tém samém SB = AS. Po wymierzeniu SB otrzymywano sprawdzenie roboty. Cała praca trwała około dwóch godzin.

Ten sposób tak się szczęśliwie udał *Zachowi*, że różnica wymiaru od rachunku wynosiła ieden, kilka, a raz tylko 19 millimetrów. Smiało więc i ten sposób *Zacha* może bydź użytym do sprawdzenia wymiaru podstawy, oraz do przedłużenia małych podstaw do wielkości żądaney. Autor znany chlubnie z biegłości swoiey w Astronomii i Jeodezyi bardzo zaleca swóy sposób, i powiada: że iego użyie do prędkiego mierzenia długich podstaw w mieyscach górzystych we Włoszech.

76. Rzadko się zdarzy, żeby cała podstawa szła w kierunku linii prostey; nayczęściey zachyla się w iednym lub w kilku punktach. Nayogólniey nawet przytrafić się może, że zamiast podstawy VS (*fig.* 26), mierzyliśmy dwie liniie BC i CA i kąt schylenia BCA.

Przez punkta B i A poprowadźmy linią BA, i przedłużmy ią aż do zbieżenia się z prostopadłemi na nią spuszczonemi Vb i Sa. Nadto pociągniymy linią Vd równoległą do ba.

Liniie wymierzone na ziemi BC i CA są rzeczywiście łukami kół wielkich; stąd troykąt ABC za kulisty uważać należy. Rozwiązać go możemy sposobem *Ležandra* (§. 103), albo następuiącym sposobem *Delambra.*

Znaydźmy naprzód wartość cięciw podpieraiących łuki BC i CA. W tym celu wyobraźmy sobie kulę, którey promień równy iedności, i na niey łuk bardzo mały x, którego cięciwa równa się a. Z trygonometryi płaskiey wiemy, że $a = 2.\,\mathrm{wst}\tfrac{1}{2}x$. A że: $\mathrm{wst}\tfrac{1}{2}x = \tfrac{1}{2}x - \frac{1}{2.3}.\frac{x^3}{8} + \frac{1}{2.3.4.5}.\frac{x^5}{32} - \text{etc.}$

Przeto: $a = 2\left(\tfrac{1}{2}x - \frac{1}{2.3}.\frac{x^3}{8} + \frac{1}{2.3.4.5}.\frac{x^5}{32} - \text{etc.}\right) = x - \frac{x^3}{24} + \text{etc.}$

Kiedy łuk x iest bardzo mały, wtenczas: $a = x - \frac{x^3}{24}$.

$$x - a = \frac{x^3}{24} \ldots\ldots\ldots (1).$$

Weźmyż teraz kulę, którey promień $= R$, i na niey uważmy łuk X podobny łukowi x. Cięciwa łuku X iest równą *np.* A.

Mamy: $X : x = R : 1$. $\quad x = \frac{X}{R}$.

Także: $A : a = R : 1$. $\quad a = \frac{A}{R}$.

Kładąc we wzorze (1) za a i x ich wartości, będzie:

$\frac{X}{R} - \frac{A}{R} = \frac{X^3}{24R^3}$. Stąd $z = X - A = \frac{X^3}{24R^2} \ldots\ldots (2)$.

Chcąc mieć z w sekundach, trzeba tę wartość dzielić przez wst 1″.

Za pomocą wzoru (2) znaydziemy cięciwy BC i AC; oprócz tego z kąta kulistego należy znaleść kąt płaski C (§. 104). To maiąc szukaymy w troykącie prostokréślnym ABC boku BA. Mamy $\overline{BA}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 - 2.BC.CA.\text{dost}\,C$.

$$\overline{BA}^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\text{dost}\,C = (b+c)^2 - 2bc(1 + \text{dost}\,C) =$$

$$= (b+c)^2 - 4bc.\text{dost}^2\tfrac{1}{2}C; \quad (b+c)\left(1 - \frac{4bc.\text{dost}^2\frac{1}{2}C}{(b+c)^2}\right)^{\frac{1}{2}} = BA.$$

$$BA = (b+c)(1-x)^{\frac{1}{2}} \qquad x = \frac{4bc.\text{dost}^2\frac{1}{2}C}{(b+c)^2} \ldots\ldots (3).$$

$$BA = (b+c)(1 - \tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{8}x^2 - \tfrac{1}{16}x^3 - \text{etc.})$$

$$BA = (b+c) - (b+c)\left\{\tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{8}x^2 + \tfrac{1}{16}x^3 + \text{etc.}\right\} \ldots\ldots (4).$$

