

IV. POLE PRZYŚPIESZEŃ.

63. Przewodnia drugiego rzędu. W par. 22 była mowa o polu szybkości układu sztywnego. Obok tego pola istnieje jeszcze *pole przyśpieszeń*. Tworzą je przyśpieszenia, które w danej chwili posiadają wszystkie punkty poruszającego się układu sztywnego. Badanie pola przyśpieszeń zamknijemy w ciśniejszych granicach, niż badanie pola szybkości; poprzestaniemy tu na ważniejszych przypadkach szczególnych.

Zacznijemy od pewnego twierdzenia ogólnego, które bywa nieraz użyteczne. Odpowiada ono twierdzeniu o linii przewodniej prostej (par. 23) i udawadnia się zupełnie tak samo, jak tamto.

Niech będzie jakaś linia l , należąca do układu ruchomego, i inna linia q , stanowiąca miejsce geometryczne końców przyśpieszeń punktów linii l . Nazwiemy q *linią przewodnią drugiego rzędu* linii l . Wyznamy linię taką dla prostej.

Czyniąc te same założenia i wprowadzając te same oznaczenia, co w par. 23, otrzymamy

$$(1 + \lambda)x = x_1 + \lambda x_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Różniczkujemy to równanie dwa razy względem t .

$$(1 + \lambda) \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x_1}{dt^2} + \lambda \frac{d^2x_2}{dt^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Gdy dodamy (1) i (2), to wypadnie

$$(1 + \lambda) \left(x + \frac{d^2x}{dt^2} \right) = x_1 + \frac{d^2x_1}{dt^2} + \lambda \left(x_2 + \frac{d^2x_2}{dt^2} \right) \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Oznaczmy przez B_1, B, B_2 końce przyśpieszeń punktów A_1, A, A_2 i przez $(\xi_1 \eta_1 \zeta_1), (\xi \eta \zeta), (\xi_2 \eta_2 \zeta_2)$ współrzędne tych końców. W takim razie (3) przekształci się na

$$(1 + \lambda) \xi = \xi_1 + \lambda \xi_2.$$

Tak samo otrzymamy dwa inne równania

$$(1 + \lambda) \eta = \eta_1 + \lambda \eta_2, \quad (1 + \lambda) \zeta = \zeta_1 + \lambda \zeta_2.$$

Z równań tych wynika, że *przewodnią drugiego rzędu linii prostej jest prosta.*

Z trzech ostatnich równań daje się wyciągnąć jeszcze inny wniosek, a mianowicie, że stosunek podziału punktu B względem B_1 i B_2 jest równy λ , czyli że punkt B dzieli w tym samym stosunku odcinek B_1B_2 , co A odcinek A_1A_2 .

Posługując się ostatniem twierdzeniem można łatwo rozwiązać zagadnienie takie: mając dane przyspieszenia punktów A_1 i A_2 układu sztywnego, wyznaczyć przyspieszenie punktu A , położonego na prostej A_1A_2 .

64. Ruch postępowy i ruch obrotowy. Dajmy na to, że układ sztywny posiada w ciągu badanego okresu ruch postępowy, a zatem w chwili t szybkości wszystkich punktów jego są równe i jednakowo skierowane. W ciągu następnych dt sek. szybkości te przybiorą przyrosty jednakowe co do wielkości i kierunku, bo inaczej w końcu tego okresu dt zachodziłyby pomiędzy nimi różnice, i ruch nie byłby już postępowy. Z tego wynika, że *wszystkie punkty układu posiadają przyspieszenia zgodne co do wielkości i kierunku.*

Gdy ruch układu sztywnego jest postępowy, to można wprost mówić o przyspieszeniu tego układu.

Przypuśćmy teraz, że ruch układu jest obrotowy, że układ obraca się wciąż około osi, prostopadłej do płaszczyzny papieru i przecinającej tę płaszczyznę w punkcie O . Będziemy rozważali tylko ruch tych punktów układu, które leżą w płaszczyźnie rysunku.

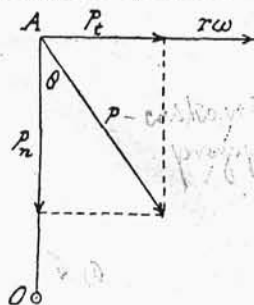


Fig. 38.

