

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Wydział Inżynierii Środowiska



ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Agnieszka Malesińska

**Rozprzestrzenianie się zaburzenia ciśnienia
o skończonej amplitudzie
w ciągu przewodów o różnych średnicach**

WARSZAWA

2002

621.643:621.226:004.94:043

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
WYDZIAŁ INŻYNIERII ŚRODOWISKA

mgr inż. Agnieszka Malesińska

**ROZPRZESTRZENIANIE SIĘ ZABURZENIA
CIŚNIENIA O SKOŃCZONEJ AMPLITUDZIE
W CIĄGU PRZEWODÓW O RÓŻNYCH
ŚREDNICACH**

PROMOTOR : prof. dr hab. inż. Marek Mitosek

Warszawa, 2002 r.

M6

Podziękowanie

*Szczególne podziękowanie składam Promotorowi niniejszej pracy,
Panu prof. dr hab. inż. Markowi Mitoskowi, za ogromną życzliwość i
nieocenioną pomoc w sformułowaniu tematu, koncepcję pracy i
wnikliwie uwagi.*

*Praca została zrealizowana w ramach grantu promotorskiego nr8 T07G
007 20 pod tytułem: "Badania doświadczalne uderzenia hydraulicznego w ciągu
przewodów o różnych średnicach". Autorka jest wdzięczna Komitetowi Badań
Naukowych za przyznanie na ten cel środków finansowych, które umożliwiły
realizację pracy.*

SPIS TREŚCI

1. WSTĘP	7
1.1. PRZEGLĄD METOD OPISU ZJAWISKA UDERZENIA HYDRAULICZNEGO	7
1.2. TEZA, CEL I ZAKRES PRACY	20
2. METODA ODBIĆ I TRANSFORMACJI	21
3. METODA ANALIZY LINIOWEJ	28
3.1. WPROWADZENIE	28
3.2. TRANSFORMACJA RÓWNAŃ ZMIENNEGO PRZEPŁYWU W METODZIE LINIOWEJ	32
3.3. ANALIZA DRGAŃ WŁASNYCH.....	38
3.3.1. <i>Ogólne rozwiązanie drgań własnych</i>	38
3.3.2. <i>Zastosowanie analizy drgań własnych w ciągu przewodów</i>	40
4. BADANIA DOŚWIADCZALNE	49
4.1. WPROWADZENIE	49
4.2. SPOSÓB WYKONANIA DOŚWIADCZEŃ, REZULTATY BADAŃ	59
5. ANALIZA DOŚWIADCZALNA DRGAŃ WŁASNYCH	94
6. PRÓBA MATEMATYCZNEGO MODELOWANIA ZJAWISKA UDERZENIA HYDRAULICZNEGO	118
6.1. METODA CHARAKTERYSTYK	122
6.1.1. <i>Opis ogólny metody</i>	122
6.1.2. <i>Rozwiązanie równań w rurociągu prostym o zmiennej średnicy</i>	125
6.1.3. <i>Wyniki symulacji</i>	134
7. PODSUMOWANIE.....	195
8. WNIOSKI KOŃCOWE	201
9. PISMIENNICTWO	203

SPIS OZNACZEŃ:

<i>A</i>	przekrój poprzeczny strumienia [m^2], stała (amplituda początkowa)
<i>a</i>	prędkość dźwięku w danym ośrodku [m/s]
<i>B</i>	stała
<i>C</i>	stała, bierny opór pojemnościowy [m]
<i>C_a</i>	liczba Couranta [-]
<i>c</i>	prędkość fali ciśnienia uderzenia hydraulicznego dla płynów ściśliwych w przewodach sprężystych [m/s]
<i>c_e</i>	prędkość ekwiwalentna zaburzenia ciśnienia (oscylacji własnych układu) [m/s]
<i>c_t</i>	prędkość fali naprężeń osiowych w uderzeniu hydraulicznym [m/s]
<i>c₀</i>	prędkość dźwięku w nieograniczonym ośrodku płynnym [m/s]
<i>c_l</i>	prędkość fali uderzenia hydraulicznego w płynach nieściśliwych w przewodach sprężystych [m/s]
<i>D</i>	średnica wewnętrzna przewodu [m]
<i>DN</i>	średnica nominalna przewodu [m]
<i>D₀</i>	średnica zewnętrzna przewodu [m]
<i>E</i>	moduł Younga [Pa]
<i>e</i>	grubość ścianki rurociągu [m]
<i>f</i>	współczynnik oporów liniowych [-], długość fali [m]
<i>G</i>	moduł ścinania [Pa]
<i>g</i>	przyspieszenie ziemskie [m/s^2]
<i>H</i>	wysokość energii (w m słupa analizowanej cieczy) [m]
<i>h</i>	wysokość [m]
<i>h_s</i>	wysokość strat ciśnienia [m]
<i>I</i>	moment bezwładności przekroju [m^4]
<i>i</i>	jednostka urojona ($i = \sqrt{-1}$) [-], indeks

J	moment odśrodkowy przekroju [m^4]
K	współczynnik sprężystości objętościowej płynu [Pa]
k	chropowatość bezwzględna rurociągu [m]
L	długość odcinka przewodu [m]
L_b	bierny opór inercyjny [s^2/m^3]
l	długość, wymiar liniowy [m]
M	masowe natężenie przepływu [kg/s], moment zginający lub skręcający [Nm]
m	masa [kg]
PN	ciśnienie nominalne [MPa]
p	ciśnienie [Pa]
p_0	ciśnienie początkowe [Pa]
Q	objętościowe natężenie przepływu, wydatek [m^3/s], siła ścinająca wzdłużna [N]
R	promień wewnętrzny rury [m], liniowa oporność rurociągu na jednostkę długości
r	współczynnik odbicia fali ciśnienia [-]
Re	liczba Reynoldsa [-]
s	współczynnik przenikania (transformacji) fali ciśnienia [-], stała
T	temperatura [K], okres fali [s]
T_w	okres oscylacji własnych układu [s]
t	czas [s]
t_r	czas powrotu do zaworu wylotowego 1-szej odbitej fali ciśnienia [s]
t_u	czas trwania ustalonych warunków przepływu [s]
t_z	czas zamykania zaworu [s]
u_r	odkształcenia radialne [m]
\bar{u}_x	prędkość osiowa ścianek przewodu [m/s]
\dot{u}	prędkość rozprzestrzeniania się naprężeń w ściankach przewodu [m/s]
V	prędkość cieczy [m/s]

V_0	średnia prędkość cieczy w ruchu ustalonym w przewodzie [m/s]
W	objętość [m ³]
Z_c	właściwy opór pozorny
α	częstotliwość własna [1/s]
β	stała zaniku, mnożnik prędkości indywidualnej [-]
Λ	dekrement logarytmiczny tłumienia [-]
λ	mnożnik członu tarcia [-]
ϕ	stała (faza początkowa)
γ	ciężar właściwy [N/m ³], parametr funkcji drgań własnych [-]
ε	chropowatość względna [-]
ζ	współczynnik oporów miejscowych [-]
θ	parametr wagowy [-]
Θ	prędkość kątowna w ściankach przewodu [1/s]
κ	współczynnik ścinania [-]
μ	dynamiczny współczynnik lepkości [kg/(ms)], współczynnik Poissona [-]
ν	kinematyczny współczynnik lepkości [m ² /s]
ν_n	współczynnik lepkości numerycznej [m ² /s]
ρ	gęstość płynu [kg/m ³]
ρ_t	gęstość materiału ścianek rury [kg/m ³]
σ	naprężenie [Pa]
σ_z	naprężenie osiowe w ściankach rury [Pa]
σ_ϕ	naprężenia obwodowe [Pa]
Ψ	współczynnik uwzględniający sposób zamocowania przewodu do podłoża [-]
ω	prędkość kątowna [1/s], parametr wagowy [-]
ω_0	częstotliwość własna nietłumionych drgań własnych [1/s]

1.WSTEP.

1.1.PRZEGLĄD METOD OPISU ZJAWISKA UDERZENIA HYDRAULICZNEGO.

W warunkach nieustalonego przepływu cieczy pojawia się zaburzenie, które rozprzestrzenia się w postaci fali ciśnienia. O ile w korytach otwartych prędkość zaburzenia odpowiada prędkości przepływu w ruchu krytycznym, o tyle w przewodach pod ciśnieniem prędkość ta może osiągać wartość zbliżoną do prędkości dźwięku w danym ośrodku. Przebieg zaburzenia jest na tyle skomplikowany, że nie da się go opisać w prosty i bezpośredni sposób. Dlatego też zjawisko to kryje w sobie ciągle jeszcze wiele niedostatecznie zbadanych i opisanych procesów. Świadczyć o tym mogą liczne, nowe publikacje, poświęcone temu zagadnieniu (Axworthy et al.2000, Bergant i Simpson 1999, Wrzosek 1999, Chorzelski 1999, Pezzinga 2000). Prace poruszają aspekty badawcze (pomiarowe i obliczeniowe), jak również wysuwane są w nich nowe hipotezy dotyczące przebiegu zjawiska, sposobu ujmowania oporów hydraulicznych, wzajemnego oddziaływania (interakcji) strumienia i przewodów sieci itp. Wnioski zawarte w tych publikacjach świadczą o tym, że problematyka nieustalonych przepływów cieczy w przewodach pod ciśnieniem ciągle jest sprawą otwartą i wymaga prowadzenia dalszych prac badawczych. Jednym z takich problemów jest zjawisko uderzenia hydraulicznego w ciągach przewodów o zmiennych wymiarach geometrycznych. Obejmuje ono takie zagadnienia jak: oddziaływanie zmiany przekrojów rur, szybkość ustalania się wypadkowej fali, jej prędkości oraz tłumienia oscylacji ciśnienia.

Uderzeniem hydraulicznym nazywane jest zjawisko silnych oscylacji ciśnienia w przewodzie pracującym pod ciśnieniem, wywołane szybkimi, wymuszonymi w krótkim czasie, zmianami prędkości przepływu cieczy (Mitosek 1999, Parmakian 1963).

Współcześnie analiza zjawiska uderzenia hydraulicznego najczęściej opiera się na wynikach otrzymanych z numerycznego rozwiązania modeli matematycznych. Większość tych metod ma swój początek w równaniach różniczkowych ruchu i ciągłości (Chaudry 1987, Evangelisti 1969, Fox 1977, Wylie 1993).

Zauważa się jednak niedostateczny stan informacji zebranych na podstawie badań doświadczalnych. Stąd wynik analiz teoretycznych nie zawsze może być traktowany jako miarodajny.

Za pierwszą pracę opisującą przebieg uderzenia hydraulicznego przyjmuje się opracowanie Ménabre'a (1858, 1862). W drugiej połowie XIX wieku ukazało się wiele prac poświęconych analizie zjawiska, jednak obecna teoria uderzenia hydraulicznego opiera się na klasycznych badaniach Żukowskiego (1898) i Allievi'ego (1902). Żukowski prowadził szerokie badania pomiarowe w moskiewskim systemie wodociągów. Stosując równanie pędu i popędu (ruchu) dla objętości kontrolnej przewodu wyprowadził on wzór na przyrost ciśnienia Δp podczas uderzenia hydraulicznego:

$$\Delta p = \rho c \Delta V \quad (1.1).$$

Należy jednak zauważyć, że wzór ten był również wyprowadzony przez Frizella (1898), a jeszcze wcześniej, w bardziej ogólnej postaci, przez Rankine'a (1870).

Żukowski w podanym przez siebie wzorze uzależnia zmiany ciśnienia Δp od zmiany prędkości ΔV oraz od gęstości cieczy ρ i prędkości rozprzestrzeniania się zaburzenia c . Dla określenia prędkości c wykorzystał zależność podaną przez Kortewega (1878) :

$$c = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K D}{E e}}} \quad (1.2).$$

gdzie: K - współczynnik sprężystości płynu, E - moduł Younga, D - średnica wewnętrzna przewodu, e - grubość ścianki rurociągu.

Wzór Kortewega (1.2) uwzględnia zarówno ściśliwość cieczy, jak i sprężystość ścianek przewodu.

Doskonałe uzasadnienie matematyczne równań uderzenia hydraulicznego podał Allievi (1913). Korzystając z tych samych założeń przedstawił bardziej ogólną teorię uderzenia hydraulicznego, której podstawą są dwa równania różniczkowe:

- równanie ciągłości ruchu cieczy nielepkiej

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{g}{c^2} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1.3)$$

- równanie ilości ruchu

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} \quad (1.4).$$

Zaproponowany przez Allievi'ego sposób rozwiązywania równań uderzenia hydraulicznego był powszechnie używany do czasu opracowania dużo wygodniejszej metody graficznej. Stworzenie metody graficznej przypisuje się Schnyderowi (1929) i Bergeronowi (1935).

Jednak dopiero wprowadzenie maszyn cyfrowych w początkach lat 60 - tych, umożliwiło rozwój numerycznych metod obliczeniowych uderzenia hydraulicznego i doprowadziło je do obecnego poziomu, w którym najszersze zastosowanie znajdują rozwiązania bazujące na metodzie charakterystyk.

Metoda charakterystyk (MOC) stała się podstawowym narzędziem rozwiązywania równań uderzenia hydraulicznego (model dwurównaniowy):

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad (1.6)$$

gdzie t - czas, z - odległość wzdłuż rury;

W równaniach tych pomija się siły masowe związane z polem grawitacyjnym oraz tarcie. Podstawowe wiadomości dotyczące podanych wyżej równań można znaleźć w klasycznym podręczniku Streetera i Wylie'go (1967).

Do rozwoju wiedzy na temat przebiegu zjawiska uderzenia hydraulicznego przyczyniły się również prace studialne, prowadzone już w XIX wieku, dotyczące fal stojących w instrumentach muzycznych oraz przepływu pulsacyjnego w naczyniach krwionośnych. Oba te zjawiska wymagały dokładnego określenia prędkości dźwięku w płynach.

Wzór na prędkość dźwięku w nieograniczonym ośrodku płynnym został opracowany przez Laplace'a na przełomie XVIII i XIX wieku:

$$c_0 = \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \quad (1.7)$$

gdzie K - jest modułem sprężystości objętościowej cieczy.

Podczas przepływu wody w przewodach gumowych zauważono, że prędkość przemieszczania się zaburzeń ciśnienia jest znacznie mniejsza niż obliczona ze wzoru (1.7). Von Helmholtz (1848) słusznie przypisał to zjawisko elastyczności (odkształcalności) ścian przewodu. Dla płynów nieściśliwych w przewodach elastycznych, jak węże gumowe, naczynia krwionośne, Young (1808), Weber (1866) i Résal (1878), Moens (1878) wyznaczyli zależność:

$$c_1 = \sqrt{\frac{Ee}{\rho D}}, \quad (1.8)$$

Dla płynów ściśliwych w przewodach elastycznych Korteweg (1878) wyprowadził zależność:

$$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{c_0^2} + \frac{1}{c_1^2}, \quad (1.9)$$

którą można przekształcić do postaci:

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho} \left(1 + \Psi \frac{DK}{eE} \right)^{-1}} \quad (1.10)$$

Współczynnik Ψ został dodatkowo wprowadzony do równania w celu uwzględnienia sposobu zamocowania przewodu do podłoża (zostanie on szczegółowo omówiony w dalszej części rozdziału). W równaniach Kortewega współczynnik ten jest równy $\Psi = 1$.

Równanie (1.10) określa prędkość fali ciśnienia c powszechnie stosowaną w klasycznych modelach obliczeniowych uderzenia hydraulicznego. Dla płynów ściśliwych w całkowicie sztywnych rurach $E \rightarrow \infty$, prędkość zaburzenia c jest równa $c = c_0$, podczas gdy dla płynów nieściśliwych w rurach sprężystych $K \rightarrow \infty$, prędkość ta wynosi $c = c_l$.

Wyrowadzając wzór (1.10) Korteweg (1878) traktował rurę jako szereg nieważkich pierścieni rozszerzających i kurczących się wprost proporcjonalnie do ciśnienia cieczy wewnątrz przewodu p . Ciśnienie działające na ścianki pierścienia powoduje powstanie naprężeń obwodowych i odkształceń radialnych. Naprężenia obwodowe σ_ϕ i odkształcenia radialne u_r w pojedynczym pierścieniu opisane są zależnościami:

$$\sigma_\phi = \frac{R}{e} p, \quad (1.11)$$

$$u_r = \frac{R^2}{eE} p, \quad (1.12)$$

gdzie R - promień wewnętrzny rury.

Tak prowadzona analiza uderzenia hydraulicznego pozwoliła po raz pierwszy na stwierdzenie, że "ścianki rury towarzyszą cieczy", tzn. zachodzi wzajemne oddziaływanie cieczy i obudowy.

Naprężenia osiowe w ściankach rury σ_z oraz bezwładność ścianek rury przyjęte zostały jako pomijalnie małe w przedstawionym toku postępowania,

$$\text{tzn. } \sigma_z = 0 \text{ i } \rho_l = 0$$

gdzie ρ_l - gęstość materiału ścianek rury.

Korteweg (1878) zauważył, że jego metoda zachowuje ważność tylko dla długich, w stosunku do średnicy rury, fal: $f > D$.

Pominięcie naprężeń osiowych w ściankach przewodu, uniemożliwia uwzględnienie w analizie wpływu współczynnika Poissona μ , którego sens fizyczny wiąże się z wydłużeniem sprężystym rury, (podczas rozciągania ciała pojawia się równocześnie zwężenie w kierunku prostopadłym do działającej siły).

Uwzględnienie w analizie osiowych sił bezwładności w ściankach rury, pozwala na stwierdzenie, że wraz z rozprzestrzenianiem się fali ciśnienia w cieczy wzbudzane są fale naprężeń osiowych rozchodzące się wzdłuż przewodu. Rozprzestrzenianie się naprężeń osiowych w ściance rury (fala poprzedzająca uderzenie hydrauliczne w cieczy) jest jednak z reguły pomijane w obliczeniach.

Korteweg dużo uwagi poświęcił badaniu wpływu radialnych sił bezwładności. Wykazał, że dla krótkich fal bezwładność radialna, zarówno cieczy jak i ścianek rury, ma istotne znaczenie, prowadzi bowiem do różnic prędkości fal w zależności od ich długości.

W roku 1883 Gromeka podał bi-kwadratowe równanie rozprzestrzeniania się uderzenia hydraulicznego, z którego wynikają dwie prędkości fali: jedna dla fali ciśnienia w cieczy, a druga dla fali naprężeń osiowych w ściance rury.

Lamb (1898) rozważał osiowe i radialne drgania rurociągu wypełnionego cieczą. Uwzględniając wpływ współczynnika Poissona rozróżnił on trzy rodzaje drgań, a mianowicie:

- (1) - drgania podłużne (fale) ciśnienia w cieczy z uwzględnieniem podatności przewodu;
- (2) - drgania osiowe ścianek rurociągu z uwzględnieniem wpływu (słabego) obecności cieczy;
- (3) - radialne drgania układu.

Lamb wyprowadził równanie rozpraszania, które uzależnia prędkości fazowe od długości fali. Dla znacznych długości fali, fale ciśnienia i fale naprężeń osiowych są dominujące, przy prędkości rozchodzenia się bliskiej c - w cieczy i c_t - w ściance, gdzie:

$$c_t = \sqrt{\frac{E}{\rho_t}}. \quad (1.13)$$

Prędkość w strumieniu cieczy oblicza się z równania (1.10).

Lamb stwierdził, że drgania radialne są znaczące tylko dla fal krótkich, tzn. dla bardzo krótkich przewodów.

Prace Lamba były kontynuowane przez wielu badaczy, zajmujących się zagadnieniem rozchodzenia się fal w cylindrach wypełnionych płynem. Ich zasadnicza metoda podejścia do tego problemu polegała na wykorzystaniu analizy Fouriera lub przekształceń całkowych do stworzenia równań bazowych. Na ich podstawie wyprowadzono równania rozprzestrzeniania, z których następnie otrzymano naturalne składowe przenoszenia fal.

Skalak (1956) przedstawił pracę, którą można uważać za teoretyczną podstawę analizy wzajemnego oddziaływania (interakcji) cieczy i jej obudowy w rurach prostych wypełnionych cieczą. Rozwinął on pracę Lamba (1898) przez uwzględnienie w swoim modelu osiowo symetrycznej rury wielkości sztywności na zginanie i bezwładności obrotowej. Z przyjętego równania rozpraszania wskazał na możliwą nieskończoną ilość składowych przenoszenia fal. Stwierdził, że tylko dwie najniższe składowe mają skończoną prędkość fali, kiedy długość fali osiąga nieskończoność a częstotliwość dąży do zera. Najniższa składowa odpowiada fali ciśnienia w cieczy, druga najniższa składowa - fali naprężenia osiowego w ścianie rurociagu.

Lin i Morgan (1956 a, b) opublikowali wyniki rozważań dotyczących tych samych zagadnień jakimi zajmował się Skalak. Oprócz sztywności na zginanie i bezwładności obrotowej w swoim modelu rury wzięli oni pod uwagę odkształcenia od ścinania poprzecznego. Elementy te mają znaczenie jedynie w zakresie wysokich częstotliwości.

Hermann i Mirsky (1956) rozważyli pustą rurę i określili podstawowe równania, które różnią się nieco od tych wyprowadzonych przez Lina i Morgana (1956 a). Badali oni różne modele, które są w użyciu przy osiowo symetrycznym ruchu obudowanych cylindrów. Równania rządzące nie osiowo symetrycznym ruchem cylindrów zostały sformułowane przez Mirsky'ego i Herrmanna (1958). Swoje dalsze rozważania prowadzili oni dla rur modelowanych układem grubościennych cylindrów.

Thorley (1969) zastosował podejście Skalaka do oceny oddziaływania cieczy i ścianki, ale w swoich rozważaniach pominął wpływ odkształceń od poprzecznego ścinania, bezwładność obrotową i częściowo sztywność zginania. Wykonał szereg doświadczeń ze stalą, stopami aluminium i polietylenem jako materiałem 14 m przewodu o średnicy 0.05 m i grubości ścianki 0.005m. Thorley był pierwszym, który doświadczalnie potwierdził istnienie fal poprzedzających zjawisko uderzenia hydraulicznego - fale rozchodzące się w materiale ścianki przewodu.

Halliwell (1963) podał, w ramach klasycznej teorii uderzenia hydraulicznego, wzór na prędkość fali ciśnienia zarówno dla cienkościennych jak i grubościennych rur. Przedstawił on również przegląd wzorów różniących się między sobą w poszczególnych podręcznikach. Rozbieżności te wynikają ze sposobu w jaki uwzględniono warunki podparcia rurociągu. W analizach teoretycznych wyróżnia się trzy typowe warunki podparcia (Parmakian 1955, Janson 1995, Szymkiewicz 1975):

1. rura zamocowana ze złączkami przesuwными na całej długości ;
2. rura zamocowana całkowicie na przesunięcia osiowe;
3. rura zamocowana jedynie na wylocie.

Sposób obliczania współczynnika korekcyjnego Ψ w równaniu (1.10), który uwzględnia różny sposób zamocowania przewodu, został opisany przez Parmakiana (1955). Warunki zamocowania w pierwszym przypadku odpowiadają sytuacji opisanej przez Kortewega (1878), gdzie naprężenia osiowe są pominięte:

$$\Psi = 1. \quad (1.14)$$

Dla drugiego przypadku zamocowania, gdzie odkształcenia osiowe są nieznaczące:

$$\Psi = 1 - \mu^2. \quad (1.15)$$

W warunkach zamocowania w wersji trzeciej założono, że naprężenia osiowe w ściankach przewodu są proporcjonalne do ciśnienia cieczy działającego na wylocie na swobodnie podpartą zamkniętą zasuwę:

$$\Psi = 1 - 0.5\mu. \quad (1.16)$$

Przy wyprowadzeniu zależności opisującej współczynnik Ψ pominięta została bezwładność ścianek rury. Warunki zamocowania w wersji 1. i 3. pozwalają na ruchy osiowe przewodu. Dla tych przypadków założono, że naprężenia osiowe w całej rurze są stałe i równe ich wartości na zakotwieniu lub na zasuwie.

Analizując rozwój wiedzy na temat przebiegu zjawiska uderzenia hydraulicznego można wyróżnić dwie tendencje:

- opis zjawiska przy wykorzystaniu uproszczonych modeli, uwzględniających jednak czynniki charakteryzujące ośrodki rzeczywiste, w szczególności lepkość płynu. Dla tego schematu postępowania istotne znaczenie mają badania doświadczalne;
- teoretyczne rozważania pomijające niektóre właściwości rzeczywiste lecz dodatkowo uwzględniające pewne przestrzenne właściwości wytrzymałościowe przewodów bądź kanałów. Tymi zagadnieniami ogólnie zajmuje się dział mechaniki nazywany Fluid-Structure-Interaction; (Tijsseling 1996, Tijsseling et al.1996)

Istniejące tendencje rozwoju wiedzy o nieustalonych przepływach w przewodach można ująć w postaci trzech zespołów równań, tworzących wraz z warunkami granicznymi trzy ogólne modele matematyczne:

1. Model dwurównaniowy - opisany podstawowymi równaniami ruchu i ciągłości. Na przykład, przy pominięciu ciężaru i tarcia, równania te przyjmują postać:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{\rho c} \frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (1.18)$$

2. Model czterorównaniowy - z dodatkowym uwzględnieniem naprężeń osiowych i prędkości ich rozprzestrzeniania się w ścianie przewodu (Bürmann 1979b, 1980; Thielen i Bürmann 1980):

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial c} = 0 \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \left(\frac{1}{K} + \frac{2R}{Ee} \right) \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{2\mu}{E} \frac{\partial \sigma_x}{\partial t} = 0 \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0 \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_x}{\partial t} + \frac{\mu R}{Ee} \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (1.22)$$

gdzie u_x jest prędkością osiową ścianek przewodu. W rozważanym układzie równanie naprężeń obwodowych (1.11) pozostaje w mocy, ale odkształcenie radialne (1.12) zostaje zastąpione przez wyrażenie:

$$u_r = \frac{R^2}{Ee} p - \frac{\mu R}{E} \sigma_x. \quad (1.23)$$

3. Model sześciorównaniowy - uwzględniający dodatkowo naprężenia obwodowe i ich prędkość rozprzestrzeniania się na kierunku promieniowym rury (Tijsseling 1996):

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{1}{\rho_t A_t \rho A} \frac{\partial Q_y}{\partial x} = 0 \quad (1.24)$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{1}{\kappa^2 G A_t} \frac{\partial Q_y}{\partial t} = -\theta_z \quad (1.25)$$

$$\frac{\partial \theta_z}{\partial t} + \frac{1}{\rho_t I_t} \frac{\partial M_z}{\partial x} = \frac{1}{\rho_t I_t} Q_y \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial \theta_z}{\partial x} + \frac{1}{E I_t} \frac{\partial M_z}{\partial t} = 0 \quad (1.27)$$

$$\frac{\partial \theta_x}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t J_t} \frac{\partial M_x}{\partial x} = 0 \quad (1.28)$$

$$\frac{\partial \theta_x}{\partial x} - \frac{1}{GJ_t} \frac{\partial M_x}{\partial t} = 0 \quad (1.29)$$

gdzie A - przekrój poprzeczny, G - moduł ścinania, I - moment bezwładności przekroju, J - moment odśrodkowy przekroju, M - moment zginający lub skręcający, Q - siła ścinająca wzdłużna, u prędkość w ściankach przewodu, θ - prędkość kątowna w ściankach przewodu, κ^2 - współczynnik ścinania. Indeksy x i y oznaczają kierunki prostopadłe podłużne. Indeks t odnosi się do cieczy i przewodu.

W efekcie takiego modelowania określona została między innymi, relacja między prędkością fali wynikającą z tych modeli (cztero - lub sześcioparametrowych - \tilde{c}), a prędkością obliczoną z klasycznego równania (1.10) - c .

Prędkość rozprzestrzeniania się fali ciśnienia \tilde{c} obliczona na podstawie modelu czterorównaniowego można zapisać równaniem (Tijsseling 1996):

$$\tilde{c} = \left[\frac{1}{2} \left\{ q^2 - \left(q^4 - 4c^2 c_t^2 \right)^{1/2} \right\} \right]^{1/2} \quad (1.30)$$

gdzie:

$$q^2 = c^2 + c_t^2 + \mu^2 \left(\frac{p}{p_t} \right) \left(\frac{D}{e} \right) c^2 \quad (1.31)$$

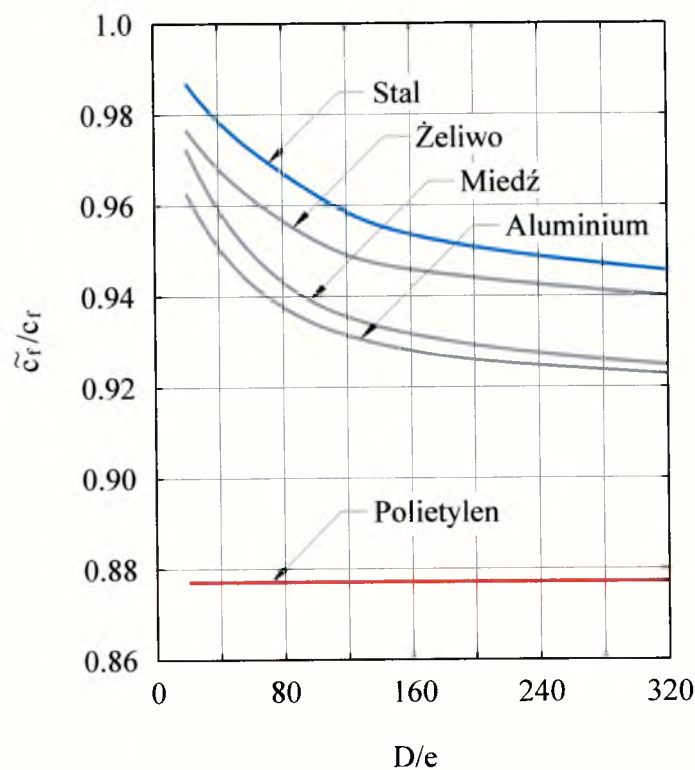
Prędkość c_t jest określona równaniem (1.13).

Stosunek \tilde{c}/c dla przewodów wykonanych z różnych materiałów ścianek wypełnionych wodą przedstawiono w funkcji D/e na rys.1.1. Do obliczeń prędkości fali ciśnienia c przyjęto $\Psi = 1 - \mu^2$, (rura zamocowana na długości).



Rezultaty tych obliczeń (rys.1.1) wskazują, że w efekcie odkształcania się ścianki oraz powstania fali naprężeń w ścianie, poprzedzającej fale ciśnienia w cieczy, prędkość \tilde{c}_r powinna być mniejsza od prędkości obliczanej z klasycznego równania Kortewego.

Jednakże otrzymane wnioski (szczególnie w przypadku przewodów z tworzyw sztucznych), muszą budzić poważne wątpliwości. Wraz z pojawieniem się dynamicznych odkształceń ścian, np. rur polietylenowych, zwiększa się sztywność ścianki (Ashby 1997, Wrzosek 1999). W efekcie prędkość fali ciśnienia zamiast maleć w rzeczywistości istotnie rośnie.



Rys. 1.1. Zmienność współczynnika szybkości fali w cieczy (zmodyfikowanej do klasycznej) w zależności od D/e dla przewodów z różnych materiałów wypełnionych cieczą (Stuckenbruck 1985)

Współczesne badania skupiają się głównie na próbach matematycznego opisu oraz możliwości symulacji zjawiska uderzenia hydraulicznego. Wprowadzenie maszyn matematycznych do numerycznego rozwiązania tak złożonych problemów, jakimi są szybkozmienne zjawiska występujące w przepływach nieustalonych, spowodowało skupienie

się przede wszystkim na problemach symulacji zjawiska oraz na rozwijaniu nowych metod numerycznych (Chaudry 1987, Fortuna 1993, Kosma 1996, Mitosek 1994, Szymkiewicz 1975, Wylie 1993, Zienkiewicz 1972). Brakuje jednak potwierdzenia poprawności tworzonych modeli w wynikach badań doświadczalnych. Konieczność empirycznej weryfikacji modeli matematycznych jest więc niezbędnym warunkiem kontynuowania dalszych prac w zakresie nieustalonych przepływów cieczy w przewodach pod ciśnieniem.

Niniejsza praca poświęcona jest analizie zjawisk nieustalonego przepływu wody w ciągu przewodów o zmiennej geometrii (długości oraz średnicy). Doświadczalne zbadanie rozprzestrzeniania się zaburzeń ciśnienia podczas uderzenia hydraulicznego w rurociągach zbudowanych z odcinków o różnych przekrojach pozwoli na: ustalenie i opisanie warunków stabilizowania się rzeczywistych charakterystyk czasu tłumienia oscylacji własnych układu oraz zbadanie zmian prędkości fali zaburzenia ciśnienia.

Łącząc przewody o różnych średnicach otrzymuje się złożony obraz fali ciśnienia na skutek jej odbić i transformacji. Zbadanie przebiegu zjawiska w rozważanych warunkach jest ważne nie tylko dla celów poznawczych, ale również dla celów praktycznych. Nowoczesne rozwiązania techniczne (np.: zawory kulowe o krótkim czasie otwierania i zamykania, układy automatycznej regulacji o krótkich, stałych czasach zamykania itp.) wykorzystywane przy projektowaniu sieci sprzyjają bowiem szybkim zmianom prędkości wody w czasie. Zmiany te przy przepływie w przewodach pracujących pod ciśnieniem rozprzestrzeniają się w postaci fali sprężystej (ciśnienia), która może przyjąć postać uderzenia hydraulicznego. Powstające zaburzenia ciśnienia są niebezpieczne zarówno dla armatury sieci, jak i dla samych przewodów. O problemie zjawiska może świadczyć fakt, że 80 % awarii przewodów dużych sieci wodociągowych nie wyposażonych w urządzenia do tłumienia uderzenia hydraulicznego powstaje w następstwie wystąpienia zjawiska uderzenia hydraulicznego, a tylko 20 % uszkodzeń spowodowanych jest innymi przyczynami (Ilin 1987).

1.2. TEZA, CEL I ZAKRES PRACY.

Cel pracy:

- doświadczalna i teoretyczna (z zastosowaniem modeli matematycznych) analiza wpływu zmian średnicy rurociągu na rozprzestrzenianie się zaburzeń ciśnienia o skończonej amplitudzie (wywołanej uderzeniem hydraulicznym), ocena oddziaływania takich połączeń na osiąganie stanu oscylacji własnych układu oraz zbadanie zmian prędkości zastępczej fali ciśnienia.

Teza pracy:

- uderzenie hydrauliczne przebiega w postaci zjawiska drgań własnych układu, w którym prędkość fali wynikająca z częstotliwości oscylacji ciśnienia w istotny sposób może różnić się od indywidualnej prędkości uderzenia hydraulicznego.

Zakres pracy:

- omówienie celu podjęcia badań oraz możliwości wykorzystania ich rezultatów,
- omówienie zjawiska odbić i transformacji fali ciśnienia podczas uderzenia hydraulicznego,
- omówienie zjawiska drgań własnych układu ciecz - przewod,
- badania doświadczalne rozprzestrzeniania się zaburzeń ciśnienia o skończonej amplitudzie przy zastosowaniu ciągów przewodów z różnych materiałów dla różnych ilorazów średnic oraz dla różnych proporcji długości tych odcinków,
- analiza numeryczna zjawiska rozprzestrzeniania się zaburzeń przy wykorzystaniu metody charakterystyk,
- ocena zjawiska pod kątem osiągnięcia stanu drgań własnych układu ciecz - rurociąg,
- wyznaczenie prędkości zastępczej zaburzenia dla połączeń szeregowych,
- sformułowanie praktycznych zaleceń i wniosków dla projektantów oraz pracowników eksploatacji sieci,
- wnioski końcowe.

2.METODA ODBIĆ I TRANSFORMACJI

Opisując przebieg złożonego uderzenia hydraulicznego często korzysta się z metody odbić i transformacji. Do niedawna była to dość powszechnie stosowana metoda w praktyce inżynierskiej (Chorzelski 1999, Streeter 1962, Utrysko 1993, Utrysko 1997, Wylie 1983). Popularność tej metody wiąże się z prostym schematem obliczeniowym, polegającym na określeniu, dla tzw. węzłów rurociągu (inaczej - miejsc nieciągłości, takich jak np.: trójnik, zmiana średnicy, zawór, wlot do zbiornika itp.), wartości dwóch współczynników (Parmakian 1963, Tullis 1989):

- współczynnika odbicia fali ciśnienia r ,
- współczynnika transformacji (przenikania) fali ciśnienia s .

Nieskomplikowany opis zjawiska uderzenia hydraulicznego wynika z szeregu uproszczeń, konsekwencją których jest jednak mała dokładność metody.

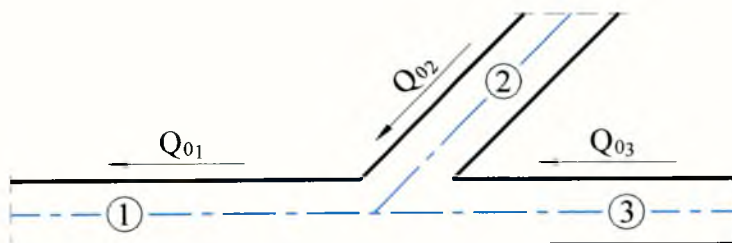
Przedstawiony poniżej schemat postępowania w tej metodzie uzasadni powyższe stwierdzenie.

Rozpatrzono zmiany wartości ciśnienia dla najbardziej ogólnego przypadku, a mianowicie dla trójnika. Na rys.2.1 przedstawiono schemat połączenia trzech przewodów.

Założono, że woda dopływa przewodami 2 i 3 do przewodu 1 (Szuster, Utrysko 1992). Oznaczono indeksem 0 parametry przepływu przed powstaniem zaburzenia w postaci fali uderzenia hydraulicznego. Powstała w przewodzie 1, np. wskutek gwałtownego zamknięcia zaworu, fala ciśnienia przemieszcza się tym przewodem w kierunku rozgałęzienia. Fala po dojściu do rozgałęzienia biegnie dalej oboma przewodami oraz może się odbić i powrócić przewodem 1. Ta zmiana ciśnienia Δp w stosunku do ciśnienia pierwotnego pozwoli na określenie współczynników r i s . W tym celu posłużono się równaniami ciśnienia i równaniem ciągłości. Dla pierwotnych warunków (przed powstaniem zjawiska uderzenia hydraulicznego), przy założeniu stałości wysokości energii potencjalnej i energii sprężystej strumienia i ścianki przewodu oraz po pominięciu wysokości energii prędkości w przekrojach wylotowych, dla węzła w ruchu ustalonym możemy zapisać:

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_0 \quad (2.1)$$

$$Q_{10} = Q_{20} + Q_{30} \quad (2.2)$$



Rys. 2.1. Schemat połączenia trzech przewodów oraz kierunki przepływającej wody.

Założenie o braku dyssypacji energii prowadzi do nieuwzględnienia w obliczeniach wysokości strat. Takie postępowanie wymaga przyjęcia kolejnych założeń upraszczających, mianowicie założenia o braku lepkości cieczy i o idealnie sprężystych własnościach ścianki oraz samego strumienia w trakcie odkształcenia.

Korzystając z tych samych równań po przejściu fal (odbitych i przenikających), można wyznaczyć dla każdego z przewodów osobno, ciśnienie p jakie ustali się w otoczeniu węzła.

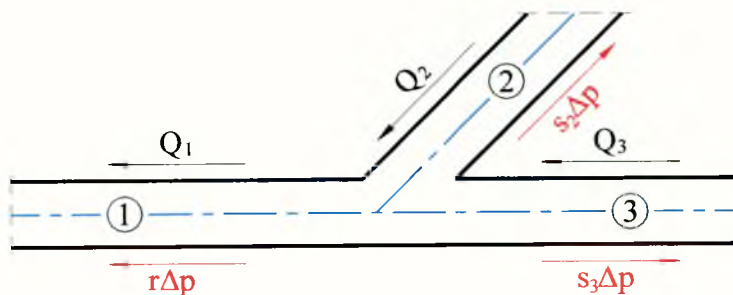
Zgodnie ze schematem przemieszczania się zaburzeń ciśnienia przedstawionym na rys.2.2 można napisać:

$$p_1 = p = p_0 + \Delta p + r\Delta p \quad (2.3)$$

$$p_2 = p = p_0 + s_1\Delta p \quad (2.4)$$

$$p_3 = p = p_0 + s_3\Delta p \quad (2.5)$$

Z równań (2.3),(2.4),(2.5) wynika, że $s_1 = s_3 = s$ oraz $r = s - 1$.



Rys.2.2. Kierunki przepływającej wody po przejściu fali uderzenia hydraulicznego oraz kierunki przemieszczania się zaburzeń ciśnienia wywołanych przejściem fali.

Aby wyznaczyć wartość współczynnika transformacji s należy określić zmiany przepływu dla każdego z przewodów, wywołane przejściem fali ciśnienia. W tym celu skorzystano ze wzoru Żukowskiego (1.1):

$$\Delta p = \rho c \Delta V$$

oraz z równania ciągłości:

$$\Delta Q = A \Delta V \quad (2.6)$$

Z równania (1.1) możemy określić lokalną zmianę prędkości ΔV wywołaną przyrostem ciśnienia Δp po przejściu fali uderzenia hydraulicznego:

$$\Delta V = \frac{\Delta p}{\rho c} \quad (2.7)$$

Podstawiając wyrażenie (2.7) do równania (2.6) otrzymano:

$$\Delta Q = \frac{A}{\rho c} \Delta p = B \Delta p \quad (2.8)$$

Współczynnik B zależy tylko od cech przewodu i cieczy, a nie od zmiennych V i p . Dla omawianych trzech przewodów wartości współczynników oznaczono odpowiednio B_1, B_2, B_3 .

Przepływy zmienione wskutek przejścia fal wyniosą odpowiednio:

$$Q_1 = Q_{1_0} - B_1 \Delta p + B_1 r \Delta p \quad (2.9)$$

Fala pierwotna, jako skierowana przeciwnie do kierunku ruchu, zmniejszyła prędkość przepływu, natomiast fala odbita, biegnąca zgodnie z kierunkiem ruchu, powoduje jego przyspieszenie. Podobnie:

$$Q_2 = Q_{2_0} - B_2 s \Delta p \quad (2.10)$$

$$Q_3 = Q_{3_0} - B_3 s \Delta p \quad (2.11)$$

Dla węzła zachodzi oczywiście równanie ciągłości:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (2.12)$$

które po podstawieniu poprzednich zależności przybierze postać:

$$Q_{1_0} - B_1(1 - r)\Delta p = Q_{2_0} - B_2 s \Delta p + Q_{3_0} - B_3 s \Delta p \quad (2.13)$$

Po uwzględnieniu równania ciągłości dla warunków pierwotnych, podzieleniu przez Δp oraz zastąpieniu $r = s - 1$, otrzymuje się:

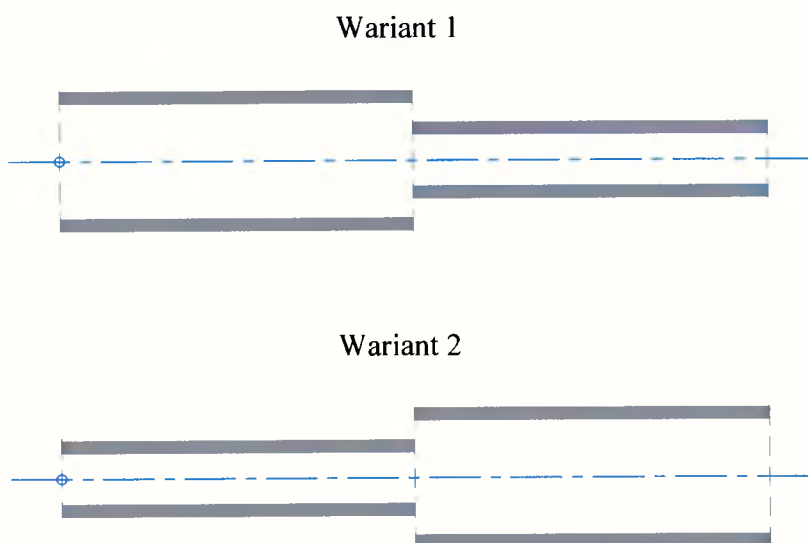
$$s = \frac{2B_1}{B_1 + B_2 + B_3} \quad (2.14)$$

$$r = \frac{B_1 - B_2 - B_3}{B_1 + B_2 + B_3} \quad (2.15)$$

Podany powyżej schemat obliczeniowy umożliwi obliczenie wartości współczynników r i s dla najbardziej ogólnego przypadku. Z powyższych wzorów można również skorzystać dla takich przypadków jak:

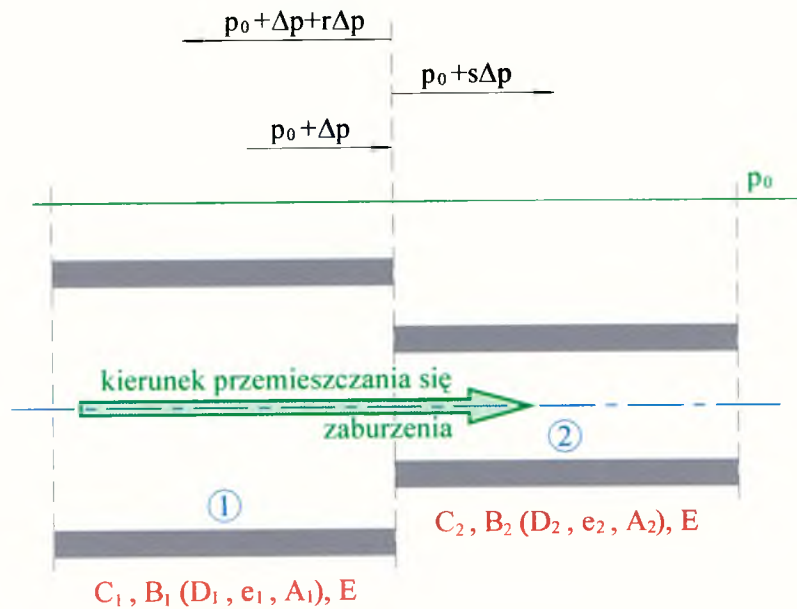
- zmiana średnicy pojedynczego rurociągu, zmiana właściwości sprężystych łączonych przewodów ($B_3 = 0$)
- odbicie fali od zbiornika ($B_2 \rightarrow \infty$)
- odbicie fali od zaślepiętego przewodu, np. od zamkniętej zasuw ($B_3 = 0, B_2 = 0$).

Obecnie przeanalizowane będą warunki rozprzestrzeniania się zaburzenia w układzie przewodów o różnych średnicach. W tym celu rozpatrzono układ jak na rys.2.3.



Rys. 2.3 Przeanalizowane warianty połączenia przewodów o różnych średnicach.

Przy przejściu fali do przewodu o mniejszej średnicy, tzn. gdy $B_1 > B_2$ otrzymuje się odpowiednio $s > 1$ i $r > 0$. Oznacza to, że wartość uderzenia hydraulicznego wzrasta w obu przewodach (rys.2.4).



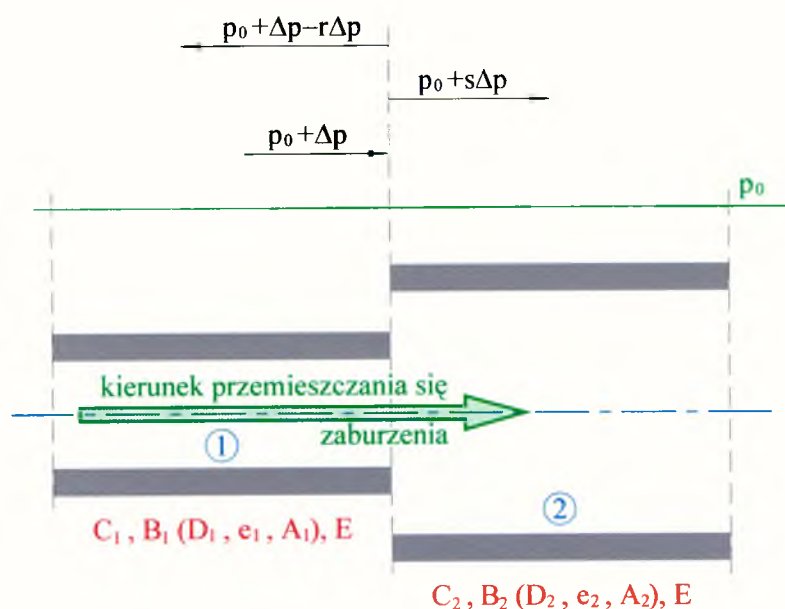
Rys2.4. Odbicie i transformacja zaburzenia ciśnienia na połączeniu rur o różnych średnicach
– wariant 1.

Natomiast gdy fala napotyka na przewód o większym przekroju, tzn. gdy $B_1 > B_2$, wtedy $s < 1$, a $r < 0$, zaś wartość uderzenia hydraulicznego maleje w obu przewodach (2.5).

Jak widać, na podstawie przedstawionych przykładów, gdy fala napotyka na zmianę warunków ruchu, powstają zmiany amplitudy fali biegnącej, oraz tworzy się fala odbita. Ciśnienia odbite i transformowane odpowiednio nakładają się na ciśnienia panujące w obu odcinkach przewodu, powodując tym samym rozprzestrzenianie się nowych zaburzeń w układzie. Powoduje to, że w układach złożonych liczba fal, wywołanych nawet pojedynczą przyczyną, rośnie lawinowo.

Można by sądzić, że przy założeniu braku dyssypacji energii, zjawisko będzie trwało nieskończenie długo. Wiadomo jednak, że uderzenie hydrauliczne działa jak pojedynczy impuls wzbudzając w układzie drgania, mające charakter drgań swobodnych. Tym samym przebieg zjawiska jest dużo bardziej złożony niż schemat przedstawiony w metodzie odbić i transformacji. Przejście fali uderzenia hydraulicznego przez każdy punkt nieciągłości wywołuje powstanie złożonego rozkładu ciśnienia w rurociągu, który w wyniku nakładania się (interferencji) fal ulegać może lokalnemu wzmocnieniu lub osłabieniu. Wszystkie punkty

nieciągłości wpływają więc na ostateczny obraz przebiegu zjawiska. W wyniku dyssypacji energii (której brak założono w metodzie odbić i transformacji) powstaje wypadkowy obraz fali jak w ruchu drgającym swobodnym tłumionym.



Rys.2.5. Odbicie i transformacja zaburzenia ciśnienia na połączeniu rur o różnych średnicach – wariant 2.

Można więc stwierdzić, że wyznaczone współczynniki r i s mają przybliżony charakter, opisując jedynie pierwszą fazę przebiegu zjawiska uderzenia hydraulicznego. Tym samym należy stwierdzić, że metoda odbić i transformacji nie może być wykorzystywana do celów obliczeniowych, czy symulacyjnych zjawiska. Nie należy jednak nie doceniać jej walorów edukacyjnych. Prosty i przejrzysty schemat działania umożliwi łatwiejsze zrozumienie tak skomplikowanego zjawiska jakim jest uderzenie hydrauliczne (Wylie 1983). Z metody tej można również korzystać w praktyce inżynierskiej, w celu szacunkowego określenia wielkości zjawiska uderzenia hydraulicznego (np. możliwych przyrostów ciśnienia wynikających z interferencji fal sprężystych).

3. METODA ANALIZY LINIOWEJ.

3.1. WPROWADZENIE.

Do symulacji przebiegu zjawiska uderzenia hydraulicznego można wykorzystać metodę analizy liniowej, pod warunkiem, że ruch pulsacyjny w układzie cieczy jest ruchem okresowym. Można to wykazać przeprowadzając analizę harmoniczną zjawiska, wykorzystującą klasyczne równania ruchu drgającego, ograniczone do przypadku drgań swobodnych tłumionych (Wrona 1969, Potter 1982)

Drgania są ruchem periodycznym, w którym wszystkie punkty drgającego układu po upływie stałego odstępu czasu wracają w sposób powtarzalny do stanu wyjściowego. Najprostszym spośród ruchów drgających jest ruch harmoniczny. Dowolne drganie okresowe może powstać przez superpozycję podstawowego drgania harmonicznego o tym samym okresie i, w ograniczonym przypadku, z nieskończonej liczby wyższych drgań harmonicznnych o odpowiednio dobranych amplitudach i fazach.

Drgania wzbudzone działaniem pojedynczego impulsu mają charakter drgań swobodnych. Przykładem tego typu drgań jest uderzenie hydrauliczne powstające pod wpływem pojedynczego impulsu jakim jest np. gwałtowne zamknięcie zaworu.

Na mocy prawa Newtona można napisać różniczkowe równanie ruchu w postaci ogólnej (Wrona 1969):

$$M \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + T \frac{\partial x}{\partial t} + Kx = 0 \quad (3.1.1)$$

Jest to różniczkowe równanie liniowe rzędu drugiego o współczynnikach stałych.

Równanie charakterystyczne ma postać:

$$Mk^2 + Tk + K = 0 \quad (3.1.2)$$

Gdy $T^2 - 4KM < 0$, tzn. $T < 2\sqrt{KM}$, a zatem gdy opór jest mały w porównaniu do siły sprężystej, wtedy równanie charakterystyczne posiada dwa pierwiastki zespolone i opisuje ruch drgający tłumiony:

$$k_{1,2} = \frac{-T \pm i\sqrt{4KM - T^2}}{2M} = -\frac{T}{2M} \pm i\sqrt{\frac{K}{M} - \frac{T^2}{4M^2}} \quad (3.1.3)$$

Oznaczając:

$$\alpha = \sqrt{\frac{K}{M} - \frac{T^2}{4M^2}} \quad (3.1.4)$$

otrzymuje się całkę ogólną równania (3.1.1) w postaci:

$$x = e^{-Tt/2M} (C_1 \cos \alpha t - C_2 \sin \alpha t) \quad (3.1.5)$$

Wprowadzając w miejsce C_1 i C_2 nowe stałe A i φ dane wzorami:

$$C_1 = A \sin \varphi \quad \text{i} \quad C_2 = A \cos \varphi \quad (3.1.6)$$

otrzymuje się:

$$x = Ae^{-Tt/2M} \sin(\alpha t + \varphi) \quad (3.1.7)$$

Powyższy wzór jest równaniem ruchu drgającego swobodnego tłumionego. Jego amplituda w chwili t jest równa $Ae^{-Tt/2M}$, a zatem dąży do zera, gdy t dąży do nieskończoności. Stałą α nazywana jest częstotliwością własną.

W przypadku gdy opór nie istnieje, tzn. gdy $T = 0$, ostatni wzór przyjmuje postać:

$$x = A \sin(\alpha_0 t + \varphi) \quad (3.1.8)$$

gdzie $\alpha_0 = \sqrt{\frac{K}{M}}$.

Mamy więc w tym przypadku do czynienia z ruchem harmonicznym prostym o częstotliwości α_0 . Stała A nazywana jest amplitudą początkową, a stała φ fazą początkową. Jak już wspomniano dowolne drganie okresowe może powstać przez superpozycję podstawowego drgania harmonicznego. Rozkład dowolnego drgania okresowego na drgania harmoniczne przeprowadza się wykonując analizę Fouriera (Masalski 1971). W tym celu wykorzystuje się szereg Fouriera, przy czym, aby rozwinąć w szereg trygonometryczny funkcję okresową $F(t)$ o okresie równym liczbie T , należy wprowadzić nową zmienną niezależną x za pomocą podstawienia:

$$t = \frac{T}{2\pi} x \quad (3.1.9)$$

Otrzymana w ten sposób funkcja zmiennej x :

$$f(x) = F\left(\frac{T}{2\pi} x\right) \quad (3.1.10)$$

posiada okres równy 2π , bowiem:

$$f(x + 2\pi) = F\left[\frac{T}{2\pi}(x + 2\pi)\right] = F\left(\frac{T}{2\pi}x + T\right) \quad (3.1.11)$$

Ponieważ T jest okresem funkcji $F(t)$, zatem:

$$F\left(\frac{T}{2\pi}x + T\right) = F\left(\frac{T}{2\pi}x\right) = f(x) \quad (3.1.12)$$

więc ostatecznie:

$$f(x + 2\pi) = f(x) \quad (3.1.13)$$

tzn. liczba 2π jest okresem funkcji $f(x)$.

Jeżeli teraz rozwinięcie funkcji $f(x)$ na szereg Fouriera ma postać:

$$f(x) = a_0 + (a_1 \cos x + b_1 \sin x) + (a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x) + \dots \quad (3.1.14)$$

to wracając do starej zmiennej za pomocą podstawienia odwrotnego:

$$x = \frac{2\pi}{T} t \quad (3.1.15)$$

otrzymuje się:

$$f\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = a_0 + \left(a_1 \cos \frac{2\pi}{T} t + b_1 \sin \frac{2\pi}{T} t\right) + \left(a_2 \cos 2 \frac{2\pi}{T} t + b_2 \sin 2 \frac{2\pi}{T} t\right) + \dots \quad (3.1.16)$$

Ponieważ:

$$f(x) = F\left(\frac{T}{2\pi}x\right) \quad (3.1.17)$$

więc:

$$f\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = F\left(\frac{T}{2\pi} \frac{2\pi}{T}t\right) = F(x) \quad (3.1.18)$$

Zachodzi także:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^T f\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \frac{2\pi}{T} dt = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) dt \quad (3.1.19)$$

i podobnie

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \cos n \frac{2\pi}{T} t dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(x) \sin n \frac{2\pi}{T} t dt \quad (3.1.20)$$

Zatem ostatecznie otrzymuje się rozwiązanie:

$$F(t) = a_0 + \left(a_1 \cos \frac{2\pi}{T}t + b_1 \sin \frac{2\pi}{T}t \right) + \left(a_2 \cos 2 \frac{2\pi}{T}t + b_2 \sin 2 \frac{2\pi}{T}t \right) + \dots \quad (3.1.21)$$

Szereg Fouriera pozwala na dokładną analizę harmoniczną zjawiska opisanego za pomocą danej funkcji okresowej $F(x)$. Jest ona przydatna do badania i oceny empirycznych charakterystyk zjawiska. Zagadnieniem bardziej istotnym jest jednak możliwość symulacji zjawiska, a więc możliwość przewidywania konsekwencji zmian układu przewodów.

W celu przewidywania niektórych właściwości uderzenia hydraulicznego można zastosować teorię bazującą na teorii drgań własnych układu, lecz wykorzystującą równania mechaniki płynów.

Często, stosując równania rządzące zmiennym przepływem cieczy w systemie rurociągów, rozwiązanie ogranicza się do funkcji czasu, analizując tym samym tylko stany chwilowe lub sposób w jaki ten chwilowy stan się pojawia. Jednakże jak wskazuje przeprowadzona analiza harmoniczna zjawiska, zmienny przepływ może czasami być

określany jako pulsujący periodycznie lub wykazujący własne wibracje. Przy takim opisie zjawiska rozwiązanie równań pozwoli na określenie częstotliwości, tzn. poszukiwanie rozwiązań bezpośrednio określających równomierny cykl pulsacji. Istotna jest w tym przypadku szybkość osiągania równomiernego cyklu pulsacji.

Czynniki zależne od częstotliwości, takie jak uzależnione od częstotliwości tarcie czy prędkość fali, mają zasadniczy wpływ na dynamiczne zachowanie się cieczy w warunkach pulsacji, jako wynik nadzwyczajnego rozpraszania energii lub z uwagi na wahania prędkości fali.

Pulsacja cieczy w systemie może być dogodnie analizowana przy użyciu metod zapożyczonych z teorii drgań liniowych (Pipes 1958), wymaga to jednak sprowadzenia równań opisujących przebieg zjawiska do postaci liniowej.

3.2. TRANSFORMACJA RÓWNAŃ ZMIENNEGO PRZEPŁYWU W METODZIE LINIOWEJ.

Różniczkowe równania ruchu i ciągłości są przyjęte w formie uproszczonej, tzn. przeciętne parametry przepływu są "stałe", ich pochodne równe zero, a tarcie sprowadzone do funkcji liniowej. Otrzymano w ten sposób szczególne rozwiązanie równań - rozwiązanie, którego wynikiem są równania algebraiczne w odniesieniu do parametrów rurociągu i warunków brzegowych. Kiedy uwzględni się w rozwiązaniu wpływ zabudowy, tj. zasuw, pompy czy rozgałęzienia rur, wówczas, możliwe jest uzyskanie rozwiązania - opisu zjawiska dla typowych systemów transportu cieczy bez konieczności odwoływania się do równań różniczkowych. Należy zauważyć, że stosując do opisu zjawiska równania doprowadzone do postaci liniowej, można wykorzystać zasadę superpozycji nawet dla złożonych układów wodociagowych czy ciepłowniczych.

W uproszczonych równaniach ruchu i ciągłości zmiany ciśnienia p przedstawia się w postaci zmian wysokości ciśnienia $H = p/\gamma$.

Równania te przyjmują następującą postać (Chorzelski 1999, Wylie 1993)

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gQ} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\lambda Q^n}{2gDA^n} = 0 \quad (3.2.1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{gA}{c^2} \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (3.2.2)$$

Zapisując wielkości H oraz Q jako sumę wielkości średniej i oscylacyjnej:

$H = H_{sr} + h'$, $Q = Q_{sr} + q'$ oraz oznaczając:

R - liniowa oporność rurociągu na jednostkę długości,

$$R = \frac{n\lambda Q^{n-1}}{2gDA^n} \quad (3.2.3)$$

L_b - bierny opór inercyjny

$$L_b = \frac{1}{gA} \quad (3.2.4)$$

C - bierny opór pojemnościowy

$$C = \frac{gA}{c^2} \quad (3.2.5)$$

po podstawieniu do (3.2.1) i (3.2.2) ostatecznie otrzymuje się:

$$\frac{\partial h'}{\partial x} + L_b \frac{\partial q'}{\partial t} + Rq' = 0 \quad (3.2.6)$$

$$\frac{\partial q'}{\partial x} + C \frac{\partial h'}{\partial t} = 0 \quad (3.2.7)$$

Ogólnie przyjmuje się (Brown 1968, Iberall 1950, Nichols 1962), że traktowanie tarcia o ścianki jako funkcji stałej prędkości średniej niedoszacowuje efekt tłumienia przy średnich i dużych częstotliwości. Zważywszy, że naprężenia ścinające w ściankach nie pozostają w fazie ze średnią prędkością przy przepływie pulsacyjnym, oddziaływanie bezwładności ulega korekcie przez wprowadzenie współczynnika ζ , (Brown 1969, Zielke 1972) do wzoru na bierny opór inercyjny L_b :

$$L_b = \frac{\zeta}{gA} \quad (3.2.8)$$

Współczynnik ζ , który zależy od liczby Reynoldsa, przyjmuje, w zależności od rodzaju ruchu, wartości podane w tabeli 3.1 (Brown 1962, Brown 1968, Brown 1969, Zielke 1968).

Tabela 3.1. Wartości współczynnika ζ dla danego rodzaju ruchu.

LICZBA REYNOLDSA	ζ
ruch laminarny	4/3
2500 (burzliwy)	1,113
10^4	1,049
10^5	1,020
10^6	1,012
∞	1,000

Różniczkując pierwsze równanie układu (3.2.6) względem czasu t , zaś drugie (3.2.7) względem x , po porównaniu i uporządkowaniu otrzymuje się:

$$\frac{\partial^2 q'}{\partial x^2} = CL_b \frac{\partial^2 q'}{\partial t^2} + RC \frac{\partial q'}{\partial t} \quad (3.2.9)$$

Natomiast, różniczkując równanie (3.2.6) względem x , zaś (3.2.7) względem t , otrzymuje się:

$$\frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} = CL_b \frac{\partial^2 h'}{\partial t^2} + RC \frac{\partial h'}{\partial t} \quad (3.2.10)$$

W celu rozwiązania tych równań można skorzystać z metody Fouriera rozdzielonych zmiennych. W metodzie tej poszukuje się rozwiązania powyższych równań w postaci iloczynu dwóch funkcji $X(x)$ i $T(t)$, z których każda zależy tylko od jednej zmiennej. Podstawiając $h' = X(x)T(t)$ lub $q' = X(x)T(t)$ należy obliczyć pierwszą i drugą pochodną tych iloczynów, a następnie wstawić je do równania (3.2.9) lub (3.2.10). W wyniku podstawienia przekształca się powyższe równanie do postaci:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \frac{1}{T} \left(CL_b \frac{d^2 T}{dt^2} + RC \frac{dT}{dt} \right) = \gamma^2 \quad (3.2.11)$$

gdzie γ^2 jest stałą o złożonej wartości, niezależną od x i od t . Rozwiązaniem pierwszej funkcji X (X w zależności od γ i x) jest:

$$X = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \quad (3.2.12)$$

gdzie A_1 i A_2 są stałymi całkowania. Pulsacja harmoniczna jest złożonym rozwiązaniem, ponieważ szczególnym rozwiązaniem drugiej funkcji T równania (3.2.11) jest (T zależne od t):

$$T = A_3 e^{st} \quad (3.2.13)$$

gdzie s jest stałą w postaci liczby zespolonej, niezależną od obu zmiennych x i t . Podstawienie wyrażenia (3.2.13) do równania wyjściowego (3.2.11) daje:

$$\gamma^2 = Cs(L_b s + R) \quad (3.2.14)$$

Szczególne rozwiązanie pulsacyjnego ciśnienia cieczi wynosi:

$$h' = e^{st} (C_1 e^{\gamma x} + C_2 e^{-\gamma x}) \quad (3.2.15)$$

gdzie stałe całkowania zostały skumulowane. Gdy równanie (3.2.15) zostanie podstawione do równania (3.2.6) i (3.2.7) i scałkowane, otrzymamy rozwiązanie na q' :

$$q' = -\frac{Cs}{\gamma} e^{st} (C_1 e^{\gamma x} - C_2 e^{-\gamma x}) \quad (3.2.16)$$

Stała s , która jest interpretowana jako częstotliwość złożona lub stała Laplace'a, zawiera odpowiednio rzeczywistą i urojoną część σ i ω :

$$s = \sigma + i\omega \quad (3.2.17)$$

Stała γ , która jest funkcją s , zwana jest stałą rozprzestrzeniania się (propagacji), zaburzenia. Części rzeczywiste s i γ określają odpowiednio zanikanie pulsacji w czasie w określonym przekroju i wygasanie pulsacji na długości.

Inną ważną funkcją określaną przy liniowej analizie zjawiska jest właściwy opór pozorny. Wartość tej funkcji określa się dla cieczy w konkretnym rurociągu. Jest ona również funkcją złożoną, niezależną od przestrzeni i czasu:

$$Z_c = \frac{\gamma}{C_s} \quad (3.2.18)$$

Należy zauważyć, że Z_c i γ są zależne od fizycznych własności cieczy i rurociągu oraz od s .

Aby określić stałe całkowania w przedstawionych równaniach należy uwzględnić właściwe warunki brzegowe. Równania (3.2.15) i (3.2.16) można też zapisać w postaci:

$$h'(x, t) = H(x)e^{st} \quad (3.2.19)$$

$$q'(x, t) = Q(x)e^{st} \quad (3.2.20)$$

W każdym położeniu x w rurociągu pulsacje fizyczne wokół średnich wartości stanowią część rzeczywistą tych równań. Porównanie równań (3.2.15) i (3.2.16) z równaniami (3.2.19) i (3.2.20) wskazuje, że zespolone wartości $H(x)$ i $Q(x)$ wynoszą:

$$H(x) = C_1 e^{\gamma x} + C_2 e^{-\gamma x} \quad (3.2.21)$$

$$Q(x) = -\frac{1}{Z_c} (C_1 e^{\gamma x} - C_2 e^{-\gamma x}) \quad (3.2.22)$$

Określając początek i koniec rurociągu indeksami U i D , można obliczyć stałe całkowania wprowadzając warunek brzegowy $x = 0$ dla H_U i Q_U . W wyniku otrzymuje się:

$$C_1 = \frac{1}{2} (H_U - Z_c Q_U) \quad (3.2.23)$$

$$C_2 = \frac{1}{2} (H_U + Z_c Q_U) \quad (3.2.24)$$

Przez podstawienie powyższych zależności do równań (3.2.21) i (3.2.22) oraz wprowadzając funkcje hiperboliczne, otrzymuje się wielkości ciśnienia i przepływu jako funkcję położenia w rurociągu:

$$H(x) = H_U \cosh \gamma x - Z_c Q_U \sinh \gamma x \quad (3.2.25)$$

$$Q(x) = -\frac{H_U}{Z_c} \sinh \gamma x + Q_U \cosh \gamma x \quad (3.2.26)$$

Równania (3.2.25) i (3.2.26) nazywane są równaniami przeniesienia ciśnienia i przepływu.

Sz szczególnie interesująca jest postać równań przeniesienia dla wylotu z rurociągu, kiedy $x = L$:

$$H_D = H_U \cosh \gamma L - Q_U Z_c \sinh \gamma L \quad (3.2.27)$$

$$Q_D = -\frac{H_U}{Z_c} \sinh \gamma L + Q_U \cosh \gamma L \quad (3.2.28)$$

Równania przeniesienia dla wlotu i wylotu, ciśnienia i przepływu w stosunku do warunków wylotu znajduje się przez rozpisanie równań (3.2.27), (3.2.28) dla H_U i Q_U :

$$H_U = H_D \cosh \gamma L + Q_D Z_c \sinh \gamma L \quad (3.2.29)$$

$$Q_U = \frac{H_D}{Z_c} \sinh \gamma L + Q_D \cosh \gamma L \quad (3.2.30)$$

3.3. ANALIZA DRGAŃ WŁASNYCH.

Analiza drgań własnych opiera się na w pełni rozwiniętych drganiach wymuszonych o stałym charakterze pulsacji. Celem analizy jest obliczenie wahań ciśnienia i przepływu w systemie cieczy spowodowanych określonym wzbudzeniem systemu. Wyniki analizy przedstawiają jasną ilustrację zachowania się systemu na możliwe jego wzbudzenie. Pulsacje własne systemu są powodowane przez jakies chwilowe wzbudzenie. Jednakże sposób w jaki ciecz została wprowadzona w ruch ma tylko niewielkie znaczenie w analizie drgań własnych, która ma na celu badanie dalszej pulsacji w miarę upływu czasu (Wylie, Streeter 1993). Analiza jest prowadzona bez określania wzbudzenia, tak by wyznaczyć częstotliwości naturalne całego systemu i określić charakter kształtów pulsacji w systemie. Badanie jest również przydatne przy ocenie stabilności systemu i przy określaniu krytycznych stanów przy wzbudzaniu rezonansu.

Idea analizy drgań własnych w układzie hydraulicznym bez tarcia została przedstawiona przez Jeagera jako część jego znaczącego dorobku w dziedzinie rezonansu (Jaeger 1963). Zielke uzupełnił tą teorię o problem dyssypacji energii. Przyjęty tok postępowania jest powszechnie wykorzystywany przy analizach wibracji układów sprężystych w niektórych działach mechaniki, w szczególności przy analizowaniu układów o scalonych parametrach (Pipes 1958), przy układach o rozdzielonych parametrach i przy analizach typowych układów hydraulicznych (Zielke 1971, Zielke 1972). Włączenie mechanizmów rozpraszania energii, nie tylko strat liniowych ale również innych czynników hydraulicznych, do analizy całego systemu podnosi metodę do poziomu, gdzie staje się użytecznym narzędziem przy analizie i projektowaniu.

W analizie drgań własnych zakłada się istnienie pulsacji własnej cieczy w układzie. Oznacza to, że część rzeczywista zespolonej częstotliwości jest zachowana w rozwiązaniach.

3.3.1. OGÓLNE ROZWIĄZANIE DRGAŃ WŁASNYCH.

Zestawiając równania przeniesienia dla wszystkich odcinków rurociągu razem z wszystkimi warunkami brzegowymi w charakterystycznych przekrojach instalacji, takich jak: zasuw, pompa, złącza; zestaw równań w postaci macierzowej przedstawia się następująco (Zielke 1972):

$$[G] \times [X] = 0 \quad (3.3.1.1)$$

gdzie $[G]$ - macierz globalna układu, której składniki są funkcjami zespolonej częstotliwości s . Wektor $[X]$ składa się ze zmiennych układu, tj. wahania ciśnienia, przepływ czy stopień otwarcia zasuw. Liczba zmiennych w wektorze $[X]$ odpowiada liczbie równań (3.3.1.1). Prawa strona równania (3.3.1.1.) równa się zeru ponieważ nie ma nałożonego zaburzenia układu cieczy. Aby drgania własne pojawiły się w układzie, zmienne układu czyli składniki wektora $\{X\}$, nie mogą wszystkie być równe zeru. Tak więc aby układ równań miał znaczące rozwiązanie wyznacznik globalnej macierzy układu musi równać się zeru:

$$|G| = 0 \quad (3.3.1.2)$$

Równanie (3.3.1.2) jest równaniem charakterystycznym układu. Ten sposób rozumowania prowadzi do klasycznego problemu poszukiwania wartości własnych w analizie drgań. Możliwe jest znalezienie nieskończonej liczby wartości własnych lub pierwiastków równań charakterystycznych, ponieważ rozważany układ cieczy stanowi ciągły schemat z nieskończoną liczbą stopni swobody.

Każda z wartości własnych [tj. szczególna częstotliwość zespolona, $s_k = \sigma + i\omega_k$ ($k = 1, 2, 3, \dots$)] odpowiada wektorowi rozwiązania - $\{x\}'_k$

$$\{x'\}_k = \{x\}_k e^{s_k t} = \{x\}_k e^{\sigma_k t} e^{i\omega_k t} \quad (3.3.1.3)$$

gdzie $\{x\}_k$ jest wektorem amplitudy. Składniki wektora $\{x\}_k$ są tylko funkcjami położenia. Określając dowolnie jeden z nieznanymi składników wektora amplitudy, pozostałe niewiadome można obliczyć korzystając z równań (3.3.1.1). Tymczasem jedno z równań (3.3.1.1) musi być pominięte. Obliczony wektor rozwiązania określa się jako rodzaj systemu wibracyjnego dla określonej częstotliwości zespolonej.

Ten tok postępowania w celu znalezienia wektora rozwiązania może być stosowany wielokrotnie dla wszystkich wartości własnych w zakresie spodziewanych częstotliwości, a kompletne rozwiązanie drgań własnych ma postać:

$$\{x'\} = \{x\}_1 e^{s_1 t} + \{x\}_2 e^{s_2 t} + \{x\}_3 e^{s_3 t} + \dots \quad (3.3.1.4)$$

Każde wyrażenie z prawej strony równania zawiera nieznaną stałą, która może być określona jedynie z warunków początkowych.

Równanie (3.3.1.4) wskazuje, że drgania własne w układzie zawierają tylko harmoniczne o określonych częstotliwościach ω_k , $k = 1, 2, 3, \dots$ co stanowi naturalne częstotliwości całego układu cieczy. Równanie (3.3.1.3) wskazuje, że przy szczególnej, naturalnej częstotliwości i danym położeniu, sinusoidalny ruch cieczy może albo słabnąć albo wzmacniać się zależnie od znaku σ_k . W stałym układzie hydraulicznym σ_k jest ujemne i pulsacje wygasają wykładniczo w czasie. Z tej przyczyny σ_k , dla $k = 1, 2, 3, \dots$, określa się jako współczynnik zaniku. Wartość σ_k stanowi o własności całego linearnego układu, a nie tylko pojedynczego rurociągu, jest bowiem niezależny zarówno od położenia jak i od czasu. Ponieważ rozpatrywany jest tylko układ liniowy współczynnik ten nie zależy również od amplitudy pulsacji. Jest on jednakże zwykle funkcją częstotliwości, ponieważ własność rozpraszania w różnych elementach systemu jest zależna od względnej amplitudy pulsacji we wszystkich elementach dających opór w układzie.

Przy analizie drgań własnych nie jest konieczne stosowanie się ściśle do podanego wyżej toku postępowania. Zwykle w tej metodzie wprowadza się dwa istotne uproszczenia. Po pierwsze, że równanie charakterystyczne może być zbudowane łatwiej przez wykorzystanie równań przeniesienia ciśnienia i przepływu (metoda oporności). Po drugie, że nie ma potrzeby postępować zgodnie z pełnym rozwiązaniem jak to pokazuje równanie (3.3.1.4), ponieważ wartości własne (zespolone częstotliwości) i określone funkcje kształtu dają wystarczającą informację do oceny zachowania się układu.

3.3.2. ZASTOSOWANIE ANALIZY DRGAŃ WŁASNYCH W CIĄGACH PRZEWODÓW.

Zajmując się badaniem zjawiska uderzenia hydraulicznego w układach hydraulicznych, problemem staje się określenie ekwiwalentnej prędkości fali c_e w takim układzie. Prędkość ta może się bowiem różnić, często w sposób zasadniczy, od prędkości fali c_i dla pojedynczego przewodu. Aby móc obliczyć prędkość fali c_e dla układu rur należy wykorzystać równanie wiążące właściwości zespołu przewodów (A_i , c_i , L_i) z częstotliwością własną układu. Jak zostanie wykazane, metoda drgań własnych daje proste rozwiązanie tego problemu. Dalsze rozważania koncentrować się będą na połączeniu szeregowym przewodów o różnych średnicach i o różnych proporcjach długości łączonych odcinków. Aby znaleźć szukaną zależność postępuje się zgodnie z podanym wyżej schematem wykorzystując równania przeniesienia przepływu i ciśnienia (3.2.1) i (3.2.2).

Należy zauważyć, że dla prawidłowego rozwiązania istotnym problemem pozostaje poprawne określenie warunków brzegowych pracy układu.

