

# POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Wydział Inżynierii Środowiska



## ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Maciej Chorzelski

**Analiza doświadczalna propagacji zaburzenia  
ciśnienia podczas uderzenia hydraulicznego  
w rurociągach złożonych z przewodów  
o różnej odkształcalności ścianek**

WARSZAWA

1999

P O L I T E C H N I K A    W A R S Z A W S K A

WYDZIAŁ INŻYNIERII ŚRODOWISKA

Mgr inż. Maciej Chorzelski

ANALIZA DOŚWIADCZALNA PROPAGACJI ZABURZENIA  
CIŚNIENIA PODCZAS UDERZENIA HYDRAULICZNEGO  
W RUROCIĄGACH ZŁOŻONYCH Z PRZEWODÓW  
O RÓŻNEJ ODKSZTAŁCALNOŚCI ŚCIANEK

PROMOTOR: dr hab. inż. Marek Mitosek

Warszawa, 1999 r.

# SPIS TREŚCI

1. WSTĘP
2. DOTYCHCZASOWY STAN WIEDZY
  - 2.1. Metoda odbić i transformacji
  - 2.2. Metoda charakterystyk
  - 2.3. Metoda elementów skończonych
  - 2.4. Metody analizy liniowej
  - 2.5. Uwagi dotyczące metod symulacyjnych
3. BADANIA DOŚWIADCZALNE
  - 3.1. Stanowisko pomiarowe
  - 3.2. Wyniki pomiarów
4. ANALIZA DOŚWIADCZALNA ROZPRZESTRZENIANIA SIĘ FALI CIŚNIENIA W PRZEWODACH O RÓŻNEJ ODKSZTAŁCALNOŚCI
5. OPIS ZJAWISKA PRZY ZASTOSOWANIU METODY CHARAKTERYSTYK (MRS)
  - 5.1. Model zjawiska opisany metodą charakterystyk
    - 5.1.1. Sformułowanie problemu
    - 5.1.2. Rozwiązanie równań metodą charakterystyk
  - 5.2. Weryfikacja doświadczalna modelu
6. OPIS ZJAWISKA PRZY ZASTOSOWANIU METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH (MES)
  - 6.1. Model z zastosowaniem metody elementów skończonych
    - 6.1.1. Rozwiązanie równań uderzenia hydraulicznego zmodyfikowaną metodą elementów skończonych
  - 6.2. Weryfikacja doświadczalna modelu
7. WNIOSKI
8. PIŚMIENNICTWO

Spis oznaczeń:

<i>A</i>	przekrój poprzeczny rury [m <sup>2</sup> ]
<i>a</i>	prędkość dźwięku w danym ośrodku [m/s]
<i>C</i>	stała [-]
<i>c</i>	prędkość fali w uderzeniu hydraulicznym [m/s]
<i>c<sub>w</sub></i>	prędkość oscylacji własnych układu [m/s]
<i>D</i>	średnica wewnętrzna przewodu [m]
<i>DN</i>	średnica nominalna przewodu [m]
<i>D<sub>z</sub></i>	średnica zewnętrzna przewodu [m]
<i>E</i>	moduł Younga [N/m <sup>2</sup> ]
<i>e</i>	grubość ścianki rurociągu [m]
<i>f</i>	współczynnik oporów liniowych [-]
<i>g</i>	przyspieszenie ziemskie [m/s <sup>2</sup> ]
<i>H</i>	wysokość energii ( w m słupa analizowanej cieczy) [m]
<i>h</i>	wysokość [m]
<i>h<sub>s</sub></i>	wysokość strat ciśnienia [m]
<i>i</i>	jednostka urojona ( $i = \sqrt{-1}$ ) [-], indeks
<i>K</i>	współczynnik ściśliwość płynu [Pa]
<i>k</i>	chropowatość bezwzględna rurociągu [m]
<i>L</i>	długość odcinka przewodu [m]
<i>l</i>	długość, wymiar liniowy [m]
<i>M</i>	masowe natężenie przepływu [kg/s]
<i>m</i>	masa [kg]
<i>PN</i>	ciśnienie nominalne [MPa]
<i>p</i>	ciśnienie [Pa]

$Q$	objętościowe natężenie przepływu, wydatek [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]
$r$	współczynnik odbicia zaburzenia ciśnienia [-]
$Re$	liczba Reynoldsa [-]
$s$	współczynnik przenikania (transformacji) zaburzenia ciśnienia [-]
$T$	temperatura [K], okres fali [s]
$T_w$	okres oscylacji własnych układu [s]
$T_z$	czas zamykania zaworu [s]
$t$	czas [s]
$V$	prędkość cieczy [m/s]
$V_o$	średnia prędkość cieczy w ruchu ustalonym w przewodzie [m/s]
$W$	objętość [ $\text{m}^3$ ]
$\gamma$	ciężar właściwy [ $\text{N}/\text{m}^3$ ], parametr funkcji drgań własnych [-]
$\varepsilon$	chropowatość względna [-]
$\zeta$	współczynnik oporów miejscowych [-]
$\mu$	dynamiczny współczynnik lepkości [ $\text{kg}/(\text{ms})$ ]
$\mu$	liczba Poissona [-]
$\nu$	kinematyczny współczynnik lepkości [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]
$\nu_n$	współczynnik lepkości numerycznej [-]
$\rho$	gęstość płynu [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]
$\sigma$	naprężenie [ $\text{N}/\text{m}^2$ ]
$\omega$	prędkość kątowna [ $1/\text{s}$ ], parametr wagowy
$\theta$	parametr wagowy [-]

## 1. WSTĘP

Możliwość doświadczalnego rozpoznania zjawiska rozprzestrzeniania się zaburzenia ciśnienia w ciągu przewodów o różnej odkształcalności ścianek, a następnie matematycznego opisanie tego zagadnienia stanowi ciągle niezamknięty problem badawczy. Pod pojęciem odkształcalności ścianek należy rozumieć podatność ścianki na rozszerzalność pod wpływem wewnętrznego ciśnienia strumienia cieczy. Różna odkształcalność rur jest związana, przede wszystkim, ze sprężystością materiału ścianki (stal, tworzywo sztuczne), jak też z wartością ilorazu grubości do średnicy rury w ramach przewodów wykonanych z tego samego rodzaju materiału [14, 51, 57, 63].

Zgodnie z dotychczasowym stanem wiedzy, przedstawionym w kolejnym rozdziale pracy, opis oraz analiza zjawiska uderzenia hydraulicznego w zasadzie ogranicza się do numerycznego rozwiązywania różniczkowych równań ciągłości oraz ruchu [2, 8, 12, 14, 35, 36, 46, 48, 52, 67, 69]. Badania doświadczalne są praktycznie nieobecne w publikacjach, stąd możliwość oceny tych modeli matematycznych jest bardzo ograniczona [30, 70]. Ponieważ każdy z nich wykorzystuje szereg założeń upraszczających, konieczność empirycznej weryfikacji opracowywanych modeli jest tym bardziej istotna. W szczególności dotyczy to przyjmowanie, a priori, kształtu funkcji dyssypacji energii (równanie Darcy-Weisbacha), stałych wartości współczynnika oporów liniowych  $f$ , czy współczynników strat lokalnych. Należy w tym miejscu wspomnieć, że istnieje szereg publikacji poświęconych praktycznym zagadnieniom przeciwdziałania samemu zjawisku: urządzeniom i metodom zabezpieczającym instalacje. Są to jednak informacje o charakterze inżynierskim, bazujących na podstawowych wzorach opisanych dla prostego przewodu dla wyidealizowanych warunków przebiegu uderzenia hydraulicznego [28, 56, 71].

Nowe, wdrażane do praktyki inżynierskiej rodzaje przewodów, zwłaszcza rury z tworzyw sztucznych, stopniowo wypierają przewody stalowe przy budowie rurociągów. Ich zastosowanie ma trojaki charakter:

- \* są wykorzystywane do rozbudowy starych, istniejących rurociągów stalowych, na przykład, przy doprowadzaniu wody do nowych osiedli,
- \* zastępują stare odcinki rur stalowych, żeliwnych, czy azbestocementowych, które uległy uszkodzeniu,
- \* są wykorzystywane do budowy nowych instalacji (zewnętrznych oraz wewnętrznych).

Jednocześnie z wdrażaniem nowych materiałów rur, następują istotne zmiany w stosowanej armaturze. Zawory kulowe (o krótkim czasie otwierania i zamykania) wypierają stare typy zaworów grzybkowych oraz zasuw. Rośnie ilość układów automatycznej regulacji o krótkich stałych czasowych (np. zawory regulacyjne ciepłej wody). Tego typu rozwiązania sprzyjają szybkim zmianom prędkości strumienia wody w czasie [27]. Zmiany te przy przepływie w przewodach pracujących pod ciśnieniem wywołują zjawisko uderzenia hydraulicznego. Zjawisko to ma charakter falowy i rozprzestrzenia się w postaci zaburzenia ciśnienia o skończonej amplitudzie. Negatywne skutki zjawiska uderzenia hydraulicznego, jak pękanie ścian przewodów, awarie pomp oraz instalacji i automatyki przewodowej, mogą w takich przypadkach częściej występować [5, 9, 15, 16, 19, 29].

Ze względów poznawczych oraz praktycznych istnieje więc konieczność prowadzenia analiz doświadczalnych zjawisk powstających podczas uderzenia hydraulicznego, tak, aby na ich podstawie można było zweryfikować, a następnie wykorzystać w praktyce istniejące już lub opracowane w przyszłości modele matematyczne.



**Celem pracy** jest analiza doświadczalna propagacji ciśnienia o skończonej amplitudzie w rurociągach pracujących pod ciśnieniem, złożonych z przewodów o różnej odkształcalności ścianek wraz z możliwością oceny modeli numerycznych stosownych do opisu tego zjawiska.

**Zakres pracy** obejmuje:

- omówienie dotychczasowego stanu wiedzy w odniesieniu do zjawiska uderzenia hydraulicznego dla połączeń szeregowych rurociągu,
- badania doświadczalne rozprzestrzeniania się zaburzenia ciśnienia w przewodach o różnej odkształcalności ścianek,
- empiryczną ocenę zmian prędkości zaburzenia oraz zdolności tłumienia fali przez układ ciecz-ścianka rurociągu,
- omówienie stosowanych modeli symulacyjnych przepływu nieustalonego wody w przewodach pod ciśnieniem wraz z ich empiryczną weryfikacją dla stosowanych w badaniach warunków,
- próbę oceny zjawiska uderzenia hydraulicznego jako oscylacje własne układu ciecz-rurociąg,
- wnioski końcowe.



## 2. DOTYCHCZASOWY STAN WIEDZY.

Uderzeniem hydraulicznym nazywa się zmiany ciśnienia w przewodzie pracującym pod ciśnieniem, wywołane szybkimi w czasie zmianami prędkości przepływu cieczy [6, 11, 41, 62].

Wiedza o tym zjawisku rozwijała się wraz z rozwojem techniki (przesył wody pitnej w ciągle rozbudowywanych układach wodociągowych, elektrownie wodne) i nauki (mechanika płynów, mechanika i wytrzymałość materiałów). Początkowo traktowano rurociąg jako ciało nieodkształcalne, a ciecz jako ciało nieściśliwe. Czas zamknięcia zaworu przyjmowano jako  $t=0$ . W efekcie takich założeń otrzymywano olbrzymie wartości teoretyczne ciśnień podczas zjawiska uderzenia hydraulicznego. W kolejnym etapie do rozważań uwzględniana była ściśliwość cieczy, co pozwoliło wyznaczyć wzór na prędkość fali zaburzenia ciśnienia równą prędkości dźwięku w danym ośrodku. Wzór taki został opracowany przez Kortwega [24] i Moensa [35] w 1878 roku. Na przełomie XIX i XX wieku w zależnościach opisujących propagację fali ciśnienia zostały dodatkowo uwzględnione właściwości sprężyste materiału rurociągu. Należy tu wyróżnić prace Żukowskiego [21] oraz Allieviiego [1]. Opracowany przez Żukowskiego wzór na prędkość fali zaburzenia w przewodach pod ciśnieniem stanowił więc kolejne rozwinięcie zależności podanych przez Kortwega i Moensa.

W latach 1915-1919 trzech francuscy inżynierowie: Camichel, Eydoux i Gorel badający nieustalone przepływy wody w rurociągu zasilającym turbinę zapory oraz w rurociągu w skali laboratoryjnej wskazało na możliwość powstawania i rozwoju rezonansu w prostych, jak i złożonych układach przewodów [20]. Zagadnienie to znalazło szerszy oddźwięk w pracy Jaegera [20]. Jednakże, ze względu na trudności pomiarowe jego analizy ograniczyły się wyłącznie do wykazania w sposób teoretyczny na możliwość powstawania drgań własnych układu ciecz-przewód w warunkach nieustalonych przepływów strumienia cieczy doskonałej.

Dalsze badania skupiły się głównie na próbach matematycznego opisu oraz możliwości symulacji zjawiska uderzenia hydraulicznego. Działania te otrzymały silne wsparcie z chwilą zastosowania maszyn matematycznych do numerycznego rozwiązywania tak złożonych problemów, jakimi są szybkozmienne zjawiska występujące w przepływach nieustalonych [25, 50, 63, 68].

Dzisiaj zjawisko to opisane jest w wielu artykułach oraz książkach, z pośród których ważniejszą pozycję stanowią monografie opracowane przez Wyliego i Streetera [69, 70]. Główną cechą tych prac jest przede wszystkim skupienie się na problemach symulacji zjawiska, rozwijaniu nowych metod numerycznych, widoczny jest jednocześnie niedostatek badań empirycznych, niezbędnych do weryfikacji opracowywanych modeli.

Wszystkie metody analizy lub syntezy przepływu nieustalonego w przewodach korzystają z :

- równań ruchu,
- równań ciągłości przepływu,
- równań stanu i innych fizycznych właściwości cieczy i przewodu (np. własności sprężystych materiału ścian przewodów).

W zależności od zakresu stosowanych uproszczeń równań, stosowanych ograniczeń oraz sposobu definiowania warunków granicznych zagadnienia (warunków początkowych i brzegowych), możliwe były wykorzystywanie różnych metod rozwiązania problemu nieustalonego ruchu cieczy w przewodach pod ciśnieniem. Można tu wyróżnić [70]:

1. metodę arytmetyczną,
2. metodę graficzną,
3. metoda charakterystyk,

4. metodę algebraiczną,
5. metodę funkcji uwikłanej,
6. metodę elementów skończonych,
7. metodę analizy liniowej oraz inne.

### 1. Metoda arytmetyczna rozwiązywania zagadnienia (opisu zjawiska) uderzenia hydraulicznego.

Metoda arytmetyczna pomija wpływ sił tarcia [69, 70]. Dla tych warunków, równanie Żukowskiego, opisujące przyrosty ciśnienia:

$$\sum \Delta p = \pm \rho c \Delta V, \quad (2.1)$$

gdzie :  $\rho$  - gęstość cieczy,

$c$  - prędkość fali ciśnienia,

$\Delta V$  - zmiana prędkości przepływu cieczy,

jest przekształcane i, dla przepływu w rurociągu od punktu A do punktu B, zapisywane w formie [1, 6]:

$$H_A + \frac{c}{g} V_A = H_B + \frac{c}{g} V_B, \quad (2.2)$$

gdzie wielkość  $H$  oznacza wysokość ciśnienia ( $H=p/\gamma$ ).

Warunki w punkcie B ustalają się po czasie  $L/c$ .

Podobnie, odbicie w punkcie A daje :

$$H_A - \frac{c}{g} V_A = H_B - \frac{c}{g} V_B \quad (2.3)$$

Po wielokrotnym powtórzeniu tej operacji otrzymuje się przebiegi w obu przekrojach.

Metoda ta stosowana była w początkach lat 30 - tych.

## 2. Metoda graficzna.

Metoda pomija siły tarcia w rozważaniach teoretycznych, ale uwzględnia je w postaci poprawki [6, 70]. Całkowanie równania arytmetycznego :

$$H \pm \frac{C}{g} V = C \quad (2.4)$$

może być zaadoptowane do rozwiązania graficznego tak, aby można było rysować linie proste na diagramie  $p-V$  ( $H-V$ ). Metoda ta i jej modyfikacje były używane od wczesnych lat 30-tych do początków lat 60-tych. Zostały one generalnie zastąpione przez metody komputerowe.

## 3. Metoda charakterystyk.

Metoda ta przekształca równania różniczkowe cząstkowe ruchu i ciągłości w równania różniczkowe zwyczajne. Są one następnie całkowane dla uzyskania zmiennych w postaci różnic skończonych. Metoda ta dostarcza wygodne i stabilne procedury rozwiązań. Pozwala dla prostych układów na jasną interpretację fizyczną zjawiska. Jej główną wadą jest uzależnienie kroku geometrycznego od kroku czasowego, narzuconego z wymagań ogólnych ze względu na stabilność rozwiązania (kryterium Couranta).

## 4. Metoda algebraiczna.

Metoda jest stosowana w warunkach wielokrotnego odbicia fali. Równania algebraiczne stanowią dwa charakterystyczne równania rozprzestrzeniania się fali dźwiękowej w kierunku dodatnim i ujemnym w obrębie rurociągu [1, 6]. Stosowana jest dla układów o małych siłach tarcia (które są pomijane w zależnościach falowych). Równania mogą być stosowane do bardzo przybliżonego opisu zjawiska uderzenia hydraulicznego.

## **5. Metoda funkcji uwikłanej.**

Jest to procedura z zastosowaniem funkcji uwikłanych, która może być użyta dla problematyki nieustalonych przepływów płynów w kanałach. Najszersze zastosowanie znalazła w przepływach nieustalonych płynów o swobodnej powierzchni [70]. Jest szczególnie użyteczna, gdy siły bezwładności są małe i tym samym możliwe do pominięcia w równaniu ruchu. Dla rozważanej metody ważne są relacje pomiędzy krokiem czasowym, a krokiem przestrzennym. Dla uzyskania satysfakcjonującej dokładności konieczne jest spełnienie warunku Couranta dla kroków czasowo-przestrzennych. Dla zastosowań do obliczeń uderzeń hydraulicznych polecane są jednak inne metody [69, 70].

## **6. Metoda elementów skończonych.**

MES ma szerokie zastosowania w mechanice ciała stałego i mechanice płynów [72]. Początkowo MES miało ograniczenia w odniesieniu do wielkości zmieniających się w sposób gwałtowny lub z dużą częstotliwością ich oscylacji. Jednak rozwój metody (zalecana metoda Petrova-Galerkina) powoduje eliminację ograniczeń.

## **7. Metody analizy liniowej.**

Poprzez linearyzację tarcia i pominięcie innych nieliniowych składników w równaniach ruchu i ciągłości, analityczne rozwiązanie dla tych równań może być znalezione dla oscylacji typu sinusoidalnego. Te analizy prowadzą do dwóch metod [20, 69]:

- analizy drgań swobodnych (drgań własnych)
- odpowiedzi częstotliwościowej.

Ta pierwsza metoda pozwala określić stabilność układów i współczynniki tłumienia lub wzmocnienia oscylacji. Druga metoda jest użyteczna przy analizie drgań w układach o ciągłym wzbudzeniu (np. przez pompy wyporowe itp.)