Kiedy kąt C nie wiele się różni od 180°, wtenczas szereg otrzymany na BA bardzo iest malejący, i mała liczba wyrazów wystarcza na znalezienie dokładney wartości na BA. Często nawet pierwszy wyraz szeregu, a naywięcey drugi, wystarczy do rachowania wartości na BA. Maiąc BA, powinienem znaleść ieszcze kąty płaskie CBA i CAB. Kąty zaś VBC i CAS równie iak boki VB i AS powinny bydź wymierzone. Boki VB i AS dla małości swoiey mogą bydź uważane za linie proste.

W troykątach BVb i SAa znam z wymiaru przeciwprostokątne VB i SA i wszystkie kąty, przeto znaydę łatwo: Bb, Aa, Vb, Sa. Stąd wyrachuię: ba = Vd = AB + Bb + Aa, i..... Sd = Sa — Vb.

W troykącie prostokréślnym VSd znam Vd, Sd i kąt prosty d, łatwo więc ocenię wartość na VS, cięciwę łuku VS.

$$VS = \left(\overline{Vd}^2 + \overline{Sd}^2\right)^{\frac{1}{2}} = Vd\left(1 + \frac{\overline{Sd}^2}{\overline{Vd}^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Wyciągaiąc pierwiastek i biorąc dwa tylko początkowe wyrazy aż nadto do znalezienia wartości na VS dostateczne, bo $\frac{Sd}{Vd}$ iest bardzo małym ułamkiem; będzie: $VS = Vd + \frac{\overline{Sd}^2}{2Vd}$...... (5).

Pozostaie wyrachować wartość samego łuku VS z wartości znaney cięciwy. Połowa cięciwy VS iest wstawą połowy łuku VS równego *np.* z. Nazwiymy tę wstawę przez u. Będzie: $dz = \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$.

$$dz = \left(1 + \frac{u^2}{1.2} + \frac{3u^4}{1.2.4} + \frac{3.5.u^6}{1.2.4.6} + \text{etc.}\right)$$

$$z = u + \frac{u^3}{1.2.3} + \frac{3u^5}{1.2.4.5} + \frac{3.5\,u^7}{1.2.4.6.7} + \text{etc.}$$

$$VS = 2z = 2u + \frac{u^3}{3R^2} + \frac{3u^5}{4.5R^2} + \frac{3.5\,u^7}{4.6.7R^2} + \text{etc.}$$

$$VS - 2u = \frac{(2u)^3}{24R^2}\text{.....}\ (6).$$

77. Przywiedźmy ieszcze wymierzoną podstawę do powierzchni morza.

Niech łuk AMB (*fig.* 27) wyraża podstawę wymierzoną i zrównoważoną, a łuk amb niech oznacza takową podstawę sprowadzoną do powierzchni morza. Niech R wyraża promień ziemi wzięty za kulę przy powierzchni morza, a R+h niech się równa promieniowi CA. Aa = h. AMB = B. amb = b.

Ponieważ łuki podobne maią się do siebie iak ich promienie, przeto:

$$\frac{B}{b}=\frac{R+h}{R} \qquad b=\frac{BR}{R+h}.$$

$$B-b=\frac{Bh}{R+h}=\frac{Bh}{R}\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-1} \qquad B-b=\frac{Bh}{R}-B\frac{h^2}{R^2}+B\frac{h^3}{R^3}-\text{etc.}\dots (7).$$

Oto iest wzór na przywiedzenie podstawy do powierzchni morza. Poźniey dowiedziemy, iak się znayduie Aa = h, wyniesienie podstawy nad powierzchnią morza.

78. *Przykład rachunku podstawy mierzoney przez Delambra na drodze od Lieursaint do Melun.*

Tablica I.