Rysunek 3.1. przedstawia przykładowy schemat połączenia szeregowego dwóch przewodów (jest to jeden z wariantów dla którego przeprowadzone będą pomiary). Zgodnie ze schematem warunki brzegowe są następujące:

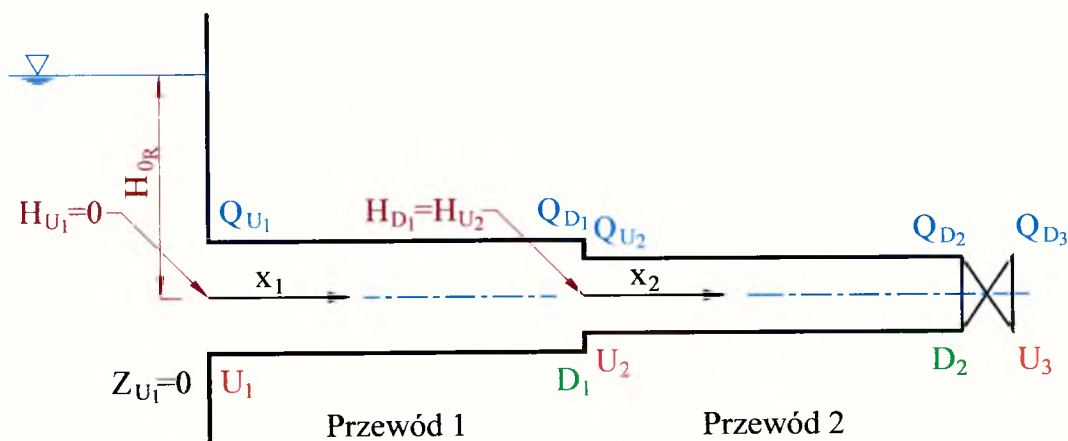
$H_U = 0$ - dla zbiornika o stałym poziomie piętrenia;

$Q_U = 0$ - dla zamkniętego lub ślepego końca przewodu.

Ponadto dla połączenia szeregowego możemy zapisać:

$$H_{D_1} = H_{U_2} \quad (3.3.3.1)$$

$$Q_{D_1} = Q_{U_2} \quad (3.3.3.2)$$



Rys. 3.1 Schemat połączenia szeregowego dwóch przewodów.

Dla dowolnie położonego w przewodzie punktu można zapisać równania przeniesienia ciśnienia i przepływu:

$$H(x) = H_U \cosh \gamma x - Z_c Q_U \sinh \gamma x \quad (3.3.3.3)$$

$$Q(x) = -\frac{H_U}{Z_c} \sinh \gamma x + Q_U \cosh \gamma x \quad (3.3.3.4)$$

Jeżeli początek rurociągu oznaczmy symbolem U a koniec rurociągu D , to zgodnie z równaniami przeniesienia (3.3.3.3), (3.3.3.4) można określić wielkość ciśnienia i przepływu w tych punktach:

$$H_D = H_U \cosh \gamma l - Q_U Z_c \sinh \gamma l \quad (3.3.3.5)$$

$$H_U = H_D \cosh \gamma l + Q_D Z_c \sinh \gamma l \quad (3.3.3.6)$$

$$Q_D = -\frac{H_U}{Z_c} \sinh \gamma l + Q_U \cosh \gamma l \quad (3.3.3.7)$$

$$Q_U = \frac{H_D}{Z_c} \sinh \gamma l + Q_D \cosh \gamma l \quad (3.3.3.8)$$

Dla dwóch przewodów o różnych średnicach i o różnych długościach, połączonych szeregowo można zapisać (korzystając z warunków brzegowych):

$$H_{D_1} = -Q_{U_1} Z_{c_1} \sinh \gamma_1 l_1 \quad (3.3.3.9)$$

$$H_{U_2} = H_{D_2} \cosh \gamma_2 l_2 + Q_{D_2} Z_{c_2} \sinh \gamma_2 l_2 \quad (3.3.3.10)$$

$$Q_{D_1} = Q_{U_1} \cosh \gamma_1 l_1 \quad (3.3.3.11)$$

$$Q_{U_2} = \frac{H_{D_2}}{Z_{c_2}} \sinh \gamma_2 l_2 + Q_{D_2} \cosh \gamma_2 l_2 \quad (3.3.3.12)$$

Wiedząc, że koniec przewodu jest zamknięty można zapisać:

$$Q_{U_3} = 0 \quad (3.3.3.14)$$

Dla $Q_{D_1} = Q_{U_3}$ otrzymuje się równanie:

$$Q_{D_1} = -\frac{H_{U_2}}{Z_{c_2}} \sinh \gamma_2 l_2 + Q_{U_2} \cosh \gamma_2 l_2 = 0 \quad (3.3.3.15)$$

Zgodnie z założeniami dla połączenia szeregowego spełnione są związki:

$$H_{U_2} = H_{D_1} \quad \text{i} \quad Q_{U_2} = Q_{D_1} \quad (3.3.3.16)$$

Korzystając z tych założeń można w miejsce H_{U_2} i Q_{U_2} do równania (3.3.3.15) podstawić zależności (3.3.3.9) i (3.3.3.11) odpowiadające wielkościom H_{D_1} i Q_{D_1} . W efekcie tych działań otrzymuje się poniższe równanie:

$$Q_{U_1} \frac{Z_{c_1}}{Z_{c_2}} \sinh \gamma_1 l_1 \sinh \gamma_2 l_2 + Q_{U_1} \cosh \gamma_1 l_1 \cosh \gamma_2 l_2 = 0 \quad (3.3.3.17)$$

lub

$$Q_{U_1} \frac{Z_{c_1}}{Z_{c_2}} \sinh \gamma_1 l_1 \sinh \gamma_2 l_2 = -Q_{U_1} \cosh \gamma_1 l_1 \cosh \gamma_2 l_2 \quad (3.3.3.18)$$

Dzieląc obie strony tego równania przez $-Q_{U_1} \cosh \gamma_1 l_1 \cosh \gamma_2 l_2$, otrzymuje się:

$$-\frac{Z_{c_1}}{Z_{c_2}} \tanh \gamma_1 l_1 \tanh \gamma_2 l_2 = 1 \quad (3.3.3.19)$$

Aby w powyższym równaniu uzyskać wyłącznie zależności pomiędzy parametrami geometrycznymi łączonych przewodów a częstotliwością drgań całego układu, należy dokonać odpowiednich podstawień w miejsce wielkości Z_c i γ .

W tym celu należy zauważyć, że jeżeli pulsacja drgań ma mieć stałą amplitudę w każdym punkcie x układu hydraulicznego, część rzeczywista wielkości s musi być tożsamościowo równa zero ($\sigma \equiv 0$).

Stała rozchodzenia się (propagacji) przyjmuje więc postać:

$$\gamma = \sqrt{C\omega(-\omega L_b + iR)} \quad (3.3.3.20)$$

a właściwy opór pozorny:

$$Z_c = -\frac{i\gamma}{C\omega} \quad (3.3.3.21)$$

Dla układu bez tarcia:

$$\gamma = \sqrt{-C\omega^2 L_b} = \omega i \sqrt{CL_b} \quad (3.3.3.22)$$

Podstawiając za C i L_b zależności (3.2.5) i (3.2.8), otrzymuje się:

$$\gamma = \frac{\omega i}{c} \quad (3.3.3.23)$$

$$Z_c = \frac{c}{gA} \quad (3.3.3.24)$$

Dokonując podstawienia zależności (3.3.3.23) i (3.3.3.24) do równania (3.3.3.19) otrzymuje się:

$$\tanh \frac{\omega l_1}{c_1} i \tanh \frac{\omega l_2}{c_2} i = -\frac{c_2 A_1}{c_1 A_2} \quad (3.3.3.25)$$

Wykorzystując uogólnione wzory Eulera (Wrona 1969):

$$\tanh zi = \frac{\sinh zi}{\cosh zi} \quad (3.3.3.26)$$

gdzie:

$$\sinh zi = i \sin z \quad (3.3.3.27)$$

$$\cosh zi = \cos z$$

związek (3.3.3.25) można zapisać w postaci:

$$i \left(\operatorname{tg} \frac{\omega l_1}{c_1} \right) i \left(\operatorname{tg} \frac{\omega l_2}{c_2} \right) = -\frac{c_2 A_1}{c_1 A_2} \quad (3.3.3.28)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\omega l_1}{c_1} \operatorname{tg} \frac{\omega l_2}{c_2} = \frac{c_2 A_1}{c_1 A_2} \quad (3.3.3.29)$$

Rozwiązując następnie powyższe równanie względem ω można wyznaczyć prędkość ekwiwalentną fali ciśnienia c_e dla całego rurociągu. Ponieważ pełny okres kompletnego cyklu $2T$ wynosi:

$$2T = \frac{4L}{c_e} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (3.3.3.30)$$

stąd:

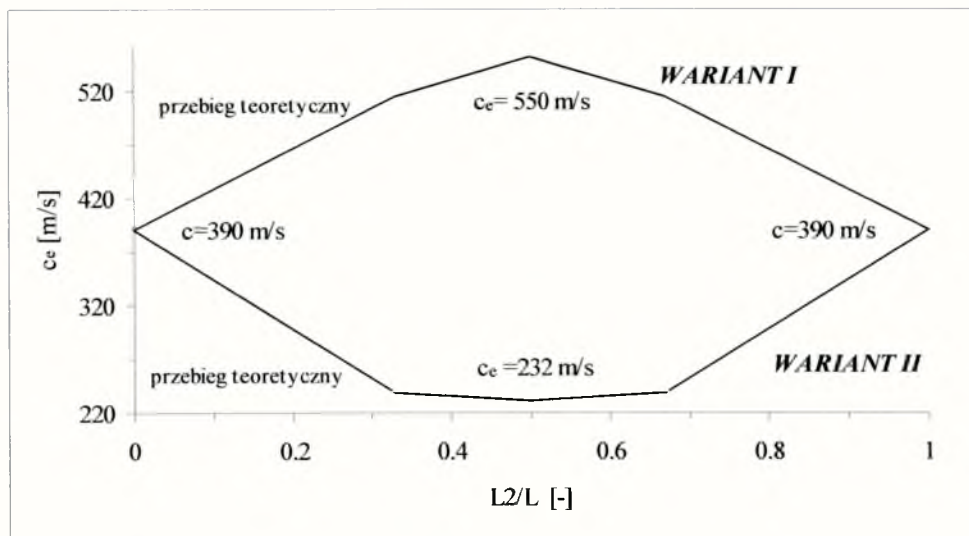
$$c_e = \frac{2}{\pi} L \omega \quad (3.3.3.31)$$

gdzie: $L = L_1 + L_2$ - długość całego rurociągu.

Należy zauważyć, że zastosowanie zależności (3.3.3.29) zasadniczo upraszcza i przyspiesza tok obliczeń zastępczej (ekwiwalentnej) prędkości zmian oscylacji ciśnienia z chwilą osiągnięcia przez układ drgań własnych.

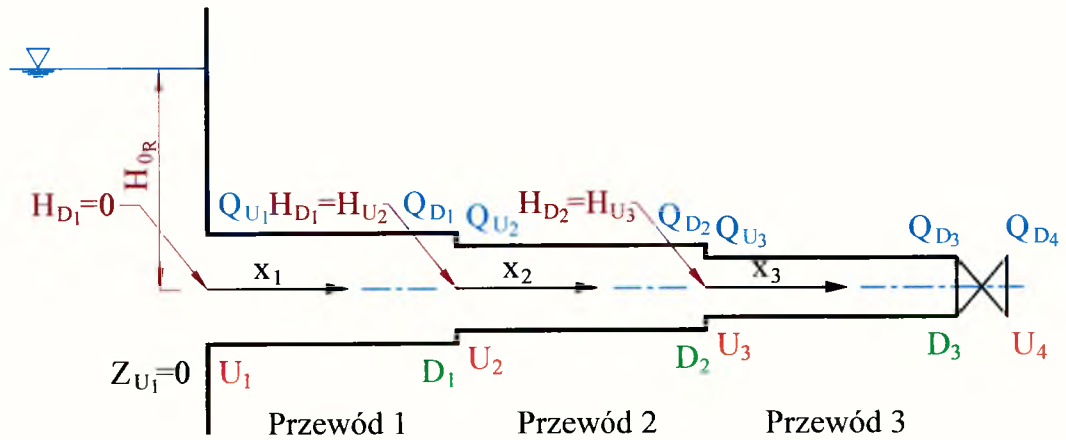
Poniżej przedstawiono przykładowy przebieg zmian prędkości oscylacji własnych układu woda - rurociąg dla ciągu dwóch przewodów polietylenowych o indywidualnej prędkości fali ciśnienia równej $c_1 = c_2 = 390 \text{ m/s}$.

Jak można wywnioskować z równania (3.3.3.29), jak również zaobserwować na wykresie - rys.3.2, wielkość wypadkowej fali ciśnienia w układzie hydraulicznym zależy zarówno od kolejności łączonych przewodów jak i od ich długości (rys2.3).



Rys.3.2. Charakterystyki prędkości oscylacji ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch przewodów polietylenowych o średnicach $D_1 = 40.8 \text{ mm}$ i $D_4 = 25.0 \text{ mm}$; WARIANT I - P1P4, WARIANT II - P4P1.

W celu analizy oscylacji drgań własnych dla trzech przewodów połączonych szeregowo konieczne jest wyprowadzenie nowej zależności zgodnie ze schematem opisanym wyżej.



Rys. 3.3 Schemat połączenia szeregowego trzech przewodów.

Dla układu jak na rys.3.3. należy prawidłowo określić warunki brzegowe, opisane następująco:

$H_{U_1} = 0$ - zbiornik o stałym poziomie piętzenia;

$Q_{U_4} = 0$ - zamknięty lub ślepy koniec przewodu.

Ponadto spełnione są następujące związki:

$$H_{D_1} = H_{U_2} \quad \text{i} \quad Q_{D_1} = Q_{U_2} \quad (3.3.3.31)$$

$$H_{D_2} = H_{U_3} \quad \text{i} \quad Q_{D_2} = Q_{U_3} \quad (3.3.3.32)$$

$$Q_{D_3} = Q_{U_4} \quad (3.3.3.33)$$

Postępując w analogiczny sposób jak dla układu dwóch przewodów kolejno otrzymuje się:

$$H_{D_1} = -Q_{U_1} Z_{c_1} \sinh \gamma_1 l_1 \quad (3.3.3.34)$$

$$H_{U_2} = H_{D_2} \cosh \gamma_2 l_2 + Q_{D_2} Z_{c_2} \sinh \gamma_2 l_2 \quad (3.3.3.35)$$

$$Q_{D_1} = Q_{U_1} \cosh \gamma_1 l_1 \quad (3.3.3.36)$$

$$Q_{U_2} = \frac{H_{D_2}}{Z_{c_2}} \sinh \gamma_2 l_2 + Q_{D_2} \cosh \gamma_2 l_2 \quad (3.3.3.37)$$

$$H_{D_2} = H_{U_2} \cosh \gamma_2 l_2 - Q_{U_2} Z_{c_2} \sinh \gamma_2 l_2 \quad (3.3.3.38)$$

$$H_{U_3} = H_{D_3} \cosh \gamma_3 l_3 + Q_{D_3} Z_{c_3} \sinh \gamma_3 l_3 \quad (3.3.3.39)$$

$$Q_{D_2} = -\frac{H_{U_2}}{Z_{c_2}} \sinh \gamma_2 l_2 + Q_{U_2} \cosh \gamma_2 l_2 \quad (3.3.3.40)$$

$$Q_{U_3} = \frac{H_{D_3}}{Z_{c_3}} \sinh \gamma_3 l_3 + Q_{D_3} \cosh \gamma_3 l_3 \quad (3.3.3.41)$$

$$Q_{D_3} = -\frac{H_{U_3}}{Z_{c_3}} \sinh \gamma_3 l_3 + Q_{U_3} \cosh \gamma_3 l_3 = 0 \quad (3.3.3.42)$$

Korzystając z zależności (3.3.3.31) i (3.3.3.32), dla szeregowego połączenia trzech przewodów można zapisać:

$$\begin{aligned} & -\frac{(-Q_{U_1} Z_{c_1} \sinh \gamma_1 l_1 \cosh \gamma_2 l_2 - Q_{U_1} Z_{c_2} \cosh \gamma_1 l_1 \sinh \gamma_2 l_2)}{Z_{c_3}} \sinh \gamma_3 l_3 + \\ & + \left(\frac{Q_{U_1} Z_{c_1} \sinh \gamma_1 l_1 \sinh \gamma_2 l_2}{Z_{c_2}} + Q_{U_1} \cosh \gamma_1 l_1 \cosh \gamma_2 l_2 \right) \cosh \gamma_3 l_3 = 0 \end{aligned} \quad (3.3.3.43)$$

Dzieląc powyższą zależność przez iloczyn $Q_{U_1} \cosh \gamma_1 l_1 \cosh \gamma_2 l_2 \cosh \gamma_3 l_3$ otrzymuje się:

$$-\left[\frac{Z_{c_1}}{Z_{c_2}} \tanh \gamma_1 l_1 \tanh \gamma_2 l_2 + \frac{Z_{c_1}}{Z_{c_3}} \tanh \gamma_1 l_1 \tanh \gamma_3 l_3 + \frac{Z_{c_2}}{Z_{c_3}} \tanh \gamma_2 l_2 \tanh \gamma_3 l_3 \right] = 1 \quad (3.3.3.44)$$

Dokonując identycznych podstawień jak dla dwóch przewodów oraz wykorzystując uogólnione wzory Eulera otrzymuje się związek:

$$\frac{c_1 A_2}{c_2 A_1} \tan \frac{\omega l_1}{c_1} \tan \frac{\omega l_2}{c_2} + \frac{c_1 A_3}{c_3 A_1} \tan \frac{\omega l_1}{c_1} \tan \frac{\omega l_3}{c_3} + \frac{c_2 A_3}{c_3 A_2} \tan \frac{\omega l_2}{c_2} \tan \frac{\omega l_3}{c_3} = 1 \quad (3.3.3.45)$$

Ważnym zjawiskiem, o którego istnieniu należy pamiętać przy analizie drgań własnych, jest zjawisko rezonansu. Rezonans powstaje, kiedy dopływ energii netto do układu podczas kompletnego cyklu przekracza wartość energii rozproszonej w układzie podczas każdego z cykli i zasada ta obowiązuje w kolejnych okresach. To nagromadzenie energii wyraża się w formie zwiększonej amplitudy pulsacji wysokości ciśnienia i przepływu.

Pierwsze publikacje na temat rezonansu układu hydraulicznego (Allievi 1925, Camichel 1919) koncentrowały się na badaniach pulsacji okresowych w prostych rurociągach, powstałych w skutek cyklicznego zamykania i otwierania zaworu. Kiedy cykl zamykania zaworu korespondował z jednym z krytycznych cykli układu, następował wzrost ciśnienia - tzn. powstawały warunki rezonansu. W prostym rurociągu o dużej średnicy, ograniczonym na jednym końcu zbiornikiem, a na drugim zasuwą, z całą stratą energii skoncentrowaną na zasuwie, otrzymujemy zjawisko fali stojącej w układzie.

Przy zasuwie rurociągu występuje maksimum wahań ciśnienia, a na początku (przekrój zbiornika) węzeł fali ciśnienia. W układzie bez tarcia szybkość i ciśnienia są przesunięte w fazie o 90° tak, że węzeł prędkości występuje na zasuwie, a maksimum wahań na wlocie do przewodu. Jest to podstawowy cykl układu a w przypadku zwykłego rurociągu okres drgań na ogół odpowiada okresowi teoretycznemu $2T = 4L/c$. Okresy składowych harmonicznym w takim rurociągu są ułamekami okresu podstawowego - np. okres trzeciej harmonicznym równa się jednej trzeciej okresu teoretycznego.

Natomiast pierwsze doświadczenia Camichela (Camichel 1919) wykazały, że złożony układ rurociągów posiada dwa różne podstawowe okresy drgań. Jeżeli bowiem nagle wprowadzi się do seryjnego układu rurociągów pojedyncze zaburzenie ciśnienia, wówczas otrzymuje się odbicia przy całkowitych wielokrotnościach L/c na każdym odcinku o stałym przekroju poprzecznym. To prowadzi do tzw. teoretycznego okresu układu seryjnego (Jaeger 1963) $\Sigma 4L/c$, gdzie sumowanie następuje po kolejnych rurociągach tworzących serię. Okresowe ruchy i rezonans powstają w okresie podstawowym różnym od teoretycznego okresu. Istnienie innych dominujących okresów podstawowych spowodowane jest cząstkowymi odbiciami fali ciśnienia od każdej zmiany charakterystyki rurociągu. W serii rurociągów okres teoretyczny nie jest jasno określony i w rzeczywistości nie ma znaczenia. Jednakże przez zastosowanie teorii drgań własnych można obliczyć okres podstawowy lub najniższy okres rezonansu dla dowolnego układu.

Metoda drgań własnych pozwala na rozwiązania równań uderzenia hydraulicznego w kierunku określenia częstotliwości, tzn. poszukuje rozwiązań bezpośrednio określających równomierny cykl pulsacji. Jest to praktyczna metoda, w której korzystając z nieskomplikowanych zależności matematycznych, można w łatwy i szybki sposób określić

istotne parametry opisujące przebieg uderzenia hydraulicznego w układzie szeregowo połączonych przewodów. Tym samym pozwala scharakteryzować dynamiczne warunki pracy takiego układu, co z kolei umożliwia w sposób właściwy ocenić sytuację towarzyszącą uderzeniu hydraulicznemu, jak też opracować warunki pracy i prawidłowy dobór armatury. Metoda drgań własnych nie pozwala jednak ocenić jak szybko układ osiąga ten stan, co związane jest, między innymi, z dyssypacją energii sprężystej. Trudności określenia rozpraszania tej energii na drodze teoretycznych rozważań wskazują na konieczność prowadzenia badań doświadczalnych. Pozwalają one zarówno na określenie chwili osiągnięcia stanu drgań własnych układu, jak również na empiryczną weryfikację wyznaczonych już równań.

4. BADANIA DOŚWIADCZALNE

4.1. WPROWADZENIE

Głównym celem badań doświadczalnych jest określenie wpływu zmiany średnicy i proporcji długości przewodów łączonych szeregowo na przebieg zjawiska uderzenia hydraulicznego w efekcie którego układ może osiągać stan drgań własnych. Do doświadczenia wykorzystano układy rur stalowych i polietylenowych o różnych przekrojach poprzecznych A_i ($i=1;2;3$), średnicy zewnętrznej D_0 i grubości ścianki e . Pomierzono również indywidualne prędkości fali ciśnienia c_i dla poszczególnych przewodów. Wszystkie wielkości podano w poniższych tabelach.

Tabela 1: Właściwości rur polietylenowych MDPE o grubych ściankach użytych w doświadczeniu

Nr	Symbole rur użytych w doświadczeniu	D_0	e	c_i
		[mm]	[mm]	[m/s]
1	P1	50.0	4.6	390
2	P2	40.0	3.7	390
3	P3	32.0	3.0	390
4	P4	25.0	2.3	390

Tabela 2: Właściwości rur polietylenowych MDPE o cienkich ściankach użytych w doświadczeniu.

Nr	Symbole rur użytych w doświadczeniu	D_0	e	c_i
		[mm]	[mm]	[m/s]
1	C1	50.0	3.0	310
2	C2	40.0	2.4	310

Tabela 3: Właściwości rur stalowych użytych w doświadczeniu

Nr	Symbole rur użytych w doświadczeniu	D ₀	e	c _i
		[mm]	[mm]	[m/s]
1	S1	48.0	3.0	1280
2	S2	42.0	3.5	1280
3	S3	33.5	3.5	1280
4	S4	27.0	3.0	1280

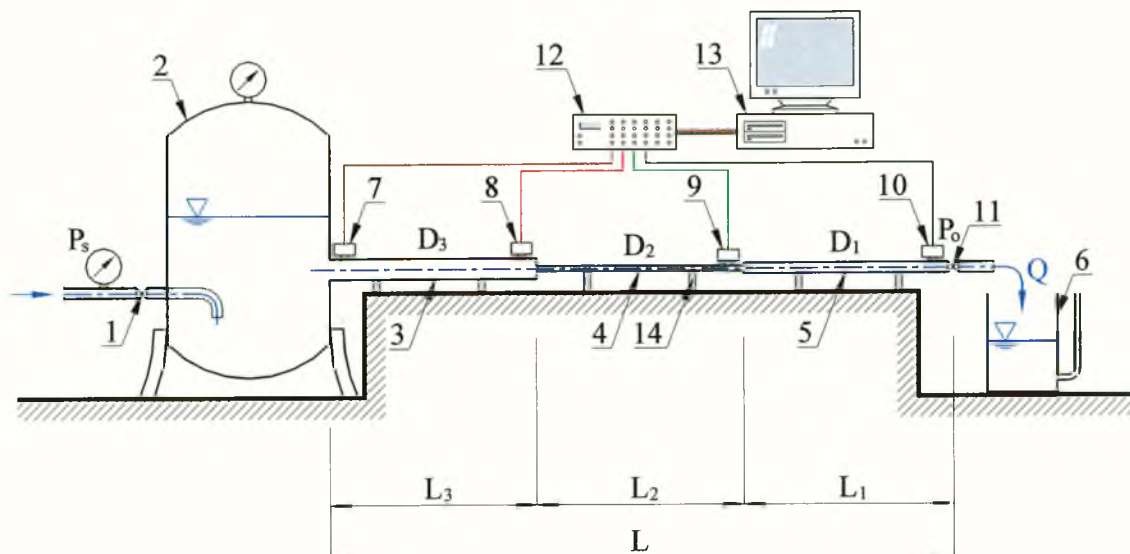
Sprawne i prawidłowe przeprowadzenie doświadczeń wymagało odpowiedniego przygotowania stanowiska pomiarowego, tak aby spełniało ono poniższe wymagania:

1. Możliwość sprawnej zmiany kolejności ułożenia łączonych szeregowo przewodów.
2. Łatwość budowania kolejnych wariantów połączeń badanych przewodów (zmiana średnicy, zmiana długości, zmiana kolejności ułożenia przewodów w szeregu).
3. Konieczność mocowania badanych ciągów do podłoża, co wykluczałoby ewentualne zmiany położenia przewodu w trakcie wykonywania doświadczenia, jak również zapewniałoby, że badane ciągi układają się wzdłuż linii prostej.

Badania przeprowadzono na stanowisku pomiarowym przedstawionym na poniższym schemacie - rys. 4.1.

Rys.4.2. przedstawia zamknięty zbiornik hydroforowy stanowiący system zasilania modelu. Woda w zbiorniku uzupełniana była z sieci wodociągowej. Pojemność zbiornika - 300 l, a także stabilizujące działanie "poduszki powietrznej" nad zwierciadłem wody, stworzyły możliwość uzyskania trwałych warunków ustalonego przepływu wody na modelu przed wywołaniem uderzenia hydraulicznego.

Badania dotyczyły nieustalonego przepływu wody powstałego w wyniku nagłego zamknięcia zasuw kulowej zamontowanej na końcu rurociągu. Rys.4.3. przedstawia system pomiaru czasu zamykania tej zasuw.

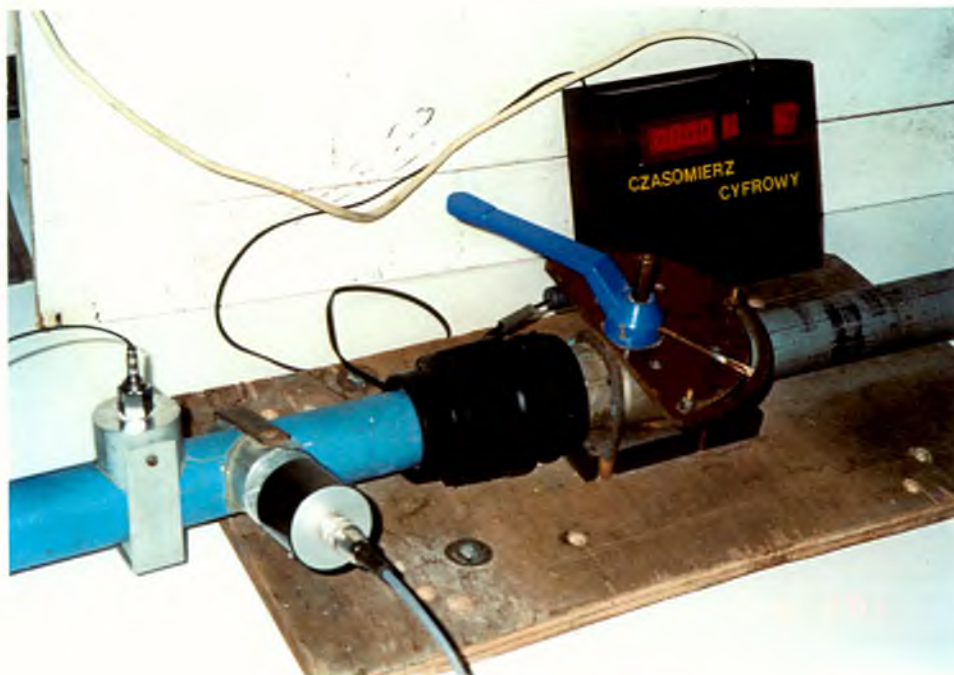


Rys.4.1. Stanowisko do badań uderzenia hydraulicznego.

1 - zawór redukcyjny; 2 - zbiornik hydroforowy; 3,4,5 - badane przewody o zmiennych parametrach geometrycznych (średnica, długość badanego odcinka); 6 - naczynie pomiarowe; 7, 8, 9, 10 - czujniki ciśnienia; 11 - zawór odcinający z miernikiem czasu zamykania; 12 - wzmacniacz; 13 - komputer z kartą analogowo - cyfrową, 14 - regulowane mocowania przewodów do podłoża;



Rys. 4.2. Zamknięty zbiornik hydroforowy - system zasilania modelu.



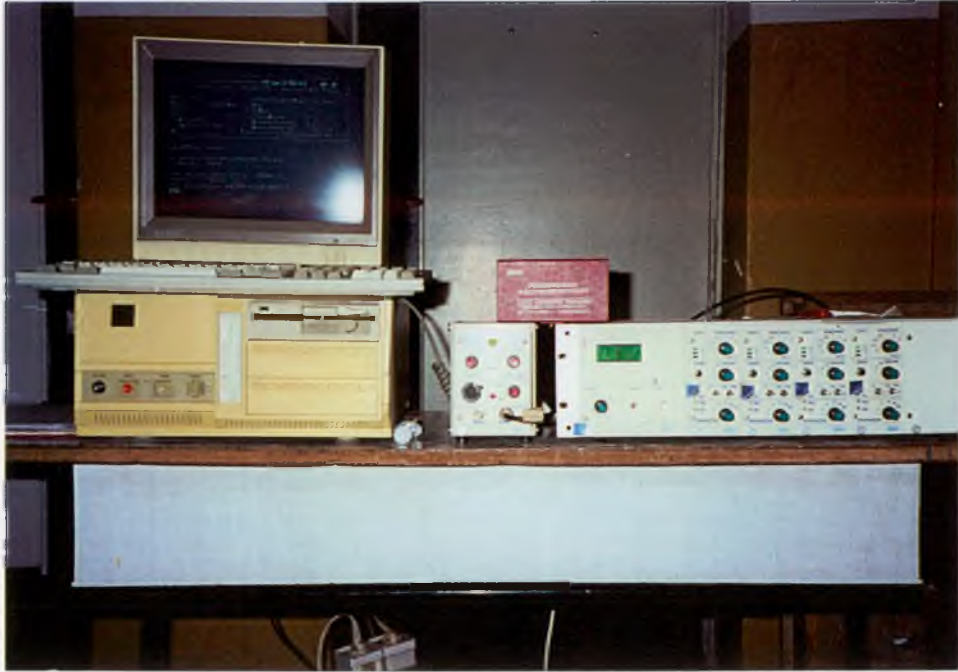
Rys. 4.3. System pomiaru czasu zamykania zasuw kulowej.

Czas zamykania zaworu kulowego o nastawnym kącie położenia wrzeczona był określany za pomocą elektronicznego miernika z dokładnością do 10^{-3} s. W zależności od rodzaju badanego przewodu pomierzony czas zamykania zaworu kulowego był różny i wynosił odpowiednio: dla przewodów stalowych $t_z = 0.016 \div 0.023$ s, dla przewodów polietylenowych $t_z = 0.025 \div 0.035$ s, (w zależności od początkowego stopnia otwarcia zaworu kulowego).

Pomiary i analizy wyników dotyczą tylko prostego uderzenia hydraulicznego, tzn. że czas fali ciśnienia T był zawsze większy od czasu zamknięcia zasuw $t_z < T$. Ponadto czas zamknięcia zasuw t_z był zawsze krótszy od czasu t_r powrotu 1-szej odbitej fali ciśnienia do zasuw wylotowej $t_z < t_r$.

Doświadczenie było wykonane przy temperaturze średnio 281 K. Utrzymywanie stałej temperatury było ważne szczególnie dla rurociągów polietylenowych z uwagi na wpływ temperatury na ich właściwości mechaniczne (Janson 1995, Wrzosek 1999).

Charakterystyka ciśnienia uderzenia hydraulicznego $p(t)$ była określona w trzech punktach pomiarowych rurociągu. Rys. 4.4. przedstawia układ do pomiaru i rejestracji uzyskiwanych w trakcie doświadczenia charakterystyk ciśnienia.



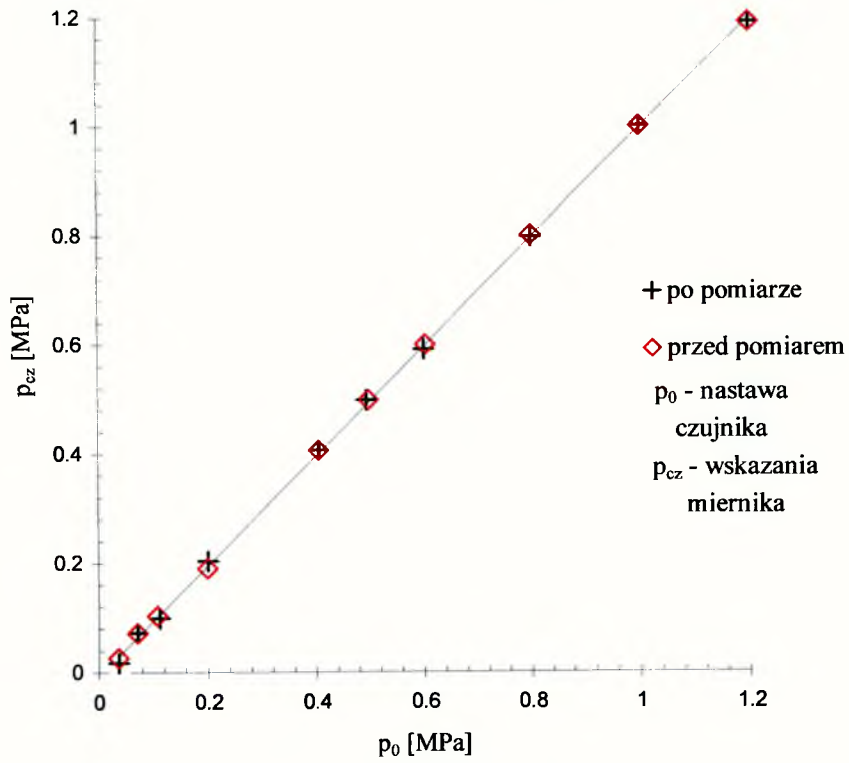
Rys. 4.4. Układ do rejestracji oscylacji ciśnienia.

Charakterystyka ciśnienia uderzenia hydraulicznego $p(t)$ była określana w czterech punktach pomiarowych rurociągu. Punkty zostały ulokowane: na wylocie przy zaworze kulowym MP_1 , tuż przy zmianach przekroju poprzecznego łączonych szeregowo rurociągów MP_2 i MP_4 oraz jako punkt kontrolny przebiegu ciśnienia w środkowej części rurociągu tuż poniżej zbiornika MP_3 . Ciśnienie było mierzone za pomocą systemu złożonego z zestawu czujników tensometrycznych, wzmacniacza ekstensometrów (ZEP - 101) i komputera z kartą AD/DA. Wartości ciśnienia były mierzone w odstępach $5 \mu s$. Czujniki ciśnienia miały liniową charakterystykę pracy ze współczynnikiem korelacji przekraczającym 0.999. Przykładowe charakterystyki tarowania czujników przedstawiono na rys. 4.5. i 4.6, 4.7 (porównanie dwóch czujników 1.2 MPa).

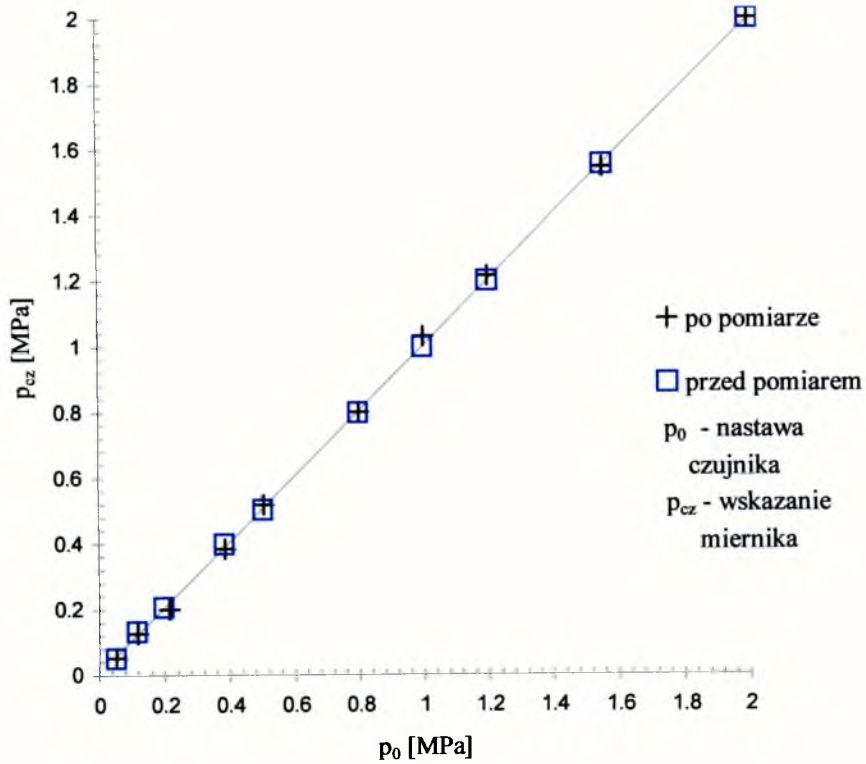
Na ich podstawie można było ocenić stabilność pracy stosowanych przetworników.

Zakres pomiaru czujników (1.2 i 2 MPa) był dobrany stosownie do prędkości strumienia V_0 ustalonego przepływu i spodziewanego maksymalnego ciśnienia w punktach pomiarowych.

Ciśnienie strumienia wody przed uderzeniem hydraulicznym było pomierzone na wylocie rurociągu. Ciśnienie było równe od $0.45 \div 0.50$ MPa. Średnia prędkość V_0 przepływu ustalonego (określona w przekroju obliczeniowym rurociągu oraz dla przekroju na końcu rurociągu) i ciśnienie p_0 było dobrane tak aby nie dopuścić do powstania zjawiska kawitacji podczas uderzenia hydraulicznego (Mitosek 1997, Mitosek 1998).



Rys. 4.5. Charakterystyka tarowania czujnika 1.2 MPa



Rys. 4.6. Charakterystyka tarowania czujnika 2.0 MPa

Pomiary prędkości średniej V_0 oraz natężenia przepływu Q wody w warunkach ustalonych były przeprowadzone przy zastosowaniu metody objętościowej, na wypływie z przewodu, gdzie:

$$V_0 = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4W}{\pi D^2 t} \quad (4.1)$$

Na rys. 4.7. przedstawiono układ wykorzystany do pomiaru średniej prędkości V_0 oraz natężenia przepływu Q wody w warunkach ruchu ustalonego.



Rys. 4.7. Układ do pomiaru natężenia przepływu Q i prędkości średniej V_0 w warunkach ruchu ustalonego.

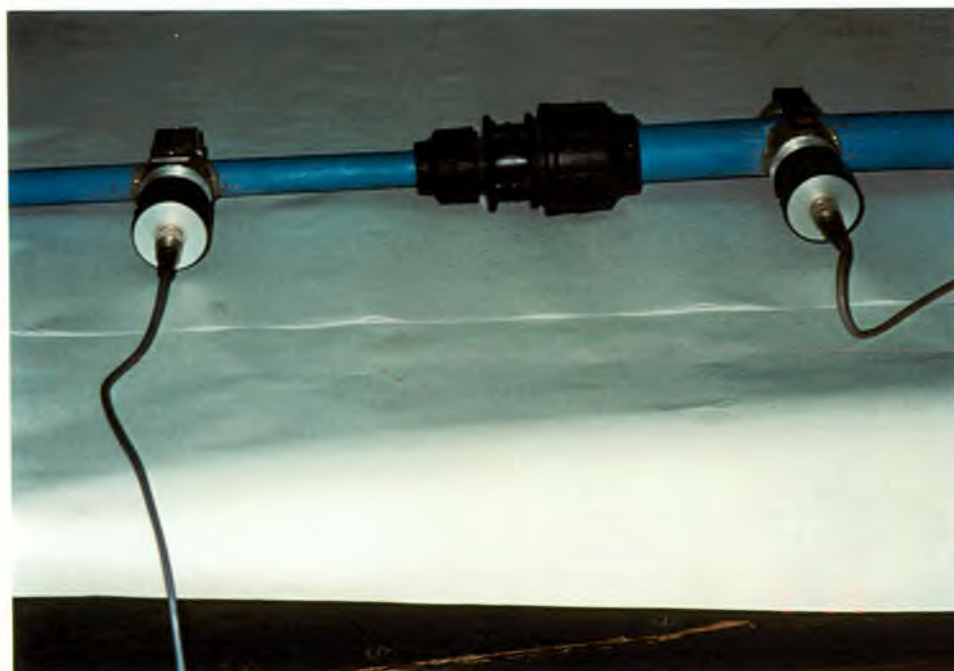
Do pomiarów wykorzystane było naczynie pomiarowe o objętości mierniczej W ($W=40l$). Błąd pomiarowy wynosił 2 mm i wynikał z dokładności podziałki do odczytu głębokości napełnienia naczynia pomiarowego, jak również z trudności określenia położenia zwierciadła wody (z uwagi na menisk). Dla stosowanych w badaniach średnich prędkości

przepływu wody V_0 w ruchu ustalonym, czas t napełniania tej objętości był nie krótszy od 20 s. Do pomiaru czasu użyto stopera, dla którego błąd pomiarowy wynosił 0,2 s i związany był z reakcją na początek i koniec pomiaru. Niepewność względna obliczonej wartości V_0 zgodnie z regułą tymczasową dla ilorazu wynosi 3% (Taylor 1999).

Badane ciągi łączonych szeregowo przewodów układane i mocowane były do sztywnego podłoża wykonanego ze stalowych ceowników, które również uniemożliwiały przemieszczanie się przewodów w trakcie wykonywanych doświadczeń.

Do łączenia przewodów o różnych średnicach wykorzystano system, który umożliwiał sprawną zmianę łączonych przewodów, jak również nie powodował dodatkowych zaburzeń przepływu w miejscu łączenia przewodów o różnych średnicach (wskutek zwiększonej redukcji). W tym celu wykorzystano specjalne złączki, które umożliwiły sprawny montaż i demontaż łączonych przewodów oraz połączenie przewodów nawet o znacznej różnicy średnic.

Na rys. 4.8. przedstawiono połączenie rur polietylenowych z wykorzystaniem złączki redukcyjnej.



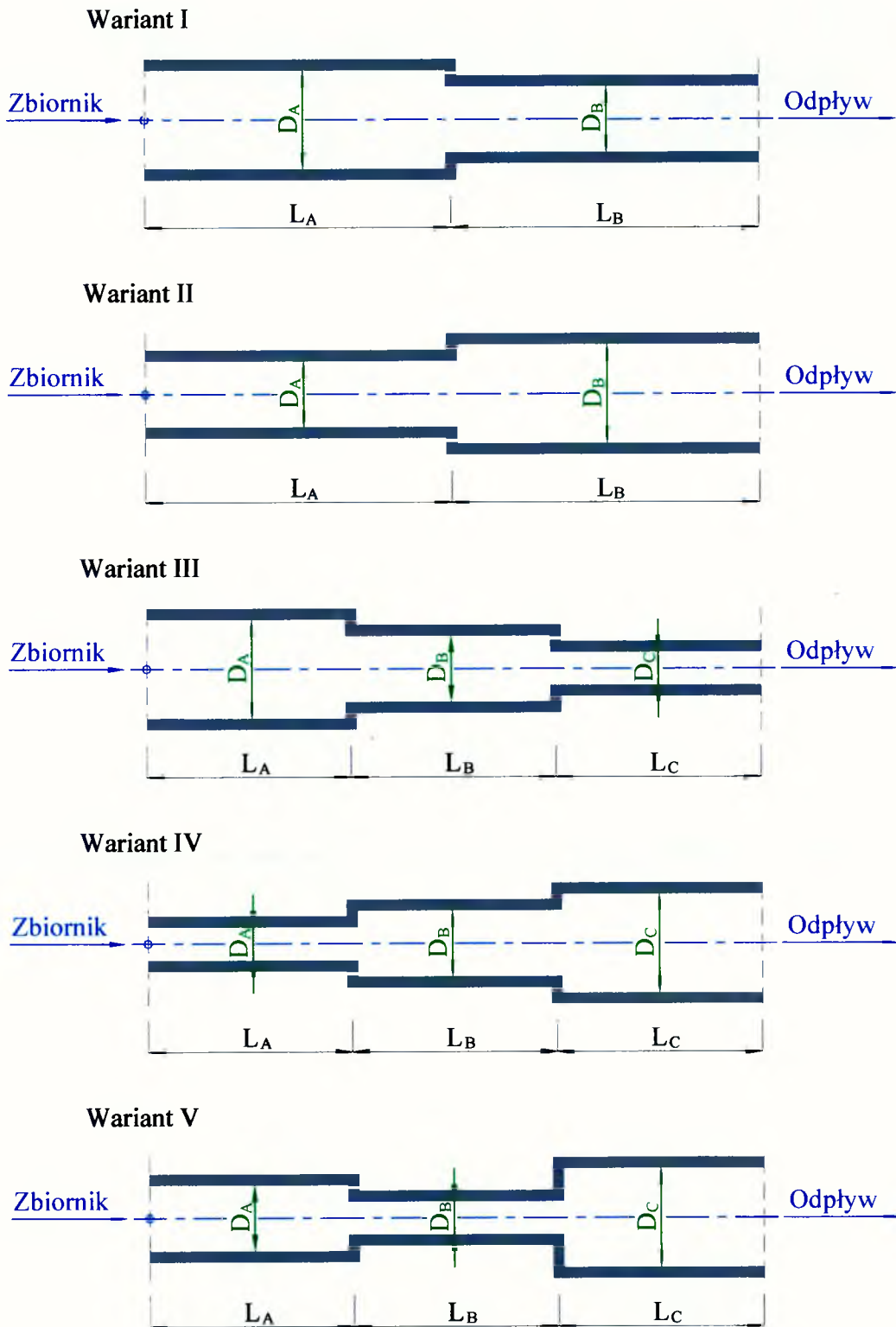
Rys. 4.8. Połączenie rur polietylenowych o różnych średnicach oraz czujniki tensometryczne zamontowane na odcinku zmiany średnic.

Natomiast przewody stalowe były łączone przy pomocy klasycznej armatury. Również ten sposób łączenia przewodów ograniczał dodatkowe zaburzenia przepływu wody, z wyjątkiem wpływu redukcji średnic. Rys 4.9. przedstawia sposób łączenia przewodów stalowych.



Rys. 4.9. Połączenie rur stalowych o różnych średnicach oraz czujniki tensometryczne zamontowane na odcinku zmiany średnic.

W doświadczeniach stosowanych było pięć wariantów rurociągów - odcinki rur połączonych szeregowo. Rys. 4.10. przedstawia kolejne warianty rurociągów.



Rys. 4.10. Warianty badanych układów przewodów łączonych szeregowo.

4.2. SPOSÓB WYKONANIA DOŚWIADCZENIA, REZULTATY BADAŃ.

Przed przystąpieniem do wykonania doświadczeń bardzo ważne było dokładne odpowietrzenie całej instalacji rurowej. Następnie ustalane były parametry przepływu stacjonarnego przy zadanym ciśnieniu w zbiorniku hydroforowym (2). Żądaną wartość ciśnienia można było uzyskać dzięki zaworowi redukcyjnemu (1) na przewodzie zasilającym. W celu określenia średniej prędkości przepływu w ruchu ustalonym V_0 mierzony był czas napełnienia objętości W w naczyniu pomiarowym (6). Następnie zamykając gwałtownie zawór kulowy (11) zainstalowany na końcu ciągu badanych przewodów przy jednoczesnym zamknięciu zaworu redukcyjnego (1) wywoływano uderzenie hydrauliczne. Czas zamknięcia zaworu t_z za każdym razem był rejestrowany. Jednocześnie rejestrowane były wartości ciśnienia dla kolejnych chwil czasowych przebiegu uderzenia hydraulicznego. Dzięki dostatecznie dużej objętości zbiornika hydroforowego (2), zjawisko uderzenia hydraulicznego przebiegało między tym zbiornikiem a zaworem kulowym (11), (można było pominąć zmiany ciśnienia w samym zbiorniku). Czas trwania uderzenia hydraulicznego dla badanych wariantów długości łączonych przewodów nie przekraczał 8 s.

Doświadczenia przeprowadzono dla przyjętych kombinacji połączeń przewodów wykonanych z tego samego materiału, ale o różnych parametrach geometrycznych (różnych średnicach i długościach odcinków łączonych przewodów). Każdy rodzaj przewodu został opisany symbolem, i tak:

P - rury polietylenowe MDPE, o grubych ściankach;

C - rury polietylenowe MDPE, o cienkich ściankach;

S - rury stalowe.

W trakcie prowadzenia pomiarów dla przewodów wykonanych z polietylenu MDPE cienkich, dla uzyskania prawidłowych wyników doświadczeń, konieczna była kontrola temperatury strumienia wody i otoczenia. W przewodach tego rodzaju odnotowano wpływ temperatury strumienia wody na prędkość fali ciśnienia (Wrzosek 1998).

Dla każdego schematu przedstawiono poniżej tabele wraz z przykładowymi seriami pomiarowymi. Ze względu na znaczną ilość danych pomiarowych, w tym wykresów, wszystkie uzyskane wyniki zostały zarchiwizowane i są do dyspozycji w Zakładzie Hydrauliki IZWiBW PW.

W prezentowanych tabelach oprócz numeru serii i długości łączonych przewodów podano:

c_e - prędkość fali ciśnienia dla ciągu przewodów, (prędkość ekwiwalentna);

t_z - czas zamykania zaworu kulowego;

- V_0 - średnia wartość prędkości wody dla ruchu ustalonego;
- Δp_{rzecz} - wartość przyrostu ciśnienia w pierwszej fazie przebiegu uderzenia hydraulicznego odczytana z pomierzonej charakterystyki ciśnienia;
- Δp_{obl} - wartość przyrostu ciśnienia w pierwszej fazie przebiegu uderzenia hydraulicznego obliczona na podstawie wzoru Żukowskiego (1.1);
- Δp_{max} - zarejestrowana maksymalna wartość przyrostu ciśnienia w czasie przebiegu zjawiska uderzenia hydraulicznego;

W wyniku przeprowadzonych doświadczeń wyznaczone zostały prezentowane poniżej charakterystyki ciśnienia. Dla każdego z badanych schematów łączonych przewodów przedstawiono charakterystykę ciśnienia na zasuwie wylotowej oraz porównanie charakterystyk $p(t)$ zanotowanych dla poszczególnych (od trzech do czterech) przekrojów rurociągu danego typu (przy zasuwie wylotowej MP₁, w miejscu łączenia rur o różnych średnicach MP₂ i MP₄, w pobliżu zbiornika MP₃). Porównanie tych charakterystyk pozwana na całościową analizę przebiegu zjawiska.

Z uwagi na niestabilny charakter przebiegu zjawiska uderzenia hydraulicznego ważna jest szczegółowa analiza otrzymanych charakterystyk ciśnienia. Taka analiza była możliwa dzięki stosowanemu układowi pomiarowemu, który pozwalał na rozciąganie wykresów względem czasu. Ponadto, możliwe było powiększenie szczegółów wykresów, co dodatkowo pozwalało ocenić możliwe zmiany przebiegu charakterystyk wywołane, np. oddziaływaniem pęcherzyków powietrza, bowiem ruch wahadłowy cieczy może sprzyjać lokalnej desorpcji powietrza w obszarach silnego spadku ciśnienia w strumieniu. Generalnie przyjmuje się, że proces odgazowywania w sposób istotny tłumi wahania ciśnienia, łagodząc przebieg zjawiska uderzenia hydraulicznego w przewodzie (Mitosek 1994). Jednakże, procesowi temu towarzyszą lokalne oscylacje w trakcie uderzenia hydraulicznego. Ich obecność świadczyłaby o możliwym wpływie desorpcji na niestabilny przepływ cieczy.

Możliwość rozciągnięcia charakterystyk ciśnienia $p(t)$ pozwoliła również na dokładne, z błędem mniejszym od 2 %, wyznaczenie okresu fali T . Mierząc okres T można było dla danej długości L wyznaczyć ze wzoru (3.3.3.29) szukaną prędkość ekwiwalentną fali ciśnienia c_e . Rezultaty obliczeń przedstawiono w prezentowanych tabelach.

PRZEWODY STALOWE - I WARIANT POŁĄCZEŃ

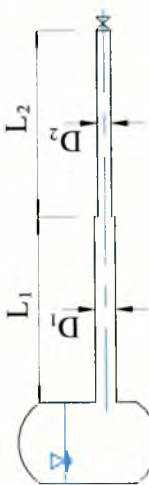
PARAMETRY BADANYCH PRZEWODÓW:

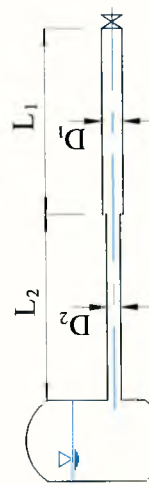
SCHEMAT I

$D_1 = 42$ mm (maksymalna długość przewodu $L_1 = 26.45$ m)

$D_2 = 35$ mm (maksymalna długość przewodu $L_2 = 21.20$ m)

L - maksymalna długość łączonych przewodów; $L = 47.65$ m.

WARIANT I		Series	L_1 m	L_2 m	L_1/L_2	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{przech} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
		S1	26.45	0	1	1280	0.017	0.194	2.50	2.48	2.50
		S1S2a	26.45	14.30	0.648	1310	0.019	0.538	7.00	7.04	7.00
		S1S2	26.45	21.20	0.555	1320	0.020	0.520	6.80	6.86	6.80
		S1S2b	14.30	26.45	0.346	1306	0.021	0.342	4.40	4.47	4.40
		S2	0	21.20	0	1280	0.019	0.392	5.00	5.02	5.00

WARIANT II		Series	L_1 m	L_2 m	L_1/L_2	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{przech} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
		S2	0	21.20	0	1280	0.019	0.392	5.00	5.02	5.00
		S2S1a	26.45	12.20	0.68	1190	0.020	0.253	3.00	3.01	5.90
		S2S1	26.45	21.20	0.555	1155	0.021	0.203	3.50	2.60	3.90
		S2S1b	12.20	26.45	0.32	1205	0.018	0.198	2.30	2.39	4.00
		S1	26.45	0	1	1280	0.017	0.194	2.50	2.48	2.50

SCHEMAT 2

$D_1 = 42$ mm (maksymalna długość przewodu $L_1 = 26.45$ m)
 $D_3 = 26.5$ mm (maksymalna długość przewodu $L_3 = 21.20$ m)
 L - maksymalna długość łączonych przewodów; $L = 47.65$ m.

WARIANT I		Serial	L_1 m	L_3 m	L_1/L	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	ΔP_{przez} bar	ΔP_{obl} bar	ΔP_{max} bar
		S1	26.45	0	1	1280	0.017	0.194	2.50	2.48	2.50
		S1S3a	26.45	14.30	0.649	1510	0.020	0.378	5.00	4.84	5.00
		S1S3	26.45	21.20	0.555	1590	0.023	0.459	5.90	5.88	6.00
		S1S3b	14.30	26.45	0.35	1500	0.021	0.442	6.60	6.63	6.60
		S3	0	21.20	0	1280	0.022	0.470	6.00	6.02	6.00

WARIANT II		Serial	L_1 m	L_3 m	L_1/L	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	ΔP_{przez} bar	ΔP_{obl} bar	ΔP_{max} bar
		S3	0	21.20	0	1280	0.022	0.470	6.00	6.02	6.00
		S3S1a	26.45	14.30	0.649	956	0.021	0.305	2.90	2.92	5.20
		S3S1	26.45	21.20	0.555	940	0.020	0.253	2.90	3.24	6.10
		S3S1b	14.30	26.45	0.35	980	0.019	0.280	2.75	2.74	5.30
		S1	26.45	0	1	1280	0.017	0.194	2.50	2.48	2.50

SCHEMAT 3

$D_1 = 42$ mm (maksymalna długość przewodu $L_1 = 26.45$ m)

$D_4 = 21$ mm (maksymalna długość przewodu $L_4 = 24.60$ m)

L - maksymalna długość łączonych przewodów; $L = 51.05$ m.

WARIANT I		Seria	L_1 m	L_4 m	L_1/L_4	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{rzecz} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
		S1	26.45	0	1	1280	0.017	0.194	2.50	2.48	2.50
		S1S4a	26.45	12.20	0.684	1610	0.022	0.498	6.30	6.37	6.30
		S1S4	26.45	24.60	0.518	1720	0.019	0.466	6.25	5.96	6.25
		S1S4b	7.30	24.60	0.229	1330	0.020	0.359	4.65	4.60	4.80
		S4	0	24.60	0	1280	0.023	0.375	4.90	4.80	4.90

WARIANT II		Seria	L_1 m	L_4 m	L_1/L_4	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{rzecz} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
		S4	0	24.60	0	1280	0.023	0.375	4.90	4.80	4.90
		S4S1a	26.45	6.20	0.810	880	0.020	0.258	3.60	3.30	6.10
		S4S1	26.45	18.40	0.590	760	0.018	0.195	2.60	2.50	5.50
		S4S1b	7.30	24.60	0.229	790	0.021	0.466	6.80	5.96	6.80
		S1	26.45	0	1	1280	0.017	0.194	2.50	2.48	2.50

PRZEWODY STALOWE - III WARIANT POŁĄCZEŃ

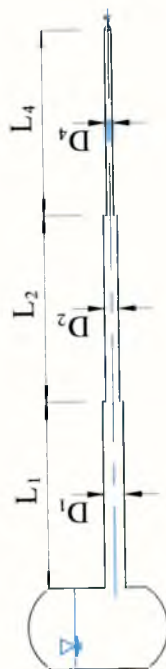
PARAMETRY BADANYCH PRZEWODÓW:

$D_1 = 42$ mm, długość przewodu $L_1 = 13.30$ m

$D_2 = 35$ mm, długość przewodu $L_2 = 14.15$ m

$D_4 = 21$ mm, długość przewodu $L_4 = 12.20$ m

L - całkowita długość łączonych przewodów; $L = 39.65$ m.



Seria	L_1 m	L_2 m	L_4 m	L_4/L	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{rzecz} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
S1S2S4	13.30	14.15	12.20	0.308	1690	0.017	0.417	5.10	5.30	5.10
					1690	0.019	0.648	6.70	8.30	6.70

PRZEWODY STALOWE - IV WARIANT POŁĄCZEŃ

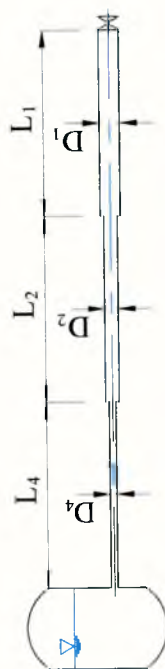
PARAMETRY BADANYCH PRZEWODÓW:

$D_1 = 42$ mm, długość przewodu $L_1 = 13.30$ m

$D_2 = 35$ mm, długość przewodu $L_2 = 14.15$ m

$D_4 = 21$ mm, długość przewodu $L_4 = 12.20$ m

L - całkowita długość łączonych przewodów; $L = 39.65$ m.



Seria	L_1 m	L_2 m	L_4 m	L_1/L	c_c m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{rzecz} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
S4S2S1	13.30	14.15	12.20	0.335	700	0.022	0.157	2.00	2.01	4.20
					730	0.019	0.219	2.80	2.80	6.50
					720	0.021	0.249	3.30	3.19	6.90

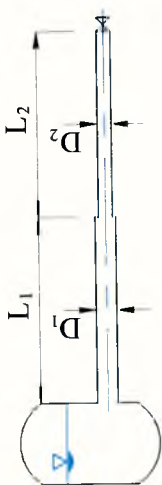
PRZEWODY POLIETYLENOWE MDPE (GRUBA ŚCIANKA) - I i II WARIANT POŁĄCZEŃ


PARAMETRY BADANYCH PRZEWODÓW:
SCHEMAT 1

$D_1 = 40.8$ mm (maksymalna długość przewodu $L_1 = 24.00$ m)

$D_2 = 32.6$ mm (maksymalna długość przewodu $L_2 = 24.00$ m)

L - maksymalna długość łączonych przewodów; $L = 48.00$ m.

WARIANT I		Series	L_1 m	L_2 m	L_1/L	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	ΔP_{przecc} bar	ΔP_{obl} bar	ΔP_{max} bar
		P1	24.0	0	0	390	0.029	0.77	3.00	2.85	3.00
		P1P2a	24.0	6.0	0.20	422	0.028	1.38	5.30	5.38	5.30
		P1P2b	24.0	12.0	0.33	430	0.032	0.80	3.10	3.44	3.10
		P1P2	24.0	24.0	0.50	435	0.034	1.16	4.50	4.57	4.50
		P1P2c	12.0	24.0	0.67	430	0.029	0.89	3.70	3.82	3.70
		P2	0	24.0	1	390	0.028	1.21	4.95	4.72	4.95

WARIANT II		Series	L_1 m	L_2 m	L_1/L	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	ΔP_{przecc} bar	ΔP_{obl} bar	ΔP_{max} bar
		P2	0	24.0	1	390	0.028	1.21	4.95	4.72	4.95
		P2P1a	12.0	24.0	0.33	370	0.030	0.89	3.30	3.29	4.00
		P2P1	24.0	24.0	0.50	350	0.033	0.95	3.30	3.32	4.35
		P2P1b	24.0	12.0	0.67	360	0.033	1.00	3.42	3.60	4.70
		P1	24.0	0	0	390	0.029	0.77	3.00	2.85	3.00

SCHEMAT 2

$D_1 = 40.8$ mm (maksymalna długość przewodu $L_1 = 24.25$ m)

$D_3 = 26$ mm (maksymalna długość przewodu $L_3 = 24.85$ m)

L - maksymalna długość łączonych przewodów; $L = 49.10$ m.

WARIANT I		Seria	L_1 m	L_3 m	L_1/L_3	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{rzecz} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
		P1	24.25	0	0	390	0.029	0.77	3.00	2.85	3.00
		PIP3a	24.25	12.00	0.330	465	0.030	1.20	5.90	5.88	5.90
		PIP3	24.25	24.85	0.50	473	0.032	1.35	6.35	6.39	6.35
		PIP3b	12.00	24.85	0.67	460	0.031	1.10	5.00	5.06	5.00
		P3	0	24.85	1	390	0.030	0.94	3.70	3.67	3.70

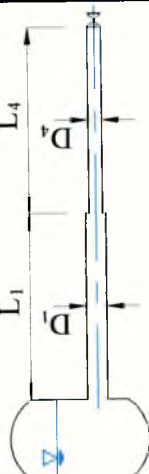
WARIANT II		Seria	L_1 m	L_3 m	L_1/L_3	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{rzecz} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
		P3	0	24.85	1	390	0.030	0.94	3.70	3.67	3.70
		P3P1a	12.00	24.85	0.330	300	0.034	0.98	2.90	2.94	4.50
		P3P1	26.45	21.20	0.54	280	0.035	0.93	2.60	2.60	6.25
		P3P1b	24.25	12.00	0.67	295	0.033	0.89	2.60	2.63	4.90
		P1	24.25	0	0	390	0.029	0.77	3.00	2.85	3.00

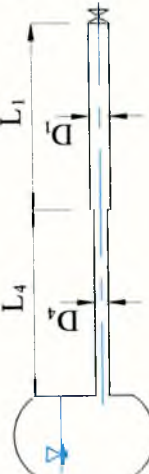
SCHEMAT 3

$D_1 = 40.8$ mm (maksymalna długość przewodu $L_1 = 24.25$ m)

$D_4 = 20.4$ mm (maksymalna długość przewodu $L_4 = 25.00$ m)

L - maksymalna długość łączonych przewodów; $L = 49.25$ m.

WARIANT I		Seria	L_1 m	L_4 m	L_1/L_4	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{rzecz} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
		P1	24.25	0	0	390	0.029	0.77	3.00	2.85	3.00
		PIP4a	24.25	12.50	0.34	501	0.033	1.50	7.50	7.51	7.50
		PIP4	24.25	25.00	0.49	523	0.031	1.39	7.25	7.27	7.25
		PIP4b	12.10	25.00	0.670	495	0.032	1.10	5.40	5.45	5.40
		P4	0	25.00	1	390	0.030	1.05	4.09	4.10	4.09

WARIANT II		Seria	L_1 m	L_4 m	L_1/L_4	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{rzecz} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
		P4	0	25.00	1	390	0.030	1.05	4.09	4.10	4.09
		P4P1a	12.10	25.00	0.33	250	0.033	0.67	1.30	1.31	4.80
		P4P1	24.25	25.00	0.49	225	0.035	0.81	1.80	1.83	5.60
		P4P1b	24.25	12.50	0.670	266	0.032	0.79	2.10	2.10	4.75
		P1	24.25	0	0	390	0.029	0.77	3.00	2.85	3.00

PRZEWODY POLIETYLENOWE MDPE (GRUBA ŚCIANKA) - III WARIANT POŁĄCZEŃ

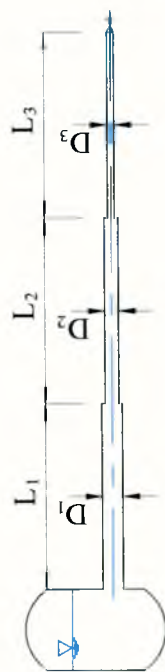
PARAMETRY BADANYCH PRZEWODÓW:

$D_1 = 40.8$ mm, długość przewodu $L_1 = 12.00$ m

$D_2 = 32.6$ mm, długość przewodu $L_2 = 12.00$ m

$D_3 = 26.0$ mm, długość przewodu $L_3 = 12.00$ m

L - całkowita długość łączonych przewodów; $L = 36.00$ m.



Seria	L_1 m	L_2 m	L_3 m	L_3/L	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{rzecz} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
P1P2P3	12.00	12.00	12.00	0.333	458	0.028	0.917	4.20	4.19	4.20
					458	0.029	0.983	4.50	4.48	4.50

PRZEWODY POLIETYLENOWE MDPE (GRUBA ŚCIANKA) - IV WARIANT POŁĄCZEŃ

PARAMETRY BADANYCH PRZEWODÓW:

$D_1 = 40.8$ mm, długość przewodu $L_1 = 12.00$ m

$D_2 = 32.6$ mm, długość przewodu $L_2 = 12.00$ m

$D_3 = 26.0$ mm, długość przewodu $L_3 = 12.00$ m

L - całkowita długość łączonych przewodów; $L = 36.00$ m.



Seria	L_1 m	L_2 m	L_3 m	L_3/L	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{rzecz} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
P3P2P1	12.00	12.00	12.00	0.333	288	0.033	1.2	3.50	3.47	6.50
					288	0.030	0.97	2.80	2.79	5.00

PRZEWODY POLIETYLENOWE MDPE (GRUBA ŚCIANKA) - V WARIANT POŁĄCZEŃ

PARAMETRY BADANYCH PRZEWODÓW:

$D_1 = 40.8$ mm, długość przewodu $L_1 = 12.00$ m

$D_2 = 32.6$ mm, długość przewodu $L_2 = 12.00$ m

$D_3 = 26.0$ mm, długość przewodu $L_3 = 12.00$ m

L - całkowita długość łączonych przewodów; $L = 36.00$ m.



Seria	L_1 m	L_2 m	L_3 m	L_3/L	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{rzecz} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
P2P1P3	12.00	12.00	12.00	0.333	303	0.032	0.2	5.95	6.00	7.00
					306	0.034	0.15	4.60	4.59	5.85

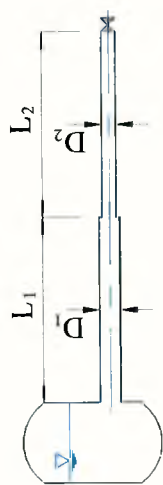
PRZEWODY POLIETYLENOWE MDPE (CIENKA ŚCIANKA) - I i II WARIANT POŁĄCZEŃ

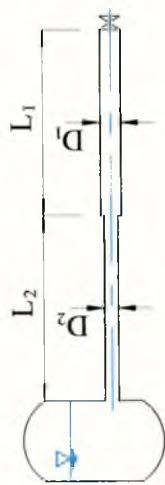
PARAMETRY BADANYCH PRZEWODÓW:

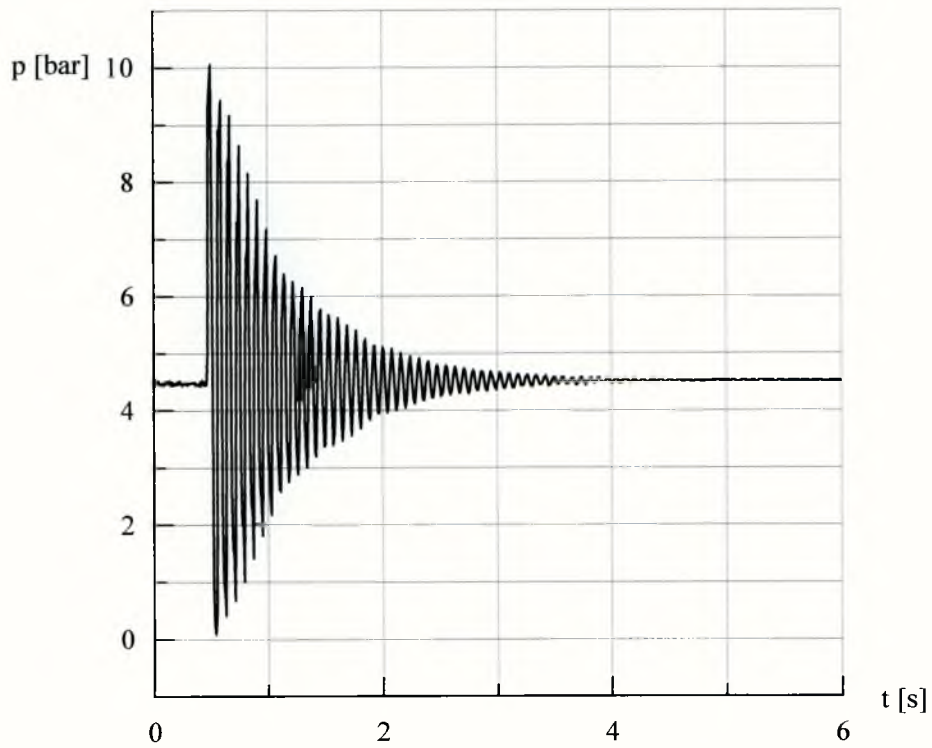
$D_1 = 44$ mm (całkowita długość przewodu $L_1 = 21.00$ m)

$D_2 = 35.2$ mm (całkowita długość przewodu $L_2 = 21.00$ m)

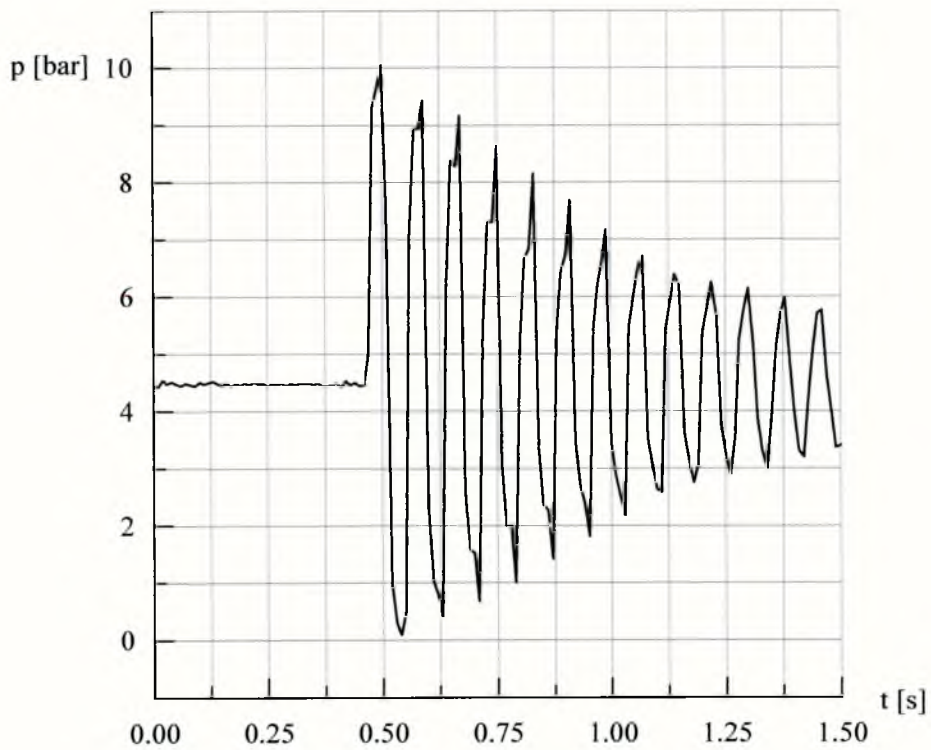
L - maksymalna długość łączonych przewodów; $L = 42.00$ m.

