$$= \mathrm{wst}\,\varphi.\,\mathrm{dost}\,Z + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{wst}^2\varphi.\,\mathrm{sty}\,L - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{wst}^2\varphi.\,\mathrm{dost}^2 Z.\,\mathrm{sty}\,L - \tfrac{1}{4}\mathrm{wst}^3\varphi.\,\mathrm{dost}\,Z.\,\mathrm{sty}^2 L +$$
$$+ \tfrac{1}{4}\,\mathrm{wst}^3\varphi.\,\mathrm{dost}^3 Z.\,\mathrm{sty}^2 L - \tfrac{1}{4}\,\mathrm{wst}^3\psi.\,\mathrm{dost}\,Z.\,\mathrm{wst}^2 Z.\,\mathrm{sty}^2 L.$$

$$\mathrm{wst}\,dL = \mathrm{wst}\,\varphi.\,\mathrm{dost}\,Z + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{wst}^2\psi.\,\mathrm{wst}^2 Z.\,\mathrm{sty}\,L - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{wst}^3\varphi.\,\mathrm{dost}\,Z.\,\mathrm{wst}^2 Z.\,\mathrm{sty}^2 L \ldots (9).$$

Chcąc otrzymać ze wstawy dL wartość łuku dL, potrzeba do wst dL dorzucić $\frac{1}{6}\frac{\mathrm{wst}^3\,dL}{n^2} = \frac{1}{6}.\frac{\varphi^3.\,\mathrm{dost}^3 Z}{n^3}$; n oznacza węgielną do powierzchni obrótowey ellipsoidy ziemskiey, daną w metrach lub w sążniach. Stosownie do wyłożonych tu uwag:

$$dL = \varphi\,\mathrm{dost}\,Z + \tfrac{1}{2}\frac{\varphi^2}{n}\,\mathrm{wst}^2 Z.\,\mathrm{sty}\,L - \tfrac{1}{6}\frac{\psi^3}{n^2}\,\mathrm{wst}^2 Z.\,\mathrm{dost}\,Z\,(1 + 3\,\mathrm{sty}^2 L) \ldots\ldots\ldots (\gamma).$$

Delambre i *Puissant* postępuiąc cale inną drogą otrzymali wzór (γ), który tu wyprowadziłem daleko krótszym sposobem.

Wzór ten podany naprzód przez *Delambra* bardzo iest dogodny do rachowania w metrach lub w sążniach łuku południka ziemskiego zawartego między równoleżnikami znaków obserwowanych. Dla dokładnego iego rozwiązania dość mieć przybliżone wartości na Z i na L.

Poziomołuk Z liczy się tu od południa na zachod.

Wielkość łuku φ dana iest w metrach lub w sążniach z rozwiązania sieci troykątów; na węgielną $n = AM$, znaleźliśmy w §. 119. Roz. XI. wzór $\frac{a}{(1 - e^2\,\mathrm{wst}^2 L)^{\frac{1}{2}}}$. Można na nią znaleźć gotowe iuż tablice ułożone w dziełach *Puissana* i *Delambra*.

153. Jeżeli z rozwiązania sieci troykątów znamy cięciwę K łuku φ, wtenczas ze zrównania ($\mathring{q}$) można wyprowadzić wzór na dL przez funkcyą K następnym sposobem.

$$\mathrm{wst}\,dL = 2\,\mathrm{wst}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{dost}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{dost}\,Z + 2\,\mathrm{wst}^2\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{wst}^2 Z.\,\mathrm{sty}\,L -$$
$$- 4\,\mathrm{wst}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{wst}^2\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{dost}\,Z.\,\mathrm{wst}^2 Z.\,\mathrm{sty}^2 L.$$

A że cięciwa $K = 2\,\mathrm{wst}\tfrac{1}{2}\varphi$; przeto:

$$\mathrm{wst}\,dL = K\,\mathrm{dost}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{dost}\,Z + K\,\mathrm{wst}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{wst}^2 Z.\,\mathrm{sty}\,L - 2K.\,\mathrm{wst}^2\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{dost}Z.\,\mathrm{wst}^2 Z.\,\mathrm{sty}^2 L.$$

$$= (K\,\mathrm{dost}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{dost}\,Z) + (K\,\mathrm{dost}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{dost}\,Z)\,\mathrm{sty}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{wst}\,Z.\,\mathrm{sty}\,Z.\,\mathrm{sty}\,L -$$

