

CZASOPISMO TECHNICZNE

ORGAN MINISTERSTWA ROBÓT PUBLICZNYCH
I POLSKIEGO TOWARZYSTWA POLITECHNICZNEGO WE LWOWIE.

Rocznik XLI.

Lwów, dnia 25. sierpnia 1923.

Nr. 16.

TREŚĆ: Część urzędowa. Część nieurzędowa. Inż. M. Broszko: Nowa teoria ruchu cieczy rzeczywistych. (Ciąg dalszy). — Łuszczki M.: Metoda wykreslna obliczania powierzchni figur płaskich i kubatury wycinków trasy w robocie ziemnej. (Dokończenie). — Kühnel A.: Deptaki maziowane. (Dokończenie). Wiadomości z literatury technicznej. — Sprawy bieżące. — Rozmaitości. — Sprawy Towarzystwa.

CZĘŚĆ URZĘDOWA.

Zmiany personalne.

Mianowania:

Ministerstwo Robót Publicznych: Inż. Stanisław Steinhardt — starszym referentem; Zygmunt Grabowski — pomocnikiem referenta; Stefan Olewiński pom. referenta; Zdzisław Dworzak — pomocnikiem referenta.

Ustawy i rozporządzenia.

W „Dzienniku Ustaw R. P.” z dnia 3. sierpnia r. b. Nr. 76, poz. 602, zostało ogłoszone rozporządzenie z dnia 26. lipca 1923 r. w przedmiocie rozciągnięcia na ziemi Wileńskiej dekretu w przedmiocie przepisów tymczasowych o wywłaszczeniu przymusowym na użytek dróg żelaznych i innych dróg komunikacyjnych, lądowych i wodnych, oraz wszelkich urządzeń użyteczności publicznej.

CZĘŚĆ NIEURZĘDOWA.

Inż. M. Broszko.

Nowa teoria ruchu cieczy rzeczywistych.

(Ciąg dalszy).

Powody, które nas skłoniły do posługiwania się przekształceniem XX, wyjaśnimy najlepiej, podając kształt całki ogólnej równania XXX. Aby cel ten osiągnąć w możliwie przejrzysty sposób, podzielimy obie strony równania XXX. przez iloczyn $2r\pi\mu$, zaczem po uwzględnieniu równości XXIII a, oraz XXIII b, po wprowadzeniu zamiast zmiennej v_z zmiennej zastępczej y , określonej równaniem:

$$w - v_z = y, \quad \dots \quad \text{XXXI a.}$$

i po wprowadzeniu podstawień upraszczających:

$$\frac{\Delta w^2}{v_{r, r'} v_{z, z'}} = -b \quad \dots \quad \text{XXXI b.}$$

$$\frac{gJ}{2\Delta} = c \quad \dots \quad \text{XXXI c.}$$

przybierze owo równanie postać:

$$\frac{dy}{dr} + \frac{1}{b} y^2 = cr. \quad \dots \quad \text{XXXII.}$$

Nie trudno sprawdzić, iż równanie XXXII. należy do tej kategorii równań Riccati'ego, które dają się całkować jedynie zapomocą szeregów. Celem uzyskania (wyrażalnej tylko zapomocą szeregu) całki ogólnej równania XXXII. należy wprowadzić najpierw w miejsce zmiennej zastępczej y nową zmienną zastępczą z , określoną równaniem:

$$y = b \frac{d(\log \text{nat } z)}{dr}, \quad \dots \quad \text{XXXI d.}$$

a ponadto podstawienie upraszczające:

$$\frac{c}{b} = \frac{gJv_{r, r'} v_{z, z'}}{2\Delta^2 w^2} = a, \quad \dots \quad \text{XXXI e.}$$

zaczem równanie XXXII. przybierze postać:

$$\frac{d^2 z}{dr^2} - arz = 0. \quad \dots \quad \text{XXXIII.}$$

umożliwiająca znalezienie całki ogólnej równania XXXII. Jeżeli bowiem uda się nam podać dwie całki szczególne z_1 oraz z_2 ostatniego równania XXXII. będziemy mogli — jak wiadomo — wyrazić wówczas w postaci:

$$y = \frac{\frac{dz_1}{dr} + k \frac{dz_2}{dr}}{z_1 + k z_2}, \quad \dots \quad \text{XXXIV.}$$

przyczem symbol k oznacza stałą wynikłą z całkowania.

Celem znalezienia całek szczególnych z_1 oraz z_2 należy zmienną zastępczą z wyrazić zapomocą nowej zmiennej zastępczej u , określonej równaniem:

$$z = u \cdot e^{\frac{1}{3} a^{\frac{1}{2}} r^{\frac{3}{2}}}, \quad \dots \quad \text{XXXI f.}$$

w którym e oznacza zasadę logarytmów naturalnych,

zaczem, po wprowadzeniu tej nowej zmiennej zastępczej w równanie XXXIII, przybierze ono równanie postać:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + 2a^{\frac{1}{2}} r^{\frac{1}{2}} \frac{du}{dr} + \frac{1}{2} a^{\frac{1}{2}} r^{-\frac{1}{2}} u = 0. \quad \text{XXXV.}$$

Dla równania XXXV. (będącego równaniem Riccati'ego drugiego rzędu) można zaś podać dwie całki szczególne u_1 oraz u_2 w postaci szeregów nieskończonych, uporządkowanych wedle rosnących potęg zmiennej r , występującej w pierwotnym równaniu XXX. Całki te posiadają postać:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a^{\frac{n}{2}} \frac{\frac{1}{2} \cdot (\frac{3}{2} + 2) (5 \cdot \frac{1}{2} + 4) \dots [(2n-1) \cdot \frac{1}{2} + 2(n-1)]}{n! (\frac{1}{2} + 1)^n (\frac{1}{2} (2 \cdot \frac{1}{2} + 1) (3 \cdot \frac{1}{2} + 2) \dots (n \cdot \frac{1}{2} + n - 1))} r^{\frac{3}{2}n} \\ u_2 &= r \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a^{\frac{n}{2}} \frac{(\frac{1}{2} + 2) (3 \cdot \frac{1}{2} + 4) \dots [(2n-1) \cdot \frac{1}{2} + 2n]}{n! (\frac{1}{2} + 1)^n (\frac{1}{2} + 2) (2 \cdot \frac{1}{2} + 3) \dots (n \cdot \frac{1}{2} + n + 1)} r^{\frac{3}{2}n} \right\} \end{aligned} \right\} \quad \text{XXXVI.}$$

przyczem obydwa te szeregi są zbieżne dla każdej wartości zmiennej r .

Wprowadziwszy wartości całek szczególnych, określonych równaniami XXXVI. (po uwzględnieniu zależności XXXI f), w równanie XXXIV. i wyznaczywszy następnie wartość stałej k z warunków krańcowych, moglibyśmy z łatwością określić zależność zachodzącą między chyżością \bar{v}_z oraz osiową odległością r zapomocą związku funkcyjnego, posiadającego postać $v_z = f(r)$, przyczem funkcja $f(r)$ byłaby dana w postaci szeregu nieskończonego. Dotyczących obliczeń nie reproduujemy na tem miejscu. Jest bowiem wprost widoczne, iż wspomniany ostatnio związek funkcyjny, przedstawia się w porównaniu z określonym zapomocą równania XXVIII a , wzgl. XXVIII b , odwrotnym związkiem funkcyjnym $r = \varphi(\bar{v}_z)$ w postaci tak zawiłej pod względem formalnym i ciężkiej, iż powody, dla których rozwiązaniu w postaci $r = \varphi(\bar{v}_z)$ daliśmy pierwszeństwo przed rozwiązaniem w postaci $\bar{v}_z = f(r)$, stają się, po przeprowadzeniu ostatnich obliczeń, najzupełniej zrozumiałe. Wyjaśnienie owych powodów stanowiło zaś właściwy cel tych obliczeń.

Jakkolwiek rozważania, przeprowadzone w dwu poprzednich ustępach, nie posiadają dla naszych dalszych dociekań bezpośredniej praktycznej wartości, to jednak istnieją (poza podaną już przyczyną) dwa jeszcze powody, uzasadniające objęcie owych rozważań tą pracą. Pierwszym z tych powodów jest możliwość bezpośredniego dowodu, iż przy pulsującym przepływie cieczy, uważanej za materialne continuum, musi być $w = \bar{v}_m$. Fakt ten wynika bowiem bezpośrednio z równania XXX., jeśli się zważy, że dla $r=0$ (t. j. w osi rury) musi być, wskutek

osiowej symetrii $\frac{d\bar{v}_z}{dr} = 0$, zaczem i drugi człon, stojący po prawej stronie równania XXX. musi być równy zeru; to jest zaś po przekroczeniu chyżości krytycznej wtedy tylko możliwe, jeśli $w = \bar{v}_m$. Drugim powodem, dla którego pomieszciliśmy nasze ostatnie rozważania, jest zaś fakt, iż wyniki obliczeń, przeprowadzonych w dwu ostatnich ustępach, wskazują nader jasno na niewątpliwą przyczynę, dla której (wspomniane już powyżej) wszelkie dotychczasowe wysiłki wybitnych hydromechaników, zmierzające do odszukania zależności funkcyjnej, zachodzącej między zmiennymi \bar{v}_z oraz r przy badanej przez nas

formie burzliwego przepływu, nie doprowadziły do zamierzonego celu. Wyniki naszych ostatnich obliczeń wykazują bowiem niezbicie, iż powodem bezowocności owych mozolnych poszukiwań była zapewne ta okoliczność, iż wszyscy owi badacze usiłowali uparcie nadać owej zależności funkcyjnej postać $v_z = f(r)$, a nie postać względem poprzedniej postaci odwrotną $r = \varphi(v_z)$. Jest bowiem jasnym, iż funkcja $f(r)$, dająca się wyrazić ściśle tylko zapomocą nieskończonego szeregu, nie może być odtworzona w sposób zupełnie dokładny (a więc w sposób oddający wszystkie jej zasadnicze własności) zapomocą jedno-

wzgl. dwuczłonowego tylko wyrażenia potęgowego.

Poza wyjaśnioną właśnie wątpliwością, dotyczącą racjonalności sposobu, w jaki przeprowadziliśmy całkowanie równania XVI f , natknę jednak uważny czytelnik z pewnością na dalszą jeszcze wątpliwość, sięgającą znacznie głębiej, bo odnoszącą się do racjonalności wplatania w matematyczny wywód streszczonych w równaniu XXVII a rozważań o charakterze spekulatywno-fizykalnym. Tę dalszą wątpliwość powoduje łatwo dostrzegalny fakt, iż ustawione przez H. A. Lorentza zasadnicze równania ruchu burzliwego (t. j. równania I+IX) można w rozważanym przez nas wypadku sprowadzić do całkowalności zapomocą czysto matematycznych operacji, a mianowicie przez wyrażenie tych równań w spółrzędnych walcowych i przez wprowadzenie w nie wyniku czysto analitycznych przekształceń określonych równaniem XX. Po cóż więc (zapyta niewątpliwie czytelnik) zapuszczać się w spekulacje dość niezwykle i stosować metody badań bądź co bądź mniej „eleganckie“ (bo oparte nie na czysto matematycznych dedukcjach, ale częściowo także i na fizykalnych analogjach), skoro ogólnie przyjęty „poprawny“, t. j. czysto analityczny, sposób wywodu prowadzi również do celu, uważanego zazwyczaj w mechanice za cel ostateczny, t. j. do zcałkowania równań ruchu?

Aby odpowiedzieć na to pytanie, przedstawimy nasamprzód zasadnicze równania hydrodynamiczne (I) oraz równanie ciągłości (II) w spółrzędnych walcowych, odnosząc badany element przestrzenny do takiego układu, w którym położenie punktu jest określone jako miejsce przecięcia się trzech powierzchni: walca o osi $Z-Z$ i promieniu r , pierwszej płaszczyzny, położonej przez os $Z-Z$ i nachylonej pod kątem φ do pewnej płaszczyzny ustalonej w przestrzeni, a przechodzącej również przez os $Z-Z$, oraz drugiej płaszczyzny, poprowadzonej prostopadle do osi $Z-Z$ w (dodatniej lub ujemnej) odległości z od pewnego punktu, przyjętego na tejże osi za początek spółrzędnych. Oznaczywszy składowe brane w kierunku promienia wskaźnikiem „ r “, składowe brane w kierunku osi $Z-Z$ wskaźnikiem „ z “, zaś składowe brane w kierunku obwodowym, (t. j. w kierunku prostopadłym do obu w pierw wspomnianych kierunków) wskaźnikiem „ n “, otrzymamy, po zastosowaniu znanych¹⁾, prostych przekształceń, od-

¹⁾ Ob. H. Lorentz: „Technische Hydromechanik“. Str. 345 i n.

niesione do walcowego układu współrzędnych zasadnicze równania hydrodynamiczne, wraz z dołączającym się do nich równaniem ciągłości w postaci:

$$\left. \begin{aligned} a_r + b_r - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_n}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_n^2}{r} \\ a_n + b_n - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(v_n r)}{\partial t} + v_r \frac{\partial(v_n r)}{\partial r} + \frac{v_n}{r} \frac{\partial(v_n r)}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial(v_n r)}{\partial z} \right] \\ a_z + b_z - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_n}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{aligned} \right\} \text{I a.}$$

oraz: $\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_n}{r \partial \varphi} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \dots \text{II a.}$

Określone równaniami IV. składowe opóźnienia spowodowanego lepkością, jako jedynym oporem ruchu, przybierają zaś, po wprowadzeniu współrzędnych walcowych¹⁾, kształt następujący:

$$\left. \begin{aligned} b_r &= \frac{\eta}{\mu} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(v_r r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial \varphi^2} - 2 \frac{\partial v_n}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] \\ b_n &= \frac{\eta}{\mu} \left[\frac{\partial}{r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(v_n r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 v_n}{\partial \varphi^2} + 2 \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial^2 v_n}{\partial z^2} \right] \\ b_z &= \frac{\eta}{\mu} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \right\} \text{IV a.}$$