WARIANT I		Series	L_1 m	L_2 m	L_1/L	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{przecc} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
	C1	21.0	0	0	310	0.027	1.43	4.25	4.43	4.25	
	C1C2a	21.0	9.0	0.30	340	0.025	1.42	4.40	4.8	4.40	
	C1C2	21.0	21.0	0.50	365	0.028	1.39	5.10	5.07	5.10	
	C2	0	21.0	1	310	0.030	1.28	4.00	3.97	4.00	

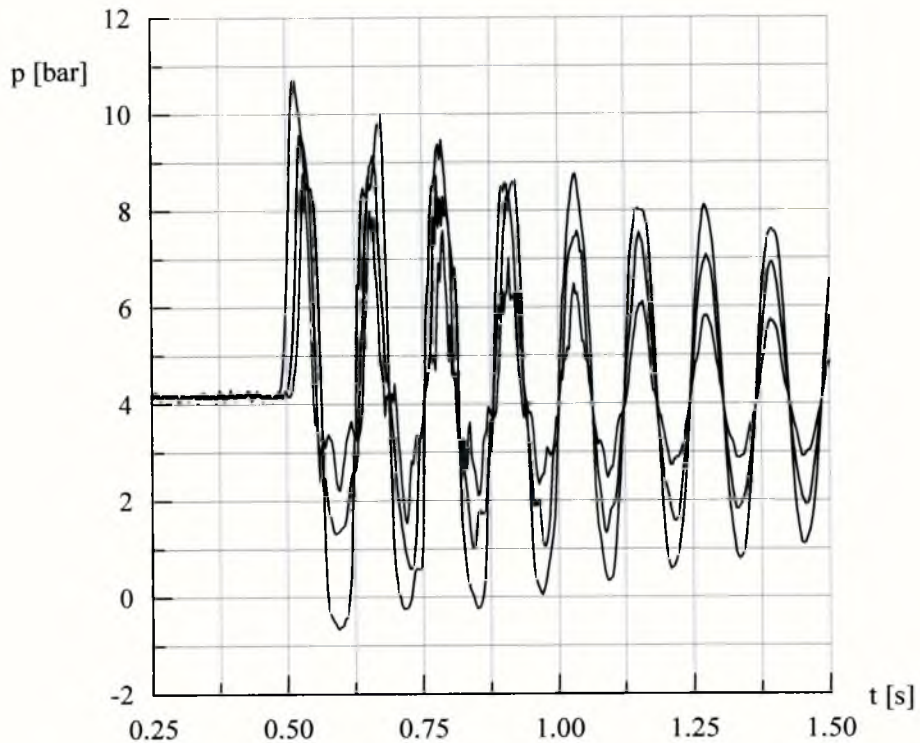
WARIANT II		Series	L_1 m	L_2 m	L_1/L	c_e m/s	t_z s	V_0 m/s	Δp_{przecc} bar	Δp_{obl} bar	Δp_{max} bar
	C2	0	21.0	1	310	0.030	1.28	4.00	3.97	4.00	
	C2C1a	21.0	9.0	0.3	265	0.028	0.86	2.15	2.27	3.30	
	C2C1	21.0	21.0	0.50	270	0.025	1.16	3.05	3.13	4.30	
	C1	21.0	0	0	310	0.027	1.43	4.25	4.43	4.25	



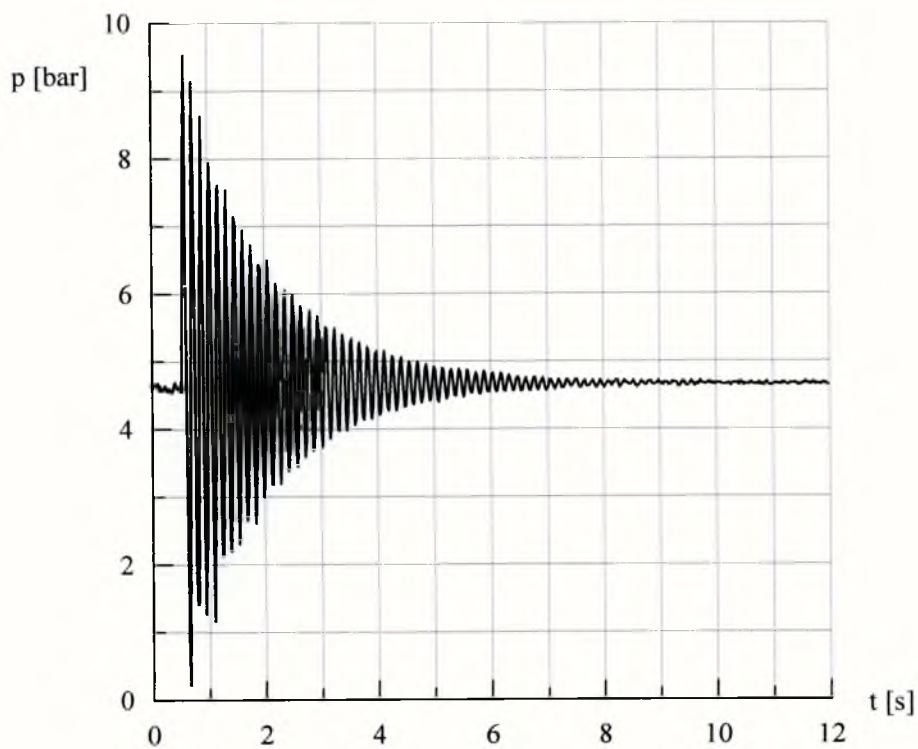
Rys. 4.11 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w przewodzie stalowym S4 ($D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



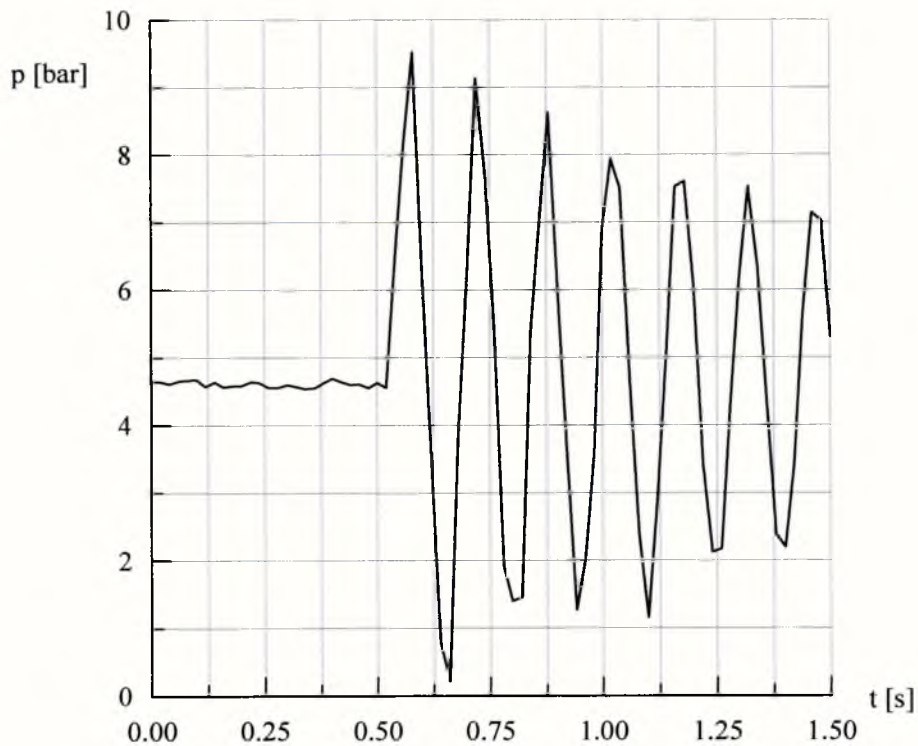
Rys. 4.12 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w przewodzie stalowym S4 ($D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



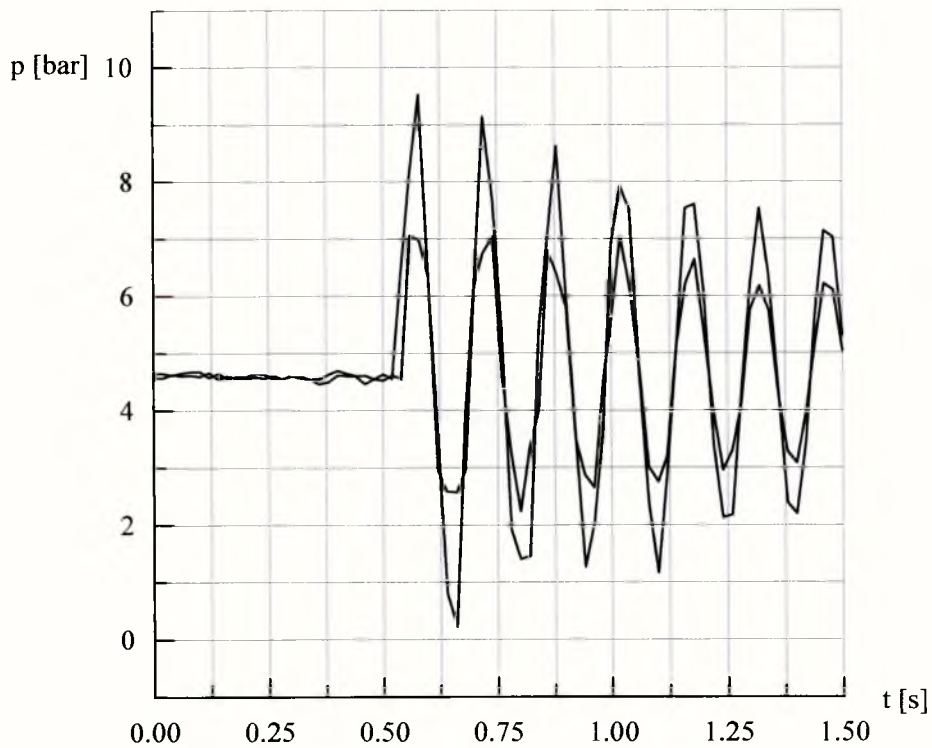
Rys. 4.13 Charakterystyki przebiegu fali ciśnienia w przewodzie stalowym S4 ($D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$) dla dwóch punktów pomiarowych MP_1 i MP_3 - rozciągnięta na osi czasu.



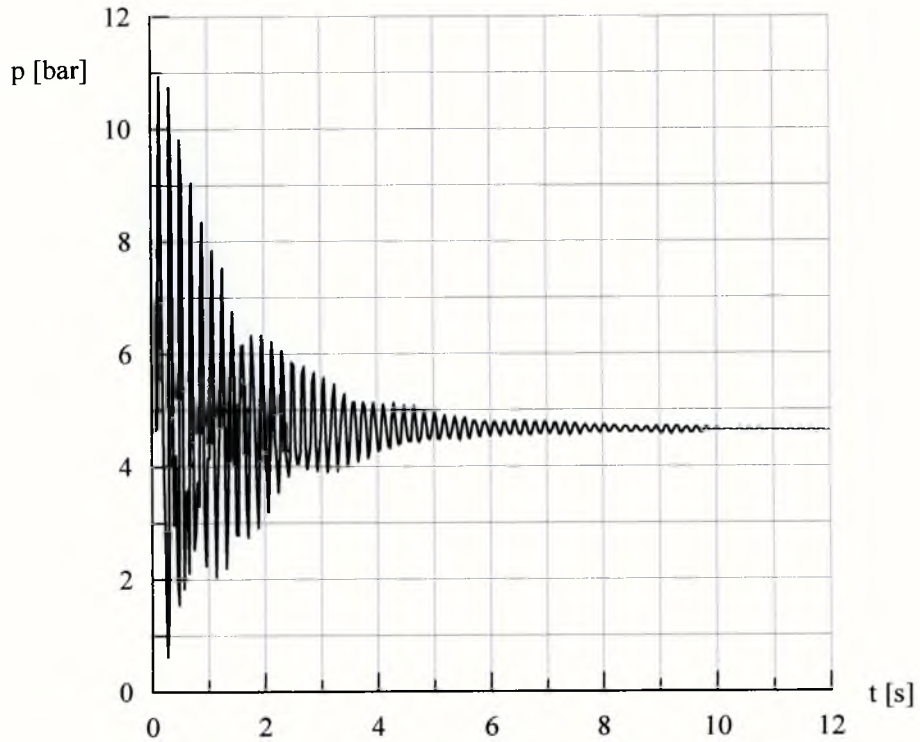
Rys. 4.14 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S1S4a ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=12.20\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



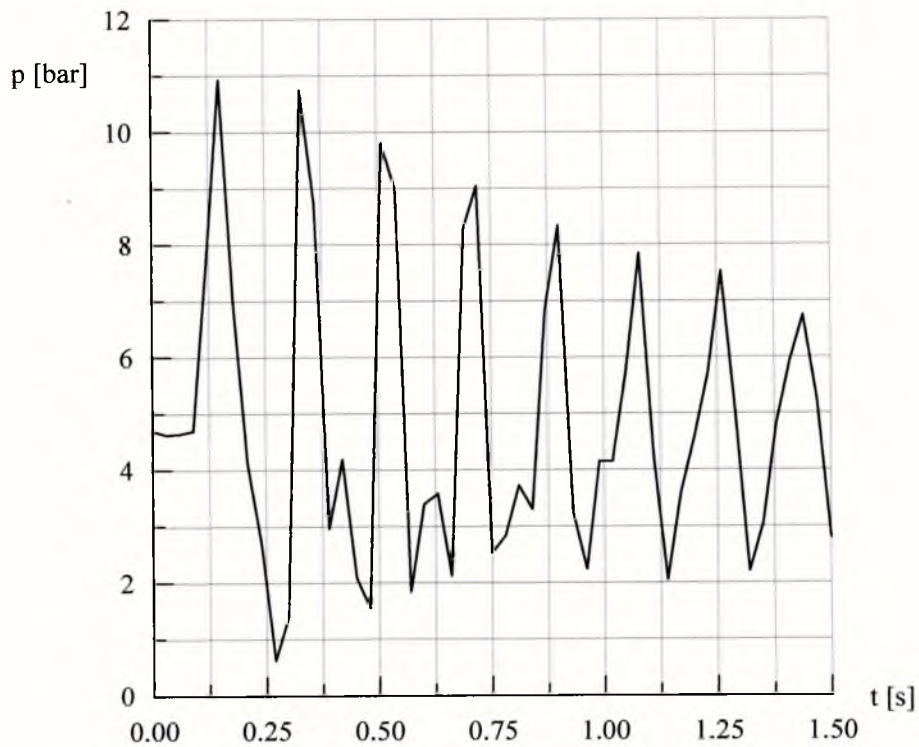
Rys. 4.15 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych SIS4a ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=12.20\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



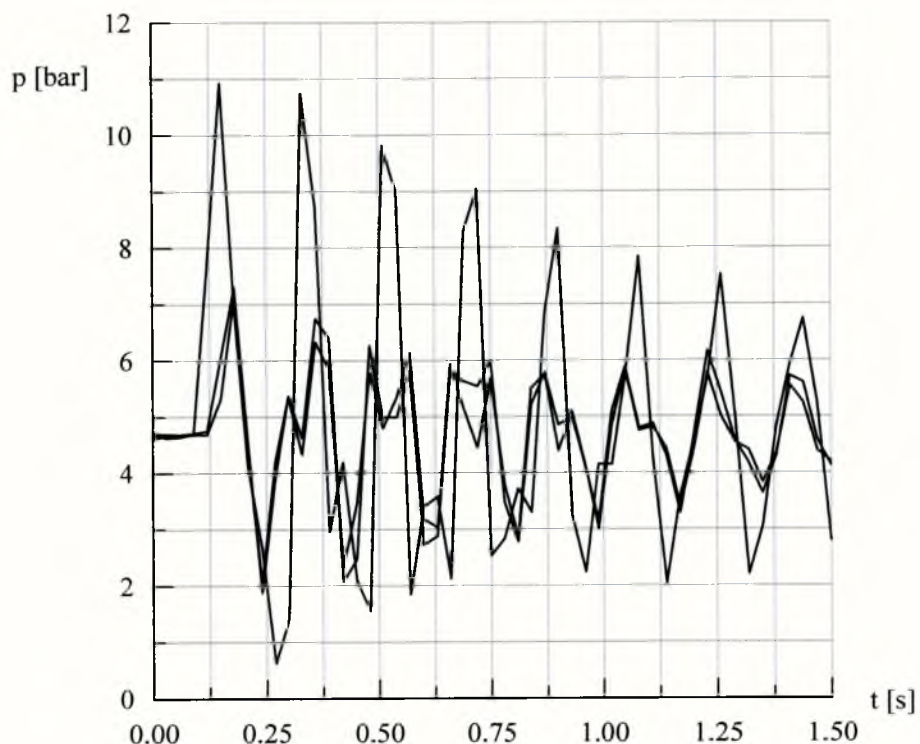
Rys. 4.16 Charakterystyki przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych SIS4a ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=12.20\text{m}$) dla dwóch punktów pomiarowych MP_1 i MP_3 - rozciągnięta na osi czasu.



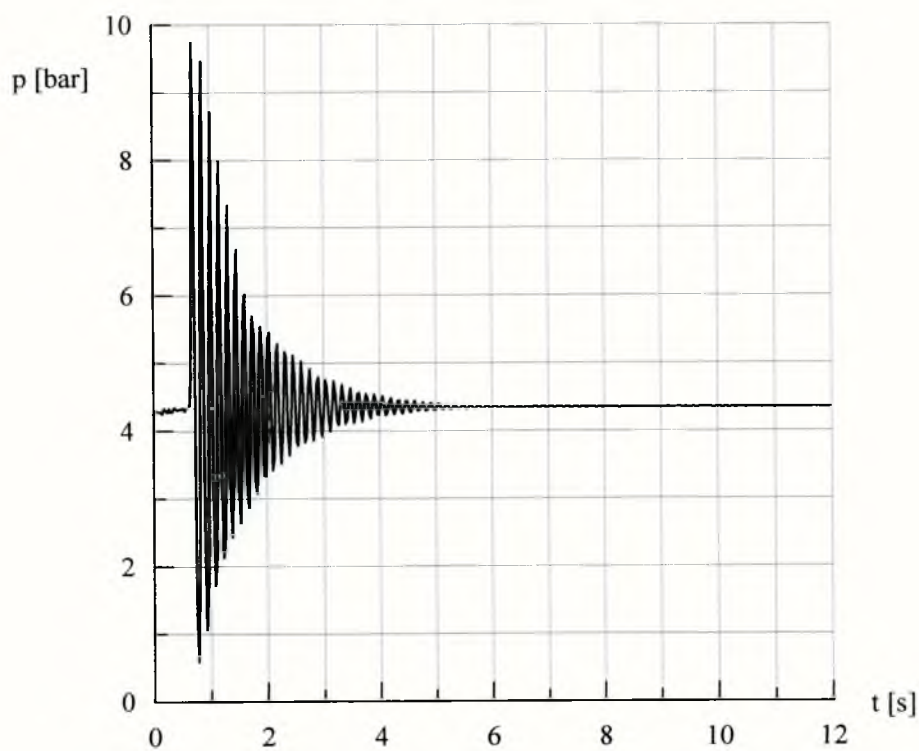
Rys. 4.17 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych SIS4 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



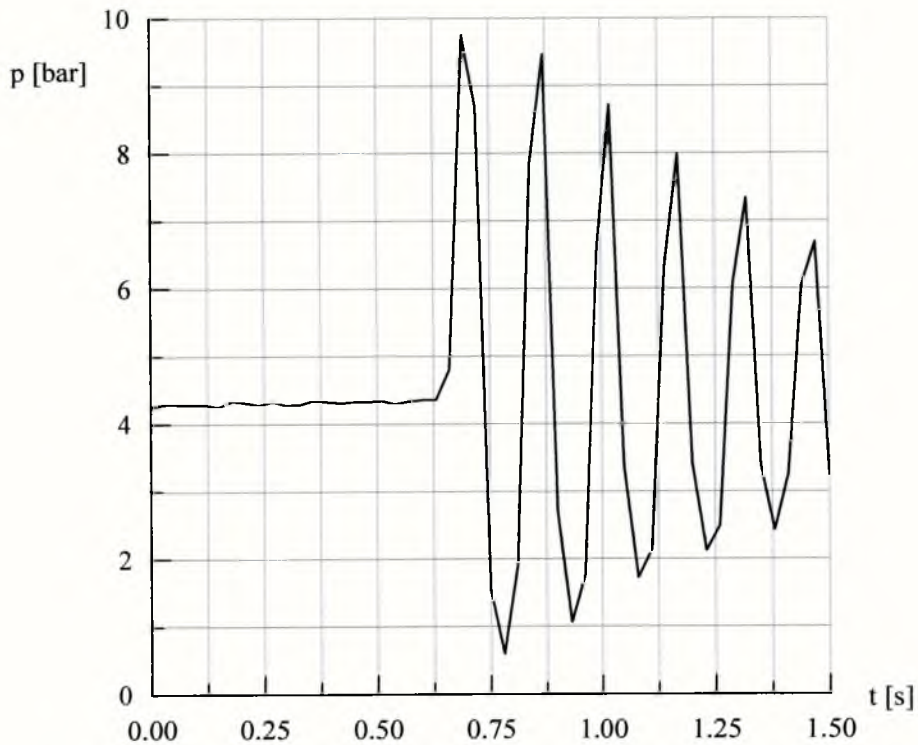
Rys. 4.18 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych SIS4 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



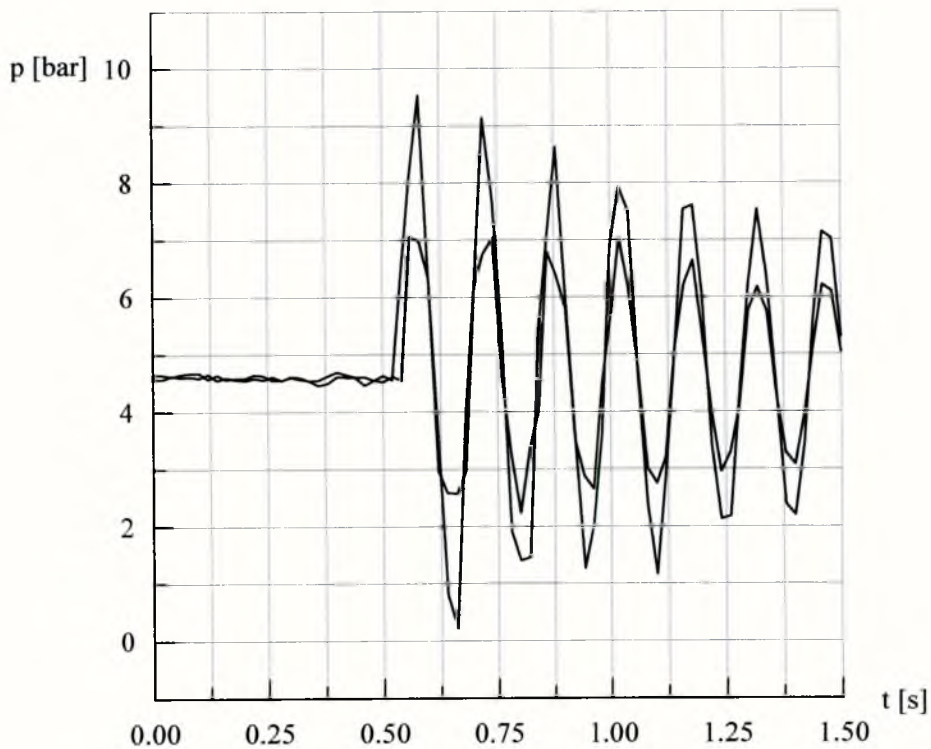
Rys. 4.19 Charakterystyki przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych SIS4 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$) dla trzech punktów pomiarowych MP_1 , MP_2 i MP_3 - rozciągnięta na osi czasu.



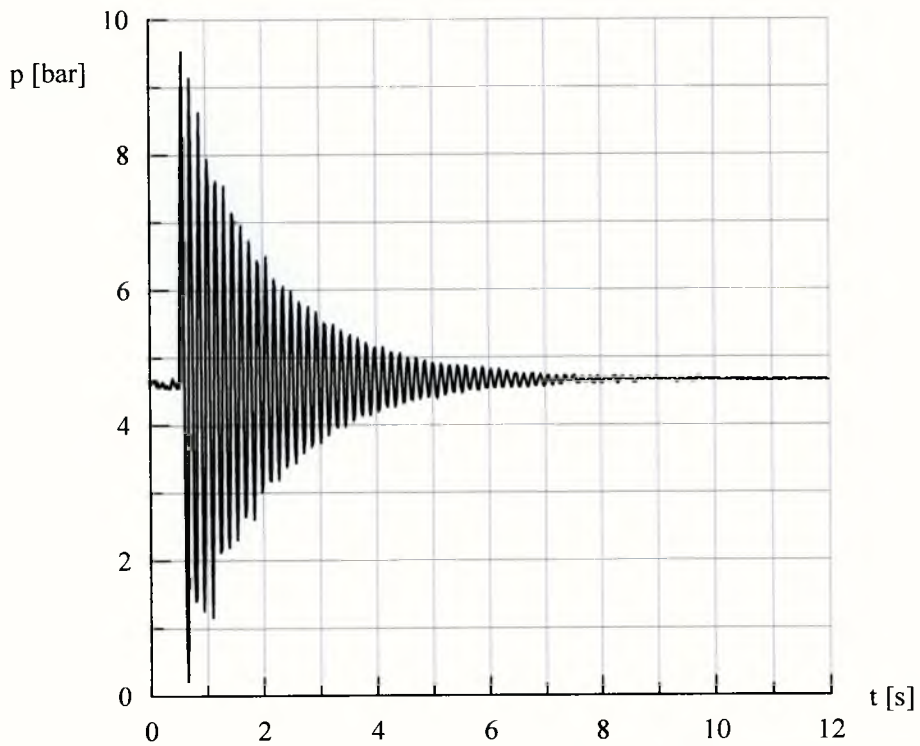
Rys. 4.20 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych SIS4b ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=7.30\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



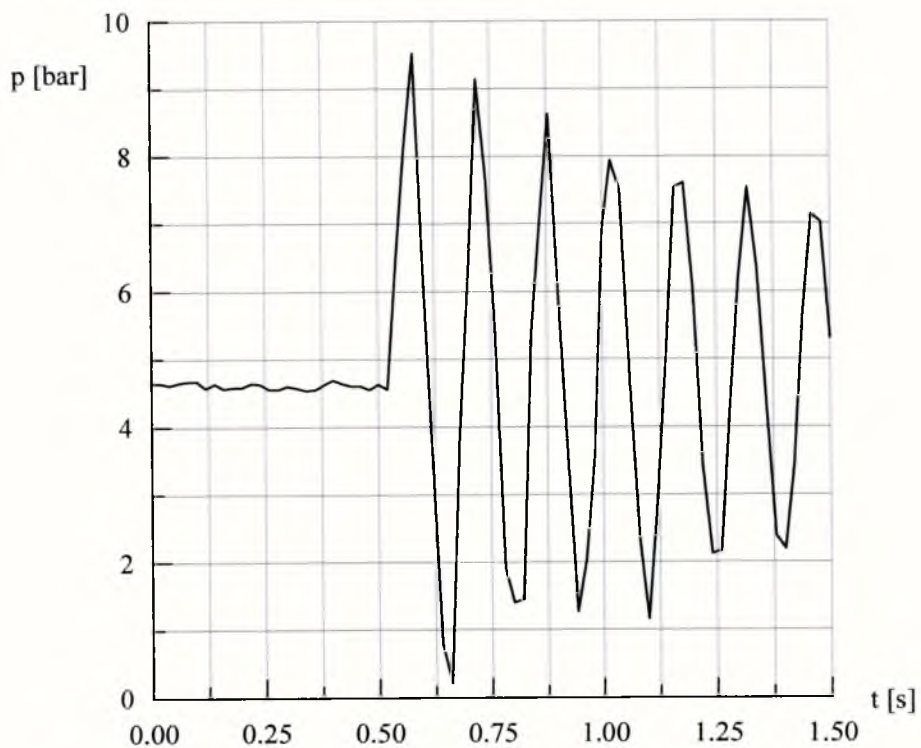
Rys. 4.21 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych SIS4b ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=7.30\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



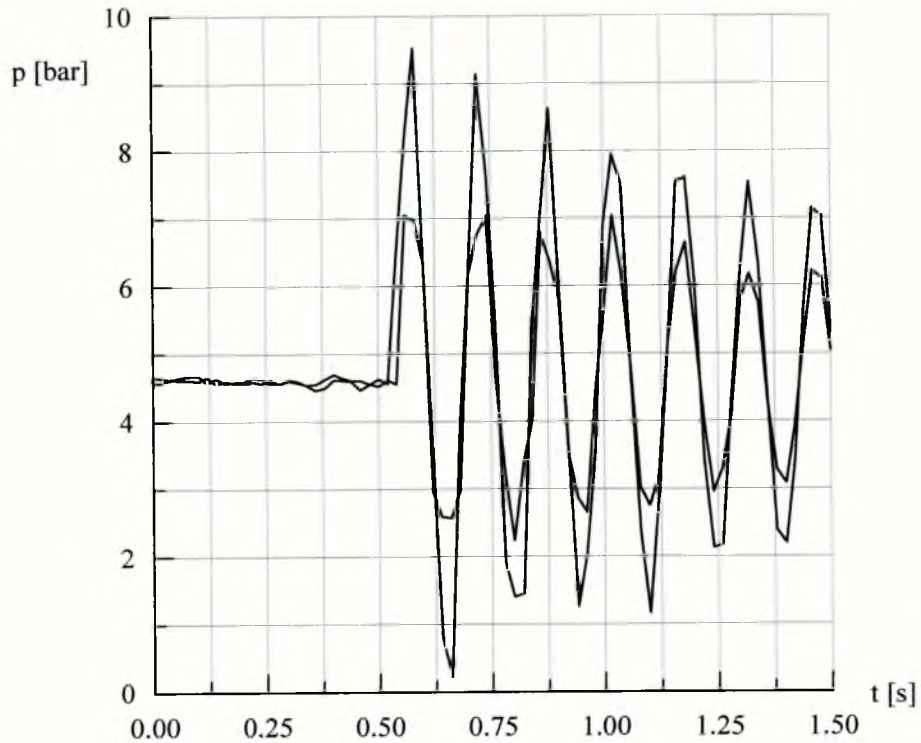
Rys. 4.22 Charakterystyki przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych SIS4b ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=7.30\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$) dla dwóch punktów pomiarowych MP_1 i MP_3 - rozciągnięta na osi czasu.



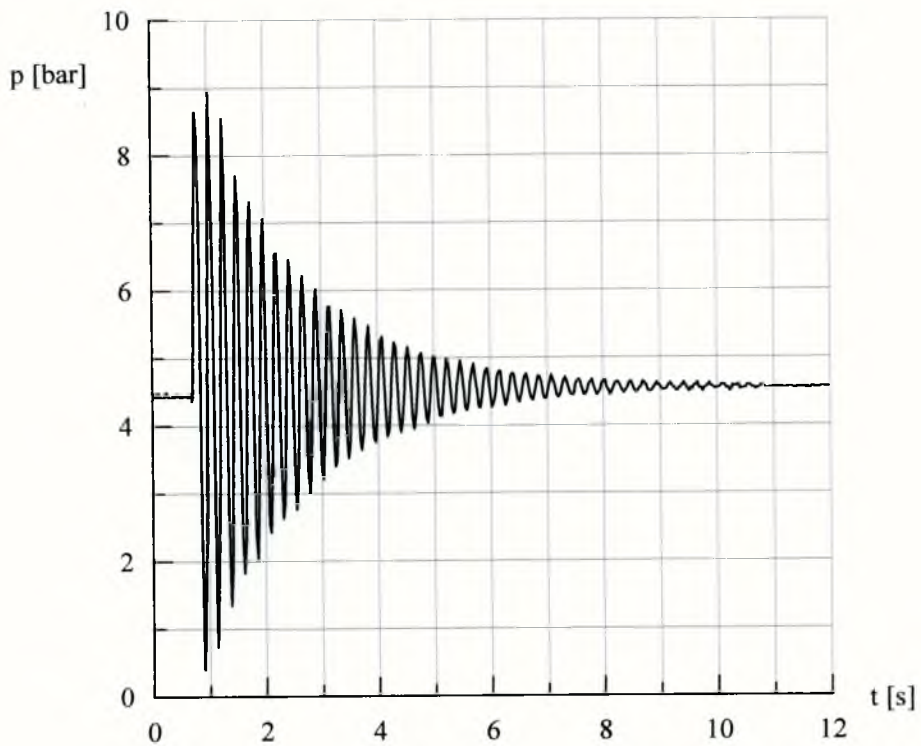
Rys. 4.23 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S4S1a ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=6.20\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



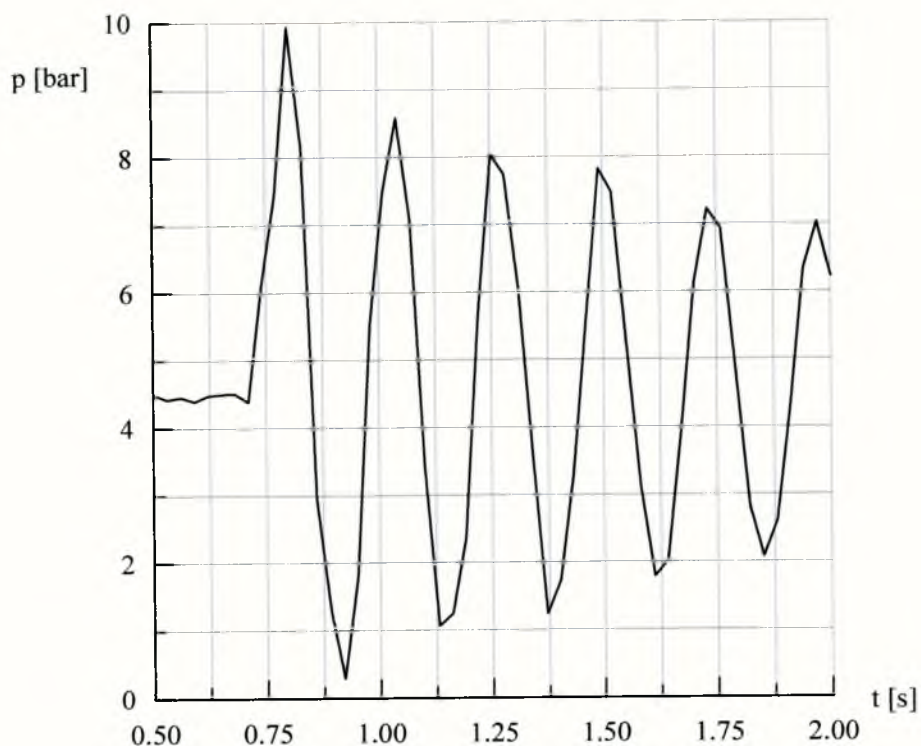
Rys. 4.24 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S4S1a ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=6.20\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



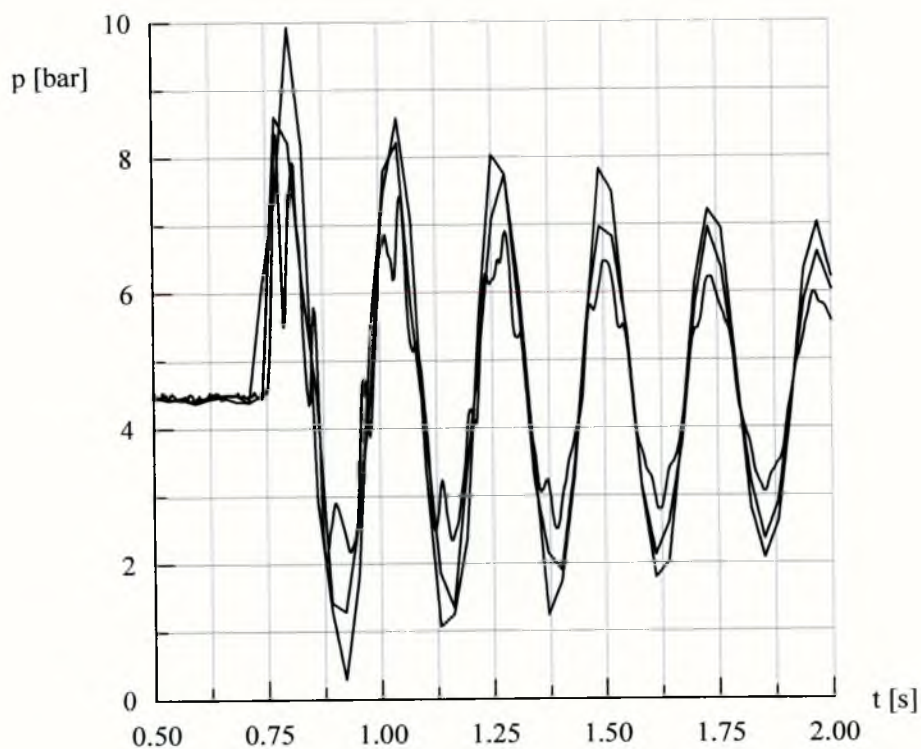
Rys. 4.25 Charakterystyki przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S4S1a ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=6.20\text{m}$) dla dwóch punktów pomiarowych MP_1 i MP_3 - rozciągnięta na osi czasu.



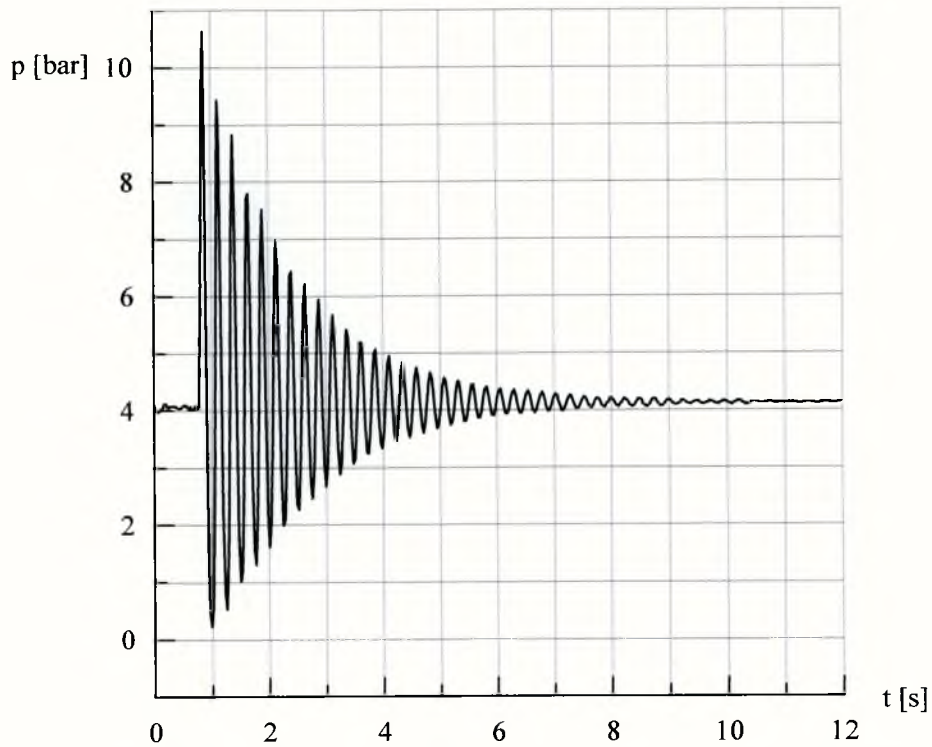
Rys. 4.26 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S4S1 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=18.40\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



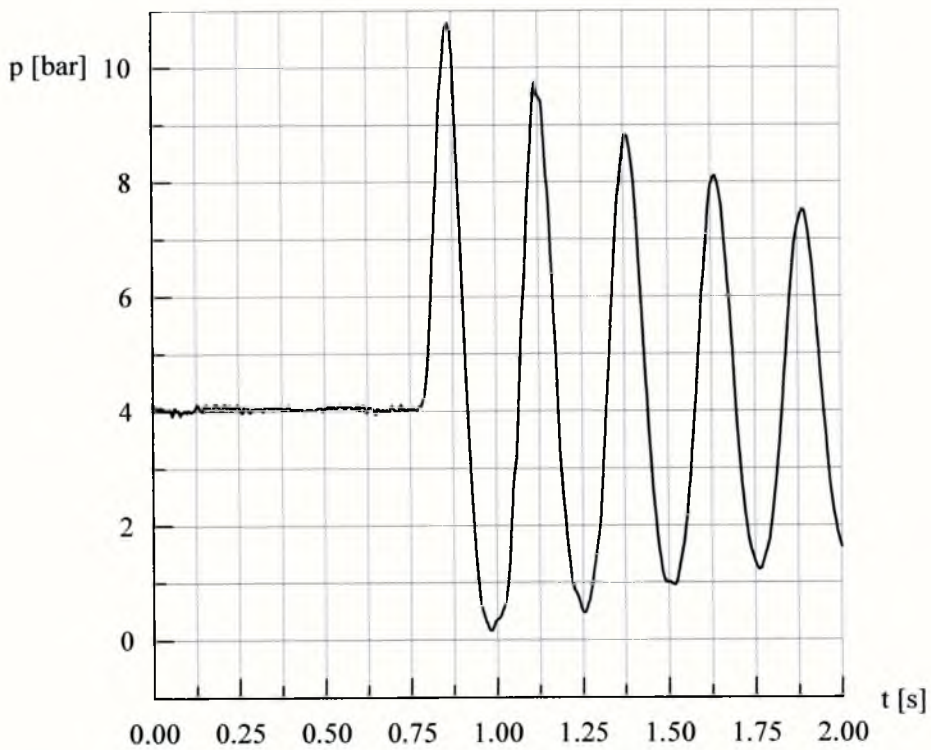
Rys. 4.27 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S4S1 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=18.40\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



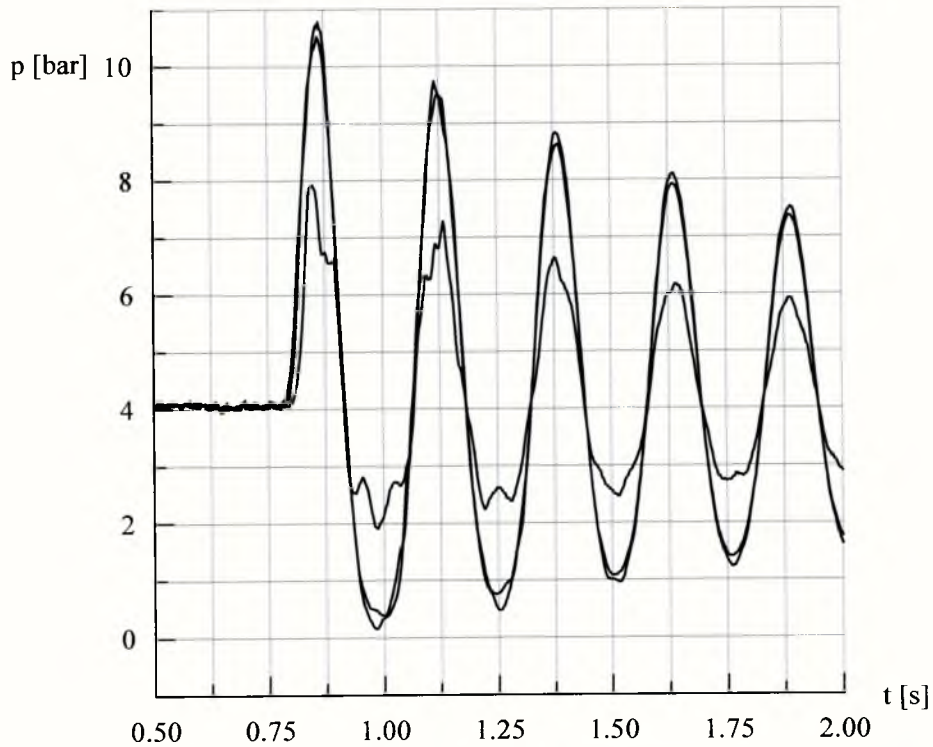
Rys. 4.28 Charakterystyki przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S4S1 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=18.40\text{m}$) dla trzech punktów pomiarowych MP_1 , MP_2 i MP_3 - rozciągnięta na osi czasu.



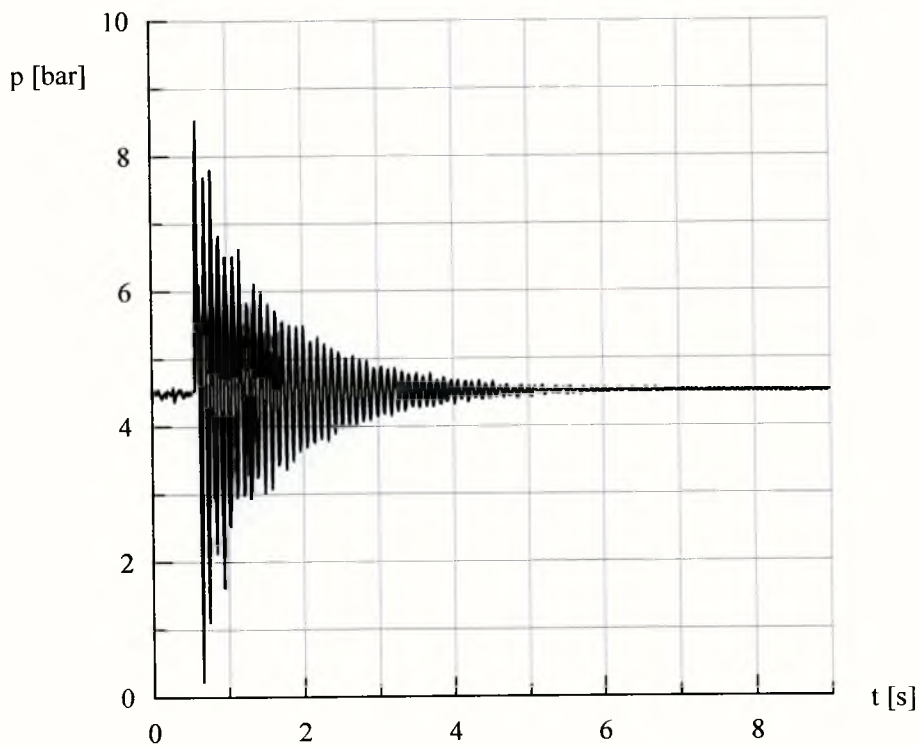
Rys. 4.29 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S4S1b ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=7.30\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



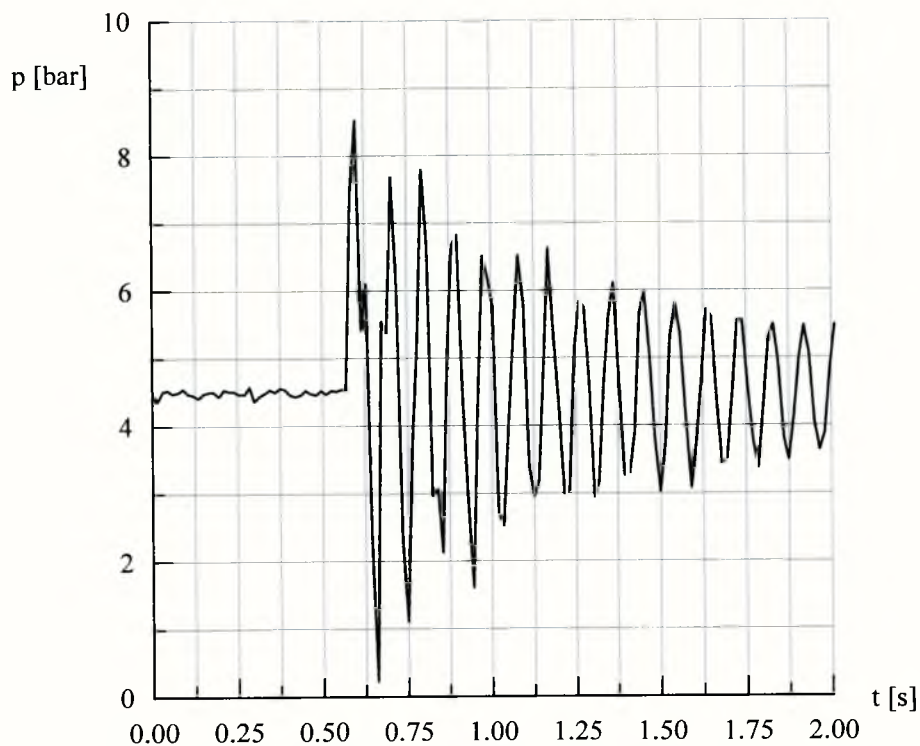
Rys. 4.30 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S4S1b ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=7.30\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=24,60\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



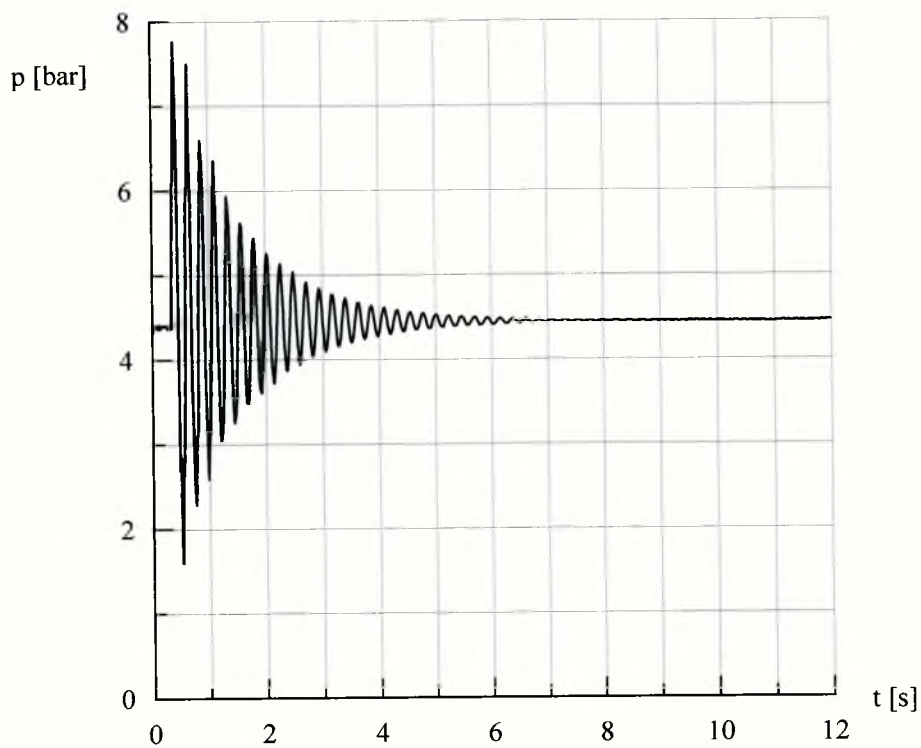
Rys. 4.31 Charakterystyki przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S4S1b ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=7.30\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$) dla trzech punktów pomiarowych MP_1 , MP_2 i MP_3 - rozciągnięta na osi czasu.



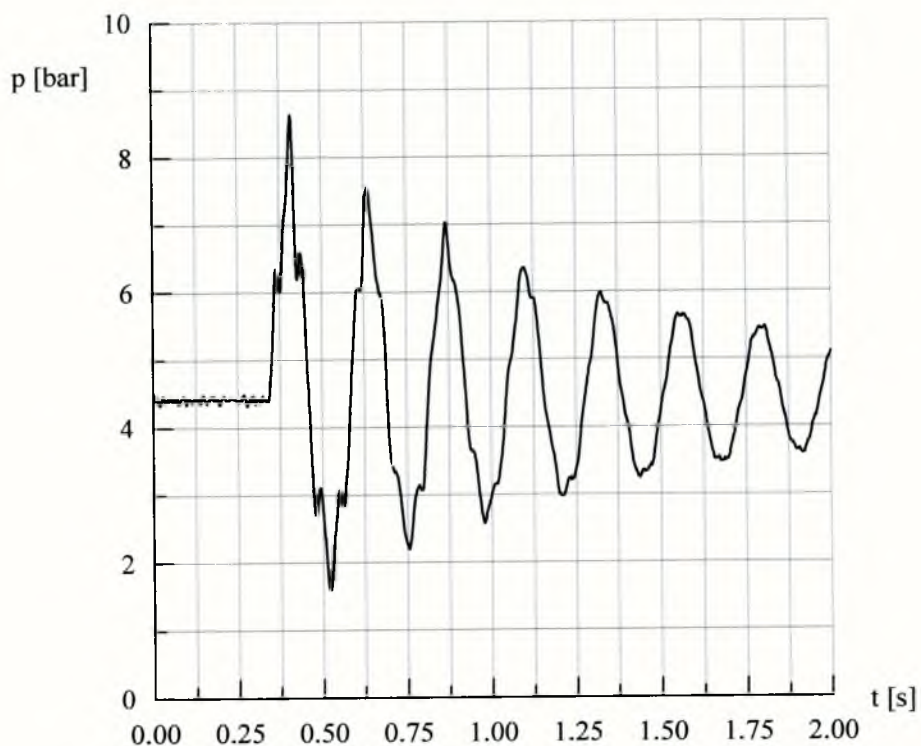
Rys. 4.32 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S1S2S4 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=13.30\text{m}$, $D_2=35\text{mm}$, $L_2=14.15\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=12.20\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



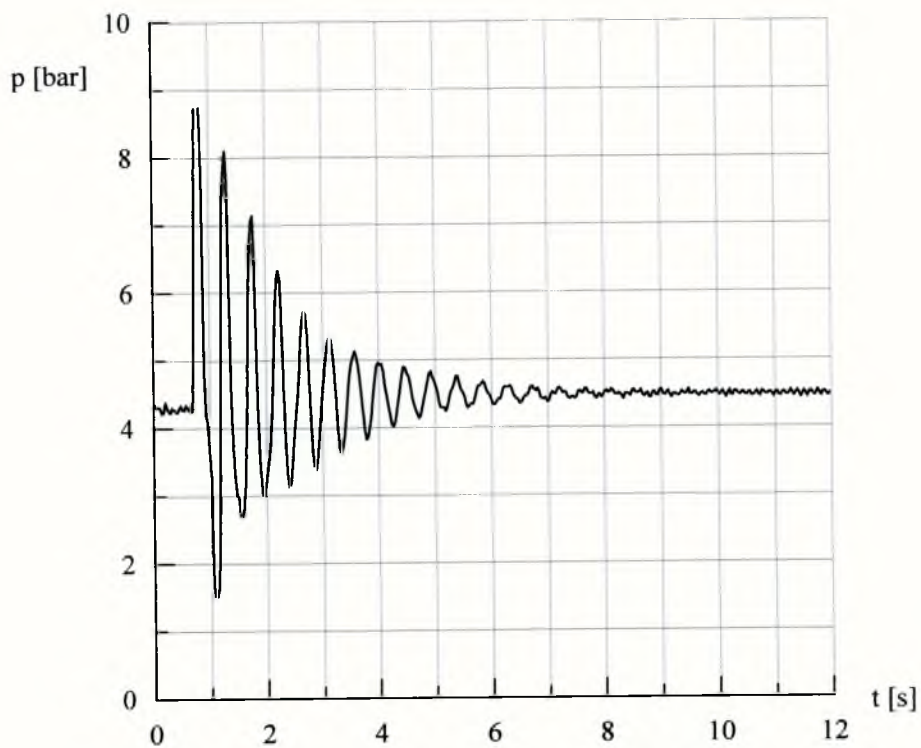
Rys. 4.33 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S1S2S4 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=13.30\text{m}$, $D_2=35\text{mm}$, $L_2=14.15\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=12.20\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



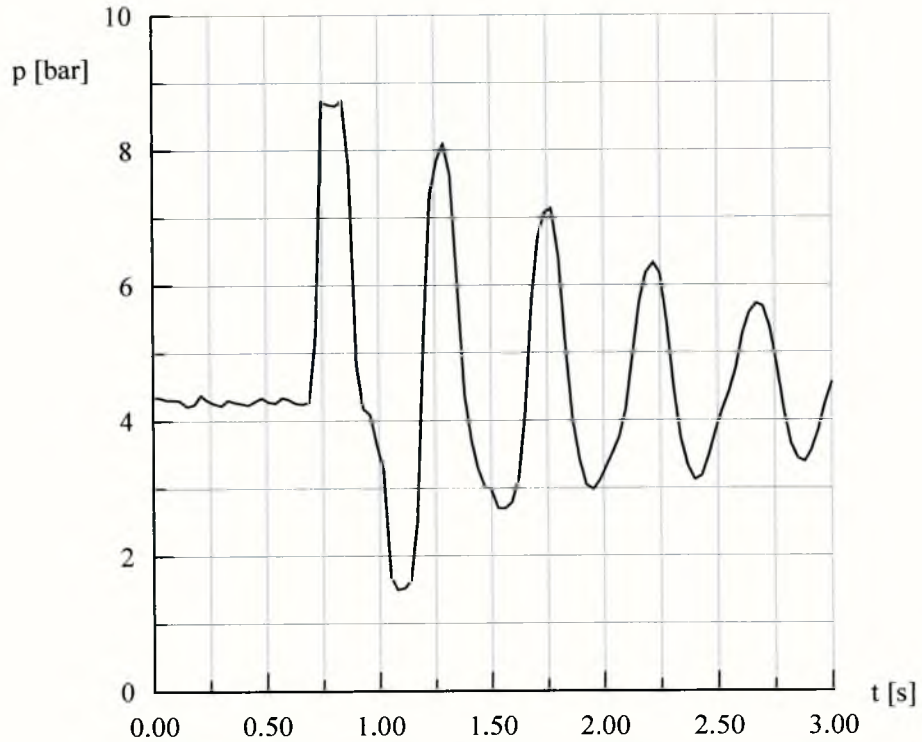
Rys. 4.34 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S4S2S1 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=13.30\text{m}$, $D_2=35\text{mm}$, $L_2=14.15\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=12.20\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



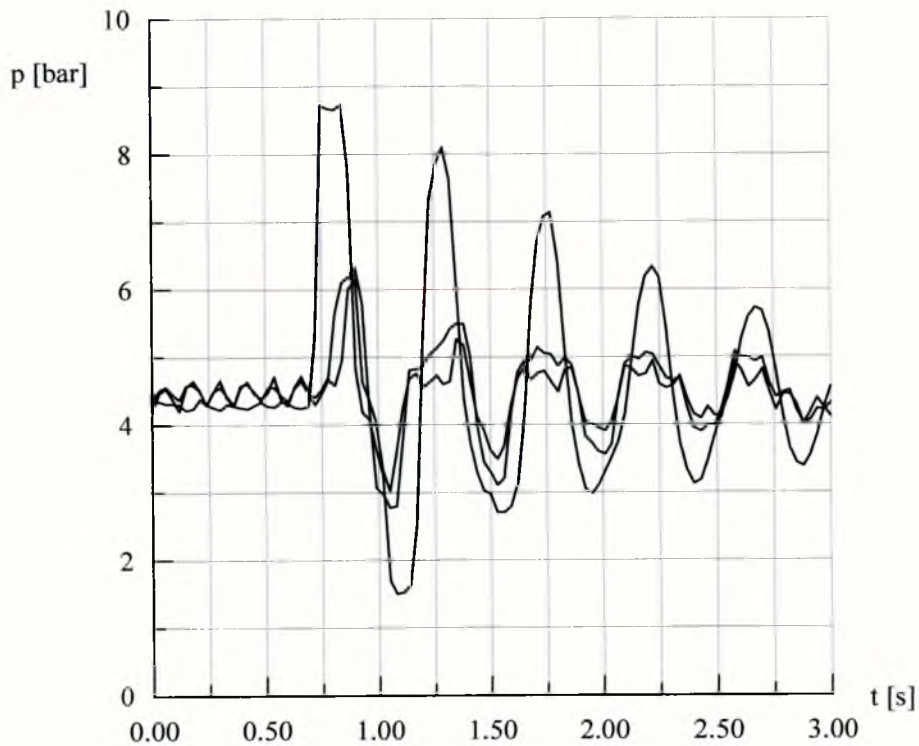
Rys. 4.35 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów stalowych S4S2S1 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=13.30\text{m}$, $D_2=35\text{mm}$, $L_2=14.15\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=12.20\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



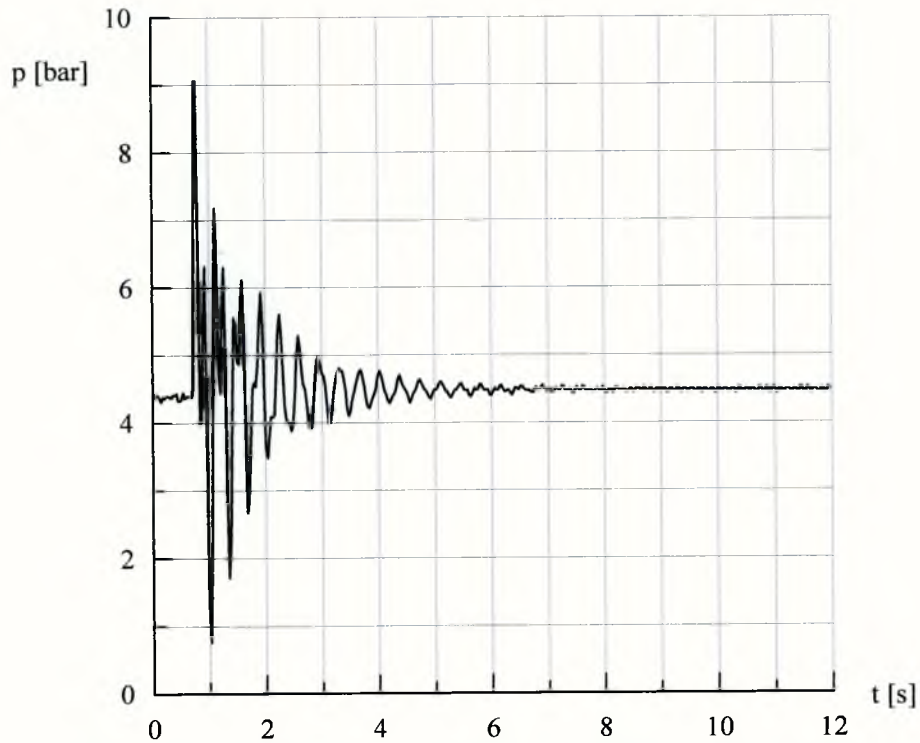
Rys. 4.36 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych P1P4 ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=24.25\text{m}$, $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=25.0\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



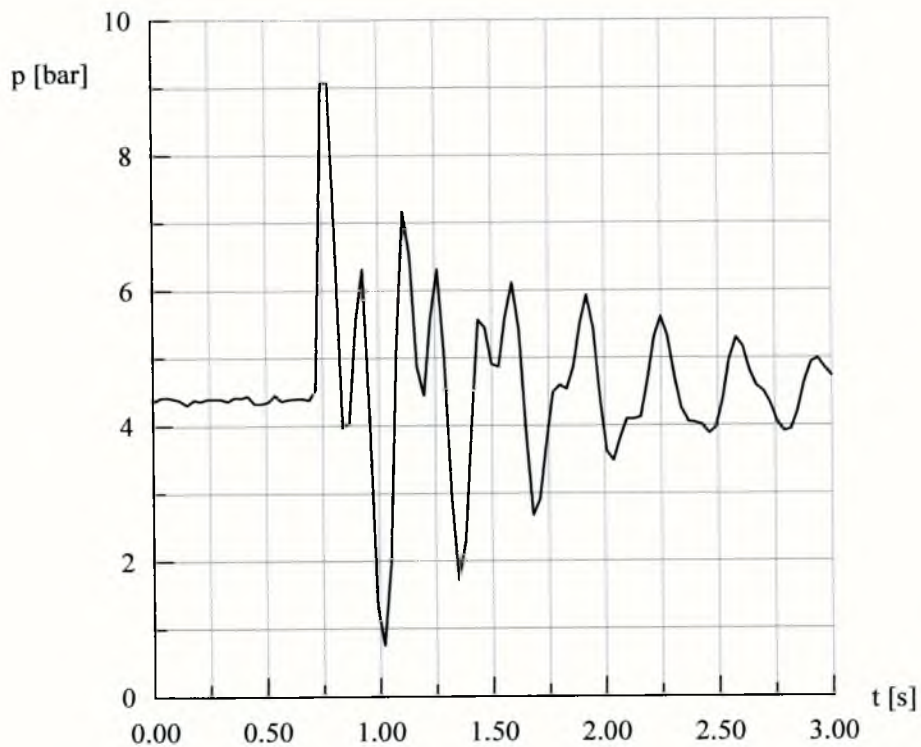
Rys. 4.37 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych P1P4 ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=24.25\text{m}$, $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=25.0\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



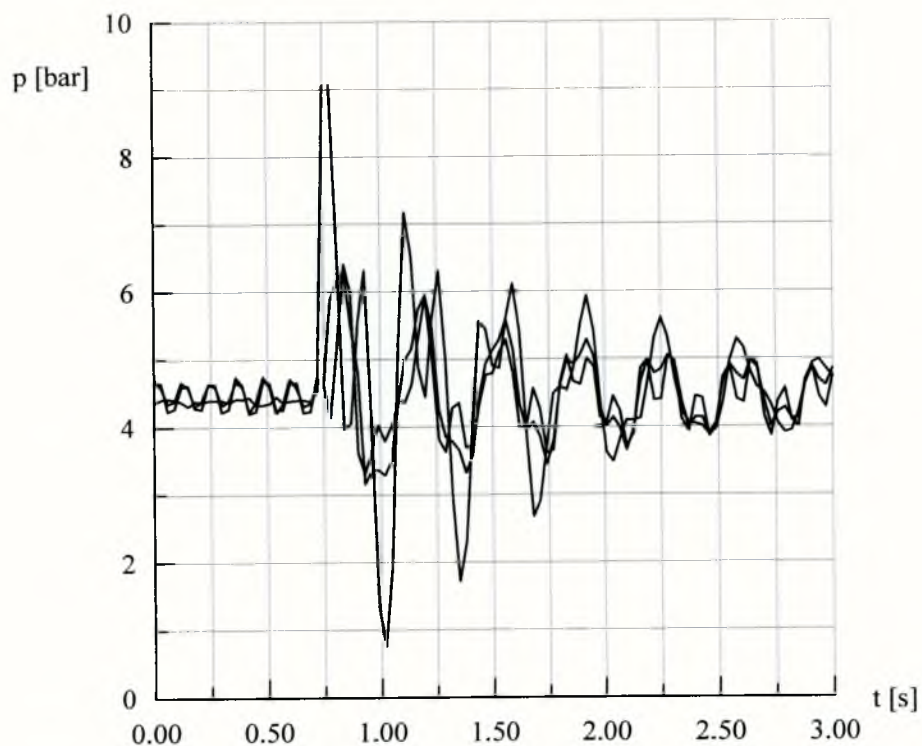
Rys. 4.38 Charakterystyki przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych G P1P4 ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=24.25\text{m}$, $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=25.0\text{m}$) dla trzech punktów pomiarowych MP_1 , MP_2 i MP_3 - rozciągnięta na osi czasu.



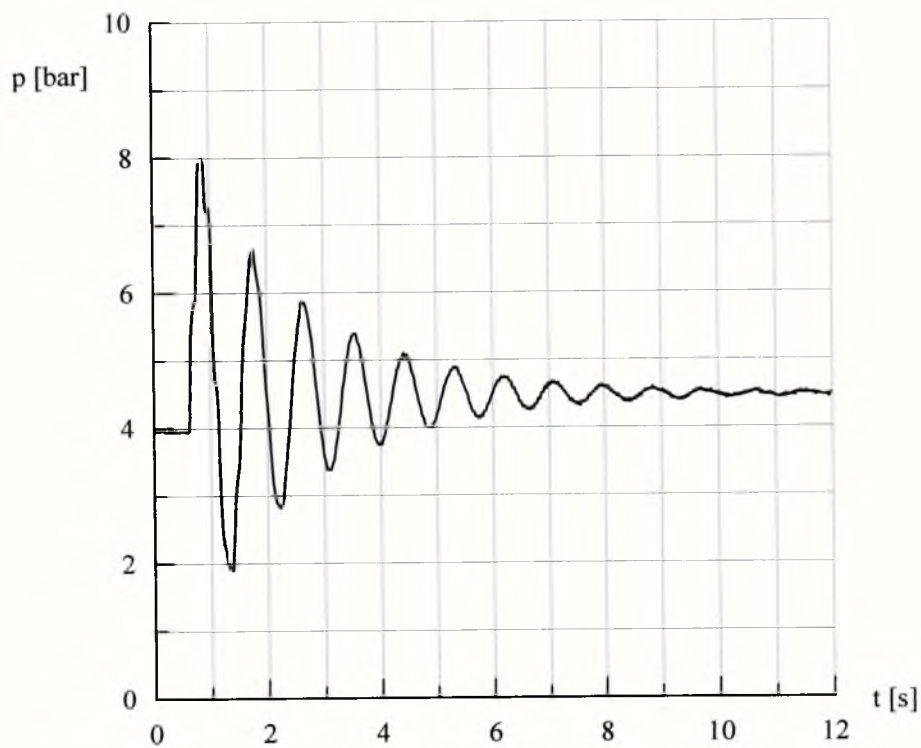
Rys. 4.39 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych G P1P4a ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=24.25\text{m}$, $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=12.50\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



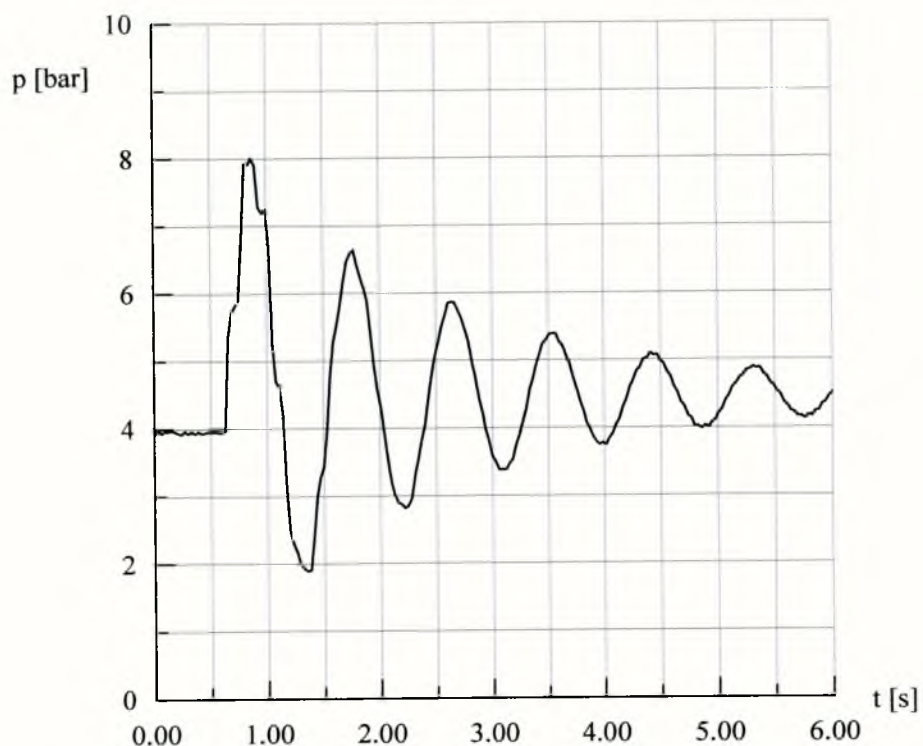
Rys. 4.40 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych G P1P4a ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=24.25\text{m}$, $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=12.50\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



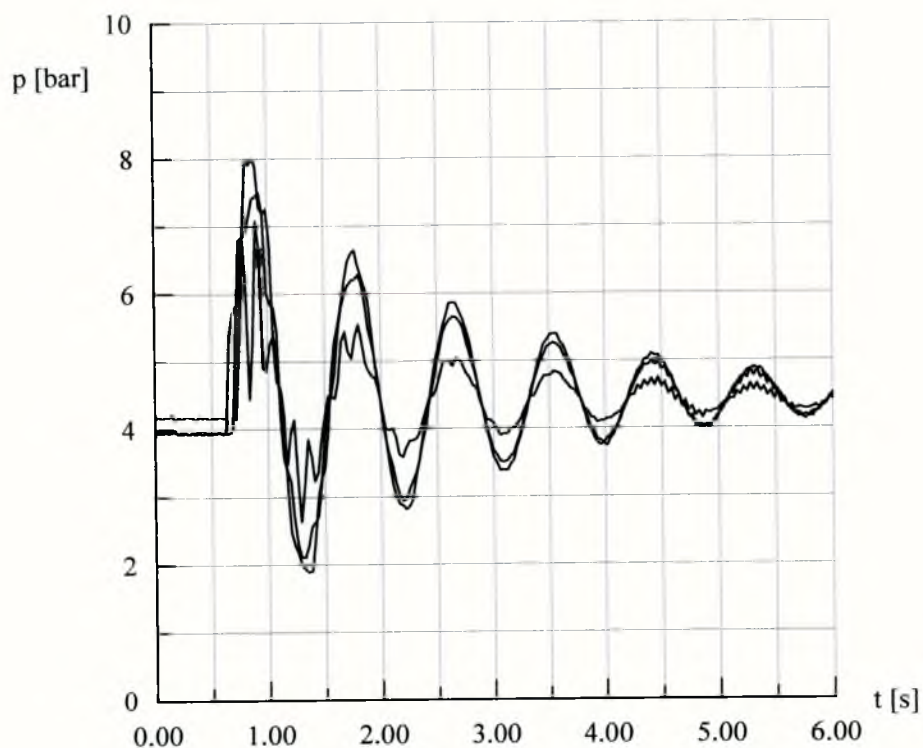
Rys. 4.41 Charakterystyki przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych G P1P4a ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=24.25\text{m}$, $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=12.50\text{m}$) dla trzech punktów pomiarowych MP_1 , MP_2 i MP_3 - rozciągnięta na osi czasu.



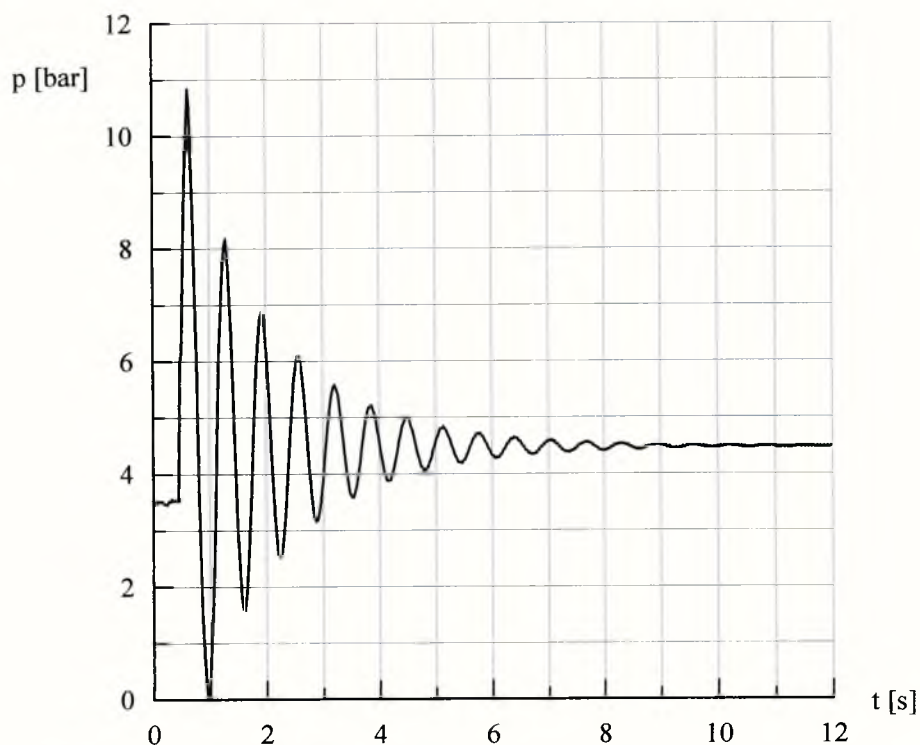
Rys. 4.42 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych G P4P1 ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=24.25\text{m}$, $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=25.0\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



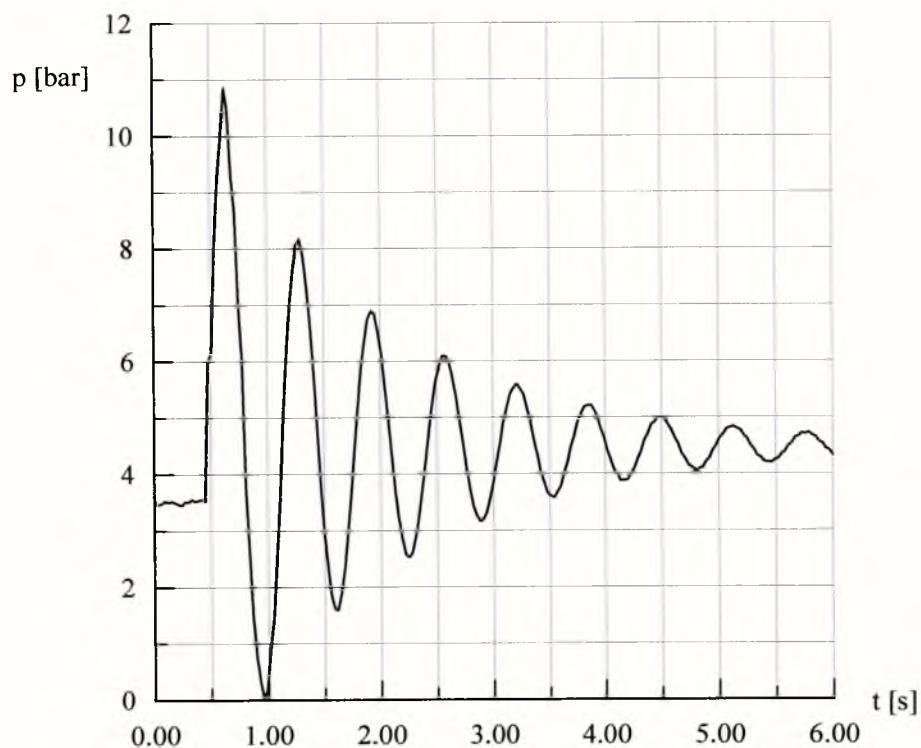
Rys. 4.43 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych G P4P1 ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=24.25\text{m}$, $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=25.0\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



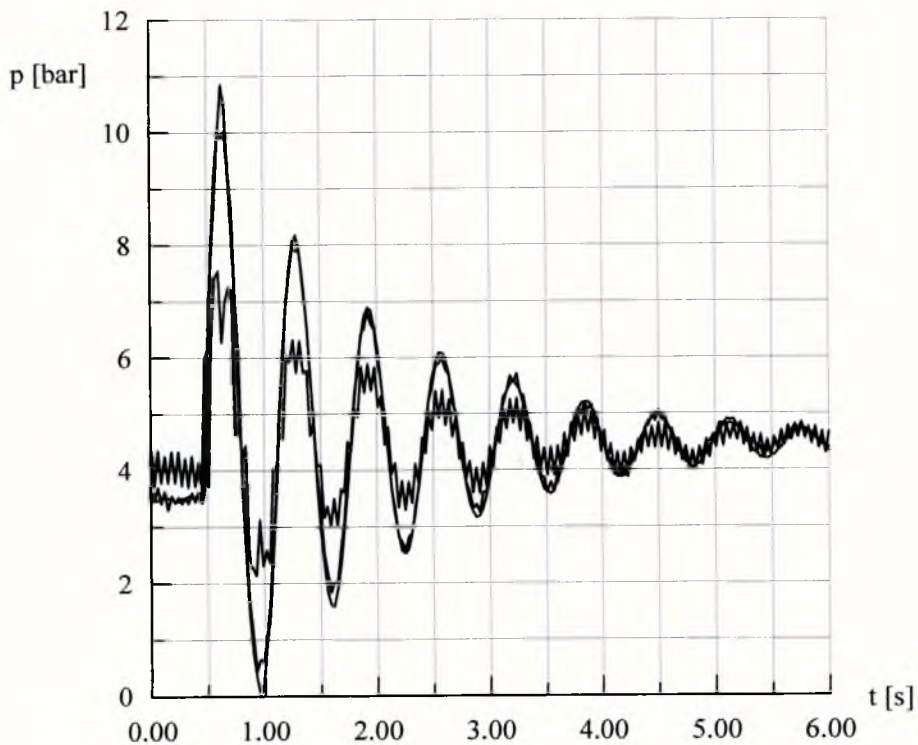
Rys. 4.44 Charakterystyki przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych G P4P1 ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=24.25\text{m}$, $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=25.0\text{m}$) dla trzech punktów pomiarowych MP_1 , MP_2 i MP_3 - rozciągnięta na osi czasu.



