

## R O Z D Z I A Ł XV.

### *O równoważeniu barometryczném.*

---

168. Do mierzenia wysokości za pomocą barometru najlepiej użyć barometru *Deluka*, którego skład i opisanie dobrze jest każdemu z Fizyki wiadome. Kiedy w tém narzędziu ACK (*fig. 44*) żywe srebro w ramieniu lewém podniosło się do F, a w ramieniu prawém do D, wtenczas parcie słupa żywego srebra BF na powierzchnię *amerykuryusu* B, równa się parciu atmosfery. Nazwiemy parcie atmosfery wywarte na iedność powierzchni przez  $\pi$ , siłę ciężkości w miejscu obserwacyi przez  $g$ , gęstość żywego srebra przez  $m$ , a wysokość słupa BF przez  $h$ . Będzie:

$$\pi = gmh. .... (1).$$

169. Ciężar słupa powietrza pracęgo na żywe srebro w barometrze odmienna się, z przyczyny rozpuszczania się i oddzielenia wody z atmosfery, dla wiatrów i innych może dotąd niepoznanych przyczyn. Stąd i wysokość żywego srebra w barometrze ustawicznym ulega odmianom. Odmiany te dają się szczególnie postrzegać na wyniosłych górach, których właśnie wysokość rachować przedsiębierzemy. Lecz doświadczenia *P. Ramond* pokazały: że takowe odmiany naywięcey zrana i wieczorem przypadaia; koło południa zaś atmosfera nie jest miotana wiatrami, i wysokość barometru równie iak i termometru bywa przez godzinę i więcey stateczna. Takie więc chwile do naszych obserwacyi wybierać należy.

Dwa barometry, ieden umieszczony na spodzie góry, drugi na iey wierzchołku, powinny bydź zupełnie podobnego składu i porównalne. W osadzie

ich ma się znajdować termometr, którego kulka z merkuryuszem może być zanurzona w żywym srebrze barometru, albo bardzo blisko rurki barometrycznej zostawać powinna. Te termometry wskażą temperaturę żywego srebra w barometrach. Inne termometry podobnie zgadzające się z sobą, posłużą nam do mierzenia temperatury otaczającej atmosfery.

Obserwacje wysokości barometrów, na spodzie góry i na wierzchołku; w tymże samym czasie odbywać się powinny. Dla pewności należy robić obserwacje od dziesiątej zrana, do godziny pierwszej lub drugiej po południu, i co kwadrans wysokości barometru i termometru zapisywać. Z tego potrzeba wziąć średni wypadek. Atmosfera powinna być pogodna i spokojna. Najlepiej się udać obserwacje, kiedy barometry i termometry, umieszczone w cieniu na spodzie i na wierzchołku góry, około południa przez czas znaczny nie odnienią swojej wysokości.

170. Z kolei przytoczyć tu wypada prawa dobrze wiadome z Fizyki, na których oprzemy wywód wzoru służącego do mierzenia wysokości za pomocą barometrów.

Wiemy z doświadczeń *Mariotta*, powtórzonych i rozmaitym sposobem stwierdzonych przez PP. *Gay-Lussaka* i *Daltona*, że powietrze zawarte w pewnym naczyniu odmienia swoją objętość w stosunku prostym geometrycznym uciśkających ciężarów. Powtóre: doświadczenia tychże PP. *Gay-Lussaka* i *Daltona* przekonały, że powietrze atmosfery, równie jak i wszystkie gazy za zmianą temperatury jednostajnie odmienia objętość, przynajmniej od  $0^{\circ}$  do  $100^{\circ}$  termometru setkowego; tak że wzięwszy objętość powietrza zawartego w naczyniu za jedność za odmianą temperatury na stopni  $x$ , objętość jak jedność zamieni się na  $(1 + 0,00375 \cdot x)$ . Nakoniec kiedy gaz lub powietrze zawarte w jakimkolwiek naczyniu nie odmienia objętości i gęstości, wtenczas sprężystość zależy wprost od temperatury.

171. Nazwiemy gęstość powietrza przez  $r$ , temperaturę przez  $x$ , a przez  $p$  siłę sprężystości, albo co na jedno wychodzi parcie wywarłe na jednostkę powierzchni; a niech  $a$  oznacza stosunek sprężystości do gęstości w temperaturze  $0^\circ$ .

Będzie w temperaturze  $0^\circ$ ....  $\frac{p'}{r} = a$ ,  $p' = ar$ ;

a w temperaturze  $x$ .....  $p = ar(1 + 0,00375 \cdot x)$ ..... (2).

Ilość  $a$  oznarza się przez doświadczenie; i jest stałą dla jednego gazu, dla każdego zaś z osobna jest różną.

172. Zastosujemy te prawa do naszego celu. Uważmy warstwą powietrza, której podstawa jest na powierzchni przecięcia słupa żywego srebra w barometrze, ciągnącą się aż do ostatniej granicy atmosfery. Jeżeli powietrze jest spokojne, możemy ją uważać oddzieloną od powietrza, i zostającą niciało w naczyniu stałym. Siła ciężkości wywierowana w kierunku długości warstwy, działa bezustannie na jej cząstki. Do równowagi więc potrzeba, ażeby gęstość, ciśnienie i temperatura, były jednostajne w całej przestrzeni warstewki poziomej, której wysokość jest nieskończenie mała. Prawo to znajome jest z hydrostatyki.