Zmierzając do ustawienia wyrażeń, określających w współrzędnych walcowych składowe opóźnienia, występującego przy ruchu burzliwym, (t. j. do ustawienia równań, odpowiadających równaniom IX.), musimy w pierw przekształcić równania dynamiczne I a. W tym celu napiszemy nasamprzód równanie ciągłości II a. w trzech różnych, równoważnych postaciach:

$$\begin{aligned} v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r^2}{r} + v_r \frac{\partial v_n}{r \partial \varphi} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0 \dots \text{II b} \\ \frac{1}{r} \left[v_n r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_n v_r + v_n \frac{\partial v_n}{\partial \varphi} + v_n r \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] &= 0 \dots \text{II c} \\ v_z \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r v_z}{r} + v_z \frac{\partial v_n}{r \partial \varphi} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0, \dots \text{II d} \end{aligned}$$

które uzyskujemy, mnożąc równanie II a kolejno przez v_r , wzgl. przez v_n , wzgl. przez v_z . Dodawszy lewe strony równań II b, wzgl. II c, wzgl. II d do prawej strony pierwszego, wzgl. drugiego, wzgl. trzeciego z trzech równań I a, otrzymamy równania dynamiczne w równoważnej z układem I a, bo formalnie tylko odmiennej, postaci:

$$\left. \begin{aligned} a_r + b_r - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{\partial(v_r^2)}{\partial r} + \frac{\partial(v_r v_n)}{r \partial \varphi} + \frac{\partial(v_r v_z)}{\partial z} + \frac{v_r^2}{r} - \frac{v_n^2}{r} \\ a_n + b_n - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(v_n r)}{\partial t} + v_r \frac{\partial(v_n r)}{\partial r} + \frac{\partial\{(v_n^2) r\}}{r \partial \varphi} + \frac{\partial(v_n v_z r)}{\partial z} + v_r v_n \right] \\ a_z + b_z - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial(v_r v_z)}{\partial r} + \frac{\partial(v_n v_z)}{r \partial \varphi} + \frac{\partial\{(v_z^2)\}}{\partial z} + \frac{v_r v_z}{r} \end{aligned} \right\} \text{I b.}$$

$$\left. \begin{aligned} a_r + b_r - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(v_n r)}{\partial t} + \frac{\partial(v_r v_n r)}{\partial r} + \frac{\partial\{(v_n^2) r\}}{r \partial \varphi} + \frac{\partial(v_n v_z r)}{\partial z} + v_r v_n \right] \\ a_n + b_n - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial(v_r v_z)}{\partial r} + \frac{\partial(v_n v_z)}{r \partial \varphi} + \frac{\partial\{(v_z^2)\}}{\partial z} + \frac{v_r v_z}{r} \end{aligned} \right\} \text{I b.}$$

umożliwiającej wyrażenie składowych opóźnienia, zachodzącego przy ruchu burzliwym, w współrzędnych walcowych. Celem wyprowadzenia dotyczących równań, określających owe składowe opóźnienia, dokonamy rozkładu ciśnienia p oraz składowych chyżości v_r , v_n , v_z , kładąc w myśl zasady A. H. Lorentza:

$$v_r = \bar{v}_r + v_r', \quad v_n = \bar{v}_n + v_n', \quad v_z = \bar{v}_z + v_z', \quad p = \bar{p} + p' \quad \text{V a.}$$

przyczem w równaniach tych (odpowiadających w zupełności równaniom V.) v_r , v_n , v_z , wzgl. p oznaczają składowe chyżości, wzgl. ciśnienie ruchu głównego, zaś v_r' , v_n' , v_z' , wzgl. p' składowe chyżości, wzgl. ciśnienie ruchu pobocznego. W pierw wspomniane wielkości można przytem określić zapomocą jednego z trzech równań VI, podanych przy omawianiu podstaw teorii Lorentza, zaś wielkości przynależne do ruchu pobocznego zapomocą równań:

$$\bar{v}_r' = 0, \quad \bar{v}_n' = 0, \quad \bar{v}_z' = 0, \quad \bar{p}' = 0. \dots \text{VII a.}$$

Celem uzyskania wyrażeń, określających w współrzędnych walcowych składowe opóźnienia, występującego przy ruchu burzliwym, podstawiamy w równaniach I b za symbole ciśnienia oraz składowych chyżości ich wartości ogólne, podane po prawej stronie związków V a. Następnie tworzymy wartości średnie wszystkich członów, składających się na zmodyfikowane w wskazany sposób równania I b, mając przytem na uwadze, iż według prawideł rachunkowych, wyrażonych równaniami XVII i XVIII:

$$\overline{v_r^2} = (\overline{v_r})^2 + \overline{v_r'^2}, \quad \overline{v_n^2} = (\overline{v_n})^2 + \overline{v_n'^2}, \quad \overline{v_z^2} = (\overline{v_z})^2 + \overline{v_z'^2} \quad \text{XVII a.}$$

$$\overline{v_r v_n} = \overline{v_r v_n} + \overline{v_r' v_n'}, \quad \overline{v_r v_z} = \overline{v_r v_z} + \overline{v_r' v_z'},$$

$$\overline{v_n v_z} = \overline{v_n v_z} + \overline{v_n' v_z'} \dots \text{XVIII a}$$

i że w myśl reguły określonej równaniem XIX. średnia wartość pochodnej jest identycznie równoważna z pochodną średniej wartości. Po wykonaniu wskazanej operacji matematycznej uzyskamy odniesione do walcowego układu współrzędnych równania hydrodynamiczne w ich najogólniejszej postaci:

$$\left. \begin{aligned} a_r + b_r - \frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} &= \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial t} + \frac{\partial\{(\overline{v_r^2})\}}{\partial r} + \frac{\partial(\overline{v_r v_n})}{r \partial \varphi} + \frac{\partial(\overline{v_r v_z})}{\partial z} + \frac{(\overline{v_r^2})}{r} - \frac{(\overline{v_n^2})}{r} \\ a_n + b_n - \frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{r \partial \varphi} &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(\overline{v_n r})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{v_r v_n r})}{\partial r} + \frac{\partial\{(\overline{v_n^2}) r\}}{r \partial \varphi} + \frac{\partial(\overline{v_n v_z r})}{\partial z} + \overline{v_r v_n} \right] \\ a_z + b_z - \frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} &= \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{v_r v_z})}{\partial r} + \frac{\partial(\overline{v_n v_z})}{r \partial \varphi} + \frac{\partial\{(\overline{v_z^2})\}}{\partial z} + \frac{\overline{v_r v_z}}{r} \end{aligned} \right\} \dots \text{I c.}$$

¹⁾ Ob. H. Lorenz l. c. Str. 421.

przyczem:

$$\left. \begin{aligned} b_r &= \frac{\eta}{\mu} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (\bar{v}_r r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}_r}{\partial \varphi^2} - 2 \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \varphi} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2 \bar{v}_r}{\partial z^2} \right] - \left[\frac{\partial (\bar{v}_r'^2)}{\partial r} + \frac{\partial (\bar{v}_r' \bar{v}_n')}{r \partial \varphi} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial (\bar{v}_r' \bar{v}_z')}{\partial z} + \frac{\bar{v}_r'^2}{r} - \frac{\bar{v}_n'^2}{r} \right] \\ b_n &= \frac{\eta}{\mu} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (\bar{v}_n r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}_n}{\partial \varphi^2} + 2 \frac{\partial \bar{v}_n}{\partial \varphi} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2 \bar{v}_n}{\partial z^2} \right] - \frac{1}{r} \left[\frac{\partial (\bar{v}_r' \bar{v}_n' r)}{\partial r} + \frac{\partial (\bar{v}_n'^2 r)}{r \partial \varphi} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial (\bar{v}_n' \bar{v}_z' r)}{\partial z} + \bar{v}_r' \bar{v}_n' \right] \\ b_z &= \frac{\eta}{\mu} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{v}_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_z}{\partial z^2} \right] - \\ &\quad - \left[\frac{\partial (\bar{v}_r' \bar{v}_z')}{\partial r} + \frac{\partial (\bar{v}_n' \bar{v}_z')}{r \partial \varphi} + \frac{\partial (\bar{v}_z'^2)}{\partial z} + \frac{\bar{v}_r' \bar{v}_z'}{r} \right] \end{aligned} \right\} \text{IX a.}$$

Wyraziwszy najogólniejsze równania hydrodynamiczne w spólrzędnych walcowych zapomocą układu (I c + IX a), powracamy do poruszonej kwestji zasadniczej, t. j. do wyjaśnienia powodów, dla których nie oparliśmy ogólnej teorii przepływów przez prostoosiowe, cylindryczne rury bezpośrednio na owych formalnie ścisłych równaniach, mimo ich niewątpliwiej całkowalności w tym szczególnym, najprostszym wypadku burzliwego przepływu. W celu wyjaśnienia tej kwestji przetworzymy układ równań (I c + IX a) w ten sposób, aby odnosił się do zajmującego nas szczególnego wypadku, t. j. aby określał prawa, normujące przebieg ustalonego, osiowo-symetrycznego, prostolinjowego ruchu lepkiej cieczy, odbywającego się z chyżością ponadkrytyczną w prostoosiowej rurze ¹⁾ o kołowym przekroju. Podana w ostatnich słowach definicja tego szczególnego rodzaju ruchu, którym się zajmujemy, wskazuje bezpośrednio na cały szereg uproszczeń, jakim w danym wypadku podlegają ogólne równania (I c + IX a): ponieważ badany ruch jest ruchem ustalonym, przeto w owych ogólnych równaniach należy przedewszystkiem skreślić wszelkie pochodne wzięte według czasu t ; ponieważ ów ruch jest osiowo-symetryczny, przeto z ogólnych równań wypadają ponadto wszelkie pochodne według zmiennej niezależnej φ ; ponieważ ów ruch w prostoosiowej rurze ma być pozatem ruchem prostolinjowym ²⁾,

¹⁾ Zwracamy uwagę, iż formułując nasze zagadnienie szczególne nie powiedzieliśmy: w prostoosiowej gładkiej „rurze“ dlatego, ponieważ teoria Lorentza nie wymaga odróżniania rur gładkich od rur chropowatych. Co do powodów wywołujących drgania, tworzące ruch poboczny, nie czyni bowiem Lorentz w swej teorii żadnych założeń.

²⁾ Zracamy uwagę, iż warunek prostolinjowości nie jest bynajmniej warunkiem bardziej „ciasnym“, niż którykolwiek z innych warunków, określających badaną przez nas szczególną formę burzliwego przepływu przez prostoosiową cylindryczną rurę. Z natury zagadnienia wynika bowiem, iż ową rurę możemy przyjąć jako nieograniczenie długą. W tym wypadku jest zaś ruch główny (określany przez Lorentza jako „ta część ruchu, która przy powierzchownem przyjrzeniu się przedewszystkiem uderza w oczy“) niewątpliwie ruchem prostolinijnym — podczas gdy wszelkie odchylenia od prostego kierunku podpadają pod określenie ruchu pobocznego. Przy burzliwym przepływie przez prostoosiową rurę oddzie-

przeto przy przystosowywaniu równań I c oraz IX a do zajmującego nas szczególnego wypadku należy uwzględnić, iż w tym wypadku $v_r = 0$, $v_n = 0$, a nadto i wszelkie pochodne składowej \bar{v}_z (względnie jej kwadratu) według zmiennej niezależnej z muszą być równe zeru. Dalsze uproszczenia wynikają z koniecznych, potwierdzonych doświadczeniem, założeń fizykalnych, określających własności ruchu pobocznego w badanym przez nas wypadku. Pierwsze z tych założeń orzeka, iż rozkład wszelkich średnich wartości, odnoszących się do ruchu pobocznego, jest przy ustalonym, osiowo-symetrycznym, burzliwym przepływie przez prostoosiową, cylindryczną rurę we wszystkich, prostopadłych do osi, przekrojach jednaki ¹⁾. Z założenia tego wynika, iż wszelkie pochodne owych średnich wartości wzięte względem zmiennej niezależnej z wypadają z równań IX a. Drugie z tych fizykalnych założeń orzeka zaś zgodnie z doświadczeniem, że średnie ciśnienie \bar{p} jest w punktach każdego prostopadłego do osi przekroju rozłożone statycznie, t. j. że:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(h + \frac{\bar{p}}{\gamma} \right) = 0, \quad \text{oraz:} \quad \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(h + \frac{\bar{p}}{\gamma} \right) = 0,$$

przyczem h i γ mają to samo znaczenie fizykalne co w równaniu X. Aby dojść do uproszczeń, wynikających z tego drugiego założenia, musimy wziąć pod uwagę, że jedyną siłą zewnętrzną, zaczepiającą w środku ciężkości badanego ciekłego elementu i wywołującą przyspieszenie o składowych a_r , a_n , a_z , jest ciężar owego elementu, że więc te składowe przyspieszenia są niczem innym jak rzutami przyspieszenia ziemskiego g na nachylone do pionu pod kątami ϱ , wzgl. ν , wzgl. ζ kierunki osi spólrzędnych. Owe kąty nachylenia są zaś określone związkami:

$$\cos \varrho = -\frac{\partial h}{\partial r}, \quad \cos \nu = -\frac{\partial h}{r \partial \varphi}, \quad \cos \zeta = -\frac{\partial h}{\partial z},$$

z których każdy da się wywieść doraźnie z rysunku, analogicznego z rysunkiem 6, uwidoczniającym podaną zależność dla kierunku osiowego. Po uwzględnieniu tych związków dochodzimy więc do równań:

$$a_r = -g \frac{\partial h}{\partial r}, \quad a_n = -g \frac{\partial h}{r \partial \varphi}, \quad a_z = -g \frac{\partial h}{\partial z},$$

umożliwiających przekształcenie pierwszych i trzecich wyrażeń, stojących w równaniach I c po lewej stronie. Jeżeli bowiem weźmiemy pod uwagę, że między ciężarem właściwym γ , gęstością μ , oraz przyspieszeniem ziemskim g zachodzi związek $\gamma = \mu \cdot g$, to będziemy mogli wspomniane wyrażenia przekształcić w sposób określony układem równań:

$$\begin{aligned} \bar{a}_r - \frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} &= -g \frac{\partial}{\partial r} \left(h + \frac{\bar{p}}{\gamma} \right) \\ \bar{a}_n - \frac{\partial}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{r \partial \varphi} &= -g \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(h + \frac{\bar{p}}{\gamma} \right) \\ \bar{a}_z - \frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} &= -g \frac{\partial}{\partial z} \left(h + \frac{\bar{p}}{\gamma} \right), \end{aligned}$$

z których to równań (po uwzględnieniu statycznego

lamy bowiem w myśli — prawie że bezwiednie — „płynięcie cieczy, stanowiące o objętości przepływu, od towarzyszących temu płynięciu ruchów zakłócających“ (ob. A. H. Lorentz „Abhandlungen über theoretische Physik“. T. I. Str. 58).

¹⁾ Ob. H. A. Lorentz, l. c. str. 65.

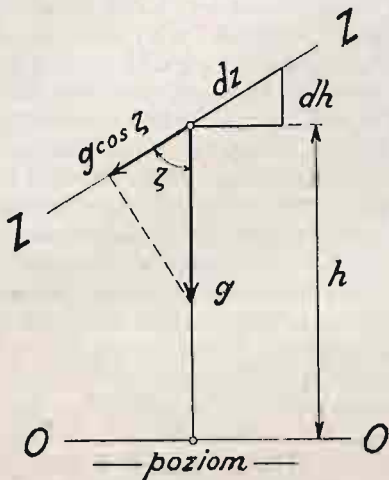
rozkładu ciśnienia w płaskich przekrojach prostopadłych do osi rury i po wprowadzeniu straty spadku J , określonej już w poprzednich wywodach) wynikają dalsze uproszczenia:

$$\bar{a}_r - \frac{\partial}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} = 0$$

$$\bar{a}_n - \frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{r \partial \varphi} = 0$$

$$\bar{a}_z - \frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = gJ,$$

zachodzące w rozpatrywanym wypadku szczególnym.