$$- 2\,(K\,\mathrm{dost}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{dost}Z)\,\mathrm{wst}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{sty}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{wst}^2 Z.\,\mathrm{sty}^2 L.$$

$$(\delta)\ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} dL = (K\,\mathrm{dost}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{dost}\,Z) + (K\,\mathrm{dost}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{dost}\,Z)\,\mathrm{sty}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{wst}\,Z.\,\mathrm{sty}\,Z.\,\mathrm{sty}\,L - \\ \quad - 2\,(K\,\mathrm{dost}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{dost}\,Z)\,\mathrm{wst}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{sty}\tfrac{1}{2}\varphi.\,\mathrm{wst}^2 Z.\,\mathrm{sty}^2 L + \\ \quad + \dfrac{(\text{Summa trzech pierwszych wyrazów})^3\,(1 - e^2\,\mathrm{wst}^2 L)^{\frac{1}{2}}}{6a^2}; \end{array} \right.$$

a wyraża promień równika ziemskiego, którego wielkość w Rozdz. XI. wyrachowaliśmy.

Wzór (δ) podał także *Delambre*, i używał go z korzyścią do rachowania wielkości łuku południka leżącego pomiędzy Dunkierką i Mont-Jouy.

W ważnym celu oznaczenia długości łuku południka przechodzącego przez zdeymowaną sieć troykątów, naylepiey używać obu wzorów (γ) i (δ). Wypadki otrzymane koniecznie się z sobą zgodzić powinny.

154. Wzory (β) podane przez *Delambra* bardzo są dogodne do rachowania i nie potrzebuią pomocy figury. Cały tylko w ich rozwiązywaniu wzgląd należy dawać na znaki; a to iedno prawidło algebraiczne prowadzi rachuiącego drogą pewną i łatwą. Sam autor, używaiąc tych wzorów, poukładał tablice na wiele wyrazów; co ułatwia praktyczne podobnych zadań rozwiązywanie.

Wzory (γ) i (δ) zastosowane do szeregu obserwowanych znaków w kierunku południka, daią dokładniey i łatwiey długość części południka, aniżeli sposób podany w §. 110. przez *Leżandra*.

W praktyce naylepiey we środku kraiu obrać iedno lub kilka mieysc, a oznaczywszy ich długość, szerokość i poziomołuk za pomocą obserwacyy astronomicznych, rachować z tego położenie ieograficzne innych znaków przez wzory

Delambra, albo *Leżandra*, albo ieszcze lepiey obydwóma sposobami. Wypadki zupełnie się z sobą zgodzić powinny. Dla pewności można szerokość i długość znaków rachować z kilku troykątów; zgodność wypadków będzie dowodem dobrze odbytych działań jeodezycznych. Nareszcie można sprawdzić rachunkiem iednego lub kilku mieysc położenie wyrachowane za pomocą astronomicznych obserwacyy. To właśnie ostateczną iest probą dobrze odbytych rachunków i wymiarów.

Dla sprawdzenia działań jeodezycznych i rachunków, można wymierzyć oprócz pierwszey główney podstawy drugą iakąkolwiek, albo też i więcey. Wypadki otrzymane na te podstawy, z rachunku i z wymiaru dobrze uskutecznionego, zgodzić się z sobą powinny. Tak *Kassyni*, robiąc kartę Francyi, wymierzał dziewiętnaście podstaw dla sprawdzenia swoich robot. Anglicy w roku 1784 wyciągali wszystkie swoie jeodezyczne rachunki z podstawy mierzoney przy Hounslow-heat, a dla ich sprawdzenia wymierzyli drugą podstawę przy Romney-marsh. *Delambre* rachował swoię sieć z podstawy mierzoney przy *Melun*, a sprawdzał ią za pomocą podstawy mierzoney przy *Perpignan*.

Wiedzieć ieszcze mamy, że *Delambre* w trzecim tomie dzieła *Base du S. m. d.* podał mnóstwo innych wzorów, tak skończonych iako też złożonych z nieskończonych szeregów, na rachowanie długości, szerokości i poziomołuków znaków obserwowanych. Niektóre z nich są niedogodne do rachunku dla zbyteczney długości, inne prędko rozwiązuią się i daią ściśłe wypadki. Zatrudniaiący się działaniami jeodezycznemi mogą z pożytkiem udać się do tego ważnego dzieła, i użyć rozmaitych wzorów dla sprawdzenia rachunków. My tu przytoczyliśmy wzory łatwe do rozwiązania i daiące iak naydokładnieysze wypadki.

