Wykreśliwszy drugi bok symetrycznie, otrzymamy ząb koła.

2. Zazębienie wewnętrzne. (Fig. 297). Podobnie jak poprzednio, kreślimy koło podziałowe, koło korzenia, i korony i linię prostą pod kątem 75° do promienia, następnie prostopadłą OC do tej prostej, i otrzymamy punkt C jako środek krzywizny szukanego łuku. Łuk mn prowadzimy do obwodu koła C, a w razie, gdy on wyżej wypadnie, uzupełniamy bok zęba promieniem koła podziałowego.

3. Pręt zębaty. (Zahnstange). fig. 298. Pręt zębaty w połączeniu z kołem zębatem może w dwojaki sposób ruch przenosić, a mianowicie: gdy koło jest stale osadzone na osi, wtedy pręt otrzymuje ruch prostolinijny; gdy zaś pręt zębaty jest nieruchomy, wtedy koło obraca się i wykonywa zarazem ruch prostolinijny. Pręt może być zazębiony za pomocą cykloidy lub za pomocą rozwijającej koła. Ta ostatnia linija daje dla pręta bardzo prosty kształt zęba, albowiem koło podstawowe ma promień nieskończenie wielki a zatém rozwijająca staje się liniją prostą, która według konstrukcyi poprzedniej tworzy z prostą podziałową kąt 75° jak na fig. 298.

p Construction der Winkelzähne für Triebwerkräd r PMC 1888 st. 72.

§. 55. **Wybór zazębienia.**

Opisawszy w krótkości najgłówniejsze rodzaje zazębienia, musimy podać zasady, według których postępować należy przy wyborze zazębienia w każdym danym przypadku. Byłoby rzeczą pożądaną, gdyby dla konstrukcyi kół zębatych można osiągnąć jednolitość tj. zaprowadzić taką normę, jaką dotychczas przyjęto dla śrub (system Whitwortha), a wtedy należałoby przyjąć następujące warunki dla kół zębatych: 1. Do zazębienia używać tylko jednej krzywej, najlepiej rozwijającej koła, innych zaś krzywych tylko wyjątkowo, gdy do tego konieczność zmusza. 2. Ilość