Rys. 6.

Wskazane w poprzednim ustępie związki i zależności, wynikłe z założeń, określających badaną przez nas szczególną postać ruchu burzliwego, upraszczają ogólne równania ruchu (I c + IX a) bardzo wydatnie. Po wprowadzeniu tych uproszczeń przedstawiają się bowiem złączone z sobą równania ogólne (I c + IX a) w postaci układu trzech równań:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(\overline{v_r'^2})}{\partial r} + \frac{\overline{v_r'^2}}{r} - \frac{\overline{v_n'^2}}{r} &= 0 \\ \frac{\partial(\overline{v_r' v_n'})}{\partial r} + \overline{v_r' v_n'} &= 0 \\ \frac{\eta}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \overline{v_z}}{\partial r} \right) - \left[\frac{\partial(\overline{v_r' v_z'})}{\partial r} + \right. \\ \left. + \frac{\overline{v_r' v_z'}}{r} \right] &= -gJ \end{aligned} \right\} \text{XXXVII.}$$

wypowiadającego prawa, którym wedle zasad klasycznej mechaniki winien podlegać ustalony, osiowo-symetryczny, prostoliniowy, burzliwy przepływ lepkiej cieczy przez prostosiową rurę o kołowym przekroju. Z równań tych wypływa zaś bezpośrednio odpowiedź na zasadnicze pytanie, stanowiące przedmiot naszych ostatnich rozważań. Rzut oka na układ równań XXXVII. przekonywa bowiem, że według praw klasycznej mechaniki, traktującej ciała ważkie jako continua materialne, byłby burzliwy ruch lepkiej cieczy zjawiskiem niemożliwym do zrealizowania już w najprostszym wypadku tego ruchu, t. j. przy ustalonym, osiowo-symetrycznym przepływie przez cylindryczną rurę. Dowodem tej niemożliwości jest wynik całkowania

przeprowadzonego na drugim z trzech równań, składających się na układ XXXVII. Całka tego równania, przedstawiająca się w postaci:

$$r^2 \cdot \overline{v_r' v_n'} = \text{const}$$

wykazuje bowiem, że w badanym przez nas najprostszym wypadku burzliwego przepływu musiałyby chyżość ruchu pobocznego przybierać w pewnych miejscach, zajętych przez płynące lepkie materialne continuum (w osi rury), wartości nieskończenie wielkie, gdyby stała wynikła z całkowania miała mieć wartość różną od zera. Ponieważ zaś nieskończenie wielka wartość chyżości ruchu pobocznego jest oczywiście fizykalną niemożliwością, przeto owa stała wynikła z całkowania musi być koniecznie równa zeru. Koniecznie zerowa wartość widniejącej w ostatnim równaniu stałej wynikłej z całkowania jest zaś niczem innym jak matematycznym wyrażnikiem koniecznego zaniku drgań, tworzących ruch poboczny. Rozważania, nawiązane do całki drugiego z równań, wchodzących w skład układu XXXVII. dowodzą więc niezbicie, iż w badanym przez nas najprostszym wypadku szczególnym burzliwy ruch lepkiej cieczy, traktowanej jako materialne continuum jest fizykalną niemożliwością. Zwracamy uwagę, iż rozważania, które doprowadziły nas do tego wyniku, były oparte na najszerzym założeniu, t. j. na założeniu nie wyłączającym istnienia żadnej ze składowych ruchu pobocznego.

Jest jasnym, iż przy każdym mniej ogólnym określeniu ruchu pobocznego ruch burzliwy nie mógłby w danych warunkach tem bardziej istnieć¹⁾. Gdybyśmy bowiem założyli na przykład, że ruch poboczny (co jest prawdopodobne) odbywa się w badanym przez nas wypadku wyłącznie tylko w płaszczyznach przechodzących przez oś rury, że więc obwodowa składowa ruchu pobocznego v_n' zanika, to po uwzględnieniu tego dalszego upraszczającego założenia (będącego niczem innym jak założeniem zupełnej osiowej symetrii) odpadłoby wprawdzie równanie drugie, natomiast pierwsze z trzech równań składających się na układ XXXVII. doprowadziłoby do wyniku:

$$r \overline{v_r'^2} = \text{const}$$

nie dającego się również — i to dla tych samych powodów — zrealizować fizykalnie. Rozważania zupełnie podobne do tych, które nawiązaliśmy do poprzedniego równania, doprowadziłyby więc i w tym, ciałniej ujętym, wypadku w równie ścisły sposób do dającego się z góry przewidzieć, oczywiściego wyniku, że burzliwy przepływ lepkiej cieczy, traktowanej jako materialne continuum, jest fizykalną niemożliwością także w specjalnym wypadku zupełnej osiowej symetrii przy przepływie przez walcową rurę. Jakkolwiek więc moglibyśmy w tym wypadku

¹⁾ W wskazanym fundamentalnym fakcie upatrujemy powód, dla którego żadne z niezmiernie licznych i żmudnych dociekań teoretycznych nad warunkami stateczności (nie-wzruszalności), dotyczącymi przepływu lepkiej cieczy, nie doprowadziło dotychczas do zadowalniającego wyjaśnienia tych warunków. Wszystkie te dociekania teoretyczne traktują bowiem ciecz lepka w sposób przyjęty w mechanice klasycznej, t. j. jako materialne continuum. Obfitą literaturę, dotyczącą tych dociekań teoretycznych, podaje F. Noether w referacie „Das Turbulenzproblem“, pomieszczonym w *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, 1921. Str. 125 i n., oraz 218 i n.

przez jednokrotne całkowanie ¹⁾ trzeciego równania, wchodzącego w skład układu XXXVII., przez wprowadzenie w to scałkowane równanie wyniku przekształcenia XX. i przez wyrugowanie z uzyskanego w ten sposób równania różniczkowego jedynej, przynależnej do ruchu pobocznego zmiennej wielkości $v_r'^2$ uzyskać całkwalne równanie różniczkowe, nie zawierające w sobie żadnych zmiennych wielkości przynależnych do ruchu pobocznego, to mimoto jest oczywiste, iż wskazane „poprawne“ matematyczne operacje nie mogłyby doprowadzić do rezultatu „poprawnego“ pod względem fizykalnym wskutek fizykalnej nieziszczalności związku $r v_r'^2 = \text{const}$, którym musielibyśmy posługiwać się przy wspomnianym rugowaniu zmiennej wielkości $v_r'^2$.

Rozważania nad racjonalnością stosowanej w poprzednich naszych dociekaniach metody badań rozwiąły więc zupełnie odnośne wątpliwości i doprowadziły nas ponadto do rozeznania faktu posiadającego fundamentalne znaczenie: matematyczna analiza właściwości, cechujących burzliwy przepływ przez cylindryczną rurę, wykazała bowiem, że metody klasycznej mechaniki, traktującej cieczę rzeczywiste jako jednolite continua materialne zawiodą już w najprostszym wypadku burzliwego przepływu ²⁾. Po dojrzałym namyśle musimy co prawda przyjść do wniosku, iż stwierdzenie niewystarczalności metod klasycznej mechaniki do opisanego pewnych form ruchu

¹⁾ Przez jednokrotne całkowanie trzeciego z równań XXXVII. otrzymalibyśmy równanie:

$$\frac{gJ}{2} r^2 = -\frac{\eta}{\mu} r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \left[\int r \frac{\partial (v_r' v_z')}{\partial r} dr + \int \overline{v_r' v_z'} \cdot dr \right] + C,$$

które po wprowadzeniu podstawienia:

$$\int r \frac{\partial (v_r' v_z')}{\partial r} dr = r v_r' v_z' - \int \overline{v_r' v_z'} dr$$

przybrałoby postać:

$$\frac{gJ}{2} r^2 = -\frac{\eta}{\mu} r \frac{\partial v_z}{\partial r} + r v_r' v_z' + C.$$

Wziąwszy pod uwagę, że w równaniu tem dla $r=0$ jest $C=0$, i że przy rosnącym r zmienna v_z maleje, otrzymamy po podzieleniu obu stron ostatniego równania przez r , oraz po wprowadzeniu cyfry lepkości $\Lambda = \frac{\eta}{\mu}$ związek:

$$\frac{gJ}{2} r = \Lambda \frac{\partial v_z}{\partial r} + \overline{v_r' v_z'}$$

identyczny z równaniem wyrażającym ostateczny wynik odnośnych dociekań Lorentza.

²⁾ Zwracamy uwagę, że opierając dowód tego twierdzenia na Lorentzowskim rozkładzie (t. j. na rozkładzie określonym równaniami V. a.) wyszliśmy z założenia najogólniejszego, obejmującego w sobie wszelkie możliwe (a nawet, jak się okazało, także i matematycznie tylko możliwe, lecz fizykalnie niemożliwe) postaci ruchu burzliwego. Każde szczególne założenie, dotyczące przebiegu drgań tworzących ruch poboczny, nie mogłoby być bowiem niczem więcej jak pewnym szczególnym wypadkiem zawartym już w najogólniejszych równaniach zasadniczych (I. c. + IX. a.). Musimy przytem zaznaczyć, z całym naciskiem, że dopuszczalność rozkładu określonego równaniami V. a. nie jest bynajmniej uwarunkowana możliwością samodzielnego istnienia ruchu głównego, oraz ruchu pobocznego wynikających z rozkładu. Ostatnio wskazany warunek obowiązywałby bowiem wtedy tylko, gdybyśmy, postępując w odwrotnym kierunku, chcieli utworzyć pewien ruch burzliwy przez superpozycję pewnego ruchu pobocznego ponad pewnym przyjętym ruchem głównym (ob. H. A. Lorentz „Abhandlungen über theoretische Physik“, T. I. Str. 58).

ważkiej materji nie jest wcale wynikiem tak dziwnym, jakby to na pierwszy rzut oka mogło się wydawać; dziwniejszą rzeczą byłoby bowiem z pewnością, gdyby wszelkie mechaniczne zjawiska dostrzegalne na ciałach rzeczywistych, a więc na ciałach posiadających niewątpliwie molekularną strukturę dały się zawsze z wystarczającą dokładnością opisać przy pomocy teoryj, opierających się na podsuniełym, niezgodnym z rzeczywistością, uproszczonym obrazie jednolitego materialnego continuum. W każdym jednak razie zasługuje stwierdzony przez nas fakt na szczególniejsze podkreślenie i uwagę: jest to bowiem pierwszy wypadek, w którym stwierdzono w sposób niewątpliwy niewystarczalność metod klasycznej mechaniki do opisywania czysto mechanicznych zjawisk dostrzegalnych na ważkiej materji ¹⁾. Możliwość tego, udowodnionego przez nas faktu była dotychczas tylko przewidywana, lecz nie została nigdy poparta konkretnym dowodem. Wskazał na nią mianowicie przed dwoma laty (jednak w niezbyt zdecydowany sposób) znakomity matematyk i mechanik niemiecki R. Mises ²⁾ wypowiadając (przytoczone już w pierwszym rozdziale) zapatrywanie, iż jest rzeczą nierozstrzygniętą jeszcze, czy rozwiązanie zagadnienia burzliwości da się wogóle osiągnąć przy pomocy odpowiednio pogłębionej klasycznej teorii Stokesa, czy też tylko przez rozsadzenie ram klasycznej mechaniki i przez przejście do statystycznej metody badań ³⁾. Nawiązując do tego pytania dodaje co prawda Mises zaraz w następnym zda-

¹⁾ Fakt, iż zjawisko niewątpliwie mechaniczne, znane pod nazwą ruchu Browna, uchyla się od opisanego sposobem przyjętym w mechanice klasycznej, zmuszając twórców dotyczących teoryj (Smoluchowskiego, Einsteina i Misesa) do posługiwania się metodami statystycznymi, wskazuje tylko na wielkie prawdopodobieństwo niewystarczalności mechaniki klasycznej do opisywania wszelkich mechanicznych zjawisk; nie stanowi jednak ten fakt ścisłego dowodu owej niewystarczalności.

²⁾ R. Mises „Über die Aufgaben und Ziele der angewandten Mathematik“. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik. 1921. Str. 1 i n.

³⁾ W bardziej zdecydowany sposób wypowiada Mises swe zapatrywanie na poruszoną przez nas fundamentalną kwestję w późniejszej pracy „Über die gegenwärtige Krise der Mechanik“ (Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik 1921. Str. 425 i n.). Zastanawiając się w tej rozprawie nad możliwością, wzgl. niemożliwością wytłumaczenia wszelkich mechanicznych zjawisk przy wyłącznej pomocy praw mechaniki klasycznej wygłasza mianowicie ów badacz następującą tezę: „Na podstawie znanych w dobie obecnej faktów doświadczalnych należy uznać za rzecz w wysokim stopniu nieprawdopodobną, aby wskazany cel klasycznej mechaniki dał się kiedykolwiek osiągnąć; do zastąpienia, wzgl. do uzupełnienia sztywnej budowy wywodów, składających się na mechanikę klasyczną, są powołane zupełnie określone, inne sposoby rozważań — sposoby nie będące zresztą już dziś czemś niezwykłym“. Przytoczywszy na poparcie tej tezy wyniki dotychczasowych badań nad burzliwym przepływem cieczy rzeczywistych, wypowiada wreszcie Mises następujące, zupełnie już zdecydowane, zdanie o możliwości opisanego zjawisk ruchu burzliwego przy pomocy środków, jakimi rozporządza mechanika klasyczna: „Obecny stan rzeczy przedstawia się tak, iż drobne, dostrzegalne gołem okiem, ulegające nadzwyczaj częstym zmianom, nieregularnie chwiejne, prawie drżące ruchy poszczególnych cząsteczek cieczy, płynącej jako całość spokojnie, uchylają się z pod zbadania i opisanego sposobem przyjętym w mechanice klasycznej. Wskazują one na kategorię konieczności zupełnie odmiennego sposobu dociekań, nabierającego w ostatnich dziesięcioleciach coraz to większego znaczenia we wielu działach fizyki: na t. zw. fizykalną, albo też — jak my powiemy — mechaniczną statystykę“.

niu: „Wobec wspaniałych, często zdumiewających zdobyczy, osiągniętych w ciągu lat ostatnich na polu statystyki fizycznej, należy może uważać za prawdopodobniejszy wypadek drugi, który — gdyby się sprawdził — mógłby stać się faktem, posiadającym dla całego sposobu ujmowania mechaniki, nie dającą się wprost ocenić, zasadniczą doniosłość“. Mimo tego przewidującego zastrzeżenia, była jednak przepowiednia Misesa w chwili jej wypowiedzenia bądź co bądź niczem więcej jak czekającą wówczas jeszcze na dowód, dość dowolną supozycją.

