użyć łuku mierzonego we Francyi i w Peru: tak dla dokładności wymiaru, iako też i dla znaczney różnicy krzywości łuków południka ziemskiego.

132. Podamy tu ieszcze ieden wzór na mierzenie spłaszczenia α, z którego potém wyciągniemy wiele korzystnych uwag. Niech g wyraża długość iednego stopnia południka, a g′ niech oznacza długość stopnia drugiego. Szerokość ieograficzną obserwowaną środka łuku g nazwiymy L, a szerokość ieograficzną obserwowaną środka łuku g′ oznaczmy przez L′. Niech R i R′ będą promieniami krzywizny środków łuków g i g′. Otrzymamy ze wzoru (10′):

$$R = a\{1 - \alpha(2 - 3.\text{wst}^2 L)\}. \qquad R' = a\{1 - \alpha(2 - 3\,\text{wst}^2 L')\}.$$

Ponieważ: $\frac{g}{g'} = \frac{R}{R'}$, przeto:

$$\frac{g'}{g} = \frac{1 - \alpha(2 - 3\,\text{wst}^2 L')}{1 - \alpha(2 - 3\,\text{wst}^2 L)}.$$

Uskuteczniaiąc dzielenie i opuszczaiąc wyrazy mnożone przez α^2, iako nic nieznaczące, będzie:

$$\frac{g'}{g} = 1 - 3\alpha(\text{wst}^2 L - \text{wst}^2 L'). \qquad \alpha = \frac{g - g'}{3g(\text{wst}^2 L - \text{wst}^2 L')} \dots\dots\dots (17).$$

Oto iest wzór na rachowanie spłaszczenia α, wyrażonego przez funkcyą mierzonych dwóch stopni południka i obserwowanych dwóch szerokości ieograficznych.

133. Właśnie w tém mieyscu wypada nam przytoczyć tablicę wymiarów stopni południka pod rozmaitemi szerokościami ieograficznemi, którą ułożył *Delambre*, tak ze swoich obserwacyy, z których brał średnie wypadki, iako też z obserwacyy PP. *Méchain* i *Roy*. Według tey tablicy rachował on rozmaite wartości spłaszczenia α, które my tu ze stosownemi uwagami przytoczymy.

Mieysca obserwacyi.	Ich szerokości jeograficzne.	Różnice szerokości jeogr. w częściach łuku.	Różnice szerokości jeogr. w sążniach.	Długości stopni południków w sążniach.	Szerokości jeogr. średnie.	Zmnieyszenie długości stopni południka na każdy stopień.
Grynicz...	51°. 28′. 40″,00.					
			sążni	sążni		sążni
Dunkierka	51. 2. 8,50.	0°. 26′. 31″,50.	25241,9.	57097,22.	51°.15′.24″.	7,23.
Panteon...	48. 50. 49,37.	2. 11. 19,13.	124944,8.	57087,70.	49. 56. 29.	8,41.
Evaux.....	47. 10. 42,54.	2. 40. 6,83.	152293,1.	57069,31.	47. 30. 46.	32,40.
Carcassonne	43. 12. 54,30.	2. 57. 48,24.	168846,7.	56977,80.	44. 41. 48.	9,36.
Mont-Jouy.	41. 21. 46,58.	1. 51. 7,72.	105499,0.	56960,46.	42. 17. 21.	5,03.
Formentera	38. 39. 56,11.	2. 41. 50,47.	153605,8.	55946,89.	40. 0. 52.	

Z tey tablicy postrzegamy naprzód: że stopnie południka idąc od bieguna ku równikowi coraz maleią; to właśnie iest dowodem spłaszczenia ziemi przy biegunach, a wydęcia pod równikiem.

Żeby ziemia była ellipsoidą obrótową, a obserwacye równie iak i wymiary jeodezyczne były dokładnie wykonane, wtenczas malenie stopni południków wynosiłoby dziesięć sążni na ieden stopień. Nieporządek tego malenia wskazany na przytoczoney tablicy, iest dowodem nieforemności figury ziemi, a może i błędu obserwacyi.

Pewna iest rzecz, że ziemia nie iest doskonałą ellipsoidą; bo wypadki otrzymywane z rozmaitych wymiarów na α cale są różne, iak tego nam dowiodą następuiące przykłady. *Delambre* i inni astronomowie rozumieli z początku, że wymiar łuku południka we Francyi, podzielonego prawie na połowę przez równoleżnik d'Evaux, da ilość prawdziwą spłaszczenia ziemi. Rachunek iednak dał $\alpha = \frac{1}{139}$, a zatém bardzo wielkie. Cały ten łuk porównany z łukiem południka mierzonym przez *Bugiera* w Peru, daie na spłaszczenie $\frac{1}{314}$. Wypadek ten iest nieco za mały.