Z metod współcześnie wykorzystywanych w rozważaniach naukowych, jak i w zagadnieniach praktycznych, dotyczących zjawiska uderzenia hydraulicznego, należy wskazać na metodę odbić i transformacji, metodę charakterystyk (jako pewien przypadek metody różnic skończonych MRS) oraz metodę elementów skończonych (MES). Poniżej omówione zostaną te rozwiązania. Ze względu na podjęty temat rozprawy, w pracy wykorzystana również będą równania analizy drgań własnych układu ciecz-rurociąg.

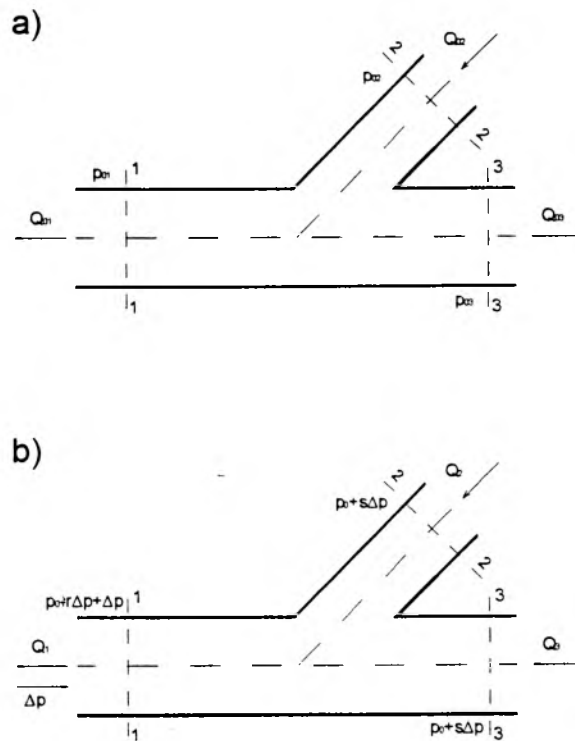
## 2.1. METODA ODBIĆ I TRANSFORMACJI

Stosunkowo proste rozwiązanie, niekiedy stosowane w praktyce inżynierskiej [10, 49, 59, 60, 68], otrzymuje się po określeniu dla tzw. węzłów rurociągu (miejsc nieciągłości) współczynników odbicia  $r$  oraz przenikania (transformacji) fali ciśnienia  $s$  [38, 58, 67]. Punktem wyjścia do określenia tych współczynników było rozpatrzenie możliwych zmian ciśnienia w przekrojach ograniczających objętość kontrolną 1-2-3 (wyloty z trójkąta) strumienia cieczy w trakcie przesuwania się zaburzenia ciśnienia o początkowej wartości  $\Delta p$  - rys.2.1.

Po pominięciu wysokości energii prędkości w przekrojach wylotowych objętości kontrolnej, zmian wysokości ich położenia oraz możliwych ubytków energii sprężystej strumienia i ścianki przewodu, wyznacza się warunek równowagi ciśnienia w ruchu ustalonym:

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_o \quad (2.5)$$

Pominięcie dysypacji energii wymaga przyjęcia założenia o braku lepkości cieczy, a także idealnie sprężystych własnościach ścianki oraz samego strumienia w trakcie odkształcania.



Rys.2.1. Zmiany ciśnienia w trójkącie podczas przemieszczania się zaburzenia ciśnienia.

Zaburzenie ciśnienia  $\Delta p$  po osiągnięciu objętości kontrolnej podlega odbiciu oraz transformacji (przenikaniu). W otoczeniu węzła ustala się ciśnienia  $p$ , które można wyznaczyć oddzielnie dla każdego przekroju 1-1, 2-2, 3-3 rozważanej objętości kontrolnej:

- dla przekroju 1-1

$$p = p_0 + \Delta p + r\Delta p, \quad (2.6)$$

- dla przekroju 2-2

$$p = p_0 + s_2\Delta p, \quad (2.7)$$

- dla przekroju 3-3

$$p = p_0 + s_3\Delta p. \quad (2.8)$$



Z powyższych zależności wynika, że:

$$s_2 = s_3 = s \quad (2.9)$$

$$r = s - l \quad (2.10)$$

W celu wyznaczenia współczynnika transformacji  $s$  należy określić nowe natężenia przepływu (wydatki) cieczy w poszczególnych przewodach, wymuszone przez dopływ do objętości kontrolnej zaburzenia ciśnienia. W tym celu można wykorzystać zależność Żukowskiego- Allieiego określającą przyrost ciśnienia w uderzeniu hydraulicznym. Zgodnie z tym wzorem, przyrost ciśnienia wywołany lokalnymi (w czasie) zmianami prędkości strumienia  $\Delta V$  wynosi:

$$\Delta p = \rho c \Delta V = \frac{\rho c}{A} \Delta Q, \quad (2.11)$$

gdzie:  $\rho$  - gęstość cieczy,

$c$  - prędkość zaburzenia ciśnienia w danym odcinku rurociągu,

$A$  - pole przekroju przewodu,

$Q$  - wydatek strumienia w przekroju  $A$ .

Po przekształceniu (2.11) otrzymuje się:

$$\Delta Q = \Delta V A = \frac{A}{\rho c} \Delta p. \quad (2.12)$$

Prędkość fali ciśnienia (rozprzestrzeniania się zaburzenia ciśnienia) można obliczyć ze wzoru Żukowskiego:

$$c = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{KD}{Ee}(1 - \mu^2)}} \quad (2.13)$$

gdzie:  $K$  - moduł ściśliwości cieczy,

$E$  - moduł sprężystości ścianki przewodu,

$D$  - średnica przewodu,

$e$  - grubość ścianki rury,

$\mu$  - współczynnik Poissona dla materiału ścianki przewodu.

Z analizy wzorów (2.12) i (2.13) wynika, że zmiana wydatku w danym przekroju zależy od właściwości cieczy i przewodu.

Wykorzystując zależność (2.12) można określić zmienione wydatki  $Q_j$  w poszczególnych przewodach. Należy zauważyć, że fala pierwotna  $\Delta p$  jest skierowana przeciwnie do początkowego przepływu, przez co zmniejsza prędkość strumienia, natomiast zaburzenie odbite, biegnące zgodnie z kierunkiem ruchu, powoduje jego przyspieszenie.

$$Q_1 = Q_{01} - \frac{A}{\rho c_1} (1-r) \Delta p, \quad (2.14)$$

$$Q_2 = Q_{02} - \frac{A_2}{\rho c_2} s \Delta p, \quad (2.15)$$

$$Q_3 = Q_{03} - \frac{A_3}{\rho c_3} s \Delta p, \quad (2.16)$$

Uwzględniając równanie ciągłości przepływu dla analizowanego trójnika :

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (2.17)$$

i przekształcając powyższe zależności z uwzględnieniem warunku, że  $r = s - 1$  otrzymuje się:

$$s = \frac{2 \frac{A_1}{c_1}}{\frac{A_1}{c_1} + \frac{A_2}{c_2} + \frac{A_3}{c_3}} \quad (2.18)$$

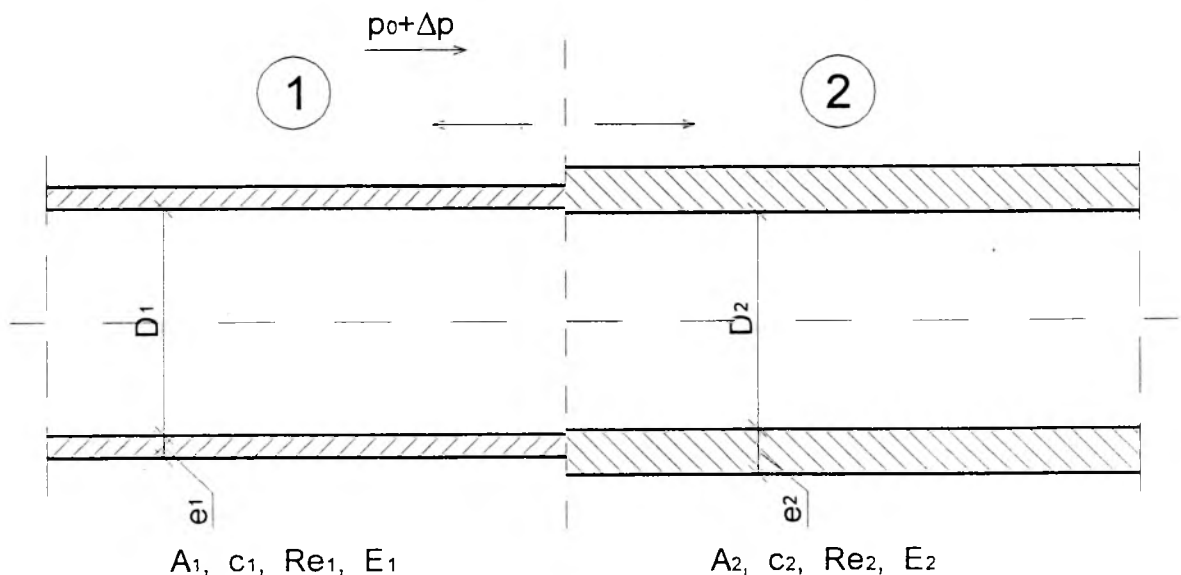
$$r = \frac{\frac{A_1}{c_1} - \frac{A_2}{c_2} - \frac{A_3}{c_3}}{\frac{A_1}{c_1} + \frac{A_2}{c_2} + \frac{A_3}{c_3}} \quad (2.19)$$

Otrzymana ogólna postać wzorów na współczynniki  $r$  oraz  $s$  można zastosować również dla:

- przekroju zbiornika zasilającego,
- przekroju zaworu, czyli zaślepionego przewodu,
- oraz przekroju, w którym łączą się dwa przewody.

W tym ostatnim przypadku różnice własności tych przewodów mogą dotyczyć zarówno średnicy, grubości ścianki, jak też samych własności sprężystych materiału ścianki, np. modułu sprężystości  $E$ .

W celu przeanalizowania warunków rozprzestrzenia się zaburzenia w układzie dwóch przewodów można rozpatrzeć układ jak na rys.2.2.



Rys.2.2. Propagacja zaburzenia ciśnienia w rurociągu wykonanym z przewodów o różnej sprężystości ścianek.



I tak w pierwszej fazie, bezpośrednio po wzbudzeniu zaburzenia ciśnienia o wartości  $\Delta p$ , na przykład wskutek gwałtownego zamknięcia zaworu, uderzenie hydrauliczne przesuwa się w kierunku zbiornika. Po osiągnięciu przekroju łączenia rur o różnych własnościach w kierunku zaworu i zbiornika wyruszają nowe zaburzenia o wartościach:

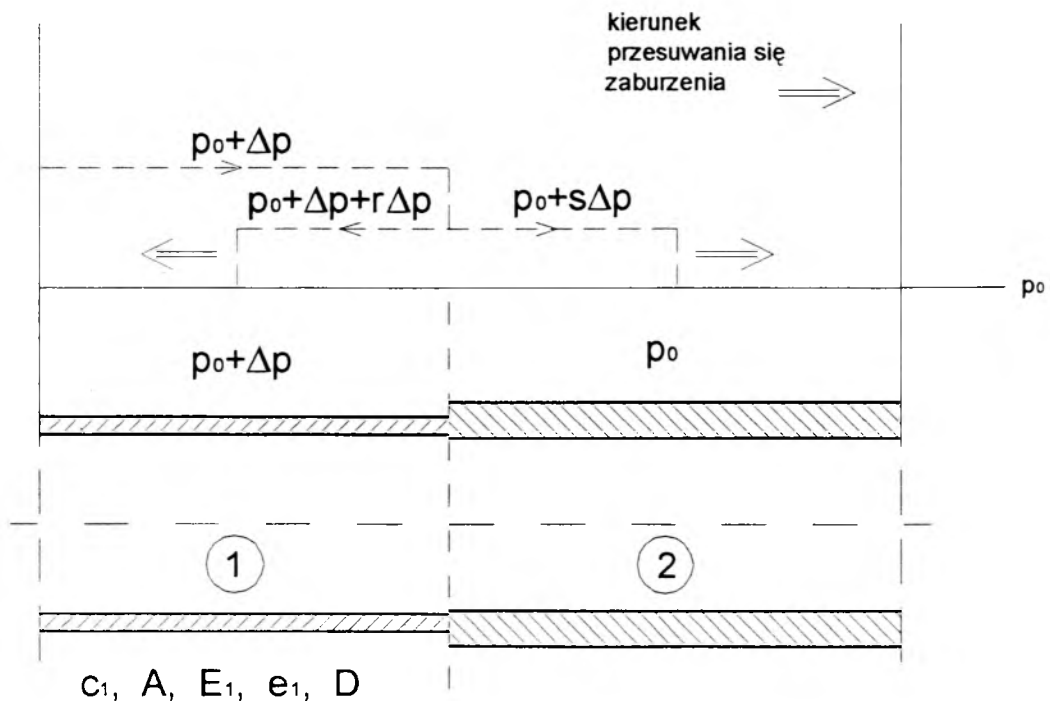
- w kierunku zaworu:

$$p_0 + \Delta p + r\Delta p, \quad (2.20)$$

- w kierunku zbiornika:

$$p_0 + s\Delta p. \quad (2.21)$$

Ilustruje to rys.2.3 [68]. W przewodzie stalowym (1) wywołane jest zaburzenie, które dopływa do miejsca połączenia z przewodem bardziej elastycznym (2) (bardziej podatnym na odkształcenia). Dla przykładu, przyjmując dla przewodu stalowego prędkość fali  $c_1=c_s=1300$  m/s, zaś dla przewodu polietylenowego  $c_2=c_p=400$  m/s, po podstawieniu do (2.20) i (2.21) otrzymuje się:  $r=-0.53$ ,  $s=1+r=0.47$ .



Rys.2.3. Odbicie i transformacja zaburzenia ciśnienia na połączeniu rur o różnej sprężystości ścianek.

W efekcie odbicia i transformacji w obu kierunkach przesuują się dwie fale. W przewodzie stalowym fala odbita redukuje początkowe zaburzenie  $p_0 + \Delta p$  do wielkości  $p_0 + (1+r)\Delta p$ . Natomiast, w rurze PE nowa wartość rozprzestrzeniającego się ciśnienia  $p_0 + s\Delta p$  będzie większa od początkowej wartości  $p_0$ . Po dotarciu fali transformowanej do zbiornika następuje jej odbicie, gdzie jak już wspomniano:  $r=-1$ ,  $s=0$ . W przekroju zaworu nowe zaburzenie  $p_0 + (1+r)\Delta p$  odbija się dla  $r=1$ .

Przedstawiona tu analiza przebiegu zjawiska wskazuje, że ciśnienia odbite i przenikające odpowiednio nakładają się na istniejące ciśnienia w obu odcinkach przewodów, wywołując jednocześnie rozprzestrzenianie się nowych zaburzeń w sieci. Różnice indywidualnych prędkości fal w przewodach o różnej odkształcalności ścianek wywoływać winny złożony rozkład ciśnienia w rurociągu, który w wyniku nakładania się (interferencji) fal ulegać może lokalnemu wzmocnieniu bądź osłabieniu. Łatwo sprawdzić, że takie wzmocnienie mogłoby niekiedy wielokrotnie przekraczać początkowe wartości uderzenia hydraulicznego [59].

Przedstawiona powyżej metoda analizy, pomimo swej prostoty zawiera jednak szereg niedoskonałości. Wiązą się one przede wszystkim z założeniem o braku lepkości strumienia cieczy. Stąd, wyznaczone współczynniki  $r$  oraz  $s$  mają przybliżony charakter. Pominięcie dyssypacji energii jest równoznaczne z nieskończenie długim czasem trwania zjawiska. Zmiany wartości ciśnienia nakładających się fal tworzą w rzeczywistości inny wypadkowy obraz przebiegu uderzenia hydraulicznego w czasie. Rzeczywiste zmiany amplitudy fal wymuszają ostateczny kształt przebiegu zjawiska, wymuszając między innymi stan drgań własnych układu. Można więc stwierdzić, że stosowana metoda odbić i transformacji ma pewien sens jedynie dla pierwszej, co najwyżej dwóch pierwszych faz zjawiska. Także i w tych przypadkach obraz symulowanego zjawiska będzie różnić się od rzeczywistego. Pomimo

tych istotnych wad, metoda odbić i transformacji jest niekiedy stosowana, zwłaszcza przy pogładowym omówieniu powstawania i przebiegu zjawiska uderzenia hydraulicznego [68]. Trzeba jeszcze raz podkreślić, że stosowanie tej metody dla celów obliczeniowych - symulacji zjawiska jest niewłaściwe.

Należy postulować zastosowanie metod bardziej zbliżonych do warunków rzeczywistych, między innymi, uwzględniających dyssypację energii strumienia płynu. W takim przypadku konieczne jest zastosowanie różniczkowego równania ruchu z członem dyssypatywnym - z dodatkowym członem siły tarcia. W celu rozwiązania układu różniczkowych równań ruchu (pędu i popędu) oraz ciągłości przepływu najczęściej wykorzystuje się metodę charakterystyk [2, 12, 31, 36, 41, 43, 48, 50, 53, 70].

## 2.2. METODA CHARAKTERYSTYK

W celu matematycznego rozwiązania problemu przepływu nieustalonego cieczy w rozważanych układach przewodów i określenia parametrów tego ruchu, w praktyce stosuje się procedurę postępowania, która obejmuje:

- przyjęcie układu równań ruchu i ciągłości, np. dla przepływu jednowymiarowego zapisanego w postaci:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \right) + h_s = 0, \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + V \frac{\partial p}{\partial x} + c^2 \rho \frac{\partial V}{\partial x} = 0. \quad (2.23)$$

gdzie:  $V$  jest średnią prędkością strumienia w danym odcinku rurociągu;  $p$  oznacza ciśnienie,  $\rho$  jest gęstością cieczy, zaś  $h_s$  – to opór tarcia.

- określenie prędkości fali ciśnienia dla poszczególnych odcinków rurociągu, np. ze wzoru Żukowskiego (2.13).

- określenie zależności opisującej straty ciśnienia  $h_S$ , uwzględniając wpływ lepkości cieczy, chropowatości ścianki przewodu, a także nie w pełni sprężyste własności cieczy oraz materiału przewodu [30, 31, 48, 67],
- podzieleniu rozważanego rurociągu na odpowiednie elementy różnicowe,
- określenie warunków początkowych i brzegowych dla danego schematu rurociągu,
- zastosowanie skutecznej metody numerycznego rozwiązywania układu równań typu hiperbolicznego, opisujących rozważane zjawisko [2,12, 13, 22, 37, 53].