Przypuśćmy, że w chwili rozważanej szybkość kątowna wynosi ω . Gdy dana jest ta wielkość, to tem samem są określone szybkości liniowe wszystkich punktów układu. Tak np. szybkość punktu A jest równa $r\omega$, gdzie $r = OA$. Aby było określone i pole przyspieszeń, to trzeba jeszcze wiedzieć, jak zmienia się ω z biegiem czasu, czyli mieć dane $\frac{d\omega}{dt}$.

Pochodna ta nazywa się *przyśpieszeniem kątowym*; będziemy oznaczali ją krótko literą η .

Oczywiście można uważać η za wektor, związany z osią obrotu; wektor ten jest zwrócony w tę samą stronę, co i ω , lub w odwrotną, stosownie do tego, czy szybkość kątowa wzrasta, czy maleje.

Torem punktu A jest koło, zatoczone z punktu O promieniem r , a przyśpieszenie p tego punktu jest wypadkową dwóch składowych, a mianowicie przyśpieszenia stycznego p_t i przyśpieszenia normalnego p_n . Oczywiście

$$p_t = \frac{d(r\omega)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\eta \quad \text{ i } \quad p_n = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2$$

a stąd

$$p = r\sqrt{\eta^2 + \omega^4} \quad \text{ i } \quad \tan \vartheta = \frac{\eta}{\omega^2},$$

gdzie ϑ oznacza kąt, który przyśpieszenie p tworzy z promieniem AO .

Z dwóch wzorów ostatnich wynika, 1) że przyśpieszenia punktów układu są wprost proporcjonalne do odległości od środka O , i 2) że przyśpieszenia wszystkich punktów są jednakowo nachylone do promieni, łączących te punkty z O .

Przyśpieszenie punktu A można łatwo wyznaczyć wykreślnie (fig. 39). W tym celu budujemy kąty AOB , AOC , odpowiednio równe $\arctan \eta$, $\arctan \omega$, i otrzymamy na prostopadłej z A do promienia OA odcinki AB , AC równe $r\eta$, $r\omega$, a więc wyrażające przyśpieszenie styczne p_t i szybkość punktu A . Prowadzimy następnie przez C prostopadłą CD do OC . Okażemy łatwo, że odcinek $AD = p_n$. Wynika to stąd, że $DA \cdot OA = (AC)^2$, czyli $DA \cdot r = (r\omega)^2$. Wypadkowa wektorów $AE = DA$ oraz AB będzie przyśpieszeniem szukanym.

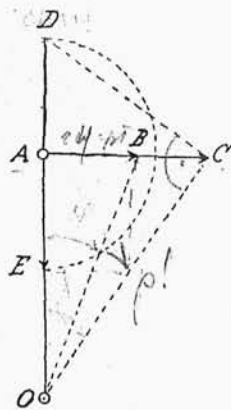


Fig. 39.

Prz. 1. Układ obraca się około danego punktu O , i dane jest przyśpieszenie punktu A . Wyznaczyć wykreślnie szybkość kątową ω oraz przyśpieszenie kątowe η ($\arctan \omega$ i $\arctan \eta$).

Prz. 2. Układ obraca się około danego punktu O , i dane jest przyśpieszenie punktu A . Wyznaczyć wykreślnie przyśpieszenie punktu B .

Zadanie rozwiązuje się łatwo, gdy wyznaczymy naprzód ω i η . Inny sposób bezpośredni jest oparty na oczywistym twierdzeniu, że linia przewodnia drugiego rzędu prostej AB tworzy z promieniem OC kąt $\arctan \frac{\eta}{\omega^2}$, gdzie C oznacza punkt przecięcia owych prostych.

Prz. 3. Mając dane środek obrotu O , szybkość kątową ω i przyspieszenie kątowe η , wyznaczyć ten punkt układu, którego przyspieszenie posiada koniec w danym punkcie A .

Prz. 4. Wyznaczyć miejsce geometryczne punktów przecięcia promieni, wychodzących z punktu A układu ruchomego, z ich liniami przewodniami drugiego rzędu. Odp. Okrąg, przechodzący przez koniec przyspieszenia punktu A oraz przez środek O i zawierający kąt $\arctan \frac{\eta}{\omega^2}$.