Delambre przerabiaiąc rachunki *Lakondamina*, i biorąc średnią z otrzymanych stąd wypadków i z wypadku *Bugiera*, wyciągnął $\alpha = \frac{1}{309}$. Wartość tę poczytuie za nayblizszą prawdy, i zaleca się iey trzymać we wszystkich rachunkach. Wszelako tenże sam autor powiada, że spłaszczenie $\frac{1}{180}$ dość dobrze wyraża łuki zawarte między Grynicz i Paryżem, Grynicz i Evaux, Grynicz i Barcelloną, i pomiędzy Carcassonne i Mont-Jouy. Zdaie się, że łuk południka zawartego między Grynicz i Barcelloną, cały i w swoich częściach uważany, daie na spłaszczenie $\frac{1}{180}$. Z całego zaś swoiego badania wyciąga *Delambre* ten wniosek: że łuk Francyi wskazuie większe spłaszczenie aniżeli inne łuki wymierzane na powierzchni ziemi.

Godném iest uwagi, że *Maupertuis*, który w roku 1736 należał do wymiaru łuku południka w Szwecyi, porównywaiąc ten łuk z łukiem mierzonym we Francyi, wyrachował spłaszczenie $= \frac{1}{178}$. Ale *Svanberg*, który tenże sam łuk nanowo wymierzał w roku 1805, i porównywał go z łukiem świeżo mierzonym we Francyi, ocenił ilość spłaszczenia równą $\frac{1}{307,4}$; porównywaiąc zaś z łukiem *Bugiera* w Peru, znalazł na spłaszczenie $\frac{1}{323,5}$.

Delambre, z wymiarów *Lambtona* robionych w Indyach wschodnich, znalazł spłaszczenie równe $\frac{1}{201,7}$; a z następnych robot tegoż samego jeometry wyciągnął $\alpha = \frac{1}{328}$. Sam zaś *Lambton* z naynowszych swoich wymiarów wyrachował spłaszczenie $= \frac{1}{296}$. Porównywaiąc iednak cały swóy łuk z całkowitym łukiem mierzonym we Francyi ocenił $\alpha = \frac{1}{315}$.

Wymiary robione przez *La Cailla* na przylądku dobrey nadziei, porównane z wymiarami robionemi na równiku, daią na spłaszczenie $\frac{1}{150}$.

Ta niezgodność wypadków, pomimo znanych talentów osób i dokładności narzędzi używanych do rozmiaru ziemi, mocno każdego zastanawia, a razem odstręcza od sposobu daiącego tak różną wartość na spłaszczenie. Słusznie z tego względu powiedział uczony *Boscovich*, że im więcey będzie mierzona powierzchnia ziemi, tém bardziey figura iey okaże się niekształtną.

Zważyć tu ieszcze należy, że niezgodność tych wypadków może nie tylko wynikać z nieforemności figury ziemi, ale i z niedokładności samychże sposobów obserwowania. Tak *np.* nić wierzchołkowa lub libella służąca do sprawdzenia narzędzia używanego do oznaczenia szerokości mieysc, może zbaczać dla sąsiedztwa gór i otchłań; co oczywiście wpłynie znacznie na niepewność otrzymywaney z takich obserwacyy wartości spłaszczenia.

134. Astronomowie oznaczaią średnie spłaszczenie ziemi następnym sposobem. Z przyczyny wydęcia ziemi pod równikiem, xiężyc mocą attrakcyi na ziemię wywartey sprawuie kołysanie osi ziemskiey *(nutatio)*, którey teorya dobrze iest znaioma. Wzaiemnie xiężyc doświadcza odpowiedney reakcyi od attrakcyi ziemskiey, zależney od figury ziemi, która wpływa na nierówność iego biegu w długości i szerokości. W mechanice niebieskiey podał *La Place* wzór, na rachowanie średniego spłaszczenia ziemi z obserwowaney nierówności biegu xiężyca w długości i szerokości. Tym sposobem oznaczył ten jeometra średnie spłaszczenie ziemi $= \frac{1}{305,6}$.

Figurę ziemi można ieszcze mierzyć za pomocą różnic długości wahadła, biiącego sekundy pod rozmaitą szerokością jeograficzną. Sposób ten iednak zależący od nieznaiomey gęstości ziemi, nie daie iednostaynych wypadków na spłaszczenie, i do ścisłego mierzenia figury ziemi z pewnością użytym bydź nie może.