Po prostych przekształceniach można otrzymać zależności:

$$\frac{1}{\rho c} \left[ (V + c) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \right] + \left[ (V + c) \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right] + f \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (2.24)$$

$$\frac{-1}{\rho c} \left[ (V - c) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \right] + \left[ (V - c) \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right] + f \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (2.25)$$

które można przedstawić w poniższej postaci:

$$\text{dla } \frac{dx}{dt} = V + c \quad \frac{1}{\rho c} \frac{dp}{dt} + \frac{dV}{dt} + f \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (2.26)$$

$$\text{dla } \frac{dx}{dt} = V - c \quad \frac{-1}{\rho c} \frac{dp}{dt} + \frac{dV}{dt} + f \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (2.27)$$

Rozpisując równania (2.26) i (2.27) w postaci różnicowej otrzymuje się:

$$\text{dla } \frac{\Delta x}{\Delta t} = V + c \quad \frac{1}{\rho c} \frac{\Delta p}{\Delta t} + \frac{\Delta V}{\Delta t} + f \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (2.28)$$

$$\text{dla } \frac{\Delta x}{\Delta t} = V - c \quad \frac{-1}{\rho c} \frac{\Delta p}{\Delta t} + \frac{\Delta V}{\Delta t} + f \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (2.29)$$

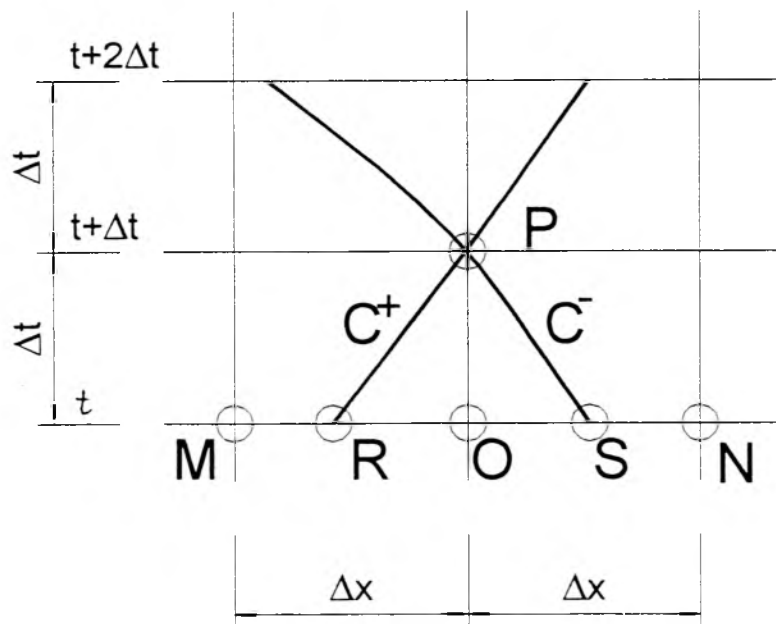
Wyrażenie  $\frac{\Delta x}{\Delta t} = V + c$  jest tangensem nachylenia pewnej rodziny linii równoległych,

nazywanych charakterystykami. Analogiczny sens ma wyrażenie dla  $\frac{\Delta x}{\Delta t} = V - c$ .



Wzdłuż rodzin tych linii spełnione są odpowiadające im równania, zwane równaniami zgodności. Jeśli na płaszczyźnie o osiach  $x-t$  naniesie się linie o kątach nachylenia obliczonych zgodnie z powyższymi zależnościami, otrzymuje się dwie rodziny linii zwyczajowo oznaczanych jako  $C^+$  (dla zgodnych kierunków przepływu cieczy i ruchu zaburzenia) i  $C^-$  (dla kierunków przeciwnych). Charakterystyki przecinają się w punktach, w których równocześnie spełnione są równania zgodności. Można więc w tych punktach określić wartości chwilowe ciśnienia i prędkości  $p(x,t)$  i  $V(x,t)$ . Omówiony sposób jest rozwiązywany najczęściej metodą różnic skończonych MRS w układzie prostokątnej siatki współrzędnych  $t-x$ .

Schemat elementarnego oczka siatki charakterystyk przedstawiono na rys.2.4.

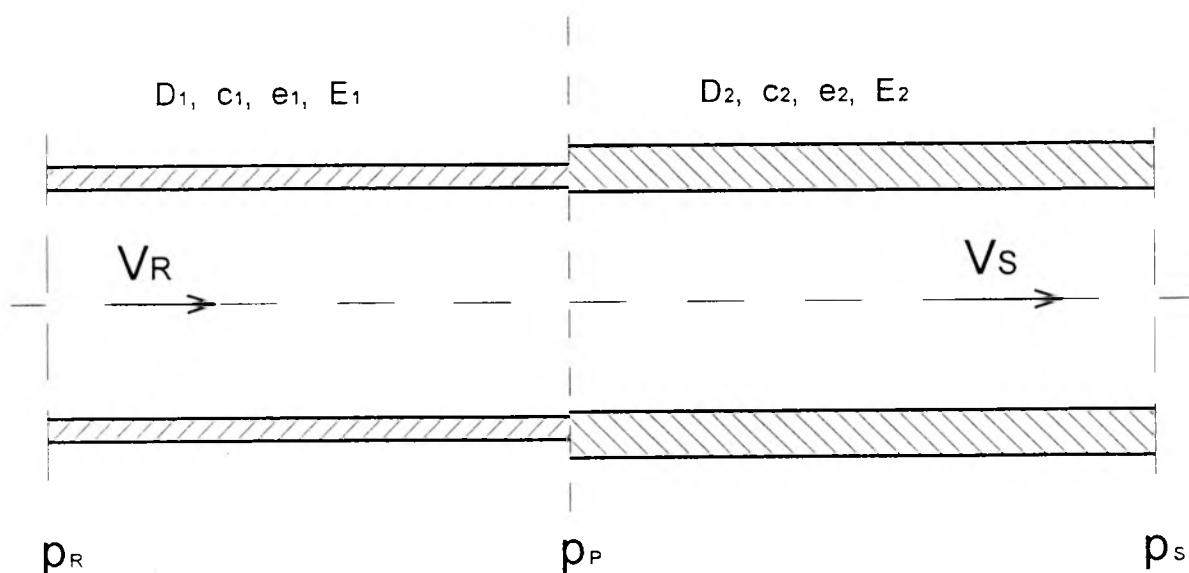


Rys.2.4. Schemat elementarnego oczka prostokątnej siatki współrzędnych  $x-t$ .

W celu rozwiązania układu równań (2.28) i (2.29) konieczna jest znajomość warunków początkowych (np. wartości ciśnienia w poszczególnych punktach układu w ruchu ustalonym strumienia cieczy) oraz warunków brzegowych zjawiska.

Należy tu rozważyć zewnętrzne i wewnętrzne warunki brzegowe. Dla ciągu przewodów o różnej sprężystości ścianek takim wewnętrznym warunkiem jest miejsce ich łączenia.

Dla rozwiązań uwzględniających straty ciśnienia w obu przewodach, wewnętrzny warunek brzegowy (na przykład wartość ciśnienia  $p_p$  na połączeniu rur dla kolejnych chwil czasowych  $\Delta t$ ) można zapisać w postaci - rys.2.5:



Rys.2.5. Połączenie przewodów - określenie wewnętrznego warunku brzegowego

$$p_p = \frac{\left[ \left( V_R + \frac{1}{\rho C_1} \rho_R - \frac{f \Delta t}{2 D_1} |V_R| V_R \right) D_1^2 - \left( V_S - \frac{1}{\rho C_2} \rho_S - \frac{f \Delta t}{2 D_2} |V_S| V_S \right) D_2^2 \right]}{\frac{D_1^2}{\rho C_1} + \frac{D_2^2}{\rho C_2}} \quad (2.30)$$

Dla znanej wartości ciśnienia  $p_p$  w przekroju łączenia przewodów, dla kolejnego kroku czasowego  $\Delta t$ , można także wyznaczyć prędkości przepływu strumienia  $V_1$  oraz  $V_2$ , np.

$$V_{1P} = V_R - \frac{1}{\rho C_1} (\rho_P - \rho_R) - \frac{f \Delta t}{2 D_1} |V_R| V_R, \quad (2.31)$$

$$V_{2P} = V_1 P \frac{D_1^2}{D_2^2} = V_S + \frac{1}{\rho C_2} (\rho_P - \rho_S) - \frac{f \Delta t}{2 D_2} |V_S| V_S. \quad (2.32)$$

Przedstawioną metodę charakterystyk uznaje się, za wystarczająco dokładny sposób określania parametrów ruchu nieustalonego, pod warunkiem zachowania zbieżności rozwiązania i stabilności schematu różnicowego [2, 25, 63, 68, 69]. Jest to tym bardziej ważne ze względu na hiperboliczny typ równań różniczkowych cząstkowych opisujących rozważane zjawiska falowe.

Pomimo spełnienia kryteriów stabilności jednym z głównych źródeł możliwych różnic obliczanych wyników z wartościami rzeczywistymi mogą być niewłaściwie przyjęte, bądź obarczone zbyt dużymi błędami wartości początkowe i brzegowe zjawiska. Innym istotnym czynnikiem jest sposób określania dyssypacji energii mechanicznej: zarówno wywołanej lepkością płynu (w sposób arbitralny podstawiana jest różniczkowa postać wzoru Darcy-Weisbacha opisującego siłę tarcia w równaniu ruchu), jak też energii sprężystej (czynnik ten jest pomijany).

Innym ważnym problemem jest zagadnienie lokalnych, gwałtownych zmian własności sprężystych układu w miejscu łączenia dwóch różnych przewodów. Należy zauważyć, że stosowane metody numeryczne operują elementami różnicowymi, nie zaś różniczkowymi. W

efekcie obliczane ciśnienia mogą być często zasadniczo zawyżane lub też radykalnie zaniżane w stosunku do rzeczywistych wartości [30]. Często więc w przekrojach gwałtownym zmian własności wielkości fizycznych koniecznym staje się zastosowanie bardziej złożonych metod postępowania, np. poprzez wykorzystanie drugich pochodnych funkcji [2].

### 2.3. METODA ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH.

Elementy, na które podzielono ośrodek łączą się ze sobą tylko w skończonej liczbie punktów węzłowych, w których zakłada się istnienie “sił skupionych” reprezentujących “napięcia” na granicach elementów.

Przyjmując że ilość elementów dąży do nieskończoności przy jednoczesnym zmniejszaniu ich rozmiarów do zera, otrzymuje się równania słuszne w całym obszarze. Całkowanie można zastąpić sumowaniem, a równania różniczkowe równaniami algebraicznymi. Metodę tę można traktować jako proces aproksymacji ośrodka ciągłego (zbiorem elementów o skończonych rozmiarach), prowadzący do ustalenia równań opisujących w sposób przybliżony analizowany problem [54, 72].

Element skończony posiada następujące cechy:

- ma ustalony kształt
- łączy się z innymi elementami w punktach zwanych węzłami, umieszczonymi “na obwodzie elementu”
- niewiadome są wartości w węzłach (np.  $p, V, \dots$  w zależności od analizowanego zagadnienia)
- rzeczywisty przebieg zmian ( $p, V, \dots$ ) wewnątrz elementu jest aproksymowany za pomocą zależności pomiędzy wartościami w węzłach i ustalonych z góry funkcji współrzędnych tzw. funkcji kształtu

Najczęściej jako funkcje aproksymacyjne stosuje się wielomiany, co ułatwia obliczenia numeryczne i pozwala z dostateczną dokładnością aproksymować rzeczywiste przebiegi zmian [2, 54, 63, 69, 70]. Przy aproksymacji wielomianem przebieg zmian opisany jest zależnością :

$$u(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n \quad (2.33)$$

lub macierzowo:

$$u(x) = \{\phi\}^T \{A\}^T$$

$$\{\phi\}^T = \{1, x, x^2, \dots, x^n\}$$

$$\{A\}^T = \{a_0, a_1, \dots, a_n\} \quad (2.34)$$

Uogólniając problem do metody elementów skończonych (MES) można podejść również od strony matematycznej: chcemy rozwiązać w sposób przybliżony układ równań różniczkowych, które musi spełniać nieznana funkcja  $\{\phi\}$  w obszarze  $W$ . Rozwiązanie problemu można zapisać jako :

$$A(\{\phi\}) = 0 \quad (2.35)$$

a jego warunki brzegowe w postaci :

$$C(\{\phi\}) = 0 \quad (2.36)$$

Warunki te muszą być spełnione na powierzchni  $S$  (rozważanego obszaru  $W$ ).

Jeśli przyjmiemy, że dobrana przez nas funkcja spełniająca dobrane warunki brzegowe może być zapisana w postaci ogólnej :

$$\{\phi\}_a = [N] \{\Phi\} \quad (2.37)$$

gdzie  $[N]$  jest zadaną funkcją współrzędnych a  $\{\Phi\}$  układem  $n$  parametrów, wtedy w ogólnym przypadku :

$$A(\{\phi\}_a) = R \neq 0 \quad (2.38)$$

Najdokładniejsze rozwiązanie da resztę  $R \Rightarrow 0$  w całym obszarze  $W$ .

Można to zapisać w postaci :

$$\int_W FRdW = 0 \quad (2.39)$$

gdzie:  $F$  - dowolna funkcja współrzędnych .

Ponieważ liczba nieznanych parametrów  $\{\Phi\}$  wynosi  $n$ , to oznacza, że należy wybrać  $n$  niezależnych liniowo funkcji  $W_j$ , a wtedy możemy napisać odpowiednia liczbę równań:

$$\int_W F_i R dW = \int_W F_i A([\mathcal{N}]\{\Phi\}) dW = 0 \quad (2.40)$$

z których wyznaczamy  $\{\Phi\}$ . Taki tryb postępowania nosi nazwę **ważonej metody residualnej**. Wyrażenie  $F_i$  jest funkcją wagi. Zależnie od wyboru funkcji wagi wyróżnia się różne sposoby rozwiązania problemu. Jedną z najczęściej stosowanych jest metoda Galerkina, w której:

$$F_i = N_j, \quad (2.41)$$

tj. funkcja wagi jest równa funkcji kształtu, definiującej przybliżenie obszaru  $W$  przez jego podział na elementy. Przy definiowaniu funkcji kształtu należy założyć w niej wyższy stopień ciągłości niż analizowanej funkcji (funkcja liniowa - I pochodna funkcji kształtu ciągła w węzłach, itd.).

Dla przypadku uderzenia hydraulicznego w rurociągu (zagadnienie 1 – wymiarowe), powyższą zależność można zapisać w postaci (2.40):

$$\int_0^L N \Omega(F_a \dots) dx = \sum_{i=1}^{M-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} N \Omega(F_a \dots) dx = 0 \quad (2.42)$$

gdzie:

$N$  – wektor funkcji współrzędnych,

$\Omega$  - symboliczna reprezentacja parametrów (dla uderzenia hydraulicznego  $H$  i  $V$  z równania zachowania pędu i równania ciągłości ruchu cieczy),

$F_a$  – aproksymacja funkcji występujących w równaniach pędu i ciągłości.

Ponieważ standardowa metoda Galerkina nie zawsze daje dobre rezultaty (m. in. wrażliwość na krok czasowy), dlatego stosowane są różne dodatkowe zabiegi dla uzyskania poprawnych wyników. Jednym z takich działań jest zaproponowana przez R. Szymkiewicza metoda, w której wykorzystuje się A-stabilne metody dla rozwiązania powstających układów równań różniczkowych zwyczajnych [54], dla uzyskania których autor proponuje użycie parametru wagi. Dla równania pędu wynik całkowania przybiera wówczas postać:

$$I_1 = [\omega F_i(t) - (1 - \omega) F_{i+1}(t)] \frac{\Delta x_i}{2} \quad (2.43)$$

a dla równania ciągłości:

$$I_2 = [(1 - \omega) F_i(t) + \omega F_{i+1}(t)] \frac{\Delta x_i}{2} \quad (2.44)$$

gdzie:  $\omega \in (0,1)$ .

Dla  $\omega=2/3$  uzyskuje się rozwiązanie wg standardowej MES.

Metoda elementów skończonych MES, podobnie jak metoda różnic skończonych MRS, uwzględnia czynnik ubytku energii mechanicznej pośrednio za pomocą siły tarcia, zapisanej w postaci wzoru Darcy-Weisbacha. W trakcie rozwiązywania równań różniczkowych typu hiperbolicznego istotnym problemem dodatkowo staje się zagadnienie lepkości oraz oscylacji numerycznej [54]. Należy zauważyć, że metoda MES jest szczególnie czuła na zadaną wielkość kroku czasowego  $\Delta t$ . Problem ten będzie dodatkowo poruszony w czasie doświadczalnej weryfikacji tej metody. W obu metodach MRS oraz MES zagadnienie empirycznej weryfikacji jest warunkiem koniecznym przed zastosowaniem tych rozwiązań do symulacji zjawiska uderzenia hydraulicznego. Należy podkreślić, że w publikacjach problem ten, w odniesieniu do przepływów nieustalonych w przewodach pod ciśnieniem o skończonej



amplitudzie ciśnienia, jest w zasadzie pomijany, na rzecz nowych numerycznych metod rozwiązywania tego problemu.

## 2.4. METODY ANALIZY LINIOWEJ.

Każde ciało mające masę oraz własności sprężyste może wykonywać ruchy drgające. Ruchy te w funkcji czasu dają się opisać funkcją harmoniczną (kołową), lub sumą takich funkcji [40].

Jeśli drgania masy, wychylonej z położenia równowagi przed rozpoczęciem oscylacji odbywają się bez udziału dodatkowej siły zewnętrznej, to drgania takie nazywa się drganiami swobodnymi lub własnymi układu. Zachodzą one na skutek naprzemiennego oddziaływania sił masowych (bezwładności) i sił sprężystości w układzie.

Drgania wzbudzone i podtrzymywane następnie działaniem sił zewnętrznych nazywa się drganiami wymuszonymi.

Drgania wzbudzone działaniem pojedynczego impulsu, jak uderzenie hydrauliczne wywołane gwałtownym zamknięciem zaworu, mają charakter drgań swobodnych.

Drgania wzbudzone działaniem siły harmonicznego są w układzie liniowym zawsze drganiami harmonicznymi. Gdy częstotliwość siły wymuszającej zrówna się z częstotliwością drgań swobodnych (reprezentujących naturalną tendencję sprężystą układu) to następuje synchronizacja siły wymuszającej i sił sprężystych zwana rezonansem. Przypadki takie to np. źle działający zawór regulacyjny w układzie czy też źle działający (niewłaściwie ustawiony) regulator prędkości obrotowej turbiny wodnej.

Oscylacje płynu w układzie można analizować wygodnie poprzez procedury zapożyczone z teorii drgań liniowych i teorii linii elektrycznych (równanie telegrafistów) [20, 69, 70].

W metodzie tej równania są używane w postaci uproszczonej, średnie wartości przepływu ( $Q_{sr}$ ;  $H_{sr}$ ) są usunięte, a tarcie jest zlinearyzowane. Ponieważ używane są zlinearyzowane równania, możliwe jest stosowanie superpozycji dla złożonych przypadków. Rozwiązania wymagają użycia wartości z dziedziny liczb zespolonych.