65. Plan przyspieszeń. Przypuśćmy znowu, że układ obraca się około punktu O (fig. 40), i że punkty jego A_1 i A_2 posiadają przyspieszenia p_1 i p_2 . Wiemy, że przyspieszenia te tworzą z promieniami OA_1 i OA_2 kąty równe, a z tego wynika, że kąt pomiędzy p_1 i p_2 jest równy kątowi A_1OA_2 .

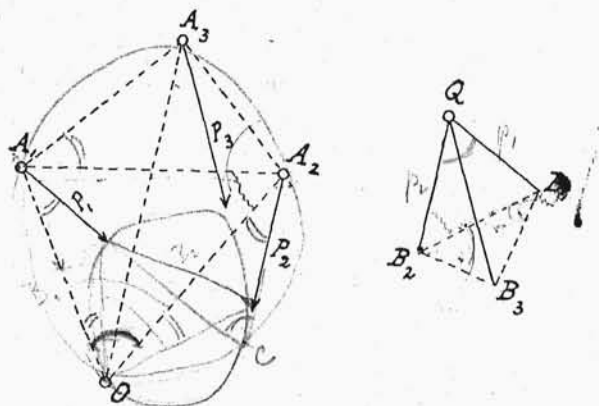


Fig. 40.

Poprowadźmy teraz z dowolnie obranego punktu Q odcinki QB_1 i QB_2 odpowiednio równe i równoległe do p_1 i p_2 . Otrzymamy tym sposobem trójkąt B_1B_2Q , i łatwo okazać, że jest on podobny do trójkąta A_1A_2O ; mianowicie kąty B_1QB_2 i A_1OA_2 są równe, i boki, tworzące te kąty, są proporcjonalne, gdyż przyspieszenia p_1, p_2 są proporcjonalne do promieni OA_1 , i OA_2 .

Z tego wynika, że i stosunek boku B_1B_2 do A_1A_2 jest równy stosunkowi przyspieszenia do promienia.

Poprowadźmy jeszcze z punktu Q odcinek QB_3 równy i równoległy do przyspieszenia p_3 punktu A_3 . Otrzymamy trójkąt $B_1B_2B_3$ podobny do trójkąta $A_1A_2A_3$, gdyż boki ich są proporcjonalne (stosunek każdej pary odpowiadających sobie boków jest równy stosunkowi przyspieszenia do promienia).

W ten sam sposób znajdziemy punkt B_4 , odpowiadający punktowi A_4 układu ruchomego i t. d. Powstaną więc dwie figury, jedna, złożona z punktów $A_1, A_2, A_3 \dots$, druga z $B_1, B_2, B_3 \dots$. Pomiędzy figurami temi zachodzą związki następujące:

(1) Każdemu punktowi jednej figury odpowiada punkt drugiej, np. punktowi A_1 odpowiada B_1 .

(2) Każdej prostej jednej figury odpowiada prosta drugiej, np. prostej A_1A_2 odpowiada B_1B_2 .

(3) Dwa trójkąty, utworzone przez odpowiednie punkty lub odpowiednie proste są podobne.

Należy zwrócić uwagę, że dwa odpowiadające sobie trójkąty mają jednakowe obiegi. Porównajmy np. $A_1A_2A_3$ i $B_1B_2B_3$. W jednym i w drugim odpowiednie wierzchołki następują po sobie w wymienionym porządku przy obiegu w kierunku odwrotnym do ruchu wskazówki zegara.

Figura $B_1B_2B_3 \dots Q$ nazywa się planem przyspieszeń układu ruchomego.

Przy pomocy planu przyspieszeń można rozwiązać zadanie następujące: wiadomo, że ruch układu jest obrotowy, i dane są przyspieszenia punktów A_1, A_2 ; wyznaczyć przyspieszenie punktu A_3 . W tym celu obieramy dowolnie punkt Q , wyznaczamy w wyżej opisany sposób punkty B_1, B_2 , i budujemy trójkąt $B_1B_2B_3$, podobny do trójkąta $A_1A_2A_3$ i posiadający zgodny z nim obieg. Odcinek QB_3 określa przyspieszenie punktu A_3 co do wielkości i kierunku.

Punktowi O odpowiada oczywiście punkt Q , a zatem otrzymamy środek obrotu O , budując trójkąt A_1A_2O , podobny do trójkąta B_1B_2Q i posiadający jednakowy z nim obieg.

Prz. Dane przyspieszenia p_1, p_2 punktów A_1, A_2 są równoległe; wyznaczyć przyspieszenie punktu A_3 .