Dziś iednak iuż wszyscy astronomowie i jeometrowie zgadzaią się na spłaszczenie ziemi przy biegunach, a wydęcie pod równikiem. Wiémy nakoniec z astronomii, że figura ziemi iest iednym z dowodów obrotu dziennego tego planety; a łącząc przypuszczenie obrotu ziemi z teoryą powszechney attrakcyi, tłumaczymy wybornie poprzedzanie punktów równonocnych i kołysanie osi ziemskiey.

Dotąd oznaczano jeodezycznie figurę ziemi z porównania mierzonych łuków południków ziemskich; jeometrowie iednak słusznie żądaią użyć w tym celu i łuków równoleżników. Uważaiąc bowiem rzecz jeometrycznie przekonywamy się, że porównanie długości łuków równoleżników, daiąc ich postać, razem przekonałoby, czy w mieyscu obserwacyi ziemia iest bryłą obrótową. Tym sposobem oznaczaiąc spłaszczenie z porównania długości łuków równoleżnika i południka, trzeba byłoby użyć wzorów podanych w Mechanice niebieskiey *La Plasa*. Trudność atoli zaszłaby w oznaczeniu praktycznem obszerności łuku równoleżnika. Omyłka obserwacyi bardzoby tu wiele wpłynęła na niedokładność wypadku. Oprócz tego, można dla oznaczenia figury ziemi porównywać długość stopnia południka i stopnia koła wielkiego do niego prostopadłego. Tych sposobów maią teraz probować we Francyi. A doświadczenie naylepiey nas przekona, czy można im przyznać pierwszeństwo nad sposobami dotąd używanemi, i iaka stąd wypadnie figura ziemi.

135. W rachunkach astronomicznych i jeodezycznych iedni idąc za *Delambrem* biorą spłaszczenie $=\frac{1}{309}$; drudzy iak *Puissant* używaią wartości spłaszczenia wyprowadzoney przez komissyą francuzką miar i wag, to iest: biorą $\alpha=\frac{1}{334}$. Tu się uważa połowa osi większey czyli promień równika $a=1$.

Gdybyśmy chcieli wziąść połowę osi mnieyszey to iest b za iedność, wtenczas spłaszczenie $\alpha=\frac{a-b}{b}$. I ieżeli spłaszczenie $\alpha=\frac{1}{\beta}$, to $\alpha'=\frac{1}{\beta-1}$.

136. Wzór (17) §. 132 daie $\alpha = \frac{g'-g}{3g.\,wst^2 L'}$, kiedy $L=0$.

Stąd: $g' = g(1+3\alpha.\,wst^2 L')$.

Zrównanie to uczy nas *naprzód*: że różnice długości stopni południków ziemskich, idąc od równika ku biegunom, wzrastaią w stosunku wstaw kwadratowych z szerokości jeograficzney. *Powtóre*: że stopnie południków ziemskich byłyby równe, gdyby spłaszczenie α równało się zeru, czyli gdyby ziemia była doskonałą kulą.

Zakładaiąc $L'=45^0$, $wst^2 L'=0{,}5$, przeto: $g'=g(1+\frac{3}{2}\alpha)$.

Biorąc $\alpha=\frac{1}{334}$, i z rozmiarów robionych przez *Bugiera* w Peru pod szerokością $L=0$ wziąwszy $g=56753^s{,}0$ wypadnie: $g'=57008^s{,}222$.

To iest właśnie długość iednego stopnia południka mierzonego we Francyi pod 45^0. Wartość ta rozmnożona przez 90^0, daie, stosownie do uwagi wyłożoney w §. 130, 5130740 sążni na długość czwartey części południka.

Widzieliśmy w §. 131, iak *Delambre* biorąc $\alpha=\frac{1}{309}$ znalazł $Q=5131111^s{,}1111$. Biorąc $\frac{1}{10000000}$ część z wartości na Q przyiętey przez kommissyę francuzką miar i wag, wypada długość metra $=443{,}^l 295936$; to iest: $\mu=3$ stopom paryskim i $11^l \frac{296}{1000}$.

Delambre biorąc średnią wartość metra otrzymaną z rozlicznych wypadków, wyrachował $\mu=443^l{,}3$.

137. Ponieważ $\alpha=\frac{1}{334}=\frac{a-b}{a}=1-\frac{b}{a}$, przeto: $b=\frac{333}{334}a$ $\nu.$ $b=\frac{333}{334}$; gdzie a bierzemy za iedność. Wiemy że: $e^2=1-b^2$, stąd:

$$e^2=0{,}005979058. \qquad l.\,e^2=7{,}7766329.$$

Długość promienia równika w metrach lub sążniach można nayprędzey wyrachować następuiącym sposobem. We wzorze (16) §. 130, gdzie $a=1$, przywróćmy a; będzie:

$$Q = \tfrac{1}{2}\pi a\,(1 - \tfrac{1}{4}e^2 - \tfrac{3}{64}e^4 - \tfrac{5}{256}e^6 + \text{etc.});\quad a = \frac{2Q}{\pi}(1 + \tfrac{1}{4}e^2 + \tfrac{7}{64}e^4 + \tfrac{15}{256}e^6 + \text{etc.})$$

A że $Q = 10000000^m$, przeto: $a = \dfrac{20000000^m}{\pi}(1 + \tfrac{1}{2}\alpha + \tfrac{3}{16}\alpha^2 + \tfrac{1}{32}\alpha^3)$.

