

## ROZDZIAŁ VI.

### *Wymiar podstawy.*

---

63. Mając już obserwowane i za pomocą podanych wzorów przywiedzione wszystkie kąty położeń do środka stanowiska, do środka znaków obserwowanych i do poziomu, mamy tém samym na powierzchni ziemi póżnaczane kąty troykatów kulistych, których bokami są odległości wzajemne stanowisk. Dla rozwiązania wszystkich tych troykatów, potrzeba iak naydokładniey wymierzyć choć ieden bok któregokolwiek troykata. Bok taki nazywa się w Jeodezyi *podstawą* (*base*); a wymiar podstawy iest działaniem nayważnicyszém i naytrudnieyszém ze wszystkich prac jeodezycznych.

64. Za podstawę należy obrać odległość dwóch stanowisk leżącą na powierzchni równey i płaskiey, iaka się zdarza nad powierzchnią morz, rzek i bagien, albo też na równych drogach. Jeżeli odległości pomiędzy stanowiskami nie dają tak dogodney podstawy, wtenczas upatrzywszy miejsce płaskie, można na niem obrać dwa stanowiska, związać ie za pomocą obserwacyy z całą siecią troykatów, a odległość tych stanowisk dokładnie wymierzona będzie bardzo dobrą podstawą.

65. Podstawa powinna mieć taką długość, któraby z długością boków troykatów pierwszego rzędu porównaną bydź mogła. Tak np. podstawa mierzona w r. 1736 przez Francuzów w Peru, zamykała około 6272 sążni. W Łaponii mierzona przez *Maupertuis* w r. 1736, zamykała 7406,8 sążni. We Francyi mierzona w r. 1669 przez *Pikarda* na płaszczyźnie Ville-juiif blisko Pary-

za, miała 5663. W Anglii mierzona r. 1784 przy Hounslow-heat przez jenerała *Roy*, miała 4285,665 sążni. We Francyi mierzona przez *Delambra* r. 1798 przy Melun, zamykała 6075,9 sążni, przy Perpignan miała długości 6006,25545 sążni, po sprowadzeniu do powierzchni morza. Jedna tylko podstawa mierzona przy Goldalch w Bawaryi, zamykała 21655<sup>m</sup>,g.

66. Do mierzenia podstawy używają się rozmaitego gatunku sznury lub pręty. Długość takowych kilku lub kilkunastu prętów powinna być taż sama, i rozszerzalność ich na jeden stopień ciepła ma być dobrze znana. *Bouguer* i *Lacondamine* w r. 1736 rozmierzając podstawę w Peru, używali prętów drewnianych długich stop 20. *Cassini de Thury* w r. 1740 w bliskości Paryża używał do wymiaru prętów żelaznych, a syn jego wymierzał podstawę przy Dunkierce prętami drewnianymi lakierowanymi. *Boscovich* w r. 1750 we Włoszech używał prętów drewnianych. Anglicy rozmierzając w r. 1784 podstawę przy Hounslow-heat używali prętów drewnianych; lecz powtórnie mierząc używali rur szklanych mających 20 stop długości. Wymierzywszy iednak 1000 stop łańcuchem żelaznym, przez *Ramsdena* zrobionym, postrzegli: że różnica między długością podstawy mierzonej prętami szklannemi zamykającej 27404,7219 stop angielskich, a długością iakaby wypadła z mierzenia łańcuchem żelaznym, zaledwo wynosiła pół cala. Dla tego rozmierzając w r. 1787 drugą podstawę przy Romneymarsh, używali samego łańcucha żelaznego od 100 stop długości; i znaleźli cztery cale i pół różnicy między długością podstawy mierzonej tym sposobem, i rachowanej z podstawy pierwszej przez ciąg 24 trojkątów, w odległości 57820 sążni francuzkich. Jenerał *Lambton* w roku 1802, na brzegach Koromandelu, mierzył podstawę łańcuchem żelaznym przez *Ramsdena* zrobionym. *Svanberg* rozmierzając w r. 1802 w Szwecyi podstawę przy Avasaxa, brał pręty żelazne mające sześć metrów długości, końce ich okrywał blachami

śrębrnemi, a na nich oznaczał linie zupełnie na sześć metrów od siebie odległe. Też samą podstawę mierzył *Maupertuis* w roku 1736 prętami drewnianemi. Sławny astronom *Zach* i Pr. *Inghirami* mierzyli we Włoszech podstawy prętami drewnianemi. Pręt był naprzód robiony z drzewa suchego sosnowego; następnie rozrzynano go podłużnie, i dwie części łączono w kierunku przeciwnym słoików. Taki pręt jeszcze lakierowano i oprawiano w mosiądz. Odmiany ciepła i wilgoci nie miały wpływać na zmianę długości pręta.