66. Ruch płaski. Dajmy na to, że ruch układu jest płaski, i że układ obraca się w rozważanej chwili z szybkością kątową ω około środka chwilowego. Oznaczmy, jak poprzednio, przyspieszenie kątowe, czyli pochodną $\frac{d\omega}{dt}$ literą η . Przypuśćmy, że prócz tych danych mamy jeszcze przyspieszenie p pewnego punktu A i pragniemy wyznaczyć przyspieszenie innego punktu B . Odległość AB niech będzie równa r .

Możemy uważać, że ruch układu składa się (1) z ruchu postępowego, zgodnego co do szybkości i przyspieszenia z ruchem punktu A i (2) z ruchu obrotowego około punktu A ; ten drugi ruch składowy odbywa się z szybkością kątową ω i przyspieszeniem kątowym η .

Rozważmy ruch punktu B względem A . Ruchem unoszenia według par. 20 będzie tu ów pierwszy ruch składowy; przyspieszenie jego jest równe p . Ruch względny jest oczywiście obrotowy o szybkości kątowej ω i przyspieszeniu η .

Możemy teraz wyznaczyć żądane przyspieszenie punktu B czyli jego przyspieszenie bezwzględne. Będzie ono miało tylko dwie składowe, t. j. przyspieszenie względne i przyspieszenie unoszenia; przyspieszenie Coriolisa jest zerem, bo ruch unoszenia jest postępowy. Przyspieszenie względne składa się znowu z przyspieszenia stycznego $r\eta$, prostopadłego do AB , i przyspieszenia normalnego $r\omega^2$, skierowanego według BA . Przyspieszenie unoszenia jest zgodne z p co do wielkości i kierunku. Przyspieszenie bezwzględne, czyli przyspieszenie całkowite punktu B jest wypadkową tych trzech składowych $r\eta$, $r\omega^2$ i p .

Szczególnym przypadkiem zadania powyższego jest następujące: znamy środek chwilowy C , szybkość jego c (par. 35), albo raczej szybkość owego punktu M , który podąża za środkiem chwilowym, nie należąc do danego układu ruchomego (par. 30), a wreszcie ω i η ; wyznaczyć przyspieszenie punktu A , którego odległość od C jest równa r (fig. 41).

Szukane przyspieszenie będzie jak poprzednio, wypadkową przyspieszeń względnych stycznego i normalnego, t. j. $r\eta$ i $r\omega^2$, oraz przyspieszenia unoszenia, czyli przyspieszenia punktu C (nie M). Wypada więc wyznaczyć to ostatnie.

Obecnie szybkość punktu C jest zerem. W ciągu dt sek. punkt M przebiegnie drogę $MM_1 = cdt$ w kierunku szybkości c

lub wspólnej stycznej do obydwóch krzywych środków chwilowych; w M_1 znajdzie się też w końcu tego okresu środek chwilowy, i układ będzie się około niego obracał z szybkością kątową $\omega + d\omega$. Z tego wynika, że w końcu okresu dt punkt C będzie posiadał szybkość $cdt(\omega + d\omega)$, skierowaną według wspólnej normalnej do krzywych środków. Taki jest także przyrost elementarny szybkości punktu C , przyspieszenie zaś posiada ten sam kierunek i wynosi $\frac{cdt(\omega + d\omega)}{dt}$, czyli $c\omega$, jeżeli odrzucimy nieskończenie małą.

Tym sposobem wszystkie trzy składowe przyspieszenia punktu A zostały wyznaczone.

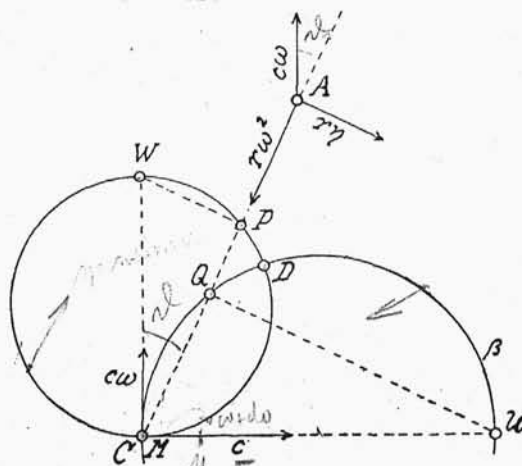


Fig. 41.