Stwierdziwszy, iż dowód niewystarczalności metod mechaniki klasycznej został znaleziony w tej właśnie dziedzinie, w której oczekiwał go intuicyjnie Mises, musimy jeszcze nadmienić, iż pod statystyczną metodą badań, za której równouprawnieniem tak gorąco przemawia wspomniany badacz ¹⁾, nie należy rozumieć koniecznie te tylko sposoby dociekań, które posługują się matematycznymi środkami teorii prawdopodobieństwa. O istocie danej metody badań nie stanowią bowiem pomocnicze środki, ale sposób, w jaki ujmemy i odwzorujemy myślowo mechanizm i przebieg badanego zjawiska. Spekulatywne rozważania fizyczne, które doprowadziły nas do charakterystycznego dla naszej teorii równania XXVII. a. wykazują zaś w wybitny sposób swe pokrewieństwo z temi sposobami ujmowania rzeczy, które są stosowane, nie od dziś, w kinetycznej teorii materji. W naszych spekulatywnych rozważaniach braliśmy bowiem konsekwentnie pod uwagę oddzielne cząstki cieczy, a nie wycięte z płynnego materialnego continuum ciekłe elementy przestrzenne, do których nawiązuje swe rozważania hydromechanika klasyczna. Od tego odmiennego sposobu badań, który doprowadził nas ostatecznie do związku wyrażonego równaniem XXVII. a., odstąpiliśmy, co prawda, w następstwie na chwilę, wprowadzając w obręb naszych rozważań warunek ciągłości określonej w ten sposób, jaki jest przyjęty w klasycznej hydrodynamicie. Wynikiem dociekań, przeprowadzonych w ostatnio wskazanym kierunku, było rozeznanie faktu, iż uwzględniając warunek ciągłości w sensie hydrodynamiki klasycznej musieliśmy w rozważanym wypadku (t. j. przy osiowo-symetrycznym przepływie jednolitej ciekłej materji przez gładką prostoosiową rurę o kołowym przekroju) zastąpić równanie XXVIII. a. równaniem XXVIII. b. Jest rzeczą oczywistą, iż przy pojmowaniu cieczy jako zbiorowiska oddzielnych cząstek odpadają względy nakazane warunkiem ciągłości, określonym w sposób przyjęty w klasycznej hydrodynamicie, a więc dotyczącym jedynie ciekłych continuumów materialnych. Wskutek tego odpada też konieczność zastąpienia równania XXVIII. a.

¹⁾ W kwestji równouprawnienia i wzajemnego stosunku metod mechaniki klasycznej i metod statystycznych wypowiedział Mises w cytowanej ostatnio pracy następujące, zdeklarowane zdanie: „W istocie przedstawiają się rzeczy tak, że nie potrzeba już roztrząsać pytania, czy wogóle należy posługiwać się statystycznymi metodami dociekań dla opisanja ruchów dostrzegalnych, lecz że wyłania się kwestja o wiele trudniejsza: Gdzie leży granica, oddzielająca zakres ważności wskazanych dwu sposobów ujmowania rzeczy, i w jakim wzajemnym stosunku pozostają założenia i wywody statystyki mechanicznej do podstaw, twierdzeń i wyników mechaniki Newtona, Eulera, Lagrange'a i Cauchy'ego?“ (Über die gegenwärtige Krise der Mechanik“. Str. 429).

równaniem XXVIII. b. w wskazanym wypadku szczególnym. Jakoż wyniki doświadczeń (dotyczące, co prawda, przepływów przez niezupełnie gładkie rury) okazały, iż rozkład chyżości przy badanym przez nas przepływie cieczy rzeczywistej jest określony w istocie nie równaniem XXVIII. b., ale równaniem XXVIII. a. Przy omawianiu wspomnianych doświadczalnych wyników przekonamy się także, iż rozważania, przeprowadzone nad analitycznymi własnościami funkcji określonej równaniami XXVIII. a., wzgl. XXVIII. b., będą musiały ulegć pewnym modyfikacjom, wynikającym stąd, iż fizyczne warunki, określające wzgl. ograniczające przebieg owej funkcji, przedstawiają się zupełnie odmiennie wtedy, gdy badanej cieczy odbierzemy podstawiony, sztuczny charakter materialnego continuum. Mimo konieczności wprowadzenia wspomnianych modyfikacyj nie uważaliśmy jednak za właściwe pominąć owe rozważania. Zestawienie wyniku doświadczeń z wynikami tej części naszych poprzednich wywodów, która została nawiązana do klasycznego warunku ciągłości, uwypukli bowiem tem mocniej różnicę, wynikającą z wskazanych dwu odmiennych sposobów ujmowania sprawy, i uzupełni znakomicie matematyczny dowód niewystarczalności metod mechaniki klasycznej w dziedzinie hydrodynamiki cieczy rzeczywistych, wykazując w sposób bardzo przejrzysty, iż traktowanie cieczy rzeczywistej jako niejednorodnego zbiorowiska oddzielnych cząstek jest koniecznością, nakazaną nie tylko przez wynik matematycznych dedukcyj, ale także (co ważniejsze) przez wyniki doświadczeń.

Kończąc wywody pomieszczone w tym rozdziale okażemy jeszcze, iż do osiągniętych przez nas wyników można dojść także na drodze rozważań nierównie prostszych. Wskazanie tej innej, prostszej drogi wydaje się nam pożytecznym, wzgl. koniecznym przede wszystkim dlatego, ponieważ te właśnie prostsze, a więc bardziej przejrzyste, rozważania doprowadziły do rozeznań, stanowiących punkt wyjścia i podstawę nowej teorii; pozatem zaś dlatego jeszcze, ponieważ stosowany w owych prostszych rozważaniach sposób rozumowania ułatwi nam później przetworzenie formalnie ścisłych, ale jałowych, najogólniejszych równań Lorentza (I+IX) na równie ogólny układ równie ścisłych, ale stosowalnych równań.

Celem owych prostszych rozważań, dotyczących przedmiotu, którym zajmujemy się w tym rozdziale, jest oczywiście w pierwszym rzędzie analityczne sformułowanie oporów dodatkowych, wywołanych istnieniem ruchu pobocznego przy przepływie przez gładką, prostoosiową, walcową rurę. Punktem wyjścia tych prostszych rozważań będą zaś, obok fundamentalnego wyniku badań H. A. Lorentza, dotyczącego istoty owych oporów, ponadto podstawowe założenia przyrodnicze nowej teorii, streszczone przez nas w rozdziale trzecim.

Opierając się na udowodnionym przez Lorentza niewątpliwym fakcie, iż wywołane ruchem pobocznym dodatkowe opory są spowodowane transportem ilości ruchu, skutecznianym przez drgające cząstki cieczy, stwierdzimy przede wszystkim, że intensywność tego transportu ilości ruchu (wyrażająca się zawsze iloczynem masy przez chyżość) zależy od dwu czynników: po pierwsze od ilości masy, partycypującej w owym transporcie, t. j. od ilości cząstek cieczy, przepływających wskutek istnie-

nia ruchu pobocznego w jednostce czasu przez jednostkę powierzchniową poboczniczy, ograniczającą badany ciekły wałek; powtórę zaś od średniej wielkości, jaką posiada chyżość (wzgl. w naszym wypadku osiowa składowa chyżość) właściwa owym cząstkom, przenoszącym na sobie ilość ruchu. Ilość ciekłej masy, przenoszącej na sobie w jednostce czasu ilość ruchu przez jednostkę powierzchni ograniczającej, zależy zaś ze swej strony znów od dwu czynników: pierwszym z tych dwu czynników jest średnia wartość utworzona z absolutnych¹⁾ (zmiennych) wartości, które przybiera w ciągu czasu normalna do powierzchni ograniczającej składowa chyżość ruchu pobocznego; drugim czynnikiem jest zaś częstość, z jaką owa składowa okresowego ruchu pobocznego zmienia w jednostce czasu tok (sens) przepływu przez wzięty pod uwagę powierzchniowy element²⁾. Ilość ciekłej masy, przenoszącej w jednostce czasu ilość ruchu przez jednostkę powierzchni ograniczającej badaną ciekłą bryłę walcową, jest więc wskutek tego tem większa, im większą jest średnia wartość iloczynu, utworzonego z absolutnych (zmiennych) wartości normalnej składowej chyżości ruchu pobocznego pomnożonych przez częstość. Owa normalna składowa chyżość ruchu pobocznego (w naszym wypadku składowa v_r' prostopadła do poboczniczy badanego ciekłego walca) jest zaś w każdej chwili przy danej amplitudzie³⁾ i jednakim przebiegu drgań tem większa, im większa jest częstość drgań wywołanych rozprzestrzenianiem się fali płaskiej w ciekłej masie wypełniającej rurę. Wskutek wskazanej zależności, zachodzącej między składową chyżości v_r' a częstością drgań, będzie więc ilość ciekłej masy, przenoszącej w jednostce czasu ilość ruchu przez jednostkę powierzchniową poboczniczy badanego ciekłego walca, tem większa, im większa jest średnia wartość iloczynu $v_r' \cdot v_r' = v_r'^2$, a więc im większa jest liczebna wartość wyrażenia $v_r'^2$. Ponieważ zaś ilość ruchu, przenoszona w jednostce czasu przez jednostkę powierzchniową poboczniczy badanego ciekłego walca, zależy nietylko od ilości cieczy przenoszącej ową ilość ruchu, (tem większej im większa jest wartość liczebna wyrażenia $v_r'^2$), ale także i od średniej wartości, jaką przybiera skierowana w kierunku przepływu składowa chyżość przepływających przez pobocznicę cząstek cieczy (t. j. w naszym wypadku od wartości v_z), przeto rozstrzygająca o wielkości wywołanego ruchem pobocznym oporu dodatkowego jednostkowa⁴⁾ ilość ruchu, będzie ostatecznie tem większa, im większa jest wartość iloczynu $v_r'^2 v_z$. Nie trudno jednak przekonać się, iż między dodatkowym oporem, wywołanym istnieniem ruchu

¹⁾ Pod absolutnymi wartościami zmiennej składowej chyżości rozumiemy wartości liczebne brane bez uwzględnienia kierunku (sensu), w którym ciecz przepływa wskutek istnienia ruchu pobocznego przez wzięty pod uwagę element powierzchniowy — a więc wartości liczebne brane bez podania algebraicznego znaku.

²⁾ Tok przepływu może być dwójaki: z wnętrza na zewnątrz, lub też z zewnątrz do wnętrza badanej ciekłej bryły.

³⁾ Wobec jednolitej gęstości cechującej przepływającą ciekłą masę, traktowaną jako zbiorowisko oddzielnych cząstek, należy uważać za rzecz wysoce prawdopodobną, iż amplituda drgań, stanowiących istotę ruchu pobocznego, jest w obrębie badanej ciekłej bryły jednaka.

⁴⁾ Pod „jednostkową“ ilością ruchu rozumiemy tę ilość, która zostaje przeniesiona w jednostce czasu przez jednostkę powierzchni.

pobocznego (względnie — co na to samo wychodzi — między ilością ruchu przepływającą efektywnie w jednostce czasu przez jednostkę powierzchniową poboczniczy walca), a wartością iloczynu $v_r'^2 v_z$ nie może zachodzić prosta proporcjonalność. Aby się o tem przekonać, wystarczy wziąć pod uwagę, iż efektywny¹⁾ transport osiowej składowej ilości ruchu przez pobocznicę badanego ciekłego walca byłby równy zeru, gdyby przy pewnych, różnych od zera, wartościach obu czynników $v_r'^2$ oraz v_z iloraz różniczkowy $\frac{dv_z}{dr}$ przybierał na poboczniczy badanego ciekłego walca wartość zerową; gdyby bowiem na poboczniczy walca zachodził związek $\frac{dv_z}{dr} = 0$, to wów-

czas dokonywałyby się przez ową pobocznicę wymiana cząstek równowartościowych pod względem przywiązanej do nich osiowej składowej ilości ruchu. W podobny sposób można udowodnić, że transport osiowej składowej ilości ruchu przez pobocznicę badanego ciekłego walca musiałby być równy zeru także i wtedy, gdyby spadek częstości w kierunku radialnym (t. j. pochodna częstości względem zmiennej niezależnej r) przybierał na poboczniczy badanego ciekłego walca wartość zerową. Aby się o tem przekonać, należy wziąć pod uwagę, iż w rozważanym przez nas wypadku jest częstość drgań, według zasady Dopplera, wprost proporcjonalna do stosunku $\frac{v_z - w}{w}$, jeśli przez w oznaczymy (jak po-

przednio) chyżość, z jaką fala płaska rozprzestrzenia się w kierunku osi danej rury. Zerowej wartości radialnego spadku częstości musiałaby więc odpowiadać niezmienna wartość składowej chyżości v_z w bezpośrednim sąsiedztwie poboczniczy po obu jej stronach. Przy niezmienniej wartości składowej v_z w bezpośrednim sąsiedztwie poboczniczy musiałby zaś iloraz różniczkowy $\frac{dv_z}{dr}$ przybierać na tej poboczniczy wartość zerową — co pociągałoby za sobą (jak to udowodniliśmy powyżej) zanik efektywnego transportu osiowej składowej ilości ruchu przez pobocznicę badanej ciekłej bryły walcowej. Ponieważ z drugiej strony częstość jest w rozważanym wypadku, przy jednakiej amplitudzie tem większa, im większe są średnie wartości utworzone z absolutnych wartości składowej v_r' , przeto staje się jasnym, że przy niezmienniej częstości w bezpośrednim otoczeniu poboczniczy badanego ciekłego walca, musiałaby średnia wartość $v_r'^2$ w obrębie tego bezpośredniego otoczenia mieć wartość niezmienną; wówczas musiałby zaś iloraz różniczkowy $\frac{dv_r'^2}{dr}$ przybierać na owej poboczniczy wartość zerową. Powyższe rozwa-

¹⁾ Przez „efektywny“ transport ilości ruchu rozumiemy tę ilość ruchu, wymienioną przez powierzchnię rozgraniczającą dwa obszary, która stanowi o ubytku ilości ruchu w jednym, a o jej przybytku w drugim obszarze. Jest bowiem rzeczą oczywistą, że gdyby w każdym półokresie przepływała przez powierzchnię, rozgraniczającą dwa obszary, zawsze ta sama co do swej wielkości ilość ruchu, różniąc się w bezpośrednio po sobie następujących półokresach tylko tokiem przepływu, to mimo trwającego stale przepływu ilości ruchu przez powierzchnię rozgraniczającą, efektywny transport ilości ruchu musiałby być równy zeru.