Niechże będzie  $z$  odległością tej warstwy od powierzchni ziemi, przez  $r$  oznaczmy gęstość, przez  $x$  temperaturę, przez  $g'$  siłę ciężkości, a przez  $p$  sprężystość. Ilości  $x$ ,  $r$ ,  $g'$ ,  $p$ , będą funkcjami  $z$ . Wysokość tej warstewki wyrazić się może przez  $dz$ . A jeżeli nazwiemy podstawę warstewki, czyli przecięcie prostopadłe do osi dużej powietrza przez  $A$ , to  $Ap$  oznaczy parcie powietrza na podstawę dolną tej warstewki, a  $A(p+dp)$  parcie na podstawę górną. Stąd:

$$Ap - A(p+dp) = -Adp = \text{ciężarowi warstewki } Arg'dz; \quad -dp = rg'dz.$$

Ze wzoru (2) mamy:  $r = \frac{p}{a(1+0,00375 \cdot x)}$ , więc  $\frac{dp}{p} = \frac{-g'dz}{a(1+0,00375 \cdot x)}$ .

Chcąc otrzymać z tego zrównania  $p$ , potrzeba znać ilość  $x$  i wyrachować  $g'$ . Co do ilości  $x$ , czyli temperatury rozmaitych warstw atmosfery, rozliczne przez fizy-

ków robione były doświadczenia. Ale dla małości współczynnika 0,00375, dość jest uczynić  $x$  = średniej temperaturze powietrza na spodzie i na wierzchołku góry. Ilość  $g'$  ocenia się następującym sposobem. Nazwiemy promień ziemi przez  $R$ , będzie: ciężkość na powierzchni ziemi  $g:g'=(R+z)^2:R^2$ .

$$g' = \frac{gR^2}{(R+z)^2}. \quad \text{Zatem: } \frac{dp}{p} = \frac{-gR^2 \cdot dz}{a(1+0,00375 \cdot x)(R+z)^2}.$$

Całkując to zrównanie wypada:  $\log p = \frac{kgR^2}{a(1+0,00375 \cdot x)(R+z)} + C$ .

$k$  jest to znamiennik równy 0,434295.

Dla oznaczenia ilości stałej  $C$  załóżmy  $z=0$ . Będzie:  $\log \pi = \frac{kgR}{a(1+0,00375 \cdot x)} + C$ .

Odbierając zrównanie poprzedzające od teraźniejszego znajdziemy:

$$\log \frac{\pi}{p} = \frac{kgR}{a(1+0,00375 \cdot x)} \cdot \frac{z}{R+z} : \dots (3).$$

Zrównania (2) i (3) dają wartość na  $p$  i  $r$  przez  $h$ , przeto zamykają w sobie prawa gęstości i sprężystości powietrza w czasie równowagi atmosfery.

173. Chcąc zastosować zrównanie (3) do mierzenia wysokości za pomocą barometrów, przypuśćmy naprzód: żeśmy obserwowali wysokość barometru przy powierzchni ziemi  $h$ , i drugą pod wysokością  $z$  równą  $h'$ . W pierwszym razie niech temperatura żywego srebra będącego w barometrze wyrazi się przez  $T$ , w drugim przez  $T'$ . Ponieważ żywe srebro odmiętnia swoją objętość o  $\frac{1}{5550}$  na jeden stopień termometru seikowego, nazwawszy jego gęstość w temperaturze  $T$  przez  $m$ , w temperaturze  $T'$  gęstość żywego srebra wyrazi się przez:  $m \left( 1 + \frac{T-T'}{5550} \right)$ . Stąd, stosownie do wzoru (1),  $p = mg'h' \left( 1 + \frac{T-T'}{5550} \right)$ .

Dla krótkości nazwiemy  $h' \left( 1 + \frac{T-T'}{5550} \right)$  przez  $h''$ ;  $h''$  wyrazi wysokość żywego srebra w barometrze daną z drugiej obserwacji i rozmnożoną przez  $\left( 1 + \frac{T-T'}{5550} \right)$ . Stąd:  $\frac{\pi}{p} = \frac{gh}{g'h''}$ .

A że z §. 172.  $g' = \frac{gR^2}{(R+z)^2}$ , przeto:  $\frac{\pi}{p} = \frac{h}{h''} \cdot \frac{(R+z)^2}{R^2}$ .

$$\log \frac{\pi}{p} = \log \frac{h}{h''} + 2 \log \left( 1 + \frac{z}{R} \right) \dots \dots (4).$$

Pozwólmy, że temperatura atmosfery, w czasie obserwowania wysokości  $h$  przy powierzchni ziemi, była równą  $t$ , w obserwacji zaś odbytej pod wysokością  $z$  niech się równała  $t'$ . Będziemy mieli  $x = \frac{t+t'}{2}$ .

We wzorze (3) współczynnik ilości  $x$ , to jest 0,00375, trzeba nieco powiększyć dla następującej przyczyny. Powietrze ma zawsze w sobie pewną ilość rozpuszczonej wody, tém większą im znaczniejsza jest temperatura atmosfery. A że pod iednémże parciem atmosfery, ma się gęstość pary wodnej, do gęstości powietrza = 10:14, zatem powietrze tém jest lżeysze, im więcej ma w sobie rozpuszczonej wody. Przeto za przyhywaniem ciepła w atmosferze powietrze w większym stosunku zmniejsza swój ciężar, aniżeli powiększa objętość. Dla tego właśnie potrzeba powiększyć cokolwiek współczynnik 0,00375, i zrobić go równym  $0,004 = \frac{1}{250}$ . Stąd zamiast 0,00375.x potrzeba położyć  $\frac{2(t+t')}{1000}$ .