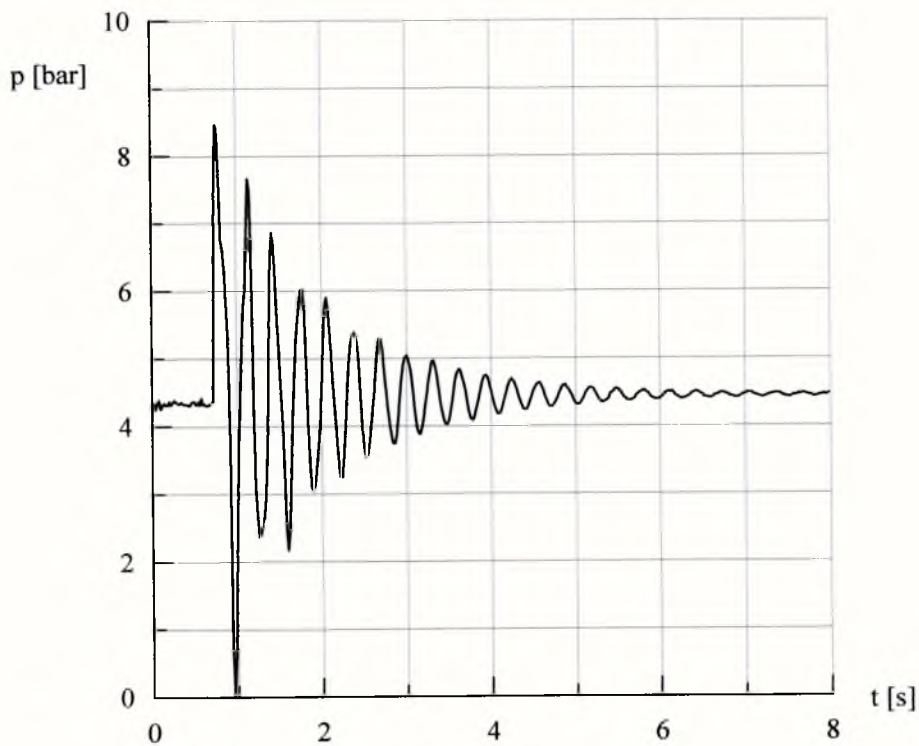
Rys. 4.43 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych G P4P1a ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=12.10\text{m}$, $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=25.0\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



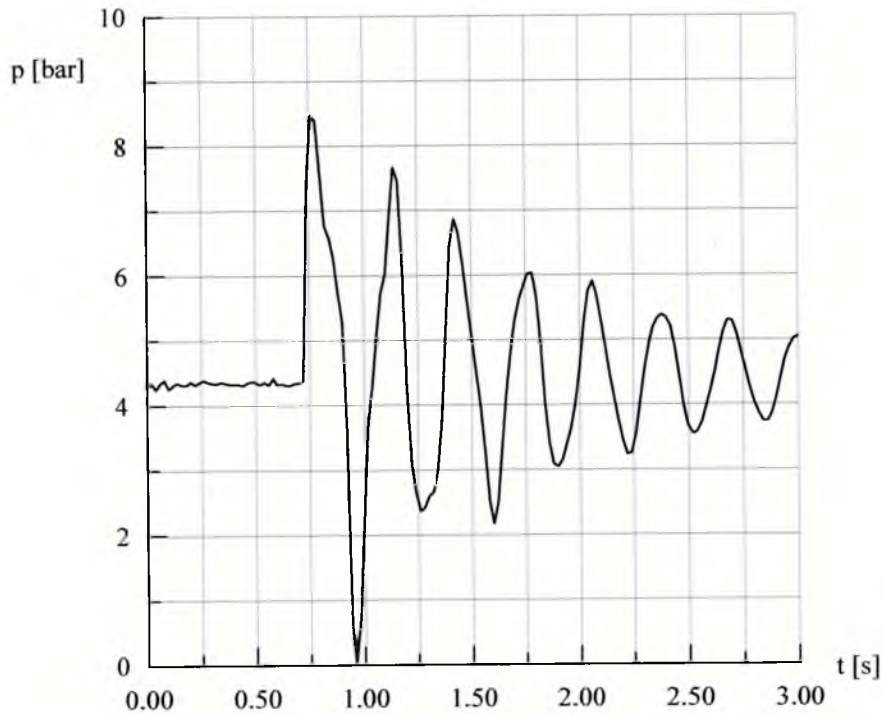
Rys. 4.44 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych G P4P1a ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=12.10\text{m}$, $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=25.0\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



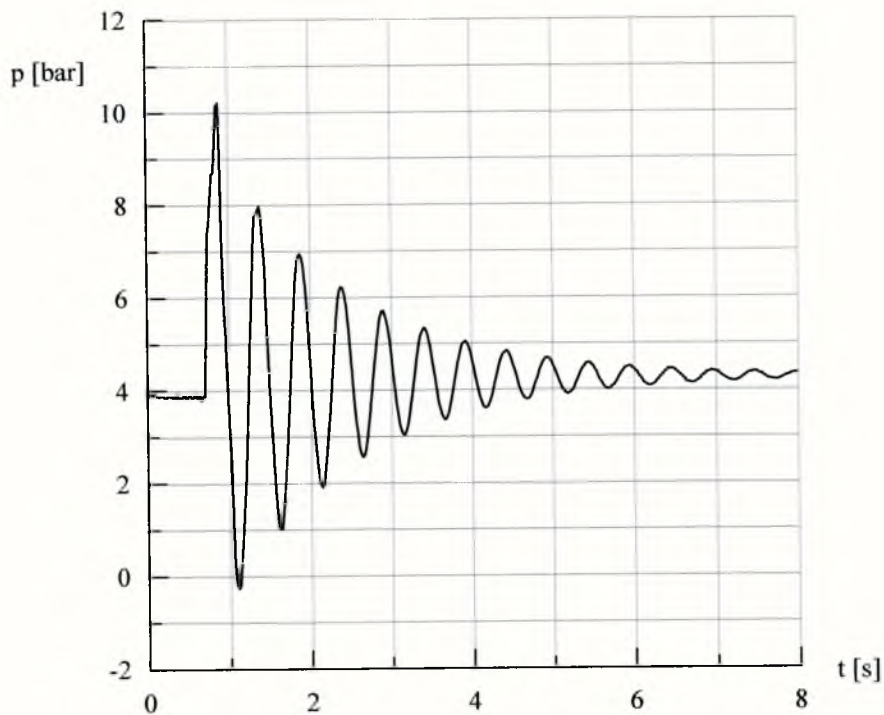
Rys. 4.45 Charakterystyki przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych **G** P4P1a ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=12.10\text{m}$, $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=25.0\text{m}$) dla trzech punktów pomiarowych MP_1 , MP_2 i MP_3 - rozciągnięta na osi czasu.



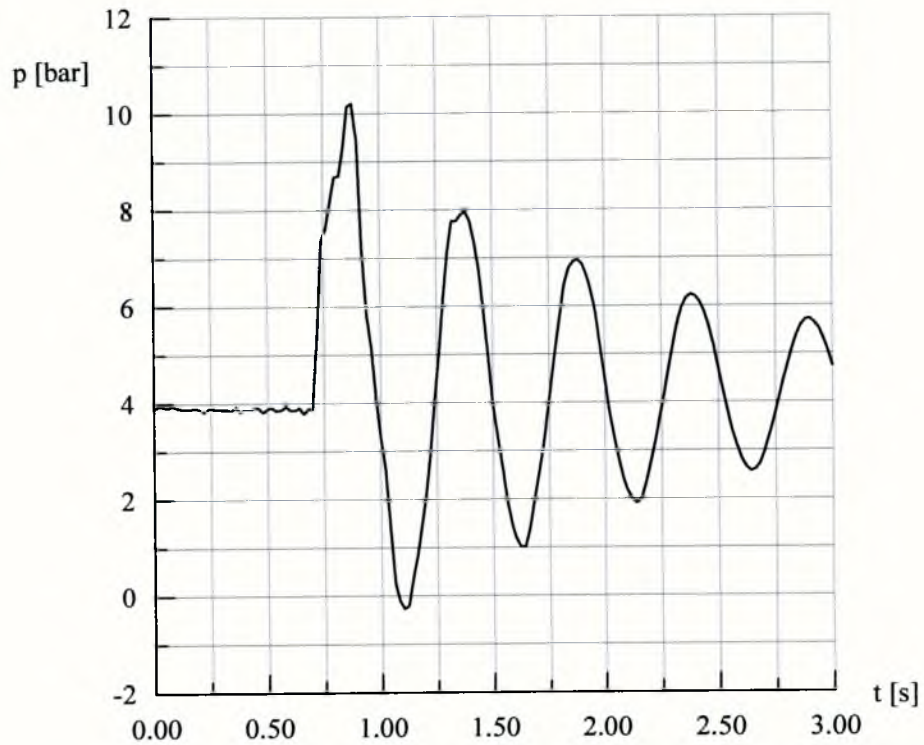
Rys. 4.46 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych **G** P1P2P3 ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=12.0\text{m}$, $D_2=32.6\text{mm}$, $L_2=12.0\text{m}$, $D_3=26.0\text{mm}$, $L_3=12.0\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



Rys. 4.47 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych **G** P1P2P3 ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=12.0\text{m}$, $D_2=32.6\text{mm}$, $L_2=12.0\text{m}$, $D_3=26.0\text{mm}$, $L_3=12.0\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.



Rys. 4.48 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych **G** P3P2P1 ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=12.0\text{m}$, $D_2=32.6\text{mm}$, $L_2=12.0\text{m}$, $D_3=26.0\text{mm}$, $L_3=12.0\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 .



Rys. 4.49 Charakterystyka przebiegu fali ciśnienia w układzie przewodów polietylenowych **G P3P2P1** ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=12.0\text{m}$, $D_2=32.6\text{mm}$, $L_2=12.0\text{m}$, $D_3=26.0\text{mm}$, $L_3=12.0\text{m}$) dla przekroju przy zaworze zamykającym MP_1 - rozciągnięta na osi czasu.

5. ANALIZA DOŚWIADCZALNA DRGAŃ WŁASNYCH.

Analizując przebieg charakterystyk ciśnienia uzyskanych w wyniku przeprowadzonych doświadczeń, można dogodnie uzasadnić słuszność wyboru metody drgań własnych do analizy zjawiska. W tym celu skorzystano z równania różniczkowego ruchu drgającego tłumionego (Massalski 1971):

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (5.1)$$

gdzie:

ω_0 - częstotliwość własna nietłumionych drgań układu;

β - stała zaniku, współczynnik zaniku.

Rozwiązanie równania (5.1) ma różną postać w zależności od tego, czy wyraz $\omega_0^2 - \beta^2$ jest dodatni, czy też mniejszy od zera. Analizowane zjawisko należy do przypadku, kiedy $\omega_0^2 - \beta^2 > 0$. Odpowiada to słabemu tłumieniu drgań dla którego rozwiązanie równania (5.1) przybiera postać:

$$x = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (5.2)$$

Związek (5.2) określa współrzędną punktu (wychylenie) w ruchu drgającym tłumionym.

Po upływie jednego okresu ($t = T$) amplituda drgania maleje do wartości $A_1 = Ae^{-\beta T}$, po upływie zaś czasu równego n okresom ($t = nT$) amplituda drgań maleje do $A_n = Ae^{-n\beta T} = Ae^{-nA}$. Wyraz $\beta T = A$ jest dekrementem logarytmicznym tłumienia i równa się logarytmowi naturalnemu ze stosunku dwóch kolejnych amplitud wychyleń w tę samą stronę: $A = \ln(A_n/A_{n+1})$. Dla danego drgania tłumionego A jest wielkością stałą.

Próbie opisaną przebiegu zjawiska przy pomocy równania różniczkowego ruchu drgającego tłumionego przeprowadzono dla dwóch wariantów połączeń przewodów polietylenowych G P1P4 i P4P1 oraz dla pojedynczego przewodu P1.

Równanie (5.2) zostało zastosowane dla pojedynczego przewodu oraz dla układu dwóch rur przy wykorzystaniu warunków jakie panowały w czasie przebiegu zjawiska. Wykorzystując charakterystyki ciśnienia otrzymane doświadczalnie wyprowadzono dla każdego schematu równanie różniczkowe ruchu drgającego tłumionego.

Ponieważ zależność między wielkościami A (logarytmiczny dekrement tłumienia) i β (stała zaniku) jest zależnością liniową $\beta T = A$, przechodzącą przez początek układu współrzędnych oraz wszystkie wartości A mają te same stopnie niepewności, to najlepszą dokładność współczynnika zaniku β otrzymamy korzystając z metody najmniejszych kwadratów (Taylor 1999):

$$\beta = \frac{\sum T A}{\sum T^2} \quad (5.3)$$

W poniższych tabelach przedstawiono wartości liczbowe dla poszczególnych schematów.

Tabela 5.1: Wyniki obliczeń dla wariantu II (P4P1).

Lp.	A	A_n/A_{n+1}	$\ln(A_n/A_{n+1})$	T	T A	T ²	$\beta = \frac{\sum T A}{\sum T^2} = 0.53808$	$\sigma_A = 0.05455$	$\sigma_\beta = 0.02384$			
1	5.20											
2	3.00	1.733	0.550	0.865	0.476	0.75						
3	1.9	1.622	0.483	0.865	0.418	0.75						
4	1.20	1.542	0.433	0.865	0.374	0.75						
5	0.80	1.500	0.405	0.865	0.351	0.75						
6	0.50	1.600	0.470	0.865	0.407	0.75						
7	0.35	1.429	0.357	0.865	0.309	0.75						
8	0.25	1.400	0.336	0.865	0.291	0.75						
9	0.15	1.667	0.511	0.865	0.442	0.75						
10	0.10	1.500	0.405	0.865	0.351	0.75						
11	0.05	2.000	0.693	0.865	0.600	0.75						
12	0.01	5.000	1.609	0.865	1.392	0.75						
					5.410	8.23						

Tabela 5.2: Wyniki obliczeń dla wariantu I (P1P4).

Lp.	A	A_n/A_{n+1}	$\ln(A_n/A_{n+1})$	T	T Λ	T ²	$\beta = \Sigma T \Lambda / \Sigma T^2 = 0.75643$	$\sigma_\Lambda = 0.06683$	$\sigma_\beta = 0.05786$
1	6.20								
2	5.50	1.127	0.120	0.385	0.046	0.15			
3	4.0	1.375	0.318	0.385	0.123	0.15			
4	3.75	1.067	0.065	0.385	0.025	0.15			
5	1.80	2.083	0.734	0.385	0.283	0.15			
6	1.20	1.500	0.405	0.385	0.156	0.15			
7	0.95	1.263	0.234	0.385	0.090	0.15			
8	0.75	1.267	0.236	0.385	0.091	0.15			
9	0.60	1.250	0.223	0.385	0.086	0.15			
10	0.50	1.200	0.182	0.385	0.070	0.15			
11	0.35	1.429	0.357	0.385	0.137	0.15			
12	0.25	1.400	0.336	0.385	0.130	0.15			
13	0.20	1.250	0.223	0.385	0.086	0.15			
14	0.15	1.333	0.288	0.385	0.111	0.15			
15	0.15	1.000	0.000	0.385	0.000	0.15			
16	0.05	3.000	1.099	0.385	0.423	0.15			
17	0.02	2.500	0.916	0.385	0.353	0.15			

2.209 2.37

Tabela 5.3: Wyniki obliczeń dla pojedynczego przewodu P1.

Lp.	A	A_n/A_{n+1}	$\ln(A_n/A_{n+1})$	T	T Λ	T ²	$\beta = \Sigma T \Lambda / \Sigma T^2 = 0.75467$	$\sigma_\Lambda = 0.0345$	$\sigma_\beta = 0.03702$
1	5.00								
2	4.55	1.099	0.094	0.233	0.022	0.05			
3	3.64	1.250	0.223	0.233	0.052	0.05			
4	3.00	1.213	0.193	0.233	0.045	0.05			
5	2.42	1.240	0.215	0.233	0.050	0.05			
6	1.97	1.228	0.206	0.233	0.048	0.05			
7	1.65	1.194	0.177	0.233	0.041	0.05			
8	1.35	1.222	0.201	0.233	0.047	0.05			
9	1.10	1.227	0.205	0.233	0.048	0.05			
10	0.95	1.158	0.147	0.233	0.034	0.05			
11	0.80	1.188	0.172	0.233	0.040	0.05			
12	0.65	1.231	0.208	0.233	0.048	0.05			
13	0.55	1.182	0.167	0.233	0.039	0.05			
14	0.47	1.170	0.157	0.233	0.037	0.05			
15	0.40	1.175	0.161	0.233	0.038	0.05			
16	0.35	1.143	0.134	0.233	0.031	0.05			
17	0.30	1.167	0.154	0.233	0.036	0.05			

0.656 0.87

Po obliczeniu wartości β otrzymano równania:

- dla pojedynczego przewodu P1

$$x = 5.00e^{-0.7547t} \cos(26.966t) \quad (5.4)$$

- dla wariantu I (P₁P₄)

$$x = 6.20e^{-0.75643t} \cos(16.320t) \quad (5.5)$$

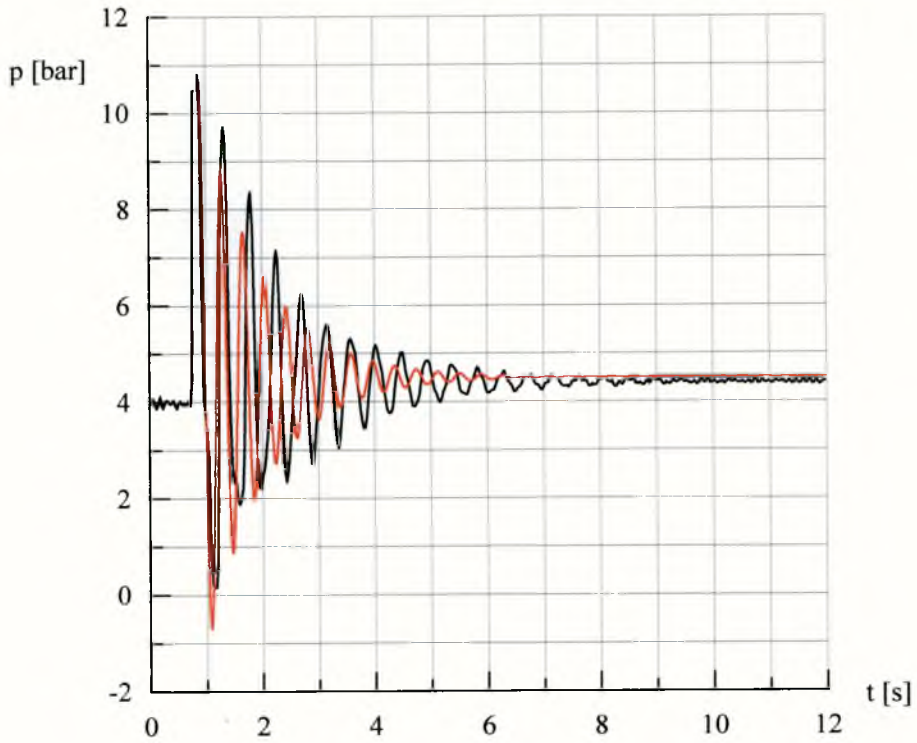
- dla wariantu II (P₄P₁)

$$x = 5.20e^{-0.53808t} \cos(7.264t) \quad (5.6)$$

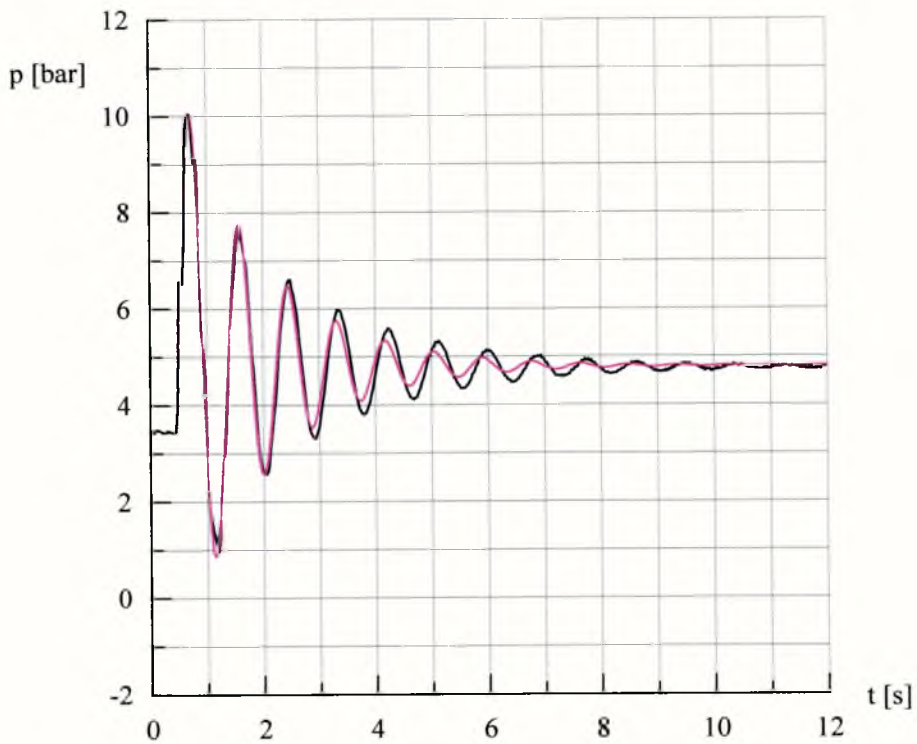
Na rys. 5.1, 5.2, 5.3 porównano charakterystyki ciśnienia (kolorowe) uzyskane na podstawie równania różniczkowego ruchu drgającego tłumionego z charakterystykami ciśnienia (czarne) otrzymanymi doświadczalnie.

Widoczna jest pewna zgodność, szczególnie dla pojedynczego przewodu, ale nie jest to zgodność wystarczająca do symulacji zjawiska. Stąd, opracowane zależności 5.4, 5.5, 5.6 mają charakter jakościowy.

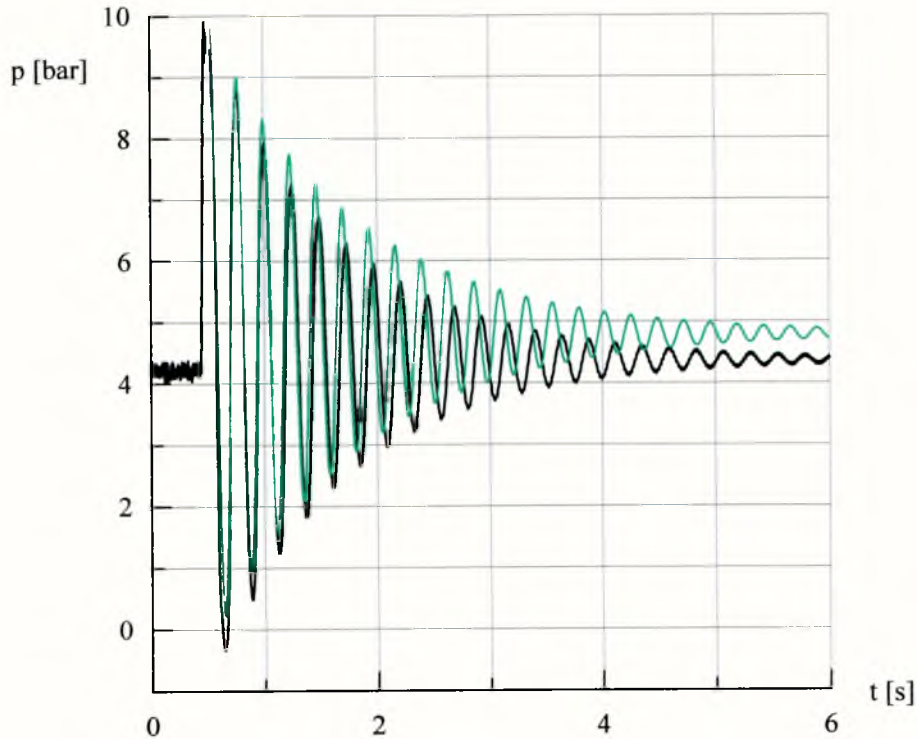
Można więc stwierdzić, że wybór metody drgań własnych do analizy zjawiska jest poprawny, ale nie można opierać się na podstawowym równaniu różniczkowym ruchu drgającego tłumionego. Wynika to z faktu, że klasyczna teoria pomija takie czynniki zależne od częstotliwości jak tarcie i prędkość fali. Ponadto można zaobserwować większy brak zgodności dla wariantu I, kiedy przewód o większej średnicy zamocowany jest przy zbiorniku, a przewód o mniejszej średnicy na wylocie. Wyraźnie widać, że wykresy (rzeczywisty i obliczeniowy) na pewnym odcinku są przesunięte w fazie. Przesunięcie to powstało w wyniku sumowania lub odejmowania odbitych fal. Te zaburzenia, dla tego wariantu ułożenia rur, widoczne będą również przy analizie prędkości ekwiwalentnej fali ciśnienia. Można więc już na tej podstawie wnioskować, że na przebieg zjawiska ma wpływ nie tylko stosunek łączonych średnic, ale również kolejność ich ułożenia.



Rys.5.1. Porównanie przebiegu charakterystyki ciśnienia z wykresem ruchu drgającego tłumionego dla wariantu I (P_1P_4 , $D_1=40.8$ mm, $D_4=20.4$ mm).



Rys.5.2. Porównanie przebiegu charakterystyki ciśnienia z wykresem ruchu drgającego tłumionego dla wariantu II (P_4P_1 , $D_1=40.8$ mm, $D_4=20.4$ mm).



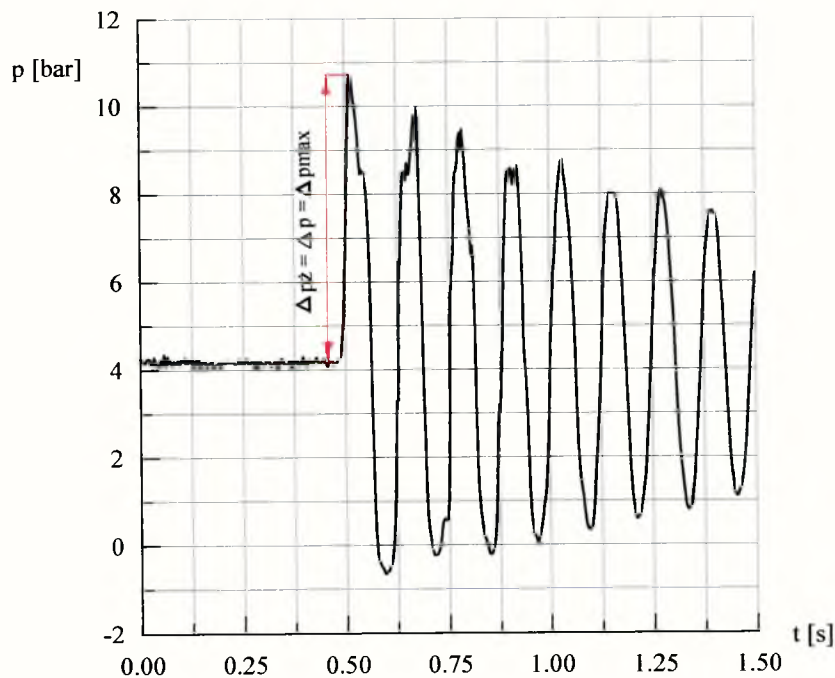
Rys.5.3. Porównanie przebiegu charakterystyki ciśnienia z wykresem ruchu drgającego tłumionego dla pojedynczego przewodu P1.

Analizując bardziej szczegółowo przebieg rzeczywistych charakterystyk, dzięki możliwości "rozciągnięcia" wykresu względem osi czasu t , stwierdzono, że dla pierwszego wariantu połączeń (większa średnica przy zbiorniku, mniejsza na wylocie), pierwszy przyrost ciśnienia wywołany uderzeniem hydraulicznym, jest maksymalnym przyrostem ciśnienia dla całego czasu trwania zjawiska i wielkość tego przyrostu porównywalna jest z wynikami otrzymanymi na drodze analitycznej z wykorzystaniem wzoru Żukowskiego (rys. 5.4, 5.6, 5.8, 5.10, 5.12, 5.14). Dla drugiego wariantu połączeń (mniejsza średnica przy zbiorniku, większa na wylocie), pierwszy przyrost ciśnienia wywołany uderzeniem hydraulicznym jest znacznie mniejszy niż dla wariantu I połączeń. Wartość tego przyrostu jest zgodna z wielkością Δp otrzymaną na podstawie wzoru Żukowskiego. Nie jest to jednak wartość maksymalna. W wyniku odbić, nakładania i sumowania się fal, maksymalny przyrost

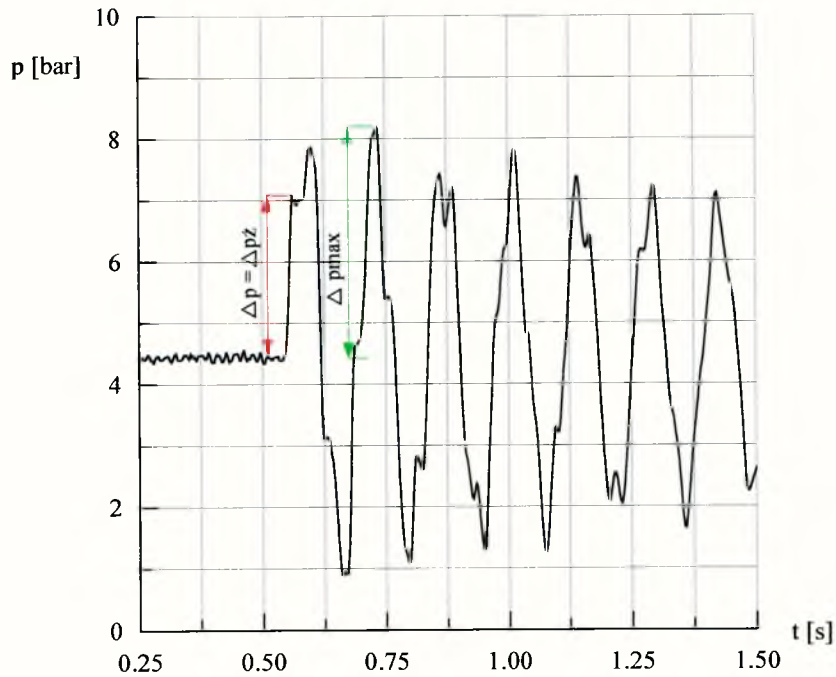
ciśnienia ma miejsce w dalszej fazie trwania zjawiska (rys. 5.5, 5.7, 5.9, 5.11, 5.13, 5.15). Nie można więc dla tego schematu połączeń wartości Δp otrzymanej ze wzoru Żukowskiego traktować jako wartości miarodajnej (często wykorzystywanej w obliczeniach praktycznych jako maksymalny przyrost).

Na prezentowanych wykresach przyjęto następujące oznaczenia:

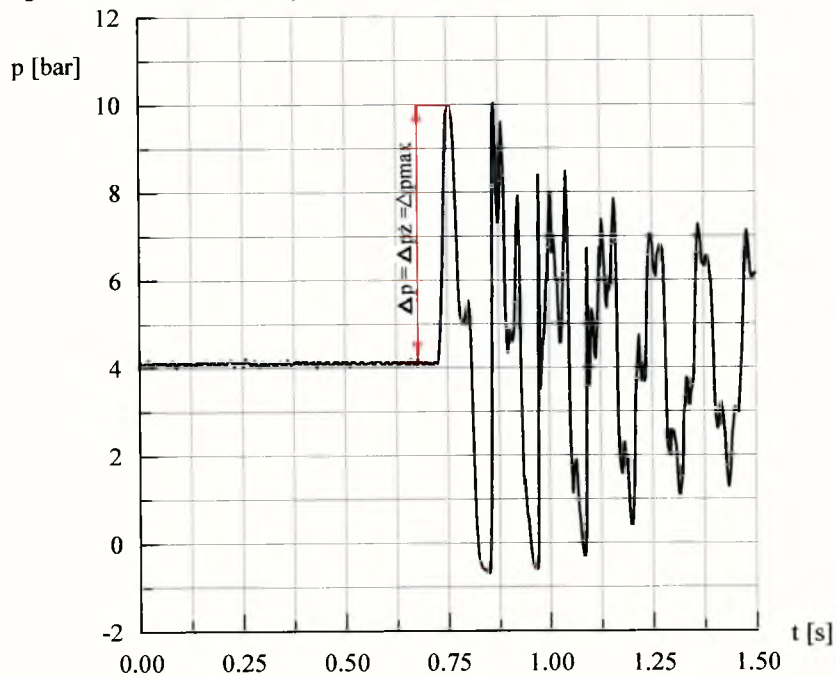
- Δp - pierwszy przyrost ciśnienia wywołany powstaniem uderzenia hydraulicznego,
- Δp_z - przyrost ciśnienia obliczony na podstawie wzoru Żukowskiego,
- Δp_{max} - maksymalny przyrost ciśnienia zaobserwowany w czasie trwania zjawiska uderzenia hydraulicznego.



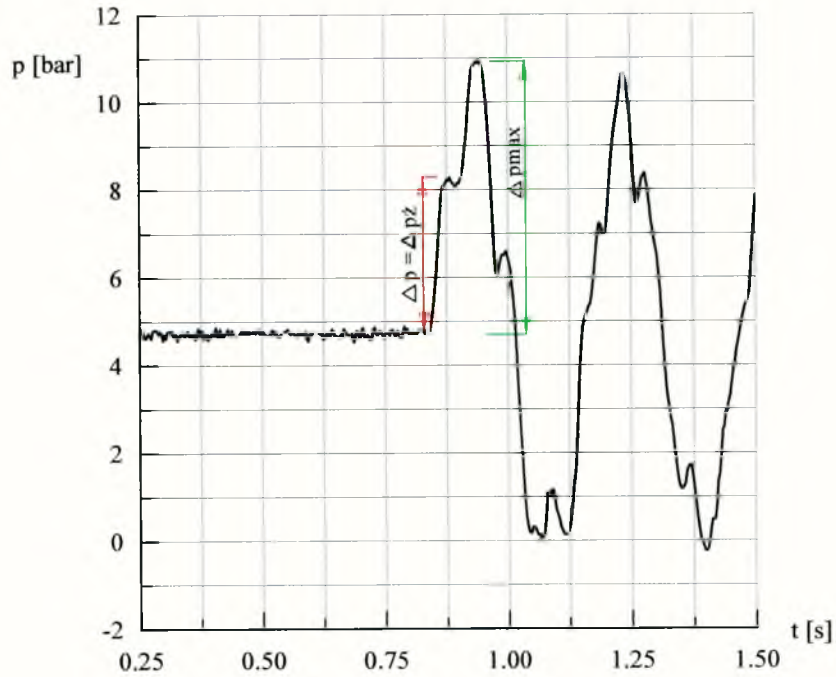
Rys.5.4. Przebieg charakterystyki ciśnienia dla przekroju wylotowego, z oznaczonymi przyrostami ciśnienia. Połączenie przewodów stalowych SIS2 ($D_1=42$ mm, $L_1=26.45$ m; $L_2=21.2$ m, $D_2=35$ mm)



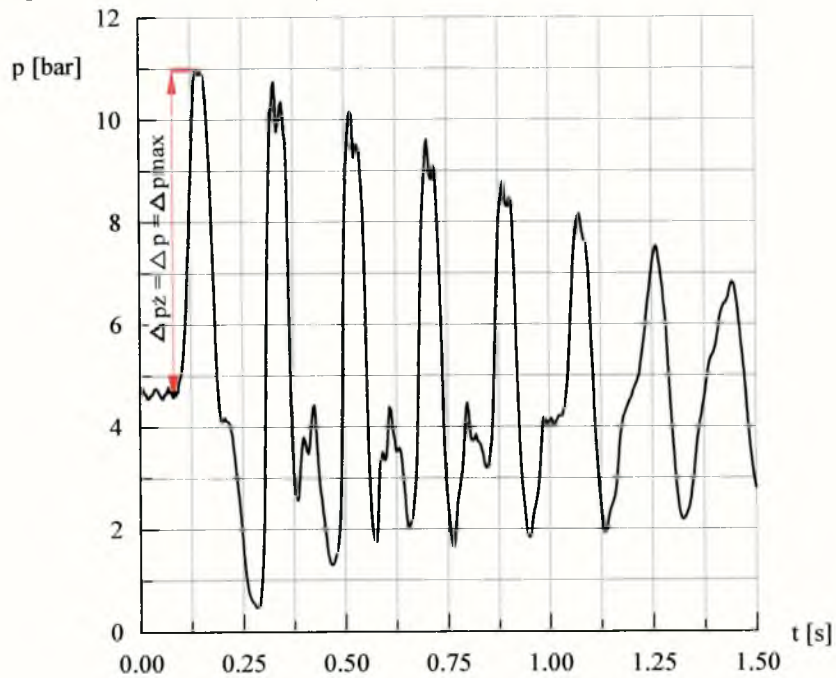
Rys.5.5. Przebieg charakterystyki ciśnienia dla przekroju wylotowego z oznaczonymi przyrostami ciśnienia. Połączenie przewodów stalowych S2S1 ($D_1= 42\text{mm}$, $L_1= 26.45\text{m}$; $D_2= 35\text{mm}$, $L_2= 21.2\text{m}$).



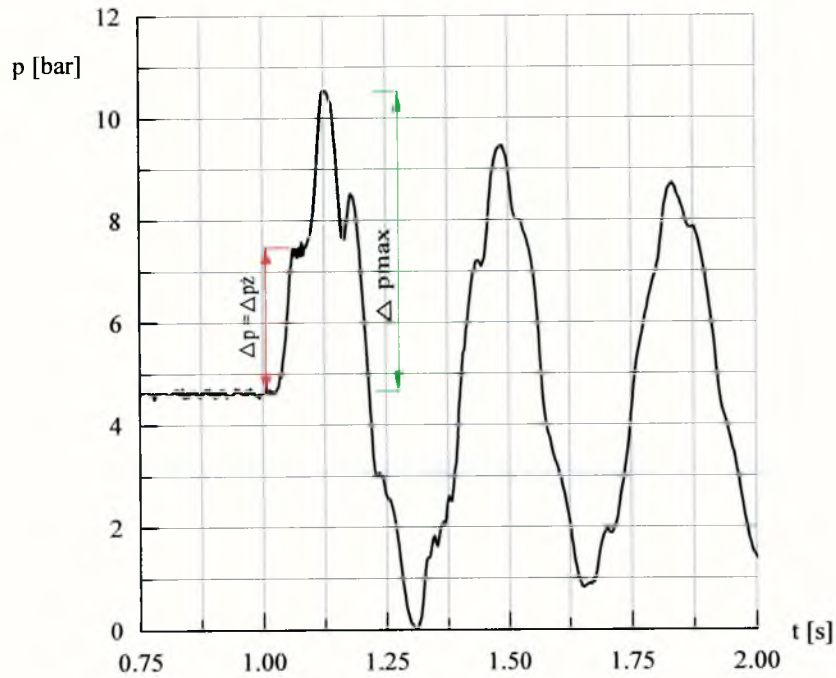
Rys.5.6. Przebieg charakterystyki ciśnienia dla przekroju wylotowego z oznaczonymi przyrostami ciśnienia. Połączenie przewodów stalowych SIS3 ($D_1= 42\text{mm}$, $L_1= 26.45\text{m}$; $D_3= 26.5\text{mm}$, $L_3= 21.2\text{m}$).



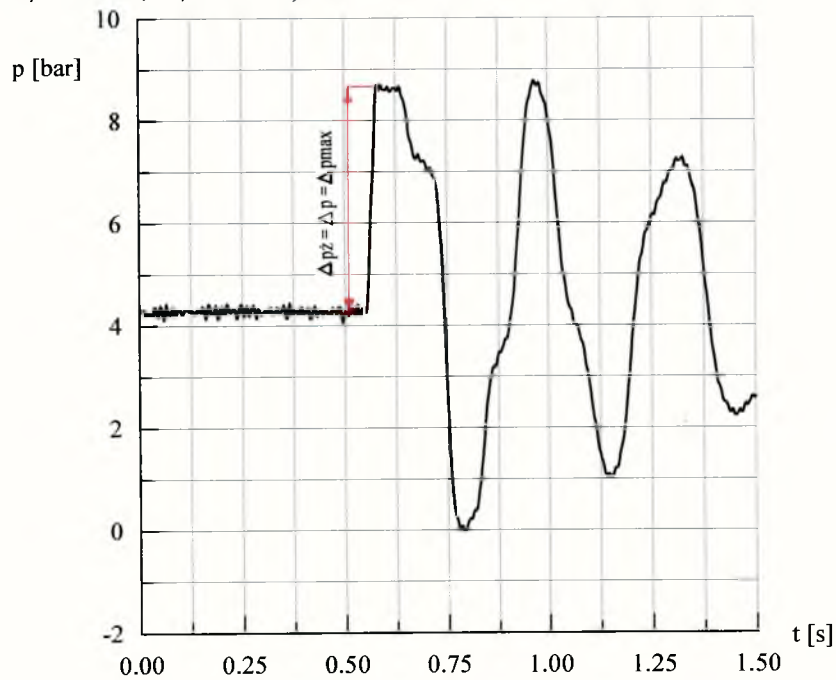
Rys.5.7. Przebieg charakterystyki ciśnienia dla przekroju wylotowego z oznaczonymi przyrostami ciśnienia. Połączenie przewodów stalowych S3S1 ($D_1= 42\text{mm}$, $L_1= 26.45\text{m}$; $D_3= 26.5\text{mm}$, $L_3= 21.2\text{m}$).



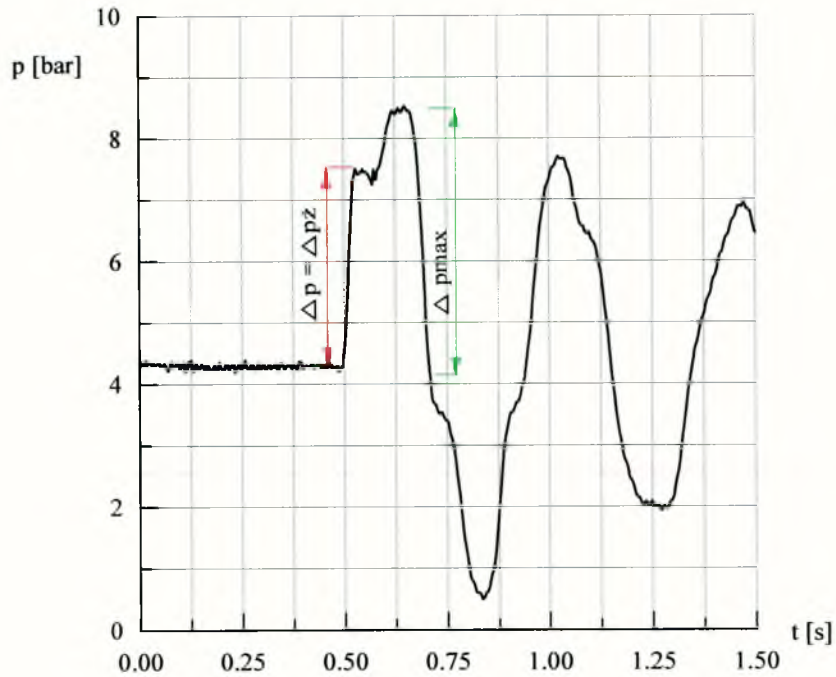
Rys.5.8. Przebieg charakterystyki ciśnienia dla przekroju wylotowego z oznaczonymi przyrostami ciśnienia. Połączenie przewodów stalowych SIS4 ($D_1= 42\text{mm}$, $L_1= 26.45\text{m}$; $D_4= 21\text{mm}$, $L_4= 24.6\text{m}$).



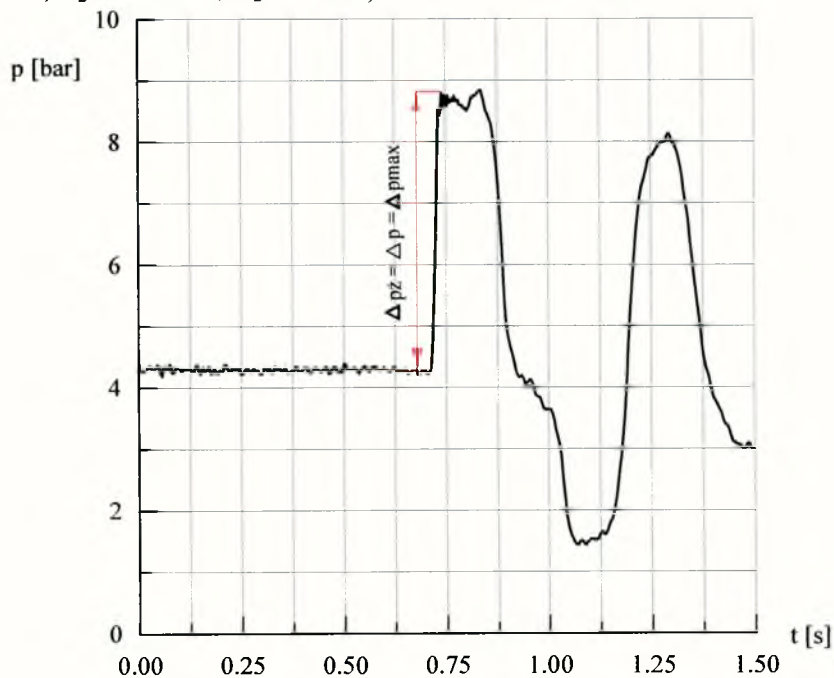
Rys.5.9. Przebieg charakterystyki ciśnienia dla przekroju wylotowego z oznaczonymi przyrostami ciśnienia. Połączenie przewodów stalowych S4S1 ($D_1= 42\text{mm}$, $L_1= 26.45\text{m}$; $D_4= 21\text{mm}$, $L_4= 24.6\text{m}$).



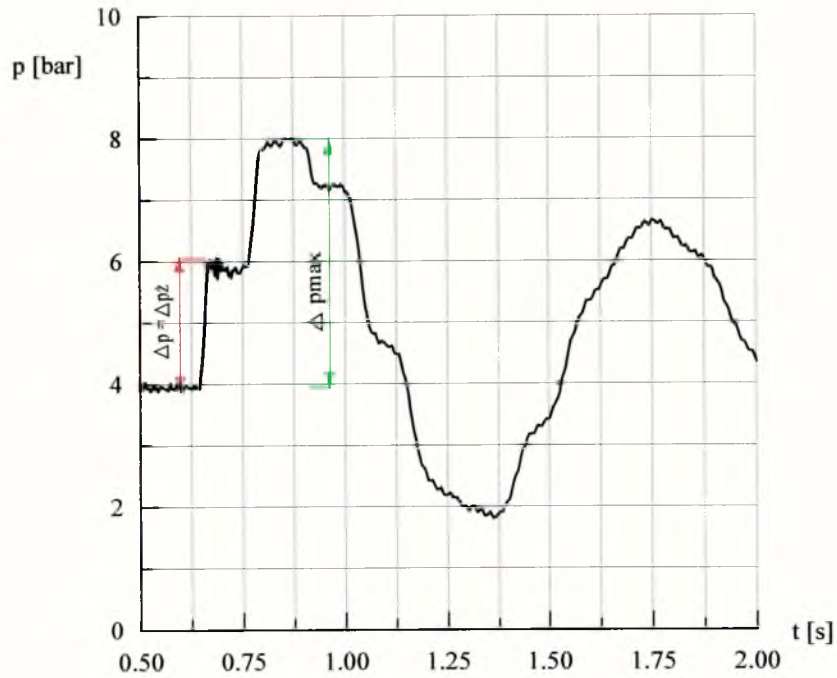
Rys.5.10. Przebieg charakterystyki ciśnienia dla przekroju wylotowego z oznaczonymi przyrostami ciśnienia. Połączenie przewodów polietylenowych P1P2 ($D_1= 40.8\text{mm}$, $L_1=24.0\text{m}$; $D_2= 32.6\text{mm}$, $L_2= 24.0\text{m}$).



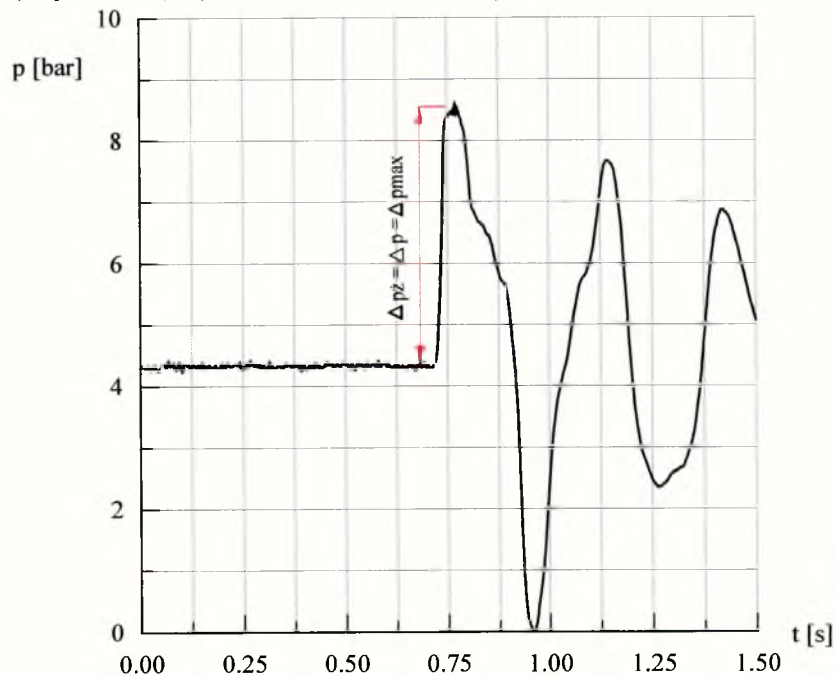
Rys.5.11. Przebieg charakterystyki ciśnienia dla przekroju wylotowego z oznaczonymi przyrostami ciśnienia. Połączenie przewodów polietylenowych P2P1 ($D_1= 40.8\text{mm}$, $L_1=24.0\text{m}$; $D_2= 32.6\text{mm}$, $L_2= 24.0\text{m}$).



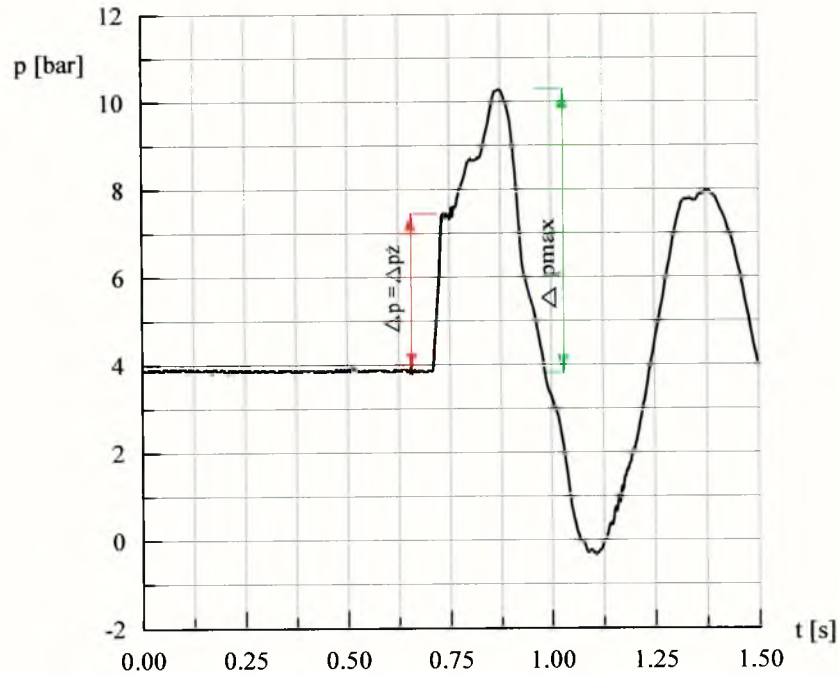
Rys.5.12. Przebieg charakterystyki ciśnienia dla przekroju wylotowego z oznaczonymi przyrostami ciśnienia. Połączenie przewodów polietylenowych G PIP4 ($D_1= 40.8\text{mm}$, $L_1=24.0\text{m}$; $D_4= 20.4\text{mm}$, $L_4= 25.0\text{m}$).



Rys.5.13. Przebieg charakterystyki ciśnienia dla przekroju wylotowego z oznaczonymi przyrostami ciśnienia. Połączenie przewodów polietylenowych G P4P1 ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=24.0\text{m}$; $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=25.0\text{m}$).



Rys.5.14. Przebieg charakterystyki ciśnienia dla przekroju wylotowego z oznaczonymi przyrostami ciśnienia. Połączenie przewodów polietylenowych G P1P2P3 ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=24.0\text{m}$; $D_2=32.6\text{mm}$, $L_2=24.0\text{m}$, $D_3=26\text{mm}$, $L_3=24.85\text{m}$).



Rys.5.15. Przebieg charakterystyki ciśnienia dla przekroju wylotowego z oznaczonymi przyrostami ciśnienia. Połączenie przewodów polietylenowych G P3P2P1 ($D_1=40.8\text{mm}$, $L_1=24.0\text{m}$; $D_2=32.6\text{mm}$, $L_2=24.0\text{m}$, $D_3=26\text{mm}$, $L_3=24.85\text{m}$).

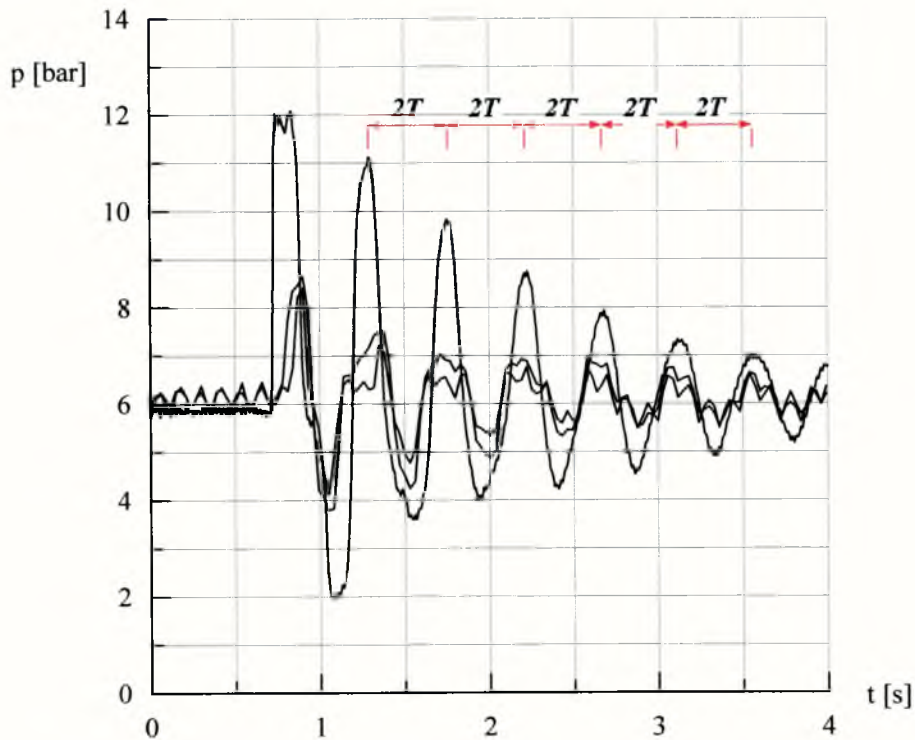
Ponadto należy zauważyć (rys.5.16, 5.17, 5.18, 5.19), że za wyjątkiem paru pierwszych faz przebiegu zjawiska (kiedy widoczny jest wpływ odbitych i przenoszonych fal), ekstremalne przyrosty ciśnienia dla trzech uzyskanych charakterystyk (dla trzech przekrojów pomiarowych) występują w tym samym momencie. Widoczne małe różnice czasu związane są ze sprężystymi właściwościami płynu i ścianek rurociągu. Taka regularność była obserwowana dla wszystkich rozważanych długości rurociągu L , wszystkich wartości stosunku odcinków rur o różnych przekrojach do całkowitej długości rurociągu L i dla wszystkich wariantów rur użytych w doświadczeniu. Dla jednorodnych rurociągów powyższe zjawisko jest obserwowane za wyjątkiem pierwszej fazy (tzn. fazy zamykania zasuw). Jednoczesne pojawienie się maksymalnych przyrostów ciśnienia wzdłuż rurociągu może oznaczać, że układ osiąga stan drgań własnych.

Z analizy rysunków można stwierdzić, że rzeczywiste maksymalne przyrosty ciśnienia są wynikiem nakładania się fal ciśnienia. W ich efekcie, przyrosty ciśnienia są zarówno mniejsze, jak i większe od wartości obliczonej wzorem Żukowskiego, dla indywidualnej

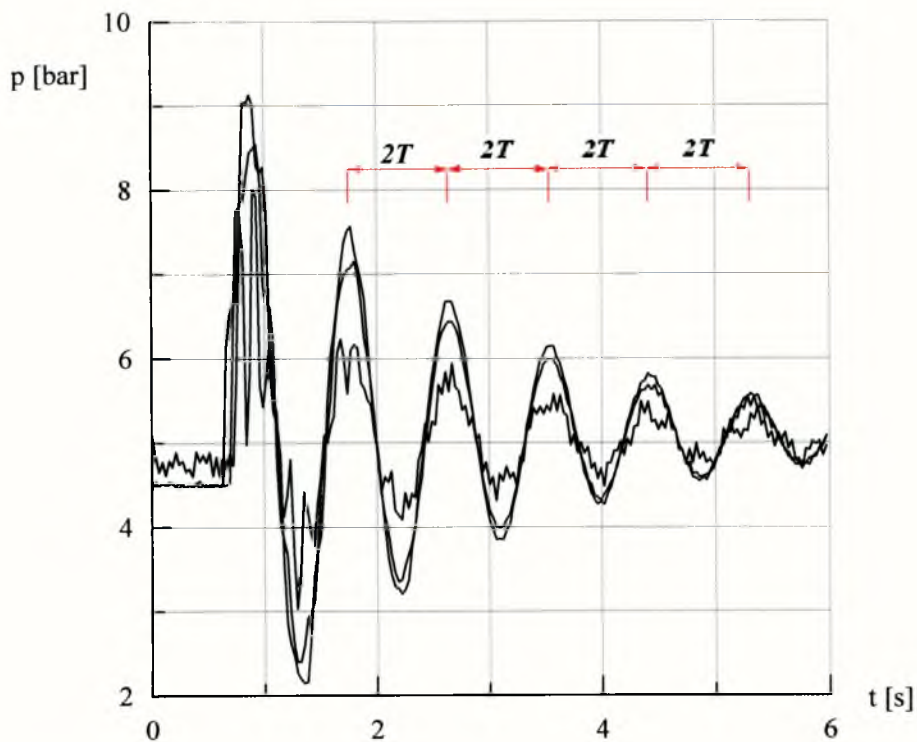
prędkości fali. Maksymalne przyrosty ciśnienia są wyższe dla rurociągu o rosnących średnicach w kierunku przepływu w porównaniu z rurociągiem wykonanym z rur o stopniowo zmniejszających się średnicach. Oznacza to, że mniejszym prędkościom ekwiwalentnym odpowiadają wyższe przyrosty, zaś większym prędkościom - niższe przyrosty ciśnienia.

Podsumowując opisane dotychczas cechy uderzenia hydraulicznego zaobserwowane w wyniku przeprowadzonych doświadczeń, można stwierdzić że uderzenie hydrauliczne składa się z dwóch zjawisk:

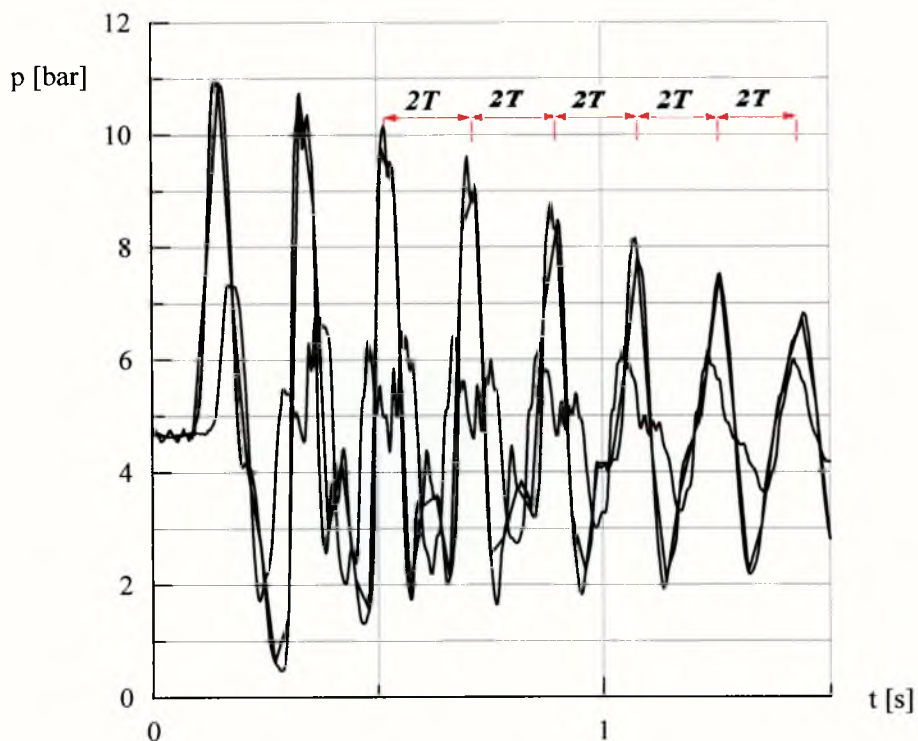
- rozprzestrzeniania się fali sprężystej w rurociągu (układzie rur), w formie głównego zaburzenia,
- odbijania i przenoszenia fal ciśnienia wzbudzonych na połączeniach zmian poprzecznych rurociągu, nakładających się na główne zaburzenie, w wyniku których ostatecznie ustala się stan drgań własnych układu.



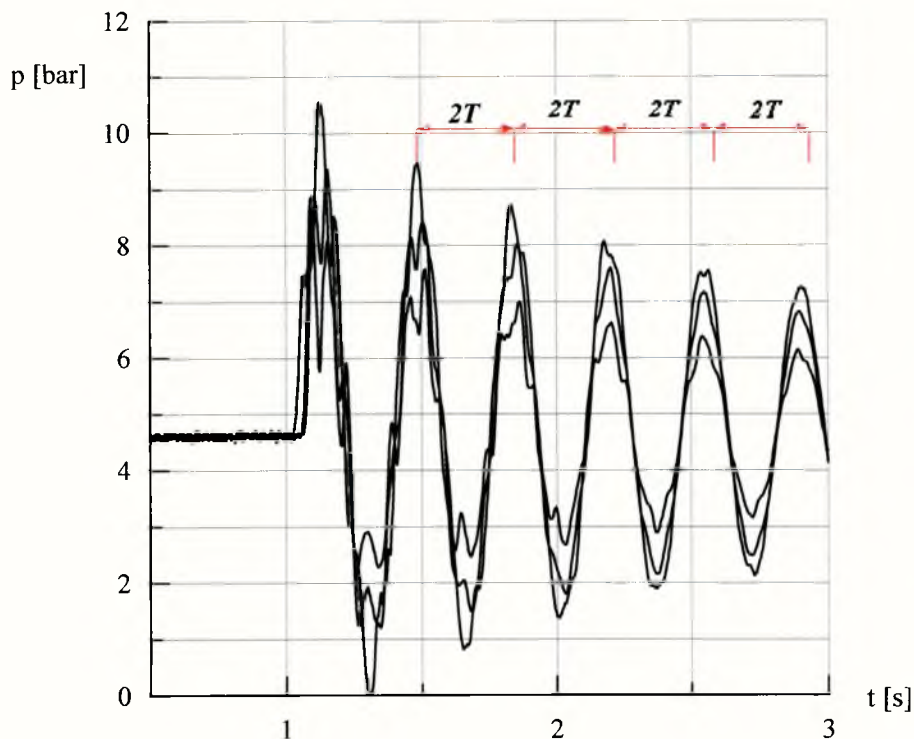
Rys.5.16. Charakterystyki ciśnienia dla trzech przekrojów pomiarowych dla przewodu polietylenowego G PIP4 ($D_1= 40.8\text{mm}$, $L_1= 24.25\text{m}$, $D_4= 20.4\text{mm}$, $L_4= 25.0\text{m}$).



Rys.5.17. Charakterystyki ciśnienia dla trzech przekrojów pomiarowych dla przewodu polietylenowego G P4P1 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$; $D_4=20.4\text{mm}$, $L_4=25.0\text{m}$).



Rys.5.18. Charakterystyki ciśnienia dla trzech przekrojów pomiarowych dla przewodu stalowego SIS4 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$).



Rys.5.19. Charakterystyki ciśnienia dla trzech przekrojów pomiarowych dla przewodu stalowego S4S1 ($D_1=42\text{mm}$, $L_1=26.45\text{m}$, $D_4=21\text{mm}$, $L_4=24.60\text{m}$).

Na podstawie otrzymanych doświadczalnie charakterystyk ciśnienia, prędkość c_e rozprzestrzeniania się zaburzeń ciśnienia była obliczona dla pomierzonego okresu T wypadkowych drgań i całkowitej długości L rurociągu:

$$c_e = \frac{2L}{T} \quad (5.7)$$

Tak obliczona prędkość dla rurociągów o zmiennym przekroju lub zmiennych właściwościach sprężystych ścianek nosi nazwę ekwiwalentnej prędkości fali sprężystej (ciśnienia). Okres T został obliczony jako średnia arytmetyczna dla 10 faz wstępnych uderzenia hydraulicznego. Wartości empiryczne ekwiwalentnej prędkości zaburzeń ciśnienia c_e zostały obliczone z niepewnością $\pm 1.5\%$ dla oszacowanego błędu pomiaru długości L i okresu T . Otrzymane prędkości c_e dla dwóch rur połączonych szeregowo były takie same dla stałych wartości L_{s1}/L i L_{p1}/L , niezależnie od całkowitej długości L łączonych przewodów,

lecz dla takiego samego porządku ułożenia rur (krzywa 1 lub 2 - rys.5.20 ÷ 5.25). Dla proporcji długości łączonych przewodów L_{s1}/L i L_{p1}/L równej 0.5 odnotowano maksymalną wartość prędkości c_{emax} fali ciśnienia (wariant I) i minimalną wartość prędkości c_{emin} (wariant II). Widać więc, że zakres spodziewanych wartości prędkości c_e fali ciśnienia zależy od stosunku przekrojów poprzecznych łączonych przewodów oraz od kolejności ich ułożenia.

Korzystając z zależności (3.3.3.25,3.3.3.45) wyprowadzonych w oparciu o metodę analizy liniowej drgań własnych również można otrzymać zależność ekwiwalentnej prędkości c_e fali ciśnienia od stosunku długości L_{s1}/L i L_{p1}/L . Dla porównania otrzymane analitycznie wyniki naniesiono na wykresy prędkości otrzymane na podstawie danych doświadczalnych. Jak można zauważyć (rys.5.20 ÷ 5.25) ma miejsce dobra zgodność wyników. Pewne różnice wynikają z faktu, że klasyczna teoria pomija takie czynniki zależne od częstotliwości jak tarcie (w efekcie tłumienie fali, a tym samym słabsze wymuszanie zjawiska drgań własnych) i prędkość fali. Dla krzywych opisujących zależności dla wariantu I łączonych przewodów różnice w otrzymanych wartościach są większe. Jak już zauważono wcześniej dla tego typu połączeń przebieg zjawiska uderzenia hydraulicznego jest bardziej złożony, w wyniku większej, w porównaniu z wariantem II, liczby zaburzeń (w postaci odbitych fal nakładających i sumujących się między sobą) towarzyszących zjawisku. Należy zauważyć, że w wariantcie I prędkości ekwiwalentne zaburzeń ciśnienia są wyższe, co może świadczyć o większej sprężystości układu "przewód - ciecz" w trakcie dochodzenia do stanu drgań własnych.

W celu sprawdzenia przydatności metody drgań własnych dla trzech połączonych przewodów, wyprowadzono zależność opisującą zmianę ekwiwalentnej prędkości fali ciśnienia c_e od stosunku długości L_{s1}/L i L_{p1}/L . Wyniki obliczeń porównano z wartościami otrzymanymi doświadczalnie. Niestety przy połączeniu trzech przewodów nie jest możliwe przedstawienie zmian prędkości c_e dla wszystkich badanych schematów w tak jawny sposób jak uzyskano to dla dwóch łączonych przewodów. Jest jednak możliwe przedstawienie tych zależności w postaci nomogramu np. dla przyjętej długości przewodu pierwszego.

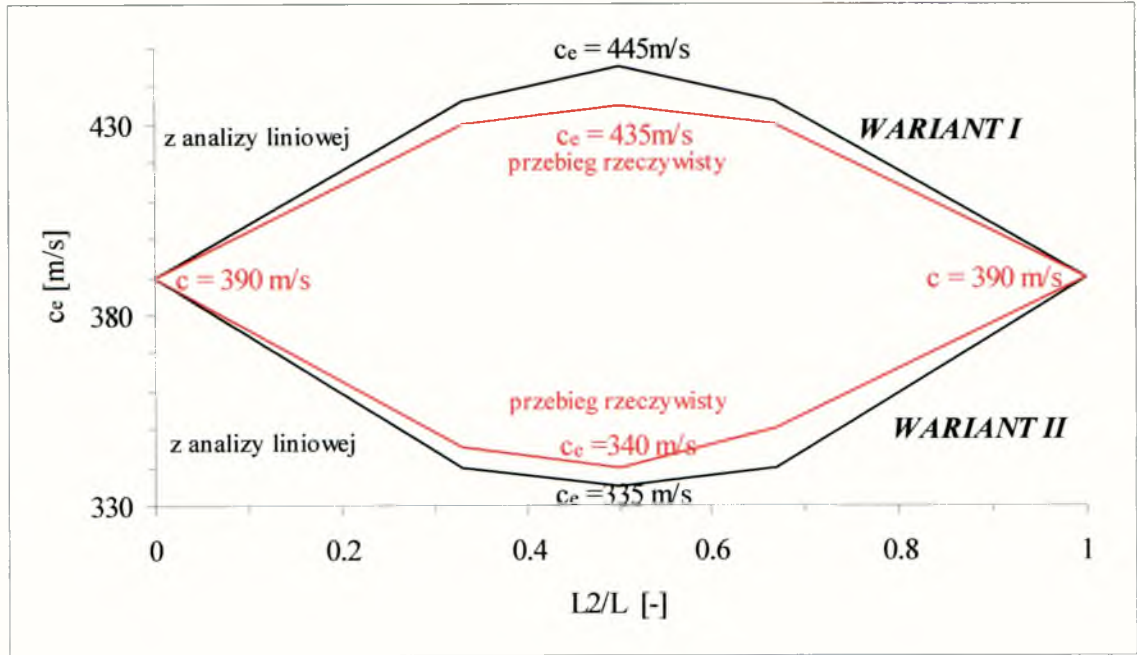
Otrzymane wyniki przedstawiono w postaci tabelarycznej.

Tabela 5.4. Trzy przewody polietylenowe G MDPE - parametry przewodów, porównanie wartości ekwiwalentnej prędkości fali ciśnienia otrzymanych doświadczalnie i analitycznie.

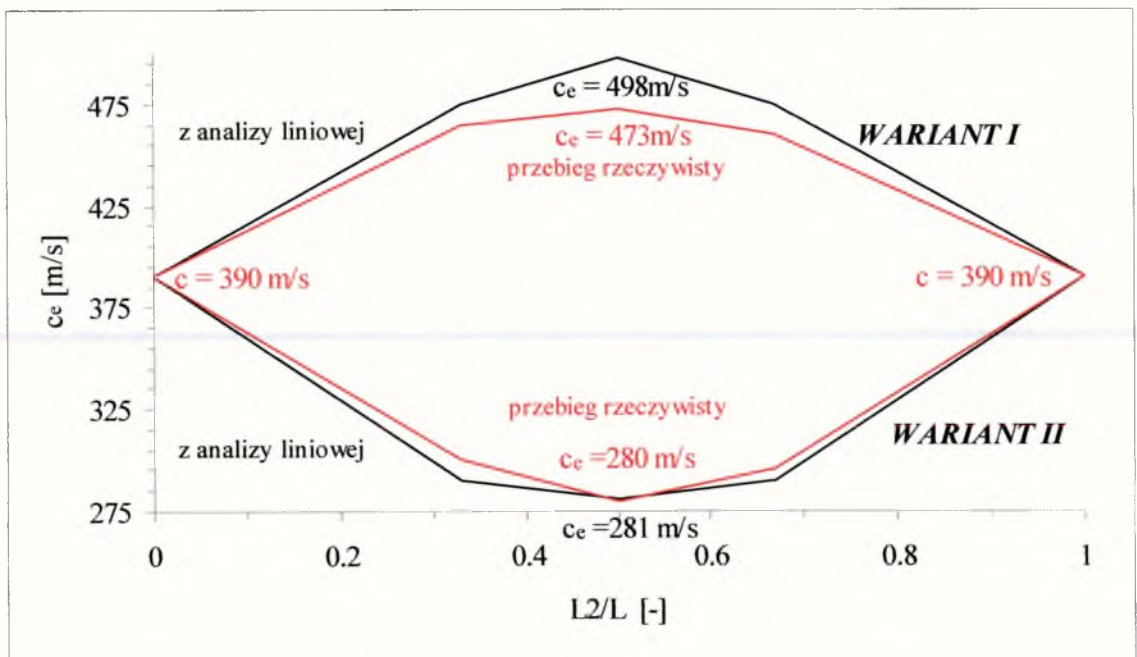
PRZEWODY POLIETYLENOWE MDPE GRUBE						
PARAMETRY PRZEWODÓW			WARIANTY POŁĄCZEŃ	c_{dos} m/s	c_{anal} m/s	
D_1	D_2	D_3	P1P2P3	458	489	
mm	mm	mm				
40.8	32.6	26.0				
A_1	A_2	A_3	P3P2P1	288	298	
m ²	m ²	m ²				
0.001	0.0008	0.0005				
L_1	L_2	L_3	P2P1P3	303	413	
m	m	m				
12.0	12.0	12.0				

Tabela 5.5. Trzy przewody stalowe - parametry przewodów, porównanie wartości ekwiwalentnej prędkości fali ciśnienia otrzymanych doświadczalnie i analitycznie

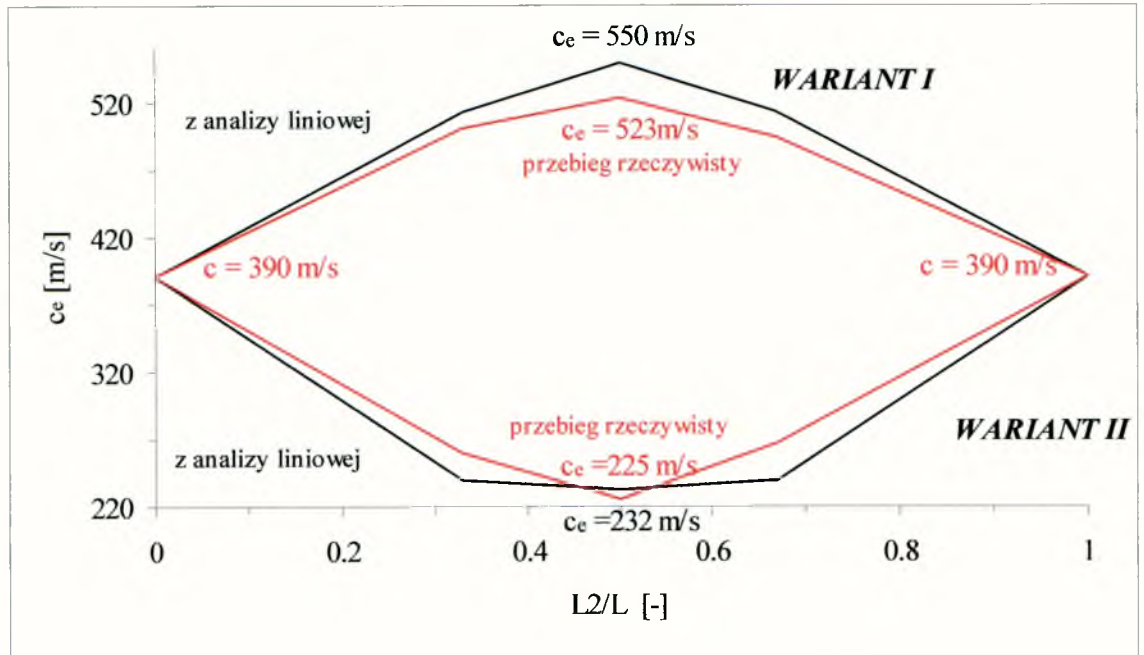
PRZEWODY STALOWE						
PARAMETRY PRZEWODÓW			WARIANTY POŁĄCZEŃ	c_{dos} m/s	c_{anal} m/s	
D_1	D_2	D_3	S1S2S4	1690	1730	
mm	mm	mm				
42	35	21.0				
A_1	A_2	A_3	S4S2S1	730	831	
m ²	m ²	m ²				
0.001	0.001	0.0003				
L_1	L_2	L_3				
m	m	m				
13.3	14.15	12.2				



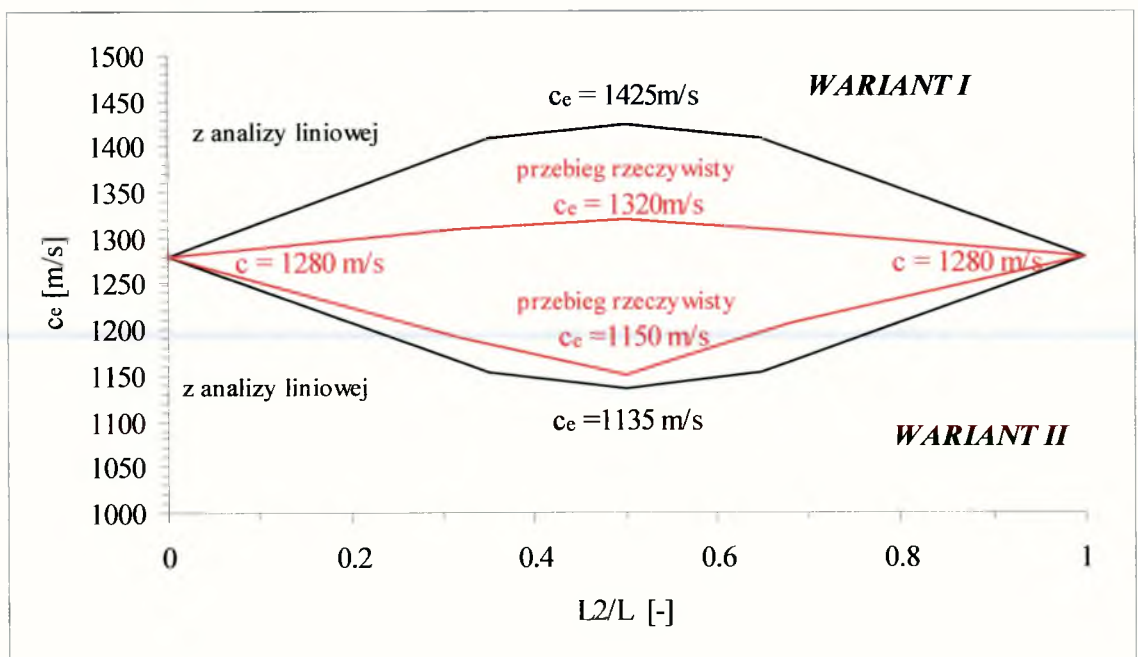
Rys.5.20. Charakterystyki prędkości oscylacji ciśnienia -ekwiwalentnej fali ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch przewodów polietylenowych MDPE (gruba ścianka) o średnicach $D_1 = 40.8$ mm i $D_2 = 32.65$ mm.