Nakoniec nie od rzeczy tu będzie wspomnieć, że pierwszy *Dionizy du Séjour* podał sposób szukania długości, szerokości i poziomołuków mieysc obserwowanych, maiąc dane współprzystawy prostokątne znaków odniesione do linii południowey i drugiey osi do niey prostopadłey, i znaiąc położenie jeograficzne iednego któregokolwiek stanowiska. Można znaleźć te wzory wraz z ich dowodem w tomie drugim dzieła: *Traité analytique des mouvemens apparens des corps célestes par M. Dionis du Séjour. Conseiller de grande chambre. à Paris.* 1786. 1789. *in 4to* w §§. 28. 49. 85. 60. Wzory *Lezandra* i *Delambra* nierównie są krótsze i do rozwiązywania dogodnieysze.

155. W rozdziale X wyłożyliśmy sposób *Lezandra* służący do rachowania współprzystaw prostopadłych stanowisk, i ocenienia długości linii południowey i drugiey osi do niey prostopadłey. Tu właśnie wypada wskazać ściśleysze na to wzory, których tam ieszcze wyłożyć nie byliśmy w stanie. I tak niech będzie liniia południowa PAX (*fig.* 41), P niech oznacza biegun, A początek współprzystaw. Łuk mm′ stanowi odległość wyrachowaną dwóch mieysc m i m′. Współprzystawy tych stanowisk są: pm $=$ y, p′m′ $=$ y′; Ap $=$ x, Ap′ $=$ x′. Uczyńmy kąt Pmp $=\alpha$, pPm $=$ P; i nazwiymy szerokość jeograficzną mieysca m przez L, a mieysca m′ przez L′. Nareszcie poprowadźmy dwa koła wielkie Qmp i Qm′p′ przecinaiące się z sobą w punkcie Q, które przechodzą przez stanowiska m i m′ i prostopadłe są do linii południowey AX.

W troykącie prostokątnym Ppm . . . . . wst y $=$ dost L. wst P. . . . . (1).

Podobnież . . . . dost y α $=$ wst L. st y P. . . . . (2).

Kąt $\alpha=$ Pmp $=$ Qmr ; a że znamy poziomołuk rmm′ $=$ z, przeto wyrachuiemy w troykącie Qmm′ kąt Qmm′ $=$ z $+\alpha$. W tymże troykącie mamy ieszcze bok mm′ $=$ K. Jeżeli porównamy troykąt Qmm′ (*fig.* 41), z troykątem PBA (*fig.* 39), wziąwszy w troykącie Qmm′ punkt Q za biegun, a uważaiąc łuk AQ za łuk południka pierwszego, będzie w tém przypuszczeniu w troykącie Qmm′ znana długość i szerokość jeograficzna punktu m, czyli x $=$ Ap i y $=$ pm, znany będzie poziomołuk Qmm′ i odległość dwóch stanowisk mm′=K. Stosuiąc przeto do naszego przypadku wzory (β) podane przez *Delambra*, wzór na M′ da wartość na Ap′=x′, a wzór na L′ da wartość na p′m′. Poprawka dla elliptyczności ziemi tu nie iest potrzebną. Z tego porównania troykąta Qmm′ (*fig.* 40) z troykątem PBA (*fig.* 39) wypada:

$$(3)\ldots\ldots\begin{cases} x'=x+\dfrac{K\,\mathrm{wst}\,C}{\mathrm{dost}\,y}-\dfrac{K^2}{n}\,\mathrm{wst}\,C.\,\mathrm{dost}\,C.\,\dfrac{\mathrm{sty}\,y}{\mathrm{dost}\,y}. \\ \text{Albo:}\quad x'=x+\dfrac{K.\,\mathrm{wst}\,C}{\mathrm{dost}\,y'}. \\ y'=y-K\,\mathrm{dost}\,C-\tfrac{1}{2}\dfrac{K^2}{n}\,\mathrm{wst}^2\,C.\,\mathrm{sty}\,y. \qquad x'-x=pp'. \end{cases}$$

Pamiętać potrzeba, że kąt $C=180^\circ-Qmm'=180^\circ-(\alpha+z)$.

Jeżeli pierwsze stanowisko leży na początku współprzystaw A, to $x=0$, i $y=0$.