Prz. 1. Punkt A układu płaskiego obraca się około punktu O ze stałą szybkością kątową ω , a punkt B pozostaje na prostej, przechodzącej przez O . Wyznaczyć wykreślnie przyspieszenie punktu B .

W rozwiązaniu, podanem na fig. 42, przyjęto, że $\omega = 1$. Skutkiem tego zarówno szybkość skrecona (par. 29), jak i przyspieszenie punktu A wyraża się odcinkiem AO , a szybkość skrecona punktu B odcinkiem BD .

Będziemy uważali ruch punktu B względem A i utworzymy wielobok z trzech przyspieszeń składowych, a mianowicie (1) przyspieszenia unoszenia, (2) przyspieszenia względnego normalnego i (3) przyspieszenia względnego stycznego. Do wyznaczenia drugiego trzeba mieć szybkość punktu B względem A . Otrzymamy ją, rozkładając szybkość bezwzględną punktu B na dwie składowe, z których jedna

powinna być równa i równoległa do szybkości punktu A . Stało się to w trójkącie BCD , w którym bok CD wyraża względną szybkość skreconą. Przyspieszenie normalne CE znajdujemy przy pomocy konstrukcji dostatecznie wyjaśnionej na rysunku. Trzecie przyspieszenie składowe, t. j. względne styczne, leży na prostopadłej, poprowadzonej przez E do AB , i na niej leży również koniec przyspieszenia wypadkowego BF .

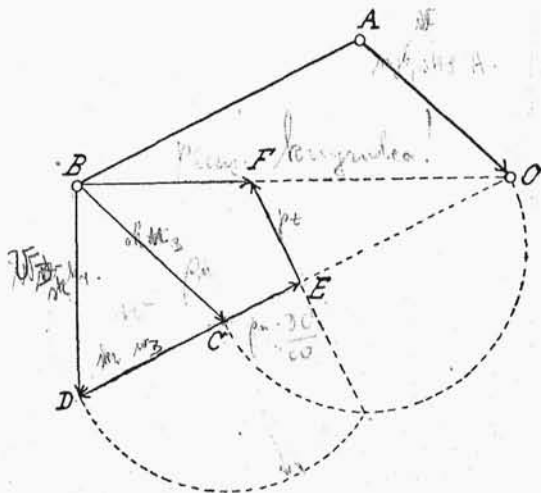


Fig. 42.

Prz. 2. Punkt A układu płaskiego obraca się ze stałą szybkością kątową ω około punktu O , a prosta AM przechodzi wciąż przez stały punkt B . Wyznaczyć wykreślnie przyspieszenie tego punktu M układu, który w chwili obecnej przebiega przez B .

Na fig. 43 znowu $\omega=1$. Postępując, jak w przykładzie poprzedzającym, znajdziemy przyspieszenie unoszenia MC i przyspieszenie normalne CD punktu M , a dojdziemy, że koniec przyspieszenia bezwzględnego musi leżeć na prostej p , poprowadzonej przez D prostopadłe do AB . Chodzi teraz o wyznaczenie drugiego miejsca geometrycznego tego końca.

Wyobraźmy sobie układ S , którego jeden punkt B jest nieruchomy, i którego jedna przypada w każdej chwili razem z MA . Może on być np. połączony z pochwą, która obraca się około B , i przez którą przechodzi sztaba MA . Będziemy uważali ruch punktu M względem takiego układu S .

Przyspieszenie unoszenia jest zerem, przyspieszenie Coriolisa znajdziemy w sposób następujący. Szybkość skreconą tego punktu układu S , który przypada razem z A , wyraża odcinek CE , a zatem szybkość kątową tego układu jest równa $\tan \angle COF$ (par. 26), gdzie $OF = CE$. Szybkość względna punktu M nie różni się od szybkości bez-

względnej ME . Odmierzamy na BA odcinek $BG=2BE$ i przez G prowadzimy prostą GH równoległą do OF ; otrzymamy w ten sposób na BE odcinek MH , wyrażający przyspieszenie Coriolisa co do wielkości i kierunku. Przyspieszenie względne leży na MA , a zatem prosta q , poprowadzona przez H równoległą do MA , jest drugim miejscem geometrycznym końca I szukanego przyspieszenia.