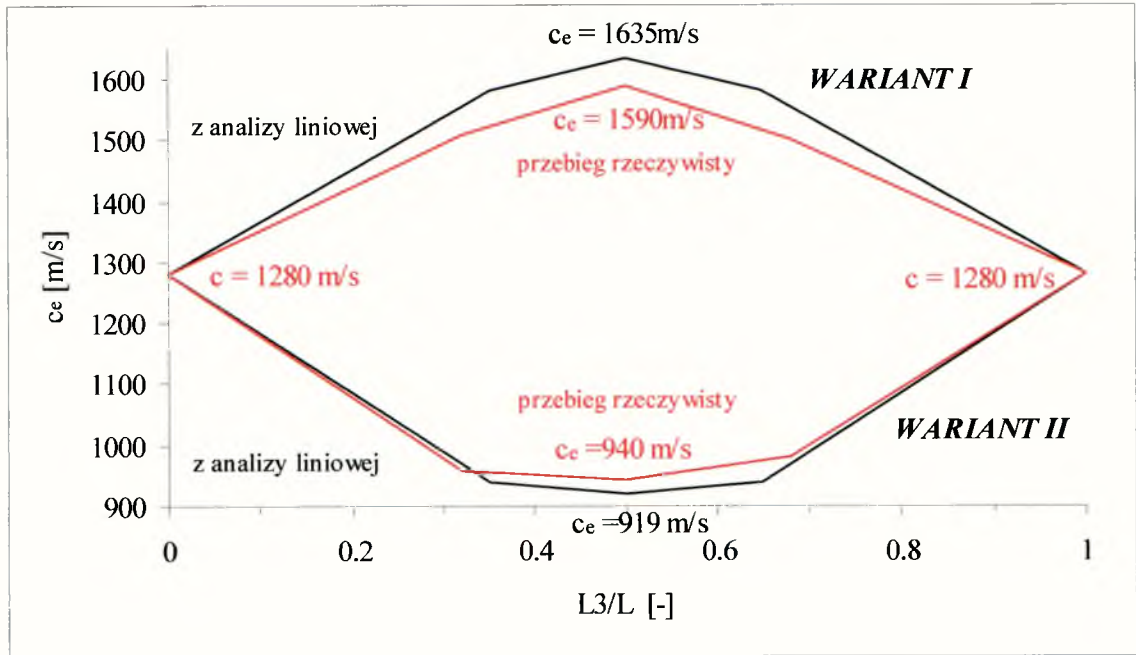
Rys.5.21. Charakterystyki prędkości oscylacji ciśnienia - ekwiwalentnej fali ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch przewodów polietylenowych MDPE (gruba ścianka) o średnicach $D_1 = 40.8$ mm i $D_3 = 26$ mm.



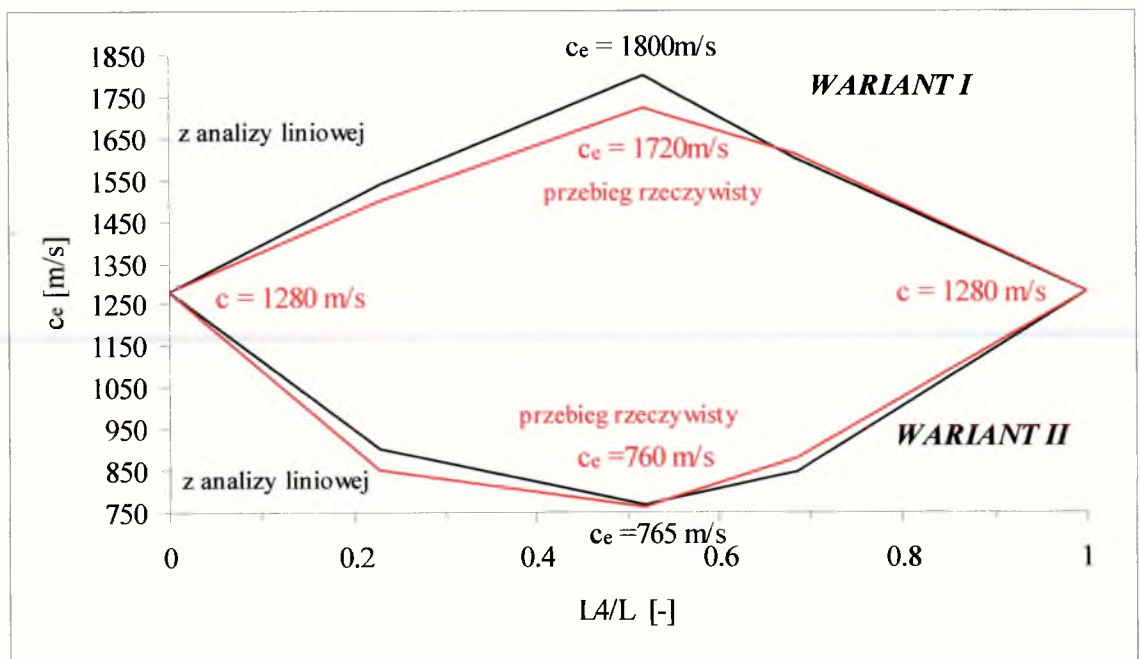
Rys.5.22. Charakterystyki prędkości oscylacji ciśnienia - ekwiwalentnej fali ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch przewodów polietylenowych MDPE (gruba ścianka) o średnicach $D_1 = 40.8\text{mm}$ i $D_4 = 20.4\text{mm}$.



Rys.5.23. Charakterystyki prędkości oscylacji ciśnienia - ekwiwalentnej fali ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch przewodów stalowych o średnicach $D_1 = 42\text{mm}$ i $D_2 = 35\text{mm}$.



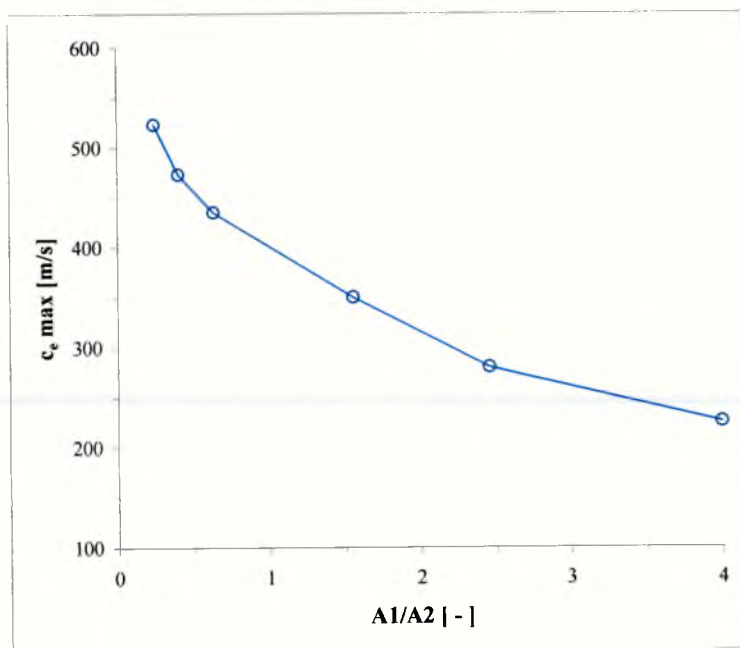
Rys.5.24. Charakterystyki prędkości oscylacji ciśnienia - ekwiwalentnej fali ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch przewodów stalowych o średnicach $D_1=42\text{mm}$ i $D_3=26.5\text{mm}$.



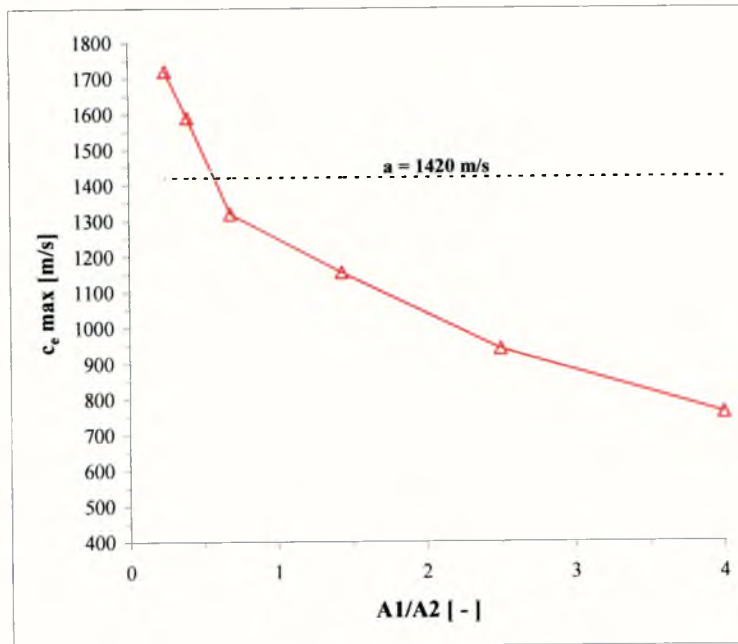
Rys.5.25. Charakterystyki prędkości oscylacji ciśnienia - ekwiwalentnej fali ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch przewodów stalowych o średnicy $D_1=42\text{mm}$ i $D_4=21\text{mm}$.

Maksymalne pomierzone wartości $c_{e\max}$ (dla $Ll/L=0.5$) w rurociągach polietylenowych i rurociągach stalowych są funkcją wykładnika A_1/A_2 przekroju poprzecznego: A_1 na wylocie rurociągu do powierzchni A_2 przekroju poprzecznego rury wlotowej, jak pokazano na rys.5.26 i 5.27. Zmiana względnej prędkości oscylacji $c_{e\max}/c_i$, jako funkcja stosunku powierzchni przekrojów poprzecznych rurociągu A_1/A_2 , jest praktycznie ta sama dla obu rozważanych rurociągów (i = stalowe lub polietylenowe) - rys.5.28.

W pewnych warunkach, dla malejących średnic, wartości prędkości c_e w rurociągach stalowych (rys.5.27) przekraczają prędkość dźwięku a w wodzie ($a = 1420$ m/s). Jest to możliwe kiedy oscylacje masy płynu w rurociągu są wywołane przez efekt tłoka przy odkształceniach ścian rurociągu, przy wyhamowaniu przepływu cieczy i przez wynik ssania, wzmocniony przez wzrost prędkości strumienia na skutek redukcji przekroju poprzecznego w fazie wpływania cieczy do rurociągu ze zbiornika. Działania te stanowią interakcję cieczy i ścianek przewodu, czego efektem jest stan drgań własnych układu.

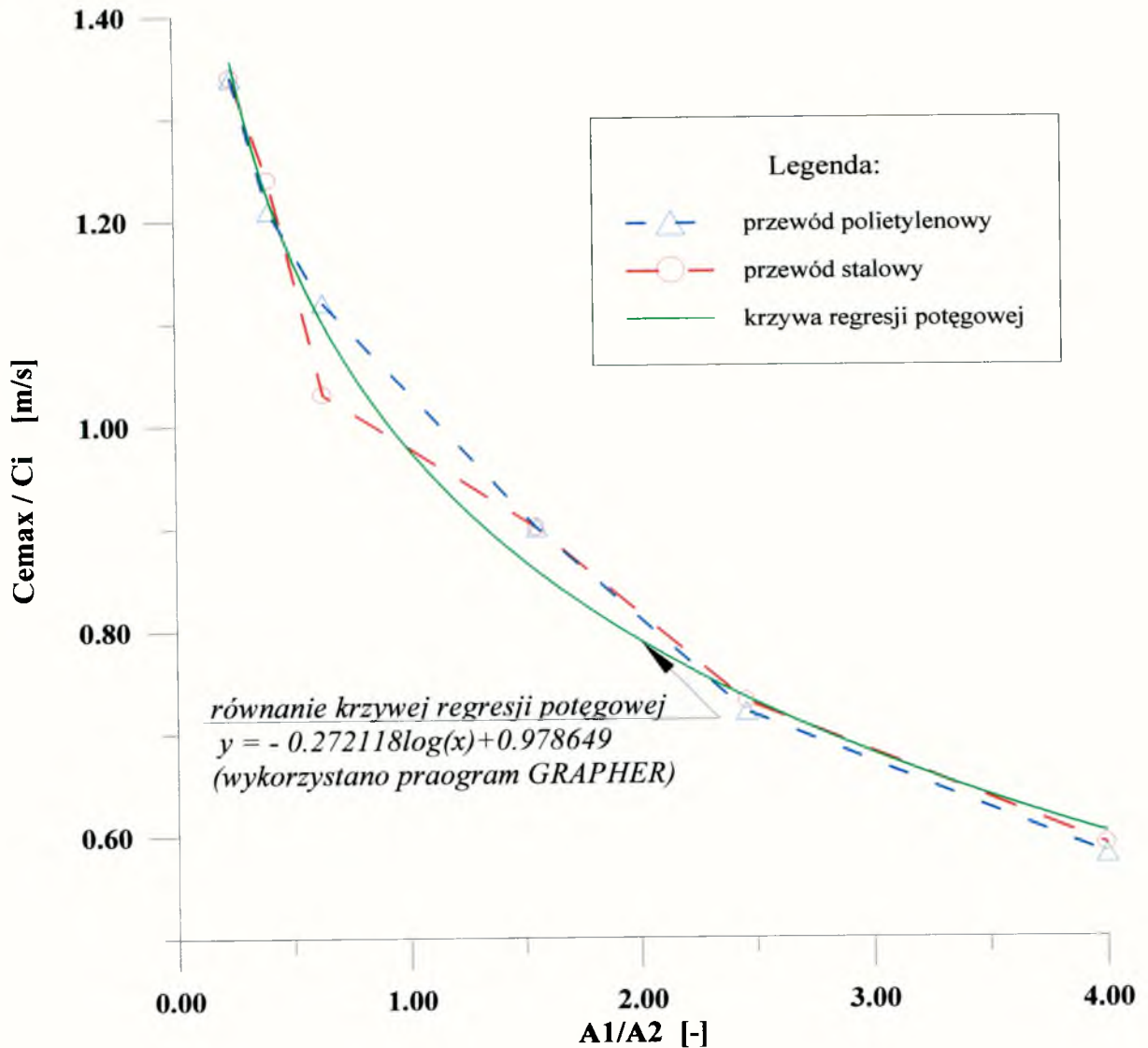


Rys.5.26. Maksymalna zmierzona wartość prędkości $c_{e\max}$ w przewodach polietylenowych (o grubej ściance) w funkcji ilorazu przekroju poprzecznego A_1 na wylocie rurociągu do powierzchni A_2 przekroju poprzecznego rury wlotowej.



Rys.5.27. Maksymalna zmierzona wartość prędkości $c_{e \text{ max}}$ w przewodach stalowych w funkcji ilorazu przekroju poprzecznego A_1 na wylocie rurociągu do powierzchni A_2 przekroju poprzecznego rury wlotowej.

W podsumowaniu możliwości stosowania analizy drgań własnych do badania rozprzestrzeniania się zaburzeń ciśnienia o skończonej amplitudzie w przewodach pod ciśnieniem należy stwierdzić, że metoda ta w pełni zdaje egzamin w analizowanych układach szeregowo połączonych rur. Dla przewodów o malejących w kierunku przepływu średnicach częstotliwość drgań własnych rośnie, zaś dla połączeń rur o rosnących średnicach - częstotliwość maleje. W efekcie obliczone prędkości fali odpowiednio rosną i maleją. Zjawisko to jest obserwowane zarówno dla rur stalowych, polietylenowych o grubej ścianie, jak również dla rur wykonanych z polietylenu o cienkiej ścianie (str.73). Oceniając rzeczywiste charakterystyki ciśnienia można zauważyć, że stan drgań własnych jest osiągany praktycznie w pierwszej - dla rur polietylenowych i co najwyżej w drugiej fazie - dla rur stalowych. Wskazuje to również na konieczność odrzucenia stosowanych w praktyce inżynierskiej obliczeń prędkości oscylacji fali i przyrostów ciśnienia ze wzorów Kortewego i Żukowskiego, których skuteczność jest ograniczona wyłącznie dla pojedynczych przewodów.



Rys.5.28. Stosunek maksymalnej prędkości oscylacji ciśnienia do prędkości fali w pojedynczym (jednorodnym) rurociągu c_{emax}/c_i dla stalowych i polietylenowych (o grubej ścianie) rur jako funkcja współczynnika powierzchni przekroju rur A_1/A_2 . Otrzymane wyniki aproksymowano (kolor zielony) krzywą regresji potęgowej wykorzystując program GRAPHER..

6. PRÓBA MATEMATYCZNEGO MODELOWANIA ZJAWISKA

Przebieg większości zjawisk fizycznych można opisać wykorzystując układy równań różniczkowych cząstkowych, quasi-liniowych. Jednak analityczne rozwiązanie takich układów równań jest możliwe tylko w szczególnych przypadkach. Z uwagi na duże znaczenie praktyczne zjawisk opisywanych układami równań różniczkowych, wiele uwagi poświęcono na sposoby rozwiązywania takich układów równań. Szczególnie starano się znaleźć metody rozwiązań nie sprawiające użytkownikowi zbyt wielu trudności, a równocześnie dające wyniki zgodne lub zbliżone z wynikami badań doświadczalnych. Przy rozwiązywaniu równań różniczkowych hiperbolicznych z wielu metod jako najbardziej odpowiednie uznaje się metodę charakterystyk i metodę elementów skończonych (Szymkiewicz 1975, 2000). Próba matematycznego modelowania zjawiska rozprzestrzeniania się zaburzenia ciśnienia o skończonej amplitudzie w ciągu przewodów o różnych średnicach zostanie przeprowadzona przy wykorzystaniu metody charakterystyk. Metoda ta jest najczęściej stosowana do analizy zjawiska uderzenia hydraulicznego (Chaudry 1987, Evangelisti 1969, Mitosek 1997).

Przebieg zmiany ciśnienia opisany jest układem równań różniczkowych I-go rzędu z dwoma zmiennymi niezależnymi x i t oraz z dwoma zmiennymi zależnymi $H(x, t)$ i $V(x, t)$.

Symulację zjawiska przeprowadzono dla kolejnych wariantów badanych ciągów przewodów.

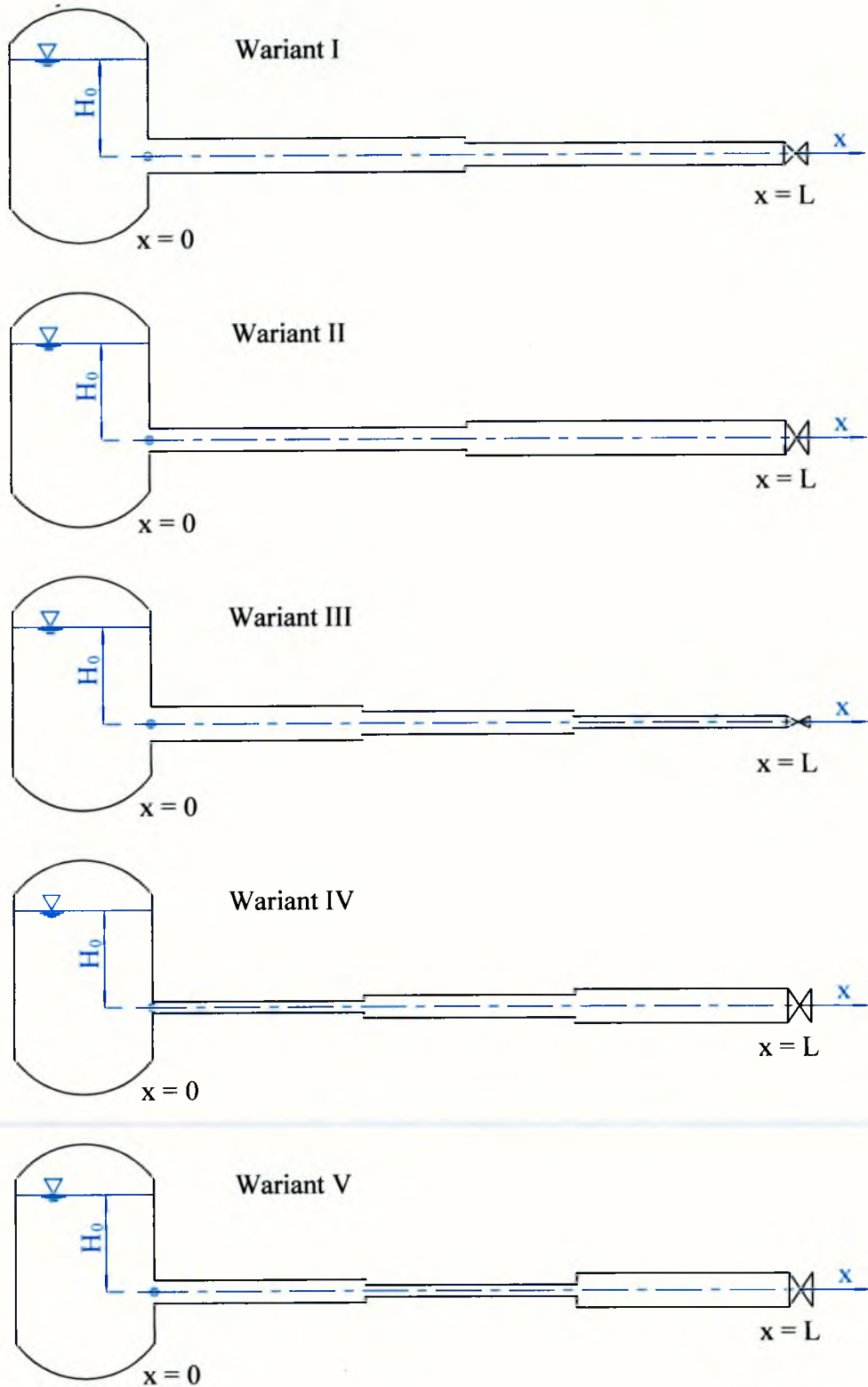
Schemat różnych połączeń przedstawiono na rys. 6.1.

Zjawisko uderzenia hydraulicznego opisane jest następującym układem równań różniczkowych cząstkowych (Parmakian 1955):

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2D} V|V| = 0 \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (6.2)$$

gdzie $\frac{fV|V|}{2D}$ jest członem źródłowym uwzględniającym tarcie.



Rys. 6.1. Schematy obliczeniowe rurociągu prostego.

Równanie (6.1) jest równaniem zachowania pędu, a (6.2) równaniem ciągłości ruchu cieczy.

W równaniu ciągłości wartość c oznacza prędkość fali ciśnienia określaną zależnością

$$c = \sqrt{\frac{1}{\frac{\gamma}{g} \left(\frac{1}{K} + \frac{D\Psi}{Ee} \right)}} \quad (6.3)$$

Symbole użyte w równaniach (6.1), (6.2) i (6.3) mają następujące znaczenie:

- H - ciśnienie [m],
- V - prędkość średnia cieczy w rurociągu [m/s],
- f - współczynnik tarcia,
- c - prędkość fali ciśnienia [m/s],
- x - odległość przekroju od początku układu współrzędnych [m],
- t - czas [s],
- g - przyspieszenie ziemskie [m/s^2],
- γ - ciężar właściwy cieczy [N/m^3],
- K - współczynnik sprężystości objętościowej cieczy [Pa],
- E - moduł Younga materiału, z którego wykonano rurociąg [Pa],
- D - średnica wewnętrzna rurociągu [m],
- e - grubość ścianki rurociągu [m],
- Ψ - współczynnik zależny od sposobu zamocowania rurociągu - patrz str.14,
- μ - współczynnik Poissona.

Założenia, przy których wyprowadzono równania (6.1) i (6.2), są następujące:

- rurociąg jest zawsze napełniony cieczą i znajduje się pod ciśnieniem przewyższającym prężność pary nasyconej,
- ciśnienie i prędkość w przekroju poprzecznym określone są jako wartości średnie w przekroju,

- istnieje wpływ ściśliwości cieczy, sprężystości materiału, sposobu zamocowania rurociągu i tarcia cieczy.

W równaniach tych zmiennymi niezależnymi są x i t (położenie i czas), natomiast zmiennymi zależnymi V i H (prędkość cieczy i ciśnienie w rurociągu). Rozwiązaniem układu przy zadanych warunkach początkowych i brzegowych są funkcje $V(x,t)$ i $H(x,t)$ określające prędkości i ciśnienia w rozpatrywanym zakresie x i t .

Warunki początkowe określają rozkład prędkości i ciśnienia wzdłuż osi rurociągu w chwili początkowej. Oznacza to, że

$$H(x, t = 0) = H_p(x), \quad (6.4)$$

$$V(x, t = 0) = V_p(x), \quad (6.5)$$

przy czym $H_p(x)$ i $V_p(x)$ oblicza się przy założeniu ruchu ustalonego dla przyjętego początkowego natężenia przepływu Q_p .

Warunki brzegowe określają zmienność jednej z funkcji na brzegach rurociągu, tzn. w punktach: $x = 0$ oraz $x = L$. Przyjęto, że w punkcie $x = 0$ istnieje zbiornik zapewniający stałe ciśnienie, czyli

$$H(x = 0, t) = H_o(t) = \text{const} \quad (6.6)$$

natomiast na końcu rurociągu istnieje zawór, który determinuje prędkość wypływu:

$$V(x = L, t) = V_L(t) \quad (6.7)$$

Jak już zostało wspomniane, do rozwiązania równań uderzenia hydraulicznego zastosowano metodę charakterystyk z aproksymacją różnicami skończonymi.

6.1. METODA CHARAKTERYSTYK

6.1.1. OPIS OGÓLNY METODY.

Aby móc rozwiązać układ równań różniczkowych, w celu opisanego przebiegu uderzenia hydraulicznego, należy w pierwszej kolejności określić typ równań różniczkowych tworzących układ równań. Klasyfikację równań przeprowadza się wykorzystując analizę charakterystyk. Zastosowanie tej metody wymaga wyznaczenia równań charakterystyk odpowiadających badanemu układowi quasi - liniowych równań różniczkowych, a następnie rozwiązania równań charakterystyk umożliwiających obliczanie poszukiwanych funkcji.

Zgodnie z istniejącymi opracowaniami metoda charakterystyk znalazła szerokie zastosowanie w badaniu i analizie przepływów nieustalonych cieczy w przewodach pod ciśnieniem. Do jej zalet można zaliczyć:

- dużą dokładność
- szybkość
- stabilność przy spełnianiu warunków Couranta
- otrzymywanie wyników umożliwiających szczegółową analizę uderzenia hydraulicznego
- prosty sposób uwzględniania zróżnicowanych warunków brzegowych.

Dla określenia typu równań dla układu równań różniczkowych, można wykonać klasyfikację bazując na analizie charakterystyk.

Charakterystyki są to linie (lub powierzchnie w przypadku wielowymiarowym) wzdłuż których rozprzestrzeniają się zaburzenia.

Z definicji charakterystykami są takie linie (ogólnie powierzchnie) w czasoprzestrzeni, na których układ równań wyjściowy nie ma jednoznacznego rozwiązania. Rozwiązanie nie jest jednoznaczne, gdy wyznacznik macierzy współczynników układu jest równy zero. Warunek ten prowadzi do równania różniczkowego charakterystyk, w konsekwencji pozwalając je wyznaczyć.

Układu równań różniczkowych I-go rzędu z dwiema zmiennymi niezależnymi x i t i z dwiema zmiennymi zależnymi $u(x,t)$ i $v(x,t)$ [ogólna postać równania] ma postać (Szymkiewicz 2000):

$$\begin{cases} A_{11} \frac{\partial u}{\partial t} + B_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + A_{12} \frac{\partial v}{\partial t} + B_{12} \frac{\partial v}{\partial x} = F_1 \\ A_{21} \frac{\partial u}{\partial t} + B_{21} \frac{\partial u}{\partial x} + A_{22} \frac{\partial v}{\partial t} + B_{22} \frac{\partial v}{\partial x} = F_2 \end{cases} \quad (6.8)$$

Powyższy układ można zapisać w postaci macierzowej:

$$A \frac{\partial \Phi}{\partial t} + B \frac{\partial \Phi}{\partial x} = F \quad (6.9)$$

gdzie:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \quad \Phi = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}. \quad (6.10)$$

Z definicji charakterystyki wynika, że Φ ma stałą wartość na charakterystyce, a zatem

$$d\Phi = 0 \quad (6.11)$$

Ponieważ różniczka zupełna Φ jest równa

$$d\Phi = E \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt + E \frac{\partial \Phi}{\partial x} dx \quad (6.12)$$

gdzie E jest macierzą jednostkową zdefiniowaną następująco:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.13)$$

Warunek, jaki musi spełniać rozwiązanie układu (6.9), przyjmie postać

$$\begin{bmatrix} A & B \\ E dt & E dx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6.14)$$

Równanie (6.14) definiuje charakterystyki, które muszą zapewnić zerową wartość wyznacznika głównego

$$\det(A dx - B dt) = 0. \quad (6.15)$$

Dzięki temu układ nie ma jednoznacznego rozwiązania. Dla rozpatrywanego układu równań (6.8) warunek (6.15) przyjmuje postać

$$(A_{11}A_{22} - A_{21}A_{12})\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 - (A_{11}B_{22} - A_{21}B_{12} + B_{11}A_{22} - B_{22}A_{12})\frac{dx}{dt} + (B_{11}B_{22} - B_{21}B_{12}) = 0. \quad (6.16)$$

Równanie to ma dwa pierwiastki zależne od wartości wyróżnika równania

$$\Delta = (A_{11}B_{22} - A_{21}B_{12} + A_{22}B_{11} - A_{12}B_{21})^2 - 4(A_{11}A_{22} - A_{21}A_{12})(B_{11}B_{22} - B_{21}B_{12}). \quad (6.17)$$

Wartość wyróżnika określa typ układu równań.

Zjawisko uderzenia hydraulicznego opisane jest układem liniowych równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego. Równania hiperboliczne mają dwa pierwiastki równania rzeczywiste.

Rozwiązanie tego typu równań ma charakter niegasnącej oscylacji. Brak tłumienia jest cechą charakterystyczną liniowych równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego. Z tego powodu jeśli warunki początkowe lub brzegowe mają nieciągłości, to nieciągłość ta nie zaniknie w czasie. Bardzo ważne jest więc prawidłowe określenie warunków początkowych i brzegowych, co było by niemożliwe bez wcześniejszego określenia typu równań. Zasadnicze znaczenie ma więc właściwe sklasyfikowanie układu równań różniczkowych cząstkowych i poznanie struktur charakterystyk. Często bowiem przyczyną niejednoznacznego rozwiązania jest niespełnienie wymagania właściwego dopasowania dodatkowych warunków do typu rozwiązywanego układu równań. Poprawne określenie warunków granicznych wymaga znajomości typu układu równań.

Dla wielu zagadnień sposób zadawania warunków początkowych i brzegowych jest dobrze znany i udowodniony. Dla równań typu hiperbolicznego obowiązuje zasada zadawania na każdym brzegu obszaru całkowania tylu warunków, ile charakterystyk wchodzi z tego brzegu do obszaru rozwiązania (Szymkiewicz 2000).

Wykorzystując równania charakterystyk możemy obliczyć szukane wartości funkcji z pewnym przybliżeniem korzystając np. z metody różnic skończonych.

Metoda ta polega na zastąpieniu równania różniczkowego przez odpowiednie równania różnicowe. W tym celu obszar ciągły zastępuje się obszarem dyskretnym złożonym z węzłów siatki jaką pokrywa się obszar ciągły. Równania służące do obliczenia poszukiwanych wartości rozwiązania przybliżonego nazywa się równaniami różnicowymi i otrzymuje się je przez aproksymację pochodnych w równaniu różniczkowym różnicami skończonymi. Aproksymację pochodnych różnicami skończonymi przeprowadza się stosując rozwinięcie w szereg Taylora.

Wykorzystany do weryfikacji model numeryczny (opisany metodą charakterystyk) całkuje równania jawną metodą różnic skończonych. W metodzie tej krok czasowy i przestrzenny nie może przyjmować dowolnych wartości, związane jest to ze stabilnością modelu. Schemat numeryczny jest bowiem stabilny, jeżeli małe błędy powstałe w trakcie obliczeń, np. błąd zaokrągleń, nie mają tendencji do nieograniczonego wzrostu. Dla zapewnienia stabilności musi być spełniony warunek Couranta:

$$Ca = \frac{1}{c} \frac{\Delta x}{\Delta t} \leq 1 \quad (6.18)$$

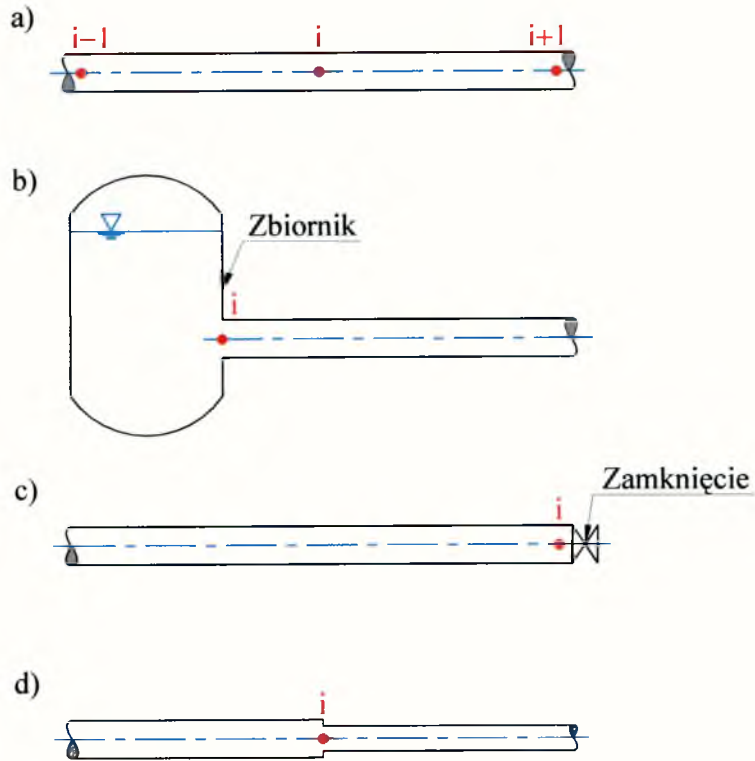
z którego wynika ograniczenie na dopuszczalną wartość kroku czasowego Δt , mianowicie

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c}. \quad (6.19)$$

6.1.2. ROZWIĄZANIE RÓWNAŃ METODĄ CHARAKTERYSTYK.

Rozwiązanie równań (6.1) i (6.2) metodą charakterystyk z aproksymacją różnicami skończonymi wykonuje się na stałej siatce. Wyprowadzenie równań różnicowych przedstawił Streeter (1962) i Szymkiewicz (1975).

W rurociągu jak na rys. 6.1 występują następujące typy węzłów siatki (rys. 6.2):



Rys. 6.2 Typy węzłów obliczeniowych

- a) węzeł wewnętrzny,
- b) węzeł brzegowy od strony zbiornika,
- c) węzeł brzegowy od strony zamknięcia,
- d) węzeł, w którym rurociąg zmienia średnicę (z mniejszej średnicy na większą i odwrotnie).

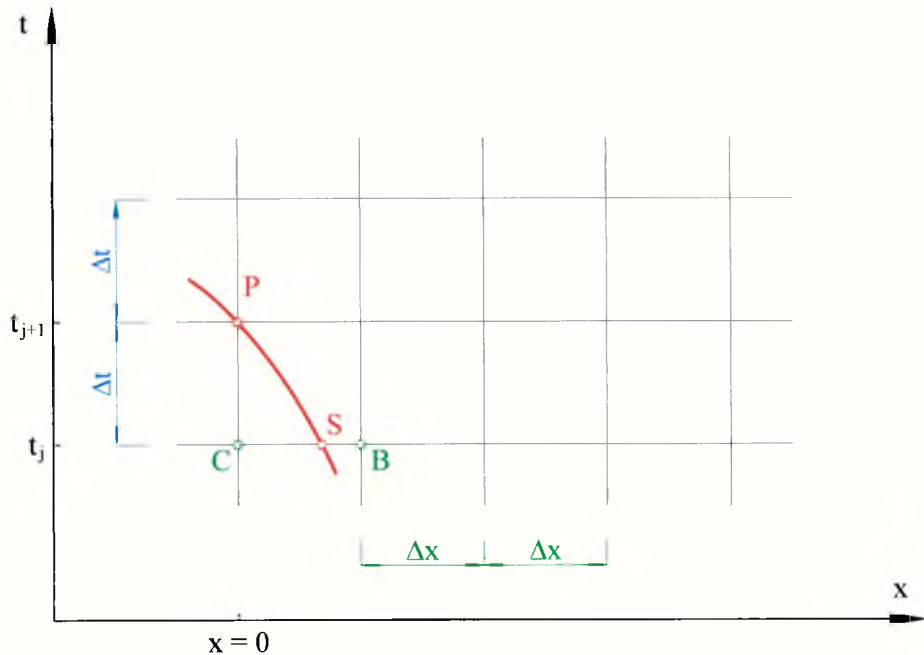
ad a) W węźle tego rodzaju obowiązują następujące równania:

$$V_p = 0,5(V_R + V_S) + \left(\frac{g}{c}\right)_c (H_R - H_S) - \left(\frac{f}{2D} V^2\right)_c \Delta t \quad (6.20)$$

$$H_p = \left(\frac{c}{2g}\right)_c (V_R - V_S) + 0,5(H_R + H_S) \quad (6.21)$$

$$H_p = H_s + \left(\frac{c}{g}\right)_c (V_p - V_s) + \left(\frac{f}{2gd} V^2\right)_c \Delta t \quad (6.28)$$

W celu obliczenia w punkcie P (rys. 6.4) nieznannej wartości V wykorzystuje się zadany warunek brzegowy, czyli funkcję H .



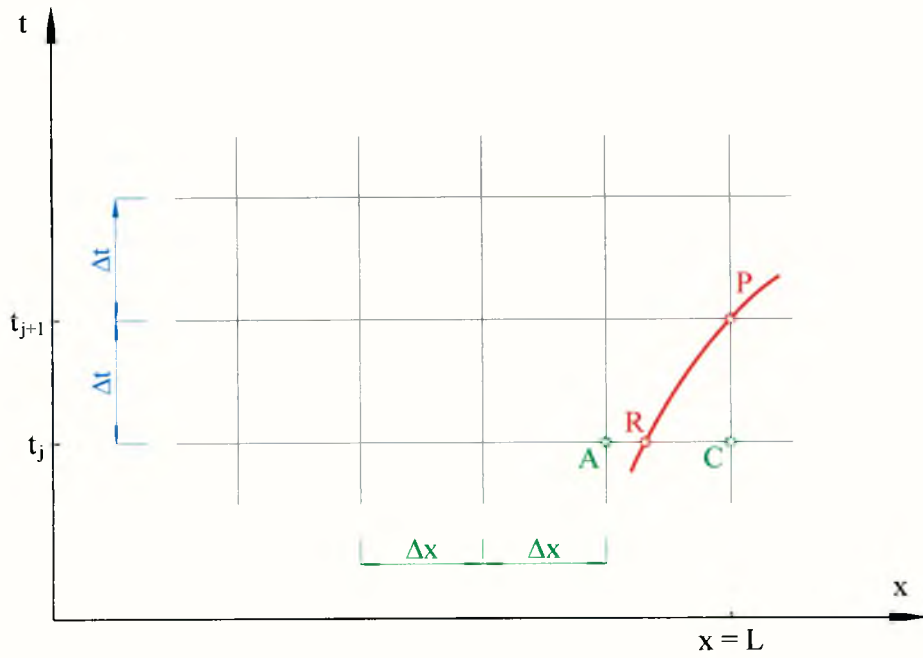
Rys. 6.4 Schemat węzła brzegowego od strony zbiornika.

ad c) Równania różnicowe w węźle brzegowym od strony zaworu mają postać

$$H_p = H_R - \left(\frac{c}{g}\right)_c (V_p - V_R) - \left(\frac{cf}{2gd} V^2\right)_c \Delta t \quad (6.29)$$

$$V_p = V_R - \left(\frac{g}{c}\right)_c (H_p - H_R) - \left(\frac{cf}{2D} V^2\right)_c \Delta t \quad (6.30)$$

Również w tym przypadku jedną z niewiadomych: $V(L,t)$ lub $H(L,t)$ określa warunek brzegowy. Drugą oblicza się odpowiednio z równania (6.29) lub (6.30). Schemat węzła przedstawiono na rys. 6.5. Wartości V_R i H_R oblicza się z równań (6.22) i (6.24).



Rys. 6.5 Schemat węzła brzegowego od strony zaworu.

W przypadku zamykania rurociągu należy stosować metodę określania funkcji $V(L,t)$, polegającą na rozwiązaniu względem ΔV i ΔH układu równań (rys. 6.5) (Streeter, 1962):

$$H_L^{t+\Delta t} - H_L^t = \Delta H = \frac{c\Delta V}{g} \quad (6.31)$$

$$\frac{V_L^{t+\Delta t}}{V_o} = \frac{V_L^t - \Delta V}{V_o} = \tau_p \sqrt{\frac{H_L^t + \Delta H}{H_o}} \quad (6.32)$$

H_o, V_o – ciśnienie i prędkość w przekroju zaworu w chwili $t = 0$,

$V_L^t, V_L^{t+\Delta t}$ – prędkości w punkcie $x = L$ w chwili t oraz $t + \Delta t$,

$H_L^t, H_L^{t+\Delta t}$ – ciśnienia w punkcie $x = L$ w chwili t oraz $t + \Delta t$,

$\Delta H = H_L^{t+\Delta t} - H_L^t$ – przyrost ciśnienia w kroku Δt ,

$\Delta V = V_L^t - V_L^{t+\Delta t}$ – spadek prędkości w kroku Δt ,

τ_p - funkcja charakteryzująca przebieg zamykania, zależna od własności urządzenia zamykającego, która może mieć na przykład postać (Szymkiewicz 1975, Niełacny 1987):

$$\tau_p = \left(1 - \frac{t}{t_z}\right)^2 \quad (6.33)$$

gdzie: t_z - czas zamykania zasuw [s].

Po podniesieniu do kwadratu zależności (6.32) podnieśmy do kwadratu zastępując jednocześnie ΔH wyrażeniem (6.31):

$$\frac{(V_L^{i+\Delta})^2}{V_o^2} = \frac{\tau_p^2}{H_o} \left(H_L^i + \frac{c}{g} (V_L^i - V_L^{i+\Delta}) \right) \quad (6.34)$$

otrzymuje się równanie kwadratowe względem $V_L^{i+\Delta}$:

$$(V_L^{i+\Delta})^2 = \frac{V_o^2 \tau_p^2}{H_o} H_L^i + \frac{V_o^2 \tau_p^2 c}{H_o g} V_L^i - \frac{V_o^2 \tau_p^2 c}{H_o g} V_L^{i+\Delta} \quad (6.35)$$

Zależność tę można zapisać krócej w następującej formie:

$$(V_L^{i+\Delta})^2 + b V_L^{i+\Delta} + c = 0 \quad (6.36)$$

gdzie:

$$b = \frac{V_o^2 \tau_p^2 c}{H_o g}, \quad c = -\frac{V_o^2 \tau_p^2}{H_o} \left(H_L^i + \frac{c}{g} V_L^i \right)$$

Wyróżnik równania równy

$$\Delta = b^2 - 4c = \left(\frac{V_o^2 \tau_p^2 c}{H_o g} \right)^2 + 4 \frac{V_o^2 \tau_p^2}{H_o} \left(H_L^i + \frac{c}{g} V_L^i \right) \quad (6.37)$$

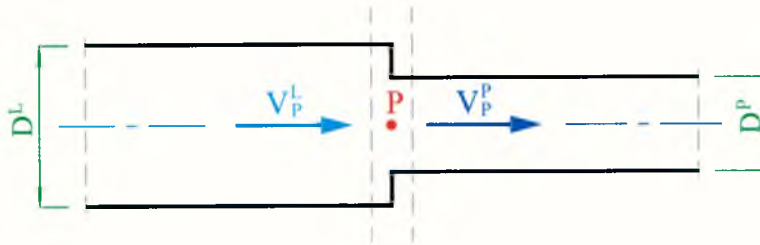
jest zawsze większy od zera.

Poprawnym rozwiązaniem równania ($V_L^{t+\Delta t}$ musi być nieujemne) jest dodatni pierwiastek:

$$V_L^{t+\Delta t} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2} \quad (6.39)$$

Po obliczeniu wartości $V_L^{t+\Delta t}$ (jest to poszukiwana wartość V_p), ciśnienie w punkcie P (rys. 6.5) liczy się wzorem (6.29).

ad d) Punkt, w którym rurociąg zmienia średnicę, traktowany jest analogicznie jak węzeł brzegowy. Jest on brzegiem prawym dla odcinka rurociągu leżącego z lewej strony i jednocześnie brzegiem lewym dla odcinka leżącego po prawej stronie punktu P (rys. 6.6).



Rys. 6.6 Połączenie rurociągów o różnych średnicach.

Przy założeniu, że:

- ciśnienie cieczi w otoczeniu punktu P jest jednakowe

$$H_p = H_p^L = H_p^P \quad (6.39)$$

- spełnione jest równanie ciągłości

$$V_p^L (D^L)^2 = V_p^P (D^P)^2 \quad (6.40)$$

można podać równanie dla węzła tego typu. Podstawiając do (6.39) równania (6.27) i (6.30) otrzymuje się

$$\begin{aligned} \left[V_R^L - \left(\frac{g}{c} \right)_c^L (H_p^L - H_R^L) - \left(\frac{f}{2D} V^2 \right)_c^L \Delta t \right] (D^L)^2 = \\ = \left[V_S^P + \left(\frac{g}{c} \right)_c^P (H_p^P - H_S^P) - \left(\frac{f}{2D} V^2 \right)_c^P \Delta t \right] (D^P)^2 \end{aligned} \quad (6.41)$$

gdzie nieznaną wartością jest ciśnienie H_p . Uwzględniając (6.38) otrzymuje się

$$H_p = \frac{\left[V_R^L + \left(\frac{g}{c} \right)_c^L H_R - \left(\frac{f}{2D} V^2 \right)_c^L \Delta t + m \left(V_S - \left(\frac{g}{c} \right)_c^P H_S - \left(\frac{f}{2D} V^2 \right)_c^P \Delta t \right) \right]}{\left(\frac{g}{c} \right)_c^L + m \left(\frac{g}{c} \right)_c^P} \quad (6.42)$$

gdzie: $m = \left(\frac{D^P}{D^L} \right)$.

Po obliczeniu ciśnienia H_p można wyliczyć prędkości w poszczególnych odcinkach rurociągu zbiegających się w węźle. W tym celu wykorzystuje się równania (6.27) i (6.30), które można zapisać w postaci

$$V_p^L = V_R^L - \left(\frac{g}{c} \right)_c^L (H_p - H_R^L) - \left(\frac{f}{2D} V^2 \right)_c^L \Delta t \quad (6.43)$$

$$V_p^P = V_S^P + \left(\frac{g}{c} \right)_c^P (H_p - H_S^P) + \left(\frac{f}{2D} V^2 \right)_c^P \Delta t \quad (6.44)$$

Wartości $V_R^L, H_R^L, V_S^P, H_S^P$ oblicza się za pomocą równań (6.22), (6.23), (6.24) i (6.25).

W celu zapewnienia stabilnego rozwiązania wymiary siatki należy tak dobrać, aby była spełniona zależność (warunek Couranta):

$$\frac{1}{c} \frac{\Delta x}{\Delta t} \leq 1 \quad (6.45)$$

Wykorzystując przedstawioną wyżej metodę rozwiązania równań uderzenia hydraulicznego opracowany został program komputerowy w języku FORTRAN. W programie przyjęto, że współczynnik tarcie f oblicza się według równania Colebrooka-White'a:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \lg \left(\frac{2.51}{R_e \sqrt{f}} + \frac{\varepsilon}{3.71} \right) \quad (6.46)$$

gdzie: $R_e = v \cdot D / \nu$ - liczba Reynoldsa,

$\varepsilon = k/D$ - szorstkość względna,

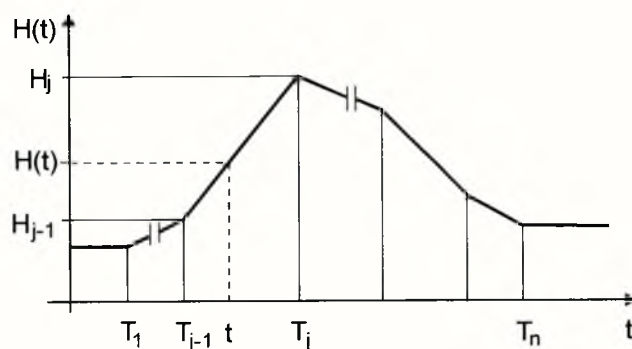
D - średnica rurociągu [m],

k - chropowatość bezwzględna [m],

ν - współczynnik lepkości kinematycznej [m²/s].

Wartości tego współczynnika obliczone są w programie metodą stycznych Newtona.

Na brzegu od strony zbiornika ($x = 0$) przyjęto jako znaną funkcję $H(0,t)$ opisującą przebieg zmian ciśnienia na wlocie do rurociągu. Funkcję tę zadaje się w postaci dyskretnej. Jej definicję przedstawiono na rys. 6.7. Przyjęcie funkcji w takiej postaci umożliwia uwzględnienie zmian poziomu wody w zbiorniku.



Rys. 6.7. Sposób opisu funkcji $H(t)$ na brzegu $x=0$

$$H(t) = \begin{cases} H_1 & \text{dla } t \leq T_1 \\ H_{j-1} + \frac{t - T_{j-1}}{T_j - T_{j-1}} (H_j - H_{j-1}) & \text{dla } T_1 < t < T_n \\ H_n & \text{dla } t \geq T_n \end{cases} \quad (6.47)$$

Jeżeli poziom wody w zbiorniku nie zmienia się w czasie, warunek brzegowy ma postać

$$H(0,t) = \text{const.}$$

6.1.3. WYNIKI SYMULACJI.

Symulacje numeryczne metodą charakterystyk wykonano dla wszystkich schematów połączeń przewodów badanych doświadczalnie. Obliczenia przeprowadzono wykorzystując warunki brzegowe dla rzeczywistych charakterystyk ciśnienia. Dla każdego schematu połączeń przewodów na podstawie rzeczywistej charakterystyki, otrzymanej doświadczalnie, określono wartość ciśnienia początkowego p_0 oraz czas trwania ustalonych warunków przepływu t_u . Zgodnie ze schematem obliczeniowym symulacje komputerowe należy przeprowadzić dla indywidualnej prędkości c w przewodzie, która dla stosowanych przewodów stalowych S1, S2, S3, S4 wynosi $c=1280$ m/s, a dla przewodów polietylenowych P1, P2, P3, P4 - $c=390$ m/s.

Na rys.6.8 przedstawiono zarejestrowaną charakterystykę ciśnienia dla przewodu S4, zaś na kolejnych rysunkach 6.9 - 6.10 podane zostały wyniki symulacji uderzenia hydraulicznego (bez i po rozciągnięciu po osi czasu) w tym rurociągu. Symulacje przeprowadzono dla $C_a=1$, $\beta=1$, $\lambda=1$.

Na rys.6.11 przedstawiono zarejestrowaną charakterystykę ciśnienia dla przewodu P1, zaś na kolejnych rysunkach 6.12 - 6.13 podane zostały wyniki symulacji uderzenia hydraulicznego (bez i po rozciągnięciu po osi czasu) w tym rurociągu. Symulacje przeprowadzono dla $C_a=1$, $\beta=1$, $\lambda=1$.

Na rys.6.14 przedstawiono zarejestrowaną charakterystykę ciśnienia dla połączenia S1S4, zaś na kolejnych rysunkach 6.15 - 6.16 podane zostały wyniki symulacji uderzenia hydraulicznego (bez i po rozciągnięciu po osi czasu) w tym rurociągu. Symulacje przeprowadzono dla $C_a=1$, $\beta=1$, $\lambda=1$.

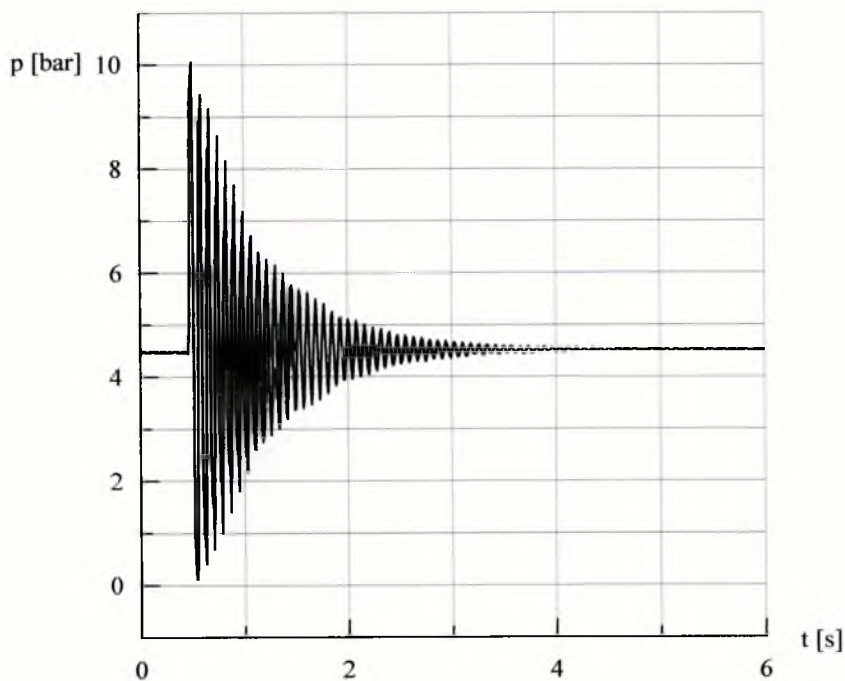
Na rys.6.17 przedstawiono zarejestrowaną charakterystykę ciśnienia dla połączenia S4S1, zaś na kolejnych rysunkach 6.18 - 6.19 podane zostały wyniki symulacji uderzenia hydraulicznego (bez i po rozciągnięciu po osi czasu) w tym rurociągu. Symulacje przeprowadzono dla $C_a=1$, $\beta=1$, $\lambda=1$.

Na rys.6.20 przedstawiono zarejestrowaną charakterystykę ciśnienia dla połączenia P1P4, zaś na kolejnych rysunkach 6.21 - 6.22 podane zostały wyniki symulacji uderzenia hydraulicznego (bez i po rozciągnięciu po osi czasu) w tym rurociągu. Symulacje przeprowadzono dla $C_a=1$, $\beta=1$, $\lambda=1$.

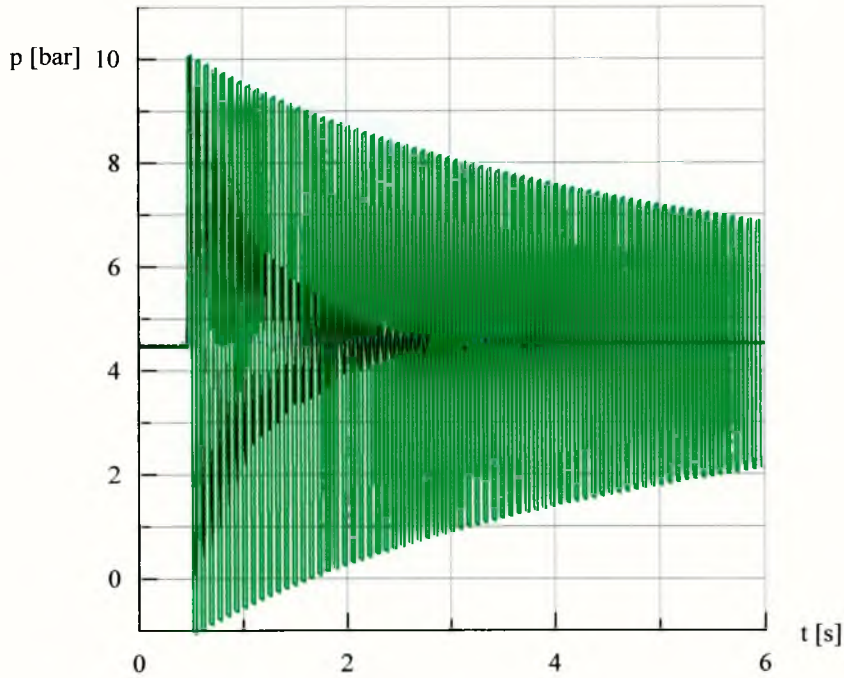
Na rys.6.23 przedstawiono zarejestrowaną charakterystykę ciśnienia dla połączenia P4P1, zaś na kolejnych rysunkach 6.24 - 6.25 podane zostały wyniki symulacji uderzenia hydraulicznego (bez i po rozciągnięciu po osi czasu) w tym rurociągu. Symulacje przeprowadzono dla $C_a=1$, $\beta=1$, $\lambda=1$.

Obliczenia wykonane zostały dla liczby Couranta $C_a=1$, dla której w rurociągu nie występuje zjawisko dyfuzji i dyspersji numerycznej (Szymkiewicz 2000).

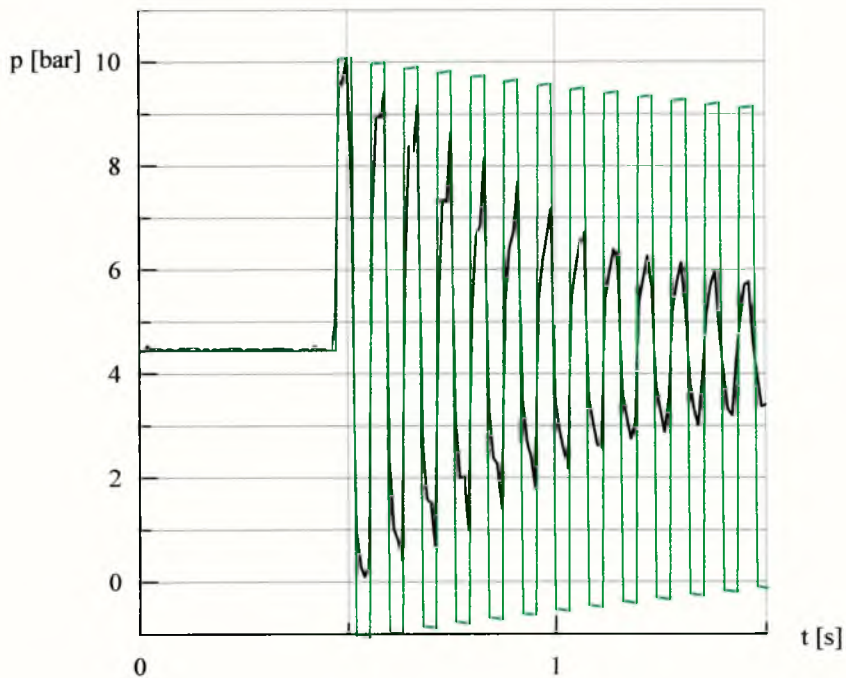
Z analizy wykresów można stwierdzić dobrą zgodność faz oscylacji ciśnienia zarejestrowanych na drodze eksperymentów doświadczalnych oraz obliczonych dla rurociągów o stałej średnicy (tu: S4 i P1).



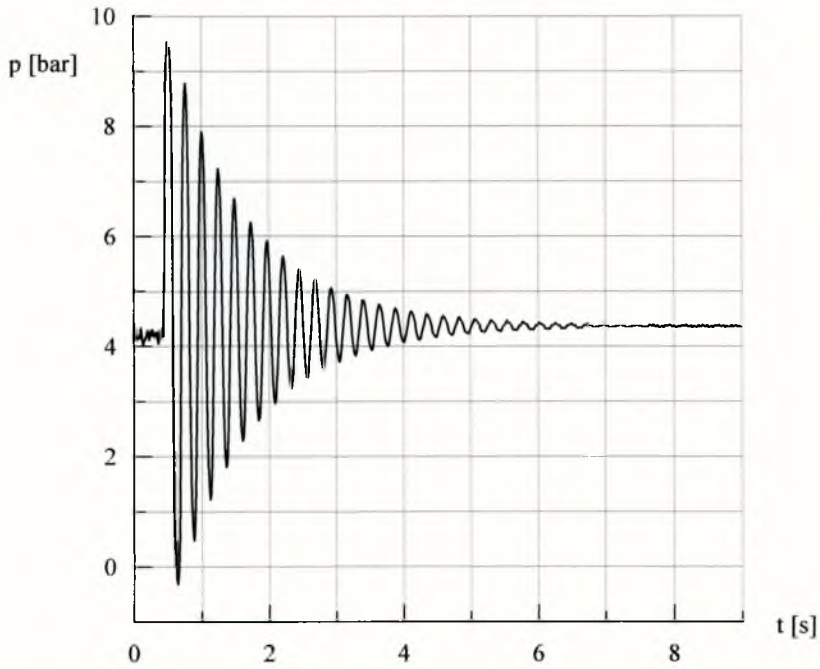
Rys.6.8. Zarejestrowana charakterystyka ciśnienia dla przewodu stalowego S4.



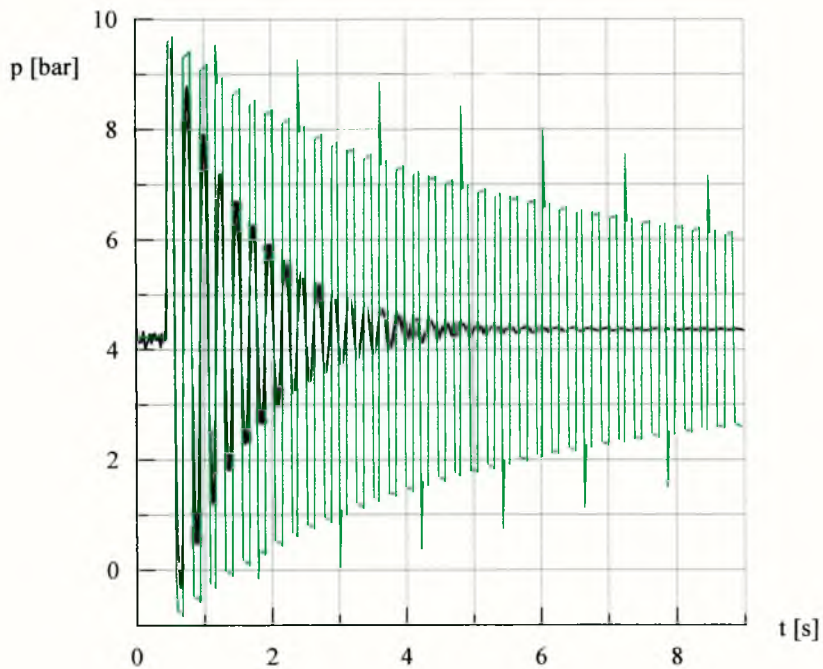
Rys.6.9. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor zielony) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla przewodu stalowego S4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$.



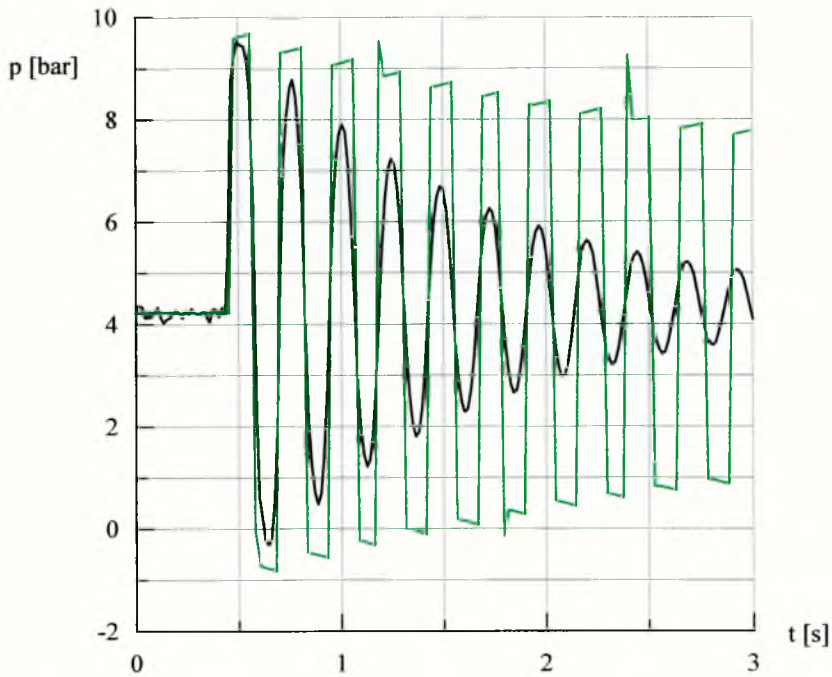
Rys.6.10. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor zielony) dla przewodu stalowego S4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$.



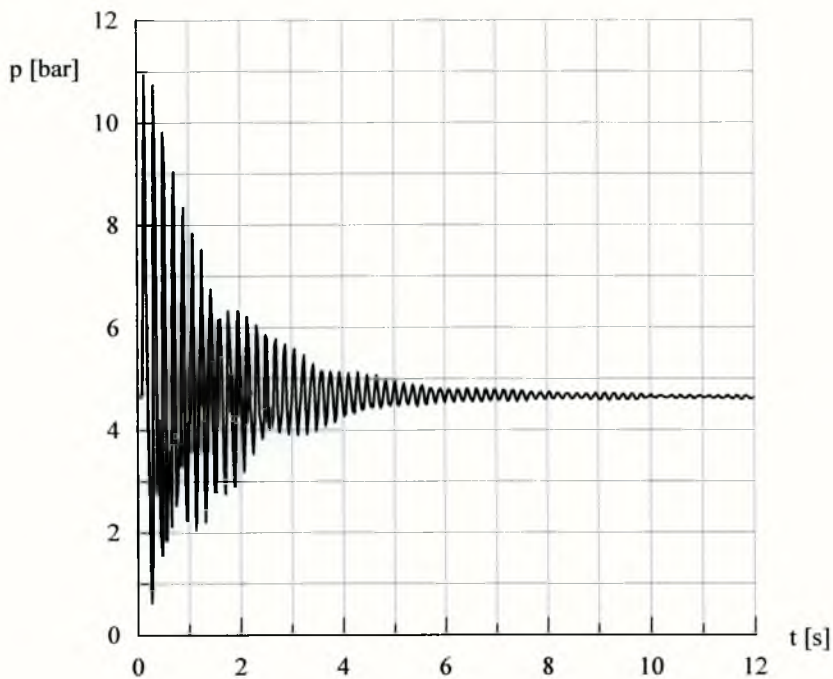
Rys.6.11. Zarejestrowana charakterystyka ciśnienia dla przewodu **G** polietylenowego P1.



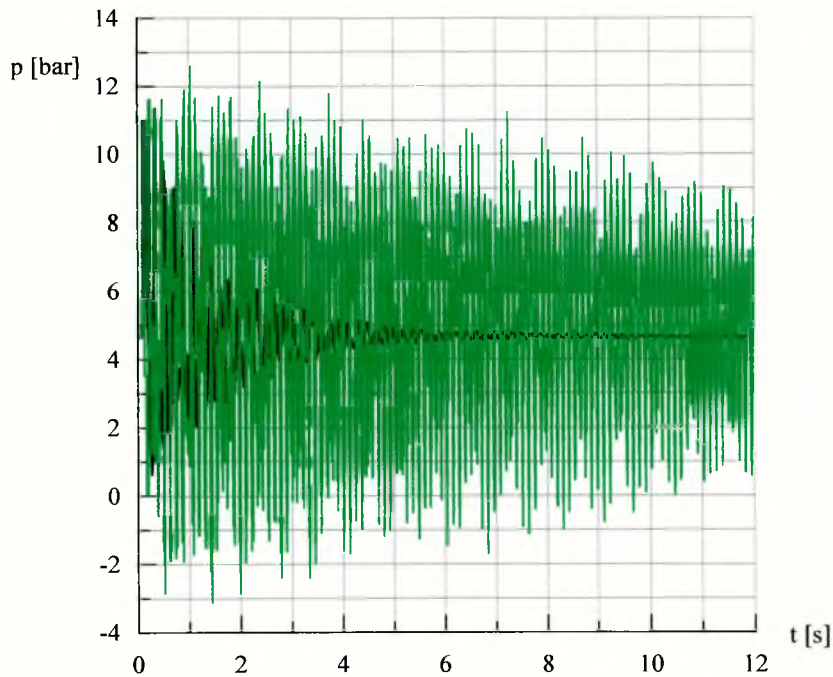
Rys.6.12. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor zielony) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla przewodu **G** polietylenowego P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$.



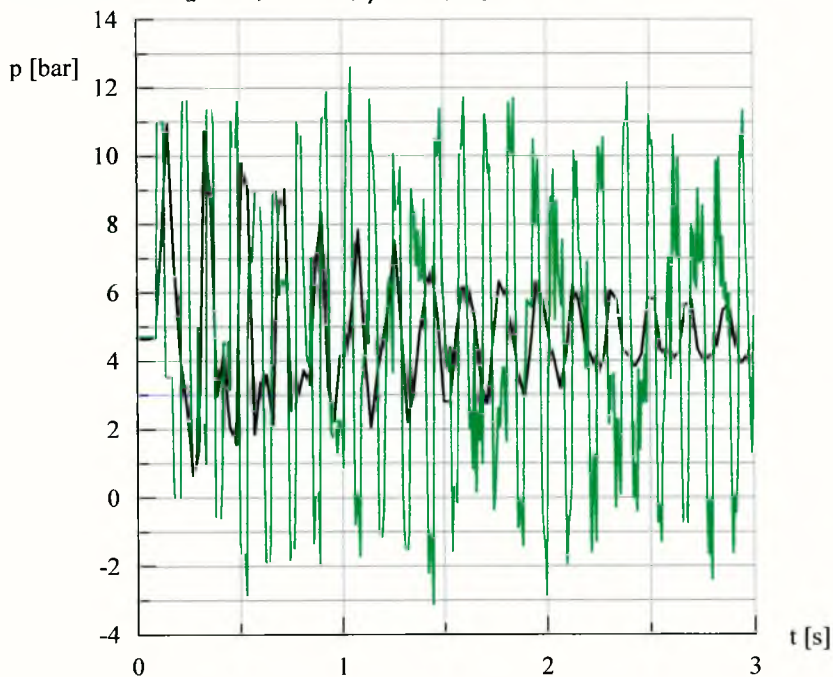
Rys.6.13. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor zielony) dla przewodu **G** polietylenowego P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$.



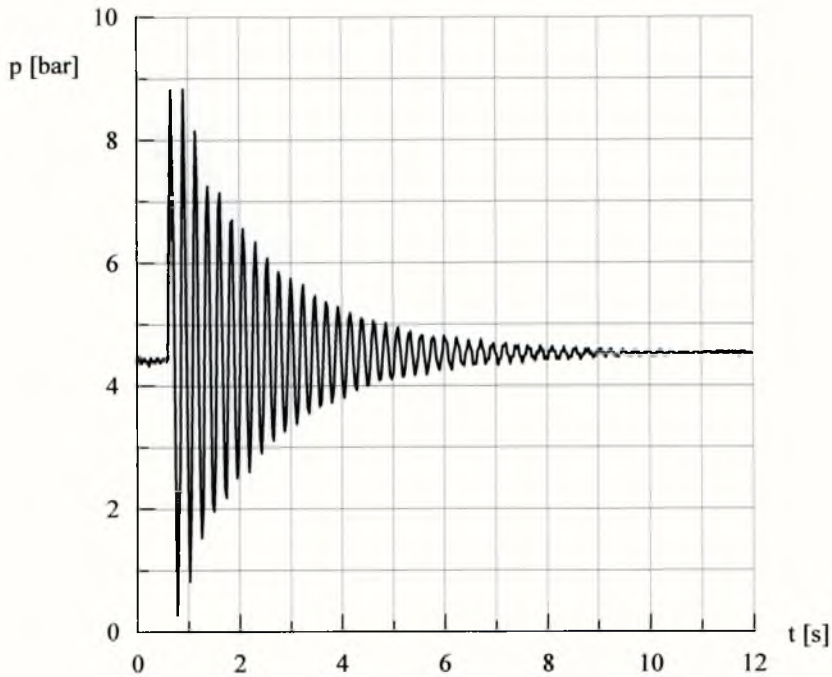
Rys.6.14. Zarejestrowana charakterystyka ciśnienia dla układu przewodów stalowych SIS4, dla $L_1/L=0.5$.



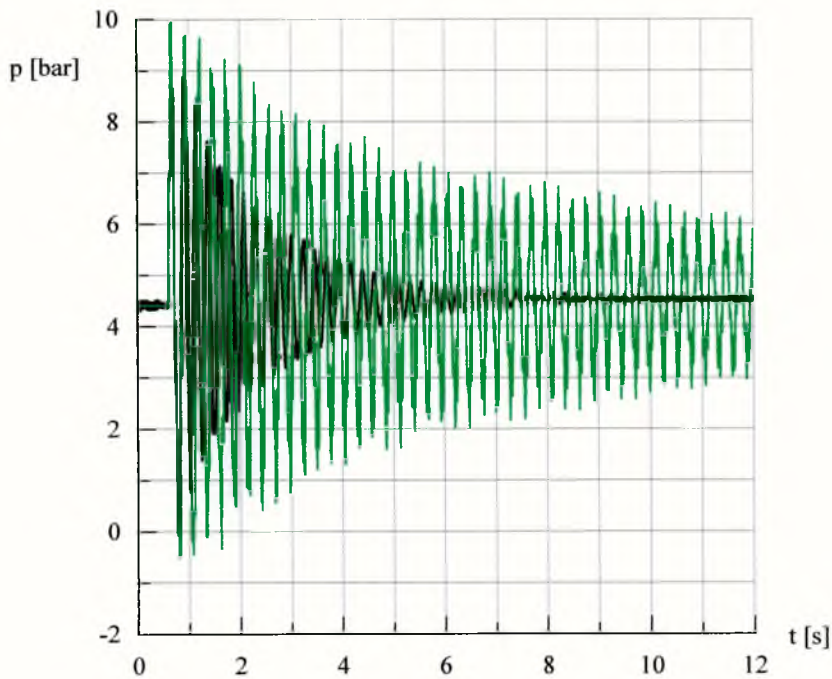
Rys.6.15. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor zielony) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$, $L_1/L=0.5$.



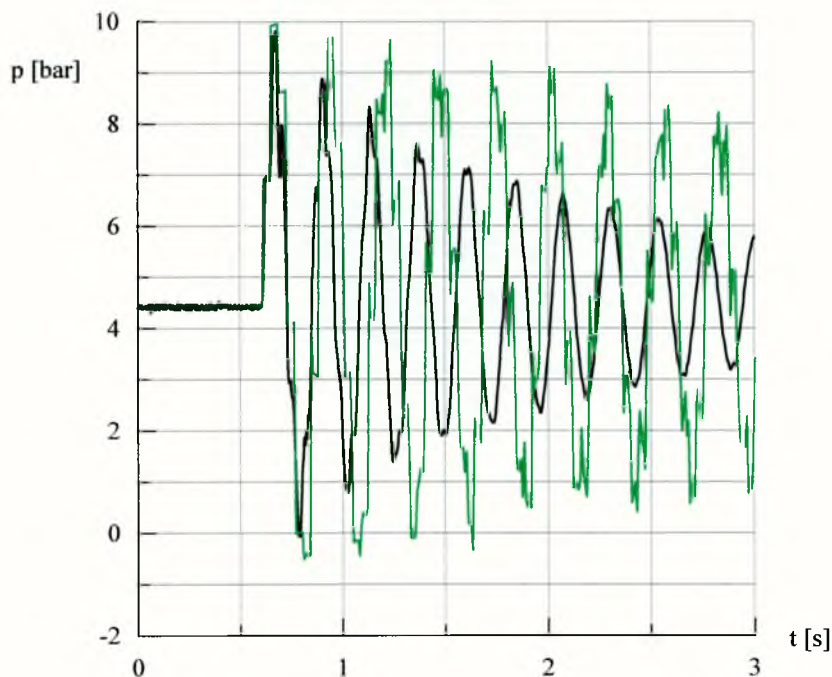
Rys.6.16. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor zielony) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$, $L_1/L=0.5$.



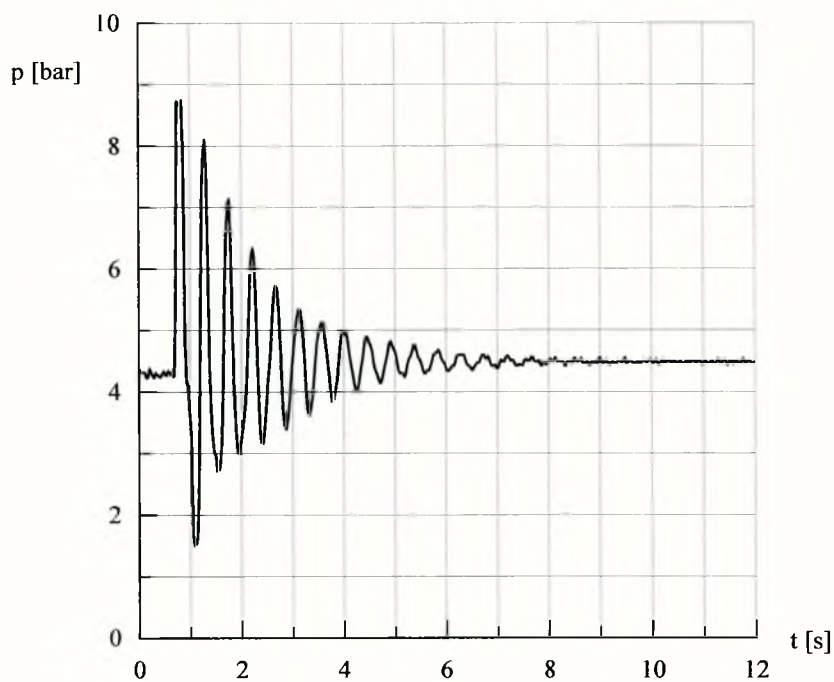
Rys.6.17. Zarejestrowana charakterystyka ciśnienia dla układu przewodów stalowych S4S1, dla $L_4/L=0.5$.