Ze wzorów (3) otrzymuią się wartości na x′ i y′ w metrach lub w sążniach, wyrażone przez funkcyą ilości, które się mogą wymierzyć lub wyrachować. Ilości K, x i y powinny bydź dane w metrach lub w sążniach; n oznacza węgielną punktu m ocenioną w metrach lub w sążniach, $x'-x=pp'$ iest cząstką łuku linii południowey odpowiedną stanowiskom m i m′.

Wzory tu dowiedzione daleko daią ściślejsze wartości na x′, y′ i pp′, aniżeli sposób *Leżandra* wyłożony w rozdziale XI. Ilości y i α ze wzorów (1) i (2) dość mieć przez przybliżenie.

Z korzyścią używać można wzoru (3) wspólnie ze wzorami (γ) i (δ) §§. 152 i 153 na rachowanie długości linii południowey.

156. Chcąc znaleźć wzór na długość łuku równoleżnika leżącego pomiędzy otaczaiącą go siecią troykątów, powinienem postąpić następuiącym sposobem.

Niech PrM (*fig.* 42) wyraża południk, na którym znayduie się liniia południowa karty, rap niech będzie łukiem równoleżnika ciągnącym się od wschodu na zachód, przy którym leży oś prostopadła do linii południowey, ok niech oznacza ieden bok z sieci troykątów. Poprowadziwszy przez punkta o i k dwa południki PoB i PkA, aż do zbieżenia się z łukiem równika MBA, łuk ok przeniesiony na równik wyrazi się przez AB = APB = P, a przeniesiony na równoleżnik będzie się równał łukowi ap. Poszukaymy wartości w metrach lub w sążniach łuku ap.

Nazwiymy szerokość jeograficzną punktu k przez L, szerokość równoleżnika rap przez L_1, węgielną w punkcie k oznaczmy przez n, a w punkcie p przez n_1. Nadto nazwiymy poziomołuk.Bok przez Z, a łuk ok przez K. W troykącie kulistym Pko mamy: $\frac{\text{wst}\,P}{\text{wst}\,Pok} = \frac{\text{wst}\,ko}{\text{wst}\,Pk}$.

Albo: $\frac{\text{wst}\,P}{\text{wst}\,Z} = \frac{\text{wst}\,K}{\text{dost}\,L}$. Stąd: $\text{wst}\,P = \frac{\text{wst}\,K.\,\text{wst}\,Z}{\text{dost}\,L}$.

A że $\text{wst}\,K = K - \frac{1}{6}\frac{K^3}{n^2}$, przeto: $\text{wst}\,P = \frac{K.\,\text{wst}\,Z}{\text{dost}\,L} - \frac{1}{6}.\frac{K^3\,\text{wst}\,Z}{n^2.\,\text{dost}\,L}$.

Stąd sam łuk AB który iest miarą kąta $P = \text{wst}\,P + \frac{1}{6}\frac{\text{wst}^3\,P}{n^2}$.

$$AB = \frac{K.\,\text{wst}\,Z}{\text{dost}\,L} - \frac{1}{6}.\frac{K^3\text{wst}\,Z}{n^2.\,\text{dost}\,L} + \frac{1}{6}.\frac{K^3.\,\text{wst}^3\,Z}{n^2.\,\text{dost}^3 L}.$$

Wiemy z astronomii, że $pa = AB.\,\text{dost}\,L_1$; przeto:

$$pa = \frac{\text{dost}\,L_1}{\text{dost}\,L}\left(K.\,\text{wst}\,Z - \frac{1}{6}.\frac{K^3.\,\text{wst}\,Z}{n^2} + \frac{1}{6}\frac{K^3.\,\text{wst}^3\,Z}{n^2.\,\text{dost}^2 L}\right).$$

Dotąd uważaliśmy, że cały troykąt PAB leżał na kuli, którey promień iest równy węgielney n odpowiadaiącey łukowi ok. Przeto i pa braliśmy za łuk leżący na kuli, którey promieniem iest węgielna n. Chcąc znaleźć wartość na ap odpowiadaiącą węgielney n_1 równoleżnika par, potrzeba rozmnożyć otrzymane wyrażenie na pa przez $\frac{n_1}{n}$. Tym sposobem wypadnie:

$$ap = p = \frac{n_1 \,\mathrm{dost}\, L_1}{n \,\mathrm{dost}\, L} \left(K.\,\mathrm{wst}\, Z - \tfrac{1}{6}.\frac{K^3.\,\mathrm{wst}\, Z}{n^2} + \tfrac{1}{6}.\frac{K^3\,\mathrm{wst}^3\, Z}{n^2\,\mathrm{dost}^2 L} \right) \ldots\ldots (\Sigma).$$