Uproszczone równania ruchu (2.22) ciągłości (2.23), odniesione do wysokości ciśnienia  $H=p/\gamma$  można zapisać w postaci [69]:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{L}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\lambda Q^n}{2gDA^n} = 0 \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{gA}{c^2} \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (2.46)$$

Chwilowa wysokość ciśnienia  $H$  składa się ze średniej wysokości ciśnienia  $H_{sr}$  i pulsacyjnej wysokości ciśnienia  $h'$ :

$$H = H_{sr} + h' \quad (2.47)$$

W podobny sposób można zapisać chwilowy wydatek strumienia:

$$Q = Q_{sr} + q' \quad (2.48)$$

Po podstawieniu do (2.45) i (2.46) można wyrugować wielkości średnie. Wprowadzając następnie:

$R$  - liniową oporność rurociągu na jednostkę długości:

dla przepływu turbulentnego: 
$$R = \frac{n\lambda Q^{(n-1)}}{gAD^2} \quad (2.49)$$

$L_b$  - reaktancję inercyjną (bierny opór inercji):

$$L_b = \frac{1}{gA}, \quad (2.50)$$

$C$  - reaktancję pojemnościową ( bierny opór pojemnościowy):

$$C = \frac{gA}{c^2}, \quad (2.51)$$

można zapisać równania (2.41) i (2.42) w postaci:

$$\frac{\partial h'}{\partial x} + L_b \frac{\partial q'}{\partial t} + Rq' = 0, \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial q'}{\partial x} + C \frac{\partial h'}{\partial t} = 0, \quad (2.53)$$

Po przekształceniach i rozdzieleniu zmiennych, otrzymuje się:

$$\frac{\partial^2 q'}{\partial x^2} CL_b \frac{\partial^2 q'}{\partial t^2} + RC \frac{\partial q'}{\partial t} = 0, \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} CL_b \frac{\partial^2 h'}{\partial t^2} + RC \frac{\partial h'}{\partial t} = 0, \quad (2.55)$$

Oznaczając w równaniu (2.55), za  $h' = X(x)T(t)$ , gdzie  $X$  jest funkcją zmiennej  $x$  zaś  $T$  tylko zależy od czasu  $t$  wówczas równanie to można zapisać w postaci [20, 65, 69]:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \frac{1}{T} \left( CL_b \frac{d^2 T}{dt^2} + RC \frac{dT}{dt} \right) = \gamma^2 \quad (2.56)$$

Wielkość  $\gamma^2$  jest stałą, obejmującą część rzeczywistą i urojoną, niezależną od  $x$  i  $t$ .

Równanie (2.56) jest różniczkowym równaniem liniowym rzędu drugiego o współczynnikach stałych. Równanie charakterystyczne tego równania ma postać [13, 22, 65]:

$$CL_b k^2 + RCk - \gamma^2 = 0 \quad (2.57)$$

lub

$$ak^2 + bk + c = 0 \quad (2.58)$$

- Jeżeli:  $b^2 - 4ac > 0$  (2.59)

wówczas zjawisko nie ma charakteru drgań własnych. Wywołany stan nierównowagi (wywołany gwałtownym zahamowaniem przepływu - uderzeniem hydraulicznym) będzie asymptotycznie dążył do położenia równowagi.

- Jeżeli: 
$$b^2 - 4ac = 0 \quad (2.60)$$

ruch nie ma charakteru drgającego i stan nierównowagi także asymptotycznie dążyć będzie do równowagi, który zostanie osiągnięty w czasie nieskończenie długim.

- jeżeli: 
$$b^2 - 4ac < 0 \quad (2.61)$$

wówczas opór ośrodka jest na tyle mały w porównaniu z siłami sprężystości, że ruch powrotu do stanu równowagi będzie ruchem drgającym, zanikającym. Ruch ten jest nazywany drganiami własnymi układu.

Oznacza to, że w pewnych warunkach układ może osiągać stan drgań własnych. W warunkach uderzenia hydraulicznego siły sprężystości układu są zawsze większe od sił tarcia, co wskazuje na kształtowanie się drgań własnych układu w trakcie przebiegu tego zjawiska [69].

Wyznaczenie prędkości fali (okresu zmian zaburzenia ciśnienia) jest dla układów złożonych, zwłaszcza złożonych z rur o różnych własnościach sprężystych (różnej prędkości zaburzenia ciśnienia) zagadnieniem trudnym. Rozważając przepływ nieustalony cieczy w ciągu przewodów (połączenie szeregowe) należy wyróżnić dwa rodzaje okresu zmian zaburzenia ciśnienia:

- okres teoretyczny  $T_t$ , który wyznacza się jako podwojony okres przebiegu zaburzenia ciśnienia od zaworu do zbiornika (czyli czas, po którym np. dodatnie zaburzenie ponownie pojawi się w przekroju zaworu) [69, 70]:

$$T_i = 4 \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{c_i} \quad (2.62)$$

gdzie :

$n$  – liczba przewodów połączonych szeregowo,

$L_i$  – długość  $i$ -tego odcinka przewodu,

$c_i$  – prędkość rozchodzenia się zaburzenia w  $i$ -tym przewodzie (dotyczy układu : rura+ ciecza).

- okres własny  $T_w$  (okres oscylacji własnej całego współpracującego ze sobą układu: ciecza-rurociąg).

Należy w tym miejscu zauważyć, że o ile okres teoretyczny  $T_i$  może mieć sens jedynie dla połączeń szeregowych przewodów (brak fizycznego uzasadnienia dla układów równoległych i sieci rozgałęziennych (promieniowych) oraz pierścieniowych), o tyle czas  $T_w$  ma sens dla każdego układu przewodów.

Okres własny  $T_w$  wiąże się z prędkością fali  $c_w$  po ustaleniu się drgań własnych układu (strumień ciecza-rurociąg). Okres ten jest efektem odbić i transformacji zaburzenia przy zbiorniku i miejscach łączenia się przewodów oraz wpływu oporów w ruchu nieustalonym (dyssypacji energii tarcia i energii sprężystej układu ciecza-ścianka rurociągu). Okres  $T_w$  ustala się ostatecznie z chwilą osiągnięcia drgań własnych (drgań swobodnych) całego układu.

W celu wyznaczenia prędkości  $c_w$  drgań (czyli prędkości zmian ciśnienia w dowolnym przekroju rurociągu), dla połączenia szeregowego dwóch rur można wykorzystać równanie wiążące własności zespołu przewodów ( $A_i$ ,  $c_i$ ,  $L_i$ ) z częstotliwością własną układu  $\omega$ .

Dla ciecza nielepkiej zależność tą, jako całkę równania (2.56), można zapisać w postaci [20]:

$$-\frac{z_{c1}}{z_{c2}} * \operatorname{tgh}(\gamma_1 L_1) * \operatorname{tgh}(\gamma_2 L_2) = 1 \quad (2.63)$$

gdzie:

$$\gamma = \frac{i\omega}{c} \text{ - stała propagacji,} \quad (2.64)$$

$$z_c = \frac{c}{gA} \text{ - charakterystyczny opór pozorny,} \quad (2.65)$$

$\omega$  - częstotliwość własna układu,

$i = \sqrt{-1}$  - symbol części urojonej liczby zespolonej,

$A_i$  - przekrój wewnętrzny  $i$  - tej rury.

Po podstawieniu i przekształceniu otrzymuje się [20]:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\omega L_1}{c_1}\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\omega L_2}{c_2}\right) = \frac{c_2 A_1}{c_1 A_2} \quad (2.66)$$

Rozwiązując następnie powyższe równanie względem  $\omega$  można wyznaczyć ekwiwalentną prędkość  $c_w$  dla całego układu. Ponieważ okres fazy tłoczenia  $T_w$  wynosi :

$$T_w = \frac{4L}{c_w} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.67)$$

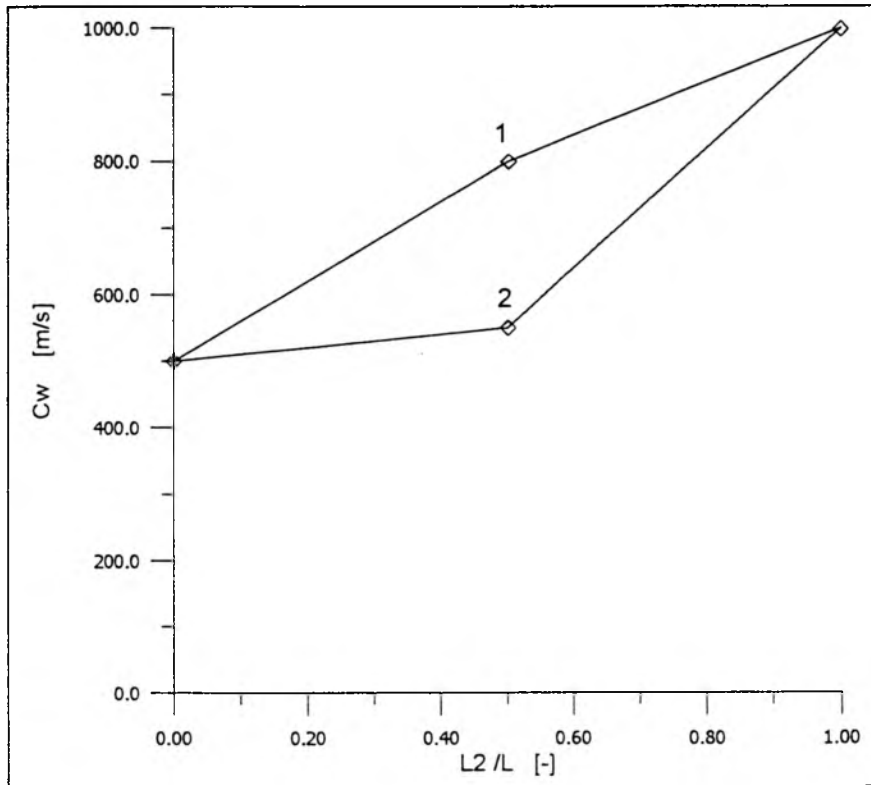
stąd:

$$c_w = \frac{2}{\pi} L \omega \quad (2.68)$$

gdzie :  $L$  - całkowita długość połączenia ( $L=L_1+L_2$ )

Ze wzoru (2.66) wynika, że prędkość  $c_w$  w rurociągu wykonanym z dwóch przewodów o różnej odkształcalności (różnych indywidualnych prędkościach fali ciśnienia  $c_i$ ) zależy od kolejności ich połączenia w ciągu.

Na rys. 2.6 przedstawiona została zależność  $c_w=f(L_2/L)$  dla połączeń dwóch o różnych indywidualnych prędkościach fali  $c_1=500$  m/s i  $c_2=1000$  m/s, dla  $L_2/L= 0, 0.5, 1$ . Linia górna (1) odpowiada sytuacji gdy przewód o prędkości  $c_2$  mocowany jest na wylocie z rurociągu. Linia dolna (2) – połączeniu odwrotnemu.



Rys. 2.6. Prędkość oscylacji własnych układu woda-rurociąg dla ciągu dwóch przewodów o indywidualnych prędkościach fali ciśnienia  $c_1=500$  m/s i  $c_2=1000$  m/s.

Zależność (2.66) dotyczy cieczy nielepkiej. Stąd, istotnym problemem pozostaje określenie nie tylko czasu  $T_w$ , który odpowiada  $2T$  ( $T$  – okres fali wg klasycznej definicji:

$T = \frac{2L}{c}$ ), lecz również chwili (liczby początkowych oscylacji) po której stan oscylacji

własnych ustali się. Dla pojedynczego przewodu okres własny  $T_w$  nie zmienia się w trakcie trwania zjawiska i odpowiada prędkości  $c$  obliczonej ze wzoru Żukowskiego (2.13).



Dla połączenia szeregowego przewodów okres  $T_w$  może ustalić się po szeregu cykli. W skrajnym przypadku zjawisko może przebiegać jak dla pojedynczego przewodu. Ustalenie się oscylacji własnych oznacza ustalenie się innej niż wynika to ze wzoru (2.62) prędkości zaburzenia  $c$ :

$$\frac{T_w}{2} = 2 \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{c_i}, \quad (2.69)$$

$$c_i = \frac{2L_i}{T_i}, \quad (2.70)$$

gdzie:  $n$  – liczba przewodów połączonych szeregowo,

$c_i$  – indywidualna prędkość fali ciśnienia dla pojedynczego  $i$ -tego przewodu w ciągu.

Znając prędkość  $c$  można wyznaczyć okres drgań własnych  $T_w$  oraz okres fali  $T$  z chwilą osiągnięcia oscylacji własnej układu :

$$T_w = 2T = 2 \frac{2L}{c_w}, \quad (2.71)$$

gdzie:  $L$  – całkowita długość rurociągu.

W przypadku prowadzenia badań doświadczalnych tok postępowania będzie odwrotny. Mierzac okres fali  $T$  z chwilą ustalenia się drgań własnych układu można wyznaczyć prędkość zmian ciśnienia  $c_w$ , czyli scharakteryzować warunki dynamiczne pracy rurociągu.

Należy zauważyć, że z chwilą zamknięcia zaworu, na końcu rurociągu ustali się ciśnienie, którego przyrost wynika z właściwości sprężystych przewodu końcowego  $L_n$  (np.

zgodnie ze wzorem Żukowskiego (2.1) – dla uderzenia prostego  $t_z \leq T$ ,  $t_z \leq \frac{2L_n}{c_n}$ , gdzie  $L_n$

jest długością ostatniego odcinka przewodu przy zaworze,  $c_n$  – indywidualna prędkość fali dla przewodu końcowego). Dalsze zmiany ciśnienia w danym przekroju ustalone będą zgodnie z ogólnymi zasadami podanymi w rozdziale 2.1 (transformacja i odbicia fal) do chwili ostatecznego osiągnięcia stany oscylacji własnych układu. Należy zauważyć, że nakładaniu się zaburzeń może towarzyszyć rezonans [20, 69, 70].

Określając funkcję prędkości  $c_w$  dla połączonych przewodów o różnej sprężystości ścian (różnej podatności na odkształcenia) w zależności od stosunku długości np.  $L_1/L$  oraz samej długości całkowitej układu  $L$  można scharakteryzować dynamiczne warunki pracy układu. Znajomość takiej funkcji pozwala w sposób właściwy ocenić możliwe sytuacje towarzyszące uderzeniu hydraulicznemu, jak też opracować warunki pracy i zalecenia dla doboru urządzeń np. automatyki przewodowej.

Z drugiej strony jak już zostało to wspomniane, po ustaleniu się końcowej prędkości  $c_w$ , jej wartość oraz chwila ustalenia, są silnie związane z warunkami ruchu nieustalonego, a zwłaszcza ze zjawiskiem odbicia. Przez porównanie charakterystyk doświadczalnych oraz charakterystyk wyznaczonych na podstawie symulacji numerycznej zjawiska istnieje możliwość oceny, na ile np. różniczkowe równania ruchu (2.22) i ciągłości (2.23) są spełnione. Należy zauważyć że w „klasycznym” równaniu ruchu (2.22) pomijany jest czynnik lokalnego zaburzenia, który oddziałuje na lokalną dyssypację energii mechanicznej.

Zarówno empiryczne charakterystyki prędkości fali  $c$  dla połączeń przewodów o różnej odkształcalności ścian (a szczególnie prędkości wypadkowej układu), jak też ocena oddziaływania takich połączeń na kształt rzeczywistych charakterystyk  $p(t)$  oraz szybkość ustalania się oscylacji własnych układu nie były dotychczas publikowane (autor niniejszej pracy nie trafił na takie publikacje), a tym samym w sposób dostateczny wykorzystane do oceny zjawiska.

## 2.5. UWAGI DOTYCZĄCE METOD SYMULACYJNYCH

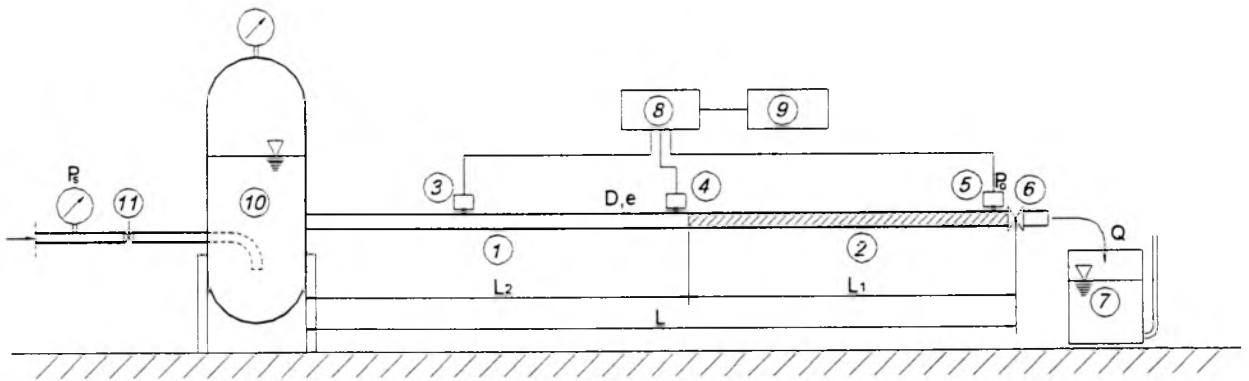
Metody symulacyjne zjawiska uderzenia hydraulicznego w ciągach przewodów winny być uprzednio zweryfikowane na drodze doświadczalnej. Takie postępowanie pozwala, po pierwsze dokonać analizy przebiegu samego zjawiska, a następnie wyeliminować błędy samej metody numerycznej, bądź też wprowadzić do stosowanych już rozwiązań poprawek. Do analizy zastosowane będą dwie najczęściej stosowane metody MRS (metoda charakterystyk - metoda zalecana) oraz MES. Metoda analizy liniowej wykorzystana będzie, przede wszystkim, przy kwalifikowaniu uderzenia hydraulicznego jako drgania własne układu.

W celu oceny zjawiska w warunkach rzeczywistych przeprowadzony będzie cykl badań doświadczalnych. W badaniach tych analizowane będą zarówno przebieg charakterystyk  $p(t)$  uderzenia hydraulicznego, jak i możliwe zmiany prędkości fali ciśnienia  $c$  oraz szybkość ustalania się drgań własnych dla układu przewodów różniących się własnościami sprężystymi materiału ścian, bądź wartością ilorazu średnicy do grubości ścianki. Oceniany będzie wpływ zmian kolejności połączeń tych odcinków w ciągu rurociągu oraz proporcji długości tych przewodów na wspomniane parametry zjawiska.

### 3. BADANIA DOŚWIADCZALNE

#### 3.1. STANOWISKO POMIAROWE.

Dla przeprowadzenia badań zjawiska uderzenia hydraulicznego w ciągu przewodów o różnych własnościach sprężystych zbudowane zostało stanowisko pomiarowe, którego schemat został pokazany na rys.3.1. Stanowisko to zostało także przedstawiono na rys.3.2a,b,c,d.