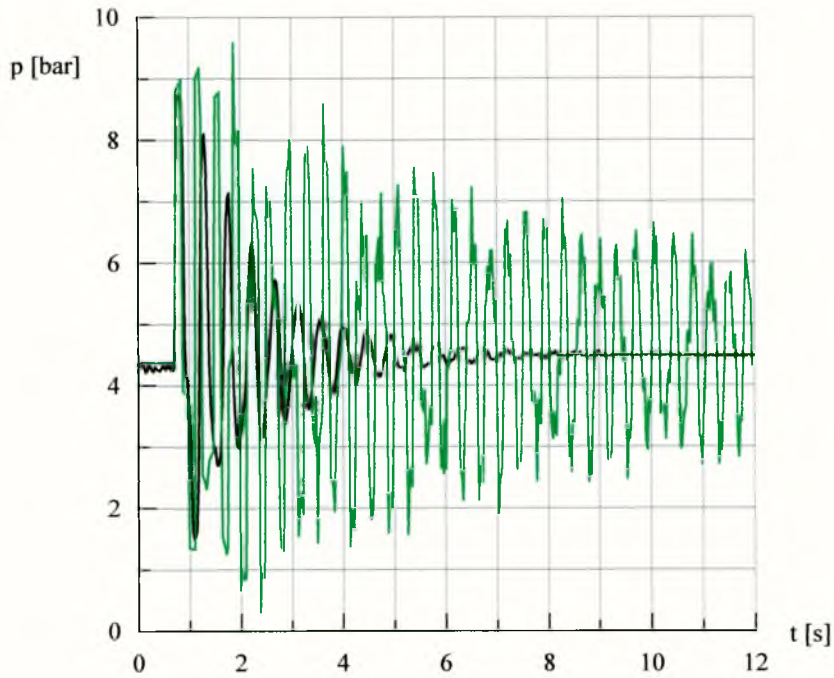
Rys.6.18. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor zielony) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$, $L_4/L=0.5$.



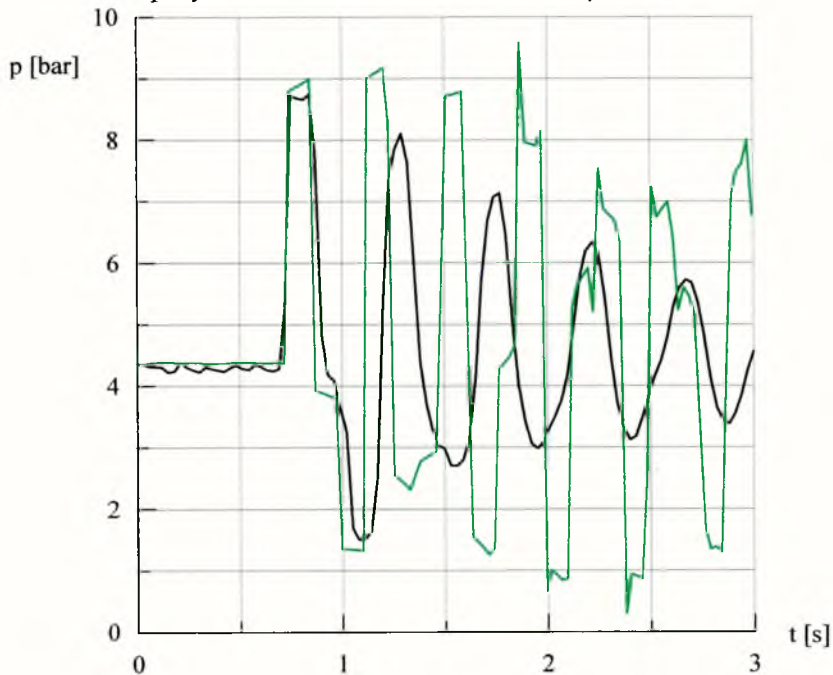
Rys.6.19. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor zielony) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$, $L_d/L=0.5$.



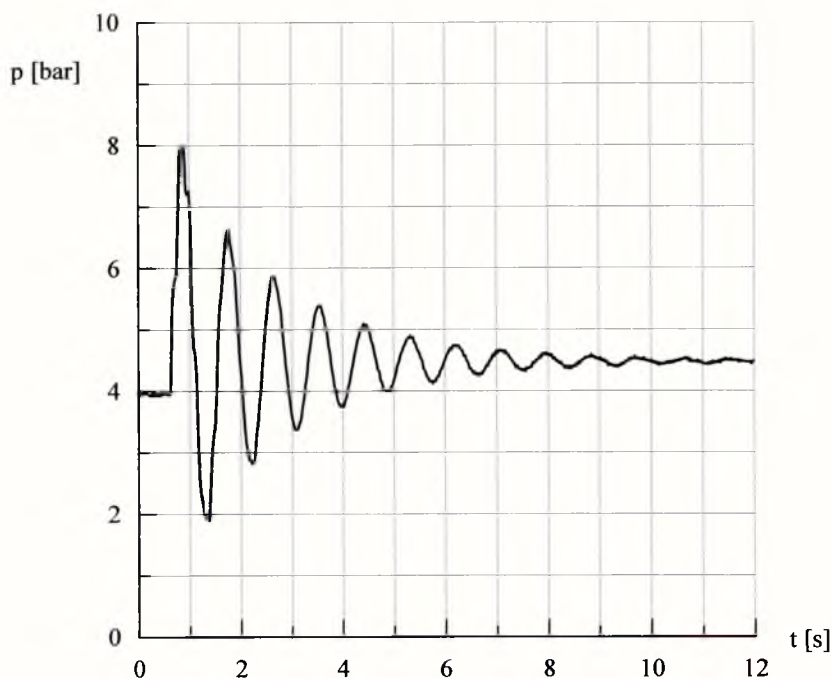
Rys.6.20. Zarejestrowana charakterystyka ciśnienia dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4.



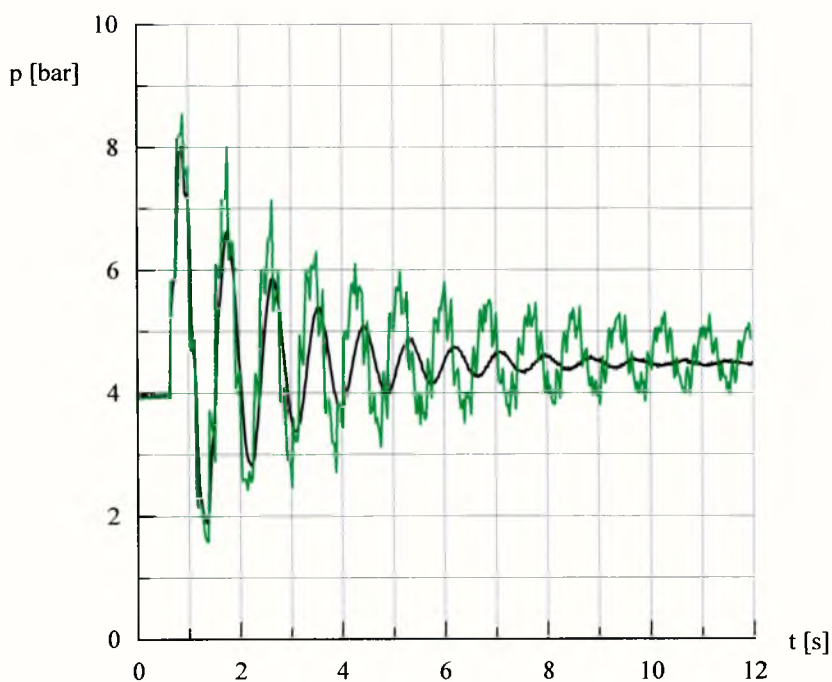
Rys.6.21. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor zielony) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$, $L_1/L=0.5$.



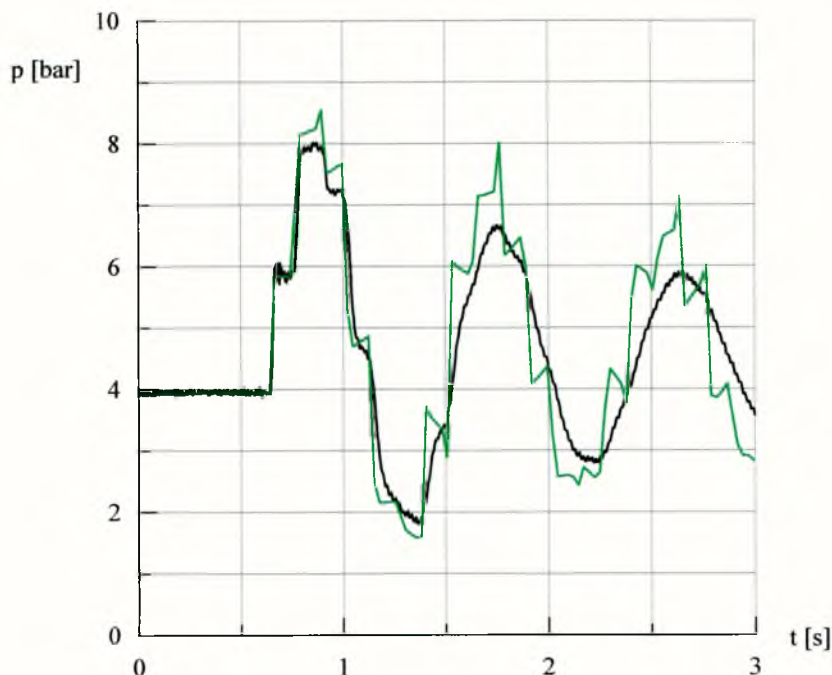
Rys.6.22. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor zielony) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$, $L_1/L=0.5$.



Rys.6.23. Zarejestrowana charakterystyka ciśnienia dla układu przewodów **G** polietylenowych P4P1, dla $L_4/L=0.5$.



Rys.6.24. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor zielony) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P4P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$, $L_4/L=0.5$.



Rys.6.25. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor zielony) dla układu przewodów **G** polietylenowych P4P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$, $L_4/L=0.5$.

Jednakże, wyniki symulacji dla połączeń o różnych średnicach, otrzymane dla prędkości indywidualnych, nie dają zadowalających wyników. Charakterystyki ciśnienia otrzymana numerycznie są przesunięte w fazie w stosunku do charakterystyk rzeczywistych (pomierzonych). Aby możliwa była dalsza analiza wyników symulacji należało wprowadzić do obliczeń numerycznych mnożnik prędkości indywidualnej β , taki, aby uzyskać zgodność faz rzeczywistej i wyznaczonej na podstawie symulacji komputerowej charakterystyki. Wartość mnożnika β dla wybranych połączeń przewodów stalowych i polietylenowych przedstawiono w tabeli 6.1. i 6.2. Prędkości indywidualne fali ciśnienia zastosowane w numerycznych obliczeniach symulacyjnych wynosiły więc βc .

Tabela 6.1. Wartości liczbowe dla przewodów polietylenowych.

PRZEWODY POLIETYLENOWE $L_1/L= 0.5$							
SERIA	c_{ind}	βc_{ind}	β	C_a	Δt	t_u	h_o
	<i>m/s</i>	<i>m/s</i>			<i>s</i>	<i>s</i>	<i>m</i>
P1P2	390	545	1.397	1.0	0.001835	0.527	46.49
				0.5	0.000917		
				0.2	0.000367		
P2P1	390	480	1.231	1.0	0.002083	0.466	43.33
				0.5	0.001042		
				0.2	0.000417		
P1P3	390	310	0.795	1.0	0.003226	0.420	41.67
				0.5	0.001613		
				0.2	0.000645		
P3P1	390	380	0.974	1.0	0.002632	0.540	46.40
				0.5	0.001316		
				0.2	0.000526		
P1P4	390	309	0.792	1.0	0.003236	0.700	46.90
				0.5	0.001618		
				0.2	0.000647		
P4P1	390	375	0.961	1.0	0.002667	0.625	44.04
				0.5	0.001333		
				0.2	0.000533		
P1P2P3	390	370	0.949	1.0	0.002703	0.700	45.03
				0.5	0.001351		
				0.2	0.000541		
P3P2P1	390	370	0.949	1.0	0.002703	0.680	44.21
				0.5	0.001351		
				0.2	0.000541		
P1	390	390	1.000	1.0	0.002564	0.801	48.90
P2	390	390	1.000	1.0	0.002564	0.756	50.10
P3	390	390	1.000	1.0	0.002564	0.821	49.95
P4	390	390	1.000	1.0	0.002564	0.685	48.88
PRZEWODY POLIETYLENOWE $L_1/L= 0.647$							
P1P4A	390	309	0.792	1.0	0.003236	0.700	43.57
				0.5	0.001618		
				0.2	0.000647		
PRZEWODY POLIETYLENOWE $L_4/L= 0.324$							
P4P1A	390	375	0.961	1.0	0.002667	0.440	35.38
				0.5	0.001333		
				0.2	0.000533		

Tabela 6.2. Wartości liczbowe dla przewodów stalowych.

PRZEWODY STALOWE $L_1/L=0.5$							
SERIA	c_{ind}	βc_{ind}	β	C_a	Δt	t_u	h_o
	m/s	m/s			s	s	m
S1S2	1280	1150	0.900	1.0	0.000869	0.710	46.49
				0.5	0.000434		
				0.2	0.000173		
S2S1	1280	1300	1.016	1.0	0.000769	0.415	43.33
				0.5	0.000384		
				0.2	0.000153		
S1S3	1280	1209	0.940	1.0	0.000827	0.710	41.67
				0.5	0.000413		
				0.2	0.000165		
S3S1	1280	1290	1.007	1.0	0.000775	0.560	46.40
				0.5	0.000387		
				0.2	0.000155		
S1S4	1280	790	0.617	1.0	0.001265	0.084	46.90
				0.5	0.000632		
				0.2	0.000253		
S4S1	1280	1460	1.140	1.0	0.000684	0.590	44.04
				0.5	0.000342		
				0.2	0.000136		
S1S2S4	1280	1210	0.945	1.0	0.000826	0.558	45.03
				0.5	0.000413		
				0.2	0.000165		
S4S2S1	1280	1050	0.820	1.0	0.000952	0.325	44.21
				0.5	0.000476		
				0.2	0.000190		
S1	1280	1280	1.000	1.0	0.000781	0.498	50.02
S2	1280	1280	1.000	1.0	0.000781	0.610	48.96
S3	1280	1280	1.000	1.0	0.000781	0.524	47.85
S4	1280	1280	1.000	1.0	0.000781	0.567	49.90

W metodzie charakterystyk krok czasowy Δt i przestrzenny Δx nie może przyjmować dowolnych wartości, związane jest to ze stabilnością modelu. Schemat numeryczny jest stabilny jeżeli małe błędy powstałe w trakcie obliczeń, np. błąd zaokrągleń, nie mają tendencji do nieograniczonego wzrostu. Dla rozważanego, jawnego schematu obliczeń musi być spełniony warunek Couranta (6.18), gwarantujący stabilność rozwiązania. Symulacje

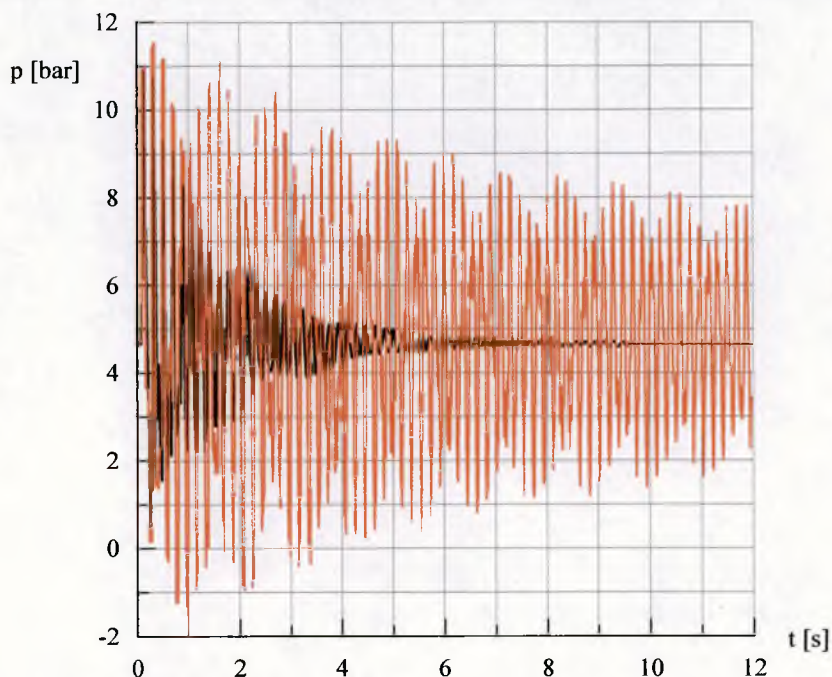
przeprowadzono przy założeniu stałego kroku przestrzennego $\Delta x = 1m$, dla zmieniających się kroków czasowych Δt , spełniających warunek Couranta (tabela 6.1. i 6.2).

Zmiana tylko jednego składnika C_a nie gwarantuje zgodnego (odniesionego do amplitudy i czasu tłumienia) przebiegu charakterystyki numerycznej z charakterystyką rzeczywistą. Dla uzyskania zgodności czasu trwania zjawiska należy dodatkowo wprowadzić mnożnik λ wielkości strat. Co wskazuje, że wysokość strat obliczona ze wzoru Darcy-Weisbacha, przy wykorzystaniu zależności Colebrooka-White'a nie jest jedynym czynnikiem tłumiącym drgania w układzie. Dalsze symulacje przeprowadzone zostały dla mnożnika $\lambda = 1.0; 4.0; 10.0$.

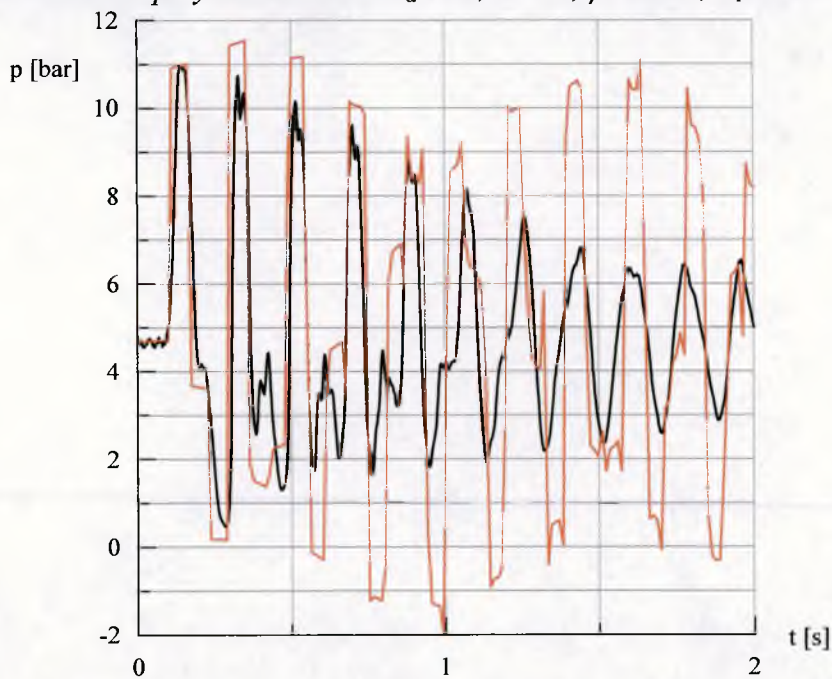
Wyniki tak prowadzonych symulacji (zmiany β, λ, C_a) zostały przedstawione na rysunkach:

- a) dla połączenia S1S4 - rys. 6.26÷6.41,
- b) dla połączenia S4S1 - rys. 6.42÷6.47,
- c) dla połączenia P1P4 - rys. 6.58÷6.67,
- d) dla połączenia P4P1 - rys. 6.68÷6.75,
- e) dla połączenia P1P4a - rys. 6.76÷6.85,
- f) dla połączenia P4P1a - rys. 6.86÷6.90.

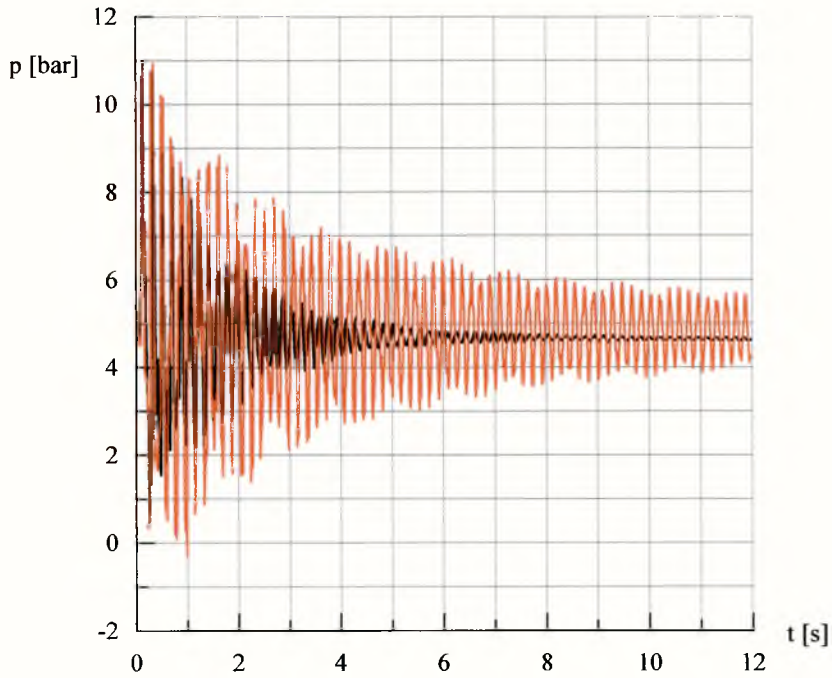
Na rys. 6.91÷6.115 podane zostały zarejestrowane oraz obliczone na podstawie symulacji charakterystyki dla układu trzech przewodów.



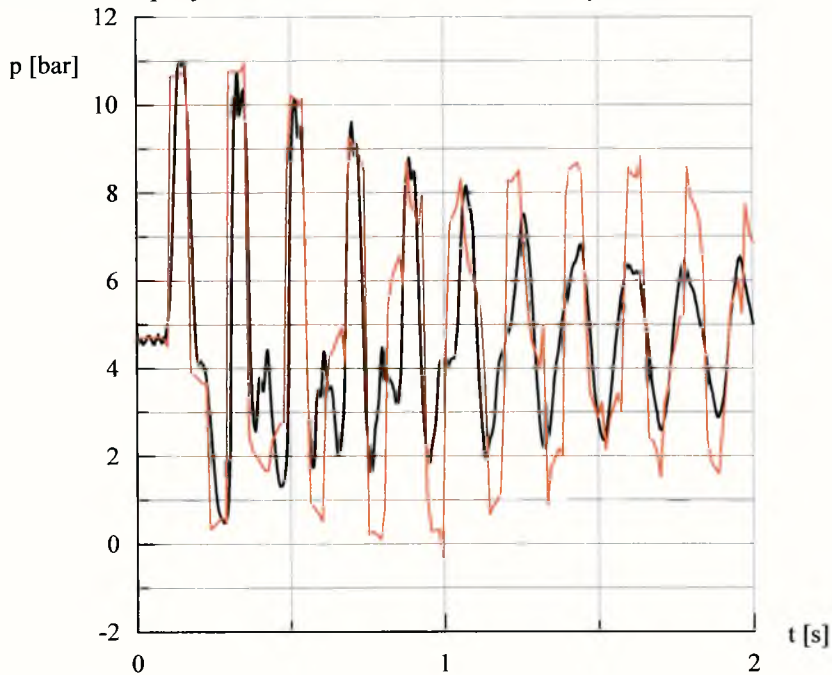
Rys.6.26. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor brązowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



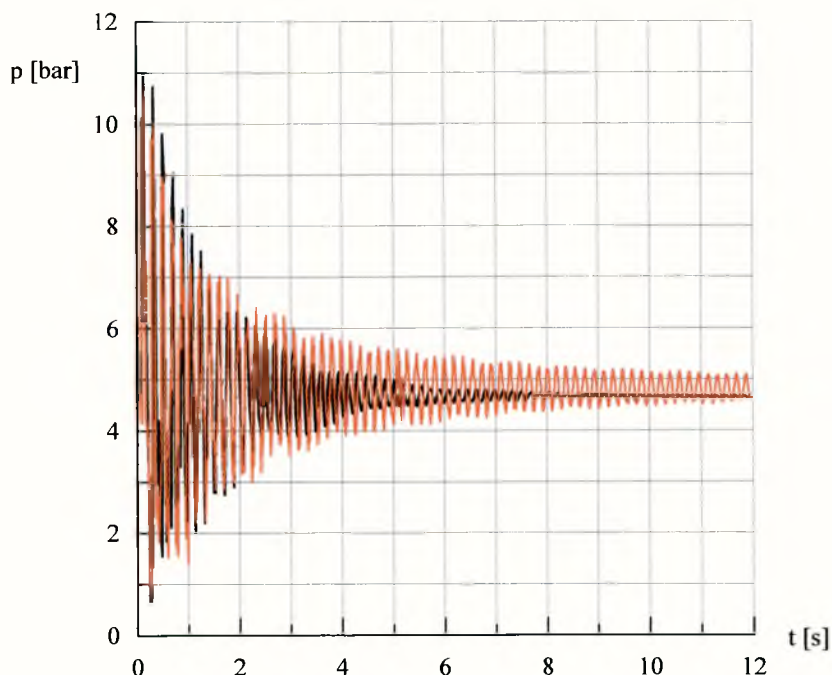
Rys.6.27. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



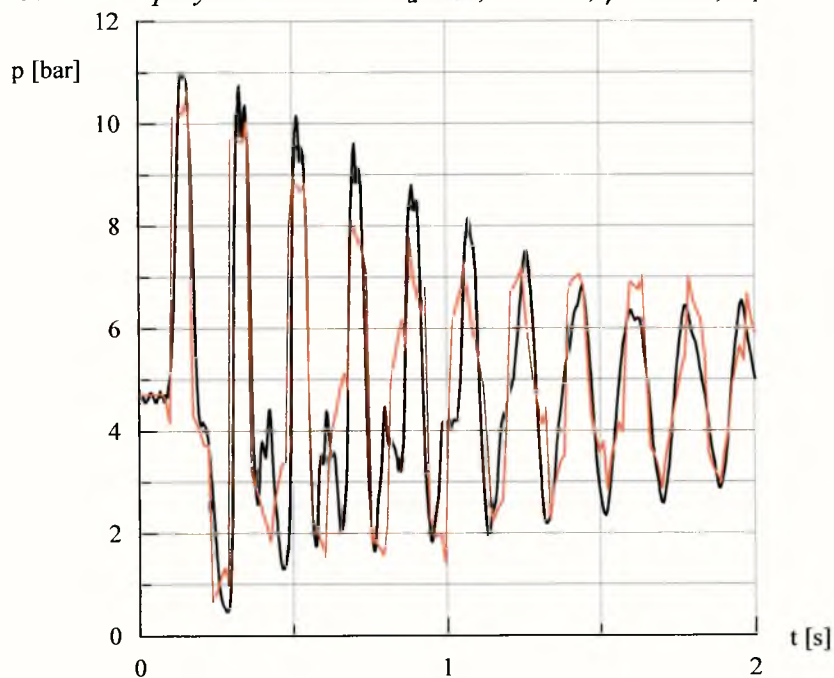
Rys.6.28. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor brązowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



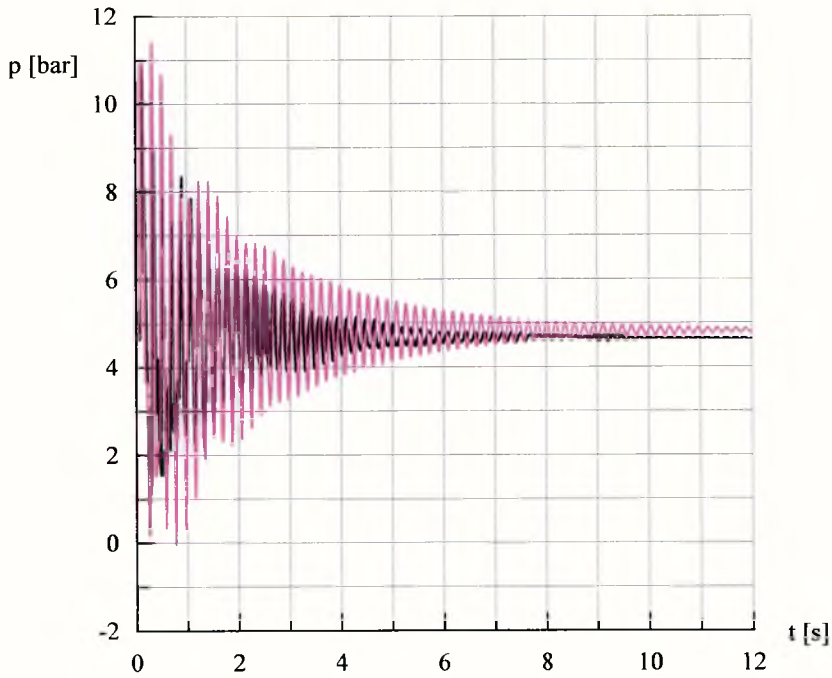
Rys.6.29. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



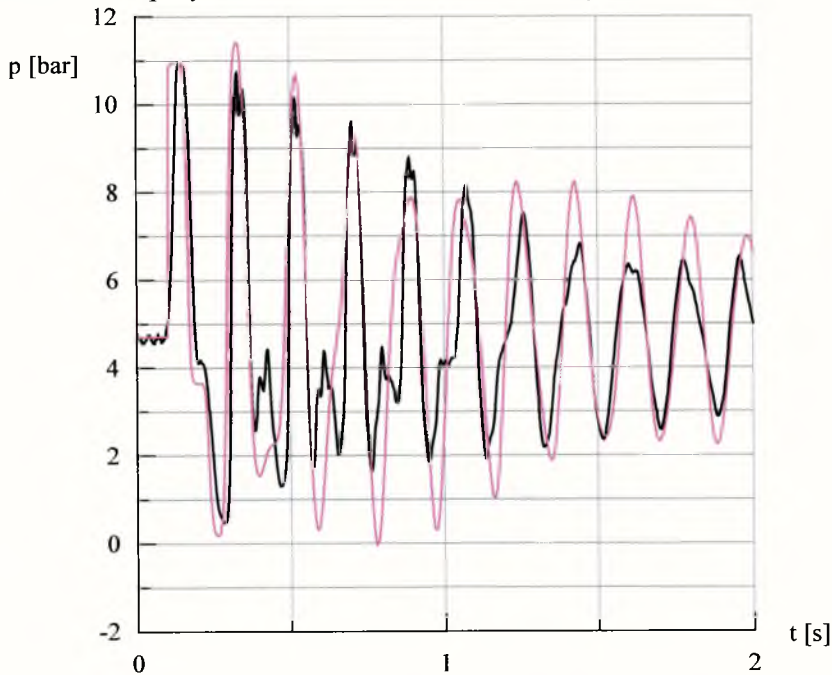
Rys.6.30. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor brązowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=10.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



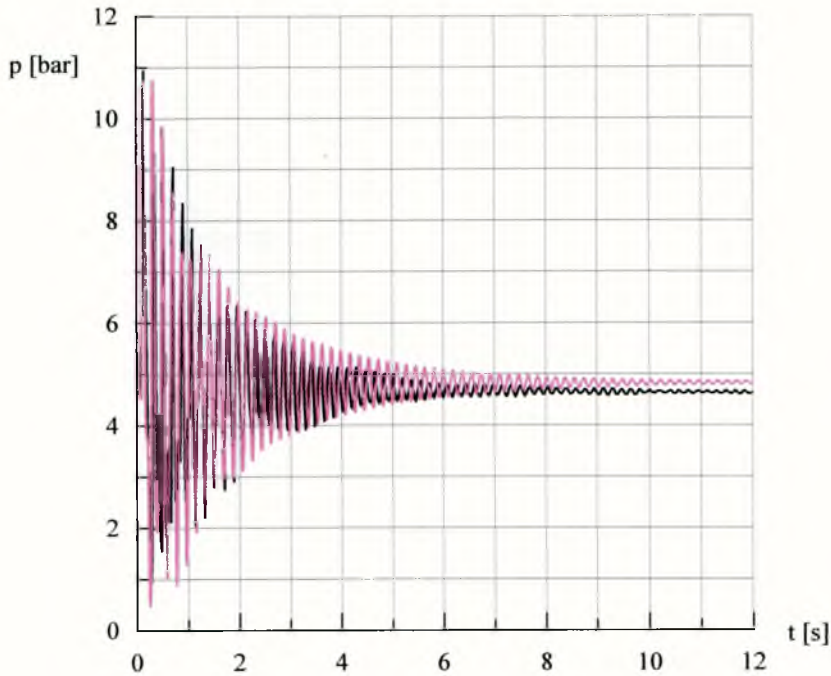
Rys.6.31. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=10.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



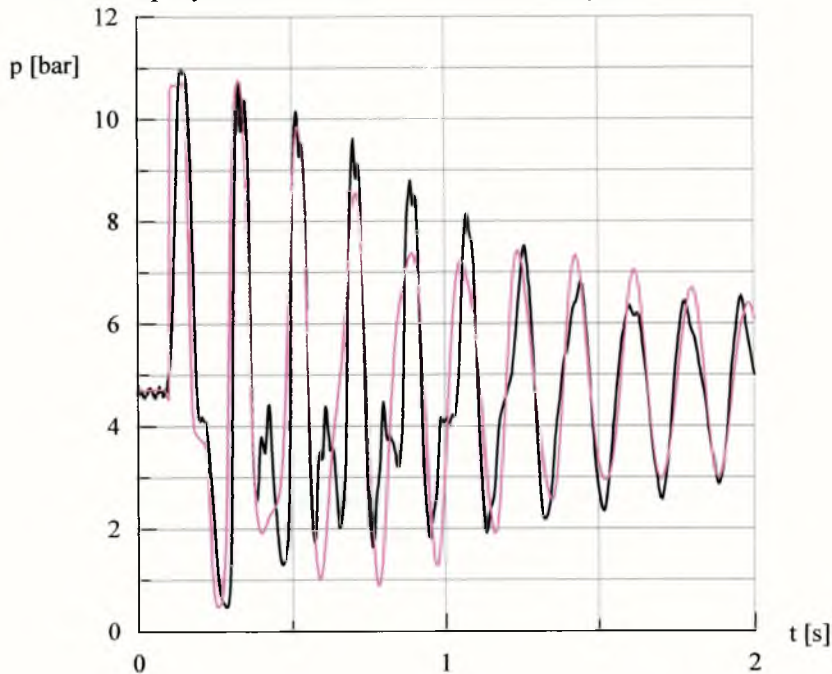
Rys.6.32. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



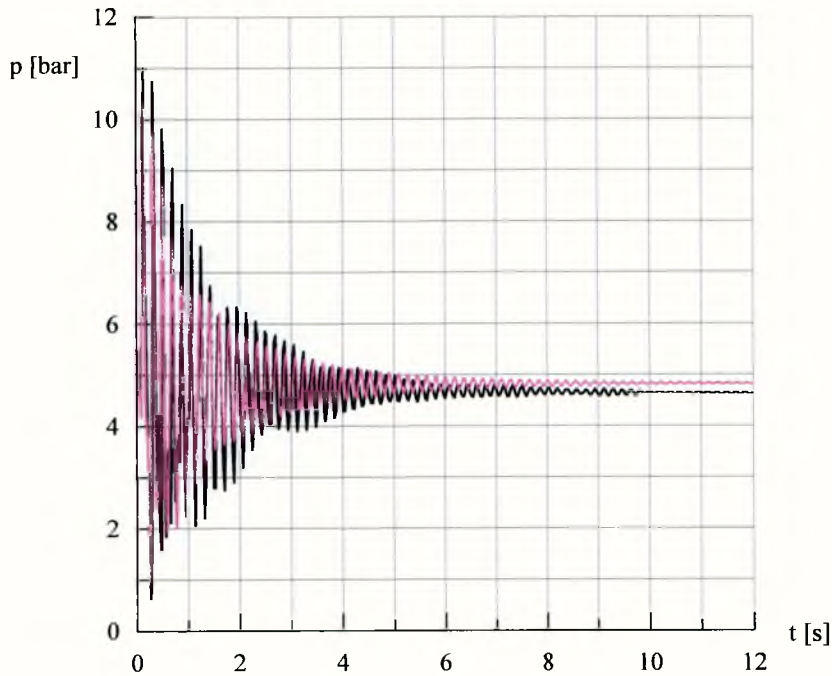
Rys.6.33. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



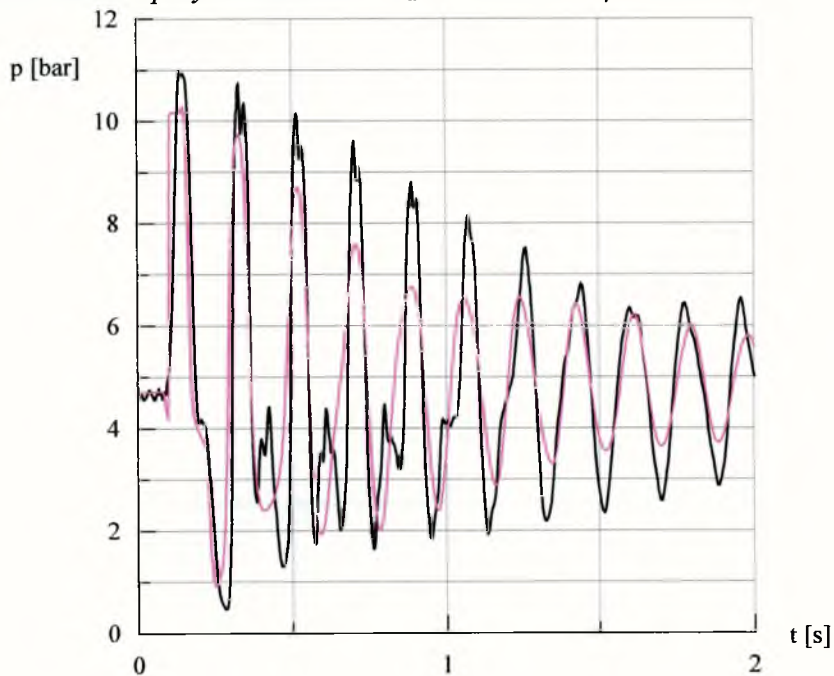
Rys.6.34. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



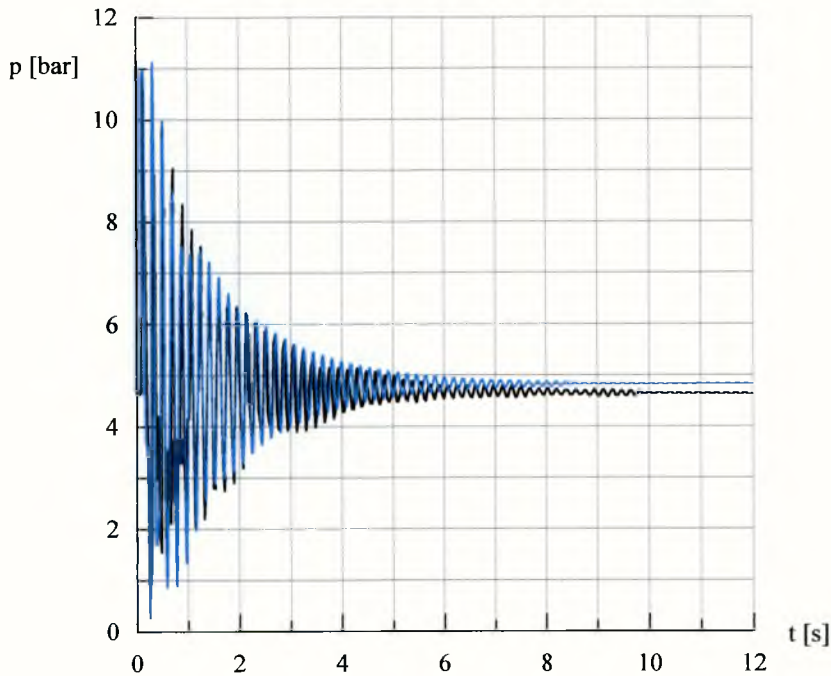
Rys.6.35. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



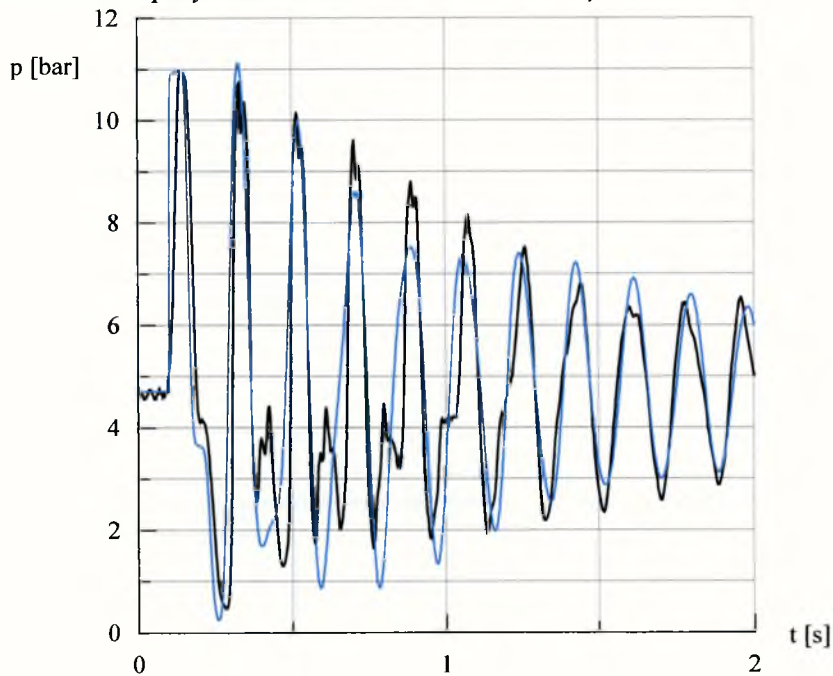
Rys.6.36. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=10.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



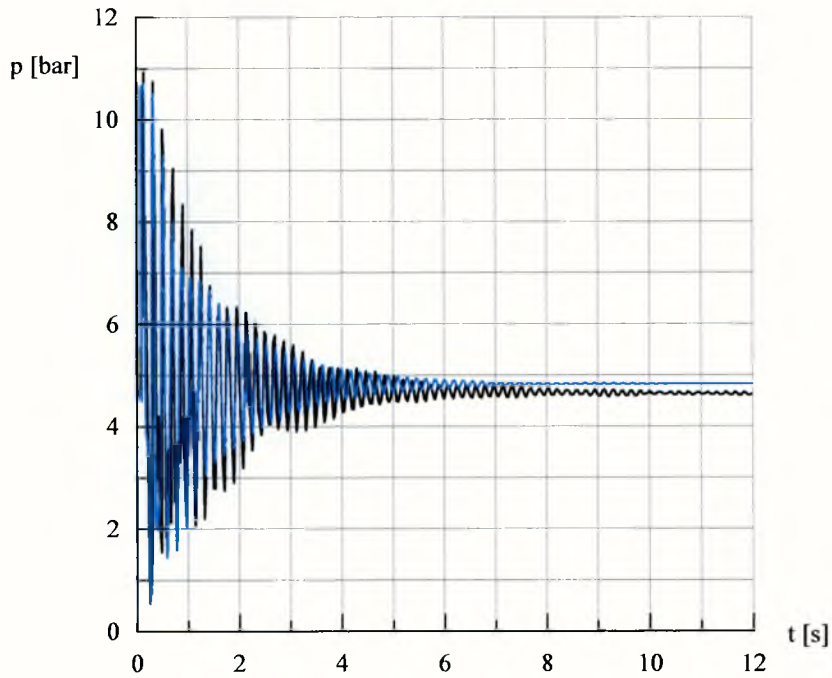
Rys.6.37. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=10.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



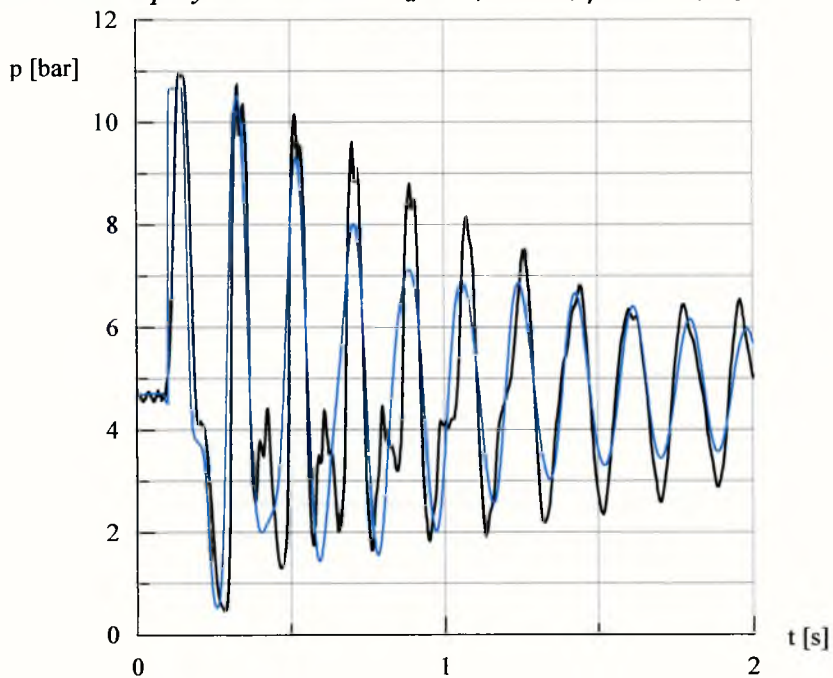
Rys.6.38. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor niebieski) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



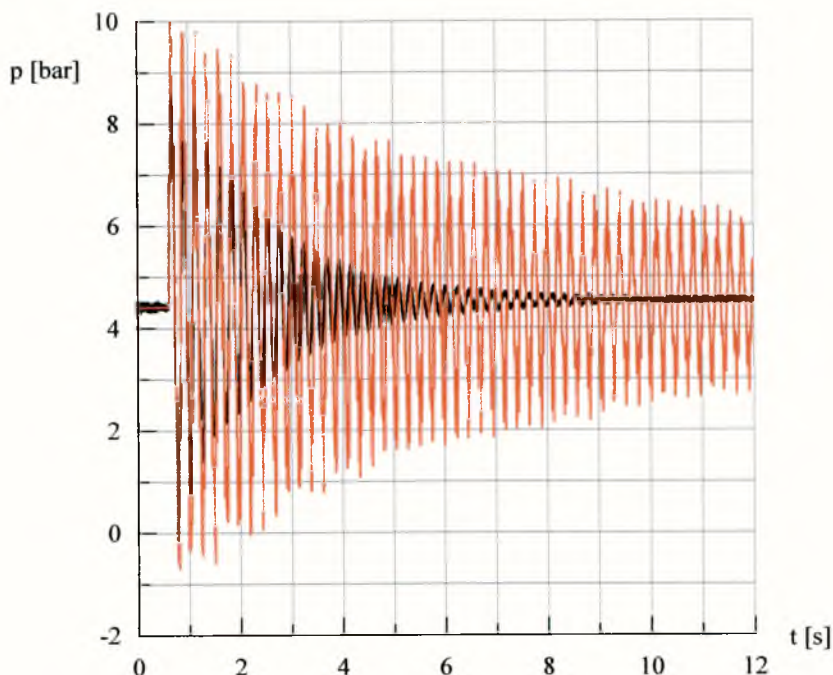
Rys.6.39. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



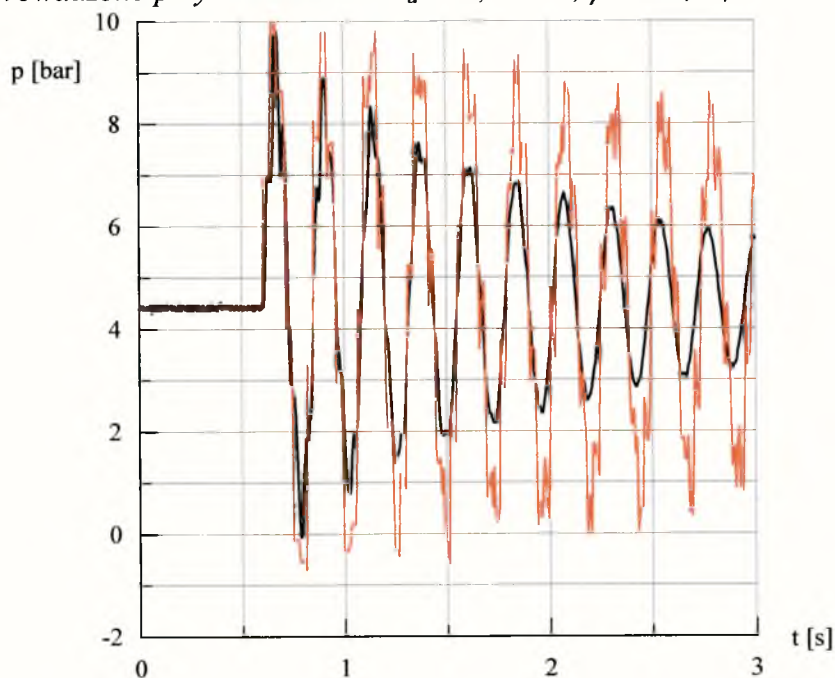
Rys.6.40. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor niebieski) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



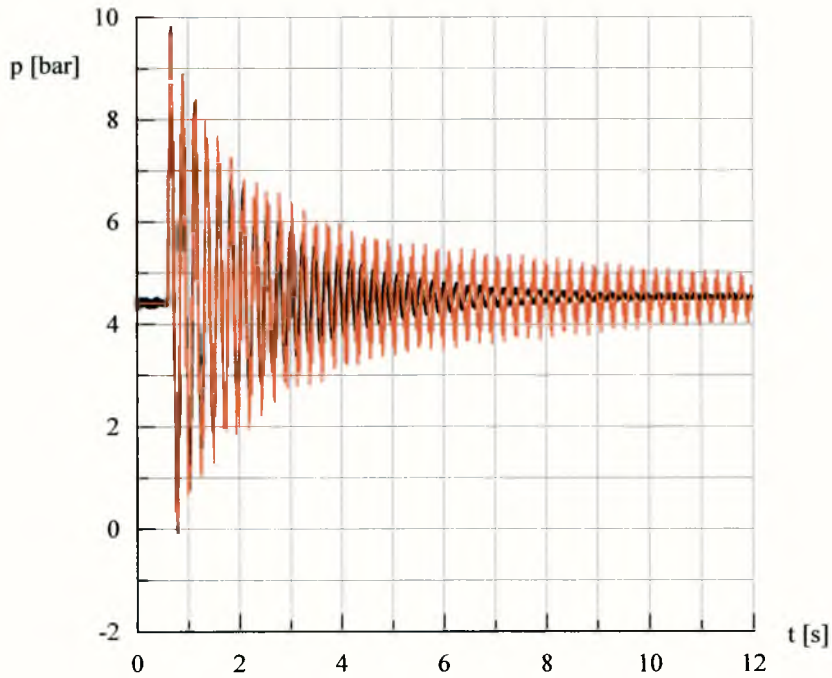
Rys.6.41. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów stalowych SIS4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.617$, $L_1/L=0.5$.



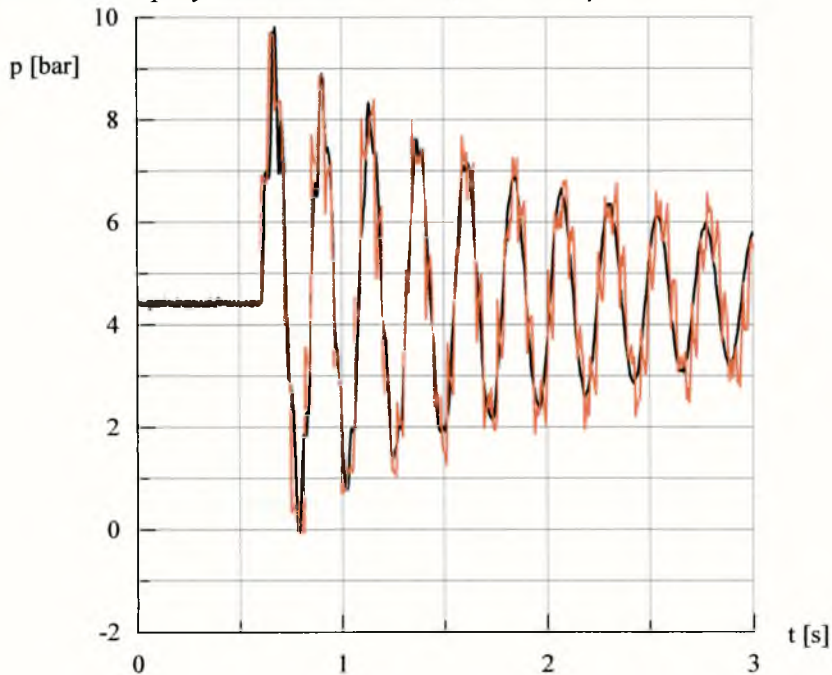
Rys.6.42. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor brązowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



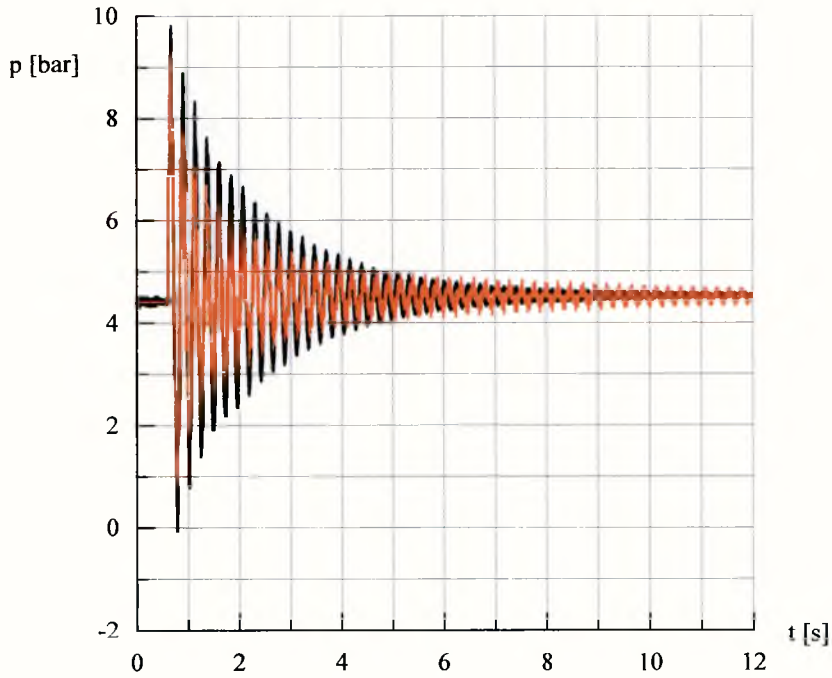
Rys.6.43. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



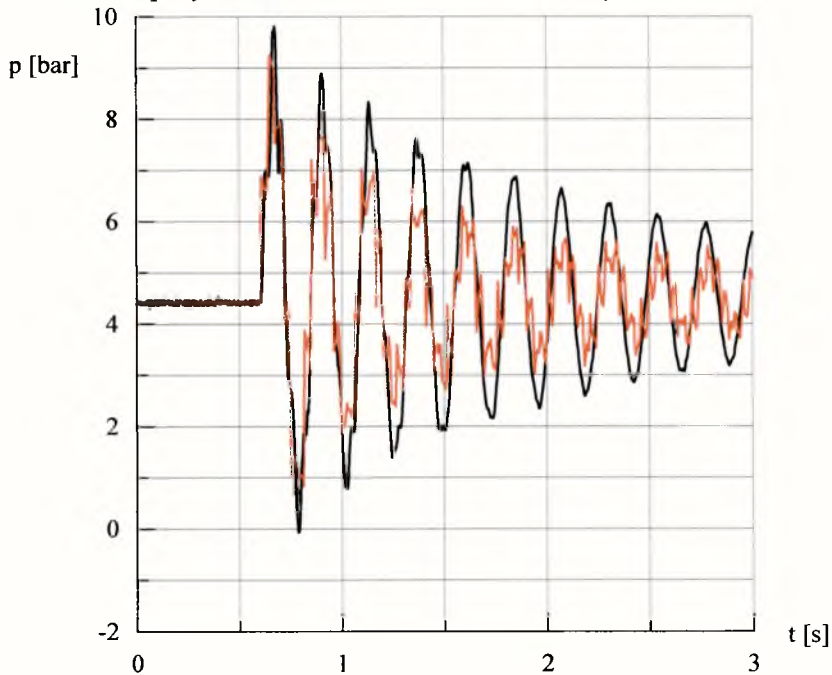
Rys.6.44. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor brązowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=4.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



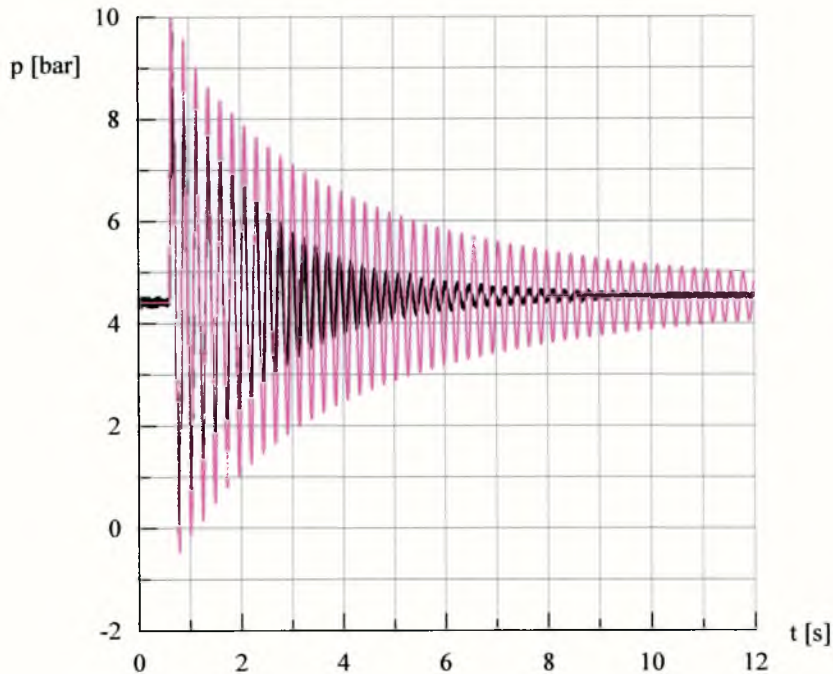
Rys.6.45. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=4.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



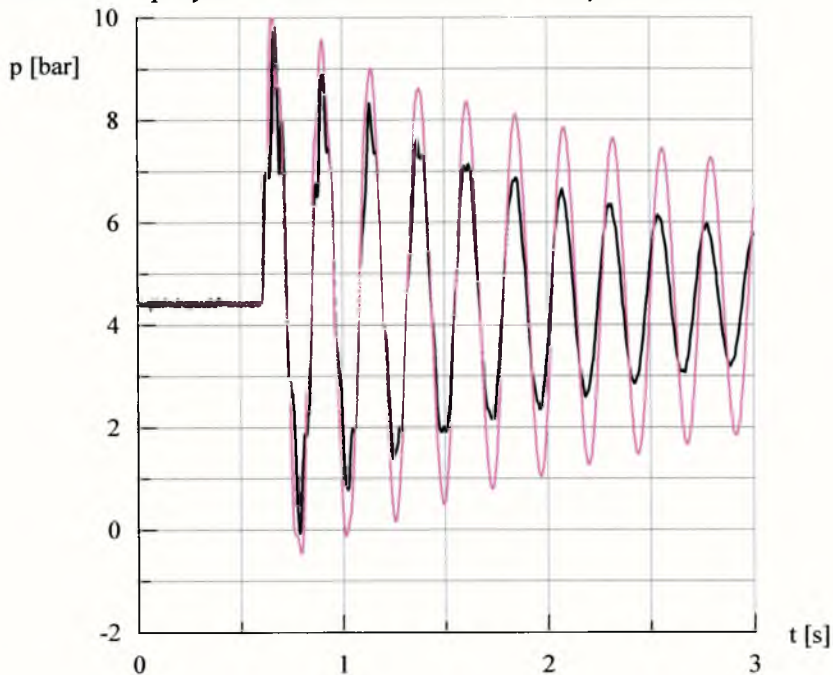
Rys.6.46. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor brązowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=10.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



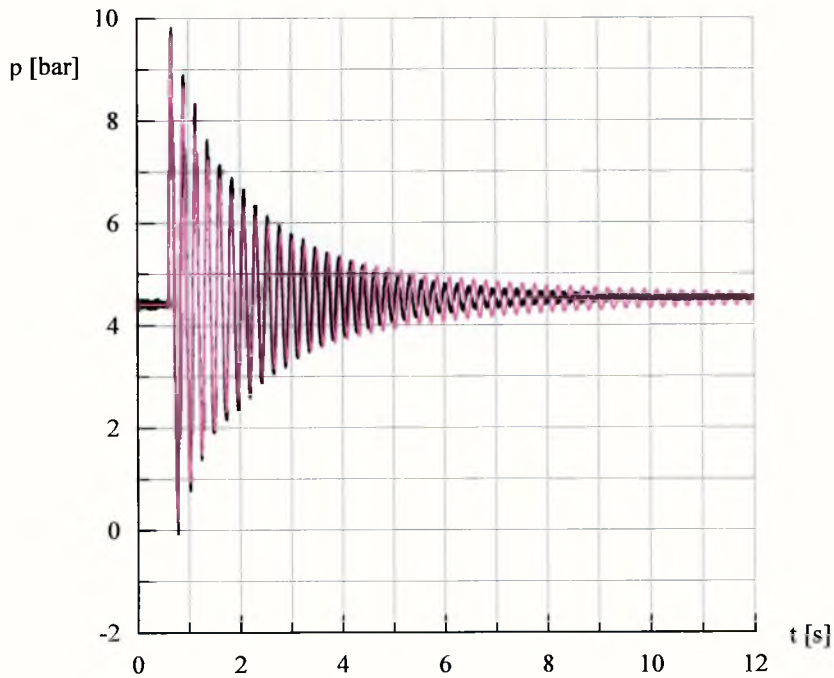
Rys.6.47. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=10.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



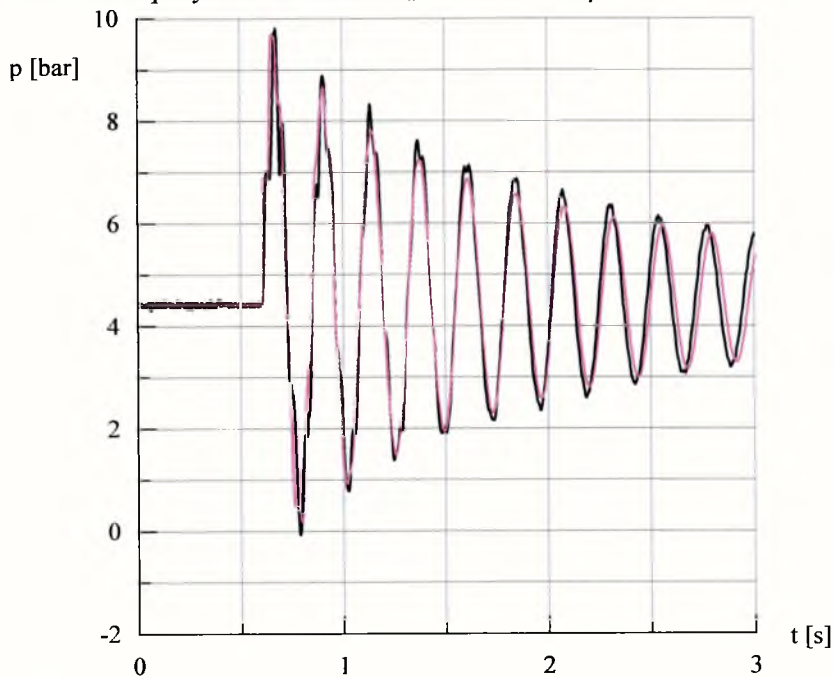
Rys.6.48. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



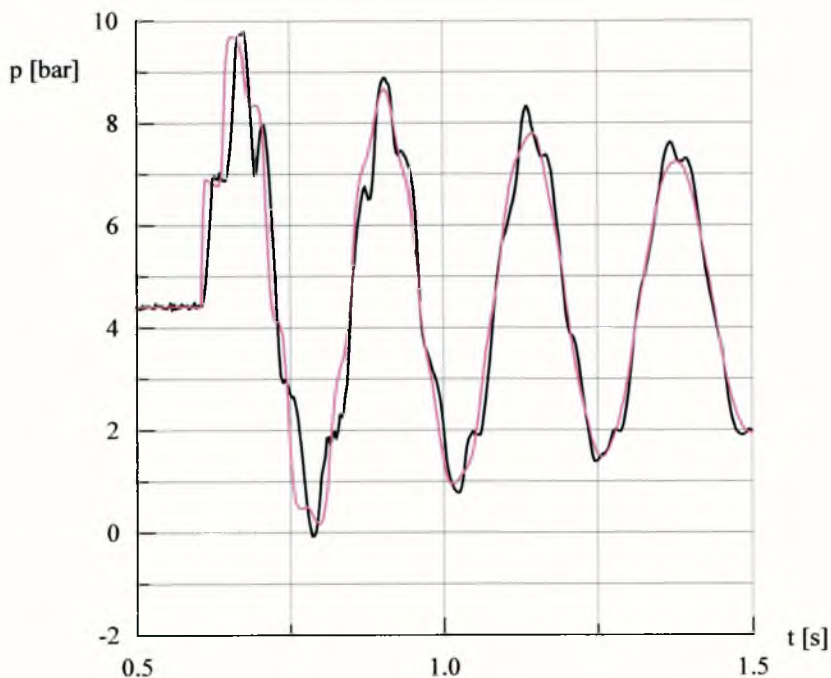
Rys.6.49. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



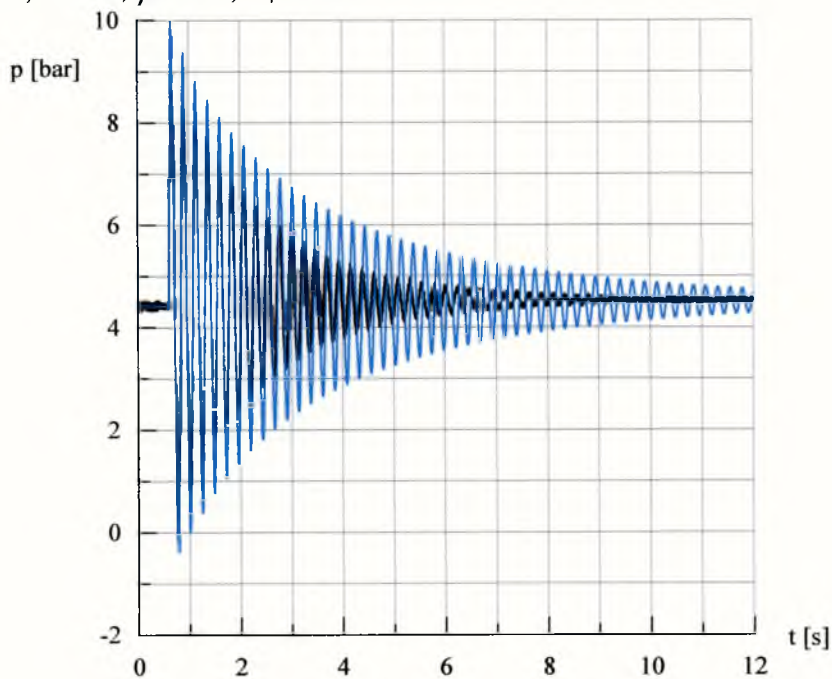
Rys.6.50. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=4.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



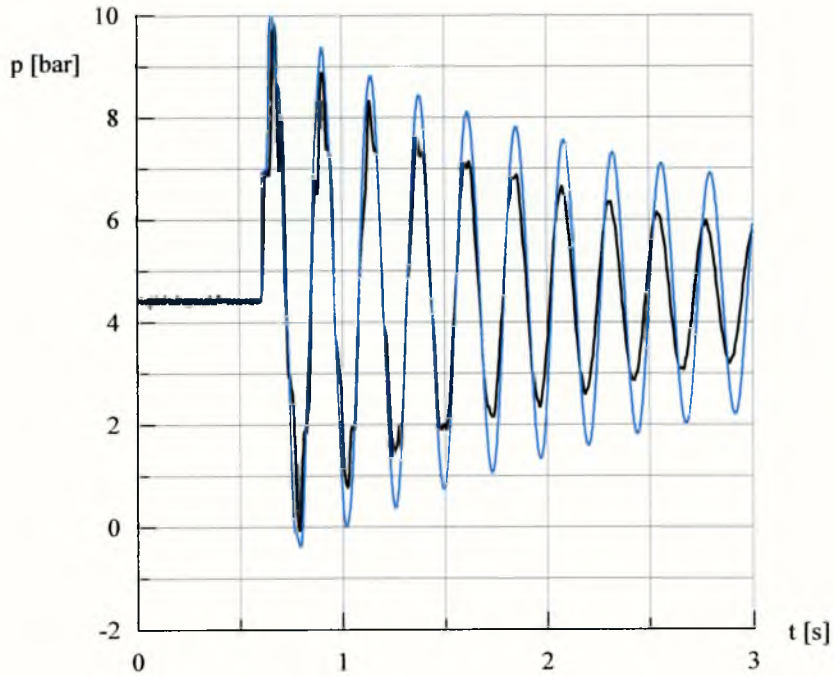
Rys.6.51. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=4.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



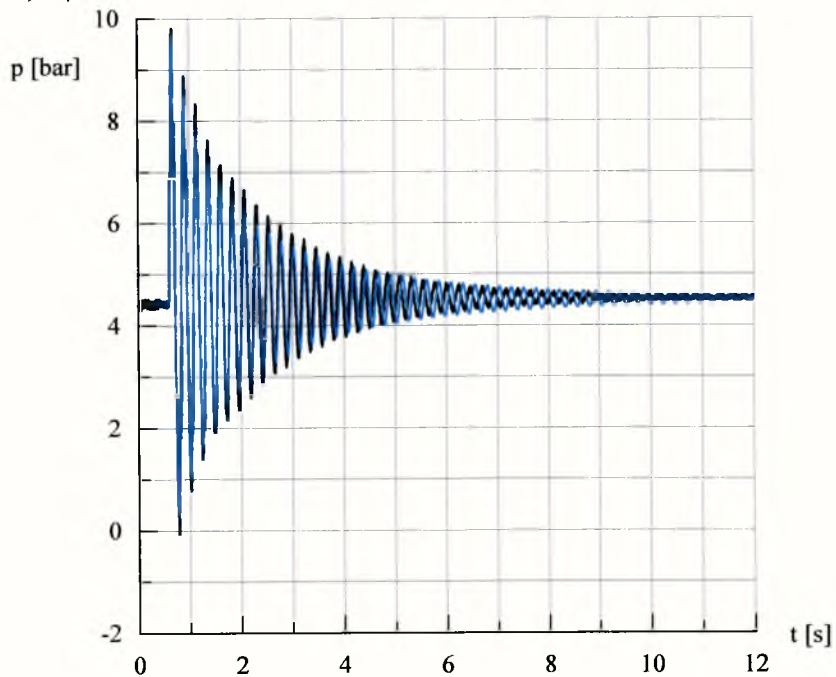
Rys.6.52. Porównanie zgodności odzwierciedlenia przebiegu charakterystyki rzeczywistej ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=4.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



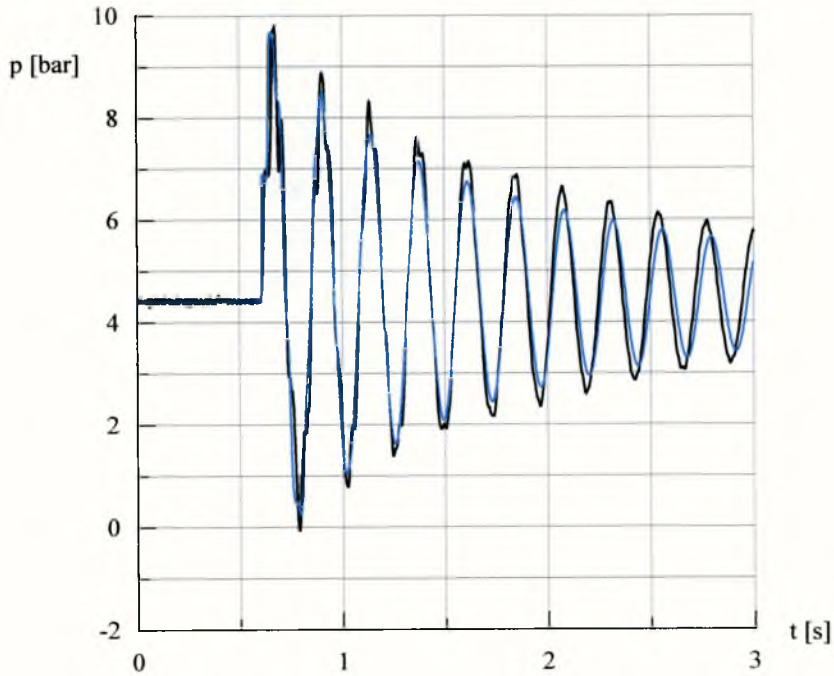
Rys.6.53. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor niebieski) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



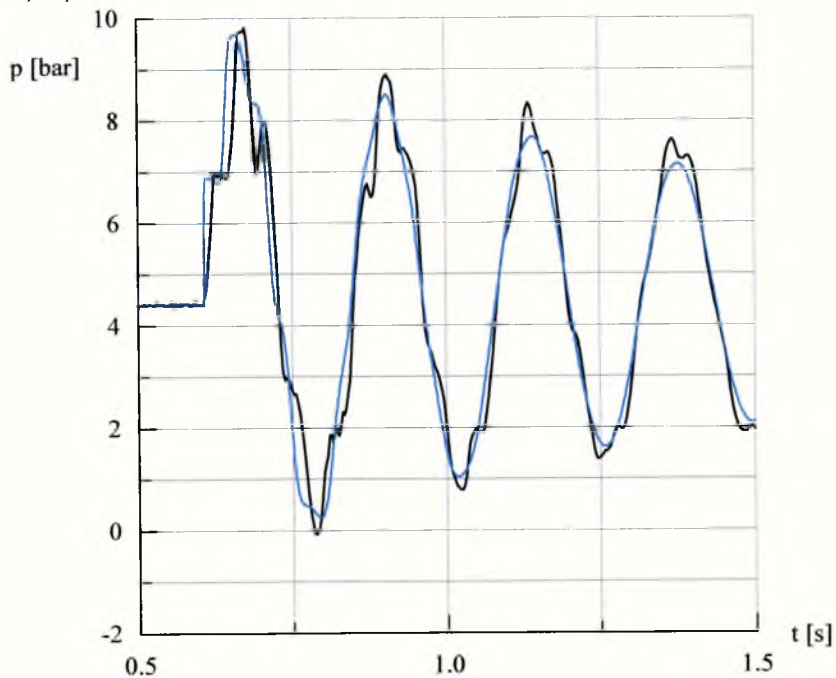
Rys.6.54. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



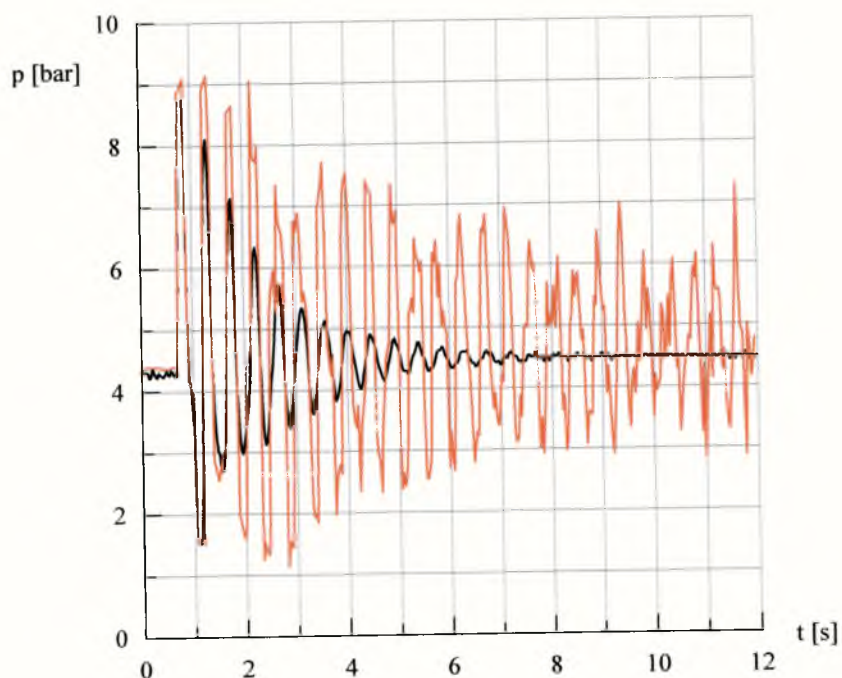
Rys.6.55. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor niebieski) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=4.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



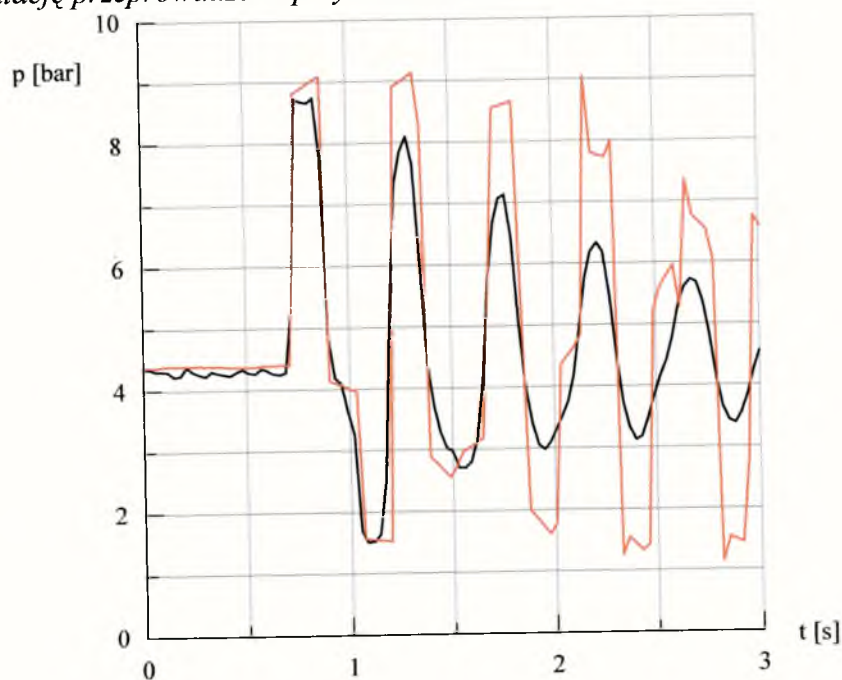
Rys.6.56. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=4.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



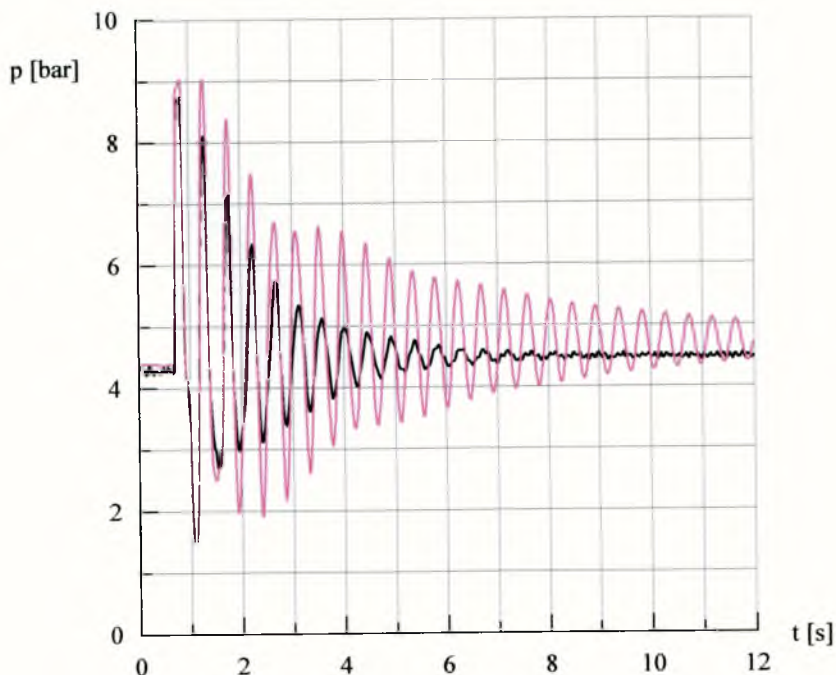
Rys.6.57. Porównanie zgodności odzwierciedlenia przebiegu charakterystyki rzeczywistej ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów stalowych S4S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=4.0$, $\beta=1.14$, $L_4/L=0.5$.