Podstawiając wartość za  $\log \frac{\pi}{p}$  ze zrównania (4) i  $\frac{2(t+t')}{1000}$  za 0,00375.x we wzorze (3), będzie:

$$\log \frac{h}{h''} + 2 \log \left( 1 + \frac{z}{R} \right) = \frac{kg R}{a \left( 1 + \frac{2(t+t')}{1000} \right)} \cdot \frac{z}{R+z}$$

$$z = \frac{a}{kg} \left\{ 1 + \frac{2(t+t')}{1000} \right\} \left\{ \log \frac{h}{h''} + 2 \log \left( 1 + \frac{z}{R} \right) \right\} \left\{ 1 + \frac{z}{R} \right\} \dots \dots (5).$$

Przyszlśmy więc do wzoru na wysokość  $z$  wyrażoną przez funkcją  $(t, t', h, h'')$ , szukając wartości  $\log \frac{\pi}{p}$ , raz z parcia powietrza przy powierzchni ziemi i pod wysokością  $z$ , drugi raz z ciśnienia żywego srebra. Porównanie tych dwóch wartości na  $\frac{\pi}{p}$  dało wzór (5) żądany.

174. Chcąc oznaczyć mnożnik stały  $\frac{a}{kg}$ , potrzeba wymierzyć jeodezycznie pewną wysokość  $z$ , i zanotować razem ilości  $h$ ,  $h''$ ,  $t$ ,  $t'$ . Podstawivwszy te wartości w równaniu (5), otrzymamy z niego  $\frac{a}{kg}$ . Właśnie takową robotę odbywał P. Ramond; a biorąc średnią z wielokrotnie powtórzonych wymiarów znacznej liczby wysokości, znalazł  $\frac{a}{kg} = 18336$  metrom, pod szerokością jeograficzną  $45^\circ$  i przy powierzchni morza.

175. Jeżeli  $g$  oznacza natężenie siły ciężkości pod szerokością jeograficzną  $45^\circ$ , a  $g''$  natężenie tejże siły pod szerokością jeograficzną  $\psi$ , będzie: stosownie do doświadczeń robionych na kuli ziemskiej z wahadłem,  $g'' = g(1 - 0,002837 \cdot \text{dost } 2\psi)$ . Stąd i  $\frac{a}{kg}$  odmieniać musi swoją wartość pod rozmaitą jeograficzną szerokością. I ogólnie:  $\frac{a}{kg} = 18336^m(1 + 0,002837 \cdot \text{dost } 2\psi)$ .

Oprócz tego, nazwawszy wyniesienie nad powierzchnią morza stanowiska niższego przez  $v$ , a promień ziemi przez  $R$ ,  $\frac{a}{kg}$  odmieni się na

$$\frac{\frac{a}{kgR^2}}{(R+v)^2} = \frac{\frac{a}{kg}}{\left(1+\frac{v}{R}\right)^2} = \frac{\frac{a}{kg}}{kg\left(1-\frac{2v}{R}\right)} = \frac{a}{kg} \left(1 + \frac{2v}{R}\right).$$

A wzór na  $z$  wyrazi się pod tą nayogólnieyszą postacią:

$$z = 18336^m(1 + 0,002837 \cdot \text{dost } 2\psi) \left\{ 1 + \frac{2(t+t')}{1000} \right\} \left\{ \log \frac{h}{h''} + 2 \log \left( 1 + \frac{z}{R} \right) \right\} \left\{ 1 + \frac{z}{R} \right\} \left\{ 1 + \frac{2v}{R} \right\} (\alpha).$$

176. Chcąc za pomocą wzoru ( $\alpha$ ) oznaczyć wysokość  $z$ , potrzeba z przyzwyczajeniami-ostrożnościami, wymienionemi w §. 169, ocenić  $h$ ,  $h''$ ,  $t$ ,  $t'$ . Te wartości podstawując we wzorze ( $\alpha$ ), i zaniedbując ilość  $\frac{z}{R}$ , otrzymamy wartość przybliżoną na  $z$ . Z niej znajdzie wartość przybliżoną na  $\frac{z}{R}$ . A odbywając na nowo całe działanie, i podstawując w równaniu ( $\alpha$ )  $h$ ,  $h''$ ,  $t$ ,  $t'$ , i znalezione przez przy-



bliżenie  $\frac{z}{R}$ , wyrachując powtórna wartość na  $z$  bliższą prawdy. To działanie należy dopóty powtarzać, póki dwie następne wartości na  $z$  nie zgodzą się z sobą. Pospolicie dwa razy odbyty rachunek przyprowadza do ścisłej wartości na  $z$ .