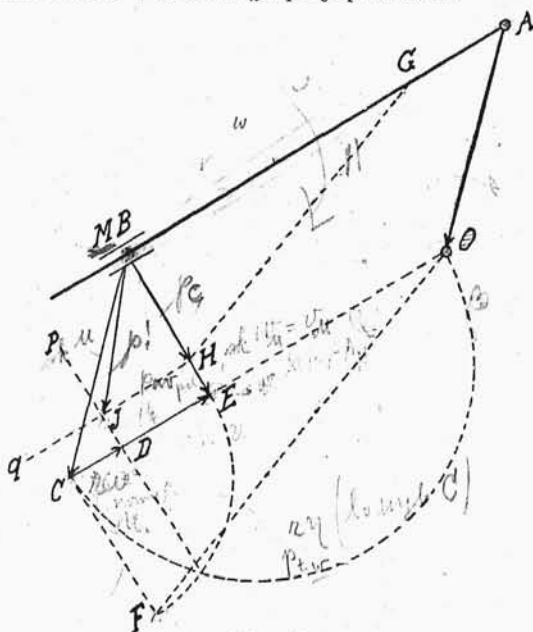


Fig. 43.

Prz. 3. Dwie korby O_1A_1 , O_2A_2 są połączone przegubowo sztabą A_1A_2 , i pierwsza obraca się ze stałą szybkością kątową około O_1 . Wyznaczyć wykreślnie przyspieszenie punktu A_2 .

Koniec szukanego przyspieszenia będzie znowu leżał w punkcie przecięcia dwóch prostych p i q . Pierwszą znajdziemy, jak w przykładzie poprzedzającym; aby otrzymać drugą wyznaczamy przyspieszenie normalne bezwzględne punktu A_2 , t. j. przyspieszenie normalne w ruchu obrotowym około O_2 .

Prz. 4. Sztaby A_1O i A_2O są połączone w O przegubem, i cały ten układ porusza się w płaszczyźnie. Znałe są szybkości i przyspieszenia punktów A_1 , A_2 , wyznaczyć wykreślnie przyspieszenie przegubu O .

67. Środek chwilowy przyspieszeń. W paragrafie poprzedzającym wyznaczyliśmy przyspieszenie normalne $r\omega^2$ i styczne $r\eta$ punktu A względem środka chwilowego C (fig. 41); wyznaczmy teraz przyspieszenia normalne i styczne, p_n i p_t , tegoż samego punktu w ruchu bezwzględnym. Pierwsze z nich

p_n jest rzutem przyspieszenia bezwzględnego na normalną AC do toru, a więc jest równe sumie rzutów składowych $r\omega^2$, $r\eta$ i $c\omega$. Znajdziemy, że

$$p_n = r\omega^2 - c\omega \cos \vartheta. \quad (1),$$

gdzie ϑ oznacza kąt pomiędzy CA i wspólną normalną do obydwóch krzywych środków chwilowych. Podobnie otrzymamy

$$p_t = r\eta - c\omega \sin \vartheta. \quad (2).$$

Wyznamy teraz miejsce geometryczne punktów układu, których przyspieszenia normalne są zerami. Zakładając $p_n = 0$, znajdziemy, że dla takich punktów $r = \frac{c}{\omega} \cos \vartheta$. Lecz z par. 37 wiemy, że stosunek $\frac{c}{\omega}$ jest równy średnicy CW koła przegięć, którą oznaczamy przez d . Będzie więc

$$r = d \cos \vartheta.$$

Z tego wynika, że z punktu, którego przyspieszenie normalne jest zerem, np. z P , widać średnicę MW koła przegięć pod kątem prostym, a zatem koło to jest szukanem miejscem geometrycznym.

Jest i skądinąd rzeczą oczywistą, że tak być musi. Punkty, położone na kole przegięć, przebiegają właśnie przez przegięcia swych torów, a ponieważ w przegięciu promień krzywizny, jest nieskończenie wielki, przeto $p_n = \frac{v^2}{\rho} = 0$.

Zakładając $p_t = 0$, wyznaczmy miejsce geometryczne punktów, których przyspieszenia styczne są zerami. Dla każdego z takich punktów

$$r = \frac{c\omega}{\eta} \sin \vartheta.$$

Odmierzmy od środka chwilowego C na wspólnej stycznej do linii środków chwilowych w stronę szybkości c odcinek $CU = \frac{c\omega}{\eta}$. Z ostatniego równania wynika, że z punktów szukanego miejsca geometrycznego, np. z Q , odcinek ten widać pod kątem prostym, a zatem szukanem miejscem jest koło o średnicy CU . Nazwiemy je kołem β .