żania doprowadzają nas tedy w ostatecznym swym wyniku do następującego wniosku: Wielkość efektywnego jednostkowego transportu osiowej składowej ilości ruchu przez pobocznice badanego ciekłego walca (wzgl. wprost proporcjonalna do tego efektywnego, jednostkowego transportu wielkość dodatkowego jednostkowego oporu, wywołanego istnieniem ruchu pobocznego) nie zależy wprost od iloczynu $\overline{v_r'^2 v_z}$ lecz od wartości, jaką przybiera na poboczniczy badanego ciekłego walca radialny spadek tego iloczynu, t. j. wyrażenie $\frac{d(\overline{v_r'^2 v_z})}{dr}$. Treść prze-

prowadzonych właśnie rozważań czyni wysoce prawdopodobnym, iż między odniesionym do jednostki powierzchniowej oporem dodatkowym τ_2 , dołączającym się wskutek istnienia ruchu pobocznego do oporu spowodowanego lepkością, a radialnym spadkiem wartości iloczynu $\overline{v_r'^2 v_z}$ zachodzi najprostszzy związek, jaki może zachodzić między przyczyną a skutkiem, t. j. zwykła proporcjonalność, tak, że:

$$\tau_2 = k \frac{d(\overline{v_r'^2 v_z})}{dr}$$

przyczem k oznacza stały współczynnik proporcjonalności.

Rachunek nawiązany przez nas do ostatecznego wyniku dotyczących tego przedmiotu badań Lorentza potwierdza — jak wiadomo — rezultat ostatnich naszych rozważań w zupełności, podając ponadto, iż fizykalne znaczenie stałego współczynnika k jest określone równaniem:

$$k = -\mu.T.$$

Wartość przeprowadzonych poprzednio analitycznych dociekań polega więc między innymi na wyprowadzeniu tego ostatniego związku, którego użyteczność okaże się w dalszych naszych rozważaniach. Główną jednak zdobycz, osiągniętą przy pomocy matematycznych środków badania, stanowi dowodne poparcie nieudowodnionych dotychczas, przewrotowych poglądów Misesa i płynące stąd uzasadnienie racjonalności obranej przez nas metody. (C. d. n.)

Metoda wykreslna obliczania powierzchni figur płaskich i kubatury wycinków trasy w robocie ziemnej.

(Dokończenie).

Przyjmijmy dla wzoru inż. Treibera potrzebne $y_0 = 0.1$ m, $y_1 = 2$ m, szerokość korony drogi 6 m, zaś nachylenie skarp 1 : m = 1 : 1.5 dla przekroju w nasypie. Powierzchnia przekroju o terenie poziomym będzie:

$$p_0 = b y_0 + m y_0^2 = 0.615 \text{ m}^2, \text{ zaś } P_0 = p_0 + \frac{b^2}{4m} = 6.615 \text{ m}^2$$

$$p_1 = b y_1 + m y_1^2 = 18 \text{ „ „ } P_1 = p_1 + \frac{b^2}{4m} = 24 \text{ „ „}$$

1. Powierzchnia przekroju średniego, obliczona wzorem przybliżonym, wynosi:

$$p_{s1} = \frac{1}{2}(p_0 + p_1) = 9.307 \text{ m}^2.$$

2. Według wzoru inż. Treibera:

$$p_{s2} = \frac{m}{3}(y_1 + y_0)^2 + \frac{b}{2}(y_1 + y_0) - \frac{m}{3}y_1 y_0 = 8.405 \text{ m}^2.$$

3. Według wzorów zwykłych:

a) przy przyjęciu, że y_0, y_1 pochodzi z transformacji przekrojów pełnych:

$$p_{sa} = \frac{1}{3}[P_0 + P_1 + \sqrt{P_1 P_0}] - \frac{b^2}{4m} = 8.405 \text{ m}^2;$$

b) przy przyjęciu, że y_0, y_1 pochodzi z transformacji przekrojów odcinkowych:

$$p_{sb} = \frac{1}{3}[p_0 + p_1 + \sqrt{p_0 p_1}] = 7.315 \text{ m}^2.$$

Porównując wyniki pod 2) i pod 3), otrzymujemy wyniki identycznie te same przy przyjęciu warunków pod 3 a). Jeżeli zaś przyjmiemy warunki z pod 3 b), przy których wycinek budowli ziemnej jest samym ostrosłupem ściętym, wzór Treibera dałby wynik jak pod 2) za wielki. Błąd przez to popełniony wynosiłby dla wzoru

$$\dots \text{ inż. Treibera } K_t = \frac{8.405}{7.315} - 1 = 0.145, \text{ czyli } (+)14.5\%$$

$$\dots \text{ przybliżonego } K_p = \frac{9.307}{7.315} - 1 = 0.27, \text{ „ } (+)27\%$$

w stosunku do wyniku pod 3 b).

Widzimy więc, że za stosowaniem wzorów podanych pod A), B), C) dla dokładnego obliczania kubatury przemawia to, iż mamy zupełną swobodę w obliczaniu wycinków budowli bez względu na pochyłość terenu i ro-

dziej przekrojów skrajnych; również szybkość obliczenia przemawia za nimi, gdyż dla danego $P_0 P_1$ otrzymujemy gotowe P_s z tablicy, której rozmiary mogą być dowolne ($P_s P_0 P_1$ możemy odcinać na tablicy w skali dowolnej).

Gdyby przy obliczaniu wycinka trasy czyli budowli ziemnej przejściowego wzorem pod B) $V = l(P_s - C) + \frac{1}{3}P_d.W$ — obecność wyrazu $\frac{1}{3}P_d.W$ wydała się nam uciążliwą, to możemy ją ominąć: a) w sposób radykalny t. j. nie tworzyć wycinków przejściowych, lecz starać się do rachunku otrzymać przekrój poprzeczny w punkcie przechodnim (przebiecia terenu krawędzią); wówczas przekrój ten przy obliczaniu wycinka od strony pełnych przekrojów będziemy uzupełniać, zaś dla wycinka od strony przekrojów odcinkowych uzupełniać nie będziemy; b) w sposób pośredni, t. j. uważamy oba przekroje końcowe 1. za odcinkowe o powierzchni $p_0 p_1$ i dla tych wartości znajdujemy z tablicy odpowiednie p_s ; 2. za pełne, więc je uzupełniamy $(p_0 + C)$, $(p_1 + C)$ i z tablicy znajdujemy odpowiednie P_s , zaś wartość samego przekroju będzie $(P_s - C) = p_{s2}$. Ponieważ jednak wycinek ten jest przejściowym między 1. i 2., przeto z pewnym błędem przypuszczamy, że przekrój średni właściwy będzie miał średnią wartość z dwu powyżej obliczonych pod 1. i pod 2., więc $p_w = \frac{1}{2}(p_s + P_s - C)$.

Postępowanie takie prowadzi szybko do celu, błąd jednak nie jest wykluczony. Chcąc mieć pewność rachunku, musimy go oprzeć na wzorze dokładnym.

Najprostszym rozwiązaniem powyższych wzorów na dokładne obliczanie kubatury robót jest sporządzenie tablicy, fig. 16, na której dla pewnych $P_0 P_1$ odczytujemy gotowe P_s w skali tej samej, co i $P_0 P_1$. Można również P_s otrzymać na drodze wykreslnej, rozwiązując wykreslnie równanie $P_s = \frac{1}{3}(P_0 + P_1 + \sqrt{P_1 P_0})$ w sposób następujący:

Za podstawę do wykresu przyjmujemy kształt tego wzoru:

$$\frac{P_s}{P} = \frac{1}{3} \left(\frac{P_0}{P} + 1 + \sqrt{\frac{P_0}{P}} \right)$$

$$\text{ogólnie: } \zeta = \frac{1}{3}(1 + \alpha + \sqrt{\alpha}),$$

gdy $\frac{P_0}{P} = \alpha$, $\frac{P_s}{P} = \zeta$, przy czym $P > P_0$, $p > p_0$.

Na jednostce o długości AB równej np. 100 mm stawiamy u początku wartość α w końcu wartość $1_j = 100$ mm. Jeżeli punkt A połączymy z punktem W_1 , fig. 17, otrzymamy trójkąt, który dzielimy na trzy części. W środkowej części rysujemy parabolę (w sposób zwykły) między punktami DW_2 , (przy czym punkt W_2 leży w połowie długości AB). Każdy promień z bieguna W_1 , poprowadzony do $\alpha = \frac{P_0}{P}$, przetnie parabolę w punkcie, który jest odległym od podstawy AB , na wartość $\zeta = \frac{P_s}{P}$. Znając więc wartość ζ , znamy tem samem przekrój średni $P_s = \zeta P$. Pamiętać należy, że rozwiązanie wykreślne dotyczy wzoru na ostrosłup ścięty, więc wycinki trasy o przekrojach pełnych musimy i przy tem postępowaniu uzupełniać do ostrosłupów przez dodanie stałej $[C]$ jak wyżej. Wzory powyżej podane zmieniają się:

$$\begin{aligned} \text{dla A)} & V_1 = l(\zeta P - C) \\ \text{B)} & V_2 = l(\zeta P - C) + \frac{1}{3} P d W \\ \text{C)} & V_3 = l \zeta p, \end{aligned}$$

przy czym $P = p + C > P_0 = p_0 + C$, również ad C) $p > p_0$.

Iloraz $\frac{P_0}{P} = \frac{\alpha}{1_j}$ przedstawiono na tablicy również wykreślne, łącząc punkt odcięty przez wartość P z punktem W_3 . Otrzymano prostą PW_3 , do której równoległą poprowadzoną z punktu P_0 odetnie na prostej AW_3 wartość $|\alpha|$, zaś równoległą ZP_s wyznacza ostatecznie wielkość P_s . Przykład poprzedni przedstawi się w tym sposobie następująco:

$$1. \quad p_0 = 0.615 \text{ m}^2, \quad p_1 = 18 \text{ m}^2, \quad \alpha = \frac{p_0}{p_1} j = \frac{0.615}{18} \cdot 100 \text{ mm} = 3.4 \text{ mm};$$

dla tej wartości poprowadzony promień wskazuje nam:

$$\zeta = \frac{P_s}{P} = 0.405, \quad \text{stad } P_s = 0.405 p = 7.3 \text{ m}^2.$$

$$2. \quad P_0 = p_0 + C = 6.615, \quad \text{zas } P = p + C = 24,$$

$$\alpha_2 = \frac{P_0}{P} j = \frac{6.615}{24} \cdot 100 \text{ mm} = 27.5 \text{ mm};$$

dla tej wartości promień $W_2 \alpha_2$ odcina na paraboli

$$\zeta = \frac{P_s}{P} = 0.604,$$

stad $P_s = 0.604 \cdot 24 \text{ m}^2 = 14.5 \text{ m}^2$, zaś $p_s = P_s - C = 8.5 \text{ m}^2$.

Widzimy wyniki zgodne z poprzednimi wynikami, obliczonymi z tablicy i z wzorów.

Stosując wzór przybliżony dla obliczenia przekroju średniego $P_s' = \frac{1}{2}(P_0 + P)$, popełniamy błąd, którego wielkość otrzymaliśmy z porównania z wzorem dokładnym dla ostrosłupa ściętego $R = \frac{1}{6}(\sqrt{P} - \sqrt{P_0})^2$.

Błąd ten widać również z wykresu na pionowej CW_2 w środku długości AB jako różnicę między dłu gościami, odciętymi przez każdy promień $W_1 \alpha$ na pionowej CW_2 i na paraboli, którą wyrażamy wzorem:

$$R_r = (CK - \zeta) P.$$

Z wartości tych na R_r możemy ułożyć tablicę błędów, z której dla danego P_0 i P otrzymamy odpowiednią wartość na R_r , czyli poznamy błąd, jaki popełniamy, stosując wzór przybliżony, i w razie uznania będziemy go rugowali. Tablicę taką powinniśmy raczej obliczyć z równania na R , przyjmując z góry wartości dla błędu np.

$$R_1 = 0.1 P, \quad R_2 = 0.05 P, \quad R_3 = 0.01 P, \dots R_n = 0.001 P$$

otrzymamy: $\alpha = \frac{P_0}{P}$, $\alpha_3 = 0.57 \dots \alpha_n = 0.96$.

Stawiając na układzie osi prostopadłych P_0, P , otrzymujemy punkt, przez który poprowadzona prosta ze środka układu będzie mieć równanie $P_0 = \alpha_3 P$, względnie $P = \frac{1}{\alpha_3} P_0$.

Prosta ta oznacza, iż każdy punkt na niej stoi na granicy błędu $R_1, R_2, \dots R_n$, względnie tu dla α_3 na granicy błędu $R_3 = 0.01 P$, przy czym $P > P_0$. Dlatego na każdej prostej wypisujemy te granice, aby mieć ułatwienie odczytania błędu dla punktów, położonych między temi prostemi granicznymi. Chcąc korzystać z tej tablicy błędów celem orientacji, jaką jest wielkość błędu przy obliczaniu danej wycinka trasy i ewentualnego jego wyrugowania, musimy zachować te same reguły, jakie obowiązują przy wzorach dokładnych, t. j. wycinki trasy o przekrojach pełnych uzupełniać musimy do ostrosłupów i uzupełnione wartości na $P_0 = p_0 + C$ względnie $P = p + C$, przyjmować do rachunku. Przy profilach odcinkowych uzupełnianie ich nie zachodzi prócz, jak zwykle, gdy $p > p_0$.

Przykład: Niech przy danej trasie dopuszczalny błąd wynosi $R_d = 0.01 P$ — (jest za duży) — dla niego obliczone $\alpha_d = 0.57 = \frac{P_0}{P}$.

1. Przyjmijmy wycinek trasy o przekrojach odcinkowych (t. z. że powierzchni tych przekrojów uzupełniać nie potrzeba). Gdy wartości przekrojów końcowych wynoszą $p > p_0$, to dla nich na tablicy błędów otrzymamy punkt M położony, jak fig. 19, między prostemi granicznymi $R_d = 0.01 p$ i $R_1 = 0.02 p$. Jeżeli odczyt dokładny w punkcie M wynosi $R_2 = 0.015 p$, wielkość błędu jest niedopuszczalna, gdyż $R_2 > R_d$; musimy więc poprawić wartość na $p_s = \frac{1}{2}(p_0 + p) - R_2 = \frac{1}{2}(p_0 + p) - 0.015 p$.

Gdyby $R_2 < R_d$, to wobec dopuszczalności takiego błędu poprawki nie przeprowadzamy.

2. Wycinek trasy o przekrojach pełnych $P_0 = p_0 + C$, $P = p + C$. Dla tych wartości znajdujemy położenie punktu M . Jeżeli odczyt w tym punkcie wskaże np.:

$$R_2 = 0.012 P > R_d = 0.01 P,$$

to poprawkę należy podobnie przeprowadzić według wzoru:

$$P_s = \frac{1}{2}(p_0 + C + p + C) - R_2 = \frac{1}{2}(p_0 + p) + C - R_2$$

zas $p_s = P_s - C = \frac{1}{2}(p_0 + p) - 0.012(p + C)$.

Jeżeli $R_2 < R_d$, to błąd leżący w granicach dozwolonych zostawiamy.