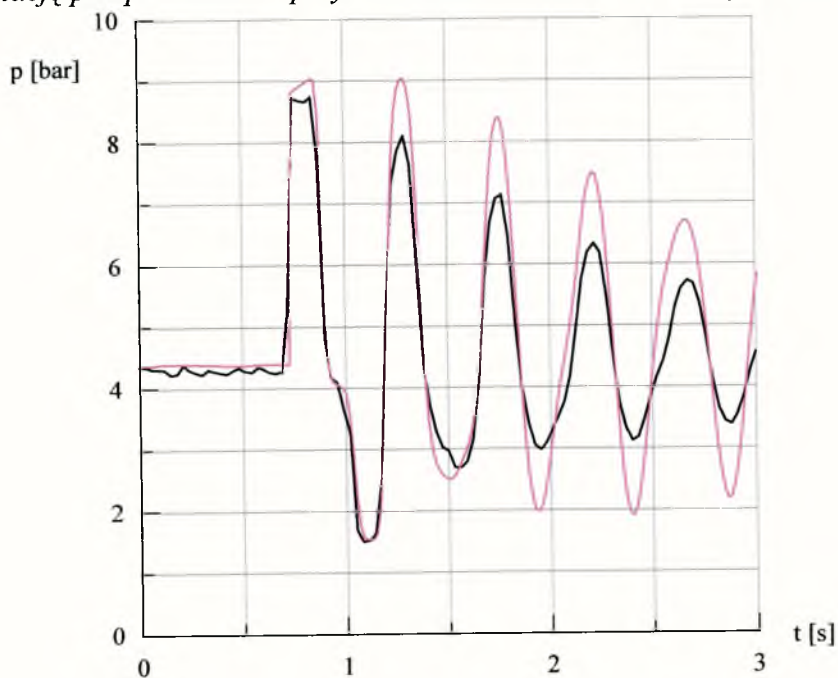
Rys.6.58. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor brązowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



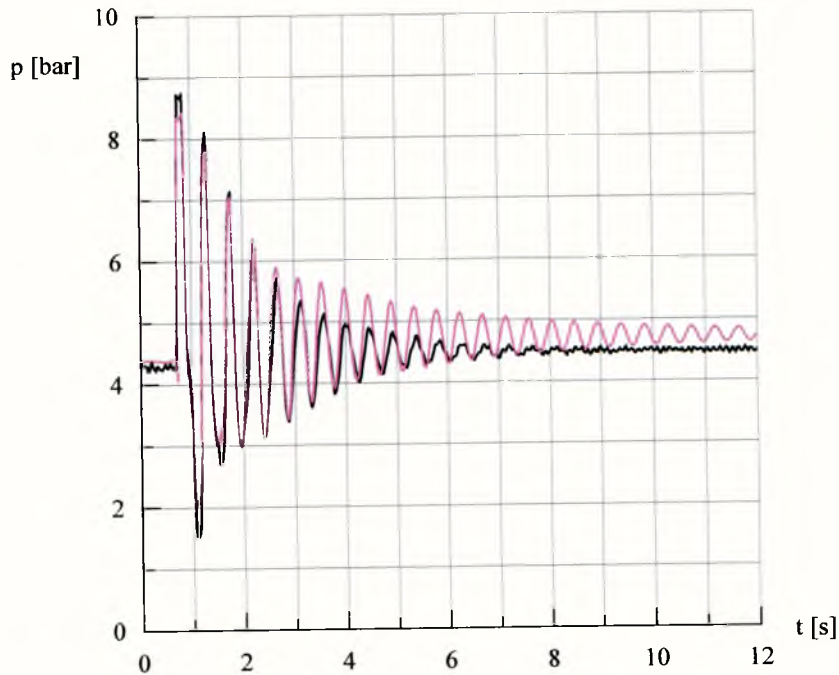
Rys.6.59. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



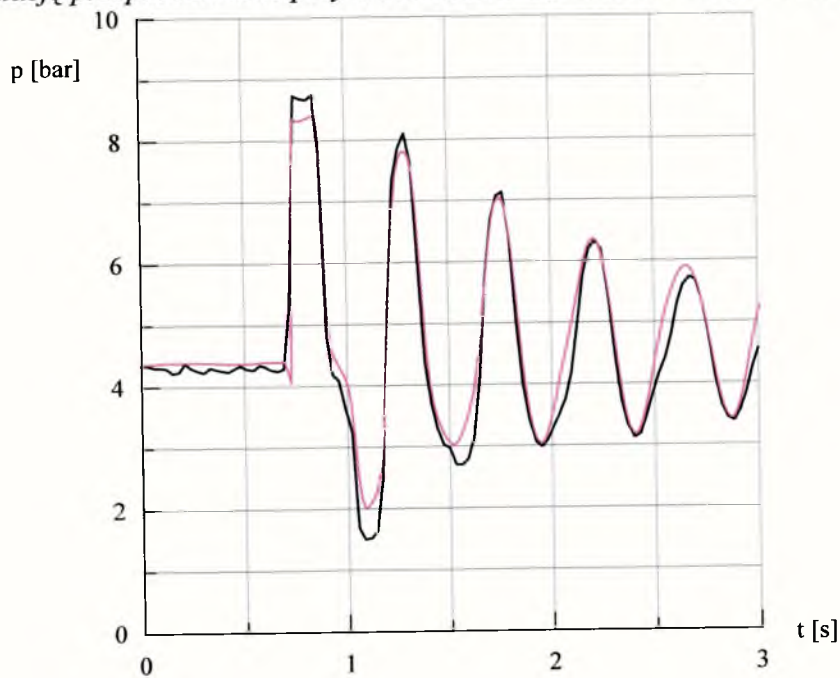
Rys.6.60. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



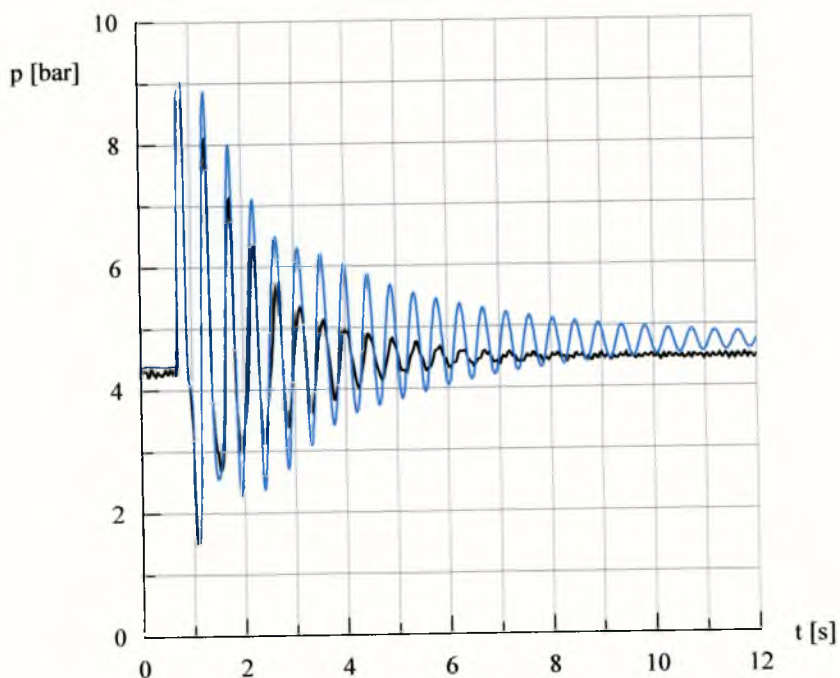
Rys.6.61. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



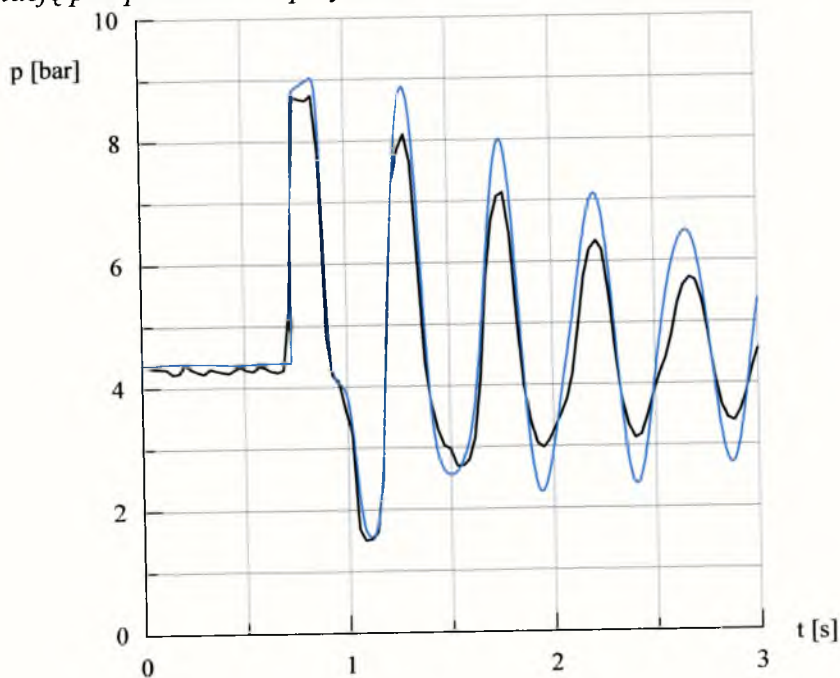
Rys.6.62. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



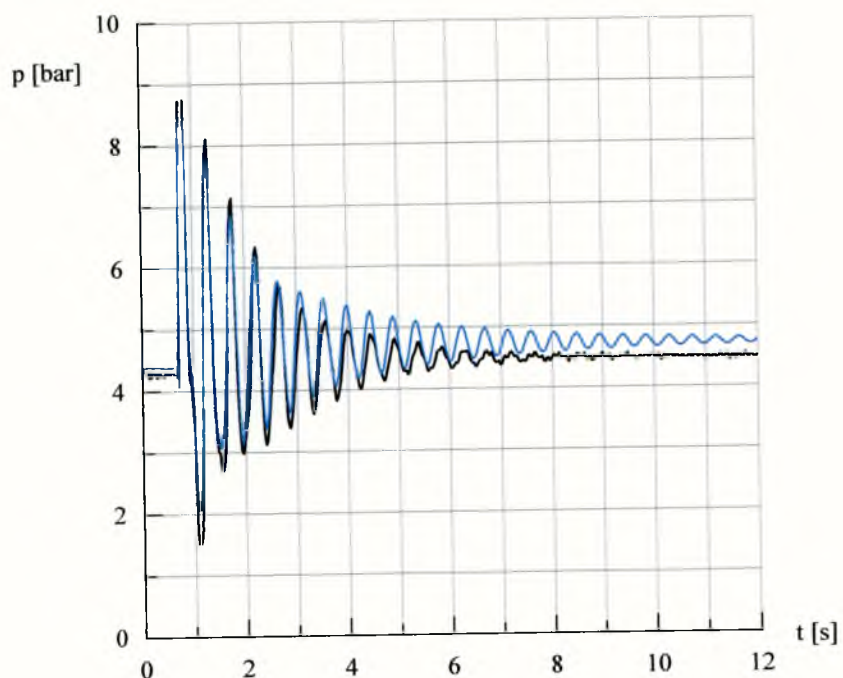
Rys.6.63. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



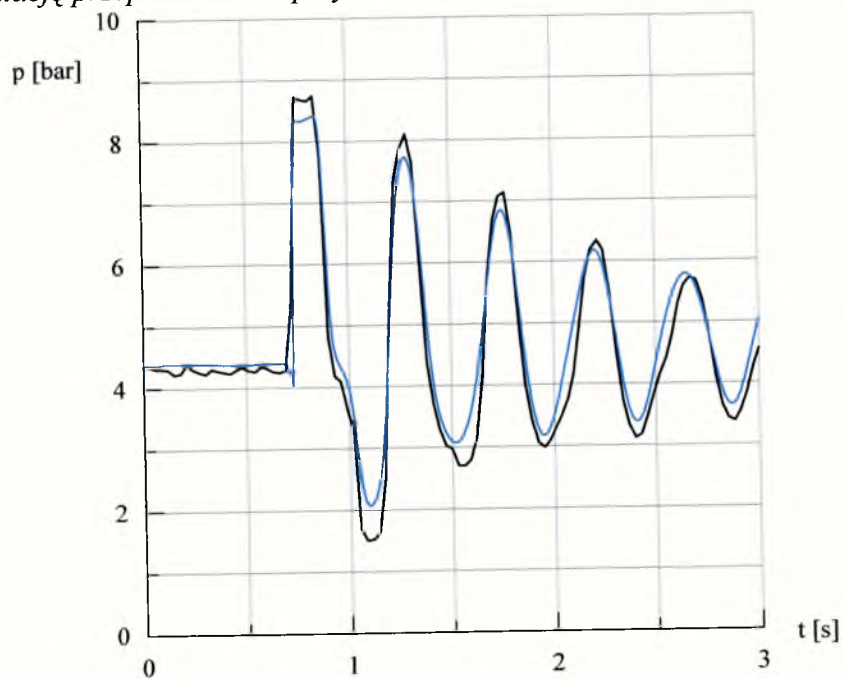
Rys.6.64. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor niebieski) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



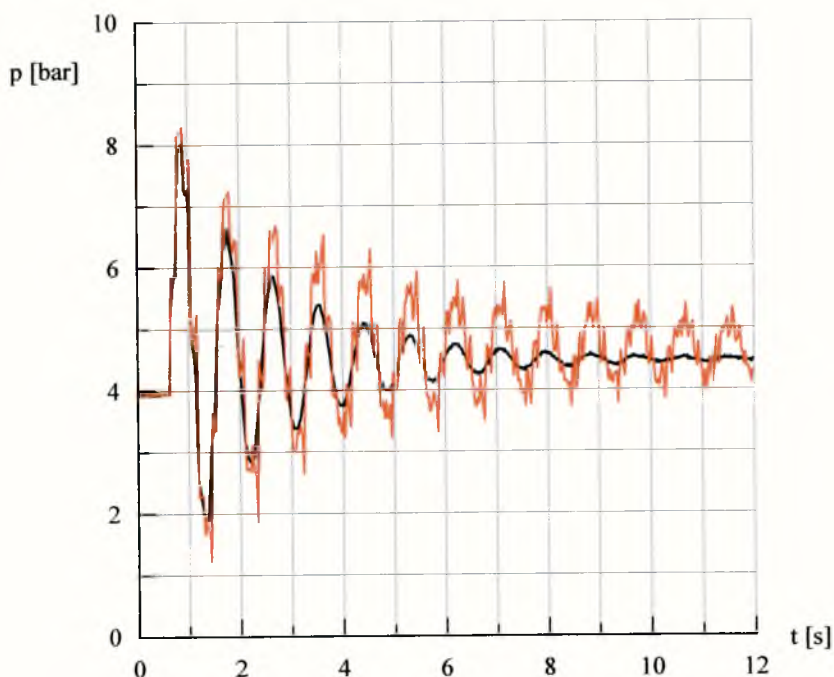
Rys.6.65. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



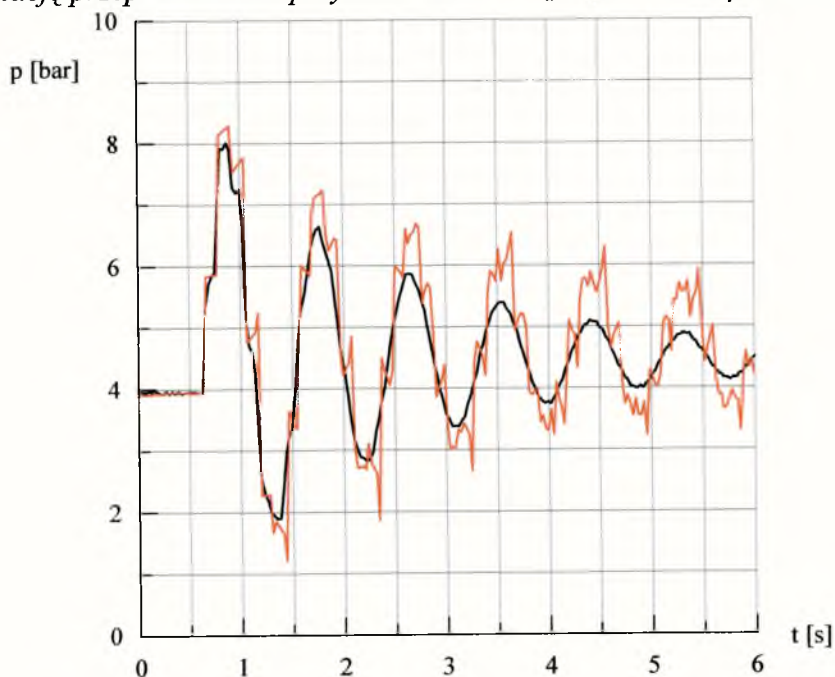
Rys.6.66. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor niebieski) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



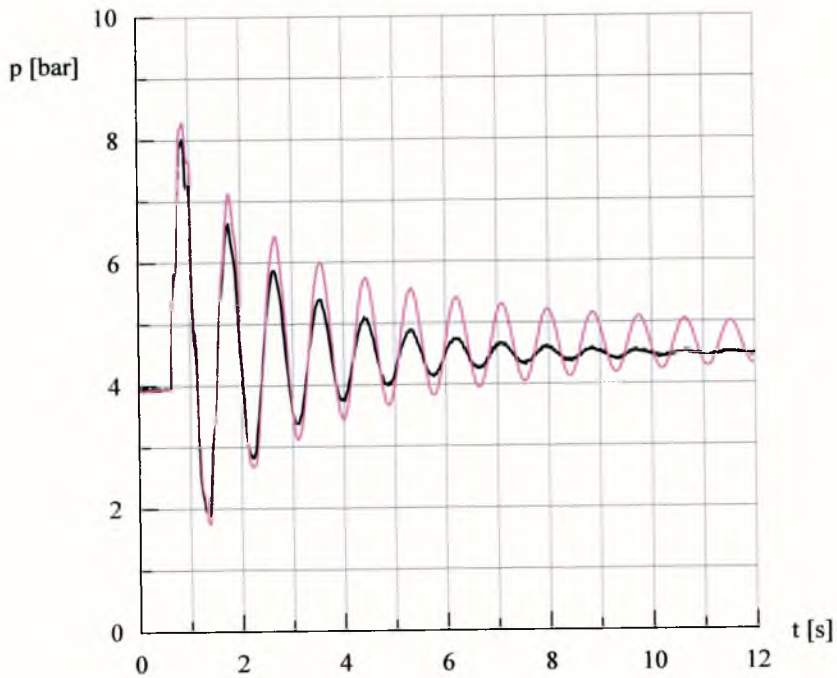
Rys.6.67. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



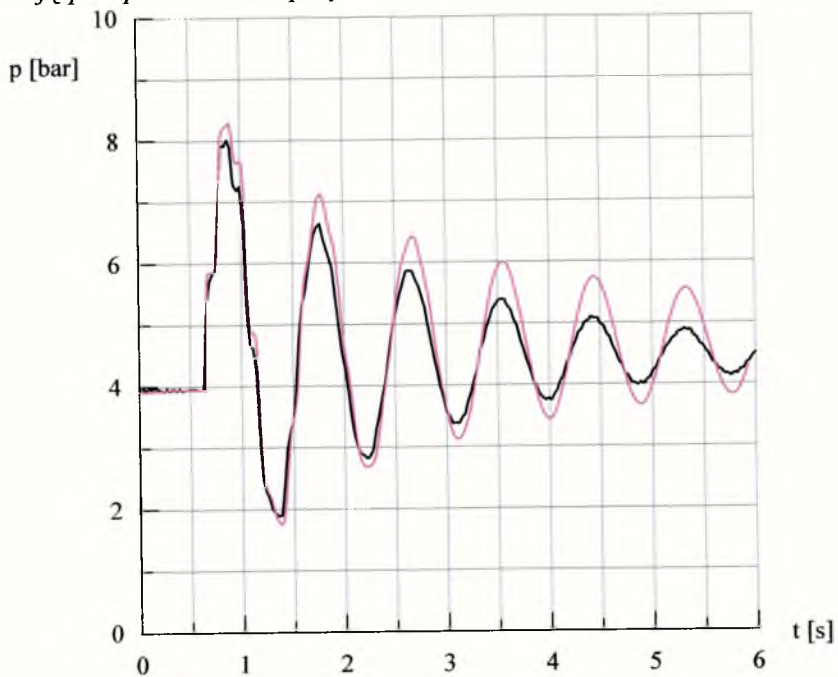
Rys.6.68. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor brązowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P4P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.961$, $L_4/L=0.5$.



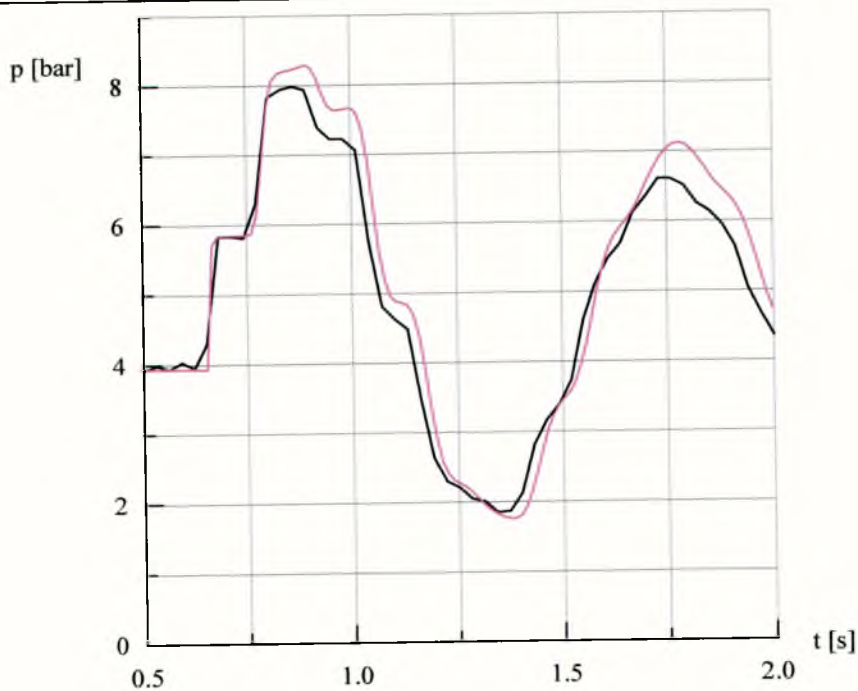
Rys.6.69. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów **G** polietylenowych P4P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.961$, $L_4/L=0.5$.



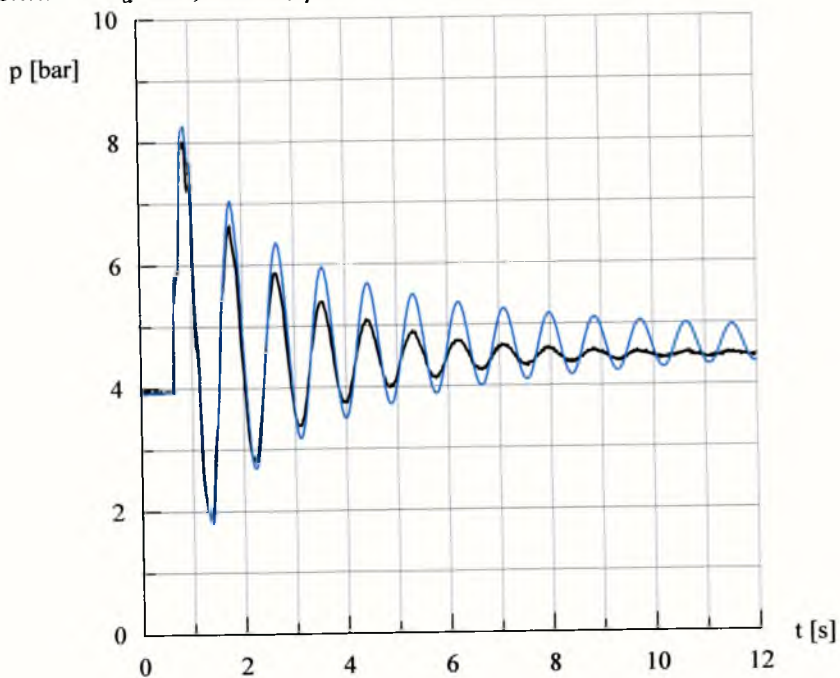
Rys.6.70. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P4P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.961$, $L_4/L=0.5$.



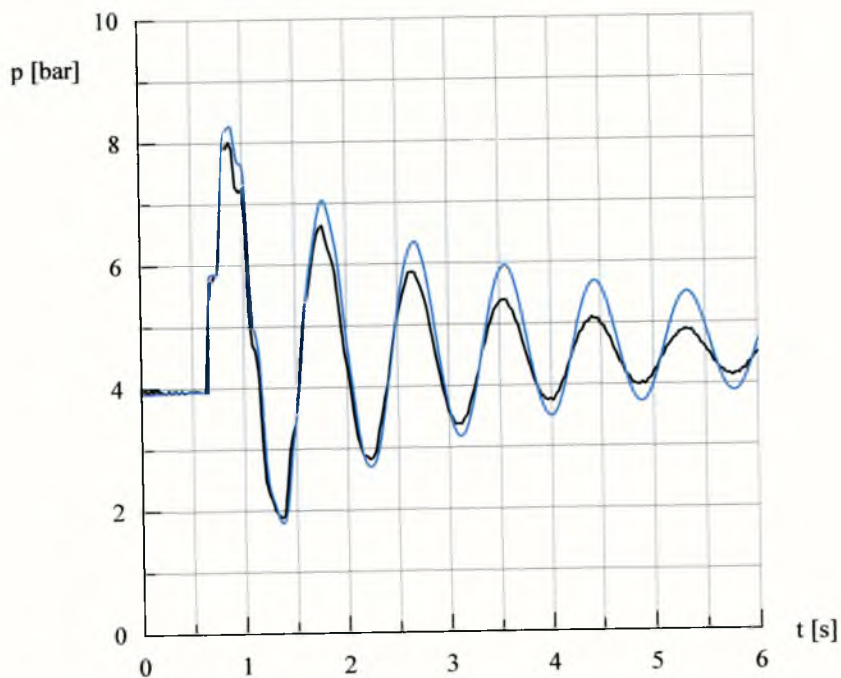
Rys.6.71. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów **G** polietylenowych P4P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.961$, $L_4/L=0.5$.



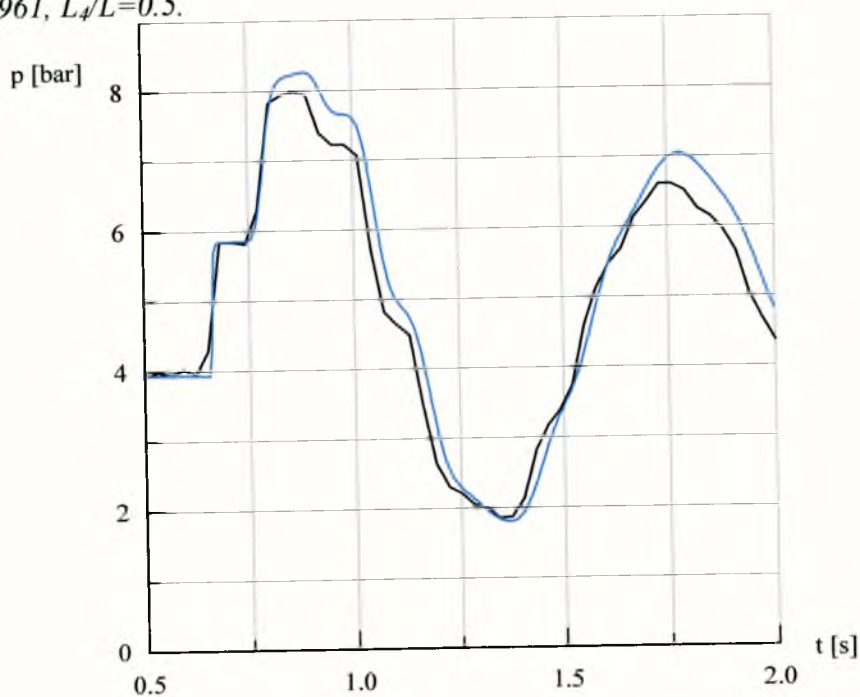
Rys.6.72. Porównanie zgodności odzwierciedlenia przebiegu charakterystyki rzeczywistej ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów G polietylenowych P4P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.961$, $L_4/L=0.5$.



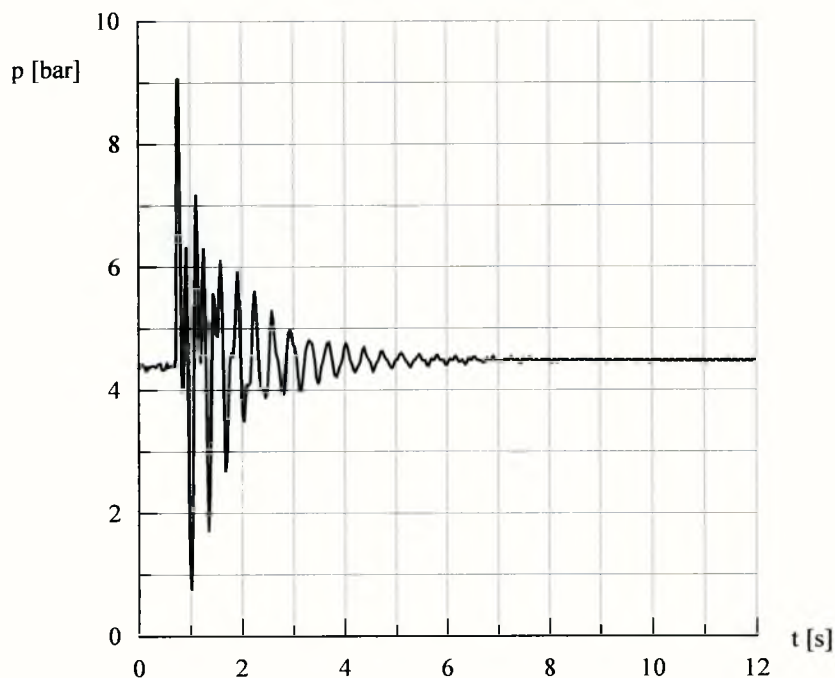
Rys.6.73. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor niebieski) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów G polietylenowych P4P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.961$, $L_4/L=0.5$.



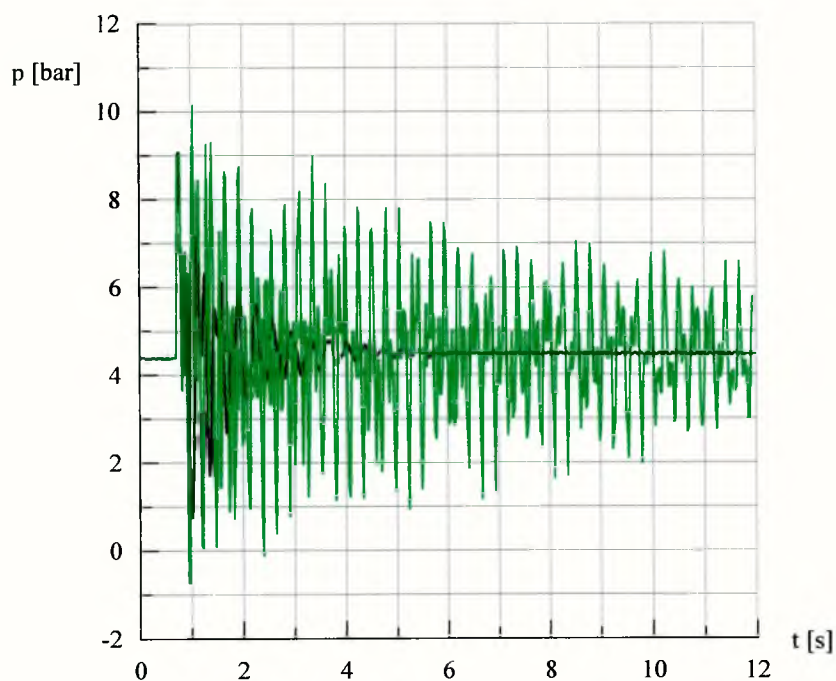
Rys.6.74. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów **G** polietylenowych P4P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.961$, $L_4/L=0.5$.



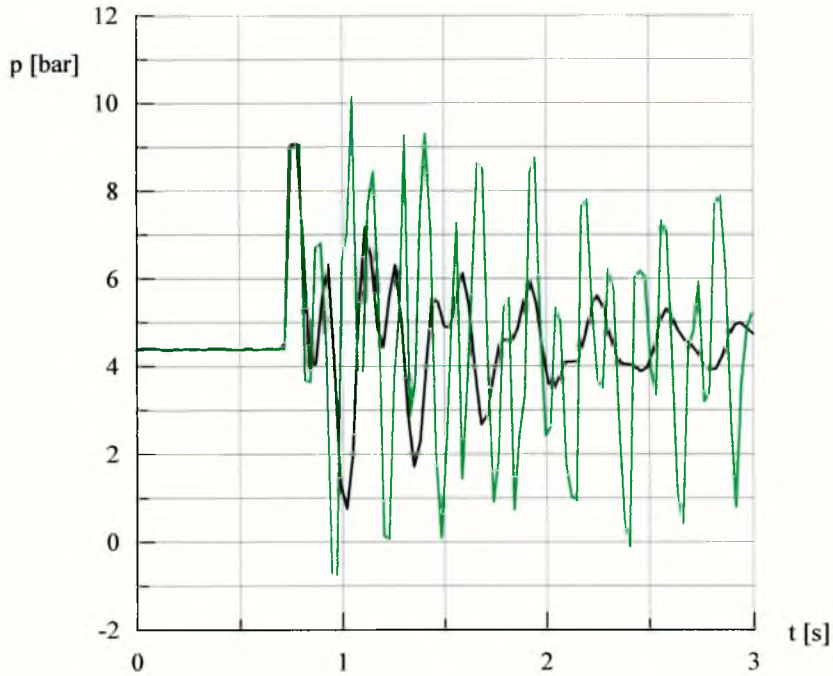
Rys.6.75. Porównanie zgodności odwziedlenia przebiegu charakterystyki rzeczywistej ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów **G** polietylenowych P4P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.961$, $L_4/L=0.5$.



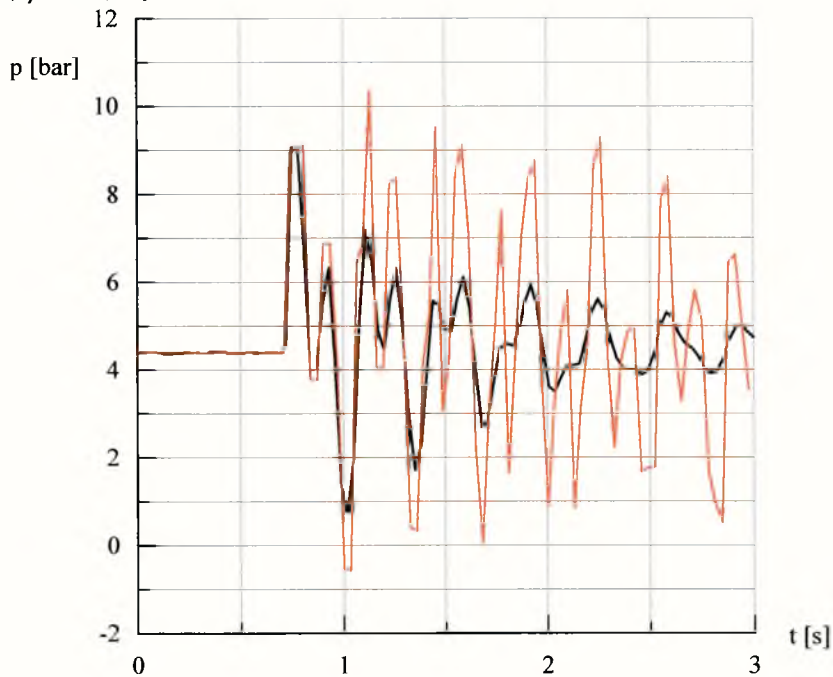
Rys.6.76. Zarejestrowana charakterystyka ciśnienia dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4a, dla $L_1/L=0.5$.



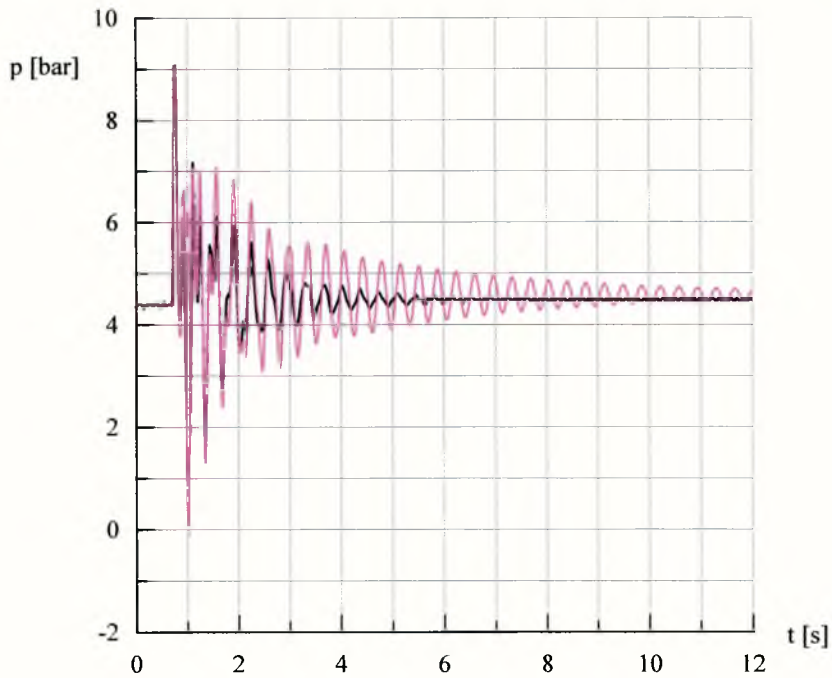
Rys.6.77. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor zielony) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$, $L_1/L=0.5$.



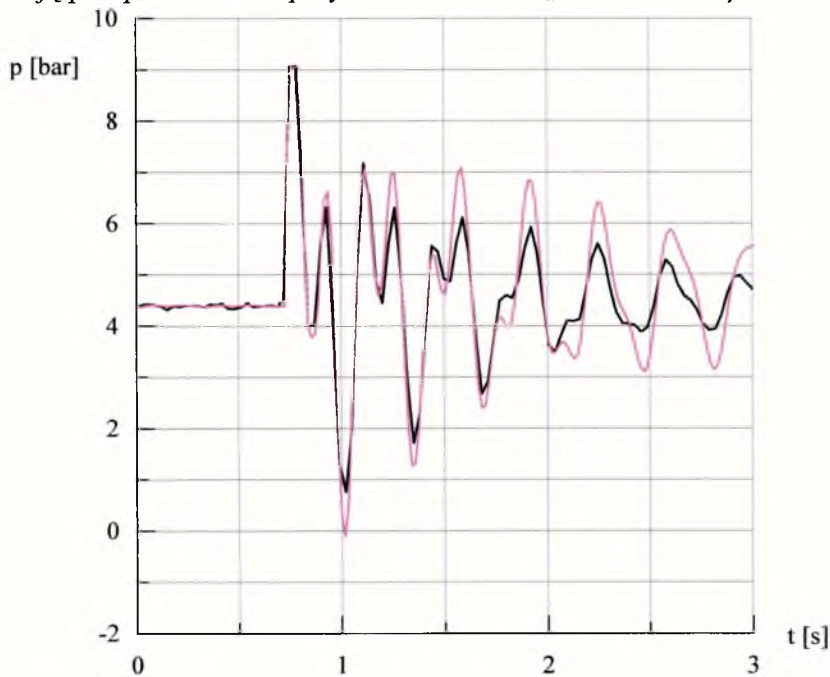
Rys.6.78. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor zielony) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P4a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$, $L_1/L=0.5$.



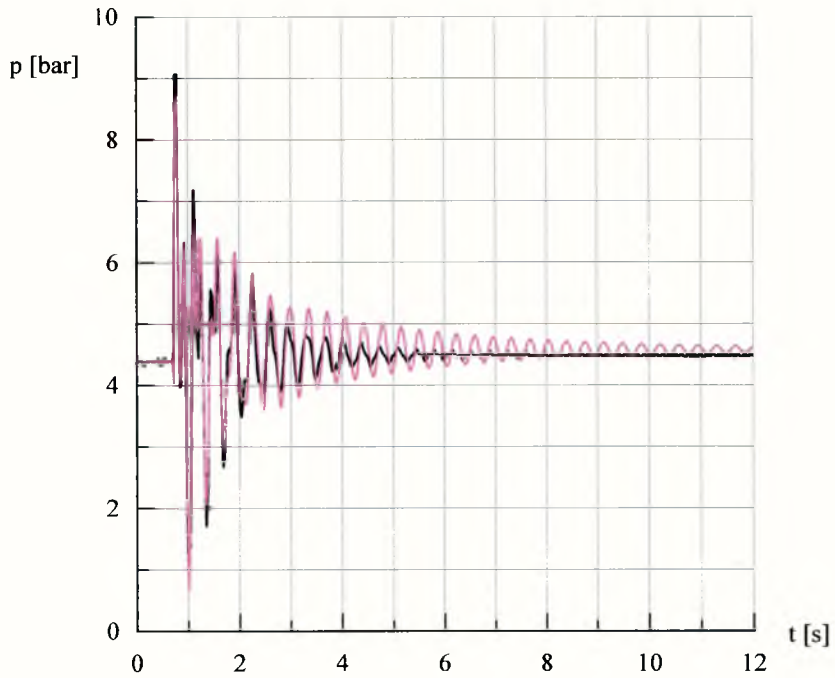
Rys.6.79. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P4a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



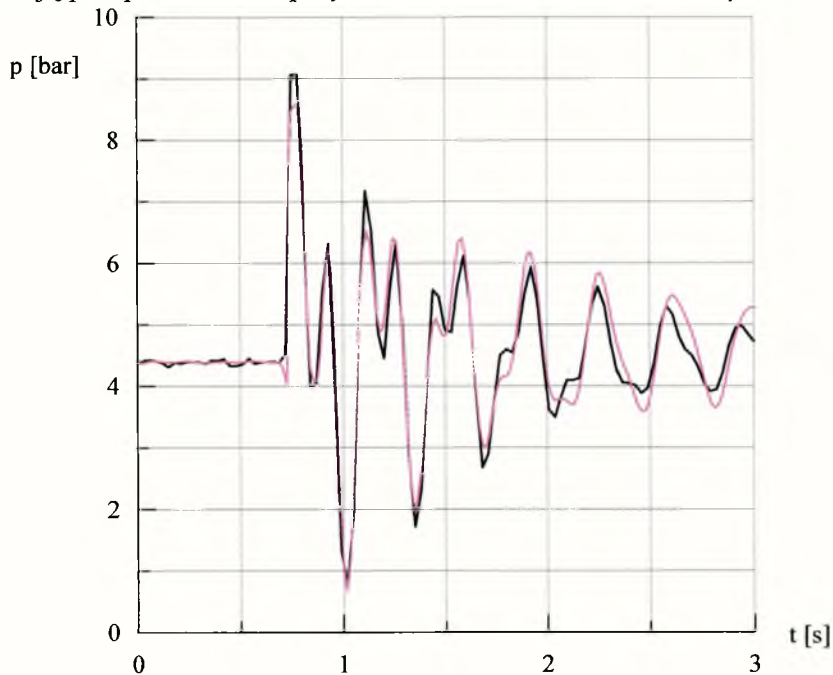
Rys.6.80. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



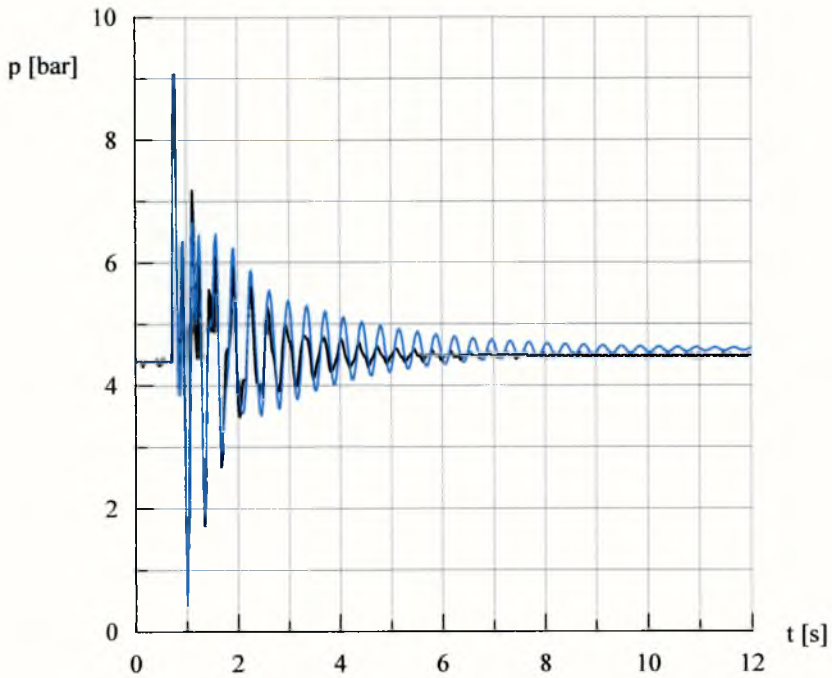
Rys.6.81. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



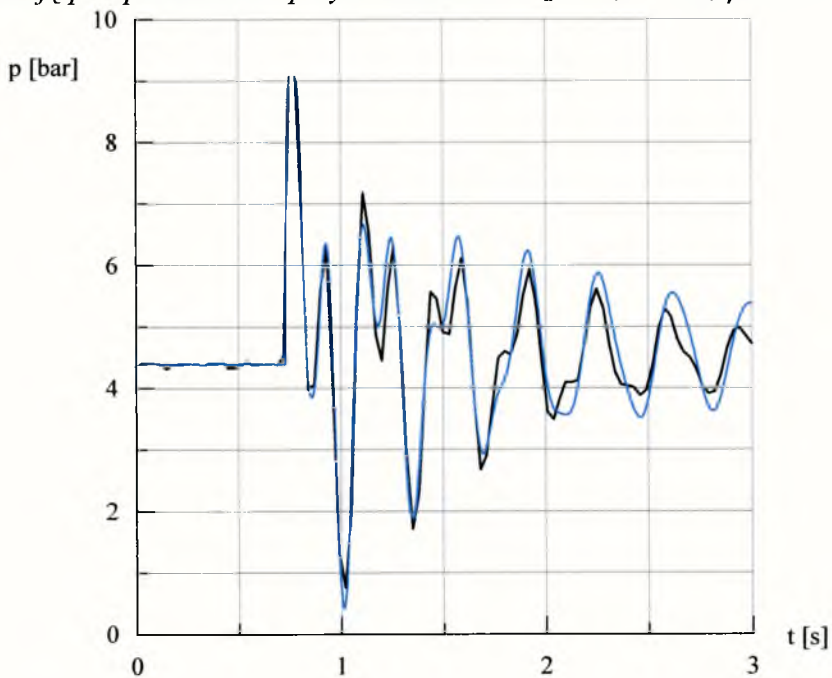
Rys.6.82. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P4a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



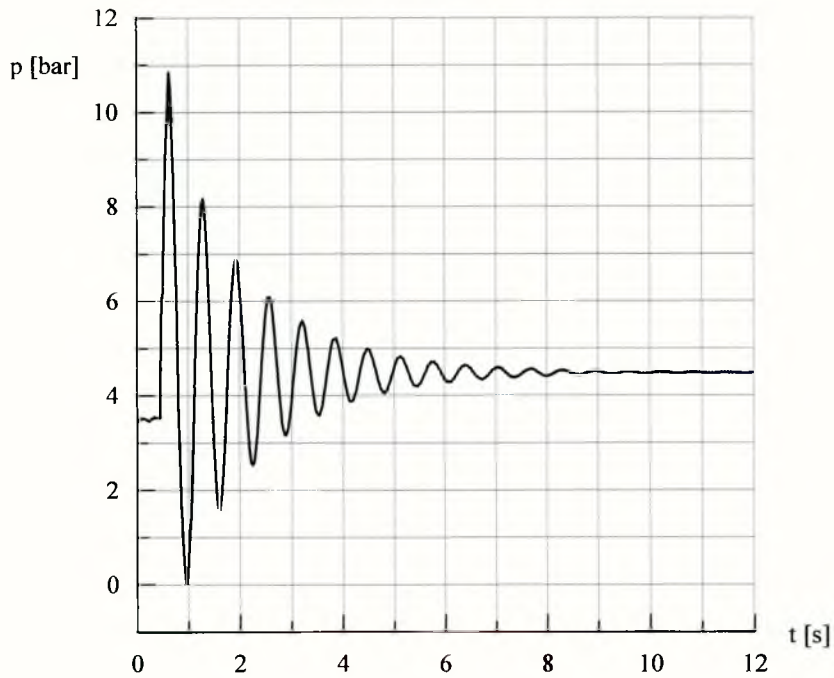
Rys.6.83. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P4a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



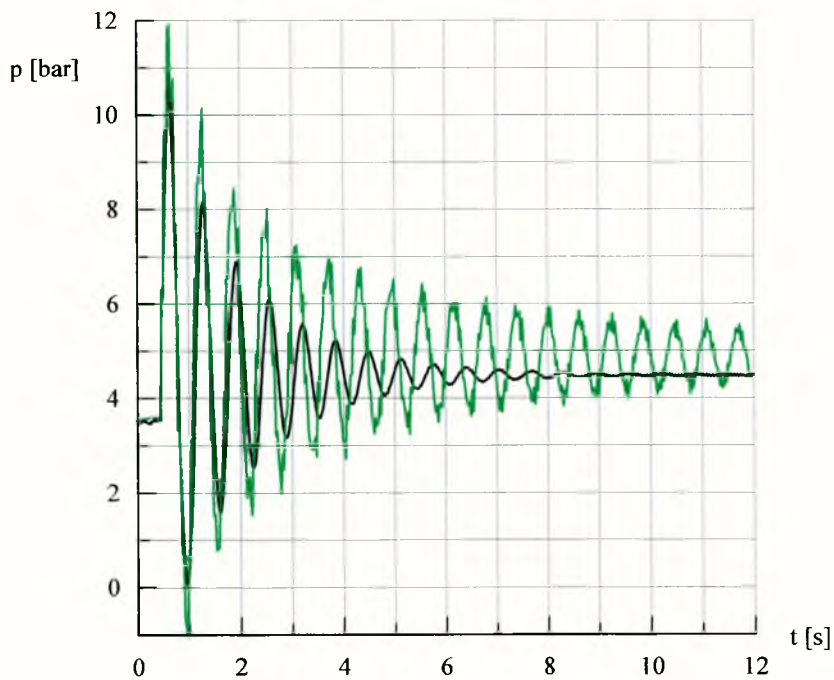
Rys.6.84. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor niebieski) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



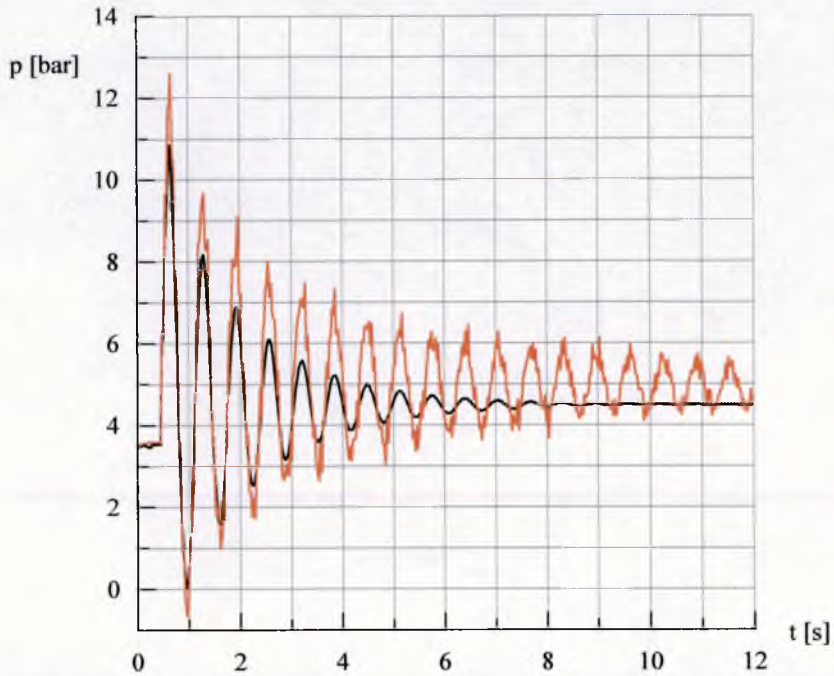
Rys.6.85. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów **G** polietylenowych PIP4a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.792$, $L_1/L=0.5$.



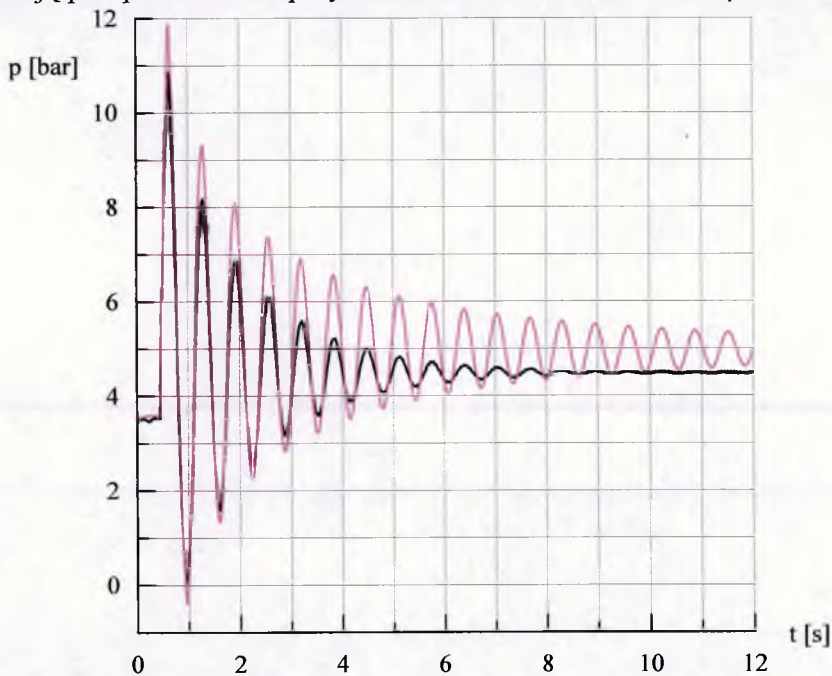
Rys.6.86. Zarejestrowana charakterystyka ciśnienia dla układu przewodów G polietylenowych P4P1a, dla $L_4/L=0.5$.



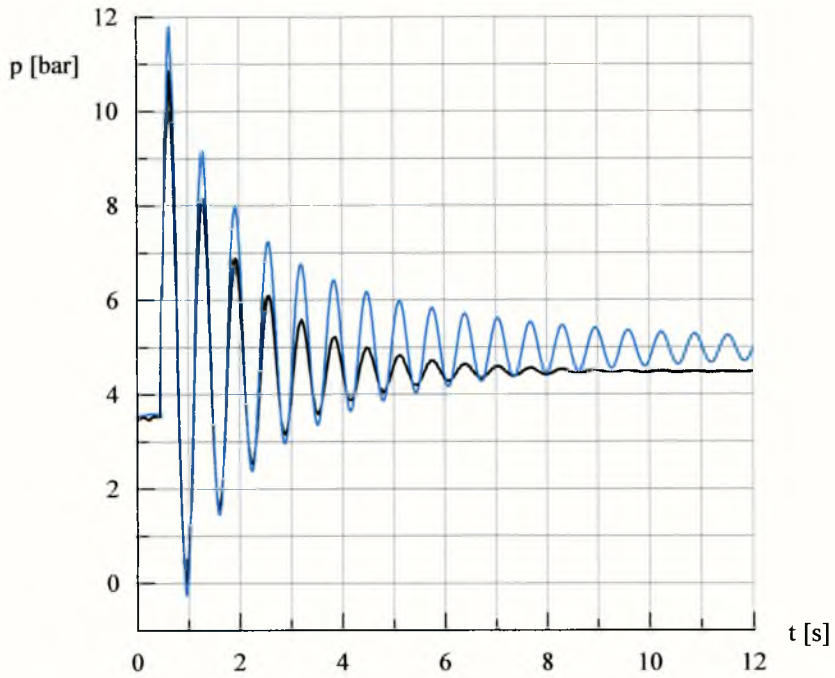
Rys.6.87. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor zielony) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów G polietylenowych P4P1a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$, $L_4/L=0.5$.



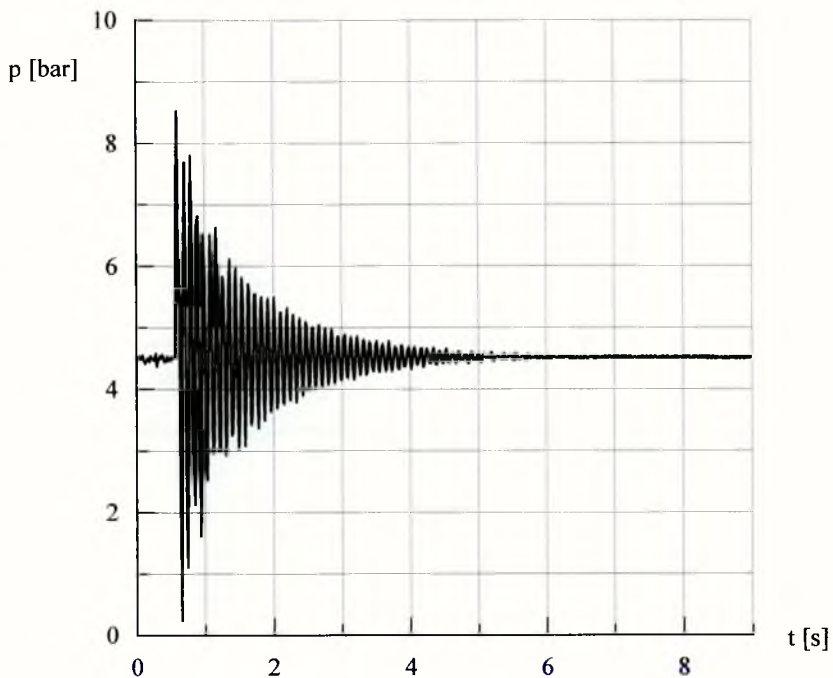
Rys.6.88. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor brązowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P4P1a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.961$, $L_4/L=0.5$.



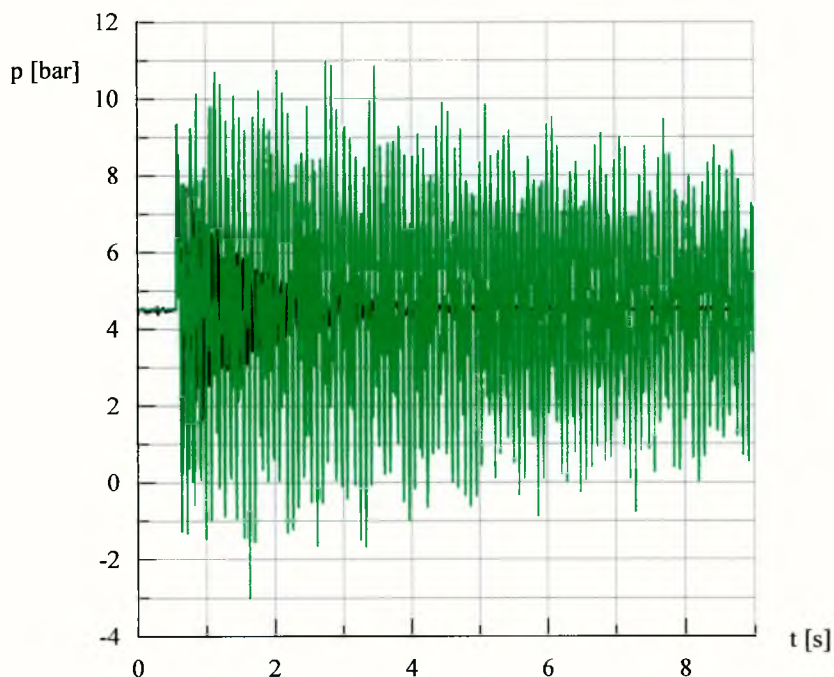
Rys.6.89. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P4P1a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.961$, $L_4/L=0.5$.



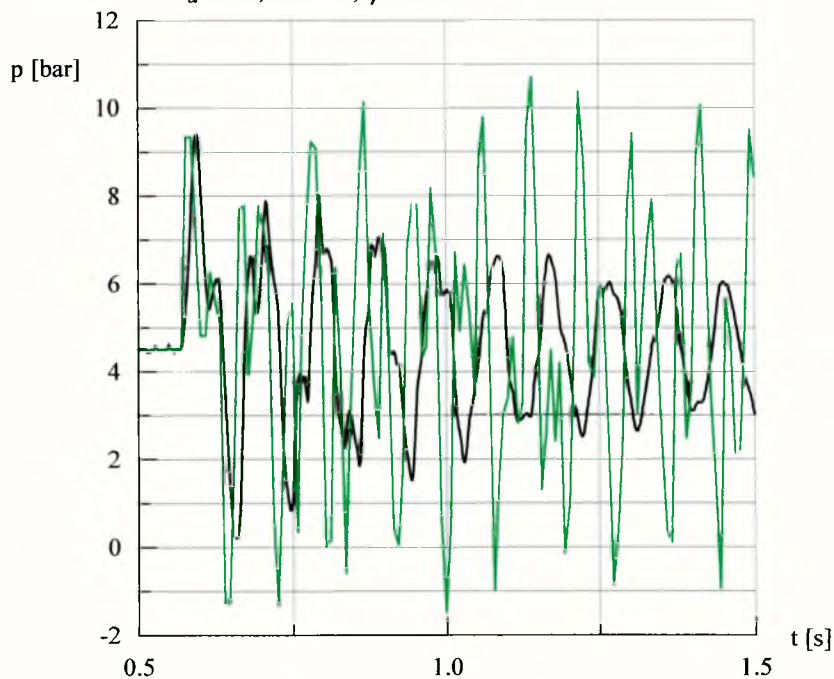
Rys.6.90. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor niebieski) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów G polietylenowych P4P1a. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.961$, $L_4/L=0.5$.



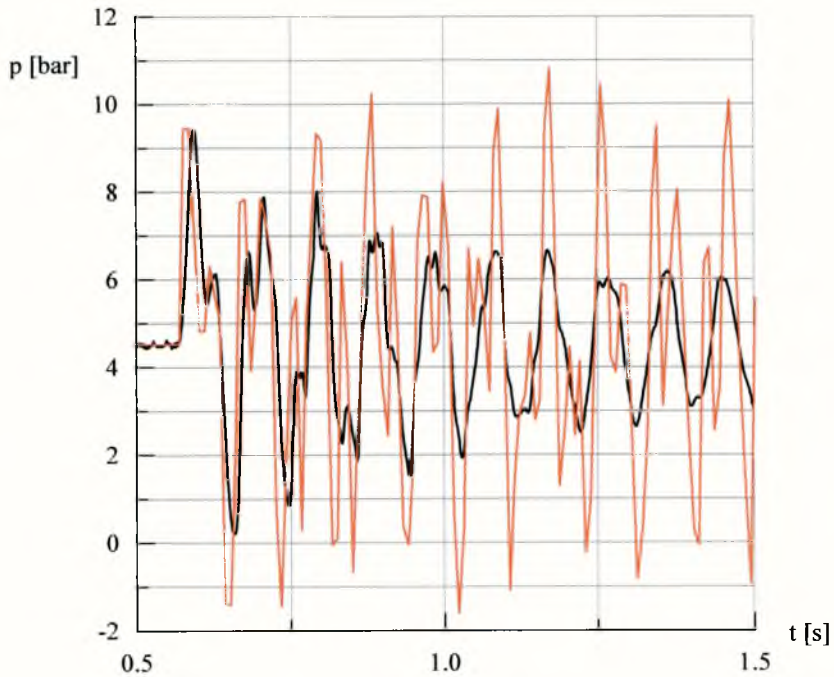
Rys.6.91. Zarejestrowana charakterystyka ciśnienia dla układu przewodów stalowych S1S2S4



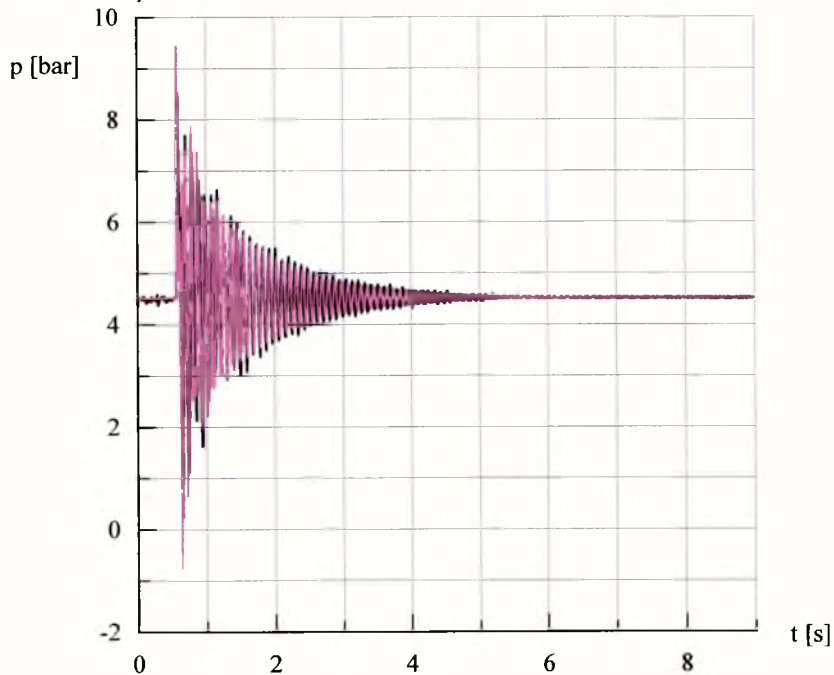
Rys.6.92. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor zielony) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych SIS2S4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$.



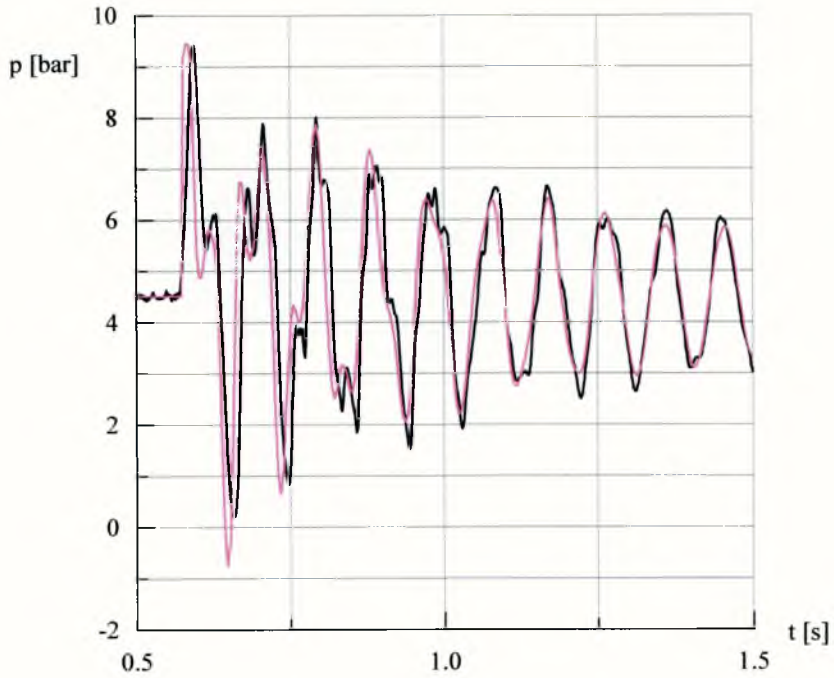
Rys.6.93. Porównanie zgodności odzwierciedlenia przebiegu charakterystyki rzeczywistej ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor zielony) dla układu przewodów stalowych SIS2S4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$.



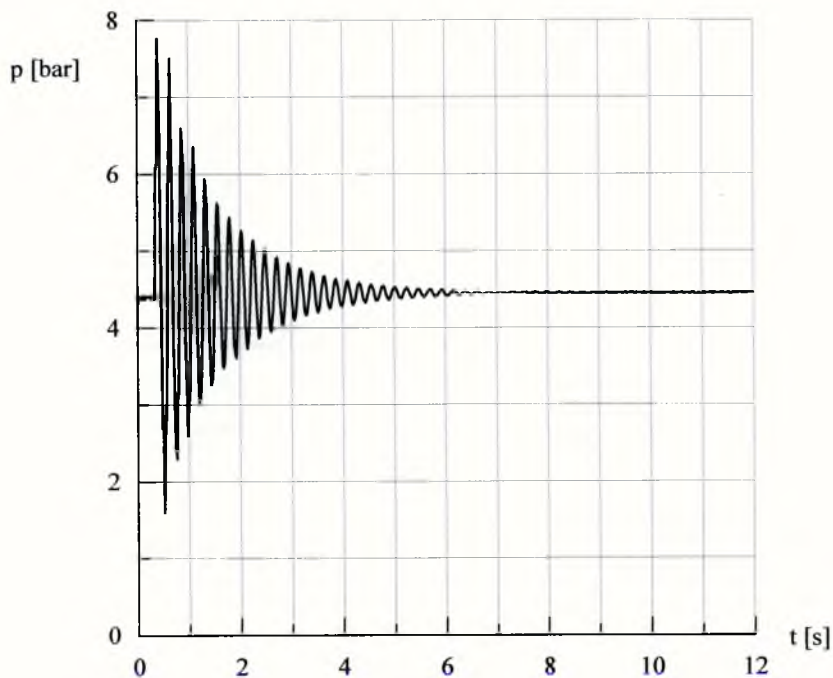
Rys.6.94. Porównanie zgodności odzwierciedlenia przebiegu charakterystyki rzeczywistej ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów stalowych SIS2S4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.945$.



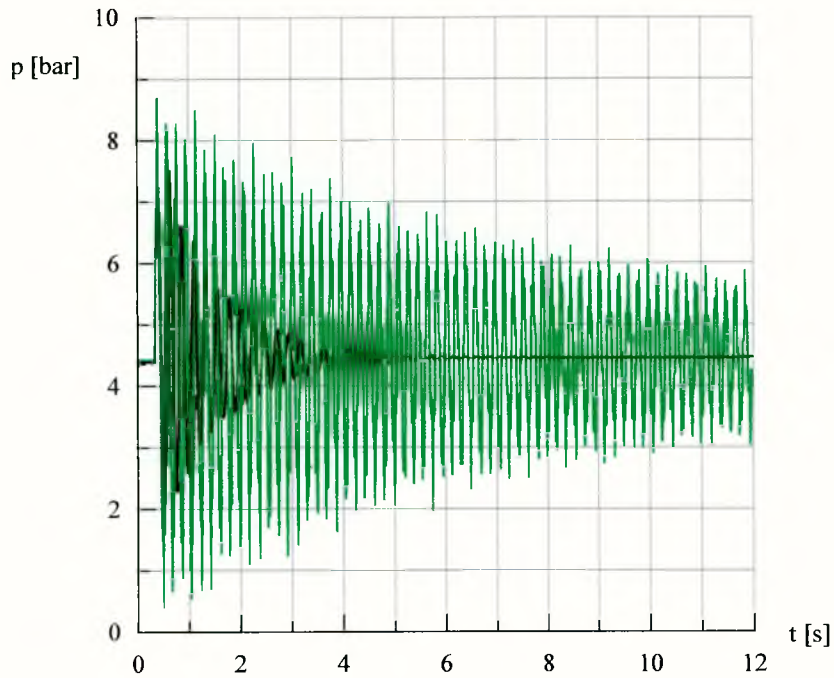
Rys.6.95. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych SIS2S4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.945$.



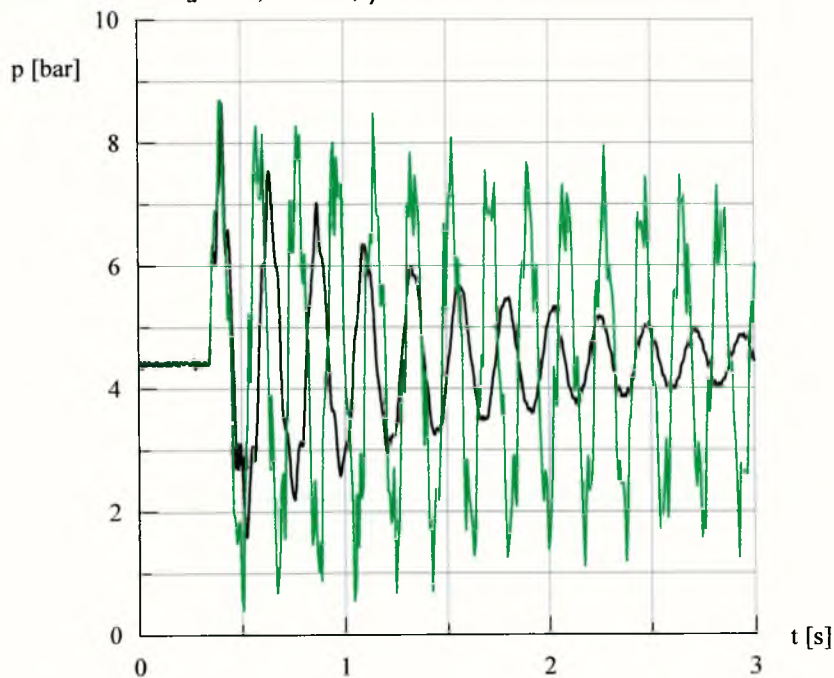
Rys.6.96. Porównanie zgodności odzwierciedlenia przebiegu charakterystyki rzeczywistej ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów stalowych S1S2S4. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.945$.