177. Oprócz wzoru ( $\alpha$ ) jest jeszcze inny wzór daleko łatwiejszy do rozwiązania, lubo nie tak dokładny. Wyłożymy sposób otrzymania tego wzoru, bo P. *Biot* i inni ułożyli go w tablice, co sprawia wielką dogodność w odbywaniu rachunków. Jeżeli we wzorze (5) zaniedbamy  $\frac{z}{R}$ , będzie:

$$z = \frac{a}{kg} \left\{ 1 + \frac{2(t+t')}{1000} \right\} \log \frac{h}{h''} \left\{ 1 + 0,002837 \cdot \text{dost } 2\psi \right\}.$$

Widzimy oczywiście, że ilość  $\frac{a}{kg}$  będzie tu miała odmienną aniżeli pierwszy wartość. Na ten ostatni przypadek znalazł P. *Ramond*  $\frac{a}{kg} = 1839,3$  metrów.

Przeto:  $z = 1839,3^{\text{m}} (1 + 0,002837 \cdot \text{dost } 2\psi) \left( 1 + \frac{2(t+t')}{1000} \right) \log \frac{h}{h''} \dots (\beta).$

Trzeba pamiętać, że  $h'' = h' \left( 1 + \frac{T-T'}{5550} \right).$

Prosty ten i łatwy wzór do rozwiązania ułożył w tablice P. *Biot*, które się znajdują w tomie 3cim jego astronomii fizycznej. Dają one w momencie i z zupełną dokładnością wysokość miejsc nie bardzo wyniosłych; dla tego zalecać ie należy inżynierom zatrudniającym się równoważeniem. W bardzo wielkich wysokościach, wypadki otrzymane ze wzoru ( $\alpha$ ) i ( $\beta$ ) iuż się pomiędzy sobą różnią. Tak np. zastosowane do wymiaru góry *Chimborazo* najwyższej z gór *Kordylierów* w Ameryce, która ma 5879 metrów wysokości, dają różnicę dochodzącą do czterech metrów.

Tablica poprawek wysokości dla szerokości jeograficznej miejsca.

Szer. jeogr.	Poprawka.
0° . . .	$+\frac{1}{352} Z.$
5 . . .	$+\frac{1}{358}$
10 . . .	$+\frac{1}{375}$
15 . . .	$+\frac{1}{407}$
20 . . .	$+\frac{1}{460}$
25 . . .	$+\frac{1}{548}$
30 . . .	$+\frac{1}{705}$
35 . . .	$+\frac{1}{1030}$
40 . . .	$+\frac{1}{2030}$
45 . . .	$\pm 0.$
50 . . .	$-\frac{1}{2030}$
55 . . .	$-\frac{1}{1030}$
60 . . .	$-\frac{1}{705}$
65 . . .	$-\frac{1}{548}$
70 . . .	$-\frac{1}{460}$
75 . . .	$-\frac{1}{407}$
80 . . .	$-\frac{1}{375}$
85 . . .	$-\frac{1}{358}$
90 . . .	$-\frac{1}{352}$

Idąc od równika aż do 45° szerokości jeograficznej, poprawka dorzuca się do znalezionej wysokości. Od 45° aż do bieguna poprawka tu umieszczona odciąga się.

178. P. Biot następującym sposobem ułożył wzór ( $\beta$ ) w tablice. Uważa on naprzód, że współczynnik  $1+0,002837$  dost  $z$  zależący od szerokości jeograficznej miejsca, wcale nieznaczną odmianę sprawia w wartości na  $z$ . Pod 45° szerokości drugi jego wyraz  $=0$ , maximum zaś jego na równiku i przy biegunach wynosi zaledwo  $\frac{1}{1000}$  mierzonej wysokości. Smiało można go zaniedbać mierząc małe wysokości; w rozmiarze iednak znacznie wysokich miejsc można nań dawać bacność. P. Biot podał właśnie tablicę, którą tu przyłączamy, na poprawę rachowanej wysokości  $z$  ze wzoru ( $\beta$ ), stosownie do szerokości jeograficznej  $\phi$ .

Pozostaie wyrachować tablicę na drugą część wzoru, to jest: na  $18393^m \left\{ 1 + \frac{2(t+t')}{1000} \right\} \log \frac{h}{h''}$ . P. Biot zamiast  $\log \frac{h}{h''}$ , wziął  $\log \frac{0^m,76}{h''} - \log \frac{0^m,76}{h} = \log \frac{h}{h''}$ .

$$\text{Przez co: } 18393^m \left\{ 1 + \frac{2(t+t')}{1000} \right\} \log \frac{h}{h''} = \\ = 18393^m \left\{ 1 + \frac{2(t+t')}{1000} \right\} \left\{ \log \frac{0^m,76}{h''} - \log \frac{0^m,76}{h} \right\} \dots (\gamma).$$

Tak więc zamiast iednego wyrazu, otrzymuie autor wzór ( $\gamma$ ) złożony ze dwóch wyrazów, do których wchodzą tylko po dwie ilości zmienne. Oba te wyrazy łatwo mogą być ułożone w tablice z podwójnym weyściem; a dla zupełnego ich podobieństwa dość iedną ułożyć tablicę.

Pierwsza iey kolumna zawiera wysokości barometru w millimetrach, od



$0^m,765 = 28^{\circ}.3^1,1$ , aż do  $0^m,600 = 22^{\circ}.2^1,0$ . Ta odległość obecmuje 2000 metrów wysokości. Pamiętać potrzeba, że obie wysokości  $h$  i  $h''$  powinny być przywiedzione do iedney temperatury.

W drugiey kolumnie są wartości na  $(t+t')$  od  $+12^{\circ}$  aż do  $+42^{\circ}$  termometru setkowego.