Granice błędu należy ustalić między wartościami dla $R = 0.001 P \infty R' = 0.002 P$; wówczas będą wartości dla $\alpha = \frac{P_0}{P} = 0.85 \infty \alpha' = 0.8$.

Kubatura ziemi dla przyjętego błędu R względnie R' , licząc na 1 m b. trasy przy $P = 100 \text{ m}^2$ będzie:

$$v_1 = 1. R = 0.1 \text{ m}^3 / 1 \text{ m b. dla } l = 100 \text{ m,}$$

$$v_1' = 1. R' = 0.2 \text{ " " " " " " " " " " " "}$$

$$V_{100} = 10 \text{ m}^3 / 100 \text{ m b. " " " " " " " " " " " "}$$

$$V_{100} = 20 \text{ " " " " " " " " " " " "}$$

przy trasie o przekrojach $\max P = 30 \text{ m}^2$ będzie:

$$v_1 = 0.03 \text{ m}^3 / 1 \text{ m b. dla } l = 100 \text{ m } V_{100} = 3 \text{ m}^3 / 100 \text{ m b.}$$

$$v_1' = 0.06 \text{ " " " " " " " " " " " " } V_{100}' = 6 \text{ m}^3 / 100 \text{ m b.}$$

Widzimy więc, że przy wielkich powierzchniach przekrojów i wielkich długościach wycinka „kubatura błędu“ (*sit venia verbo*) daje cyfry znaczne nawet i w tych granicach dopuszczalności. Najprościej sprawę rozwiążemy, licząc według metody dokładnej, czy przy użyciu tablic dla P_s , czy też wykresu dla wielkości „ ζ “, wykonanych w odpowiednich rozmiarach.

Lwów, w marcu 1923 r.

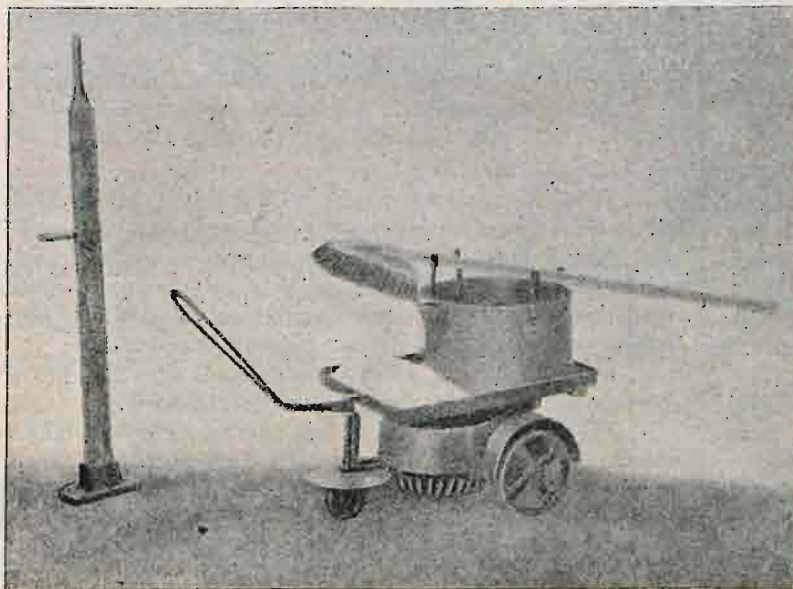
Łuszczki Marian,

absolwent Politechniki Lwowskiej.

Deptaki maziowane.

(Dokończenie).

Usuwanie ciągle nierówności odpowiada nieustannemu, ustawicznemu łataniu na jezdniach żwirowanych w zwykły sposób. Nie wolno zatem dla nawierzchni termakadamowych zastosować drugiego sposobu utrzymania żwirówek zwykłych to jest odnowy, gdyż byłoby to jednoznaczne z zupełnym ich zniszczeniem. Łatanie zaś wykonywa się bardzo prosto: miejsce uszkodzone oczyszcza się, wyskrobuje odpowiednio głęboko, zarzuca betonem maziowym i wbija go starannie i równo w przyległą, w otaczającą powierzchnię, ponad którą łąta tylko parę milimetrów może wystawać. Termakadam służący do łatania powinien być gorący. Ogrzewa się go przeto albo ubocznie w zakładzie drogowym i dowozi na miejsce roboty w skrzynkach drewnianych na wzór termosów o podwójnych ścianach, między którymi znajdują się wióry drzewne, trociny, mech i t. p., albo od razu ogrzewa na robocie. Do tego służy narzędzie, przedstawione na rys. 2, a złożone z piecyka koksowego, blachy dla wysuszenia materiału kamiennego i naczynia (rondla) do ogrzania mazi. Piecyk robi na miejscu każda fabryka żelazna a nawet każdy ślusarz; obyc się przeto można bez sprowadzenia go od obcych.



Rys. 2.

Narzędzia do wykonywania łat na żwirówkach maziowanych „Johnston“.

l) Wytwarzanie kurzu jest oczywiście znacznie mniejsze ilościowo, niż na deptakach żwirowanych lub żuźlowych, a tem bardziej ceglanych. Przytem kurz ten jest cięższy gatunkowo od kurzu, wytworzonego z materiałów poprzednio wymienionych; nie wzbija się przeto tak wysoko i szeroko jak on. I gdyby go o 50%, a choćby tylko o 30% było mniej, to już oddziaływanie na otoczenie jest dużo mniejsze.

Z tego też powodu kurz z deptaków maziowanych nie jest szkodliwy dla drzew, krzewów i roślinności. Gdyby maż nie była należycie przygotowana, to jest nie oczyszczona z amonjaku, to kurz silny, obfity mógłby być szkodliwy; wobec jednak małych ilości i niewielkiego rozprzestrzeniania się, ta ujemna strona jest zrównoważona prawie zupełnie. Drzewa o wysokim pnium i o górnej

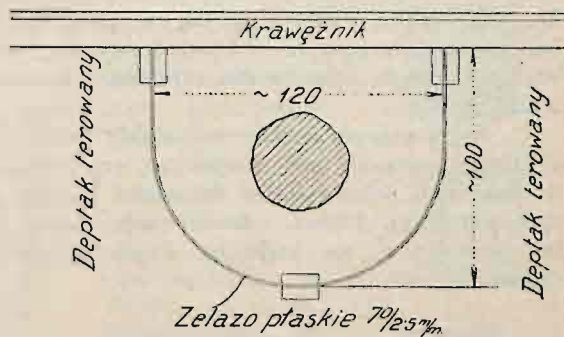
koronie nie odczuwają ujemnie skutków kurzu z deptaków maziowanych.

Sprawa szkodliwości kurzu dla drzew i roślin zależy od rodzaju liści. Na liściach gładkich, lśniących osiada i mniej kurzu i łatwiej go wiatr z nich strząsa, a każdy mały już deszcz obmywa je z niego dokładnie, odsłaniając pory, które liść oddecha i chłonie światło słoneczne. Takimi są liście głogu, dębu, buka, jesionu, platana i innych. Przeciwnie kurz czepia się silniej liści szorstkich, kosmatych i pomarszczonych i zatyka pory szkodliwie dla życia liścia. Tu należą lipa, wiąz, kasztan i t. p. Szkodliwym przeto jest każdy kurz, im go więcej się wzbija i wyżej w powietrze.

Przyrządów do gotowania mazi nie należy stawiać podczas roboty pod drzewami lub w ich pobliżu, gdyż wtedy dym i gazy gorące mogłyby liściom przynieść szkodę.

Co do roślinności — trawy, kwiaty — to zdania są jeszcze podzielone, jakkolwiek przeważa już opinia, że kurz z maziowanych nawierzchni jest dla roślin — wyjąwszy może niektóre delikatne kwiecie, jak begonia, geranium, pelargonja — nieszkodliwy. Tego zdania są ogrodnicy kwiatowi, posiadający ogrody wzdłuż dróg maziowanych. Na ujemne działanie byłaby zresztą prosta rada: roślin i kwiatów zbyt wrażliwych wogóle na kurz nie sadzić za blisko nawierzchni maziowanej.

Trawniki, ujmujące maziowane deptaki, z których woda znosi na nie kurz przesiąkły mazią, nie wykazują nigdzie niszczenia, jakiegos obumierania, o ile maż była należyta.



Rys. 3.

Otoczenie drzewa na deptaku maziowanym.

Również nie stwierdzono dotychczas, aby kurz z nawierzchni maziowanych okazał się szkodliwym dla ludzi i zwierząt. Zapewne dlatego, że wytwarza się go bardzo mało.

Natomiast szkodliwym byłoby dla drzew otoczenie ich aż do pnia warstwą żwiru maziowanego. Wtedy bowiem zamyka się dostęp powietrza do ziemi i uniemożliwia przesączenie wody czyli odcina te pokarmy, tlen i wodę przede wszystkim, które drzewo czerpie z ziemi swemi włoskowatymi korzonkami.

Dlatego należy zawsze pozostawić wokół pnia wolną powierzchnię kolistą, równą przynajmniej okręgowi, zajętemu przez korzenie drzew, a zatem zastosowanemu do rodzaju drzew; każdy bowiem rodzaj inaczej prowadzi swoje korzenie w ziemi.

W Konstancy (Szwajcarja) otoczono w tym celu

pień drzewa listewką żelazną, pionową wedle rys. 3. Można by zakładać podobne listewki nie na stałe, tylko na czas wykonania deptaka, a po skończonej robocie je usuwać. Bądź co bądź bowiem przy osiednięciu się deptaka będą one z niego wystawać, sterceć; rzecz niemiła dla przechodniów.

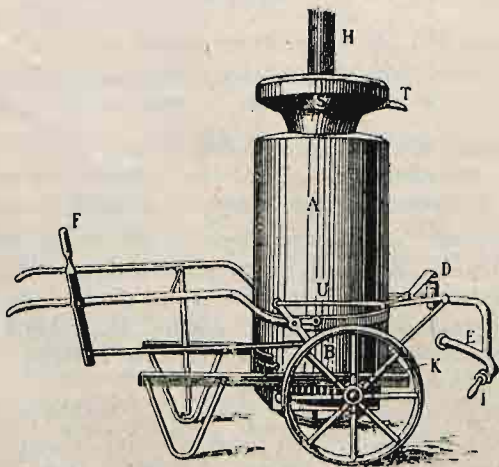
1) Zanieczyszczenie wód płynących wodami opadowymi, spływającymi z powierzchni maziowanych, jest szkodliwe dla ryb, jeżeli stosunek rozcieńczenia jest za słaby. Składniki mazi działają wtedy trująco i to wpływ ten jest groźniejszy dla ryb wyrosłych, niż dla narybku. Śmiertelnie działają na ryby emulsje benzolu, fenolu, toluolu, ksyloli, a osobliwie naftaliny, którego szkodliwość rozpoczyna się już przy rozcieńczeniu 1 : 750000, a przy stężeniu 1 : 150000 zabija ryby w przeciągu jednej godziny, kiedy koncentracja śmiertelna fenolu, toluolu i ksylolu wynosi 1 : 100000 a benzolu 1 : 10000. Przy bardzo silnym nawet rozcieńczeniu te składniki mazi są dlatego szkodliwe, że odpędzają ryby, działając drażniaco na ich system nerwowy. Mogą tu w grę wchodzić nawet duże części rzek od miejsca bezpośredniego zanieczyszczenia, gdyż woda z składników maziowych nie oczyszcza się samoczynnie jak z innych ciał np. przez procesy gnilne lub zobojętnienie. Dopiero bardzo silne rozcieńczenie usuwa niebezpieczny ich wpływ („Przemysł chemiczny“, Lwów 1922, str. 208).

Sprawa ta jest prawie bez znaczenia dla deptaków, bo te chyba wyjątkowo leżą bezpośrednio wzdłuż zarybionych rzek i stawów. Potem użycie mazi wolnej od naftaliny, fenolów i amonjaku, jak tego żądają przepisy angielskie, dostatecznie zabezpiecza wody rybne od szkodliwych składników.

5. Narzędzia.

a) Kotły do maziowania powierzchniowego. Narzędzia podzielimy, pominąwszy narzędzia zwykłe, jak łopaty, widły i grabie żwirowe, taczki, dobnie, polewaczki, czerpaki, i t. d., na kotły do maziowania powierzchniowego, aparaty dla zarobienia termakadamu i na wałki ręczne.

Najprostszym kotłem to zwykły kocioł asfalciarski, z którego ogrzaną maź czerpie się czerpakami do koneweczek czyli polewaczek z dzióbem. Z nich rozlewa się maź wprost na deptak. Kocioł asfalciarski bywa stały lub przewoźny, na kółkach. Praca przytem wyłącznie ręczna.



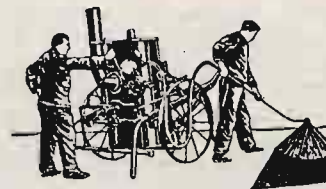
Rys. 4.
Aparat do maziowania powierzchniowego „Syrjusz“.
Wyrób francuski.

Obecnie używa się na Zachodzie prawie jedynie aparatów, umyślnie do maziowania powierzchniowego budowanych, niewielkich, przewoźnych siłą ludzką i to takich, z których ogrzana maź wypływa sama za pomocą sit rurowych lub strumieniowych.

Rys. 4. przedstawia aparat „Syrjusz“ o objętości 150 l (typ nr. 1) lub 250 l (typ nr. 2). Objętość aparatu dobierają fabryki do objętości połowy lub całej beczki z mazią, jakie w danym kraju otrzymuje się w handlu. Pod kotłem znajduje się palenisko wysuwalne, z popielnikiem. Maź krąży w zwoju rur długości 7 do 8 m, umieszczonym tuż nad paleniskiem, i powraca ogrzana do kotła. Ogrzewa się bardzo szybko, bo w przeciągu mniej więcej 20 minut. Wtedy usuwa się palenisko, jeden robotnik ciągnie aparat po deptaku, przyczem maź wylewa się sitem rurowym.

Inne aparaty mają palenisko stałe.

Zamiast sita wychodzi z aparatu jedna, niekiedy i dwie, rurka elastyczna; robotnik trzyma ją w ręku i polewa, rys. 5.



Rys. 5.
Aparat do maziowania powierzchniowego „Ammann“.
Maź wypływa pod ciśnieniem.

W niektórych aparatach maź znajduje się pod słabym ciśnieniem dla ułatwienia wypływu.

Maź z beczek do najprostszych aparatów nalewa się wprost, do innych, zaopatrzonych w małą pompę, z nich przepompowuje. Przepompowywanie jest kłopotliwe, idzie opornie, gdy maź jest zimną, przeto nieco stężała.

Aparatami temi polewa się dziennie 600 do 1000 m². Obsługa składa się z dwu do trzech robotników.