Nry prętów.	Termometry metalliczne.	Blaszki posuwne.	Libelle ku Brie.	Libelle ku Malvoisine.	Pochyłość podwóyna prętów.	Przywiedzenie do poziomu.	dN +	dN —	*Obserwacye meteorologiczne.*
	części	cz.	cz.	cz.	cz.	cz.			
1.	416,0.	409,8.	53,2.	66,2.	13,0.	9,0.	189.		
2.	416,5.	235,9.	81,4.	38,0.	43,4.	101,4.		637.	
3.	415,0.	346,4.	50,4.	68,4.	18,0.	17,3.	262.		
4.	420,4.	506,6.	72,1.	48,1.	24,0.	30,5.		349.	
1. 2. 3. 4.	Tu iedna część znaczy sążni 0,00001.		Jedna część libelli znaczy 5′.			Ta iedna część stanowi sążni 0,00001.	Jedna część wyraża sążni 0,0001.		
prętów 48. sążni 96.	cz. 20182,3.	cz. 25736,1.				cz. 1481,2.	+ 669.	— 13230. — 12561.	

Tablica I. wystawia mierzenie podstawy odbyte przez *Delambra* przy Melun. Tu ułożono w kolumny całą robotę wykonaną w dniu pierwszym. Kolumna pierwsza zawiera numery prętów kładzionych porządkiem. Z niey widzimy, że w dniu iednym położono prętów 48. W kolumnie drugiey są obserwacye robione za każdém przyłożeniem pręta na termometrze metallicznym; ich summa wyniosła 20182,3 części. Podobnież w kolumnie trzeciey zapisano wartości blaszek posuwnych i ich summę. Kolumna czwarta i piąta pokazuie zbaczanie od poziomu gruntwagi z libellą, kładzioney za każdym razem we dwie strony wbrew przeciwne. W kolumnie szóstey mamy podwóyną pochyłość prętów; z czego wyrachowane przywiedzenie do poziomu umieszczono w kolumnie siódmey. W kolumnie ósmey i dziewiątey $\pm dN$ wyrażono w częściach dziesięciotysiącznych sążnia. Nareszcie w kolumnie dziesiątey zapisuią się obserwacye meteorologiczne.

Tablica II.

Karta sexterna.	Liczby prętów.	Summa termometrów.	Summa blaszek posuwnych.	Summa przywiedzeń do poziomu.	dN Summa wysokości względnych.	
1.	48.	cz. 20182,3.	cz. 25736,1.	cz. 1481,2.	− 12561.	
2.	52.	......	......	1556,1.	− 518.	
3.	52.	......	......	830,7.	......	+ 6414.
4.	48.	......	......	893,1.	......	+ 3714.
5.	52.	......	......	431,4.	......	+ 6342.
30.	1504.	s 6,334883.	s 16,550628.	23458,1.	− 56696.	+ 111331.
61.	pr. 3021.					
	sążni. 6042.	s 12,758638.	s 34,260683.	s. 0,327113. 1788. 0,328901.	s − 7,2922.	s + 14,6562. − 7,2922. + 7,3640.

Zaymuiąc się wymiarem podstawy, należy prace dzienne układać w tablice podobne tab. I; wszystkie powinny bydź umieszczone w iednym sexternie, z podpisem osób należących do tey roboty.

Tablica II. obeymuie wypadki całego wymiaru podstawy przy Melun. Każdy pręt przywiedziono osobno do poziomu, używaiąc tablicy ułożoney ze wzoru $p - x = 4^s . \text{wst}^2 \frac{1}{4} (2\alpha)$ (§. 70). Summa tych poprawek . . . . . . $0^s,327113$.
Summa przywiedzeń do poziomu blaszek . . . . 1788.
Całkowite przywiedzenie do poziomu . . . . $0^s,328901$.

Delambre wyrachował razem przywiedzenie blaszek do poziomu, zważaiąc że przywiedzenie do poziomu iedney blaszki = podwóyney blaszce . $\text{wst}^2 \frac{1}{4} (2\alpha) =$ $= \frac{1}{2}$ blaszki . $4 \text{wst}^2 \frac{1}{4} (2\alpha)$. Stąd:
przywiedzenie do poziomu blaszki = przywiedzeniu do poziomu pręta $\times \frac{1}{2}$ blaszki. A przez dostateczne przybliżenie, summa przywiedzeń do poziomu wszystkich

$$\text{blaszek} = \frac{\text{pół-summie blaszek} \times \text{przywiedzenie prętów}}{\text{summę prętów}}.$$