Łatwo użyć tej tablicy, kiedy wysokości barometrów lub ilości ciepła  $(t+t')$  w niey się nie mieszczą. Objasnimy te przypadki szczególni przykładami przy końcu tego rozdziału.

179. Obserwacye meteorologiczne robione przez znaczny przeciąg czasu z dobrym barometrem i termometrem na iednémże miejscu, dadzą iego średnią temperaturę i średnią wysokość barometru. Podobne obserwacye dokładnie robione nad powierzchnią morza, pokażą średnią wysokość barometru i termometru tegoż miejsca. Z tych rzeczy, za pomocą przytoczonych wzorów lub też tablicy *Biota*, można dokładnie ocenić wyniesienie miejsca nad powierzchnią morza.

Podobne obserwacye robione na powierzchni ziemi w rozmaitych punktach z dobrymi i porównalnemi narzędziami, dałyby różnice wyniesień tych punktów nad powierzchnią morza; a połączone z obserwacyami długości i szerokości jeograficznych, posłużyłyby do oznaczenia trzech współprzystaw różnych punktów ziemi.

*Przykład.* Według dokładnych obserwacyi *Shuckburga* wysokość średnia barometru nad powierzchnią oceanu, pod  $50^{\circ}$  szerokości jeograficznej, iest  $0^m,7629$  p.  $28^{\circ}.2^1,2$ . Średnia temperatura  $= 12^{\circ},8$  termometru setkowego.

W Genewie zaś, według postrzeżeń *Saussura*, średnia temperatura wynosi  $+12^{\circ}$  termometru setkowego; a średnia wysokość barometru, za świadectwem *P. Cotte*, wyciągniona ze 14 lat, równa się  $0^m,7266$  p.  $26^{\circ}.10^1,1$ .

Tu średnie temperatury powietrza są razem średnimi temperaturami żywego srebra.

Tablica zniżen żywego srebra w barometrach dla kapilarności rurki barometryczney.

Srednica rurki w millime trach.	Zniżenie w millime trach.
2 . . .	4,5599.
3 . . .	2,9023.
4 . . .	2,9388.
5 . . .	1,5055.
6 . . .	1,1482.
7 . . .	0,8813.
8 . . .	0,6851.
9 . . .	0,5354.
10 . . .	0,4201.
11 . . .	0,3506.
12 . . .	0,2602.
13 . . .	0,2047.
14 . . .	0,1597.
15 . . .	0,1245.
16 . . .	0,0970.
17 . . .	0,0754.
18 . . .	0,0586.
19 . . .	0,0430.
20 . . .	0,0352.

Poprawka umieszczona w tej tablicy statecznie się dorzuca do wysokości żywego srebra obserwowanej w barometrze z wanienką.

Mamy więc:  $t+t'=24^{\circ},8$ .  $h=0^m,7629$ .

$$h''=0^m,7266+\frac{0^m,7266\times 0,8}{5550}=0^m,7267.$$

Tablica *Biota* stosownie do  $h''=0^m,7267$  i  $t+t'=24^{\circ},8$ ... daie...  $375^m,6$ .

a zaś na  $h=0^m,7629$  i  $t+t'=24^{\circ},8$ ... daie...  $+31,9$ .

Summa. . .  $=407^m,5$ .

Poprawka na średnią szerokość jeograficzną.  $= -0,2$ .

Wyniesienie Genewy nad powierzchnią oceanu  $=407^m,3$ .

Przykład ten razem nas uczy, że kiedy  $h>0^m,76$ , wtenczas drugi wyraz, zamiast odciągania dodać się do pierwszego; co właśnie i ze wzoru (7) wypada.

180. Nakoniec w robieniu obserwacy z barometrem, oprócz łatwych zwyczajnych uwag, tę jeszcze ostrożność zachować należy. Doświadczenie przekonało fizyków, że żywe srebro zawsze wyżej podnosi się w barometrze syfonowym, aniżeli w barometrach z wanienką, lubó oba będą naydoskonalej zrobione. *La Place* pokazał, że to zniżenie żywego srebra w barometrach z wanienką pochodzi od kapilarności rurek barometrycznych; którey wpływ będąc równym i przeciwnym w barometrach syfonowych, nie odmienia wysokości

żywego srebra podniesionego dla parcia atmosfery. Chcąc zaradzić tej niedogodności, wyrachował *La Place* tablicę, która daie zniżenia słupa żywego srebra w millimetrach

w barometrach z wanienką. Średnica rurki podobnież w millimetrach jest oznaczona. Stosownie do tej tablicy, należy wysokość żywego srebra obserwowaną w barometrze z wanienką o pewną ilość stałą dla niego powiększyć. Barometry syfonowe poprawki tej nie potrzebują.

181. Pozostało jeszcze objaśnić szczególnymi przykładami użycie w rozmaitych przypadkach tablic P. *Biota*. Przykład rozwiązany w §. 179. razem nas uczy użycia tablic, kiedy  $h$ ,  $h''$ , i  $t+t'$  mieszczą się w tablicy. Lecz może ktośkolwiek  $h$  albo  $t+t'$  nie mieścić się w tablicy, potrzeba więc wytłumaczyć zastosowanie tablicy do tych rzadkich przypadków.