Biorąc $\alpha = \frac{1}{334}$, a $\log \dfrac{20000000^m}{\pi} = 6{,}8038801230$, mamy:

$$\log A = \log \frac{20000000^m}{\pi} + M(\tfrac{1}{2}\alpha + \tfrac{1}{16}\alpha^2 - \tfrac{1}{48}\alpha^3) = 6{,}804530507.$$

$a = 6375739^m = 3271226^s$. Tu $\log M$ był $= 9{,}6377843$.

$b = \frac{333}{334}\,a = 6356649^m{,}95 = 3261432^s$. $\log b = 6{,}803228274$.

Wartość na b można ieszcze wyrachować następuiącym sposobem. Wziąwszy $a = 1$, i uczyniwszy $\dfrac{b}{a} = \dfrac{n}{m}$ będzie: $n = m(1 - e^2)^{\frac{1}{2}} = m(1 - \tfrac{1}{2}e^2 - \tfrac{1}{8}e^4 - \tfrac{1}{16}e^6)$.

$$n = \frac{2Q}{\pi}(1 - \tfrac{1}{4}e^2 - \tfrac{9}{64}e^4 - \tfrac{23}{256}e^6) = \frac{2Q}{\pi}(1 - \tfrac{1}{2}\alpha - \tfrac{5}{16}\alpha^2 - \tfrac{5}{32}\alpha^3).$$

n iest to wartość b wyrażona przez funkcyą $a = 1$.

Przeto: $\log b = \log \dfrac{2Q}{\pi} - M(\tfrac{1}{2}\alpha + \tfrac{7}{16}\alpha^2 + \tfrac{17}{48}\alpha^3) = 6{,}803228274$.

138. *Delambre* biorąc $\alpha = \frac{1}{308{,}65} = 0{,}00324$ znalazł:

$\log a = 6{,}8045839646$. $\log b = 6{,}8031745662$.

$a = 6376522^m{,}367$. $b = 6355863^m{,}976$.

Nadto ze wzoru (14) §. 129 wypada:

$$Q = \frac{(S-S')90^\circ}{L-L'}\left\{1 + \tfrac{3}{2}\alpha\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right)\frac{\text{wst}\,(L-L')\,\text{dost}\,(L+L')}{(L-L')\,\text{wst}\,1''} + \right.$$
$$\left. + \frac{9}{4}\alpha^2\,\frac{\text{wst}^2\,(L-L')\,\text{dost}^2\,(L+L')}{(L-L')^2\,\text{wst}^2\,1''} - \tfrac{15}{32}\alpha^2 . \frac{\text{wst}\,2\,(L-L')\,\text{dost}\,2\,(L+L')}{(L-L')\,\text{wst}\,1''}\right\}.$$

Zakładaiąc $L' = 0$ otrzymamy:

$$Q = \frac{S}{L}\,90^\circ\left\{1 + \tfrac{3}{2}\alpha\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right)\frac{\text{wst}\,2L}{2\,L.\,\text{wst}\,1''} + \tfrac{9}{4}\alpha^2 . \frac{\text{wst}^2 2L}{4\,L^2 . \text{wst}^2\,1''} - \tfrac{15}{32}\alpha^2 . \frac{\text{wst}\,4\,L}{2.\,L\,\text{wst}\,1''} + \text{etc.}\right\}.$$

Stąd:

$$S = Q\left\{\frac{L}{90^0} - \left[\tfrac{3}{2}\alpha + \tfrac{3}{4}\alpha^2 + \tfrac{15}{64}\alpha^3\right]\frac{\text{wst}\,2L}{\pi} + \tfrac{15}{32}(\alpha^2+\alpha^3)\frac{\text{wst}\,4L}{\pi} - \tfrac{35}{192}\alpha^3.\frac{\text{wst}\,6L}{\pi}\right\} \ldots (18).$$

Z tego wzoru wyrachował *Delambre*, stosownie do $\alpha = \frac{1}{308{,}65}$; wartość na łuk południka, który się zaczyna na równiku a kończy pod szerokością L. Wyrażenie to iest następne.