Nie jednakowoż nie wyrównywa dokładności z jaką mierzone były podstawy przy Perpignan i Melun w r. 1798 przez *Delambra* i *Méchain*, prętami platynowemi mającemi 12 stop długości.

67. W robotach niewielkiej wagi można używać z korzyścią prętów drewnianych sosnowych lub iodłowych suchych, wygotowanych w oleju i przyzwyczajonych, żeby się nie wyginały. Rozszerzalność takich prętów, dla odmiany zwyczajnej temperatury, prawie jest nieznaczna. Pręty te powinny mieć kształt na figurze 24 tabl. z wskazany; oprawione bowiem w równoległobok ABCD od wilgoci nie koszą się. Długość ich AB około pięciu metrów wynosić powinna. Koniec ieden takiego pręta *np.* A powinien być zakończony goździkiem mającym powierzchnią płaską, a drugi koniec B ma być zakończony także goździkiem metalicznym z powierzchnią wypukłą. Dotknięcie takich dwóch powierzchni w przykładaniu prętów bardzo jest pewne i dokładne.

W mierzeniu podstawy pręty drewniane stawia się jeden obok drugiego na drewnianych koziołkach, poziomują za pomocą libelli, a stykają za pośrednictwem nici z ciężarem stycznej do końców obu prętów.

Rury szklane, osobliwie dęte, podobnież nie wiele się rozszerzają dla wpływu ciepła. Ale biorąc do wymiaru sznury lub pręty metaliczne, po-

trzeba ich długość oznaczyć w miarach stałych i dobrze znanych, na pewną temperaturę np. na  $0^{\circ}$  ter: Réaumura, i poznać dokładnie odmianę iakiej doświadczają w długości swojej na ieden stopień termometru. Doświadczenia bowiem PP. *Lavoisier* i *La Place* pokazały, że pręty metaliczne od  $0^{\circ}$  do  $100^{\circ}$  termometru setkowego rozszerzają się w stosunku prostym temperatury. To iest: kiedy pręt długości  $x$  rozszerza się na ieden stopień ciepła na  $dx$ , na stopni  $n$  rozszerzy się na  $ndx$ . Stąd rozmierzając podstawę prętami metalłowemi, i dając wzgląd na temperaturę w każdym miejscu, łatwo długość podstawy w iedney temperaturze oznaczymy.

68. Chcąc zebrać razem wszystkie ostróżności, iakie w mierzeniu podstawy zachować należy, opiszemy tu wymiar podstawy we Francyi wykonany z naysmyślniejszym skutkiem przez *Delambra*. Używał on czterech prętów platynowych (*fig. B. tab. 1*), mających długości stóp paryskich dwanaście, szerokości pół stopy, a grubości pół linii. Każdy pręt platynowy pokryty był drugim prętem miedzianym, krótszym od niego blisko na sześć cali. Pręt miedziany przytwierdzony był w iednym końcu trzema szrubami do pręta platynowego, w drugim zaś wolnie mógł się przedłużać. W końcu tym drugim wolnym pręta miedzianego przystosowany był wernier, który okazywał dokładnie rozszerzenie względne miedzi, z czego przez rachunek można było ocenić rozszerzenie samego pręta platynowego. Tak że iedna część werniera okazywała odmianę  $0,000009245$  sążni w długości pręta platynowego. Urządzenie to było właśnie termometrem metalicznym, na miejscu którego można używać zwyczajnych cieplomierzów merkuryalnych.