181d: Jeżeli  $h$  przewyższa  $0^m,765$ , wtenczas możemy obie ilości dane  $h$  i  $h''$  zmniejszyć jedną setną, albo jedną dziesiątą częścią, i stosownie do tych wartości rozwiązać podany przykład. Bo we wzorze ( $\beta$ ) mamy tylko  $\log \frac{h}{h''}$ , którego wartość nie odmieni się, zmniejszając o  $\frac{1}{x}$  obie ilości  $h$  i  $h''$ . Najprościej jednak zmniejszyć obie te ilości  $\frac{1}{100}$  albo  $\frac{1}{10}$  częścią.

Tak np. jeżeli  $h = 0^m,7900$ ;  $h'' = 0^m,7000$ ; odciagam np.  
 $\frac{1}{10}$  część. . . . . : —  $0,0790$ . —  $0,0700$ .  
 $(h - \frac{1}{10}h) = 0^m,7110$ ;  $(h'' - \frac{1}{10}h'') = 0^m,6300$ .

i stosownie do pewney wartości na  $(t+t')$  szukam  $z$  z tablicy.

182. *Powtóre*: jeżeli  $h''$  mniejsze jest od  $0^m,600$ , i dla małości swojej nie mieści się w tablicy, do następnego udam się sposobu.

Wzór ( $\gamma$ ) §. 178. jest:  $z = 18393^m \left\{ 1 + \frac{2(t+t')}{1000} \right\} \left\{ \log \frac{0^m,76}{h''} - \frac{0^m,76}{h} \right\}$ .

Wiemy, że  $\log \frac{0^m,76}{h''} = \log \frac{0^m,76}{h''} \left( \frac{1 + \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} \right)^n = \log \frac{0^m,76}{h''(1 + \frac{1}{4})^n} + n \log \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} =$   
 $= \log \frac{0^m,76}{h''(1 + \frac{1}{4})^n} + n \log \frac{0^m,76}{0^m,608}$ .

$$\text{Przeto: } z = 18393^m \left\{ 1 + 2 \frac{(t+t')}{1000} \right\} \left\{ \log \frac{0^m,76}{h'' (1 + \frac{1}{4})^n} - \log \frac{0^m,76}{h} + n \log \frac{0^m,76}{0^m,608} \right\}.$$

Potrzeba więc ilość  $h''$  mnożyć przez  $\frac{1}{4}$  wzięte w potęgę pierwszy, albo w potęgę drugiey, a najdaley w potęgę trzeciej; przez co będziemy mieli we wzorze trzy wyrazy, które wzięte z tablicy ze stosownemi znakami, dadzą wartość na  $z$  żadaną.

$$\begin{array}{lll} \text{Tak np. jeżeli } h = 0^m,76200. & T = +25^{\circ},3. & t = +25^{\circ},3. \\ & h' = 0,38294. & T' = +10^{\circ}. & t' = -1^{\circ},6. & \phi = 1^{\circ}.45'. \end{array}$$

$$\text{Wtenczas } t+t' = 23^{\circ},7; \quad h = 0^m,76200; \quad h'' = 0^m,38294 \left\{ 1 + \frac{15,3}{5550} \right\} = 0^m,384.$$

Widzę że w tym razie potrzeba mnożyć  $h''$  przez  $(\frac{1}{4})^2$ . Przeto  $n=2$ .

$h'' (\frac{1}{4})^2 = 0^m,600$ . Tablica *Biota* daie stosownie.....

$$\text{do } t+t' = 23^{\circ},7 \left\{ \begin{array}{l} \text{i do } \dots h'' (\frac{1}{4})^2 = 0^m,600 \dots 1977,7. \\ \dots h = 0^m,7600 \dots + 22,0. \end{array} \right.$$

$$\text{ilości stałej} = 0^m,608. \text{ raz. } 1867,1.$$

$$\text{drugi raz. } 1867,1.$$

$$\text{Summa} = 5733,9.$$

$$\text{Poprawka szerokości} = \frac{1}{812} z, \dots = 16,3.$$

$$z = 5750^m,2.$$

183. *Potrzenie.* Jeżeli obie ilości  $h$  i  $h''$  nie mieszczą się w tablicy *Biota*; dla tego, że każda w szczególności iest mnieyszą od  $0^m,600$ , wtenczas stosownie do uwagi wymienioney w §. 181. można do każdej z nich dorzucić iey część np. dziesiątą; następnie łatwo rozwiążemy przykład, według prawidła w §. 182. wyłożonego.

Tak *np.* pozwólmy, że  $h = 0^m,5740$ .  $h'' = 0^m,4820$ .

$$\frac{1}{10} h = 0^m,0574. \quad \frac{1}{10} h'' = 0,0482.$$

$$h(1 + \frac{1}{10}) = 0^m,6314; \quad h''(1 + \frac{1}{10}) = 0^m,5302.$$

Stosownie do otrzymanych wartości i do danego  $t+t'$  rozwiążemy podane zadanie sposobem wyłożonym w §. 182.

184. Nakoniec zdarzyć się może, że summa wysokości termometrów  $t+t'$  jest mniejszą od  $+12^\circ$ , lub większą od  $+42^\circ$ ; łatwo znaleźć wartość na  $z$ , za pomocą różnicy umieszczonej na każdy stopień termometru.

Tak *np.* niech będzie  $h = 0^m,665$ .  $h'' = 0^m,654$ .  $t+t' = 8^\circ$ .

Powiększmy  $t+t'$  do  $12^\circ$ , i szukamy odpowiedzi w tablicy na  $t+t'+4^\circ$ , i na  $h$  i  $h''$ .