Wzór ten służy na zamianę łuku K zawartego między dwóma stanowiskami na łuk równoleżnika, Z wyraża poziomołuk rachowany zawsze od południa na zachód. Za pomocą wzoru (Σ) mogę zamienić boki sieci troykątów rozciągaiącey się około łuku równoleżnika na łuk tegoż koła. Stosownie do tego iak K dane iest w metrach lub w sążniach, łuk równoleżnika w tychże samych miarach oznaczymy.

W praktyce używaiąc tego wzoru, potrzeba przygotować tablicę na logarytmy węgielney rozmaitych stanowisk, stosownie do przybliżoney wartości spłaszczenia ziemi. Cała baczność w robocie zawisła na dokładném uważaniu znaków algebraicznych.

Wzór (Σ) podał P. *Puissant* bez dowodu, na karcie 320 pierwszego tomu swoiey Jeodezyi. Tu ile można naykrótszym go wyłożyłem sposobem.

157. Namieniliśmy w §. 134, że poczynaią iuż mierzyć łuki równoleżników w długości i obszerności, dla pewnieyszego śledzenia figury ziemi w mieyscu obserwacyi. Wzór (Σ) *Puissana* służy dobrze do rachowania długości; obszerność zaś, stanowiącą różnicę długości jeograficznych obu końców równoleżnika, powszechnie teraz dochodzą za pomocą błyśnień znaków ogniowych *).

---

*) Astronomowie zwyczaynie w tym celu udawali się do okkultacyi gwiazd, zaćmień słońca i xiężyców jowiszowych, przeyść planet niższych przez tarczę słońca, odległości xiężyca od gwiazd i przeyść xiężyca przez południk. Fenomena te powinny bydź iednocześnie obserwowane na obu mieyscach, których szukamy różnicy długości; liczba ich powinna bydź znaczna, żeby uwolnić średni wypadek od błędu obserwacyi i innych omyłek. Każdy z ninieyszych sposobów ma swoie niedo-

W roku 1739 *La Caille* i *Cassini de Thury* użyli naprzód we Francyi błyśnień zapalonego prochu, do oznaczenia różnicy długości jeograficznych stanowisk Cette i Sainte-Victoire. Równoleżnik pomiędzy tymi punktami wynosił do 80,000 sążni; zapalano na raz po sześć funtów prochu. Poźniey *Cassini* używał tego sposobu w Niemczech. Po nim dopiero w 1806 *Zach* wskrzesił ten zaniedbany sposób; *Schumacher* zastosował go do wymiaru równoleżnika w Danii, w 1820 i 1822 Austryacy oceniali nim obszerność łuku równoleżnika idącego przez Münich, Wiedeń i Budę, a teraz używaią go powszechnie we Francyi, Włoszech, Anglii i Niemczech. Teorya iego iest następuiąca.

Fig. 1.

•x

•A •B

Fig. 2.

•x' •x''

•A •C •B

Fig. 3.

•x' •x'' •x''' •x^{IV} •x^{V}

•A •B •C •D •E •F

(*Fig.* 1). A i B są dwa obserwatorya, w których umiemy dokładnie oznaczyć czas. W mieyscu pośredniém x zapala się dostateczna massa prochu *),

godności, i rzadko postrzega się na obu mieyscach; a wszystkie nie daią z pewnością różnicy długości jeograficznych co do 1″ czasu, chyba że liczba obserwacyy iest bardzo wielka. Dla tego to, na ściśle ocenienie obszerności łuku równoleżnika, użyto błyśnień znaków ogniowych, które daią się dowolnie pomnożyć, i w krótkim czasie prowadzą do naylepszego wypadku.

*) Na mieyscu zapalonego prochu można byłoby użyć lamp z rewerberami, zwłaszcza udoskonalonych przez *Fresnela.* Lampy te, stosownie w umówionym czasie od-

żeby płomień wyraźnie był widziany przez lunety w A i B. Różnica czasu w postrzeżeniu tego fenomenu daie różnicę długości jeograficznych mieysc A i B.