Dla punktu, położonego na kole β , $\frac{dv}{dt} = 0$, a zatem szyb-

kość jego v w chwili obecnej przechodzi przez maksimum lub minimum. Dotychczas ta szybkość wzrastała, a odtąd zacznie się zmniejszać, lub odwrotnie.

Przyspieszenie punktów, położonych na kole przegięć, są zwrócone do bieguna przegięć W lub odwrócone od niego, przyspieszenia punktów koła β są zwrócone do środka chwilowego.

Koło przegięć i koło β przecinają się pod kątem prostym w dwóch punktach, w środku chwilowym szybkości C i w punkcie D . Obydwa te punkty zajmują wyjątkowe stanowiska wśród punktów układu ruchomego. Pierwszy posiada przyspieszenie ω , ale nie posiada szybkości; jego rola cinematyczna została wyjaśniona w rozdziale II. Drugi punkt przecięcia D posiada szybkość, ale przyspieszenie jego jest równe zeru; wynika to stąd, że, jako położony na obydwóch kołach, nie może on mieć ani przyspieszenia normalnego ani stycznego. Punkt D nazywa się środkiem chwilowym przyspieszeń; rola jego w polu przyspieszeń wyjaśni się w par. następnym.

Prz. 1. Koło o promieniu a toczy się po prostej x . Środek jego O wyruszył ze stanu spoczynku, i ruch jego jest jednostajnie przyspieszony. Jaką drogę przebiegnie środek O , zanim środek przyspieszeń znajdzie się w jednakowej odległości od prostej x i od promienia, przechodzącego przez punkt zetknięcia. Odp. $\frac{a}{2}$.

Prz. 2. Koło o promieniu $2r$ toczy się po kole wewnętrznem o promieniu r ze stałą szybkością kątową. Wyznaczyć krzywą stałą i ruchomą środków przyspieszeń. Odp. Koła o promieniach $3r$ i $4r$. Czy zachodzi w tym razie poślizg?

68. Plan przyspieszeń w ruchu płaskim. Znamy środek przyspieszeń D oraz szybkość kątową ω i przyspieszenie kątowe η ; pragniemy wyznaczyć przyspieszenie punktu A , odległego od D o r . Zastosujemy sposób, który stosowaliśmy w par. 66. W tym razie jednak przyspieszenie unoszenia jest zerem, bo punkt D nie ma przyspieszenia, a zatem szukane przyspieszenie będzie się składało tylko z przyspieszeń względnych, stycznego $r\eta$ i normalnego $r\omega^2$. Przyspieszenie bezwzględne, albo całkowite, jest równe $r\sqrt{\eta^2 + \omega^4}$; tworzy ono z promieniem AD kąt $\vartheta = \arctan \frac{\eta}{\omega^2}$.

Z powyższego wynika, że w przypadku ruchu płaskiego punkt D odgrywa w polu przyspieszeń taką samą rolę, jak

środek obrotu O w ruchu obrotowym (par. 64), i możemy od razu wygłosić twierdzenia: (1) *przyśpieszenia punktów układu są wprost proporcjonalne do odległości od środka przyśpieszeń D* , (2) *przyśpieszenia wszystkich punktów są jednakowo nachylone do promieni, łączących te punkty z D* .

Można tu utworzyć plan przyśpieszeń, jak w ruchu obrotowym (par. 65), i wówczas da się z łatwością rozwiązać zadanie takie: mając dane przyśpieszenia dwóch punktów układu wyznaczyć przyśpieszenie jakiegokolwiek trzeciego punktu. Można również przy tych samych danych wyznaczyć środek przyśpieszeń D .

Prz. Ruchoma prosta m przechodzi wciąż przez punkt O , a jej punkt A porusza się z daną szybkością stałą na prostej n . Wyznaczyć wykreślnie przyśpieszenie tego punktu prostej m , który w chwili danej znajduje się w O .

Przy pomocy koła γ (por. par. 36, prz. 5) wyznaczmy szybkość środka chwilowego, a następnie przyśpieszenie tego środka. Ponieważ prócz tego znamy przyśpieszenie punktu A , możemy przeto przy pomocy planu przyśpieszeń wyznaczyć przyśpieszenie szukane.