Będzie:  $t+t'+4^\circ \dots h = 0^m,665 \dots -1092^m,5$ .

$$t+t'+4^\circ \dots h'' = 0^m,654 \dots +1228,9$$

$$\text{Summa} = +136^m,4$$

Ponieważ w każdej linii przy końcu mamy umieszczoną różnicę na  $1^\circ$  termometru, która przez dość długi szereg wyrazów jest stałeczną, przeto mnożąc umieszczoną różnicę przy  $0^m,665$ , czyli  $2^m,1$  przez 4, będzie  $8^m,4$ . Podobnie mnożąc różnicę na  $1^\circ$  termometru umieszczoną przy 654, czyli  $2^m,4$  przez 4, będzie:  $9^m,6$ .

$$9^m,6 - 8^m,4 = 1^m,2. \text{ Odjawszy } 1^m,2 \text{ od } 136^m,4, \text{ będzie: } z = 135^m,2.$$

Podobnie należy postępować kiedy  $t+t'$  przewyższa  $42^\circ$ .

Przykłady umieszczone w §§. 179. 181. 182. 183. 184. objaśniają użycie tablicy *Biota* na wszystkie zdarzyć się mogące przypadki. Najczęściej jednak  $h$ ,  $h''$  i  $t+t'$  prosto się mieszczą w tablicy, wtenczas przykład podany najprędzej się rozwiązuje.

185. Przykłady rozwiązywane w wyższych §§. stosowały się do barometrów, których skala podzielona jest na części metru, i do termometrów seiko-



wych. W kraju naszym pospolicie skala barometrów daie cale i liniie stopy paryskiej (*pied du roi*), a termometry mają podział *Réaumur*. Podamy na to szczególny przykład.

Tablica służąca na zamianę cali i liniy stopy paryskiej  
(*pied du roi*) na millimetry.

Cale.	Millimetry.	Liniie.	Millimetry.	$\frac{1}{12}$ linii.	Millimetry.
12.	324,83938.	1.	2,25583.	1.	0,18799.
13.	351,90933.	2.	4,51166.	2.	0,37598.
14.	378,97928.	3.	6,76749.	3.	0,56397.
15.	406,04923.	4.	9,02316.	4.	0,75195.
16.	433,11918.	5.	11,27915.	5.	0,93994.
17.	460,18912.	6.	13,53497.	6.	1,12792.
18.	487,25907.	7.	15,79080.	7.	1,31592.
19.	514,32902.	8.	18,04663.	8.	1,50390.
20.	541,39897.	9.	20,30246.	9.	1,69189.
21.	568,46892.	10.	22,55829.	10.	1,87988.
22.	595,53886.	11.	24,81412.	11.	2,06786.
23.	622,60881.				
24.	649,67877.				
25.	676,74872.				
26.	703,81866.				
27.	730,88861.				
28.	757,95856.				
29.	785,02851.				



Obserwacje wysokości barometru i termometru na spodzie wieży święto-Jańskiej i na galeryi, robione 1828 Marca 21. pod moim dozorem przez uczniów chodzących na Jeodezyą.

Liczba obserwacyi.	Czas obserwacyi.	Wysokość barometru u spodu.	Wysokość termometru spodu.	Wysokość barometru na galeryi.	Wysokość termometru na galeryi.	UWAGI.
1.	9 <sup>g</sup> . 30'.	333 <sup>1</sup> . 35.	+ 2 <sup>o</sup> . 5.	331 <sup>1</sup> . 6.	+ 3 <sup>o</sup> .	W ciągu całego roboty niebo było wypogodzone i wiatr mały. Barometry były syfonowe roboty Ertela. Termometry miały podział Réaumur.
2.	» 45'.	333. 15.	+ 1. 5.	331. 6.	+ 2 <sup>o</sup> .	
3.	10 <sup>g</sup> . 0'.	333. 1.	+ 1. 5.	331. 52 <sup>5</sup> .	+ 2 <sup>o</sup> .	
4.	» 15.	332. 97 <sup>5</sup> .	+ 1. 25.	331. 5.	+ 2.	
5.	» 30.	332. 92 <sup>5</sup> .	+ 1. 25.	331. 3.	+ 2.	
6.	» 45.	332. 82 <sup>5</sup> .	+ 1. 25.	331. 3.	+ 2. 5.	
7.	11 <sup>g</sup> . 0'.	332. 8.	+ 1. 75.	331. 3.	+ 3.	
8.	» 15.	332. 67 <sup>5</sup> .	+ 2. 0.	331. 2.	+ 3. 25.	
9.	» 30.	332. 62 <sup>5</sup> .	+ 2. 5.	331. 17 <sup>5</sup> .	+ 3. 25.	
10.	» 45.	332. 52.	+ 2. 5.	331. 1.	+ 3. 5.	
11.	12 <sup>g</sup> . 0'.	332. 5.	+ 2. 75.	331. 1.	+ 3. 75.	
Srednia...	» » » »	332 <sup>1</sup> . 85 <sup>9</sup> .	+ 1. 8 <sup>9</sup> .	331 <sup>1</sup> . 336.	+ 2. 75.	
	Błąd stały	+ 0,4.				
333, 25 <sup>9</sup> .						
Różnica wysokości barometrów = 1 <sup>1</sup> . 923.						