$$S = 111111^m{,}11111.L - 15494^m{,}94\,\text{wst}\,2L + 15^m{,}71.\,\text{wst}\,4L - 0^m{,}02.\,\text{wst}\,6L.$$

Uważaiąc zaś koło podzielone na 400 stopni, rozwinienie na S będzie takiego kształtu.

$$S = 100000^m.L - 13945{,}^m44591.\,\text{wst}\,2L + 14^m{,}142.\,\text{wst}\,4L - 0{,}^m018.\,\text{wst}\,6L.$$

139. Chcąc ułożyć tablicę na zamianę łuków równoleżników na metry postąpmy następuiącym sposobem. Niech S wyraża łuk równoleżnika pod szerokością jeograficzną L. Nazwiymy promień tego równoleżnika przez x, a obszerność tego łuku wyrażoną w częściach okręgu koła podzielonego na 400^0 przez U.

Będzie: $$S = \frac{2\pi x U}{400}.$$

Bo: $$S = x.\,\text{wst}\,1''.\,U.$$

A że: $$\pi = \frac{200}{\text{promień}} = 200.\,\text{wst}\,1''.$$

$$2\pi = 400.\,\text{wst}\,1''.$$

$$\text{wst}\,1'' = \frac{2\pi}{400}.$$

Stąd: $$S = \frac{2\pi x U}{400}.$$

A że z §. 119. $$x = \frac{a.\,\text{dost}\,L}{(1 - e^2.\text{wst}^2 L)^{\frac{1}{2}}};$$

przeto: $$S = \frac{2\pi U a.\,\text{dost}\,L}{400\,(1 - e^2.\,\text{wst}^2\,L)^{\frac{1}{2}}} \ldots\ldots (a).$$

$$\log S = \log(U.\,\text{dost}\,L) + \log F \ldots\ (\alpha).$$

Według tego wzoru ułożona była tablica przez główne bióro woienne francuzkie do zamiany stopni długości na metry. Dogodnicy iednak układać ią wyrażaiąc wzór podany przez szereg, iak to zrobił pierwszy *Delambre*.

Na ten koniec uważmy, że spółczynnik $F = \frac{2\pi a}{400(1 - e^2 \text{wst}^2 L)^{\frac{1}{2}}} =$

$$= \frac{\frac{1}{2}\pi . a}{100(1 - e^2 \text{wst}^2 L)^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\log F = \log \tfrac{1}{2}\pi - 2 + \log a - \tfrac{1}{2}\log(1 - e^2 \text{wst}^2 L).$$

Z §. 137. $\log a = 7 - \log \frac{1}{2}\pi + \log(1 + \frac{1}{4}e^2 + \frac{7}{64}e^4 + \frac{15}{256}e^6)$.

Rozwiiaiąc te logarytmy na szeregi otrzymalibyśmy:

$$\log F = 5 + M\left\{(\tfrac{1}{4}e^2 + \tfrac{7}{64}e^4 + \tfrac{15}{256}e^6) - \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{4}e^2 + \tfrac{7}{64}e^4 \ldots)^2 + \tfrac{1}{3}(\tfrac{1}{4}e^2 \ldots)^3\right\} +$$
$$+ \tfrac{1}{2}M(e^2 . \text{wst}^2 L + \tfrac{1}{2}e^4 \text{wst}^4 L + \tfrac{1}{3}e^6 \text{wst}^6 L).$$

M iest to zamiennik $= 0{,}0432944819$.

Rozwinąwszy wskazane potęgi otrzymalibyśmy po uskutecznieniu redukcyi:

$$\log F = 5 + M(\tfrac{1}{4}e^2 + \tfrac{5}{64}e^4 + \tfrac{7}{192}e^6) + M(\tfrac{1}{2}e^2 \text{wst}^2 L + \tfrac{1}{4}e^4 \text{wst}^4 L + \tfrac{1}{6}e^6 . \text{wst}^6 L).$$

Kładąc zamiast potęg wstaw dostawy łuków wielokrotnych, będzie:

$$\log F = 5 + M(\tfrac{1}{2}e^2 + \tfrac{11}{64}e^4 + \tfrac{17}{192}e^6) - M(\tfrac{1}{4}e^2 + \tfrac{1}{8}e^4 + \tfrac{1}{64}e^6)\,\text{dost}\,2L +$$
$$+ M(\tfrac{1}{32}e^4 + \frac{e^6}{32})\,\text{dost}\,4L - M . \tfrac{1}{192}e^6 . \text{dost}\,6L.$$

Biorąc $e^2 = \frac{667}{(334)^2}$, otrzymany:

(1) . . . . $\log F = 5{,}0013010013 - 0{,}0006511160 . \text{dost}\,2L + 0{,}0000004881 . \text{dost}\,4L -$
$- 0{,}0000000048 . \text{dost}\,6L.$