Ponieważ w rozmiarze pręty platynowe nie stykano z sobą, ale zostawiano pomiędzy niemi pewną małą odległość, przeto dla ocenienia tej różnicy, na

końcach prętów platynowych nie pokrytych miedzią były małe wydrążenia, w których posuwały się szrubką z małym tarcie blaszki platynowe, podzielone na części dziesięciotysięczne sążnia; a na bokach wydrążenia przystosowany wernier służył do ocenienia  $\frac{1}{100000}$  części sążnia. Były tam oprócz tego przy obu wernierach zastosowane mikroskopy, tak dla lepszego widzenia podziałów, iako też i dla ocenienia z oka jeszcze drobniejszych części. Blaszeczki te platynowe stanowiły nieiako przedłużenia samych prętów; i gdy dwa pręty stawiano obok siebie w położeniu poziomem, zostawiano między nimi małą odległość, a tę za pomocą przysuwania blaszek oznaczano. Tym sposobem unikano posuwania w tył prętów, które może się zdarzać w stykaniu ich z sobą. Ta choć mała niedokładność, często powtarzana, wpłynęłaby niezawodnie na błąd wypadku.

Pręty platynowe dla cienkości swojej były dość giętkie, i mogłyby się przez użycie powychylać. Dla tego *Delambre* kazał je tak oprawić w dobrze wyheblowane drewniane prawidła, żeby się nie ugiwały, i żeby razem wolnie dla temperatury przedłużać się i skracać mogły. Prawidła drewniane pokryte były daszkiem, dla tego: że ciepło słoneczne ogrzewając wprost miedź, która pokrywała platynę i niedopuszczała tak prędko ogrzewać się prętom platynowym, podniosłoby wyżej temperaturę miedzi niż platyny; przez co byśmy na wernierze nie mogli ocenić rozszerzenia względnego miedzi i platyny w jednej temperaturze. W daszku tym jednak z boków porobione były małe otwory, żeby obserwator mógł w każdym razie obejrzyć pręty, i dostrzedz iakąkolwiek odmianę, która przypadkiem mogła zayść w ich położeniu. Wieczorem i zrana promienie słoneczne padające bardzo pochyło ogrzewały pręty przez też otwory; w tym przypadku zakrywał je *Delambre* płótnem białem, dla odbicia promieni słonecznych;



bojąc się zawsze, żeby ich wpływem pręt miedziany leżący na wierzchu, nie był mocniej ogrzany od pręta platynowego.

Każdy pręt platynowy oprawiony w drzewo wsparty był na dwóch żelaznych tróynogach, które za pomocą szrub mogły być upoziomowane. Nogi szrubowe tych tróynogów należy jeszcze oprzeć na podstawku drewnianym z czopkami wklęsłemi ostrokągowymi żelaznemi, w któreby wchodziły końce szrub mające kształt pełnych ostrokągow. Podstawek taki zwykły się pospolicie używać do narzędzi astronomicznych przenośnych. Ma on figurę trójkąta, i wbiia się w ziemię za pomocą trzech żelaznych ostrokągow mających kilka cali długości. Tym sposobem ustawione pręty platynowe nie odmieniały swego położenia od małych potrąceń i od małego wiatru. W czasie burzy działanie samo pospolicie przerywano.

Pokrywy drewniane obejmujące cztery pręty platynowe rozmaitemi kolorami były pociągnięte, dla tém łatwiejszego prętów rozróżnienia; same nawet pręty były oznaczone oddzielnemi liczbami.

Nareszcie po obu końcach daszku znajdowały się prostopadłe ostrza, których oś powinna była padać na połowę prętów. Kiedy ostrza prętów leżały w kierunku podstawy, znakiem było, że pręty nie ukośnie ale prosto w kierunku linii wyrażającej podstawę były ustawione.

69. Mając przygotowane do mierzenia podstawy pręty platynowe, lub inne jakiegokolwiek, których rozliczne gatunki jużesmy wyliczyli, potrzeba się zająć wybiciem kołkami linii prostej lub zakrzywionej, którą idzie podstawa. W tym celu na jednym końcu podstawy wbić powinienem prostopadle dobrze ociosany walcowy kół, np. na sążen wysoki a na sześć cali gruby. Po wbiciu kół powinien tylko wystawać na kilka cali nad powierzchnią ziemi. Następnie ustawiam koło powtarzające w kierunku pionowém, tak żeby nie prostopadła lunety koła

padała na oś wbitego znaku. Kiedy ustawię dobrze narzędzie za pomocą libell; powinienem się jeszcze dostateczniej przekonać, czy nie lunety leży na płaszczyźnie wierzchołkowej. W tym celu obracam koło powtarzające azymutalnie na  $180^\circ$ . Jeżeli w tém położeniu wszystkie punkta nici lunety przypadają równie iak i pierwicy na oś znaku, nie ta ma położenie dokładnie wierzchołkowe.