Jeżeli dla znaczney odległości nie widzimy płomienia prochu zapalonego w x, możemy obrać trzecie stanowisko obserwacyi C (*fig.* 2), i dwa pośrednie mieysca x′ i x″, w których zapali się proch. Stąd oznaczymy różnicę długości punktów A i B. Obserwator C powinien mieć chronometr urządzony do czasu mieysca A lub B.

Austryacy, oznaczaiąc różnicę długości jeograficznych dwóch mieysc X i Y, bardzo odległych, zawsze tak urządzaią stanowiska posiłkowe: żeby dwa punkta zapalonego prochu x′, x″, widziane były ze dwóch granicznych stanowisk A i B, gdzie z pewnością w czasie mieysca znamy chwilę błyśnienia, i z trzeciego pośredniego C, gdzie nie wiedzą czasu mieysca. Ta iednak ostróżność nie koniecznie iest potrzebną; owszem iak postrzeżemy, ciągnie za sobą omyłkę. A sposób wymieniony, ogólnie zastosowany do poznania różnicy długości jeograficznych dwóch nayodlegleyszych punktów, iest następuiący.

(*Fig.* 3). W ostatnich stanowiskach A i F, poznawszy naydokładniey czas, urządźmy chronometry, to iest: oceńmy ich zrównania czasu i bieg dzienny. Potém obserwatorowie z A udadzą się z chronometrami do stanowisk B, C, D, E; albo obserwatorowie z F z chronometrami obiorą stanowiska B, C, D, E. Na wszystkich pośrednich punktach B, C, D, E; obserwatorowie mogą mieć chronometry urządzone do samego czasu A lub F; to iest rzeczą oboiętną. W miey-

krywane lub zakrywane, dałyby żądane błyśnienia lub niknienia światła. Jednak zapalenia prochu z tego względu zasługuią na pierwszeństwo, że w mieyscach nizkich mogą bydź racami wysoko wznoszone; przez co można dawać stanowiskom daleko większą odległość.

scach x', x'', x''', x^{iv}, x^{v}, zapalonego prochu, umieszczone osoby maią chronometry urządzone do iednego czasu A lub F. Proch należy zapalać w iedneyże chwili w x', x'', x''', x^{iv}, x^{v}; różnica kilku minut w czasie zapalenia prochu w x', x'', x''', x^{iv}; x^{v}, nic nie znaczy.

Po zaięciu wszystkich mieysc, każdego dnia zapala się proch w umówionych chwilach, na dzień *np.* razy dziesięć; obserwacye trwaią przez dni kilka lub kilkanaście. Jedno zapalenie prochu w x', x'', x''', x^{iv}, x^{v}, postrzeżone przez obserwatorów A, B, C, D, E, F, zapisuie się w czasie chronometrów; toż samo dzieie się z innemi. Oczywista rzecz: że różnica czasów chronometrów A, B, C, D, E, F, obserwowanych błyśnień którегokolwiek iednoczesnego zapalenia prochu w x', x'', x''', x^{iv}, x^{v}, daie różnicę długości jeograficznych stanowisk A i F, niezależnie od biegu chronometrów. Chcąc się o tém przekonać, nazwiymy prawdziwą różnicę długości jeograficznych łuku $AB=d'$, $BC=d''$, $CD=d'''$, $DE=d^{iv}$, $EF=d^{v}$. Zrównanie czasu chronometru B, na moment obserwacyi, niech się $=y'$, $C=y''$, $D=y'''$, $E=y^{iv}$. Ponieważ którekolwiek, tak nazwane iednoczesne, zapalenie prochu w x', x'', x''', x^{iv}, x^{v}, odbywa się wszędzie w jedney chwili, albo przynaymniey różnica czasu nie przechodzi kilku minut: przeto, w obserwacyi iednoczesnego błyśnienia, zrównania czasu chronometrów nic się nie odmieniaią.

Prawdziwe $AF=d'+d''+d'''+d^{iv}+d^{v}$.

Obserwowane $AB=d'+y'$; $BC=d''-y'+y''$;

$CD=d'''-y''+y'''$; $DE=d^{iv}-y'''+y^{iv}$; $EF=d^{v}-y^{iv}$.

Stąd obserwowane $AF=d'+d''+d'''+d^{iv}+d^{v}=$ prawdziwemu.