Latwo sprawdzić ten wzór zakładaiąc $L = 0$; na ten bowiem przypadek mamy:

$\log \pi + \log a - \log 200 = 5{,}0006503 85 =$

$$= 0{,}4971498 73 + 6{,}8045305 08 + 7{,}6989700 04 - 10.$$

Wziąwszy różnice skończone wzoru na $\log F$, zakładaiąc $\Delta L = 0^g{,}1$, i pamiętaiąc że L i L′ wyrażać powinny dwie następne szerokości jeograficzne, otrzymamy:

$$\Delta \log F = 0{,}00065111160\,(\mathrm{dost}\,2L - \mathrm{dost}\,2L') - 0{,}0000004881\,(\mathrm{dost}\,4L - \mathrm{dost}\,4L').$$

A że: $\mathrm{dost}\,\alpha L - \mathrm{dost}\,\alpha L' = 2\,\mathrm{wst}\frac{\alpha}{2}(L'-L)\,\mathrm{wst}\frac{\alpha}{2}(L'+L)$, $L'-L = \Delta.\,L = 0^g{,}10.$

Przeto: $\Delta.\log F = 0{,}00065111160 \times 0{,}0031416.\,\mathrm{wst}\,(L+L') -$

$$-\,0{,}0000004881 \times 0{,}0062832.\,\mathrm{wst}\,2\,(L+L').$$

(2)... $\Delta.\log F = 0{,}0000020455.\,\mathrm{wst}\,(L+L') - 0{,}0000000307.\,\mathrm{wst}\,2\,(L+L').$

Zrównanie (α) połączone ze wzorami (1) i (2) służą do ułożenia tablicy na zamianę stopni równoleżników na metry. Na ieden równoleżnik log F iest stały, i otrzymuie się ze wzoru (1); a odmianę log F na inne równoleżniki wyrachuiemy ze wzoru (2).

140. Chcąc wyrazić stopnie równoleżników ziemskich przez szeregi do którychby wchodziły dostawy łuków wielokrotnych nieparzystych, postąpmy następuiącym sposobem. Podstawmy we wzorze (a) §. 139 za a iego wartość, i uczyńmy $U = 1^g$, będzie:

$$\overset{\text{st. set. równol.}}{1} = z = \frac{\frac{1}{2}\pi a.\,\mathrm{dost}\,L}{100\,(1-e^2.\,\mathrm{wst}^2 L)^{\frac{1}{2}}} = \frac{10000000^m.\,(1+\frac{1}{4}e^2+\ldots)}{100}.\ \frac{\mathrm{dost}\,L}{(1-e^2.\,\mathrm{wst}^2 L)^{\frac{1}{2}}}.$$

$$z = 100000^m\,(1+\tfrac{1}{4}e^2+\tfrac{7}{64}e^4+\tfrac{15}{256}e^6)\,\mathrm{dost}\,L \times$$
$$\times\,(1+\tfrac{1}{2}e^2\,\mathrm{wst}^2 L+\tfrac{1}{2}.\tfrac{3}{4}e^4.\,\mathrm{wst}^4 L+\tfrac{1}{2}.\tfrac{3}{4}.\tfrac{5}{6}e^6\,\mathrm{wst}^6 L).$$

$$z = 100000^m\left\{\begin{array}{l}(1+\frac{1}{4}e^2+\frac{7}{64}e^4+\frac{15}{256}e^6)\,\mathrm{dost}L+(\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{8}e^4+\frac{7}{128}e^6)\,\mathrm{wst}^2L.\,\mathrm{dost}\,L+\\ \qquad +(\frac{3}{8}e^4+\frac{3}{32}e^6)\,\mathrm{wst}^4 L.\,\mathrm{dost}\,L+\frac{5}{16}e^6.\,\mathrm{wst}^6 L.\,\mathrm{dost}\,L\end{array}\right\}.$$

Zamieniaiąc potęgi wstaw na dostawy łuków wielokrotnych, wypadnie:

$$z = 100000^m\left\{\begin{array}{l}(1+\frac{3}{8}e^2+\frac{3}{16}e^4+\frac{111}{1024}e^6)\,\mathrm{dost}L-(\frac{1}{8}e^2+\frac{13}{128}e^4+\frac{77}{1024}e^6)\,\mathrm{dost}\,3L+\\ \qquad +(\frac{3}{128}e^4+\frac{31}{1024}e^6)\,\mathrm{dost}\,5L-\frac{5}{1024}e^6.\,\mathrm{dost}\,7L\end{array}\right\}.$$