Potém w odległości *np.* stu sążni powinienem kazać wbijać żelazne równe koły. Kiedy koł włożony zgadza się z nicią pionową lunety, potrzeba go mocno młotem wbić w ziemię; strzegąc się zawsze, żeby z pierwotnego pionowego nie złoczył kierunku. Tym sposobem naznaczywszy kilka następnych punktów żelaznemi kołami, potrzeba je wyjąć, a na ich miejsce powkładać kołki walcowe drewniane ostrokręgowo zakończone; dając zawsze baczność, żeby się one z nicią pionową lunety koła powtarzającego zgadzały. Kołki drewniane mogą mieć kilkanaście cali długości.

Oznaczywszy dobrze kołkami drewnianemi trzy albo cztery punkta po sto *np.* sążni od siebie odległe, mogę przenieść narzędzie i ustawić je przy ostatnim kołku, sprawdzając dokładnie jego położenie. Tym porządkiem mogę znowu oznaczyć trzy lub więcej punktów, i ciągle wybijać podstawę kołkami, dopóki ona idzie w kierunku linii prostej.

Gdy się podstawa zakrzywia w jakim punkcie; potrzeba tam najsćśley oznaczyć kąt zachylenia, i dalej postępować w oznaczaniu linii prostej zachyloney podstawy. Działanie tu opisane naystaranniej się ciągnie dopóty, póki nie dójdziemy aż do drugiego końca podstawy.

Zdarzyć się może że kołek drewniany nieco będzie odstępował od linii prostej wybiianey, i że jego oś zamiast punktu *a* przypadnie *np.* na punkt *b*. Zboczenie to ab naywięcej doysć może połowy cala, albo  $\frac{1}{14}$  sążnia. Jeżeli koło

jest ustawione w punkcie  $c$ , wtenczas odległość  $ac = 100$  sążniom. Zamiast zaś  $ac$ , będziemy wymierzali  $bc$ . Obaczmyż iaka jest różnica  $ac$  od  $bc$ .

W troykacie  $abc$  prostokątnym w  $a$ ...  $bc : ac = 1 : \text{dost } c$ .

$$\text{Stąd: } bc = \frac{ac}{\text{dost } c} \quad bc - ac = -ac + \frac{ac}{\text{dost } c} = \frac{ac(1 - \text{dost } c)}{\text{dost } c} = \frac{ac \cdot 2 \text{ wst}^2 \frac{1}{2} c}{\text{dost } c}$$

$bc - ac = 2 ac \cdot \text{wst}^2 \frac{1}{2} c$ . Bo  $\text{dost } c = 1$ , dla małości tego kąta.

Mamy  $ab = \frac{1}{144}$  sążnia,  $ac = 100$  sążniom. Przeto:  $\text{wst} = c = \frac{1}{14400}$ .

$$bc - ac = \frac{200^8}{4(14400)^2} = \frac{1}{4800} \text{ linii. Igdybyśmy podobny błąd we wbiciu kołków}$$

na każdym stanowisku popełnili, błąd całkowity wypadający z sześćdziesięciu *np.* stanowisk wyniosłby tylko  $\frac{1}{6}$  linii. Niepodobieństwo iednak popełniać takie błędy na każdym stanowisku; w praktyce przeto na to małe zbaczanie osi kołków od linii prostej, względu mieć nie należy.

70. Wybiwszy podstawę kołkami, przystąpić należy do mierzenia iey długości za pomocą *np.* prętów platynowych. Jakkolwiek praca ta na pozór wydaje się łatwą, zachodzi w nicy iednak mnóstwo małych uwag i ostryżności, które dla osób zajmujących się praktyczną robotą bardzo są potrzebne. Wyłożymy tu w krótkości cały ten sposób, z dzieła *Delambre (Base du Systeme métrique décimal tome 2)*.