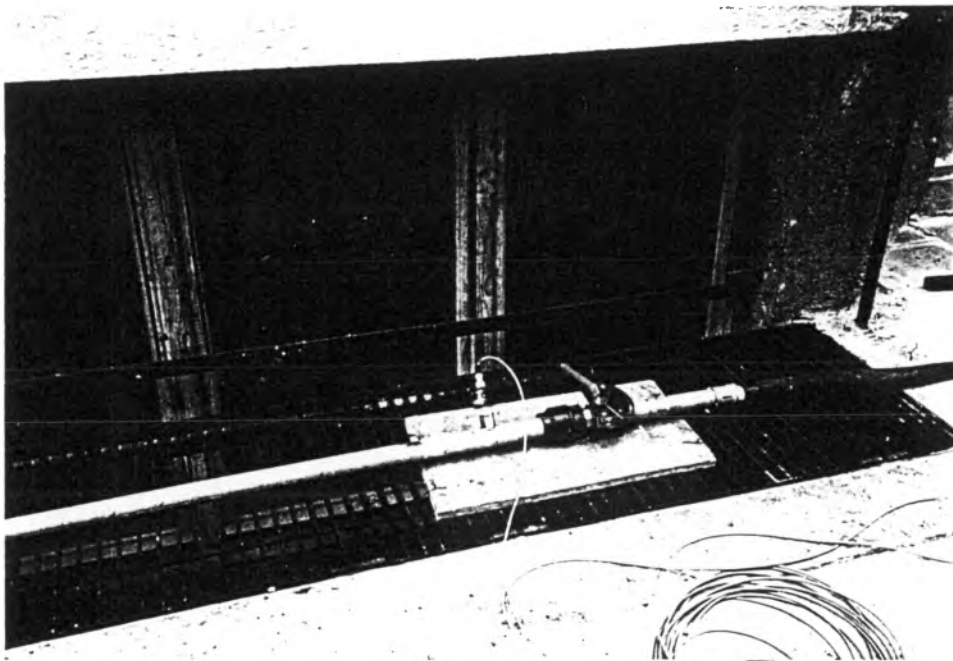


Rys.3.1. Stanowisko do pomiarów uderzeń hydraulicznych w rurociągu złożonym z rur o różnej odkształcalności pod wpływem ciśnienia:

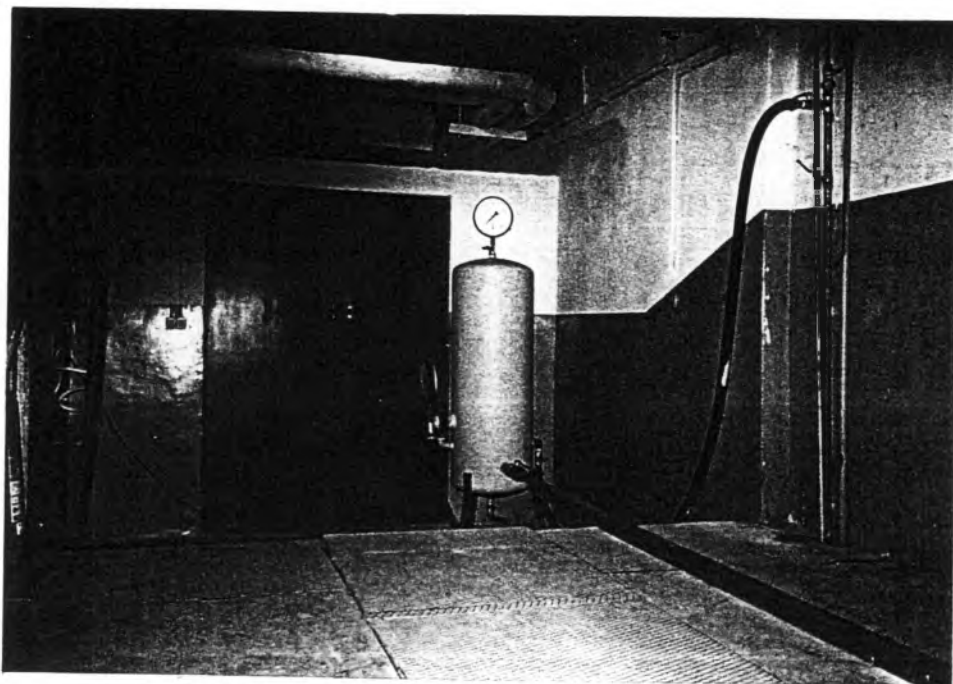
1, 2 - badane przewody o różnych własnościach sprężystych; 3, 4, 5 - czujniki ciśnienia; 6 - zawór odcinający z miernikiem czasu zamykania; 7 - naczynie pomiarowe; 8 - wzmacniacz; 9 - komputer z kartą analogowo-cyfrową; 10 - zbiornik hydroforow; 11 - zawór odcinająco-redukcyjny na przewodzie zasilającym



Rys.3.2.a. Widok ogólny stanowiska pomiarowego.



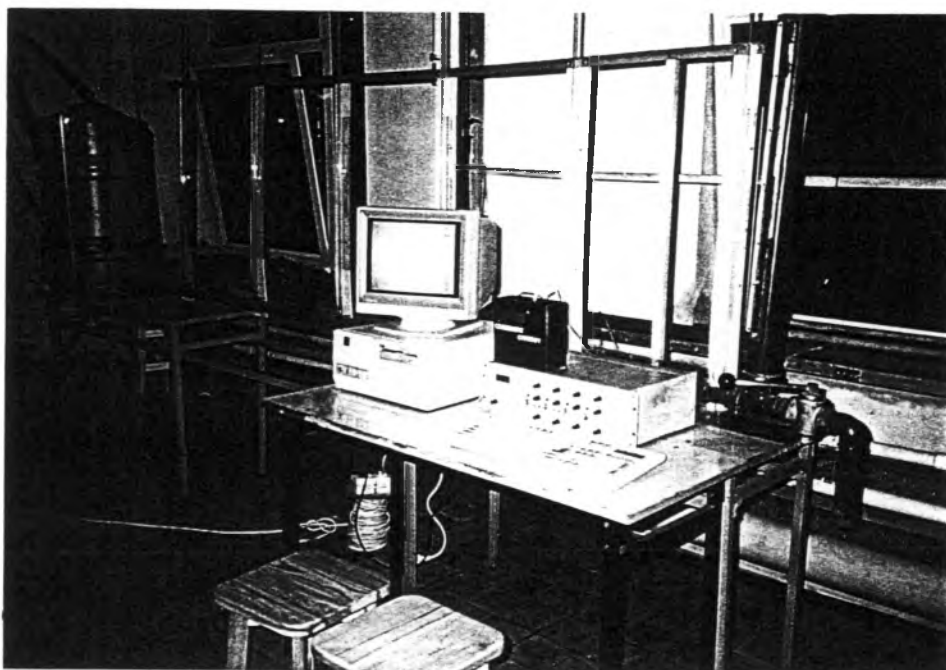
Rys.3.2.b. Zawór wylotowy rurociagu.



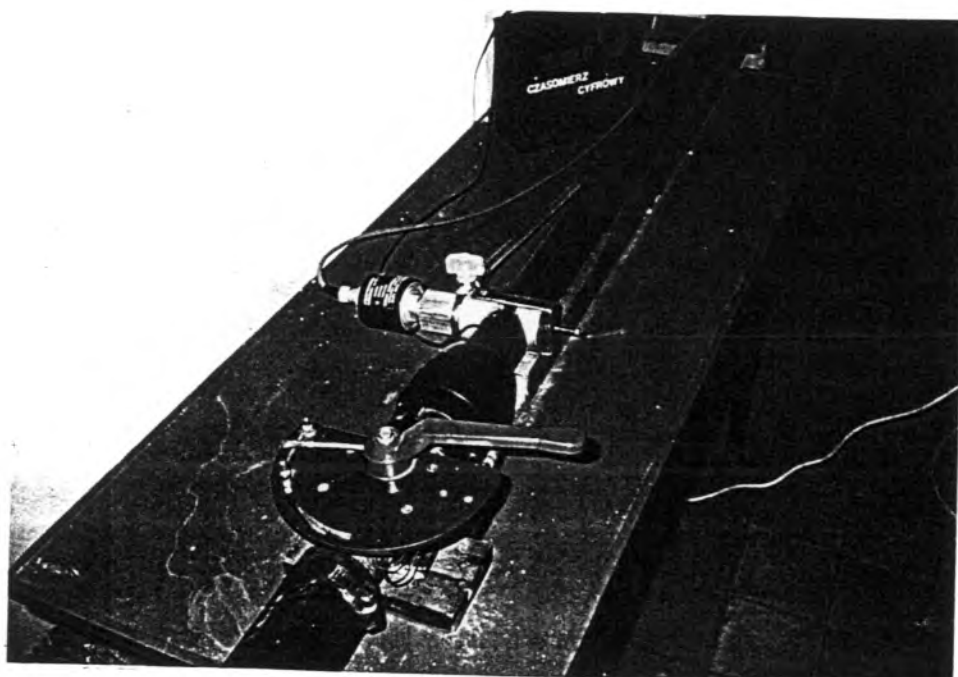
Rys.3.2.c. Zbiornik zasilający.



Rys. 3.2.d. Pomiar wydatku w ruchu ustalonym.



Rys.3.2.e. Komputerowy system rejestracji ciśnienia (komputer z kartą A/C, wzmacniacz).



Rys.3.2.f. System pomiaru czasu zamykania zaworu.

Stanowisko to obejmuje:

- badany ciąg przewodów rurowych o różnej odkształcalności ścianek,
- system zasilania w wodę,
- przyrządy pomiarowe: manometry, wytarowane naczynie do pomiaru natężenia przepływu, stopery do pomiaru czasu napełniania,
- układy rejestracyjne: charakterystyk zaburzenia ciśnienia  $p(t)$  oraz czasu zamykania  $t_z$  zaworu kulowego na wylocie z przewodu,
- układy pomocnicze: przewody podłączające, zawory odcinające i spustowe, zawory napowietrzające i odpowietrzające,

System zasilania stanowił zbiornik hydroforowy, połączony z pompowym układem stabilizacji ciśnienia w budynku tak, że instalacja była zasilana w wodę w sposób ciągły. Dostatecznie duża pojemność zbiornika (300 litrów) w stosunku do pojemności rurociągu badanego i jego wydatku, stabilizacja ciśnienia poduszką powietrza jak i stabilne ciśnienie na zasilaniu (układ pompowy z przetwornicą częstotliwości dla płynnej regulacji pomp) zapewniały stałość warunków zasilania układu, a tym samym ustalony przepływ wody w badanym odcinku pomiarowym, przed wywołaniem uderzenia hydraulicznego. Manometr zamontowany na zbiorniku hydroforowym pozwalał na kontrolę warunków zasilania.

Wyskalowane naczynie pomiarowe w połączeniu ze stoperem służy do pomiaru natężenia przepływu wody w warunkach ustalonych przez badany odcinek rurociągu. Do pomiarów wykorzystywano naczynie pomiarowe o objętości mierniczej  $W=40\text{ l}$ .

$$V_o = \frac{4Q}{\pi D^2}, \quad (3.1)$$

ponieważ:

$$Q = \frac{W}{t}, \quad (3.2)$$



stąd:

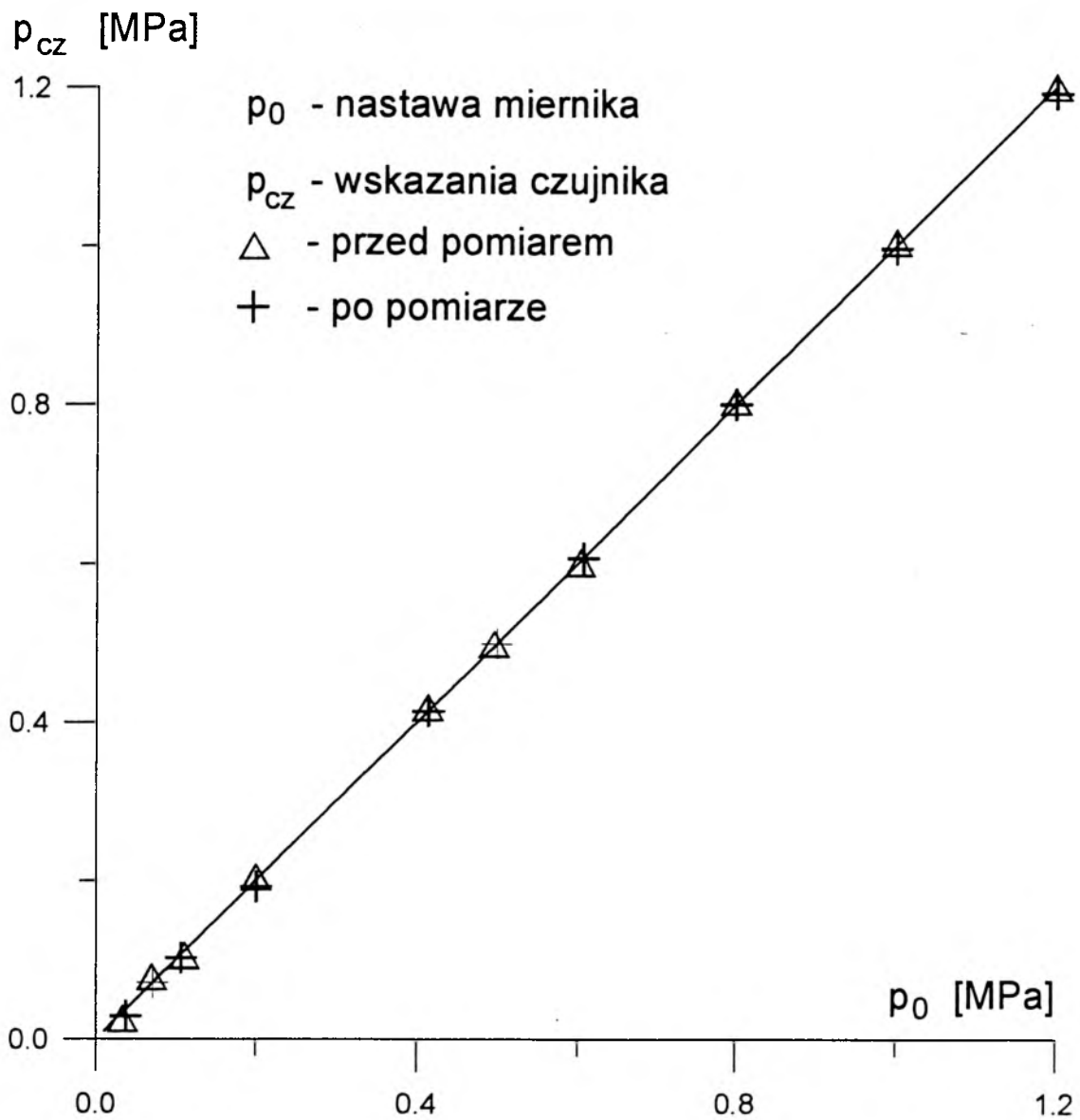
$$V_o = \frac{4W}{\pi D^2 t} \quad (3.3)$$

Dla stosowanych w badaniach średnich prędkości przepływu wody w ruchu ustalonym, czas  $t$  napełniania naczynia pomiarowego wynosił nie mniej niż 30s. Pomiar czasu napełniania dokonywany był stoperem ręcznym o dokładności wskazań 0.01 s. Błąd względny pomiaru prędkości średniej  $V_o$  wynosił maksymalnie 2.5 % wyznaczonej wartości. Błąd ten określany był metodą różniczki logarytmicznej, dla oszacowanych błędów pomiaru: objętości naczynia pomiarowego ( $\Delta W=0.25$  l), czasu pomiaru ( $t=0.05$  s), średnicy przewodu ( $\Delta D=0.25$  mm).

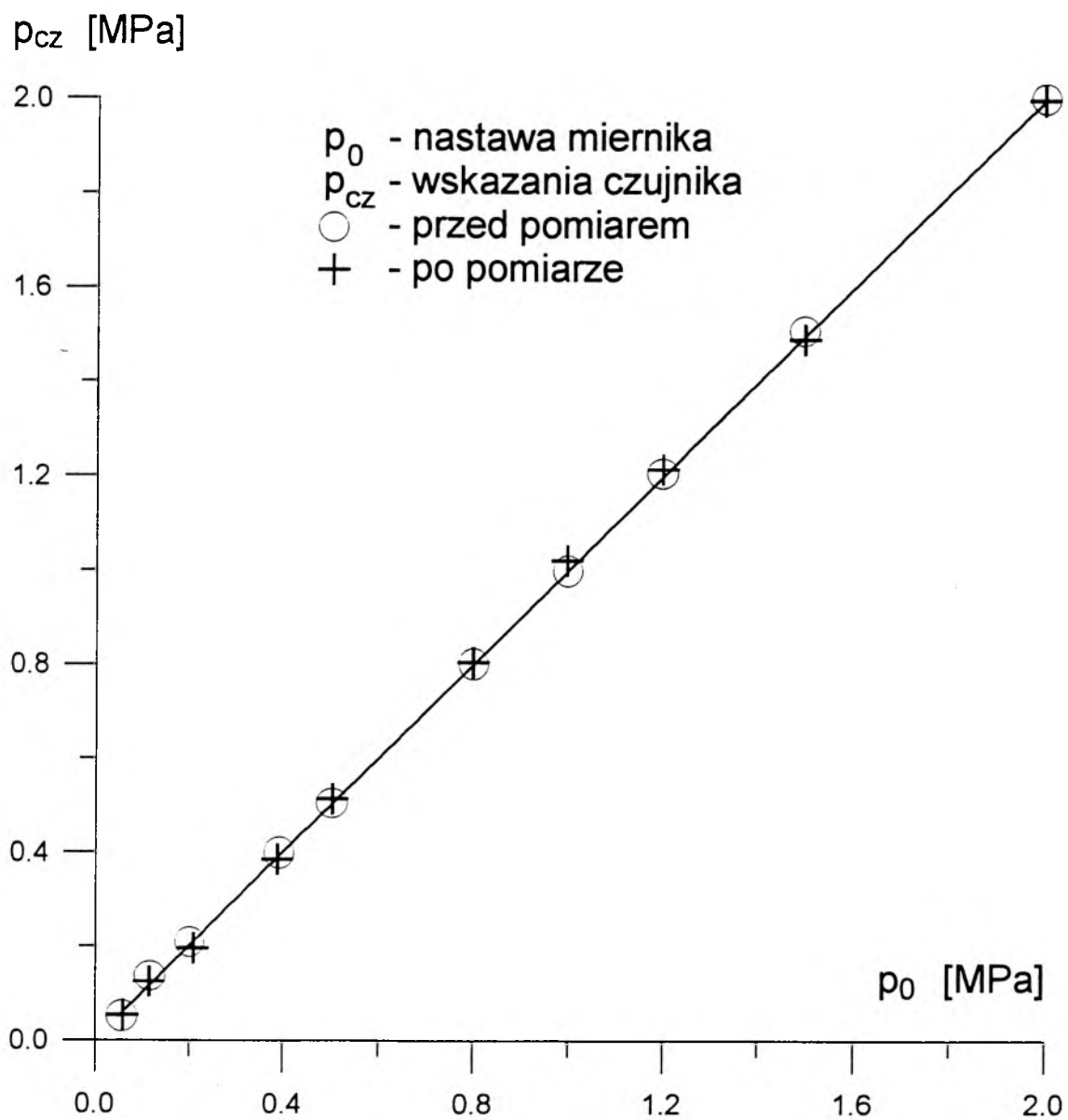
Stanowisko wyposażono w układy do rejestracji :

- przebiegu zmian ciśnienia w czasie w wybranych punktach układu rur,
- czasu zamykania zaworu odcinającego o znanej charakterystyce.

Tensometryczne przetworniki ciśnienia o odpowiednio małych stałych czasowych zamontowane były w wybranych punktach układu rurowego tak, że nie zaburzały przepływu cieczy w warunkach ustalonych. Sygnały z przetworników, po przejściu przez wielokanałowy wzmacniacz typu ZEP-101 były rejestrowane przez komputer z kartą analogowo-cyfrową 12 MHz. Poziom zniekształceń toru pomiarowego dla wszystkich stosowanych przetworników wynosił poniżej 1.5%. Dodatkowo układ pomiarowy wykazywał dużą liniowość wskazań, ze współczynnikiem korelacji wynoszącym co najmniej 0.999 w zakresie zmian ciśnienia znacznie szerszym niż warunki występujące podczas pomiarów [66]. Wskazania stosowanych czujników tensometrycznych, o zakresie wskazań 1.2 oraz 2.0 MPa, były w trakcie badań doświadczalnych kontrolowane. Polegało to na porównaniu, bezpośrednio przed i po danej serii pomiarowej, wskazań tych czujników ze wskazaniami manometru sprężystego układu tarowania manometrów. Wyniki takich porównań podane zostały na rys. 3.3 i 3.4.