Niepewność obserwowanego AF zawisła *1ód.:* od wątpliwości biegu zegarów w A i F; co może doyść 0″,5 czasu. *Powtóre:* zależy od opóźnionego postrzeżenia błyśnień; to w każdém stanowisku naywięcey wyniesie 0″,25.

Tu się przekonywamy: że w sposobie austryackim błąd wypadku rośnie, bo obieraią pośrednie stanowiska, w których są obserwatorya i oceniony iest czas. Czuiemy zaś, że im licznieysze są punkta ściśle ocenianego czasu, tém większy będzie błąd w ostatnim wypadku. Prawda, że omyłki czasu mogą wypaść ze znakami przeciwnemi i niszczyć się, ale na to spuszczać się nie można. Oprócz tego położenie mieysc często nie nastręczy pośrednich punktów, w których znamy dokładnie czas; koszta na to są wielkie i niepotrzebne.

W sposobie austryackim iest ta korzyść, że lubo w odległości AF na niektórych punktach, dla niepogody, nie doyrzemy kilku błyśnień, iednak obserwacya całkowita nie ginie; bo dostrzeżone niektóre błyśnienia oznaczaią różnicę długości ieograficznych mieysc pośrednich. W sposobie francuzkim koniecznie powinny bydź widziane wszystkie błyśnienia iednoczesne w x', x'', x''', x^{IV}, x^{V}; inaczey obserwacye pośrednie cząstkowe na nie się nie zdadzą. Ale robiąc *np.* po 10 obserwacyy co dzień, i powtarzaiąc ie przez dni kilkanaście, zawsze zbierzemy dostateczną liczbę błyśnień iednoczesnych zupełnie obserwowanych.

Daiąc wzgląd na niepewność obszerności łuku równoleżnika, pochodzącą z omyłki zrównania czasu ocenianego w A i F, widzimy: że w sposobie francuzkim ona iednostaynie wpływa na łuk mnieyszy i większy. Zatém w zastosowaniu łuku równoleżnika do oznaczenia figury ziemi, gdzie trzeba znać 1° równoleżnika, lepiey użyć iak naywiększego łuku AF.

Błąd opoźnionego postrzeżenia błyśnień maleie z powiększeniem odległości pośrednich stanowisk. Doświadczenie uczy: że błąd ten zawsze iest nieznaczny; bo obszerności łuków równoleżników, obserwowane we Francyi i Austryi, różnią się naywięcey o 0″,5 czasu.

Kiedy punkta x', x''..... są wyniosłe, można zapalać sam proch w dostateczney ilości, żeby błyśnienia dobrze były widziane. Inaczey zaś w x', x''.....

wypuszczaią się race wznoszące się wysoko, które pękaiąc w górze proch zapalą.

Półkownik artylleryi austryackiey *Augustin* urządzał race wznoszące się do 1800 sążni. Francuzi używali rac ulatuiących około 400 sążni. Przed rozpoczęciem obserwacyy obieranie dogodnych stanowisk i urządzenie rac wymaga długich doświadczeń.

W roku 1824 Francuzi oznaczali różnicę długości jeograficznych Brestu i Strażburga. Obserwacye między Paryżem i Brestem dla niepogody nie udały się. Między Paryżem i Strażburgiem zapalano proch we trzech mieyscach, i otrzymano sześć obserwacyy. W roku 1825 powtórzono obserwacye z pomyślnym skutkiem. Podobnież Francuzi i Niemcy oznaczyli różnicę długości jeograficznych Strażburga i Münich, Austryacy Münich i Wiednia, Wiednia i Budy, a mieli ieszcze ocenić Budy i Czernowitz. Tak więc wymierzą i ocenią w sekundach łuk równoleżnika 48° szerokości od Brestu do Czernowitz, zawieraiący 30° długości jeograficzney.

Półkownik *Brousseaud*, PP. *Nicollet*, *Plana*, *Carlini* i inżynierowie austryaccy, od 1822 wymierzyli długość i obszerność 15°. 37′ równoleżnika, maiącego 45° szerokości jeograficzney, ciągnącego się od Cordouan do Fiume. Łuk ten maią zamiar przeciągnąć od Fiume do Orsowy.

Za pomocą błyśnień prochu Anglicy obserwowali w roku 1825 różnicę długości jeograficznych obserwatoryów Paryzkiego i Greenwich. Wszędzie dokładny wypadek przedsięwziętą pracę uwieńczył.