Położyć naprzód należy pręt pierwszy w samym początku podstawy, tak żeby nic wierchołkowa, padająca na początek podstawy, była styczną do krawędzi pręta. Do długości więc pręta trzeba dorzucić połowę grubości nici. Sprawdziwszy położenie pręta za pomocą dwóch ostrzów żelaznych nad nim umieszczonych, potrzeba ieszcze przekonać się, czy on leży doskonale na kierunku linii prostej łączący dwa stanowiska. W tym celu obserwator umieszczony na początku podstawy powinien uważać, czy os znaku wbitego pionowo w tém



miejsca, z osią znaku drugiego leżącego o sto sążni i z dwóma ostrzami wbitemi do pręta platynowego, znajdując się na iedney linii prostey.

Podobnym sposobem kładzie się drugi pręt, trzeci i czwarty, zostawiając między nimi małą przestrzeń, która się ocenia za pomocą posuwney blaszeczki umieszczoney na końcach prętów. Po przyłożeniu każdego pręta trzeba patrzeć, czy ostrza wszystkich ustawionych prętów z osiami kołków leżą na iedney linii prostey.

Następnie na każdym pręcie trzeba położyć gruntwagę z libellą, w kierunkach wbrew sobie przeciwnych, i zapisać obie obserwacye, które pokażą pochyłość prętów do poziomu. \*) Nadto przeczytać potrzeba rozszerzenie względne miedzi na wernierze, i ocenić odległość prętów za pomocą posuwney blaszki.

Tym porządkiem odbywa się cały dzień mierzenie podstawy, z wolna i z największą ostrożnością. Wieczorem zaś, gdy już działanie przestać trzeba dla nad-

\*) Nachylenie kładzionego pręta do poziomu dość znać co do minuty. Nazwawszy długość pręta przez  $p$ , pochyłość przez  $\alpha$ , a długość pręta  $p$  przywiedzioną do poziomu przez  $x$ , będzie:

$$x = p \cdot \text{dost } \alpha$$

$$p - x = p (1 - \text{dost } \alpha) = 2p \cdot \text{wst } 2\frac{1}{2} \alpha$$

$$p - x = \frac{1}{8} p \cdot \text{wst } 2 (2\alpha) = 4^s \cdot \text{wst } 2\frac{1}{4} (2\alpha).$$

Wzór ten daie się ułożyć w tablicę, do której potrzeba wchodzić z argumentem  $2\alpha$ .

Nazwawszy różnicę wyniesień końców pręta nad poziom przez  $dN$ , mamy:

$$dN = p \cdot \text{wst } \alpha.$$

Rachując na każdy pręt wartość  $dN$ , summa ich dodana ze stosownemi znakami, da wyniesienie iednego końca podstawy nad drugi. Wartość ta iednak będzie bardzo grubym przybliżeniem, dla tego: że nie oceniamy w każdym razie kąta  $\alpha$  z przynależną dokładnością.

chodzącego zmroku, oznaczyć powinienem dobrze miejsce, na którym ostatni pręt się kończył. Nazajutrz od tegoż punktu mierzyć powinniśmy.

Wszystkie te obserwacye należy porządkie z naydelikatniejszymi uwagami zapisać w iednym, albo ieszczé lepiey we dwóch sexternach, z podpisem osób należących do tego działania.

Po wymierzeniu podstawy, iej końce oznaczają się pewnemi takienii znakami, któreby w każdym czasie z pewnością znalezione bydź mogły. Powbiiawszy w tych punktach mocne żelazne koły, należy ie omurować, lub obłożyć kamieniami, alboli też wystawić na tych miejscach piramidy lub pomniki.

71. Powierzchnia spodnia posuwnych blaszek (*languettes*) leżących na prętach platynowych może bydź uważaną za powierzchnią górną samychże prętów. W mierzeniu podstawy starać się potrzeba, żeby powierzchnia spodnia przysuwaney blaszki dotknęła powierzchni górney następującego pręta platynowego. I gdyby temu warunkowi wszędzie się zadość stało, wtenczas cała linia mierzona leżałaby na iedney prawie matematycznej powierzchni. Nayczęściey iednak się zdarza, że powierzchnia spodnia blaszki nie przypada na powierzchnią górną następnego pręta. *Delambre* na karcie 26 i 27 tomu drugiego *Base du S. m. déc*: podać na to poprawkę, która iednak w praktyce tak iest nieznaczna, że na całej podstawie przez niego mierzoney ledwie dwie lub trzy linie wynosi. Smiało ią przeto zaniedbać można.