Rys. 3.3. Charakterystyka tarowania czujnika tensometrycznego 1.2 MPa



Rys. 3.4. Charakterystyka tarowania czujnika tensometrycznego 2.0 MPa

Pomiary doświadczalne obejmowały :

- pomiar natężenia przepływu cieczy w warunkach ustalonych,
- pomiar ciśnienia początkowego w hydroforze,
- kontrolę temperatury wody,
- zamknięcie zaworu regulacyjnego połączone z pomiarem czasu zamykania (dla kontroli warunków wzbudzenia uderzenia hydraulicznego),
- rejestrację przebiegu ciśnienia  $p(t)$  w wybranych punktach układu rurowego.

Stosowane oprogramowanie systemu pomiarowego pozwalało na „rozciąganie” uzyskanych przebiegów ciśnień tak wzdłuż osi poziomej (oś czasu) jak i pionowej (oś ciśnienia). Pozwalało to na dokładną ocenę przebiegu zmian ciśnienia w czasie i analizę, czy w badanym przypadku nie wystąpiły szkodliwe oddziaływania uboczne jak oddziaływanie pęcherzyków powietrza, zjawisko kawitacji [4, 16, 17, 18, 33, 34, 43, 45], zakłócenia ciśnienia zasilania, wielkości natężenia przepływu itp. Oprogramowanie posiadało również opcje wygładzania i uśredniania charakterystyk  $p(t)$ . Jednocześnie możliwa była regulacja czasu próbkowania, jak również czasu całego pomiaru. Wyniki pomiarów uzyskiwano w postaci cyfrowej, możliwej do obróbki przy użyciu powszechnie stosowanych programów systemu Windows. „Rozciąganie” wykresów na osi czasu pozwalało określać parametry uderzenia z bardzo dużą dokładnością. Szczególnie istotnym do analizy zjawiska parametrem był okres fali ciśnienia  $T$ . Okres ten był określany z dokładnością 0.5 % wyznaczonej wartości.

Czas zamykania zaworu kulowego o nastawnym kącie położenia wrzeczona był określany za pomocą elektronicznego miernika czasu zamknięcia z dokładnością  $10^{-3}$  s. Dla stosowanych długości odcinków pomiarowych, średnic przewodów i grubości ścianki oraz rodzaju materiału przewodu rurowego, najkrótszy okres fali ciśnienia dotyczył przewodu stalowego. Okres ten wynosił  $T=0,025$  s i był 25 razy dłuższy od dokładności

zastosowanego miernika. Pomierzony czas zamykania zaworu kulowego wynosił 0,015 – 0,020 s i był krótszy od najkrótszego okresu fali ciśnienia  $T$  w przewodzie stalowym. Oznacza to, że wszystkie serie badań uderzenia hydraulicznego były uderzeniami prostymi dodatnimi.

Przewody do badań układane były na sztywnym podłożu (beton, krata stalowa). Z jednej strony badany odcinek rurociągu podłączany był do zbiornika zasilającego (10), z drugiej do regulacyjnego zaworu kulowego (6). Ciąg przewodów był mocowany na całej swej długości (co 1 m) do podłoża. Dodatkowo, na początku rurociągu (zbiornik) i końcu (zawór) wykonane były punkty stałe tak, że ciąg przewodów nie miał możliwości ruchu wzdłuż swej osi, zaś na boki ruch ten bardzo ograniczony.

Odcinki przewodu stalowego (o długości 6 i 7 m) łączone były ze sobą za pomocą złączek, przy doczołowym dosunięciu do siebie odcinków rur. Rury z PVC łączone były kielichowo przy zastosowaniu uszczelki gumowych. W celu zabezpieczenia rurociągu przed wysuwaniem się rur z kielichów połączenia te były dodatkowo wzmocnione specjalnymi usztywnieniami. Rury z polietylenu łączone były specjalnymi złączkami. Również połączenia między różnymi rodzajami rur wykonane były przy użyciu tych złączek. Pozwalało to uzyskiwać rurociągi złożone o stałym prześwicie, bez elementów zaburzających przepływ (jakimi mogłyby być np. zgrzewy doczołowe i tworzące się w takich przypadkach wypłytki materiału). Jednocześnie, zastosowanie specjalnych złączek pozwalało na wielokrotne wykorzystanie tych samych odcinków rur w różnej konfiguracji, co przyspieszało ich montaż oraz znacząco obniżało koszt prowadzonych doświadczeń.

Przebieg pomiarów .

1. Ustalenie wartości ciśnienia w zbiorniku zasilającym (10) przy użyciu zaworu odcinająco-redukującego (11).
2. Pomiar przepływu w warunkach ustalonych.

3. Wywołanie uderzenia hydraulicznego poprzez zamknięcie zaworu odcinającego (6) przy jednoczesnym zamknięciu zaworu redukcyjnego (11).
4. Rejestracja czasu zamknięcia zaworu regulacyjnego.
5. Rejestracja zmian ciśnienia  $p(t)$  w wybranych punktach pomiarowych.

Punkty 3, 4 i 5 były wykonywane jednocześnie.

Zamknięcie zaworu odcinającego (11) powodowało, że układ pomiarowy pracował jak ze zbiornikiem zamkniętym. Stąd, do instalacji wody zimnej, z której zasilano stanowisko doświadczalne, nie było przenoszone zaburzenie ciśnienia wywołane zjawiskiem uderzenia hydraulicznego.

Duża pojemność zbiornika (10) w stosunku do pojemności rurociągu (2) oraz zamykanie zaworu (11) powodowała, że uderzenie hydrauliczne przebiegało w warunkach praktycznie niezmiennego ciśnienia w tym zbiorniku. Czas trwania uderzenia hydraulicznego zależał od długości badanego ciągu przewodów i dla najdłuższego badanego odcinka (130 m) nie przekraczał 20 s.

Wszystkie pomiary dotyczyły prostego uderzenia hydraulicznego w warunkach eliminacji zjawiska kawitacji parowej [34]. Aby spełnić ten warunek utrzymywane było odpowiednio wysokie ciśnienie w zbiorniku zasilającym, a ponadto, każdy pomiar był oceniany bezpośrednio po zakończeniu rejestracji charakterystyk ciśnienia. Po rozciągnięciu na osi czasu wspomnianych charakterystyk, analizowane były przebiegi  $p(t)$  dla pierwszej i kilku jej kolejnych ujemnych faz. W przypadku spadku ciśnienia do wartości ciśnienia pary nasyconej, bądź gdy pojawiające się oscylacje kawitacji gazowej mogłyby oddziaływać na dokładność mierzonych parametrów, pomiar taki był odrzucany.

#### **Zakres badań.**

Pomiary zostały wykonane dla następujących rodzajów rur :

- stalowe - rury stalowe ocynkowane,
- MDPE (PE80) – polietylen o średniej gęstości,
- PCV-U – utwardzony PCV.

Dane o rurach zastosowanych do badań zawarto w poniższej tabelicy 3.1.

TABLICA 3.1. Rury stosowane do badań.

Lp.	Materiał	$D_z$	e	SDR	PN	Producent [-]
	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[MPa]	
1	MDPE	50,0	4,6	10,9	1.0	Wavin
2	MDPE	50,0	3,0	16,7	0.6	Wavin
4	PCV-U	50,0	2,4	20,8	1.0	Wavin
5	stal	47.8	2,7	-	1.6	-

gdzie: SDR (standard Dimensional Ratio) jest stosunkiem średnicy zewnętrznej przewodu do grubości ścianki przewodu:  $SDR = D_z / e$ ,

PN jest ciśnieniem nominalnym przewodu.

Badania obejmowały połączenia mieszane przewodów o różnej odkształcalności ścianek pod wpływem ciśnienia wewnętrznego (np. stal/PE), dla różnych proporcji ich długości oraz kolejności ułożenia. Dla rurociągu składającego się z rur stalowych i PE (PN10) doświadczenia objęły także wpływ zmian temperatury strumienia wody ( $T_{H2O} = 283$  i  $293$  K). Stosowane w badaniach układy rur zostały opisane w Tabelicy 3.2. W celach porównawczych wykorzystane też zostały wyniki badań dla pojedynczych przewodów wykonanych z jednego materiału ścianki.

TABLICA 3.2a. Badane układy połączeń i stosunki wymiarowe przewodów stalowych i PE.

L.p.	Oznaczenia	$L_s$	$L_g$	L	$L_g/L$
[-]	[-]	[m]	[m]	[m]	[-]
1	S15 G30	15	30	45	0.33
2	G30 S15	15	30	45	0.33
3	S21 G30	21	30	51	0.41
4	G30 S21	21	30	51	0.41
5	S30 G15	30	15	45	0.66
6	G15 S30	30	15	45	0.66
7	S30 G21	30	21	51	0.58
8	G21 S30	30	21	51	0.58
9	S50 G42	50	42	92	0.54
10	G42 S50	50	42	92	0.54
11	S70 G60	70	60	130	0.54
12	G60 S70	70	60	130	0.54
13	S50 G18	50	18	68	0.73
14	G18 S30	30	9	39	0.77
15	G30 S9	9	30	39	0.23
16	S30 C9	30	9	39	0.23
17	C9 S30	30	9	39	0.23
18	C21 S9	9	21	30	0.30
19	C9 S21	21	9	30	0.30

TABLICA 3.2b. Badane układy połączeń i stosunki wymiarowe przewodów polietylenowych PE (PN10) i PE (PN6).

L.p.	Oznaczenia	$L_g$	$L_c$	L	$L_g/L$
[-]	[-]	[m]	[m]	[m]	[-]
20	C21 G30	30	21	51	0.41
21	C12 G24	12	24	36	0.33
22	C24 G24	24	24	48	0.5
23	G24 C24	24	24	48	0.5

gdzie:

C⇒PN6

G⇒PN10

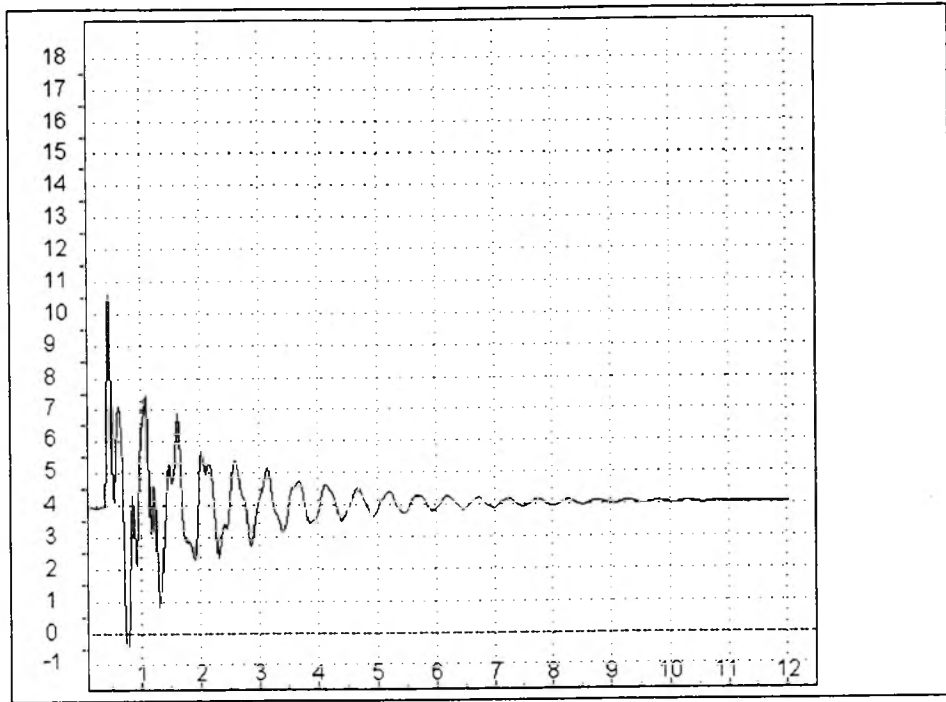


TABLICA 3.2c. Badane układy połączeń i stosunki wymiarowe przewodów stalowych i PVC-u.

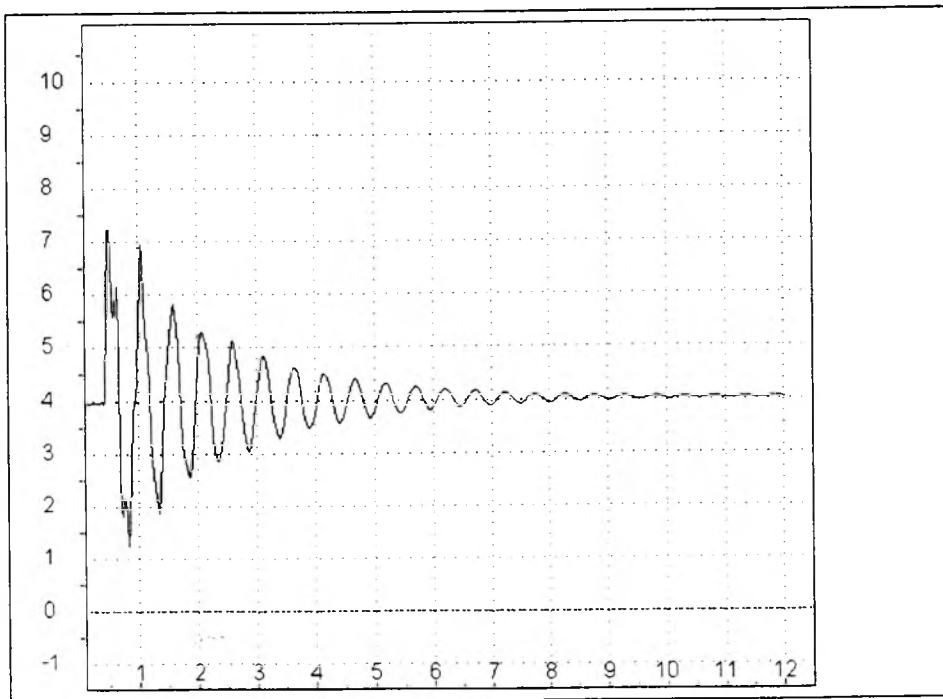
L.p.	Oznaczenia	$L_s$	$L_{pl}$	L	$L_s/L$
[-]	[-]	[m]	[m]	[m]	[-]
24	U27 S9	9	27	36	0.25
25	U27 S23	23	27	50	0.46
26	U15 S23	23	15	38	0.605
27	S30 U21	30	21	51	0.59
28	S30 U9	30	9	39	0.77

### 3.2. WYNIKI POMIARÓW

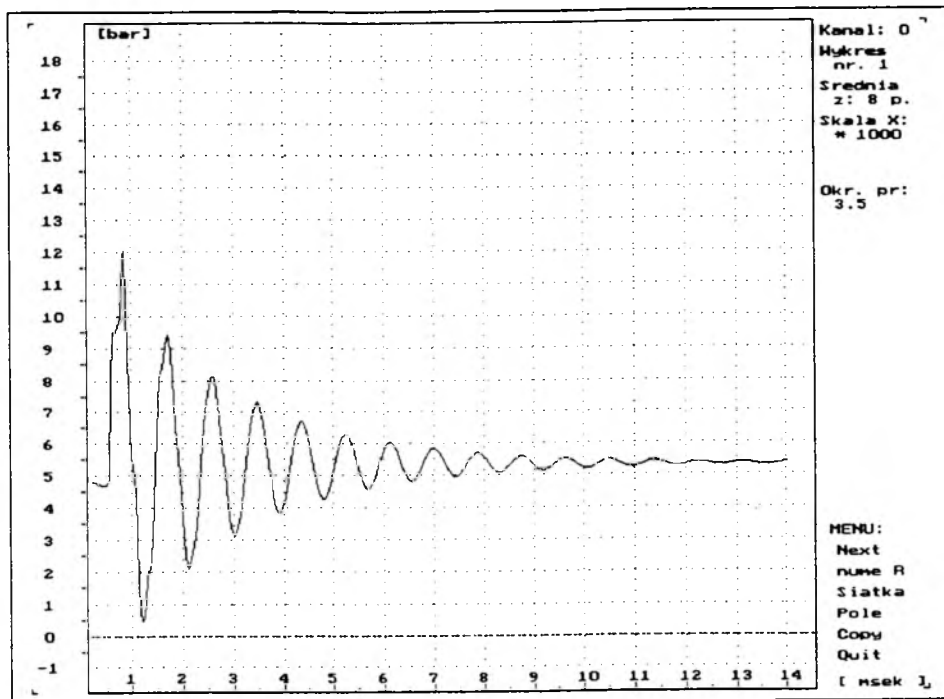
Na rysunkach 3.5-3.12 przedstawione zostały wybrane, zarejestrowane charakterystyki ciśnienia  $p(t)$  dla układów przewodów o różnej odkształcalności ścianek. Każdy układ składał się z dwóch przewodów. Zarejestrowane zależności  $p(t)$  obejmują: charakterystyki przy zaworze wylotowym. (w tym przebieg kilku pierwszych faz tych charakterystyk) oraz zestawienie przebiegu charakterystyk dla trzech przekrojów pomiarowych (rys. 3.1). W celu lepszej interpretacji otrzymanych rezultatów na rys.3.13-3.16 podane zostały zarejestrowane charakterystyki ciśnienia dla pojedynczych przewodów stosowanych w badaniach (stal, PE(PN6), PE(PN10) i PVC-u). Na rysunkach, dotyczących pierwszych faz przebiegu zjawiska, zaznaczone zostały okresy fali zaburzenia ciśnienia  $T$ . Obliczone wartości  $T$  (średnie arytmetyczne wartości dla 4-10 pierwszych faz uderzenia hydraulicznego) pozwoliły określić zarówno wypadkowe, jak też indywidualne prędkości fali ciśnienia  $c$  dla stosowanych układów jak też rurociągów wykonanych z jednego rodzaju przewodów. Prędkości te były obliczone ze wzoru (2.71). Indywidualne prędkości zaburzenia zostały podane w Tablicy 3.3. W tablicy tej podane również zostały prędkości zaburzenia obliczane ze wzoru Żukowskiego (2.13) dla modułu sprężystości materiału ścian  $E$ , określanego na podstawie powolnego rozciągania próbki materiału [19].