Wyrabiają je na zachodzie liczne fabryki, między innymi: Szwajcaria: Ammann U. w Langenthal; Francja: Durey-Sohy, Paryż; „Sirius“, Paryż; Niemcy: Breining, Bonn; Stephan, Scharley; Ohl, Limburg; Reifenrath, Niederlahnstein.

b) Aparaty zarabiające termakadam. Aparaty te posiadają większą sprawność tak, że zakupno ich opłaca się przy rozleglejszych robotach na jezdniach. Na Zachodzie nawierzchnie maziowane wykonują wyłącznie przy ich pomocy, zaniechawszy zupełnie pracy ręcznej.

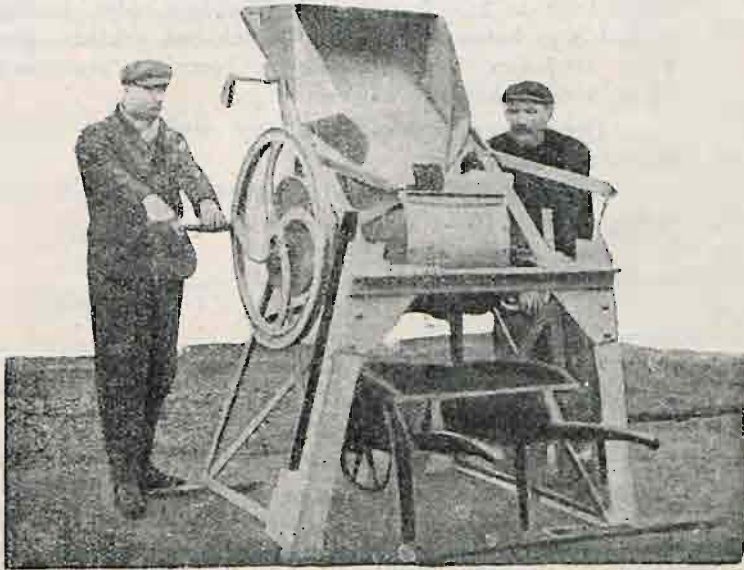
Typy maszyn, bardzo liczne i mniej lub więcej skomplikowane, rozpadają się na następujące grupy: przyrządy do ogrzewania mazi, przyrządy do suszenia i ogrzewania materiału kamiennego, mieszarki i maszyny, które osuszają i ogrzewają materiał kamienny i mieszają go z mazią zazwyczaj oddzielnie ogrzewaną, wyjątkowo tylko ogrzewaną w tej samej maszynie.

Przyrządy do ogrzewania mazi są to kotły z paleniskiem, na kółkach, więc przewoźne, o podwójnych ścianach blaszanych, między którymi krąży gazy i dymy spalania, podobne lub te same, jakich używa się do maziowania powierzchniowego.

Przyrządy do osuszania i ogrzewania kamieni rozmaitość budowane: jako pomostowe lub rotacyjne z paleniskiem, z którego gazy przeciągają przez kamienie. Przyrządy te są mało używane wobec maszyn ostatniej

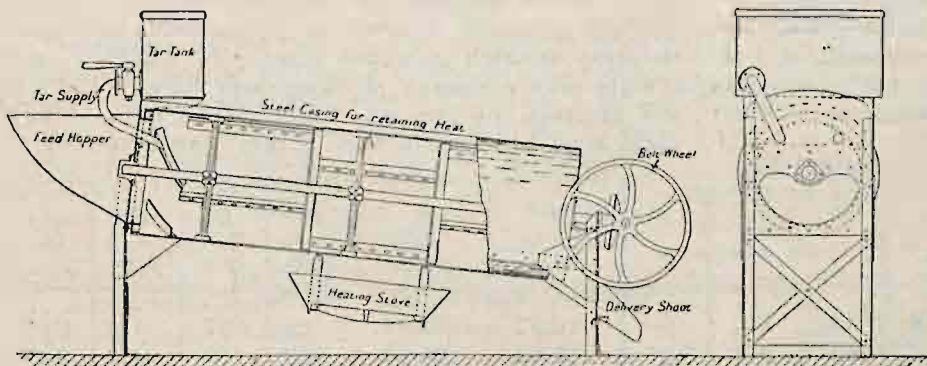
grupy, a to dlatego, że kamień oddzielnie ogrzany, zanim dostanie się do mieszarki, ostyga.

Mieszarki — zatem przyrządy wyłącznie tylko mieszające ogrzany oddzielnie materiał kamienny z ogrzaną też osobno mazią — konstruowane są na wzór mieszarek do wyrobu betonu cementowego z konicznymi zmianami: zbiornik na maź, inaczej urobione żebra, i t. d. Typy dwa. U jednych obraca się skrzynia z materiałami, walcowa lub koniczna, i te dają materiał ładunkami, rys. 6,



Rys. 6.
Mieszarka.

u drugich wewnątrz skrzyni na osi poziomej lub pionowej obracają się żebra lub łopatki: dają zatem materiał bez przerwy, rys. 7. Poruszane bywają z reguły motorem, rzadziej ręcznie.



Rys. 7.
Mieszarka pracująca bez przerwy.

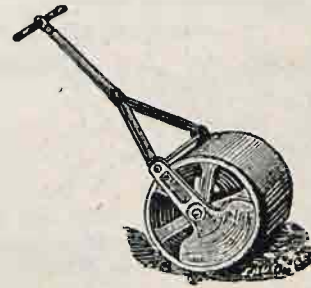
Najpowszechniej używane są maszyny ostatniej grupy, które wymagają większej siły motorycznej — lokomobil lub silnika spalinowego. Są to duże maszyny, dające w najmniejszych typach około 3 tonn materiału na godzinę. One dopiero są istotnymi maszynami do zarabiania termakadamu. I one, jak mieszarki rozpadają się na dwa typy: jedne dają gotowy materiał ładunkami, drugie wytwarzają go bez przerwy.

Dokładniejszy ich opis przekraczałby ramy niniejszej notatki.

c) Wałki ręczne. Wałki motorowe parowe i spalinowe, choćby najłżejsze, są ciężkie, bo ważą około 5 tonn; wałki konne niszczą powłokę, gdyż kopyta koni wydzierają otwory w świeżej warstwie. Na deptakach używa się wałków motorowych za granicą do rozleglejszych robót.

Wałek ręczny żelazny, zbudowany na wzór konnego, rys. 8. Waży około 100 do 600 kg, średnica zewnętrzna 0.35 do 0.90 m, szerokość 0.60 do 1.00 m.

Wałek miewa i pełne boki, a wtedy przez napełnienie wodą można powiększyć jego ciężar o 30%.

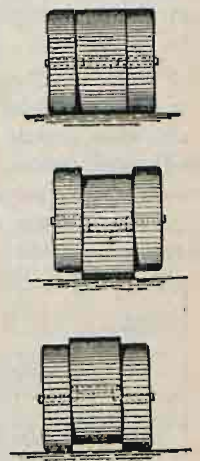


Rys. 8.
Wałek ręczny żelazny.

Ciekawym jest pomysł wałka — firmy Bobe w Dreźnie — złożonego z trzech części, rys. 9, osadzonych na wykorbionej osi. Przez odpowiednie nastawianie części skrajnych daje się zmieniać w trzech stopniach ciśnienie na jednostkę szerokości mniej więcej w stosunku 1:2:3. Do ugniatania deptaków maziowanych wałek „Bobe“ ręczny nadaje się przeto doskonale. Wymiary: średnica 0.60 m, szerokość 0.60 m; 4 typy co do ciężaru, od 225 do 525 kg.

Najtańszym będzie niewątpliwie wałek betonowy, który łatwo samemu

sobie sporządzić, rys. 10. Kowal czy ślusarz zrobi oś z kwadratowego żelaza o boku około 20 mm, na którą później osadzi się widły żelazne, dyszel mały i rączkę, jak dla wałka żelaznego z rys. 8. Następnie gotową zwykłą rurę betonową o obranej średnicy, 40 najwyżej 60 cm, wkłada się we-

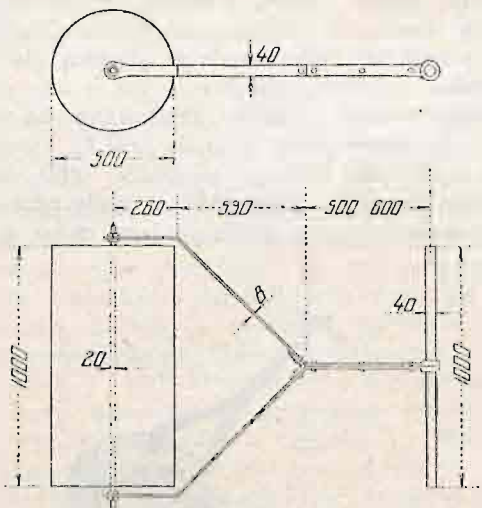


Rys. 9.
Wałek ręczny, trójczłonowy „Bobe“.

wewnątrz gładkim a silnie natłuszczonym, grubym papierem, usztywnia przy pomocy drewnienek oś pośrodku i wypełnia betonem. Po stwardnieniu wałek wysuwa się z rury.

Ciężar wałków ręcznych nie powinien o wiele przekraczać 500 kg, aby go dwaj robotnicy swobodnie mogli wlec za sobą, nie odpoczywając co chwila; jeden robotnik bowiem ciągnąc wywiera siłę około 15—20 kg Szerokość wałka wynosi zwykle około 50 cm, wyjątkowo 1.00 m. Wtedy przy ciężarze 500 kg ciśnienie na 1 cm

szerokości teoretycznie wynosi 5 do 10 kg; to daje około 2 do 3 kg ciśnienia na cm^2 , co wobec obciążenia stopa



Rys. 10.
Walek ręczny betonowy.

człowieka, średnio $0.4 kg/cm^2$, jest ciśnieniem dostatecznym.

6. Zastosowanie u nas.

Deptaki maziowane powinny u nas znaleźć zastosowanie najpierw tam, gdzie są one konieczne, a więc w alejach spacerowych wielkomiejskich ulic i parków, w głównych alejach cmentarnych, w zdrojowiskach *) i w niektórych miejscach klimatycznych. Dalej wykonywać można je tam, gdzie cena ich będzie niższą od płyt kamiennych lub betonowych i gdzie ruch, niezbyt intensywny, na to zezwoli. Przed wojną cena jednostkowa m^2 powłoki termakadamowej bez pokładu wynosiła około 1.50 do 2.50 koron (lub franków), płyt kamiennych i płyt betonowych prasowanych bez pokładu około 8 do 10 koron, płyt betonowych ręcznie wyrabianych około 3 do 5 koron.

Deptak przeto termakadamowy wytrzymuje kalkulację rachunkową.

Koszt maziowania powierzchniowego wynosił przed wojną około 0.15—0.25 koron od $1 m^2$.

Lwów, w styczniu 1923 r.

Artur Kühnel.

*) Prof. Dr. Nadolski zamierza na zakończenie robót około rozbudowy Krynicy przystąpić do wykonania maziowanych deptaków.

Wiadomości z literatury technicznej.

Statyka budowli.

— Doświadczenia z parciem ziemi wykonano w wielkim rozmiarze w uniwersytecie Cincinnati (*Der Bauing.* 1922 str. 152). Ściana drewniana, 1.52 m szeroka, była 1.83 m wysoka; zamyka ona skrzynię drewnianą wysoką z przodu 1.83 m, z tyłu 3.67 m, głęboką 2.74 m. Osobny ustrój znosi zupełnie tarcie na ściany boczne, które zwykle zaciemniało wyniki: Wyniki jednej serji doświadczeń z płaskim ($\gamma = 1602 kg/m^3$) podajemy poniżej, przy czem h oznacza wysokość ziemi (naziom poziomy), $P = \sqrt{H^2 + V^2}$ całkowite parcie na 1 m szerokości, φ' kąt nachylenia wypadkowej parcia, x wysokość punktu zaczepienia, H_1 i H_2 teoretyczne parcia wedle $H = \frac{1}{2} wh^2 st^2 (45^\circ - \frac{1}{2} \varphi)$ dla $\varphi_1 = 40^\circ$ i dla $\varphi_2 = 34^\circ$; P' , H' i V' analogiczne wartości otrzymane metodą Färbera ¹⁾ dla $\varphi_2 = 40^\circ$.

P większe o przeszło 20% od wyników doświadczeń, ale i H' znacznie większe. Z powyższych doświadczeń choć za mało licznych wynika, że dla zwykłych wypadków u ściany pionowej można użyć zwykłych wzorów, przyjmując kąt tarcia zmniejszony o $\frac{1}{5}$ do $\frac{1}{4}$. Przy zawilszych zagadnieniach przy naziomie częściowo obciążonym sposób Färbera daje jedynie możliwe rozwiązanie.

Dr. M. Thullie.

Koleje.

— Zamiataczka torów. Na kolejach pensylwańskich jest w użyciu maszyna do zamiatania torów z popiołu i pyłu węglowego. Używa się jej przede wszystkim na stromych szlakach głównych przez góry Allgheny, gdzie pracują przy pociągach parowozu-popychacze. Pył i popiół gromadzi się tam tak obficie, iż jeden odcinek 163 km długi musi być rocznie 4 do 6 razy przeczyszczany, by

h m	P kg/m	H kg/m	V kg/m	φ'	$\frac{x}{h}$	H_1 kg/m	H_2 kg/m	P' kg/m	H' kg/m	V' kg/m	φ_1'	
0,305	31,25	29,76	7,44	—	—	16,37	20,83	29	27	11	22°	
0,61	92,27	80,36	47,62	30°	50'	425	65,48	83,34	120	110	45	22°
0,91	224,72	193,47	114,59	29°	55'	351	145,85	189,00	260	240	105	22°
1,22	360,15	305,10	194,96	32°	50'	358	258,94	336,33	465	435	170	22°
1,52	550,63	464,32	294,66	32°	20'	360	404,79	523,85	730	670	290	22°
1,83	811,07	690,52	524,14	31°	30'	365	584,86	754,52	1040	960	400	22°

Z powyższej tabliczki widzimy, że licząc według zwykłych wzorów H , dla $\varphi = \rho$, otrzymujemy wszędzie za małe H_1 ; należałoby zmienić obliczenie i przyjąć $\varphi = 34^\circ = \frac{1}{2} 40^\circ$, aby mniej więcej upodobnić H_2 do wyników doświadczeń. Licząc metodą Färbera otrzymujemy kąt $\varphi_1 = 22^\circ$, więc znacznie mniejszy, a stąd też nietylko

sygnały mogły funkcjonować, rewizja złącz i odwodnienie nawierzchni było możliwe.

Chyżość jazdy zamiataczki wynosi 6 km na godzinę, koszta zamiatania równają się kosztom roboty ręcznej.

Zastosowano tu walec obrotowy 2.13 m długi o średnicy 0.91 m i 100 obrotach na minutę, umieszczony pod starym wagonem bez ścian, który podnosi się i opuszcza wedle potrzeby za pomocą tłoczaka powietrznego. Umie-

¹⁾ Por. *Czasopismo Techniczne*, 1920, str. 109.

szezone nad obu szynami panwie zbierają brud i wyrzucają go do przyczepionego wozu. (*Railway Age* 1922 II., zeszyt 15 z 7. X., str. 655). *Inż. A. W. Krüger.*

Budownictwo wodne.