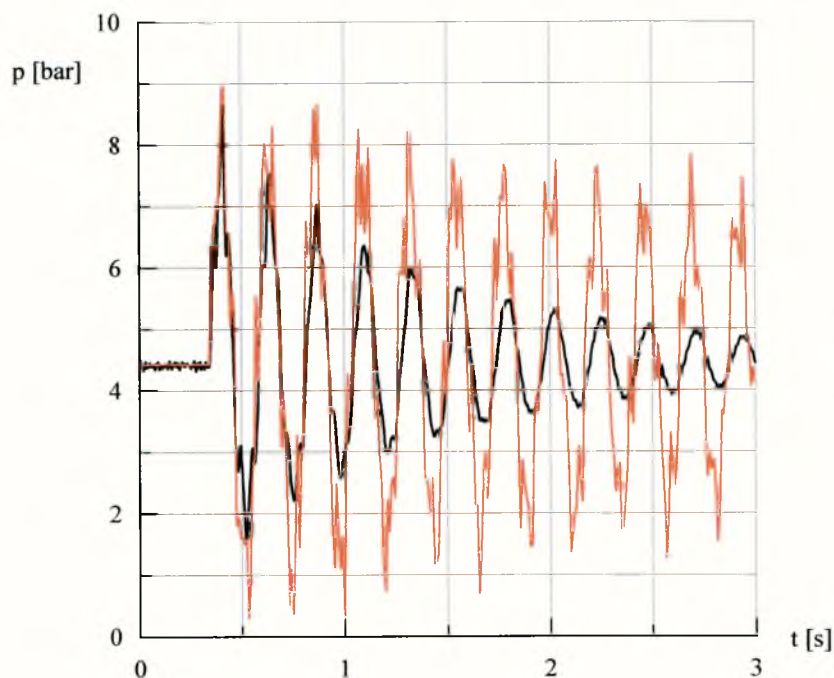
Rys.6.97. Zarejestrowana charakterystyka ciśnienia dla układu przewodów stalowych S4S2S1.



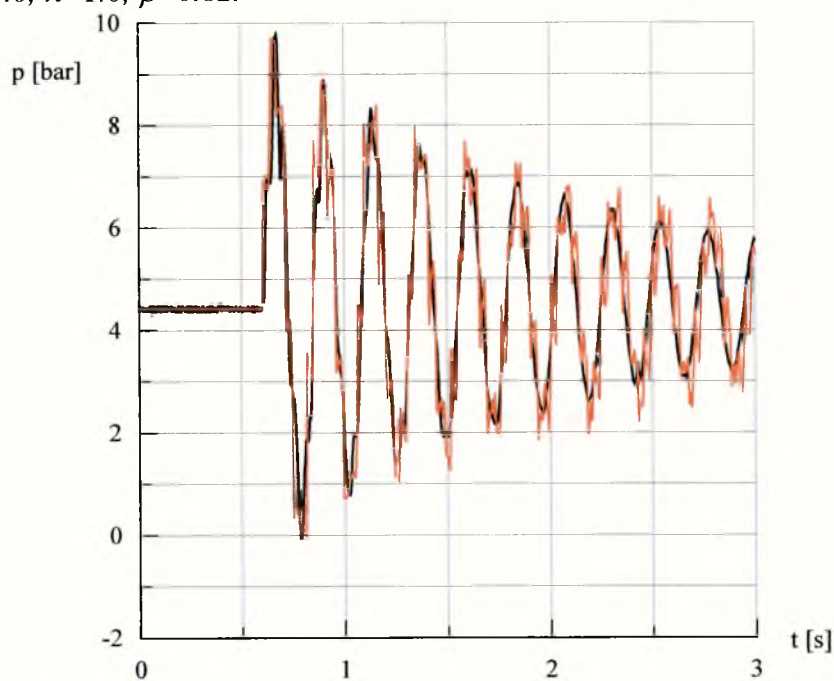
Rys.6.98. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor zielony) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów stalowych S4S2S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$.



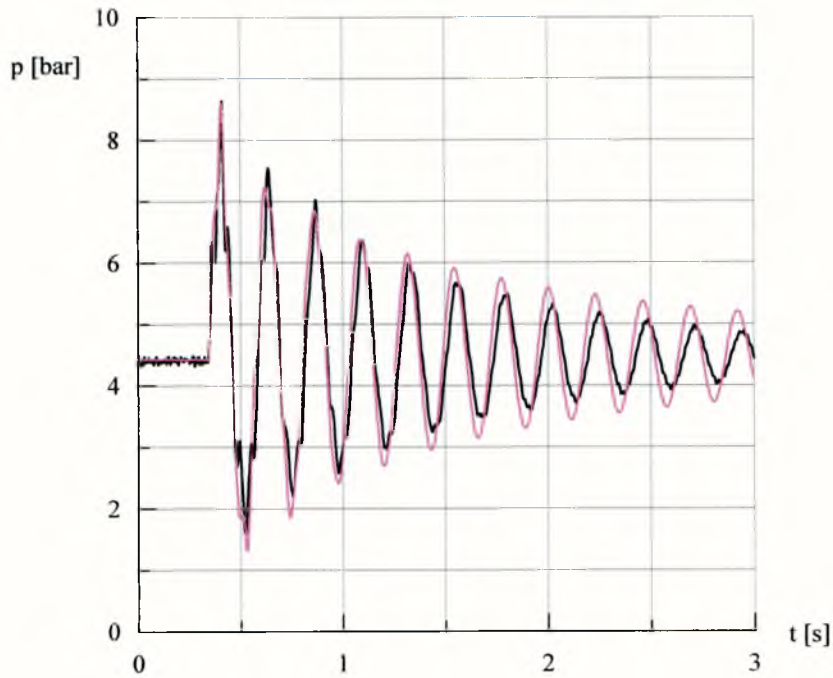
Rys.6.99. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor zielony) dla układu przewodów stalowych S4S2S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$.



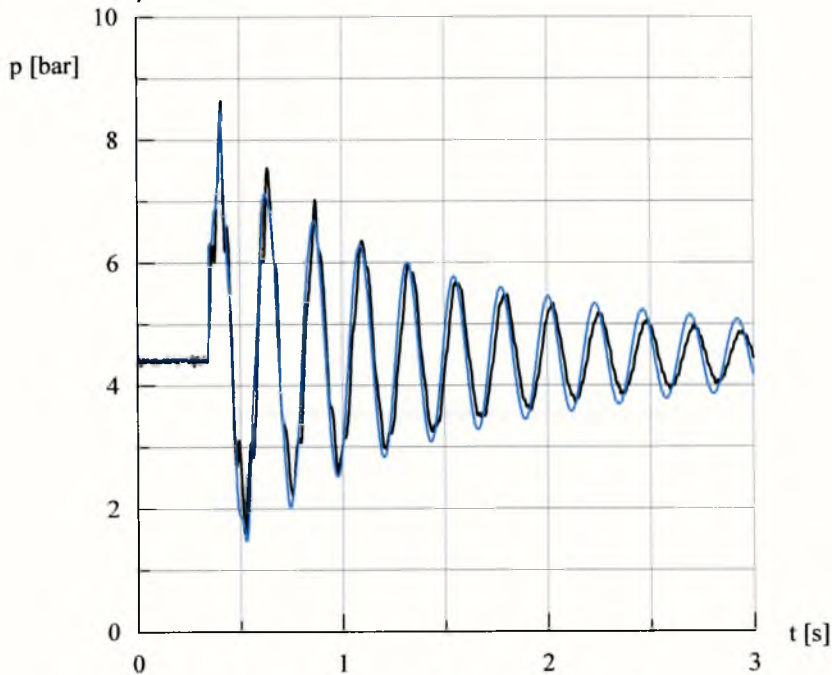
Rys.6.100. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów stalowych S4S2S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.82$.



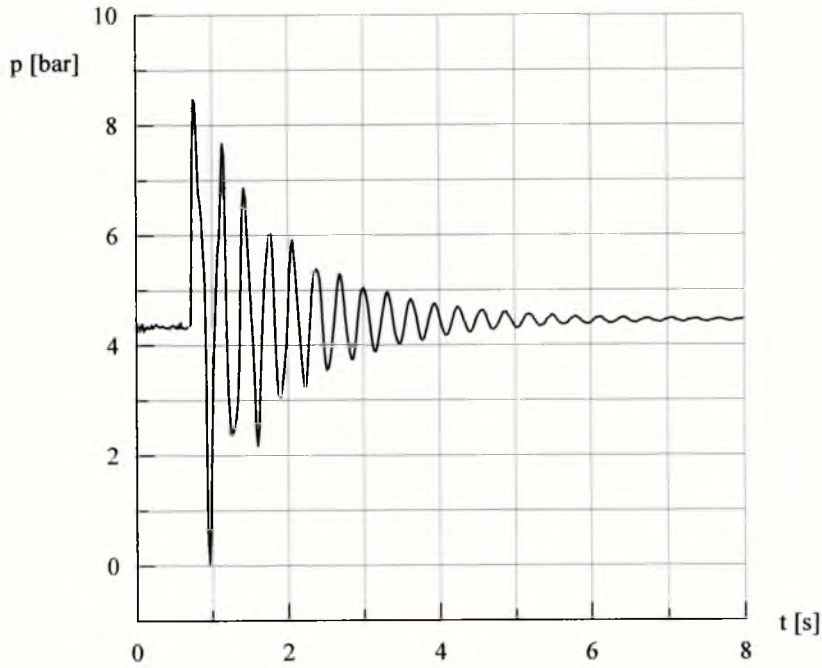
Rys.6.101. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów stalowych S4S2S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.82$.



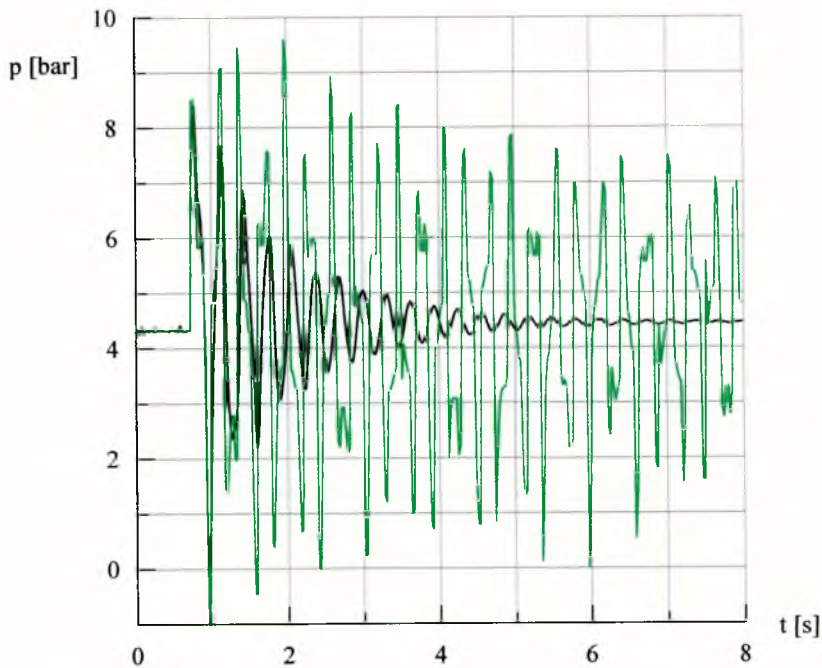
Rys.6.102. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor fioletowy) dla układu przewodów stalowych S4S2S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.82$.



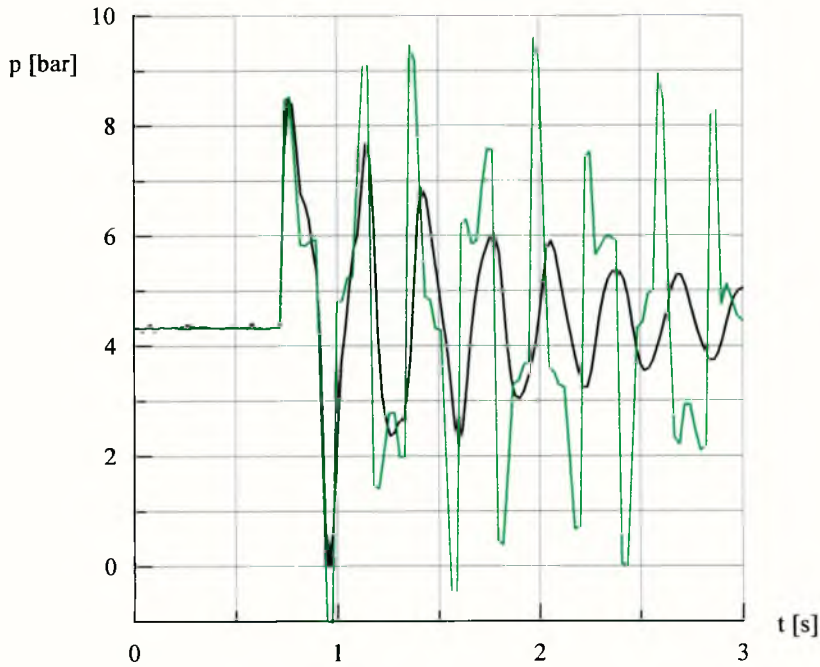
Rys.6.103. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów stalowych S4S2S1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.82$.



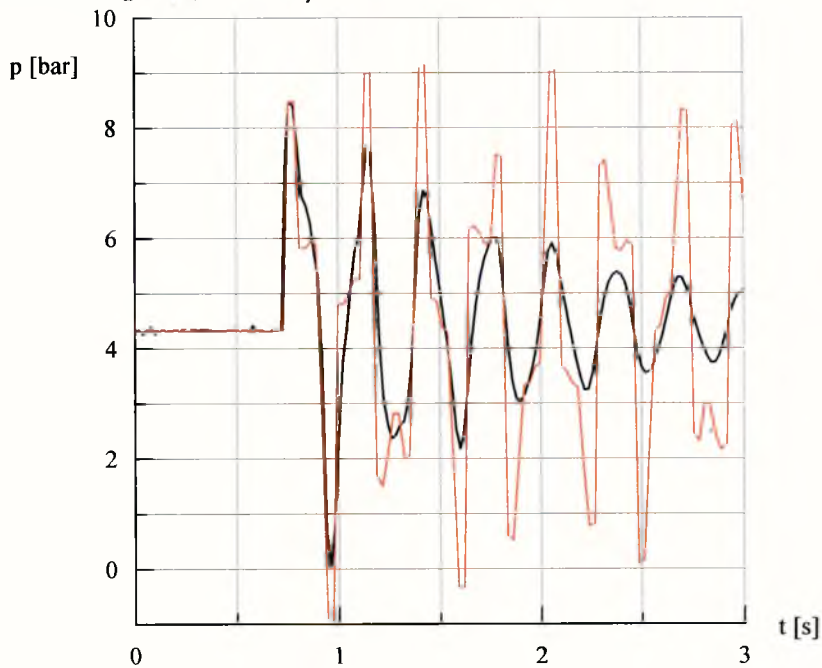
Rys.6.104. Zarejestrowana charakterystyka ciśnienia dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P2P3.



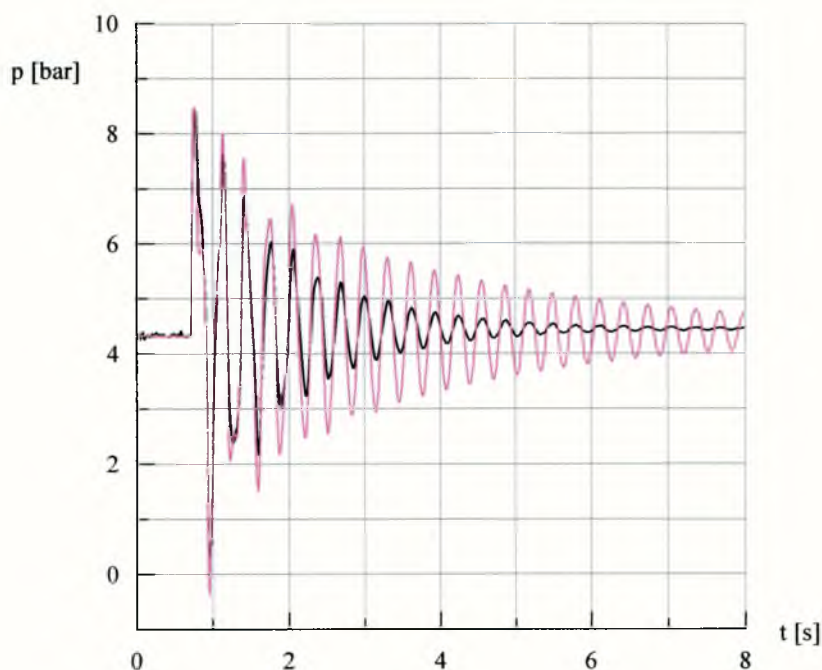
Rys.6.105. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor zielony) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P2P3. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$.



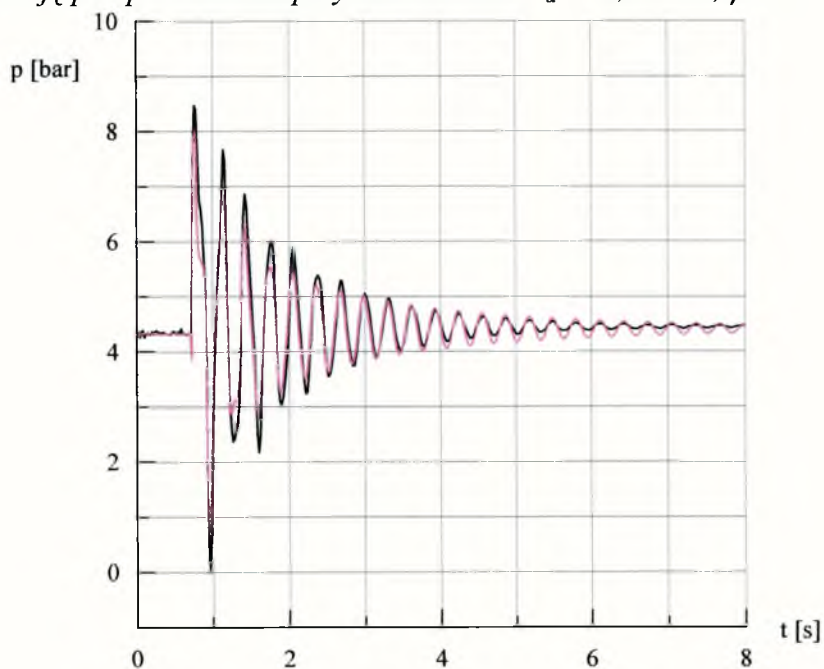
Rys.6.106. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor zielony) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P2P3. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$.



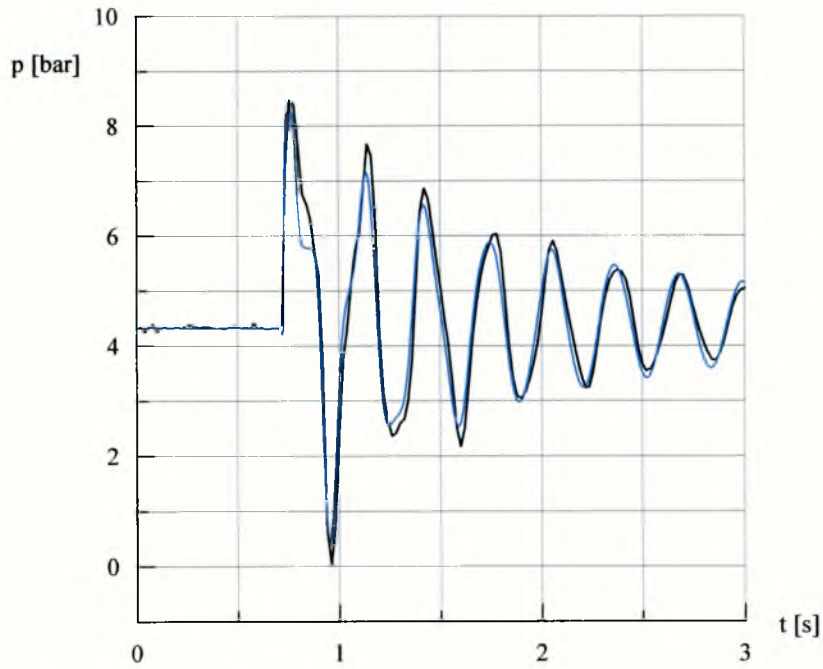
Rys.6.107. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor brązowy) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P2P3. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.949$.



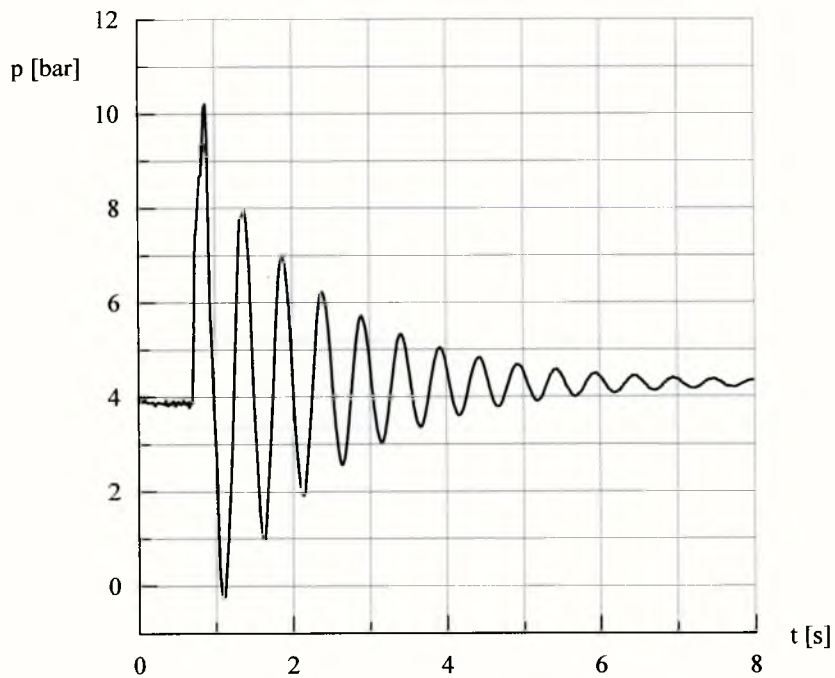
Rys.6.108. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P2P3. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=1.0$, $\beta=949$.



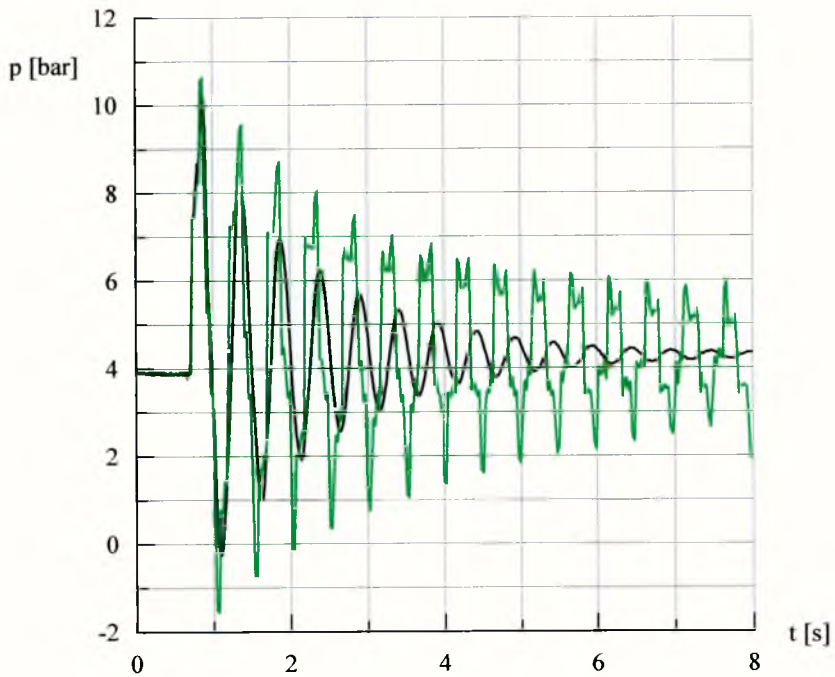
Rys.6.109. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P2P3. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=10.0$, $\beta=0.949$.



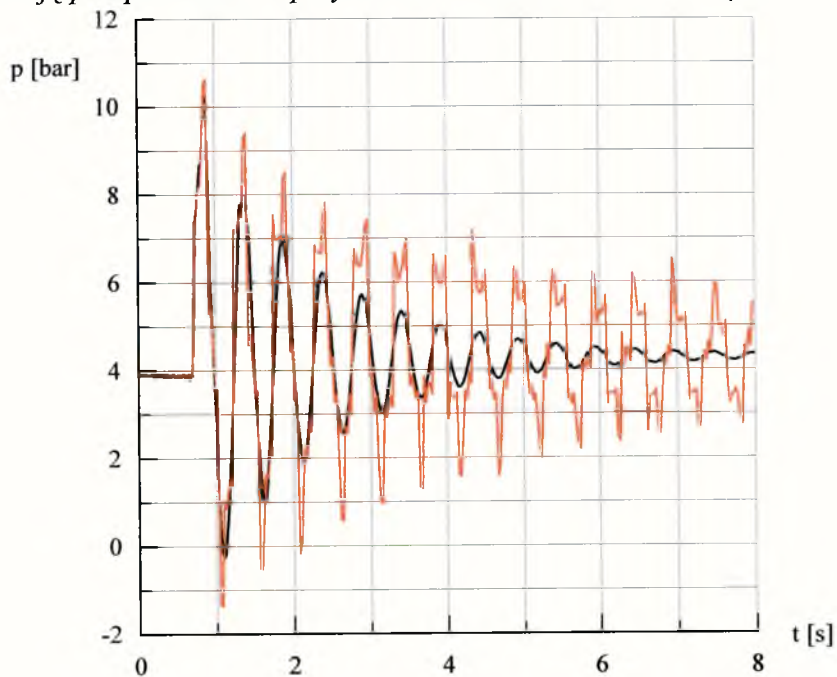
Rys.6.110. Porównanie zgodności faz rzeczywistego przebiegu charakterystyki ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów **G** polietylenowych P1P2P3. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.949$.



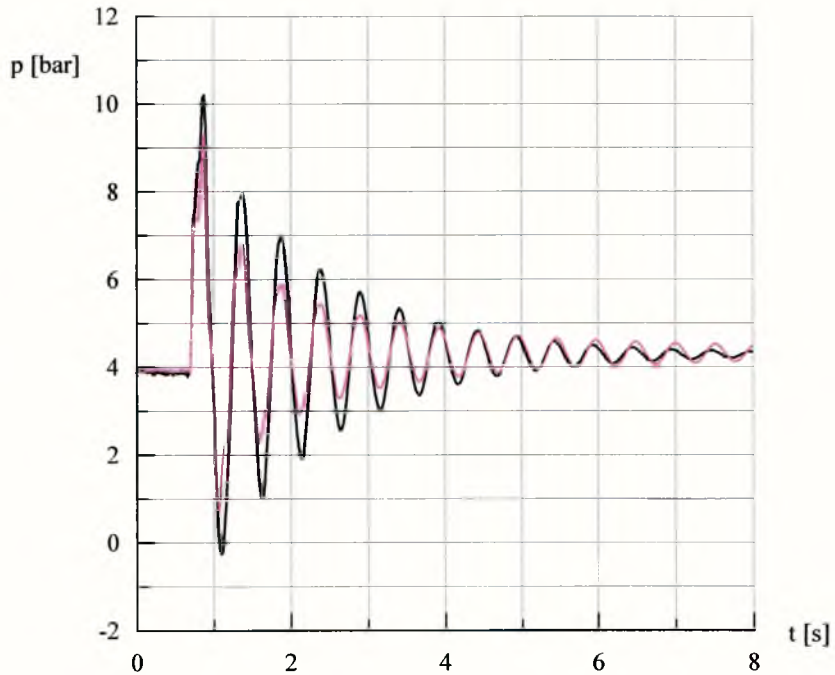
Rys.6.111. Zarejestrowana charakterystyka ciśnienia dla układu przewodów **G** polietylenowych P3P2P1.



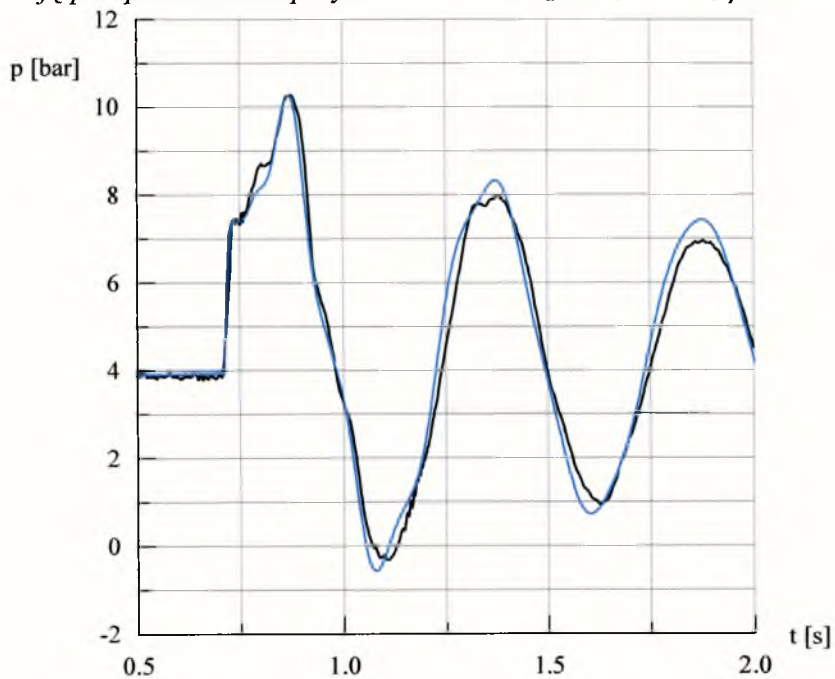
Rys.6.112. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor zielony) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P3P2P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=1.0$.



Rys.6.113. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor brązowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów **G** polietylenowych P3P2P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=1.0$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.949$, $L_4/L=0.5$.



Rys.6.114. Porównanie charakterystyki ciśnienia (kolor fioletowy) uzyskanej w wyniku symulacji numerycznej (przy użyciu metody charakterystyk) z charakterystyką rzeczywistą (kolor czarny) dla układu przewodów G polietylenowych P3P2P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.5$, $\lambda=4.0$, $\beta=0.949$.



Rys.6.215. Porównanie zgodności odzwierciedlenia przebiegu charakterystyki rzeczywistej ciśnienia (kolor czarny) z wynikiem symulacji numerycznej (kolor niebieski) dla układu przewodów G polietylenowych P3P2P1. Symulację przeprowadzono przy założeniach: $C_a=0.2$, $\lambda=1.0$, $\beta=0.949$.

W wyniku przeprowadzonych symulacji i po przeanalizowaniu otrzymanych charakterystyk można stwierdzić, że model numeryczny uderzenia hydraulicznego opisany metodą charakterystyk wymaga pewnych modyfikacji. W szczególności dotyczy to zmiany prędkości indywidualnej w rurociągach połączonych szeregowo przez wprowadzenie mnożnika β oraz uwzględnienia dodatkowych czynników dyssypacji energii, związanych z odbiciem i transformacją fali ciśnienia.

Należy zauważyć, że dla rurociągów o stałej średnicy model numeryczny daje wyniki zgodne z pomierzonymi wartościami w odniesieniu do częstotliwości oscylacji ciśnienia. Zastosowanie członu źródłowego tarcia w postaci Darcy-Weisbacha nie zapewnia jednak właściwego tłumienia fali ciśnienia.

Sztuczne zwiększenie oporów może powodować zbyt szybkie i niekiedy wręcz niezgodne z prawami fizyki tłumienie zjawiska. W przypadku układu rur z polietylenu dla liczby $C_a=1,0$ już dla mnożnika $\lambda=4,0$, dochodzi do nienaturalnych wzbudzeń układu. Zmniejszając natomiast liczbę Couranta do wartości 0.5 i 0.2 i wprowadzając kolejne mnożniki λ można dla polietylenu uzyskać charakterystyki numeryczne zgodne z charakterystykami rzeczywistymi. Dużo większy problem sprawiają symulacje dla przewodów stalowych. Z powodu skomplikowanego obrazu charakterystyki rzeczywistej, wynikającej z licznych odbić i transformacji fali ciśnienia w krótkim przedziale czasu (nakładanie się fal powoduje liczne wzmocnienia i osłabienia amplitud), problemem staje się dobór parametrów symulacji dających zgodny obraz charakterystyki numerycznej z charakterystyką rzeczywistą.

Mnożnik λ ma wpływ jedynie na tłumienie zjawiska, nie wpływa natomiast na wygładzanie kształtu oscylacji charakterystyki, tzn. na obraz przebiegu zjawiska. Dla uzyskania jak najlepszej zgodności przebiegu charakterystyki numerycznej i rzeczywistej stwierdzono, że należy zmieniać również wartości liczby Couranta, co w przypadku rozpatrywanego modelu prowadzi do zmiany kroku czasowego Δt . Wprowadzenie wartości $C_a < 1$ powoduje "wygładzanie" przebiegu charakterystyk numerycznych. W przypadku

charakterystyk numerycznych dla przewodów polietylenowych zmniejszenie liczby Couranta pozwala na uzyskanie zadawalającej zgodności z charakterystykami rzeczywistymi. Dla przewodów stalowych "wygładzenie" charakterystyk numerycznych nie zapewnia zgodności przebiegu z charakterystyką doświadczalną. Rzeczywisty obraz przebiegu zjawiska jest dużo bardziej złożony od obrazu uzyskanego z symulacji numerycznych

Dodatkowo przeanalizowano wpływ długości łączonych przewodów na wyniki symulacji. Stwierdzono, że zmiana długości łączonych przewodów nie wpływa na zmianę wartości prędkości indywidualnej βc określonej dla układu przewodów przy stosunku długości $L_1/L=0.5$.

7. PODSUMOWANIE.

Uderzenie hydrauliczne formujące się w rurociągu złożonym z szeregowo połączonych przewodów o różnej średnicy może być rozpatrywane jako nakładanie się dwóch zjawisk, głównego zaburzenia ciśnienia związanego z oscylacją cieczy w całym rurociągu oraz odbitych i przenoszonych fal ciśnienia (tworzących się na połączeniach rurociągów o różnych przekrojach poprzecznych). W efekcie nałożenia fal układ praktycznie w 1-szej fazie zjawiska osiąga stan drgań własnych. Dla podsumowania i porównania wyników otrzymanych różnymi metodami zestawiono je w prezentowanej poniżej tabeli 7.1.

Na podstawie wyników symulacji uzyskanych zarówno dla układu dwóch jak i dla trzech przewodów stwierdzono, że dla żadnego ze schematów nie uzyskano zgodności faz charakterystyki numerycznej obliczonej dla rzeczywistych, indywidualnych prędkości fali ciśnienia z charakterystyką rzeczywistą. Niezgodność ta spowodowała konieczność wprowadzenia mnożnika β zwiększającego lub zmniejszającego prędkość indywidualną. Możliwą przyczyną braku zgodności jest niepełne uwzględnienie w warunkach brzegowych wewnętrznych modelu numerycznego rzeczywistych współczynników odbić i transformacji fali ciśnienia. Należy podkreślić, że w literaturze światowej problem ten był dotychczas pomijany i do symulacji przyjmowane były indywidualne prędkości fali każdego z przewodów (Wylie 1983, Wylie i Streeter 1993).

Jak widać na rys.7.1÷7.6, wyniki symulacji dają odwrotne proporcje wielkości prędkości dla poszczególnych wariantów połączeń badanych przewodów, w porównaniu z wartościami otrzymanymi doświadczalnie i z analizy liniowej. Na uwagę zasługuje fakt, że istnieje stała tendencja, tzn. dla układu o zmniejszającej się średnicy prędkość indywidualną należy zmniejszyć, a dla schematu odwrotnego - zwiększyć. Problem ten w przyszłości zostanie poddany dalszej analizie, szczególnie doświadczalnej (wpływ różnicy wewnętrznych warunków brzegowych).

Tabela 7.1. Zestawienie wartości prędkości indywidualnych i ekwiwalentnych otrzymanych poszczególnymi metodami.

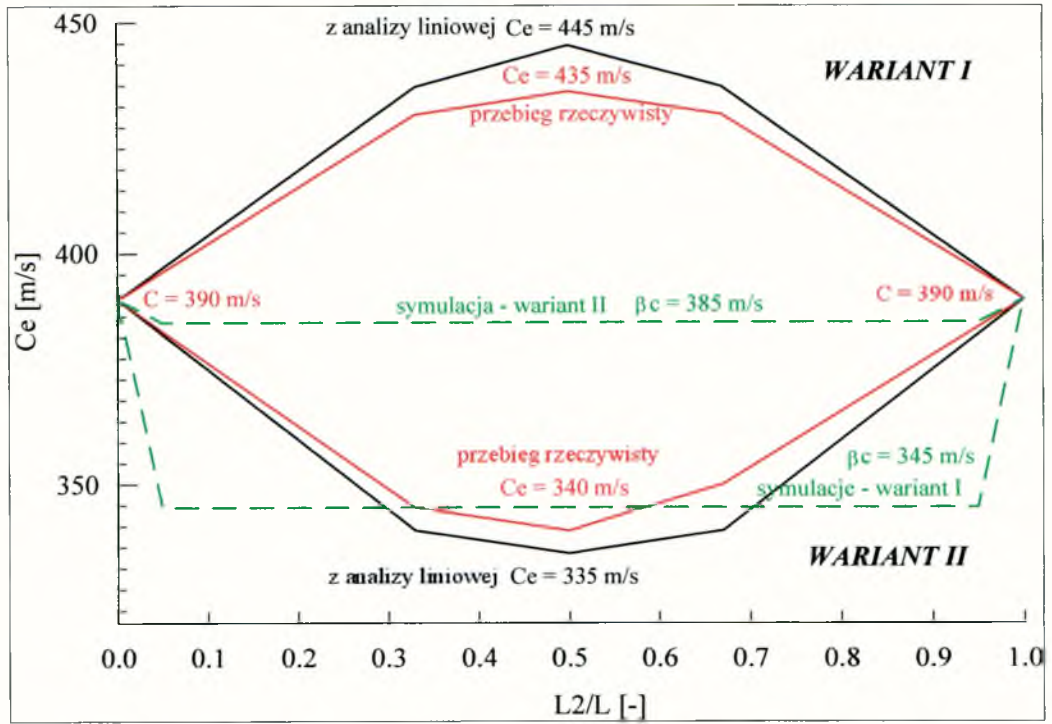
PRZEWODY STALOWE				
SERIA	c_{ind}	c_{ind}	c_e	c_e
		symulacje	analiza liniowa	doświadczenia
	<i>m/s</i>	<i>m/s</i>	<i>m/s</i>	<i>m/s</i>
S1S2	1280	1150	1399	1320
S2S1	1280	1300	1152	1155
S1S3	1280	1209	1633	1590
S3S1	1280	1290	919	940
S1S4	1280	790	1802	1720
S4S1	1280	1460	765	760
S1S2S4	1280	1210	1734	1690
S4S2S1	1280	1050	832	730
S4	1280	1280	1280	1280
PRZEWODY POLIETYLENOWE G				
SERIA	c_{ind}	c_{ind}	c_e	c_e
		symulacje	analiza liniowa	doświadczenia
	<i>m/s</i>	<i>m/s</i>	<i>m/s</i>	<i>m/s</i>
P1P2	390	320	445	430
P2P1	390	385	335	350
P1P3	390	310	498	473
P3P1	390	380	281	280
P1P4	390	309	550	523
P1P4a	390	309	513	501
P4P1	390	375	232	225
P4P1a	390	375	241	250
P1P2P3	390	370	486	458
P3P2P1	390	370	298	288
P1	390	390	390	390

Obliczenia symulacyjne wykazały, że dla uzyskania zgodności charakterystyki symulacyjnej z charakterystyką rzeczywistą, należy stosować indywidualne wartości β , C_a , λ dla danego schematu połączeń przewodów. W przyszłości przewiduje się dalsze badania oddziaływania tych parametrów w celu opracowania stosownych zależności matematycznych

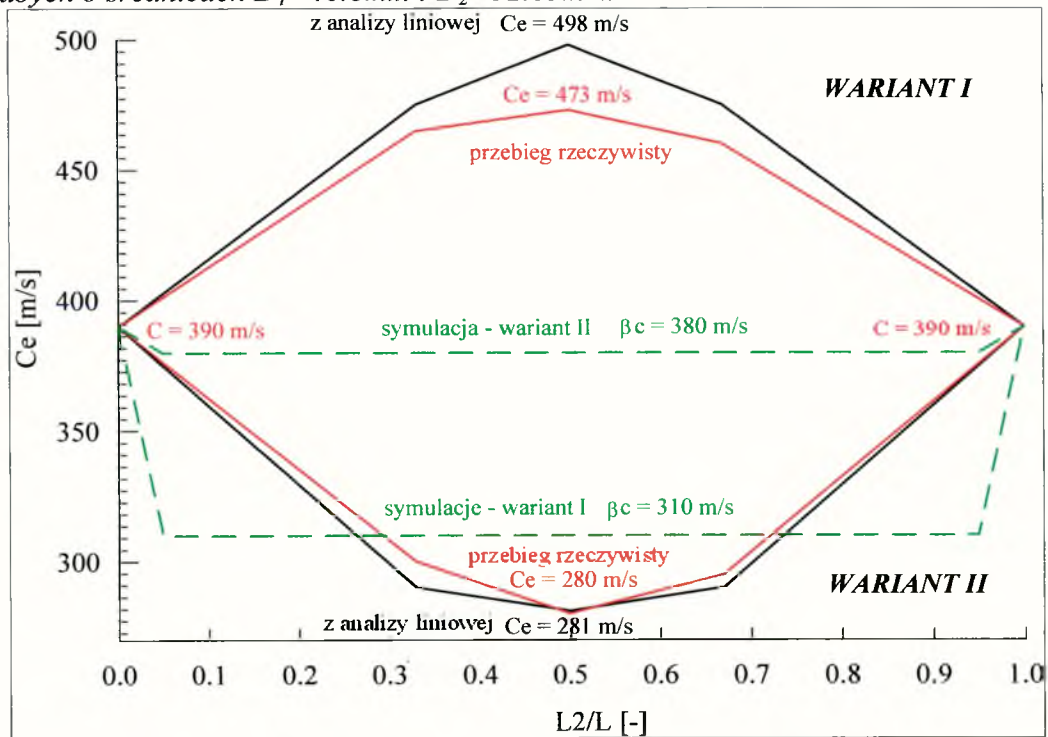
opisujących wpływ parametrów β , λ , C_a . Wymagać to jednak będzie wykonania poszerzonych badań doświadczalnych.

Porównanie wartości prędkości ekwiwalentnej obliczonej na podstawie charakterystyki rzeczywistej z prędkością obliczoną metodą analizy liniowej, pozwala stwierdzić dobrą zgodność wyników dla układu dwóch przewodów. Dla tych schematów otrzymano różnice max 6% pomierzonych i obliczonych prędkości. Dla układu rur z trzech przewodów również uzyskano dobrą zgodność (max 6%), z wyjątkiem układu stalowych rur S4S2S1, dla którego otrzymano różnicę prędkości równą 14%.

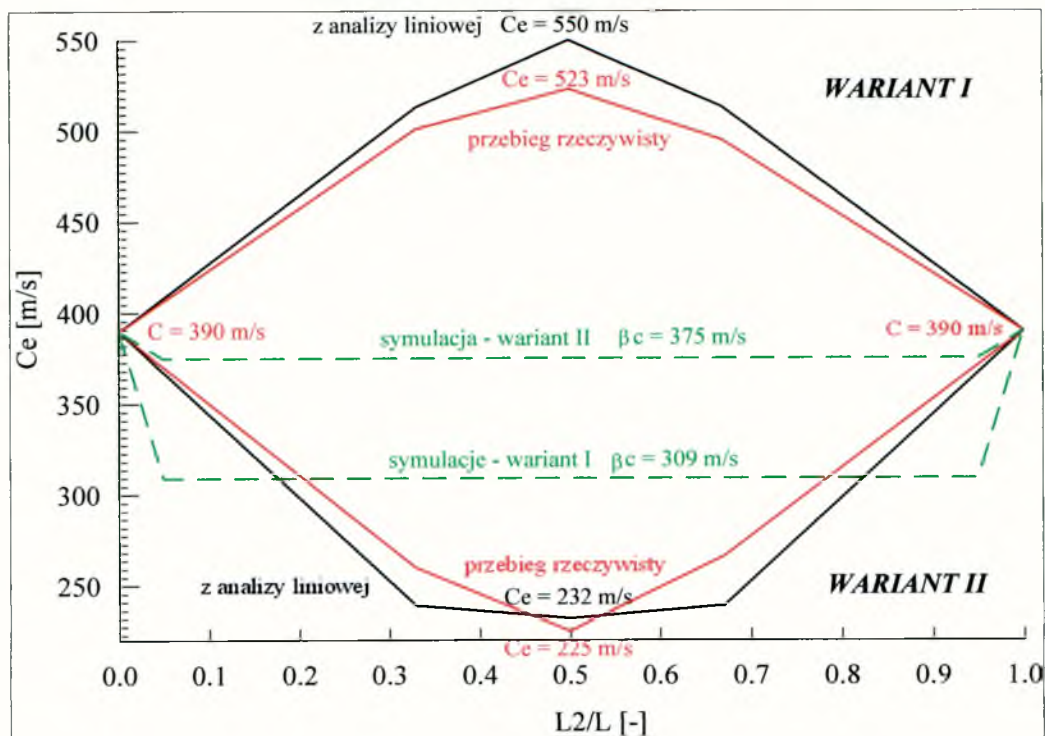
Mała różnica wyników (z wyjątkiem jednego schematu S4S2S1), pozwalają uznać metodę analizy liniowej za szybki i prosty obliczeniowo sposób określenia wartości prędkości ekwiwalentnej oscylacji ciśnienia. Tak obliczone prędkości mogą być wykorzystane do szybszej oceny pracy rzeczywistego układu rur połączonych szeregowo. W tym miejscu należy jeszcze raz przypomnieć, że dla takich układów błędne jest przyjmowanie za miarodajną wartość prędkości fali obliczoną ze wzoru Żukowskiego.



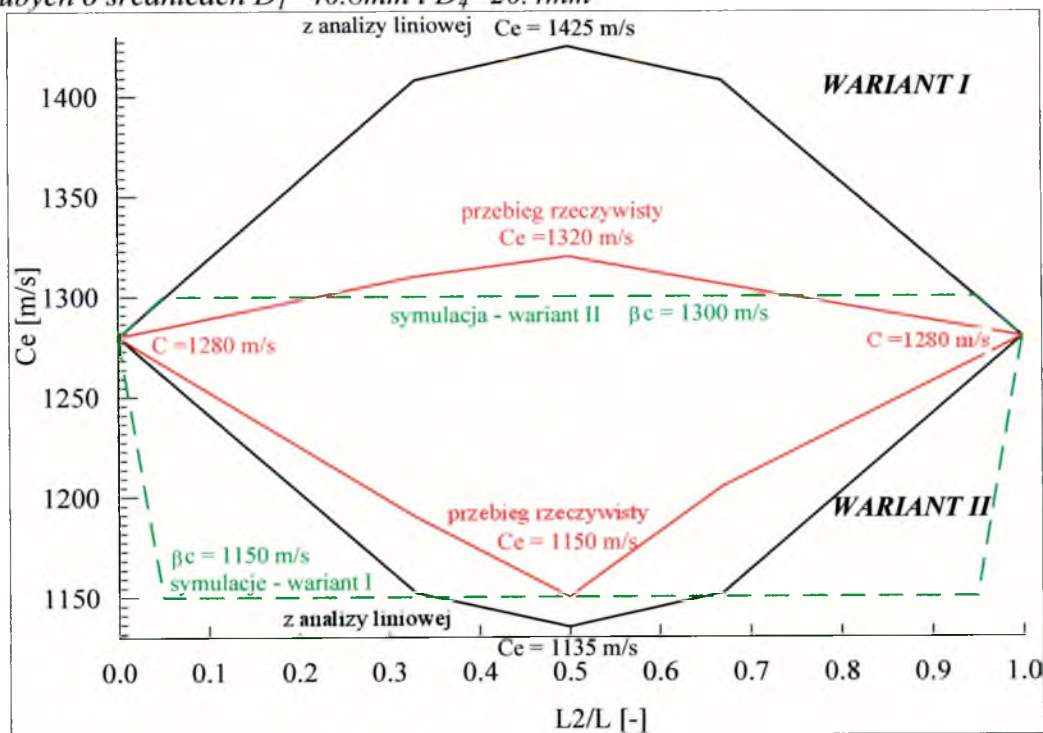
Rys.7.1. Porównanie charakterystyk prędkości oscylacji ciśnienia - ekwiwalentnej fali ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch przewodów **G** polietylenowych MDPE grubych o średnicach $D_1=40.8\text{mm}$ i $D_2=32.65\text{mm}$.



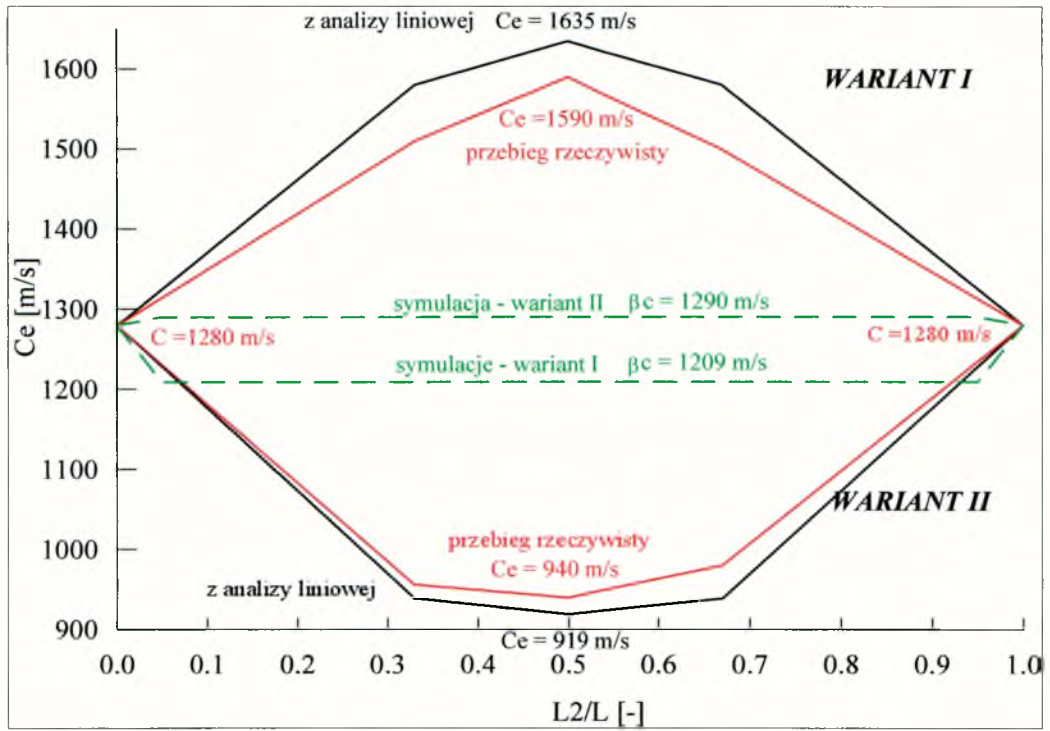
Rys.7.2. Porównanie charakterystyk prędkości oscylacji ciśnienia - ekwiwalentnej fali ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch przewodów **G** polietylenowych MDPE grubych o średnicach $D_1=40.8\text{mm}$ i $D_3=26.0\text{mm}$.



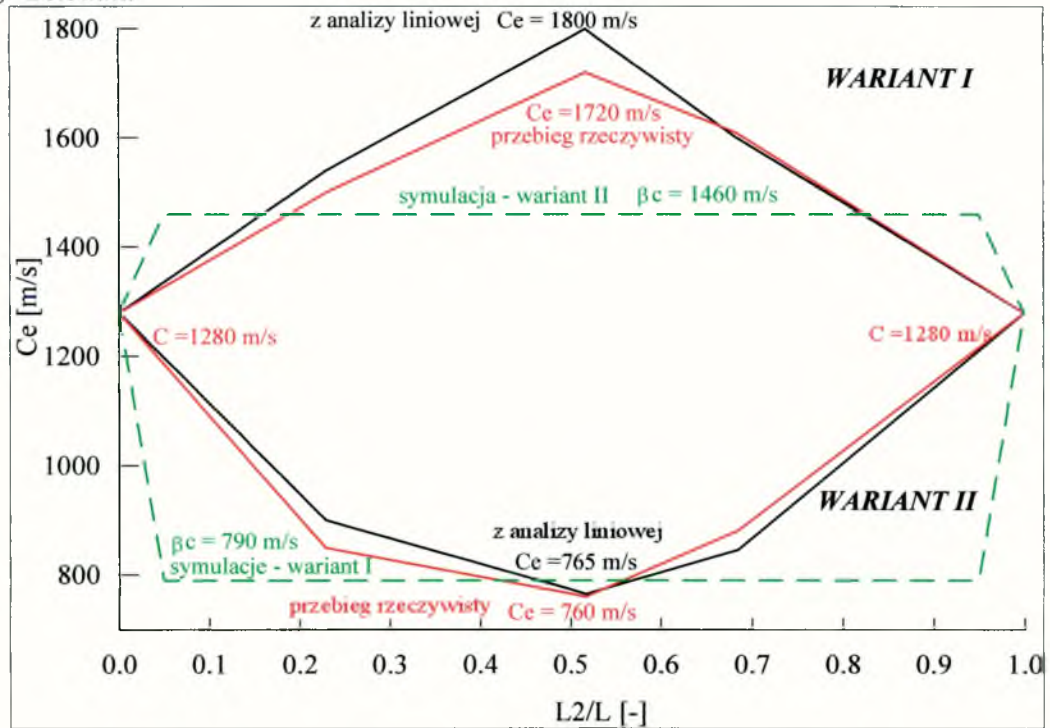
Rys.7.3. Porównanie charakterystyk prędkości oscylacji ciśnienia - ekwiwalentnej fali ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch przewodów G polietylenowych MDPE grubych o średnicach $D_1=40.8$ mm i $D_4=20.4$ mm



Rys.7.4. Porównanie charakterystyk prędkości oscylacji ciśnienia - ekwiwalentnej fali ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch stalowych o średnicach $D_1=42$ mm i $D_2=35$ mm.



Rys.7.5. Porównanie charakterystyk prędkości oscylacji ciśnienia - ekwiwalentnej fali ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch stalowych o średnicach $D_1=42\text{mm}$ i $D_3=26.5\text{mm}$.



Rys.7.6. Porównanie charakterystyk prędkości oscylacji ciśnienia - ekwiwalentnej fali ciśnienia w rurociągu złożonym z dwóch stalowych o średnicach $D_1=42\text{mm}$ i $D_4=21\text{mm}$.

8. WNIOSKI KOŃCOWE.

1. Uderzenie hydrauliczne formujące się w rurociągu złożonym z szeregowo połączonych przewodów o różnej średnicy może być rozpatrywane jako nakładanie się dwóch różnych zjawisk, głównego zaburzenia ciśnienia związanego z oscylacją cieczy w całym ciągu rur oraz odbitych i przenoszonych fal ciśnienia (tworzących się na połączeniach rurociągów o różnych przekrojach poprzecznych). W efekcie nałożenia fal układ praktycznie w 1-szej fazie zjawiska osiąga stan drgań własnych.
2. Wartość prędkości ekwiwalentnej c_e w rurociągu złożonym zależy od: właściwości sprężystych ścianek przewodu, od stosunku przekrojów poprzecznych rur, od stosunku długości poszczególnych rur do całkowitej długości rurociągu L i od kolejności ułożenia rur w szeregu.
3. Rzeczywiste maksymalne przyrosty ciśnienia są wynikiem nakładania się fal ciśnienia. W ich efekcie, przyrosty ciśnienia są zarówno mniejsze, jak i większe od wartości obliczonej wzorem Żukowskiego, dla indywidualnej prędkości fali. Maksymalne przyrosty ciśnienia są wyższe dla rurociągu o rosnących średnicach w kierunku przepływu w porównaniu z rurociągiem wykonanym z rur o stopniowo zmniejszających się średnicach. Oznacza to, że mniejszym prędkościom ekwiwalentnym odpowiadają wyższe przyrosty, zaś większym prędkościom - mniejsze przyrosty ciśnienia.
4. Analizę drgań własnych układu ciecz-rurociąg można stosować do oceny częstotliwości oscylacji uderzenia hydraulicznego w rurociągach połączonych szeregowo. Świadczy o tym dobra zgodność prędkości fali ciśnienia (szczególnie dla układu o dwóch średnicach) obliczonych na podstawie tej analizy i otrzymanych na drodze eksperymentu. Może to mieć istotne znaczenie dla inżynierskich symulacji warunków pracy rurociągów w trakcie nieustalonego przepływu cieczy.
5. Uzyskanie zgodności faz charakterystyki ciśnienia wyznaczonej na podstawie symulacji numerycznej z charakterystyką doświadczalną jest możliwe dopiero po wprowadzeniu

mnożnika indywidualnej prędkości fali β . Współczynnik ten jest z reguły mniejszy od jedności. Indywidualne prędkości c otrzymane na drodze eksperymentalnej są zazwyczaj większe niż prędkości fali jakie należy podstawić do modelu numerycznego w celu uzyskania równości prędkości ekwiwalentnej. Problem ten nie był dotychczas poruszany w literaturze fachowej, co mogło być wynikiem braku badań doświadczalnych dla tego typu połączeń rur.

6. W celu poprawienia dokładności wyników symulacji numerycznych opisanych równaniami różniczkowymi ruchu i ciągłości należy w wewnętrznych warunkach brzegowych rurociągu uwzględnić rzeczywiste współczynniki odbicia i transformacji fali ciśnienia. Wartości tych współczynników zależą od rodzaju materiału ścianki przewodu. Wpływ rodzaju połączeń na odbicie i transformację fali wymagać będzie dalszych badań w przyszłości.

PIŚMIENNICTWO:

1. ALLIEVI L. *The Theory of Water Hammer*. ASCE., 1925 (Milan 1903).
2. AXWORTHY D.H., GHIADAOUI M.S., Mc INNIS D.A. *Extended thermodynamics derivation of energy dissipation in unsteady pipe flow*. J. Hydraulic Engineering ASCE, vol.126, s.276-287,2000.
3. BERGANT A., SIMPSON A.R. *Pipeline column separation flow regime*. J. Hydraulic Engineering ASCE, vol.125, s.835-848,1999.
4. BERGERON L. *Étude des variations de régime dans les conduites d'eau. Solution graphique générale. (Study on the steady - state variations in water - filled conduits. General graphical solution.)*. Revue générale de l'Hydraulique 1, s.12-25 (in French) 1935.
5. BOCZAR J. *Wybrane działy z hydrauliki i hydromechaniki*. Wydawnictwo Politechniki Szczecińskiej, Szczecin 1977.
6. BOLTON W. *Zarys fizyki*. PWN, Warszawa 1982.
7. BRONSZTEJN I.N. SIEMIENDIAJEW K.A. *Matematyka. Poradnik encyklopedyczny*. PWN, Warszawa 1998.
8. BROWN F.T. *A Quasi Method of Characteristics and Application to Fluid Lines with Frequency Dependent Wall Shear and Heat Transfer*. Paper 68 - W A/Aut - 7, ASME, New York, Dec., s.1 - 5, 1968.
9. BROWN F.T. *The Transient Response of Fluid Lines*. J. Basic Eng. Trans. ASME, Ser. D., Vol. 84, No.3, s.547, Dec.1962.
10. BROWN F.T. MARGOLIS D.L., SHAH R.P. *Small Amplitude Frequency Behavior Fluid Lines with Turbulent Flow*. J. Basic Eng., Trans. ASME, Ser. D, Vol. 91, No. 4, s. 678 - 693, Dec. 1969.
11. BUKOWSKI J. *Mechanika płynów*. PWN, Warszawa 1976.

12. BURGOYNE F.D. *Approximations of Kelvin Functions*. Mathematics of Computation, 17: s.295-298, 1963.
13. BÜRMAN W. JANSON H., THIELEN H., *Rohrleitungsbewegung durch Druckstöße. (Motion of pipelines due to water hammer.)*. Universität Karlsruhe, Institut für Hydromechanik, Bericht Nr. 617, Karlsruhe, Germany 1979 b.
14. BÜRMAN W., JANSON H., THIELEN H. *Rohrleitungsbewegung durch Druckstöße. (Motion of pipelines due to water hammer.)*. Universität Karlsruhe, Institut für Hydromechanik, Bericht Nr. 618, Karlsruhe, Germany 1980.
15. CAMICHEL C., EYDOUX D., GARIEL M. *Étude théorique et expérimentale des coups de bélier*. Dunod, Paris, 1919.
16. CHAUDRY M.H. *Applied hydraulic transients*. Van Nostrand Reinhold, New York Ltd 1987.
17. CHORZELSKI M. *Modelowanie propagacji zaburzenia ciśnienia w rurociągu złożonym z różnych przewodów*. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Seria: Inżynieria Środowiska. 1999, z.30, s.65-81.
18. DUCKWORTH R.A. *Mechanika płynów*. WNT, Warszawa 1983.
19. EVANGELISTI G. *Water-Hammer analysis by the Method of Characteristics*. L'Energia Electrica, 1969, 46: s.673-692, 759-771, 839-858.
20. FORTUNA Z., MIECUGOW B., WĄSOWSKI J. *Metody numeryczne*. WNT, Warszawa 1993.
21. FOX J.A. *Hydraulics analysis of unsteady pipe network*. The MacMillan Press Ltd, London 1977.
22. FRANKE P.G., SEYER F. *Computation of Unsteady Pipe Flow with Respect to Visco-Elastic Material Properties*. Journal of Hydraulic Research 21, No.5, 1983.
23. FRIZELL J., P. *Pressures resulting from changes of velocity of water in pipes*. Transactions of the ASCE 39, Paper No. 819, s. 1 - 18, 1898.
24. GABRYSZEWSKI T. *Wodociągi*. Arkady, Warszawa 1983.

25. GROMEKA I. S. *On the velocity of propagation of wave - like motion of fluids in elastic tubes*. Physical - Mathematical Section of the Scientific Society of the Imperial University of Kazan, Kazan, Russia, May 1883, s. 1 - 19, 1883.
26. HALLIWELL A., R. *Velocity of a water - hammer wave in an elastic pipe*. ASCE Journal of the Hydraulics Division 89, 1 - 21. (Discussed by V. L. Streeter in 89, s.295 - 296), 1963.
27. HELMHOLTZ H. L. F. *Bericht über die theoretische Akustik betreffenden Arbeiten vom Jahre 1848 und 1849*. Gesammelte wissenschaftliche Abhandlungen, 1882, 1, s.233 - 255, Leipzig.
28. HERMANN G. & MIRSKY I. *Three - dimensional and shell - theory analysis of axially symmetric motions of cylinders*. Journal of Applied Mechanics 23, s.563 - 568, 1956.
29. HORLEY A.R.D. *Pressure Transients in Hydraulic Pipelines*. ASME Journal of Basic Engineering 91, s.453-461, 1969.
30. IBERALL A.S. *Attenuation of Oscillatory Pressures in Instrument Lines*. J. Res. National Bureau of Standards, Vol. 45, R.P. 2115, July 1950.
31. ILIN Jo.A. *Rasczet nadzieźnosti podaczi wody*. Moskwa. Stoizdat, 1987.
32. JAEGER C. *The theory of Resonance in Hydropower Systems. Discussion of Incidents and Accidents Occuring in Pressure Systems*. Journal of Basic Engineering. Trans.ASME, Dec 1963, s. 631-640.
33. JANSON L.E. *Plastics Pipes for Water Supply and Sewage Disposal*. Borealis, Sweden 1995.
34. JAWORSKI B., DIETŁAF A. *Fizyka. Poradnik encyklopedyczny*. PWN, Warszawa 1966.
35. KARAM J.T., LEONARD R.G. *A Simple Yet Theoretically Based Model for Simulating Fluid Transmission Line Systems*. Journal of Basic Engineering, Trans. ASME, Dec 1973.

36. KORTEWEG D. J. *Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in elastischen Röhren (On the velocity of propagation of sound in elastic pipes).* Annalen der Physik und Chemie, New Series 5, s.525 - 542 (in German) 1878.
37. KOSMA Z. *Ogólne wprowadzenie do metod numerycznych.* Materiały IX Szkoły Letniej Mechaniki Płynów PAN, 1996, s. 45-68.
38. KRUS P., PALMBERG J.-O. *Simulation of Fluid Power Systems in the Time and Frequency Domains, Applications on a Load Sensing System.* International Conference on Fluid Power, Tampere, Finland 1987.
39. KRUS P., WEDDFELT K. PALMBERG J.-O. *Fast Pipeline Models for Simulation of Hydraulic Systems.* 1991 Winter Annual Meeting, Atlanta, USA, ASME 1991.
40. LAMB H. *On the velocity of sound in a tube, as affected by the elasticity of the walls.* Memoirs of the Manchester Literary and Philosophical Society, Manchester, U.K., 42, No. 9, s. 1 - 16, 1898.
41. LEWANDOWSKI M., MAKOWSKI T. *Wpływ oparów ruchu na proces przepływu nieustalonego w rurociągu.* Praca Dyplomowa. Politechnika Gdańska.
42. LEYKO J. *Mechanika ogólna.* PWN, Warszawa 1978.
43. LIN T.C. & MORGAN G.W. *A study of axisymmetric vibrations of cylindrical shells as affected by rotators inertia and transverse shear.* Journal of Applied mechanics 23, s.255 - 261, 1956 a.
44. LIN T.C. & MORGAN G.W. *Wave propagation through fluid contained in a cylindrical, elastic shell.* Journal of the Acoustical of America 28, s.1165 - 1176, 1956 b.
45. MALESIŃSKA A. *Badania doświadczalne zjawiska drgań własnych w uderzeniu hydraulicznym.* VIII Seminarium IZWiBW PW, Warszawa, 2001, s.77-82.
46. MALESIŃSKA A. *Zjawisko drgań własnych w uderzeniu hydraulicznym.* VII Seminarium IZWiBW PW, Warszawa, 2000, s.167-171.

47. MALESIŃSKA A., MITOSEK M. *Zastosowanie metody analizy drgań własnych do oceny zjawiska uderzenia hydraulicznego*. Prace Naukowe PW, Inżynieria Środowiska, z.36, s.25-36, Warszawa 2000.
48. MASSALSKI J., MASSALAKA M. *Fizyka dla inżynierów*. Wydawnictwo Naukowo - Techniczne, Warszawa 1971.
49. MÉNABRÉA L., F. *Note sur les effets du choc de l'eau dans les conduites. (Note on effects of water shock in conduits.)* Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences (Paris) 47, 221 - 224 (in French).[English translation by A. Anderson (1976)], 1858.
50. MÉNABRÉA L., F. *Note sur l'effet du choc de l'eau dans les conduites. (Note on the effect of water shock in conduits.)* Annales du Genie Civil (Paris) 1, s.269 - 275 (in French), 1862.
51. MITOSEK M. *Analityczne i numeryczne rozwiązania wybranych problemów ruchu cieczy w przewodach elastycznych*. Prace Naukowe PW. Inżynieria Sanitarna i Wodna, z.16, 1994.
52. MITOSEK M. *Badanie oddziaływania zjawiska desorpcji na prędkość fali ciśnienia w przewodach elastycznych*. Seminarium IZWiBW PW, Warszawa, 1995, s.165-173.
53. MITOSEK M. *Determination of Parameters of Oscillatory Flow in Elastic Tubes*. Archives of Hydroengineering, vol. XL, 1993, nr 1-2, s.61-83.
54. MITOSEK M. *Mechanika płynów w inżynierii środowiska*. OWPW, 1997.
55. MITOSEK M. *Metoda symulacji pracy sieci promieniowej przewodów elastycznych*. Prace Naukowe PW, z.19, s.51-72, 1995.
56. MITOSEK M. *Oscillatory Liquid Flow in Elastic Porous Tubes*. Acta Mechanika, vol. 101, 1993, s.139-153.

57. MITOSEK M. *Pressure Wave Velocity in Liquid-Gas Mixture Flows in Elastic Pipes. Discussion of a Formula.* Archives of Hydroengineering, vol. XXXIX, 1992, nr 4, s.49-61.
58. MITOSEK M., ROSZKOWSKI A. *Empirical Study of Water Hammer in Plastics Pipes.* Plastics Pipes Systems for Millenium. Göteborg 1998, s.233-248.
59. MITOSEK M. WAYS M. *Luftblasen als Ursache von Rohrbruchen.* 3R International, vol. 24, 1985, s.126-129.
60. MITOSEK M. *Analityczne i numeryczne rozwiązania wybranych problemów ruchu cieczy w przewodach elastycznych.* OWPW, Warszawa 1994.
61. MITOSEK M. *Mechanika płynów w inżynierii środowiska.* OWPW. Warszawa 1999.
62. MITOSEK M. *Study of Cavitation Due to Water Hammer in Plastics Pipes.* Rubber and Composites Processing and Applications. Vol.26, No.7, 1997.
63. MOENS A.I. *Die Pulscurve.(The pulsation.)* Leyden, The Netherlands: E. J. BRILL (in German), 1878.
64. NICHOLS N.B. *The Linear Properties of Pneumatic Transmission Lines.* ISA Trans., Vol. 1, No. 1, Jan. 1962.
65. NIEŁACNY M. *Fizyczno-matematyczny model uderzenia hydraulicznego.* Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Budownictwo Lądowe, Nr 29, 1987.
66. NIEŁACNY M. *Matematyczne modelowanie uderzeń hydraulicznych deszczownianej sieci wodociągowej.* Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej. (Seria rozprawy), 1989, nr 209.
67. NIEŁACNY M. *Metoda charakterystyk rozwiązywania quasi-liniowych równań różniczkowych.* Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Budownictwo Lądowe. Nr 29, 1987.

68. OSIADACZ A. *Analiza porównawcza metody charakterystyk i metody prostych w zastosowaniu do symulacji nieustalonych przepływów gazu*. Prace Naukowe PW, seria: Inżynieria Środowiska, zeszyt 21, s.83-101, Warszawa 1996.
69. PALCZEWSKI A. *Równania różniczkowe zwyczajne*. WNT, Warszawa 1999.
70. PARMAKIAN J. *Water Hammer Analysis*. Prentice Hall, INC, New York, 1955.
71. PARMAKIAN J. *Waterhammer analysis*. Dover Publications, Inc. New York 1963.
72. PEZZINGA G. *Evaluation of unsteady flow resistances by quasi-2D or 1D models*. J. Hydraulic Engineering ASCE, vol.126, s.778-785, 2000.
73. PIPES L.A. *Applied Mechanics for Engineers and Physicists*. McGraw - Hill, New York, 1958.
74. POTTER D. *Metody obliczeniowe fizyki: fizyka komputerowa*. PWN, Warszawa 1982.
75. PROSNAK W.J. *Mechanika płynów*. PWN, Warszawa 1970.
76. RANKINE W. J. M. *On the thermodynamic theory of waves of finite Longitudinal disturbance*. Philosophical Transactions of the Royal Society (London) 160, s. 277 - 288, 1870.
77. RÉSAL H. *Note on the Small Motions of Incompressible Fluids in an Elastic Tube*. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées. Paris, Series 3, 2, s.342-344, 1876.
78. SCHNYDER O. *Druckstoß in Pumpensteigleitungen*. Schweizerische Bauzeitung 94, s.271-273, s.283-286, 1929.
79. SKALAK R. *An Extension of the Theory of Waterhammer*. Transactions of the ASME 78, s.105-116, 1956.
80. SKORKO M. *Fizyka*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1979.
81. STREETER L., WYLIE B. *Fluid Transients*. McGraw - Hill, New York, 1978.

82. STREETER L., WYLIE B. *Hydraulic Transients*. McGraw - Hill, New York, 1978.
83. STREETER V. *Water Hammer Analysis Including Fluid Function*. Journal of the Hydraulics Division Proceeding of the American Society of Civil Engineers 1962. Vol. 88, HY3, s.79-111.
84. STREETER V.L., WYLIE E.B. *Hydraulic Transients*. New York, McGraw-Hill, 1967.
85. STUCKENBRUCK S., WIGGERT D.C., OTWELL R.S. *The Influence of Pipe Motion on Acoustic Wave Propagation*. ASME Journal of Fluids Engineering 107, s.518-522, 1985.
86. SZUSTER A. UTRYSKO B. *Hydraulika i podstawy hydromechaniki*. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1992.
87. SZYMKIEWICZ R. *Analiza uderzenia hydraulicznego w rozgałęzionej sieci rurociągów*. Archiwum Hydrotechniki, vol. XXII, 1975, nr 1, s.57-68.
88. SZYMKIEWICZ R. *Porównanie efektywności rozwiązań równań de Saint Venanta metodą elementów skończonych i metodą różnic skończonych*. Archiwum Hydrotechniki, t. XXXVI, z.3-4, s.199-210, 1989.
89. SZYMKIEWICZ R. *Method to Solve 1D Unsteady Transport and Flow Equations*. Journal of Hydraulic Engineering. May, 1995.
90. TAYLOR J.R. *Wstęp do analizy błęd pomiarowego*. PWN, Warszawa 1999.
91. THORLEY A.R.D. *Fluid Transients in Pipeline Systems*. D. & L. George Ltd, 1991.
92. TIJSSELING A.S., VARDY A.E. FAN D. *Fluid-Structure Interaction and Cavitation in a Single-Elbow Pipe System*. Submitted for publication in Journal of Fluids and Structures, 1996.
93. TIJSSELING A.S. *Fluid-Structure interaction in Liquid Filled Pipe Systems: a Review*. Journal of Fluids and Structures (1996), vol.10, s.109-146.

94. TRIKHA A.K. *An Efficient Method for Simulating Frequency Dependent Friction in Transient Liquid Flow*. Journal of Fluids Engineering, March 1975.
95. TULLIS J.P. *Hydraulics of pipelines. Pumps, Valves, cavitation, transients*. Wiley, New York 1989.
96. TULISZKA E. *Mechanika płynów*. PWN, Warszawa 1980.
97. UTRYSKO B. *Materiały Ogólnopolskiej Szkoły Letniej Hydrauliki*, 1979.
98. UTRYSKO B. *Uderzenie hydrauliczne w sieci przewodów*. IV Seminarium IZWiBW, 1997, s.109-116.
99. VIERSMA T.J. *Analysis, Synthesis and Design of Hydraulic Servosystems and Pipelines*. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, The Netherlands, 1980.
100. WACŁAWIK J. *Mechanika płynów i termodynamiki*. Wyd. AGH, Kraków 1979.
101. WALDEN H. *Mechanika płynów*. WPW, Warszawa 1986.
102. WEBER W. *Theorie der durch Wasser oder andere incompressibele Flüssigkeiten in elastischen Röhren fortgeplazten Wellen*. Berichte über die Verhandlungen der Königlichen Sachsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Leipzig, Germany, Mathematical-Physical Section, 18, s.353-357, 1866.
103. WICHOWSKI R. *Modelowe badania uderzeń hydraulicznych*. Archiwum Hydrotechniki, vol. XXIII (3), Warszawa 1976, s.439-452.
104. WIECHOWSKI R. *Jednowymiarowa teoria zjawiska uderzenia hydraulicznego w przewodach wodociagowych*. Archiwum Hydrotechniki, cz I - nr 4, 1983; cz II - nr 1-2, 1984.
105. WRONA W. *Matematyka*. PWN. Warszawa 1969.
106. WRZOSEK K. *Oddziaływanie temperatury na prędkość fali ciśnienia w przewodzie polietylenowym*. V Seminarium IZWiBW PW. s.145-148. Warszawa 1998.

107. WYLIE E. B. *The microcomputer and pipeline transients*. J. Hydr. Engrg., ASCE, 1983, 109(12): s.1723-1739.
108. WYLIE E.B., STREETER V.L. *Fluid Transient in Systems*. Prential Hall. Inc., Englewood Cliffs, New York, 1993.
109. WYSZKOWSKI K. *Mechanika cieczy i gazów dla studiów inżynierskich Inżynierii Środowiska*. WPW. Warszawa 1978.
110. WYSZKOWSKI K., MATLAK M., MITOSEK M. *Analiza i ocena przyczyn występowania awarii wodociągu w miejscowości Czarne woj. Słupskie, wykonanego z rur PCV o średnicy 286 mm*. Zlec. ZTSz "GAMRAT", Jasło 02-1996.
111. YOUNG T. *Hydraulic Investigation, Subsर्वient to an Intended Croonian Lecture on the Motion of the Blood*. Philosophical Transactions of the Royal Society (London) 98, s.164-186, 1808.
112. ZIELKE W. *Frequency - Dependent Friction in Transient Pipe Flow*. J. Basic Eng., ASME, Ser. D, Vol. 90, No. 1, pp. 109 - 115, Mar. 1968.
113. ZIELKE W., HACK H.P. *Resonance frequencies and associated mode shapes of pressurized piping systems*. International Conference on Pressure Surges, 6th-8th September 1972.
114. ZIELKE W., ROSL G. *Discussion of Resonance in Pressurised Piping Systems*., J. Hydraul. Div., ASCE, Vol. 97, No. HY7, pp. 1141 - 1145, July 1971.
115. ZIENKIEWICZ O.C. *Metoda elementów skończonych*. Arkady, Warszawa 1972.



BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Warszawskiej

C.117326



400000000081850

**BG Magazyn
Podstawowy**