(1′).. $z = 100224^m{,}8874.\mathrm{dost}L - 75^m{,}1029.\mathrm{dost}3L + 0^m{,}0844.\mathrm{dost}5L - 0^m{,}0001.\mathrm{dost}7L.$

Wzór (1′) sprawdza się czyniąc $L=0$; bo w tém przypuszczeniu znaydziemy: $z=10014 9^{m},8688$. To właśnie iest wartością pierwszey strony zrównania, która w tym razie oznacza stopień setkowy równika=

$$=100000^{m}\left(1+\tfrac{1}{4}e^{2}+\tfrac{7}{64}e^{4}+\tfrac{15}{256}e^{6}\right).$$

Biorąc różnicę skończoną wzoru (1′), i zakładaiąc $\Delta L=0^{st},10$, będzie:

$$(2')\ldots\Delta . z=157^{m},4330.\mathrm{wst}\tfrac{1}{2}(L+L')-0^{m},3539.\mathrm{wst}\tfrac{3}{2}(L+L')+0^{m},00066.\mathrm{wst}\tfrac{5}{2}(L+L').$$

Za pomocą wzoru (1′) i (2′) ułożymy tablicę na zamianę stopni równoleżników ziemskich na metry.

141. Podobnież można znaleźć wzory na zamianę stopni szerokości, albo stopni południków ziemskich na metry. Ze wzoru bowiem ogólnego (18) podanego w §. 138, zakładaiąc $\alpha=\frac{1}{334}$ i biorąc S w granicach L i L′, mamy:

$$S=100000^{m}(L'-L)-28633^{m},546.\mathrm{wst}(L'-L)\,\mathrm{dost}(L'+L)+$$
$$+26^{m},830.\mathrm{wst}2(L'-L)\,\mathrm{dost}2(L'+L)-0^{m},03114.\mathrm{wst}3(L'-L)\,\mathrm{dost}3(L'+L).$$

Przeto kiedy $L'=L+1$ stopień setkowy, i gdy $G=1$ stopniowi setkowemu, będzie:

$$\text{na } \alpha=\tfrac{1}{334}\ldots G=100000^{m}-449^{m},7525.\mathrm{dost}(L'+L)+0^{m},842755.\mathrm{dost}2(L'+L)-$$
$$-0^{m},001467.\mathrm{dost}3(L'+L).$$

$$\text{na } \alpha=\tfrac{1}{308,65}\ldots G=100000^{m}-486^{m},76308.\mathrm{dost}(L'+L)+0^{m},987138.\mathrm{dost}2(L'+L)-$$
$$-0^{m},001860.\mathrm{dost}3(L'+L).$$

W pierwszym razie: $\Delta G=14^{m},1288.\mathrm{wst}2L'-0^{m},05294.\mathrm{wst}4L'+0^{m},00014.\mathrm{wst}6L'$.

W drugim razie: $\Delta G=15,2915.\mathrm{wst}2L'-0,06201.\mathrm{wst}4L'+0,00018.\mathrm{wst}6L'$.

Uważaiąc okrąg koła podzielony na 360°, i chcąc mieć wyrażenie iednego stopnia w metrach, potrzeba mnożyć spółczynniki w otrzymanych przez nas wzorach przez $\frac{10}{9}$, i wyrazić L i L′ w częściach koła podzielonego na 360°. Otrzymamy:

na $\alpha = \frac{1}{334} \ldots D = 111111^m,11111 - 499^m,725 . \mathrm{dost}\,(L'+L) +$

$+ 0^m,93645 . \mathrm{dost}\,2\,(L+L') - 0^m,001630 . \mathrm{dost}\,3\,(L+L')$.

na $\alpha = \frac{1}{308,65} \ldots D = 111111,11111 - 540,848 . \mathrm{dost}\,(L'+L) +$

$+ 1,09682 . \mathrm{dost}\,2\,(L+L') - 0,002067 . \mathrm{dost}\,3\,(L+L')$.

W pierwszym razie: $\Delta . D = 17^m,443 . \mathrm{wst}\,2L' - 0,^m06536 . \mathrm{wst}\,4L' + 0^m,00017 . \mathrm{wst}\,6L'$.

W drugim razie: $\Delta D = 18,878 . \mathrm{wst}\,2\,L' - 0,07656 . \mathrm{wst}\,4\,L' + 0.00022 . \mathrm{wst}\,6\,L'$.

Otrzymalibyśmy różnice następne wszystkich porządków, mnożąc pierwszy spółczynnik przez potęgi (2 wst 1°), a drugi spółczynnik mnożąc przez potęgi (2. wst2°) etc. i zamieniaiąc na przemian wst 2 L′ na dost(L+L′), i dost(L+L′) na wst 2 L′.