— **Siły wodne na ziemi** ocenia zestawienie „Geological Survey“ Stanów Zjednoczonych Ameryki Półn. według dat z r. 1920, odniesionych do normalnego niskiego stanu wody. Rozmieszczenie ogólnych prawdopodobnych i rzeczywiste wyzyskanych sił na poszczególne części świata podaje następująca tabliczka:

Części świata	Prawdopodobne siły wodne w milionach K. P.	Wyzyskane siły wodne	
		w tysiącach K. P.	w %
Europa	45	8877	19,7
Ameryka (Ameryka półn. i środk.)	116 (62)	12634 (12210)	10,9 (19,7)
Azja	71	1160	1,6
Australja i Polinezja	17	147	0,9
Afryka	190	11	0,01
Razem	439	22829	5,2

Z powyższego zestawienia widać, że stopień wyzyskania sił wodnych jest równy dla Europy i Ameryki północnej wraz ze środkową. Stopień ten dochodzi do $\frac{1}{5}$ (20%) rozporządzalnych sił wodnych. Inne części świata pozostają daleko w tyle, zwłaszcza Afryka czterokrotnie bogatsza pod tym względem od Europy.

Według innej tablicy, podającej dla różnych państw stosunek wyzyskanych do rozporządzalnych sił wodnych, stoją na pierwszym miejscu Niemcy, potem Anglja, Stany Zjednoczone i Włochy, a następnie inne państwa. (*V. D. J.* 20/I 1923). *M. H.*

SPRAWY BIEŻĄCE.

— „**Twórczość młodej Polski**“. Pod powyższym tytułem wychodzić będzie w Warszawie kwartalne czasopismo, poświęcone beletrystyce, poezji, sztuce i muzyce, a młodym talentom, pod redakcją K. Gajewskiego, w którym współpracę swoją przyrzekli pp.: Tetmajer, Żeromski, Makuszyński, Ortur Oppman (Or-Ot), Kiedrzyński, Gorczyński, Dienstl-Dąbrowa, Kwiatkowski, Kossak, Elertowicz, Krasiński i Karniowski. Adres Redakcji i Administracji: Warszawa, Podwale 4. Zaliczkę na prenumeratę na II. półrocze b. r. w kwocie 15.000 Mp. wpłacać należy na konto czekowe P. K. O. Nr. 7.062.

— **Drogowy Kurs Inżynierski** urzędu Politechnika Lwowska od 8. do 12. października b. r. Uczestnikami mogą być inżynierowie i ci technicy drogowi, którzy mają pewne przygotowanie teoretyczne. Opłata za cały kurs wynosi 10 zł. p. Informacyj udziela kierownik Kursu, prof. Kühnel (Politechnika).

ROZMAIŃCOCI.

— **Sprostowanie.** W artykule „Deptaki maziowane“: str. 165, szpalta lewa, wiersz 45 od góry, zamiast Gavrain ma być Gavrian; str. 167, szp. prawa, w. 33 od góry: Hutehinson — Hutchinson; str. 167, szp. pr., w. 39 od góry: Marensso — Marcusson.

Nadto str. 173, szp. l., w. 25 od góry, zamiast dopuszczalne ma być powszechne.

— **Od Redakcji.** Objętość *Czas. Techn.* została od półroczu powiększona o 4 strony miesięcznie w ten sposób, że pierwszy zeszyt w miesiącu będzie zawierał 12, drugi zaś 16 stron.

Przy dalszem, wydatnem poparciu pieniężnem *Czas.* przez P. T. Członków, powiększyć da się niewątpliwie objętość jego jeszcze silniej. Oprócz tego jednak nieodzowną jest współpraca ogółu inżynierów przez nadsyłanie prac, notatek o zamierzonych i wykonanych budowach, wiadomości z literatury, i t. d., słowem, rozmaitych artykułów o wszystkim, co inżyniera polskiego obchodzi. O tę współpracę prosi gorąco Redakcja.

— **Jubileusz Austrjackiego Tow. Inżynierów i Architektów w Wiedniu.** Tow. to, z którym przed wojną łączyło Pol. Tow. Politechniczne we Lwowie wiele spraw wspólnych, obchodziło w b. r. jubileusz 75-letniego istnienia. Z tego powodu ukazał się zeszyt jubileuszowy nadzwyczaj okazały: 4^o, str. 208 (w czem 80 stron prac, a reszta opisy fabryk i przedsiębiorstw), liczne ilustracje, papier znakomity.

Prace omawiają twórczość techniczną w Austrii w ostatnim 25-cioleciu; mianowicie dlatego, że wydany w r. 1898 z okazji 50-letniego istnienia Tow. zeszyt opisywał je za ten okres. Oto spis prac: Słowo wstępne. Budowa kolei w Austrii 1898—1923. Działalność budowlana miasta Wiednia w ostatnich 25 latach. Trakcja elektryczna na kolejach normalno-torowych w Austrii. Rozwój budowy lokomotyw w ostatnich 25-ciu latach w Austrii. 25 lat budownictwa żelazno-betonowego. Rozwój budowy mostów żelaznych w Niemczech i w Austrii od wprowadzenia żelaza zlewne. Rozwój wielkich cementowni w Austrii. Zadania Wiednia na polu rozbudowy miasta w najbliższej przyszłości. Austrjacki przemyśl samochodowy. 25 lat przemysłu chemicznego. Górnictwo w Austrii w ostatnich 25-ciu latach. Rozwój „Österr.-Alpinen Montangesellschaft“. Kopalnia węgla brunatnego „Zillingdorf“. Kronika Tow. 1898—1923.

Życzyć należy Austr. Tow. Inżynierów i Architektów, aby i w przyszłości rezultaty jego pracy były tak wydatne i pokaźne jak przed wojną. Zasługi Jego bowiem we wszystkich dziedzinach techniki są bardzo poważne.

Artur Kühnel.

— **Do artykułu Inż. T. Gayczaka: „Organizacja akcji cieplnej na kolejach“** (*Czasop. Techn.* Nr. 12). W artykule tym autor porusza także elektryfikację kolei, podając przytem parę cyfr, które wymagają sprostowania, gdyż łatwo do mylnych wniosków doprowadzić mogą.

Inż. T. Gayczak podaje średnie zużycie energii na kolejach elektrycznych 55 Watt-godzin na tonnę i km. mierzonych na elektrowni. Otóż nowsze dane eksploatacyjne licznych kolei elektrycznych dowodzą, że zużycie to jest w rzeczywistości o wiele mniejsze i nie przekracza naogół 30 *wi/g* na tonno-kilometr brutto, włączając już rozchody na przetaczanie, ogrzewanie, oświetlenie i t. d., oraz wszelkie straty, a zatem mierzonych na elektrowni. Tak więc n. p. wykazuje kolej Chicago-Milwaukee and St. Paul w latach 1919—1922 średnio 29,52 *wi/g*, kolej New York-New Haven and Hartford 29,6 *wi/g* i t. d. Opierając się na swych danych oblicza p. inż. Gayczak, że opłacałaby się elektrownia ciepłikowa, wytwarzająca Kw/g z nie więcej jak 1,4 *kg* węgla, opierając się natomiast na danych realnych otrzymamy $\frac{30}{1,4} = 2,14$ *kg* węgla jako owe maksimum dopuszczalne.

Takie obliczenie jest jednak wogóle nieracjonalne, gdyż przecie energia elektryczna kosztuje znacznie więcej jak węgiel, z którego została wyprodukowana, włączanie zaś kosztu elektrowni w koszt elektryfikacji kolei jest również nieracjonalne, jak gdyby włączać w koszt budowy kolei parowej koszt urządzenia kopalni węgla, z której ona węgiel czerpie. Jedynie więc racjonalnym jest przy rachunkach porównawczych wstawiać zamiast kosztu węgla, koszt energii elektrycznej, włączający już i oprocentowanie, amortyzację i t. d. kapitału elektrowni.

Wracając jednak do węgla, widzimy, że elektryfikacja daje około 65% oszczędności węgla; oszczędność ta wzrasta oczywiście do 100%, jeżeli zużytkowuje się siły wodne. Fakt jednak zużytkowania siły wodnej daje w porównaniu z elektrownią parową tylko 35% oszczędności, podczas kiedy sama elektryfikacja jako taka daje 65%. Aczkolwiek więc oczywiście należy zawsze możliwie wyzyskiwać siły wodne, to z tego nie wynika bynajmniej, aby elektryfikacja opłacała się jedynie przy możliwości

takiego wyzyskania. Przeczą temu liczne przykłady kolei elektrycznych, czerpiących prąd z elektrowni ciepłych, jak n. p.: w Niemczech linje Lipsk-Magdeburg-Halle i częściowo już rozpoczęte, a częściowo projektowane linje z Berlina do Hannoveru, Szczecina i Schneidemühl, czerpiące prąd z elektrowni gazujących węgiel; dalej wspominana już kolej New York - New Haven, będąca w budowie kolej z Durando w Colorado do zatoki Kalifornijskiej około 1300 mil, obecnie elektryfikowane koleje w Virginia i t. d.

Koszta elektryfikacji są naogół bardzo znaczne, a przytem od przewozu mało tylko zależne. Pomimo więc niezaprzeczenie ogromnych korzyści, jakie dają eksploatacji koleje elektryczne, elektryfikacja może się opłacać dopiero poczynając od pewnego minimum przewozu. Minimum to jest oczywiście wysoce zależne od warunków miejscowych, waha się jednak zwykle około 5 milionów ton brutto rocznie na kilometr linji. Elektryfikacja linji o słabszym ruchu nie opłaca się.

A. Podoski.

SPRAWY TOWARZYSTWA.

Posiedzenie Wydziału Głównego P. T. P. z dnia 4. czerwca 1923 r. Przew. kol. Rybicki, sekr. kol. Kozłowski. Obecni kol.: Blum, Bratro, Gajczak, Krzyckowski, Kühnel i Zipser.

Przyjęto jako nowych członków: Maksymiljan Bandet, Marjan Chmielewski, Andrzej Grabczak, Wacław Gutowski, Franciszek Höschl, Rudolf Indruch, Maksymiljan Koczur, Feliks Kropf, Marjan Krykiewicz, Kazimierz Książkiewicz, Włodzimierz Lengauer, Edmund Libański, Albert Lorenz, Marjan Miśniakiewicz, Adam Feliks Pirgo, Tadeusz Solecki, Ignacy Spysz, Tadeusz Stefczyk.

Kol. Kozłowski odczytał sprawozdanie kol. skarbnika, nad którym rozwinęła się dyskusja. Postanowiono zażądać oferty na drukowanie *Czasopisma* z kilku drukarni. Z powodu przetrzymywania organu naszego przez introligatora postanowiono oddać składanie i zeszywanie *Czasop.* innemu introligatorowi. Wniosek o zaprzestaniu zeszywania i obcinania zeszytów nie uzyskał większości.

Kol. Blum poruszył myśl, by zainteresować członków P. T. P. przez urządzenie po odczytach środowych zebrań towarzyskich z paniami. Wniosek przyjęto, zwrócono jednak uwagę na niemożliwość zrealizowania go w obecnej chwili z powodu ciasnoty lokalu. Po uzyskaniu I. piętra dla celów Towarzystwa podejmie Wydział myśl poruszoną przez kol. Bluma.

Na tem posiedzenie zamknięto.

Posiedzenie Wydziału Głównego P. T. P. z d. 18. czerwca 1923 r. Przewodniczy kol. Rybicki, sekretarzuje kol. Kozłowski. Obecni kol.: Bratro, Krzyckowski, Kühnel, Matakiewicz, Nadolski, Roniewicz i Zipser.

Przyjęto na członków zwyczajnych: Czerwińskiego Marjana, Kilara Bohdana Tadeusza, Rednera Jakóba Józefa, Stachiewicza Jerzego i Szustra Włodzimierza.

Kol. Kozłowski odczytuje budżet Towarzystwa za III. kwartał 1923 r. Budżet oparty jest na cenach ostatniego tygodnia przed spadkiem marki polskiej, przeliczonej na zł. p. po kursie 1 zł. p. — 10.000 Mp.

Na pokrycie wydatków preliminowanych w wysokości 4.932 zł. p., przewiduje się w budżecie podniesienie prenumeraty na 3 zł. p. kwartalnie, zaś składek członkowskich dla kol. miejscowych na 0.75 złp. i dla zamiejscowych na 0.60 złp. miesięcznie. Objętość *Czasop. Technicznego* pozostałaby w III. kwartale niezmienną, gdyż powiększenie objętości pociągnęłyby musiało podwyżkę składek i prenumeraty.

Nad sprawą budżetu i przejścia na złoty polski rozwinęła się ożywiona dyskusja. Kol. Kühnel stawia wniosek: 1. powiększenia objętości *Czasopisma* z 12 na 16 stron, a to począwszy od Nr. 13; 2. zrezygnowania z *Wiadomości technicznych*, a pomieszczenia komunikatów w *Czasopiśmie*. Kol. Matakiewicz sprzeciwia się oznaczeniu składek członkowskich w zł. p. i wypowiada się za wystąpieniem P. T. P. z Syndykatu Autorów, Stałej Delegacji i Związku Inteligencji. Prezes Rybicki proponuje wpłacić do Stałej Delegacji 225 złp. za III. kwartał w miejsce 450 złp. i umotywić to brakiem funduszy.

Na wniosek kol. Kühnela ustalono wysokość wkładek na miesiąc lipiec b. r. dla członków miejscowych na 10.000 Mp., a dla zamiejscowych na 7.000 Mp. miesięcznie. Wysokość prenumeraty w III. kwartale ustala się na 3 złp.

W razie możliwości podwyższenia prenumeraty upoważnia się kol. Redaktora do powiększenia objętości *Czasopisma* o 4 strony miesięcznie.

Następnie uchwalono wystąpić ze Syndykatu Autorów, a to z powodu niemożliwości opłacania składek.

Dla Stałej Delegacji Polskich Zrzeszeń Technicznych postanowiono posłać 225 złp. jako wkładkę za III. kwartał i donieść, że P. T. P. zaprzestanie pobierać *Wiadomości Techniczne* z dniem 1. X. 1923 r., natomiast skłonne jest pomieszczać w *Czasopiśmie Technicznym* komunikaty nadesłane przez Stałą Delegację. Zaniechanie prenumerowania *Wiadomości* motywuje P. T. P. tem, że członkowie Towarzystwa nie są w możności opłacać tak znacznych kosztów poza wkładką członkowską do P. T. P., natomiast komunikaty Stałej Delegacji pomieszczać może kol. Redaktor w *Czasopiśmie Technicznym*.

Na tem posiedzenie zamknięto.