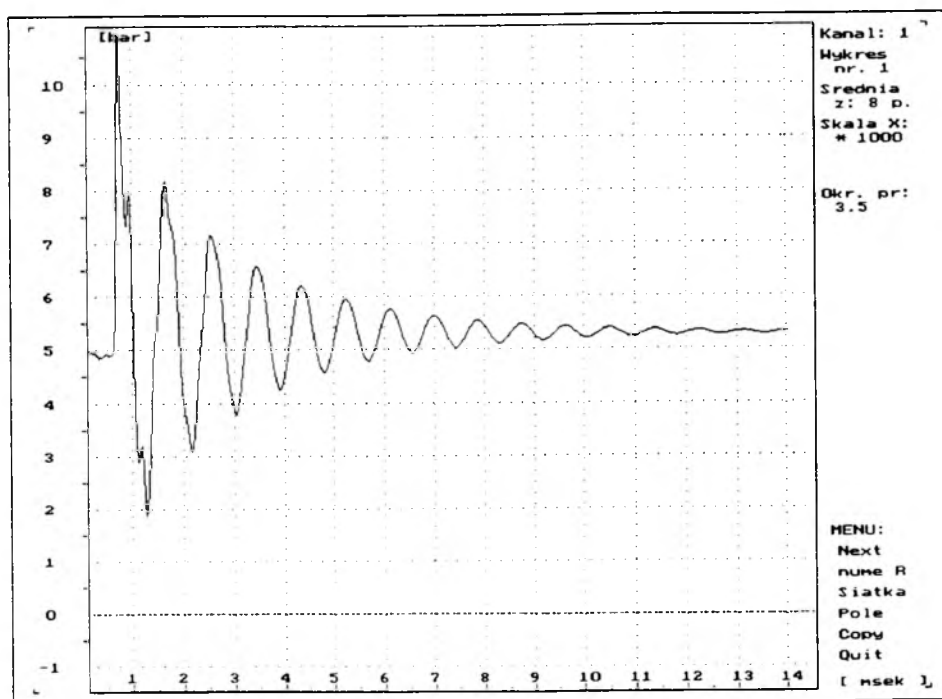
Rys. 3.5a. Charakterystyka  $p(t)$  w przekroju wylotowym dla układu: stal ( $L_s=50$  m) i PE (PN10) ( $L_p=42$  m). Legenda: przewód stalowy na wylocie,  $L_s/L=0.54$ ,  $c=730$  m/s.



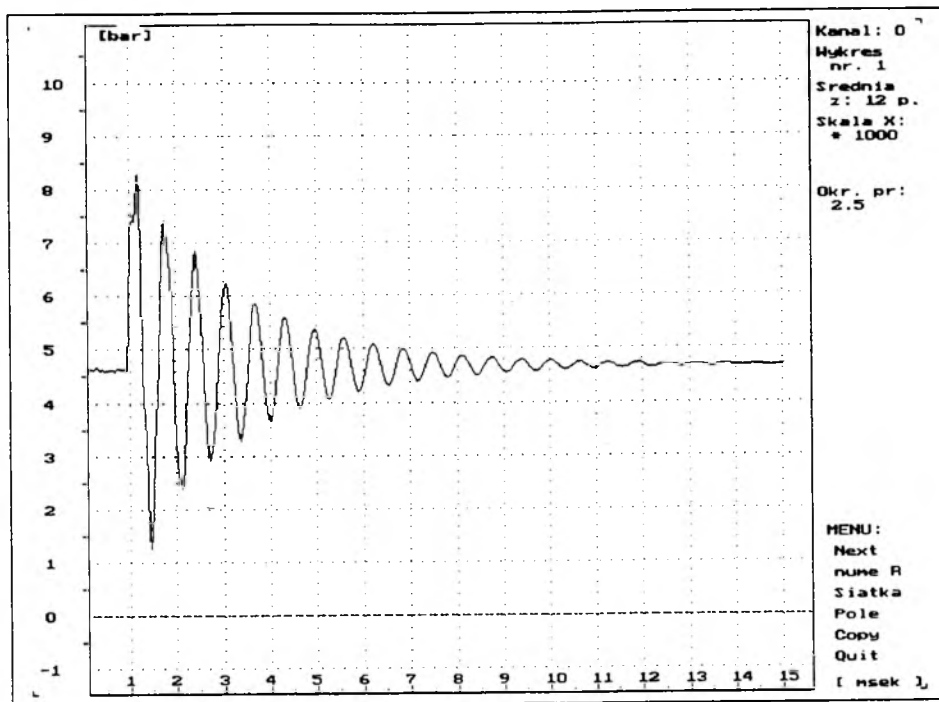
Rys. 3.5b. Charakterystyka  $p(t)$  w przekroju łączenia rur dla układu: stal ( $L_s=50$  m) i PE (PN10) ( $L_p=42$  m). Legenda: przewód stalowy na wylocie,  $L_s/L=0.54$ ,  $c=730$  m/s.



Rys. 3.6a. Charakterystyka  $p(t)$  w przekroju wylotowym dla układu: stal ( $L_s=50$  m) i PE (PN10) ( $L_p=42$  m). Legenda: przewód PE na wylocie,  $L_s/L=0.54$ ,  $c=440$  m/s.

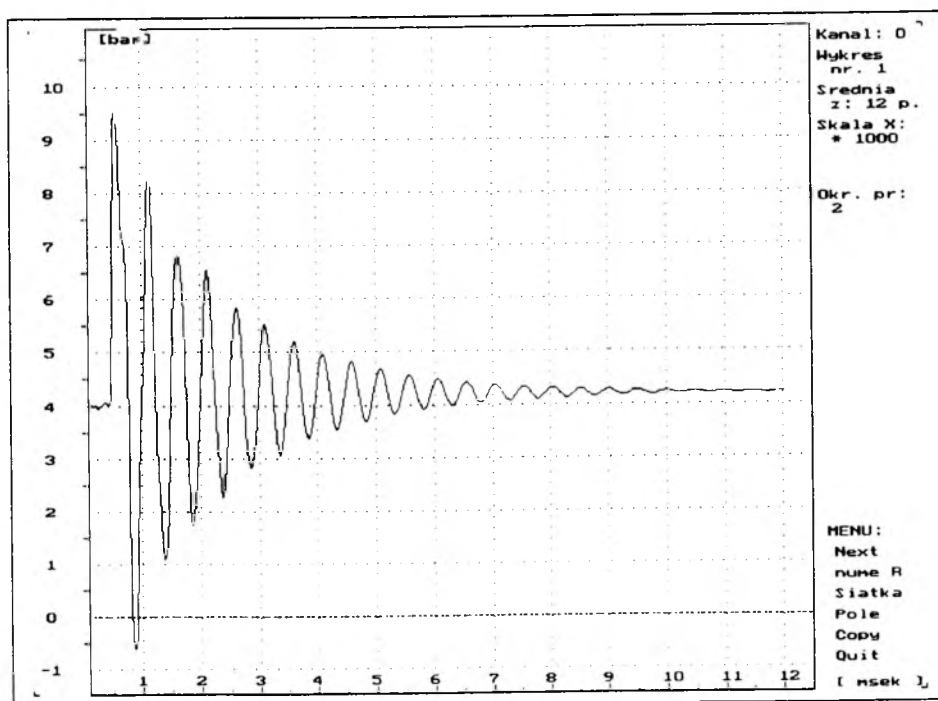


Rys. 3.6b. Charakterystyka  $p(t)$  w przekroju łączenia rur dla układu: stal ( $L_s=50$  m) i PE (PN10) ( $L_p=42$  m). Legenda: przewód PE na wylocie,  $L_s/L=0.54$ ,  $c=440$  m/s.



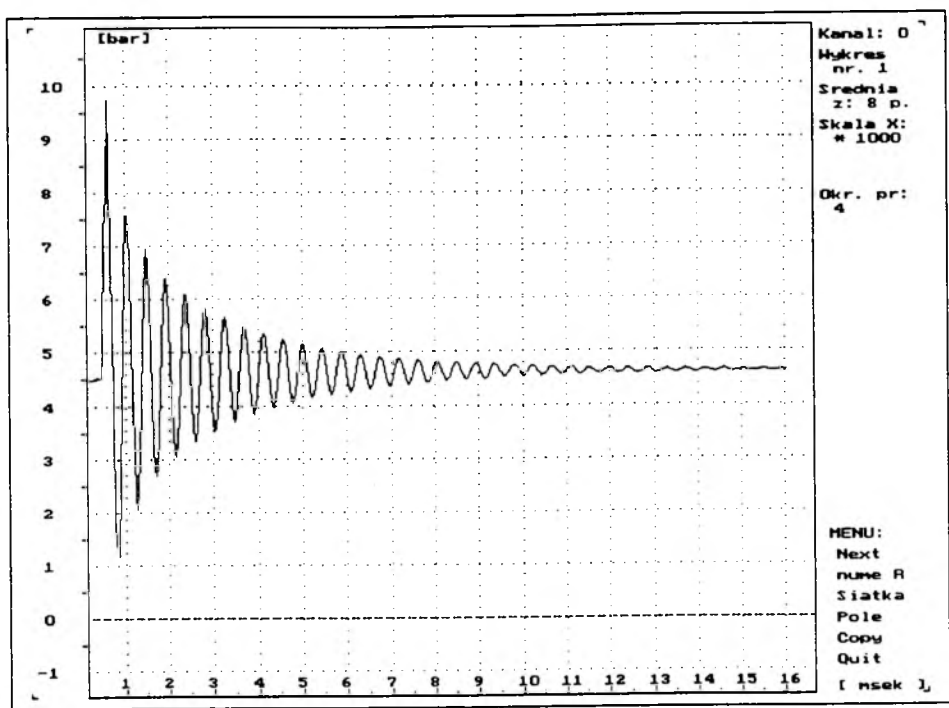
Rys. 3.7. Połączenie PE (PN10)- $L_g=24$  m, PE (PN6)- $L_c=24$  m w przekroju wylotowym.

Legenda: PE (PN10) na wylocie,  $L_g/L=0.5$ ,  $c=370$  m/s.

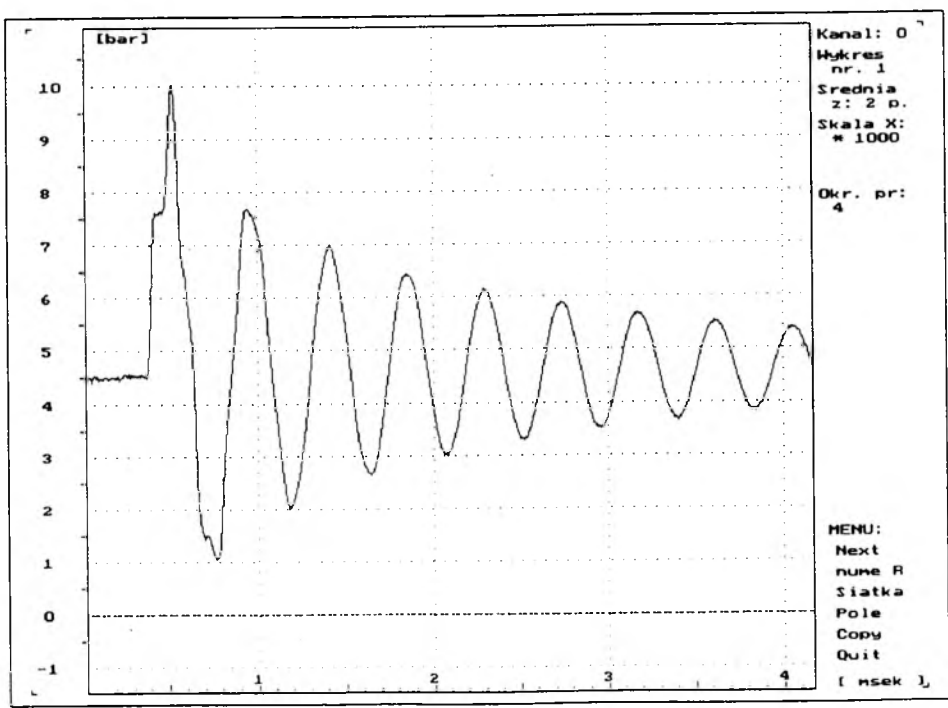


Rys. 3.8. Połączenie PE (PN6)- $L_c=24$  m, PE (PN10)- $L_g=24$  m w przekroju wylotowym.

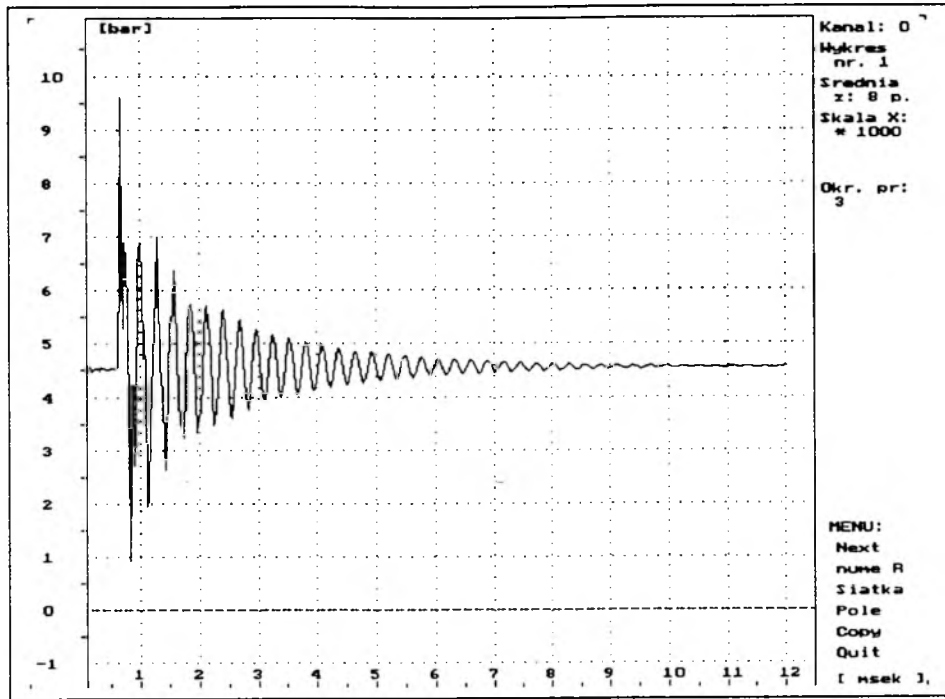
Legenda: PE (PN6) na wylocie,  $L_g/L=0.5$ ,  $c=315$  m/s.



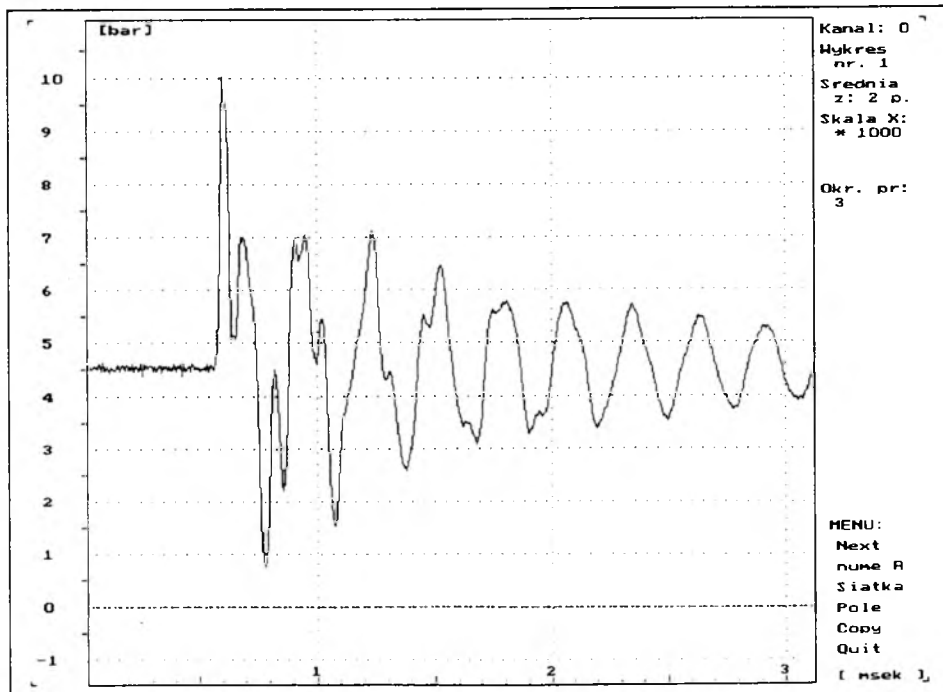
Rys. 3.9a. Charakterystyka  $p(t)$  w przekroju wylotowym dla układu: stal ( $L_s=30$  m) i PVC-u ( $L_p=21$  m). Legenda: przewód PVC-u na wylocie,  $L_s/L=0.59$ ,  $c=460$  m/s.



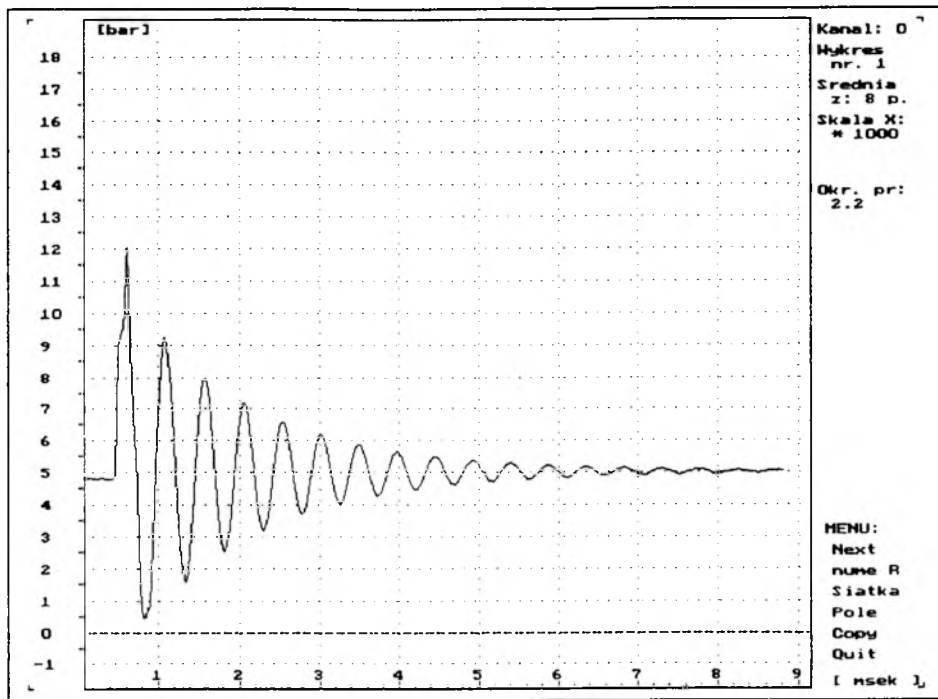
Rys. 3.9b. Początkowe fazy zjawiska charakterystyki z rys. 3.9a.