72. Pręty obok siebie kładzione i kierowane po linii prostej podstawy za pomocą ostrzów, nie leżą nigdy doskonale na iedney linii prostej wyrażającej podstawę, ale są zawsze cokolwiek do siebie nachylone. Przeto linia mierzona prętami, nie iest linią matematycznie prostą, ale iest częścią wielokątą mającą tyle boków, ile razy pręty w mierzeniu podstawy były przyłożone. Pozwólmy np. że pierwszy pręt nachylony był do drugiego pod kątem A; nazwiemy dłu-

gość iego przez  $r$ . Stosownie do wzoru §. 69, stosującego się do odrysowanej tam figury, tu również przytoczyć się mogącej, będziemy mieli  $2r \cdot \text{wst}^2 \frac{1}{2} A$ , na poprawkę służącą do przywiedzenia długości położonego pręta do linii prostej podstawy. A że  $r = 2^s$ ;  $2r \cdot \text{wst}^2 \frac{1}{2} A = 4^s \cdot \text{wst}^2 \frac{1}{2} A = 1^s \cdot \text{wst}^2 A$ . Dwa zaś sążnie wynoszą 1728 linii.

Jeżeli  $ab =$  dwóm liniom, to jest: kiedy koniec pręta zbacza od linii prostej podstawy o dwie linie, wtenczas:  $\text{wst} A = \frac{1^2}{1728} = \frac{1}{864}$ . A poprawka  $= 1^s \cdot \text{wst}^2 A = \frac{1^s}{(864)^2} = \frac{1^{\text{lin.}}}{864}$ .

Trzy tysiące takich poprawek dałyby  $\frac{30001}{864}$ , czyli około trzech linii, na różnicę podstawy mierzonej i sprowadzonej do iednej linii prostej.

Jeszcze zastanawiając się nad sposobem mierzenia podstawy postrzegamy; że każdy pręt platynowy kładziony poziomic, lub przywiedziony do poziomu, dawał dwie styczne do powierzchni ziemi, mające długości po iednym sążniu. Ścisłe tedy mówiąc, nie wymierzaliśmy prętami samego łuku podstawy, ale tylko oceniliśmy długość boków wielokąta opisanego na tymże łuku. Dowiedli PP. *Delambre* i *Puissant*, że ten łuk można śmiało brać za łuk koła; my więc postaramy się pokazać, że różnica długości tego łuku od długości mierzonego wielokąta prawie jest równą zeru.

Nazwiemy łuk wyrażający część podstawy przez  $P$ , a promień koła przez  $R$ . Będzie:  $P = \text{sty} P - \frac{1}{3} \frac{\text{sty}^3 P}{R^2} + \frac{1}{5} \frac{\text{sty}^5 P}{R^4} - \text{etc.}$

Ten szereg da wartość łuku  $P$  w sążniach, kiedy  $\text{sty} P$  dana jest w tychże miarach.

Założmy  $\text{sty} P = 1^s$ ; będzie:  $\text{sty} P - P = \frac{1}{3R^2}$ .

Stąd  $\frac{6076^s}{3R^2}$  da błąd wymiaru podstawy. Biorąc  $\log R = 6,51406$ , wypadnie  $\frac{6076^s}{3R^2} = 0^s,000\ 000\ 000\ 189$ , ilości niezmiernie małej.

73. Zetknąwszy doskonale z sobą dwa pręty, i przysunąwszy do pręta następnego blaszkę, wernier powinien odpowiadać zeru podziałom. Przez używanie iednak częste narzędzia, i z innych rozmaitych przyczyn, nigdy prawie wernier nie odpowiada zeru, ale zawsze da iakąś malenką różnicę. Na takową to różnicę pilną dawać należy baczość. Często się trzeba przekonywać czy ona iest stałą, lub czy się nie odmienia. I przysuwając blaszkę do pręta, w czasie wymiaru podstawy, różnicę tę od wypadku otrzymanego na wernierze zawsze odtrącać należy.