142. Tablica na węgielną AM=n′ układa się za pomocą następuiącego wzoru. Mamy z §. 119. $n' = \frac{a}{(1 - e^2 . \mathrm{wst}^2 L)^{\frac{1}{2}}}$. Załóżmy wst u = e. wst L. Będzie:

$$(1 - e^2\,\mathrm{wst}^2 L)^{\frac{1}{2}} = \mathrm{dost}\,u\,; \quad n' = \frac{a}{\mathrm{dost}\,u} = a\left(\frac{1}{\mathrm{dost}\,u} + 1 - 1\right) =$$

$$= a\left\{1 + \frac{2\,\mathrm{wst}^2 \frac{1}{2} u}{\mathrm{dost}\,u}\right\} = a\left\{1 + \frac{2\,\mathrm{wst}\frac{1}{2}u . \mathrm{wst}\frac{1}{2}u . \mathrm{dost}\frac{1}{2}u}{\mathrm{dost}\,u . \mathrm{dost}\frac{1}{2}u.}\right\} =$$

$$= a\left\{1 + \mathrm{sty}\,u . \mathrm{sty}\tfrac{1}{2}u\right\}.$$

Albo też: $n' = a\,(1 + \frac{1}{2} e^2 . \mathrm{wst}^2 L + \frac{1}{2} . \frac{3}{4} e^4\,\mathrm{wst}^4 L + \frac{1}{2} . \frac{3}{4} . \frac{5}{6}\,\mathrm{wst}^6 L)$.

$\log n' = \log a + \frac{1}{2} M\,(e^2 . \mathrm{wst}^2 L + \frac{1}{2} e^4 . \mathrm{wst}^4 L + \frac{1}{3} e^6 . \mathrm{wst}^6 L)$.

Zakładaiąc $a = 1$ i podstawuiąc za e^2 2α, otrzymamy:

$\log n' = M \left\{\alpha . \mathrm{wst}^2 L + \alpha^2\,\mathrm{wst}^4 L + \frac{4}{3}\alpha^3 . \mathrm{wst}^6 L\right\} \ldots\ldots$ (1).

Chcąc otrzymać drugi wzór na log n′ przez funkcyą dostaw, podstawmy za potęgi wstaw dostawy łuków wielokrotnych; a znaydziemy:

$\log n' = \frac{1}{4} M(e^2 + \frac{3}{8} e^4 + \frac{10}{48} e^6) - 4\,M(e^2 + \frac{1}{2} e^4 + \frac{15}{48} e^6)\mathrm{dost}2L + \frac{1}{32} M(e^4 + e^6)\,\mathrm{dost}4L -$

$- \frac{1}{196} e^6\,M . \mathrm{dost}\,6\,L$.

$$(2) \ldots \log n' = M \left\{ \begin{array}{l} (\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{8}\alpha^2 + \frac{1}{24}\alpha^3) - (\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{4}\alpha^2 + \frac{1}{8}\alpha^3)\,\mathrm{dost}\,2\,L + \\ + (\frac{1}{8}\alpha^2 + \frac{1}{8}\alpha^3)\,\mathrm{dost}\,4\,L - \frac{1}{24}\alpha^3 . \mathrm{dost}\,6\,L. \end{array} \right\}.$$

Zakładaiąc w tych wzorach pewną wartość na α i szereg wartości na L, można ułożyć tablicę na węgielną n', tak iąk to zrobił *Delambre*. Pierwszy wzór dogodnieyszy iest do rozwiązywania szczególnych przykładów, drugi zaś do układania tablicy.

143. Podobneż rozwinienia można otrzymać na inne liniie sferoidy ziemskiey, wyrazić ie przez funkcye wstaw i dostaw i ułożyć w tablicę. Obszernie wyłożył te rachunki *Puissant* w pierwszym tomie swoiey Jeodezyi i *Delambre* w tomie trzecim, *Base du S. m. décimal.* My staraliśmy się podać tu wzory ważnieysze używane w Jeodezyi, a niektóre rozwinęliśmy na szeregi mogące się ułożyć w tablice.

Zresztą co do rozwiiania innych wzorów pod rozmaitemi postaciami, odsyłamy do dzieł *La Plasa*, *Delambra*, *Puissana* i innych sławnych Jeometrów.

ROZDZIAŁ XII.

Rachunek długości i szerokości jeograficznych, oraz poziomołuków znaków obserwowanych.

144. Po rozwiązaniu troykątów pierwszego, drugiego i trzeciego rzędu, oraz po wynalezieniu współprzystaw prostokątnych, maiąc ułożone tablice na rozmaite liniie sferoidy ziemskiey w przypuszczeniu średniego spłaszczenia, potrzeba wyrachować położenia jeograficzne znaków pierwszego rzędu, z obser-