Rachunek wysokości wieży odbyty za pomocą tablic barometrycznych P. Biota \*) ułożonych według wzoru:

$$z = 18393^m \left( 1 + 2 \left( \frac{T + T'}{1000} \right) \right) \left( \log \frac{0^m,76}{h''} - \log \frac{0^m,76}{h} \right) \dots (7).$$

$$27^{\circ} \rho. 324^1 \dots 730^{mm},88861.$$

$$9 \dots \dots 20,30246.$$

$$0,2 \dots \dots 0,45117.$$

$$0,05 \dots \dots 0,11279.$$

$$0,09 \dots \dots 0,02030.$$

$$\hline 751,77533.$$

$$h = 751^{mm},78.$$

$$324^1 \dots \dots 730^{mm},88861.$$

$$7 \dots \dots 15,79080.$$

$$0,3 \dots \dots 0,67675.$$

$$0,03 \dots \dots 0,067675.$$

$$0,006 \dots \dots 0,013535.$$

$$\hline 747,43737.$$

$$h' = 747^{mm},44.$$

$$h'' = h' \left( 1 + \frac{T - T'}{5550} \right) = 747^{mm},29 = h''.$$

$$T = t = 2^{\circ},36$$

$$T' = t' = 3^{\circ},44.$$

$$T - T' = -1^{\circ},08$$

$$T + t = 5^{\circ},8.$$

$$(747^{mm} \dots + 12^{\circ}) \dots 141^m,10.$$

$$0^{mm},29 \dots \dots \dots -3,16.$$

$$\hline 137,94.$$

$$(12^{\circ} - 5^{\circ},8 = 6^{\circ},2) \dots \dots -1,76.$$

$$1szy \text{ wyraz} = 136,18.$$

$$(751^{mm} \dots + 12^{\circ}) \dots 97^m,40.$$

$$0^{mm},78 \dots \dots \dots -8,42.$$

$$\hline 88,98.$$

$$(12^{\circ} - 5^{\circ},8 = 6^{\circ},2) \dots \dots -1,26.$$

$$2gi \text{ wyraz} = 87,72.$$

$$z = 136^m,18 - 87^m,72 = 48^m,46.$$

$$\text{Poprawka dla szerokości} = \frac{\pi}{1090} = 0^m,04.$$

$$\text{Stąd: } z = 48^m,42 = 148^{st},3.$$

---

\*) Tablice barometryczne Biota znajdują się w trzecim tomie drugiego wydania jego astronomii fizycznej; i jeszcze osobno są drukowane, pod tytułem: *Tables portatives barométriques. Paris. 1815.*

### Rachunek wysokości wieży ze wzoru:

$$z = \underbrace{18393^m}_{a.} \left( \underbrace{1 + \frac{2(T+T')}{1000}}_{b.} \right) \log \frac{h}{h''} \left( \underbrace{1 + 0,002837 \cdot \text{dost } 2\psi}_{d.} \right)$$

$$h = 0^m,75178. \quad h'' = 0^m,74729. \quad T+T' = 5^{\circ},8. \quad \psi = 54^{\circ},41'.2''.$$

$$b = 1 + \frac{11,6}{1000} = 1,0116.$$

$$2\psi = 109^{\circ}.22'.4''.$$

$$\log h = 9,8760908. +$$

$$\log 0,002837 = 7,4528593 +.$$

$$\log h'' = 9,8734892. +$$

$$\log 2\psi = 9,5206547 -$$

$$\log \frac{h}{h''} = 0,0026016 +$$

$$6,9735140 - 0,00094084.$$

$$l. \log \frac{h}{h''} = 7,4152405 +$$

$$d = 0,99905916.$$

$$\log d = 9,9995925. +$$

$$\log a = 4,2646526 +$$

$$\log b = 0,0050088 +$$

$$\log c = 7,4152405 +$$

$$\log d = 9,9995925 +$$

$$\log z = 1,6844944 +$$

$$z = 48^m,361 = 148^{\text{st}},30.$$

Wysokość od galeryi do ostatniego sklepienia wieży pod krzyżem odmierzona nicią z ciężarem = 33<sup>st</sup>,5.

Wysokość wieży do ostatniego sklepienia pod krzyżem = 181<sup>st</sup>,8 = 90<sup>lok</sup>,9.

186. Oprócz P. *Biota*, podali jeszcze tablice na szukanie wysokości-mieysc z obserwacyy barometrycznych PP. *Lindenau*, *Oltmanns* i *Archanielski*. Pierwsze wydane są pod tytułem: *Tables barométriques pour faciliter le calcul des nivellemens et des mesures des hauteurs par le Baromètre, par Bernard Lindenau. Gotha. 1809.* Drugie: *Tables hypsométriques, ou Tables auxiliaires pour le calcul des hauteurs à l'aide du baromètre, d'après la formule de Mr La Place. Paris. 1809.* Trzecie: Карманная книжка для барометрическаго нивелирования. Санктпетербургъ. 1824. P. *Archanielski* zastosował szczególniej swoje tablice do mierzenia niezbyt wysokich gór, iakie się pospolicie znajdują w-Rossyi. Tablica *Biota* prostsza od innych, daleko prędzej daie szukany wypadek. I dla tego upowszechnienie iey ważne byłoby dla inżynierów topografów trudniących się równoważeniem gór w Rossyi.

---

Wydział Geodezyjny

Instytut Geodezyjny  
i Astronomii Geodezyjnej