Zresztą doświadczenie przekonało *Delambra*, że cała wątpliwość w podstawie mierzoney przez niego we Francyi, która w długości 6076 sążni wynosiła, dochodzić może do iednego cala. Ale sprawiedliwą w tym względzie uczynił uwagę sławny *Borda*, że w rozmiarach praktycznych nigdy większej dokładności żądać nie powinniśmy.

74. Zdarzyć się może, że do mierzenia podstawy użyjemy, zamiast opisanych prętów platynowych, innych iakichkolwiek prętów metalicznych. W tym przypadku trzeba w każdej obserwacyi zapisywać na kilku lub kilkunastu termometrach porównalnych temperaturę, i sprowadzić potem długość podstawy do iedney temperatury. I tak np. kiedy pręt metalowy użyty do wymiaru podstawy w temperaturze np. 0° równa się prętowi platynowemu, którego długość wynosi np. metr ieden, miarę dobrze znaną, należy przeto całą podstawę przenieść do temperatury 0°; przez co będziemy mieli wyrażoną iey długość w metrach platynowych w temperaturze 0°. Takowa poprawka dobrze iest znaioma

z Fizyki; potrzeba tylko dokładnie wiedzieć rozszerzenie użytego do wymiaru podstawy pręta metalowego, na jeden stopień termometru.

75. Chcąc sprawdzić wymiar podstawy, należy ją drugi raz mierzyć w kierunku przeciwnym. Ta jednak robota, która tyle zabierałaby czasu co i wymiar początkowy, pospolicie się nie używa. Zwyczajnie raz się tylko mierzy podstawa, z wolna i ze wszelką ostrożnością.

Ale z niewielką stratą czasu można sprawdzać wymiar podstawy następującym sposobem, podanym przez P. *Inghirami*, profesora astronomii w instytucie xymeniańskim we Florencyi. Uczony ten zdecydował sposobem jeodezycznym się pierwszego rzędu Toskanii, mierzył podstawę na płaszczyźnie pomiędzy Pisą i Liworną, zawartą między kościołem zwanym Basilica di S. Piero in Grado i Ponti di Stagno. Długość iey wynosiła 4488,96 sążni.

Wymierzywszy on dwie części podstawy  $As$  i  $ss'$  (*fig. 45 tabl. 3*) wynoszące po 200,300 lub 400 metrów, ustawiał w punkcie  $p$  kół ociosany gładko walcowo; na iego wierzchołku była tabliczka metalowa biała z czarnymi pionowymi rysami, które służyły za punkta do celowania. Następnie wymierzał teodolitem kąty  $pAs$ ,  $psA$ ,  $pss'$  i  $ps's$ . Rozwiązując trójkąt  $pAs$  iak prostokréslny, znalazł bok  $ps$ ; z czego potem szukał boku  $ss'$ . Porównawszy wartość otrzymaną na  $ss'$  z rachunku z wartością którą dał wymiar, miał sprawdzenie wymiaru bardzo łatwym sposobem. Różnica pospolicie nie wynosiła więcej nad 0,03 metra. Co przekonywa, że ten sposób może być wybornie użyty do sprawdzania wymiaru podstawy.

W przypadku nagłej roboty, może sposób tu wymieniony być użytym i do przedłużenia podstawy. Tak *np.* wymierzywszy dokładnie część  $As$  wynoszącą około 300 metrów, mogą ustawić ieden znak  $s'$  w kierunku podstawy  $AB$ , a dru-



gi w p. Wymierzywszy kąty  $pAs$ ,  $psA$ ,  $pss'$  i  $ps's$ , rozwiążę troykąły  $Aps$  i  $pss'$ , i znajdę długość  $ss'$  niemierzając iey. Podobnież można oznaczyć długość cząstek podstawy  $s's''$ ,  $s''s'''$  etc, i w dniu iednym wyrachować długość podstawy od kilku tysięcy sążni, klóraby robota mierząc zwyczajnemi sposobami najmniej miesiąc czasu zabrała. Doświadczenie uczy, że bardzo mała iest różnica pomiędzy długością podstawy mierzoną i rachowaną wskazanym tu sposobem. Cała rzecz zależy na dobroci teodolitu i na dokładném mierzeniu kątów. Oprócz tego starać się należy, aby troykąły  $Aps$ ,  $pss'$  etc. nie zawierały bardzo ostrych i bardzo rozwartych kątów.