Termometry dały $12^s,758638$. Srednia temperatura prętów $= \frac{12^s,758638}{3021} =$ $= 0^s,00422.30$. Punkt topnienia lodu oznaczał się na termometrze metallicznym przez $0^s,00383.30$. Dziesięć stopni termometru Réaumura odpowiadały 23. 16, a 3°..... 6.948. Przeto + 13° R. odpowiadały..... 413. 408. A ponieważ średnia temperatura prętów była = 422. 30, przeto przewyższała + 13° R o $0^s,00008. 9$. Wiemy z §. 68. że $0^s,00001$ termometru metallicznego odpowiada przedłużeniu pręta na $0^s,000009245$; zatém w wymiarze podstawy przy Melun ieden pręt, dla średniey temperatury wyższey od + 13° R, przedłużył się o $0^s,00008.228$. Mnożąc tę ostatnią wartość przez 3021 liczbę wszystkich prętów, znaydziemy + $0^s,24857$ na przywiedzenie podstawy do + 13° R.

Pręt ostatni 3021szy przechodził koniec podstawy o $0^s,054928 = x'$. Poprawka iest odjemną.

Pręt ostatni 3021szy oddalony był od końca podstawy o 1 stopę, 7 cali, 8 liniy. Ztąd wyrachowana poprawka $0^s,0000278 = x''$ oczywiście iest dodatną.

Poprawka werniera blaszek (§. 73), wyniosła: $x''' = -0,0110048$.

Podstawa składała się ze dwóch liniy, iedney zawieraiącey 3945^s, a drugiey 2131^s; kąt nachylenia wynosił $179°. 10'. 47'',09$.

Ten kąt przywiedziony do cięciw dał $179°. 10'. 40'',91$.

Bok 3945^s miał na sprowadzenie do cięciw $-0^s,0002388$, a bok 2131^s miał $-0^s,0000376$.

Ztąd całkowite przywiedzenie do cięciw $= -0^s,0002764 = x^{IV}$; a przywiedzenie do linii prostey $= -0^s,142371 = x^V$.

Przywiedzenie cięciwy podstawy do powierzchni morza $= -0,07735$; a zamiana tey cięciwy na łuk $= 0^s,00087$.

Według niniey̆szych poprawek wypadnie długość podstawy z następnego rachunku:

Długość podstawy mierzoney	=	$6042^s,000000$.
Blaszki posuwne	= +	34,260683.
Grubość nici spuszczanego pionu.	= +	0,000578.
Przywiedzenie prętów do poziomu	= −	0,327113.
Przywiedzenie blaszek do poziomu. . . .	= −	0,001788.
Poprawka dla temperatury	= +	0,248570.
$x' = -0^s,054928$; $x'' = 0^s,0000278$; $x''' = -0,0110048$.		
Summa $x' + x'' + x'''$.	= −	0,065905.
x^{IV}	= −	0,0002764.
x^V	= −	0,142371.

Przywiedzenie do powierzchni morza. . . = — 0,077350.
Zamiana cięciwy na łuk . . . . = + 0,000870.
Summa . . . . = 6075,8958976.

Można więc z *Delambrem* wziąść 6075^s,9 za długość podstawy Melun, przywiedzioney do powierzchni morza w + 13° termometru Réaumura.

ROZDZIAŁ VII.

Sposoby oznaczania refrakcyi ziemskiey.

79. Niech będzie łuk na kuli ziemskiey AB (*fig.* 28), zawarty między obserwatorem umieszczonym w A i mieyscem wyniosłém Bm. Promień światła idący od punktu m do A, wpada do coraz gęstszych warst atmosfery spółśrodkowych kulistych. Jeżeli przez środek ziemi i przez punkta A i m poprowadzimy koło wierzchołkowe, podzieli ono atmosferę na dwie połowy symetrycznie równe; a przeto refrakcya, pochodząca z coraz mocnieyszego pociągania światła przez następnie gęstsze warsty atmosfery, nie powinna zwrócić iego kierunku z płaszczyzny wierzchołkowey. Promień światła od punktu m póydzie liniią krzywą mnopA, nim trafi do oka patrzącego A. A ponieważ umieszczamy przedmioty w kierunku promieni ostatecznie od ciał wpadaiących do oka, przeto obaczymy punkt ziemski m w kierunku Am′, podniesiony od m do m′. Odległość zenitalna prawdziwa punktu m iest ZAm, pozorna zaś odmieniona refrakcyą iest ZAm′; a kąt mAm′ nazywa się *refrakcyą ziemską* (*réfraction terrestre*).