Sławny astronom *Zach* podobnegoż używał sposobu, mierząc roku 1818 w październiku podstawę wynoszącą  $3976^m,17$ , na miejscu piaszczystém około Genui, kędy wiosną i w iesieni spadał duży potok Pulcevera. Mierzył naprzód część podstawy  $AS$  długą blisko na 500 metrów; następnie ustawiał teodolit w  $S$ , i kazał wbijać w ziemię dwa kołki w  $K$  i  $L$ , leżące na linii  $KL$  prostopadłej do  $AB$ . Kołki te były wytoczone walcowo, miały cal średnicy i pomalowane były białym i czarnym kolorem. Po wbiciu w ziemię wysokość ich nie przewyższała pół stopy, a to dla nadania im z pewnością doskonałego wierzchołkowego położenia. Wiemy, że nayspewniey i naysłatwiey można teodolitem a nawet i prostym kątomierzem poprowadzić i sprawdzić linią prostopadłą. Dla tego to właśnie *P. Zach* nie użył ukośney linii do ustawienia kołków  $K$  i  $L$  (*fig. 46 tabl. 3*). Z kolci przeniosłszy się z teodolitem na punkta  $K$  i  $L$  mierzył kąty  $AKS$  i  $ALS$ ; a obróciwszy azymutalnie narzędzie, przenosił ie na kąty  $SKB=AKS$ , i  $SLB=ALS$ . Gdy wykierował lunetę *np.* w stanowisku  $K$  po linii  $KB$ , wtenczas ieden iego pomocnik celował lunetą drugiego teodolitu od  $A$  do końca podstawy, a drugi pomocnik dopóty posuwał się z kołkiem około punktu  $B$ , póki ós kołka nie była na kierunkach  $KB$  i  $AB$ . Wtenczas wbił kołek pionowie, i oznaczył

tém samém  $SB=AS$ . Po wymierzeniu  $SB$  otrzymywano sprawdzenie roboty. Cała praca trwała około dwóch godzin.

Ten sposób tak się szczęśliwie udał *Zachowi*, że różnica wymiaru od rachunku wynosiła ieden, kilka, a raz tylko 19 millimetrów. Smiało więc i ten sposób *Zacha* może być użytym do sprawdzenia wymiaru podstawy, oraz do przedłużenia małych podstaw do wielkości żądanej. Autor znany chlubnie z biegłości swojej w Astronomii i Jeodezyi bardzo zaleca swój sposób, i powiada: że jego użycie do prędkiego mierzenia długich podstaw w miejscach górzystych we Włoszech.

76. Rzadko się zdarzy, żeby cała podstawa szła w kierunku linii prostej; najczęściej zachyla się w iednym lub w kilku punktach. Nayogólniej nawet przytrafić się może, że zamiast podstawy  $VS$  (*fig. 26*), mierzyliśmy dwie linie  $BC$  i  $CA$  i kąt schylenia  $BCA$ .

Przez punkta  $B$  i  $A$  poprowadźmy linią  $BA$ , i przedłużmy ją aż do zbicia się z prostopadłemi na nią spuszczonemi  $Vb$  i  $Sa$ . Nadto pociągniemy linią  $Vd$  równoległą do  $ba$ .

Linie wymierzone na ziemi  $BC$  i  $CA$  są rzeczywiście łukami kół wielkich; stąd troykąt  $ABC$  za kulisty uważać należy. Rozwiązać go możemy sposobem *Lezandra* (§. 103), albo następującym sposobem *Delambra*.

Znajdźmy naprzód wartość cięciw podpierających łuki  $BC$  i  $CA$ . W tym celu wyobraźmy sobie kulę, której promień równy iedności, i na niej łuk bardzo mały  $x$ , którego cięciwa równa się  $a$ . Z trygonometrii płaskiej wiemy,

$$\text{że } a = 2 \cdot \text{wst } \frac{1}{2} x. \text{ A że: } \text{wst } \frac{1}{2} x = \frac{1}{2} x - \frac{1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{x^3}{8} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \frac{x^5}{32} - \text{etc.}$$

$$\text{Przeto: } a = 2 \left( \frac{1}{2} x - \frac{1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{x^3}{8} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \frac{x^5}{32} - \text{etc.} \right) = x - \frac{x^3}{24} + \text{etc.}$$