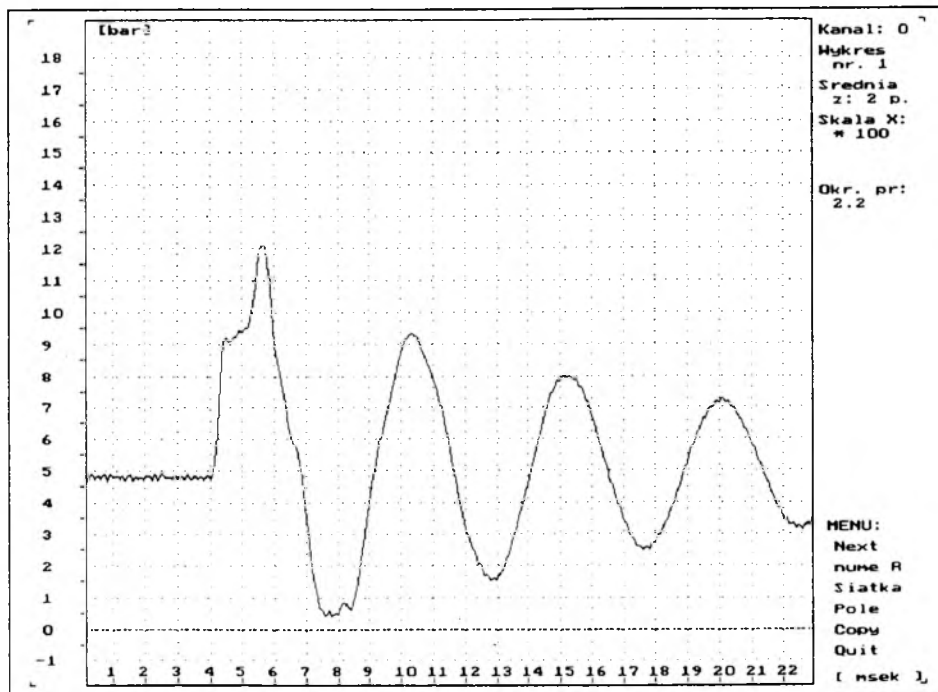
Rys. 3.10a. Charakterystyka  $p(t)$  w przekroju wylotowym dla układu: PVC-u ( $L_p=21$  m) i stal ( $L_s=27$  m). Legenda: przewód stalowy na wylocie,  $L_s/L=0.61$ ,  $c=720$  m/s.



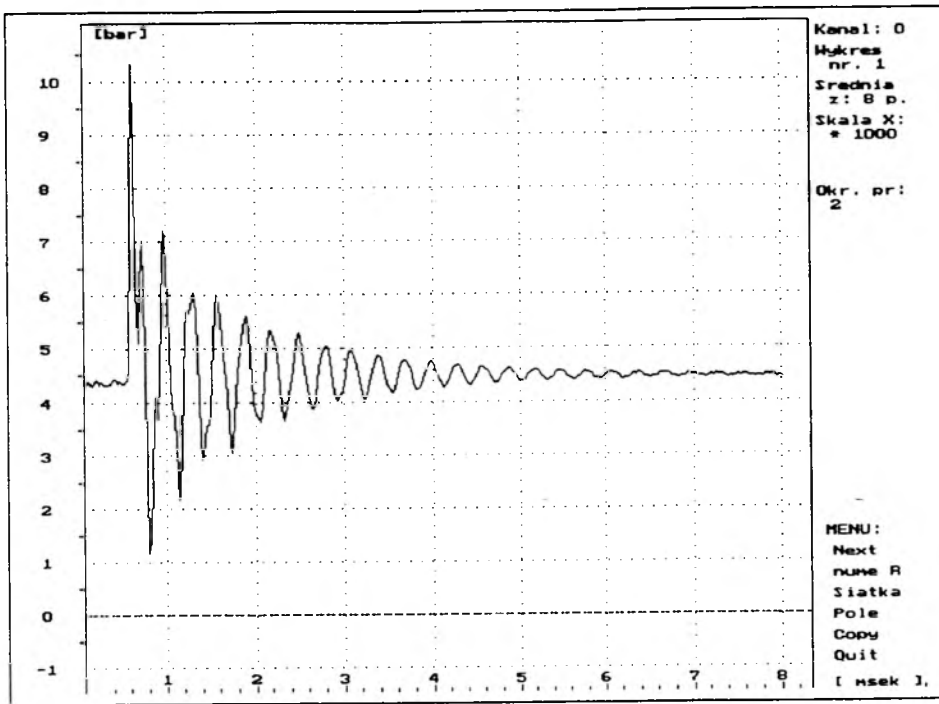
Rys. 3.10b. Początkowe fazy zjawiska charakterystyki z rys. 3.10a.



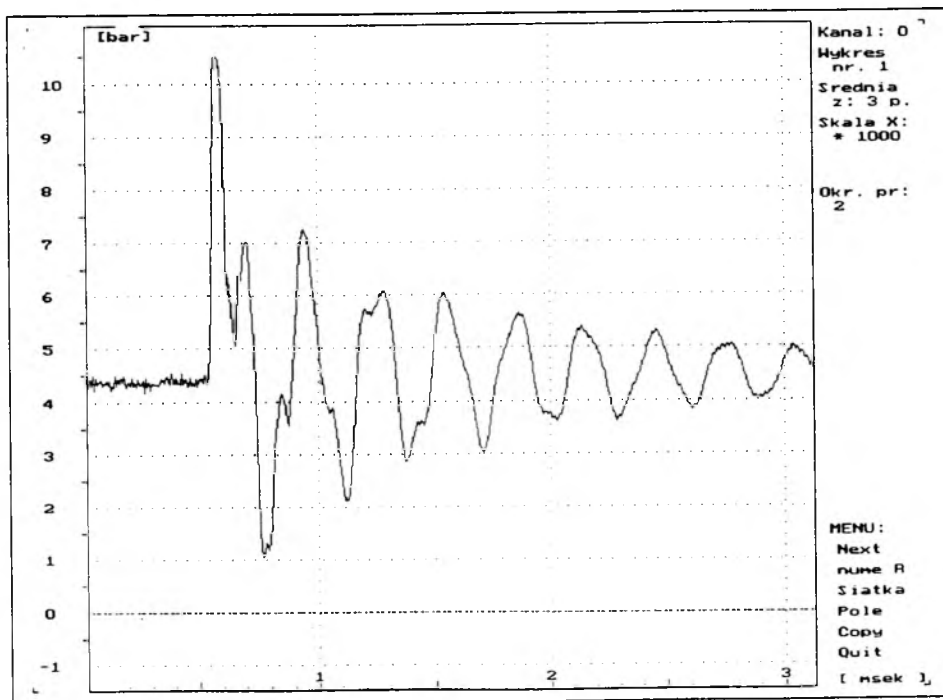
Rys. 3.11a. Charakterystyka  $p(t)$  w przekroju wylotowym dla układu: stal ( $L_s=30$  m) i PE(PN6) ( $L_c=21$  m). Legenda: przewód PE(PN6) na wyl.,  $L_s/L=0.59$ ,  $c=340$  m/s.



Rys. 3.11b. Początkowe fazy zjawiska charakterystyki z rys. 3.11a.

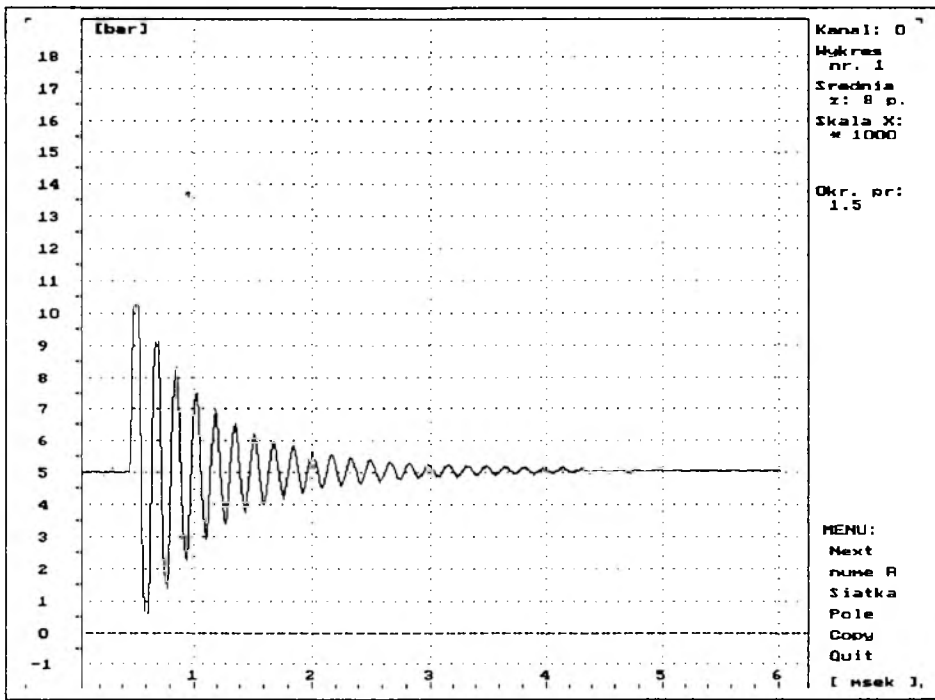


Rys. 3.12a. Charakterystyka  $p(t)$  w przekroju wylotowym dla układu: PE(PN6) ( $L_c=21$  m) i stal ( $L_s=30$  m). Legenda: przewód stalowy na wylocie,  $L_s/L=0.59$ ,  $c=670$  m/s.

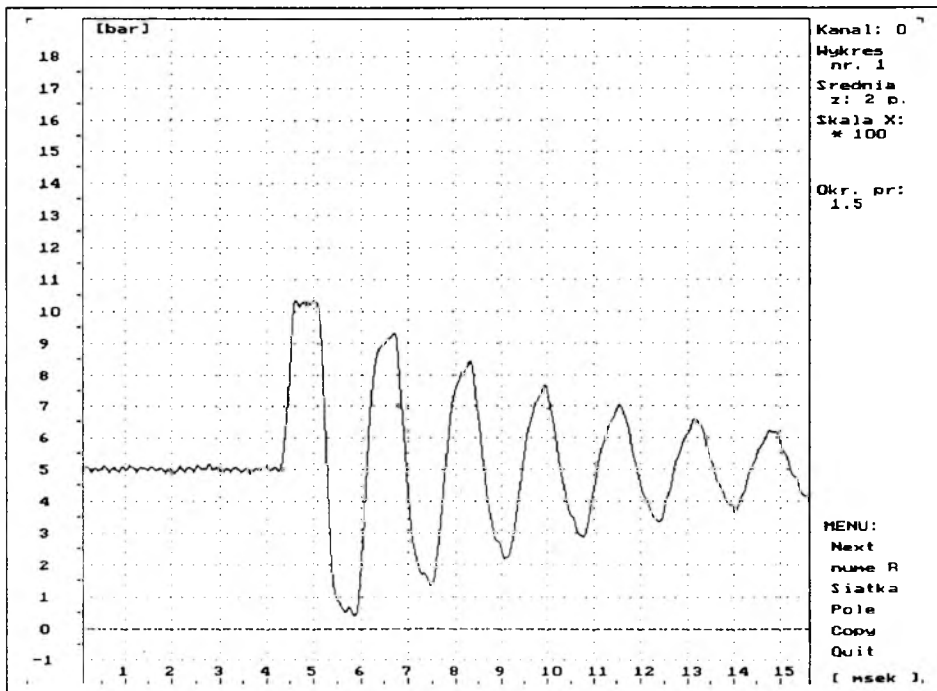


Rys. 3.12b. Początkowe fazy zjawiska charakterystyki z rys. 3.12a.

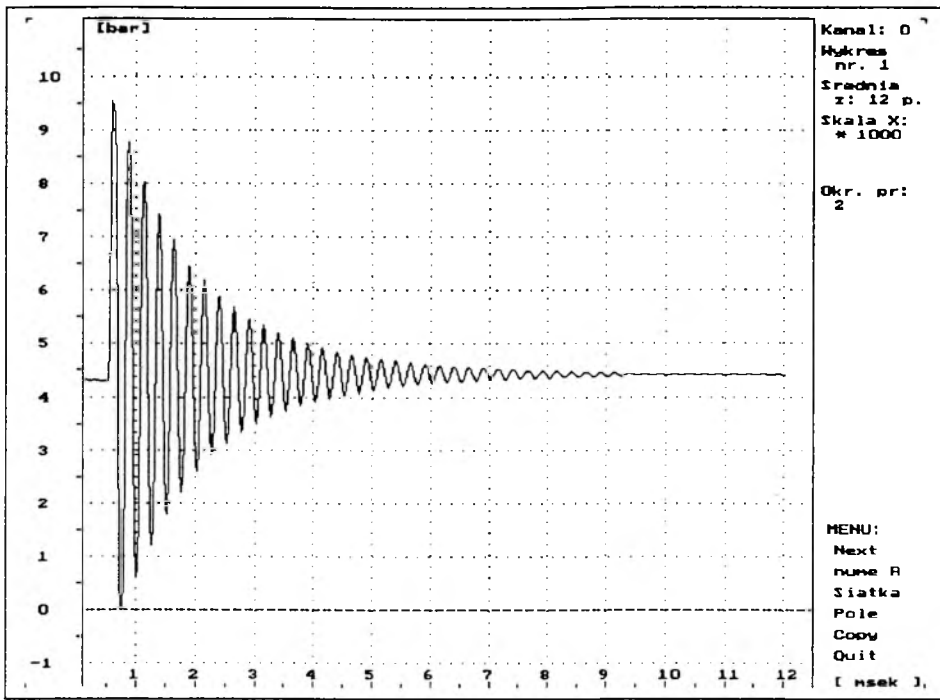




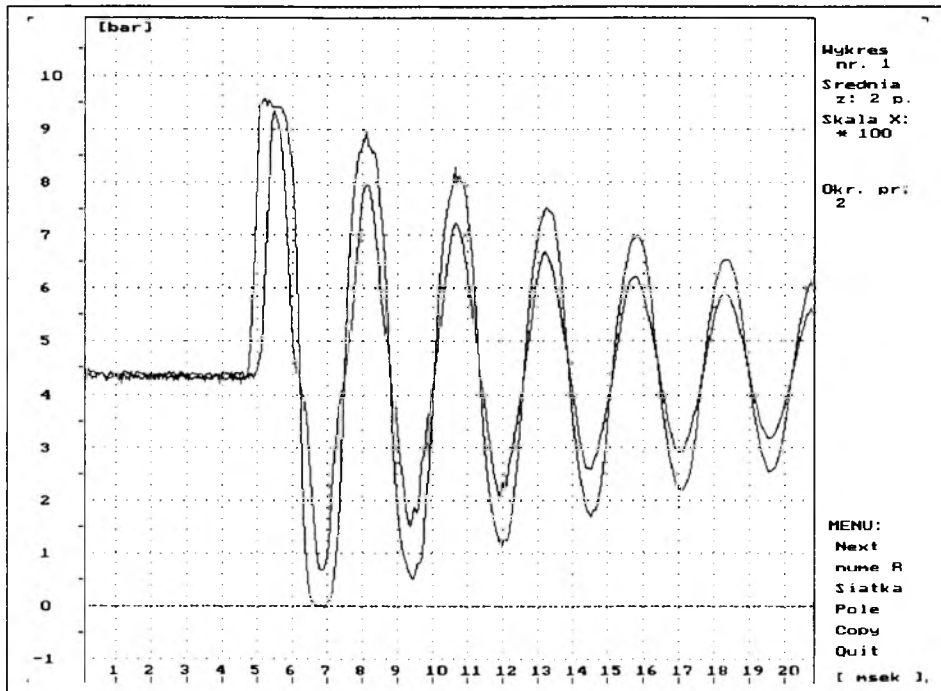
Rys. 3.13a. Charakterystyka  $p(t)$  w przewodzie stalowym  $L_s=51$  m,  $c=1280$  m/s.



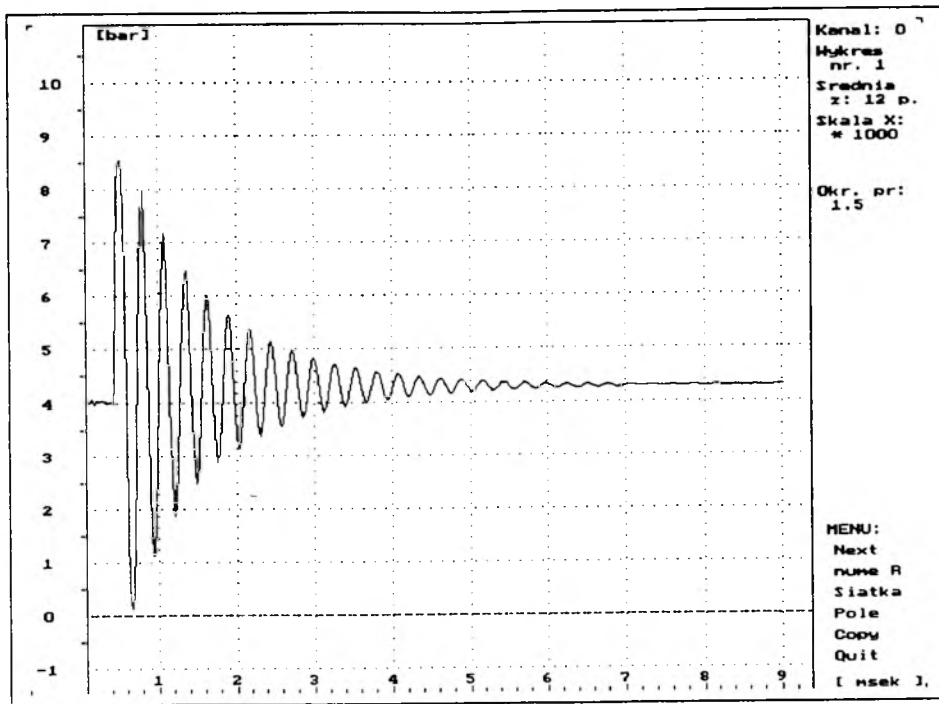
Rys. 3.13b. Początkowe fazy zjawiska charakterystyki z rys. 3.13a. (widoczny wpływ desorpcji w 1-szej fazie)



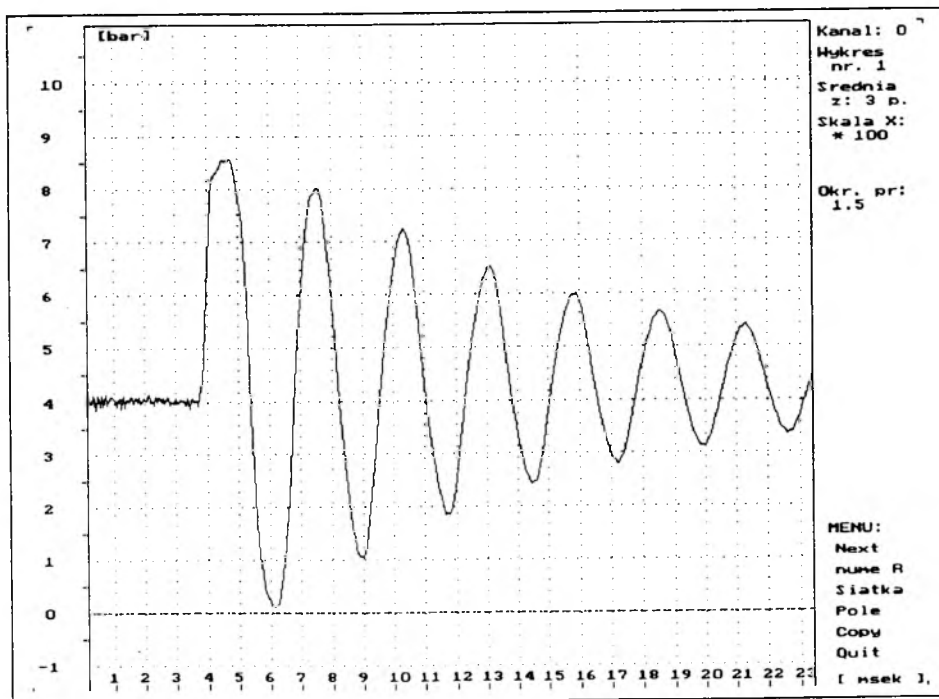
Rys. 3.14a. Charakterystyka  $p(t)$  w przewodzie PVC-u,  $L=27$  m,  $c=425$  m/s.



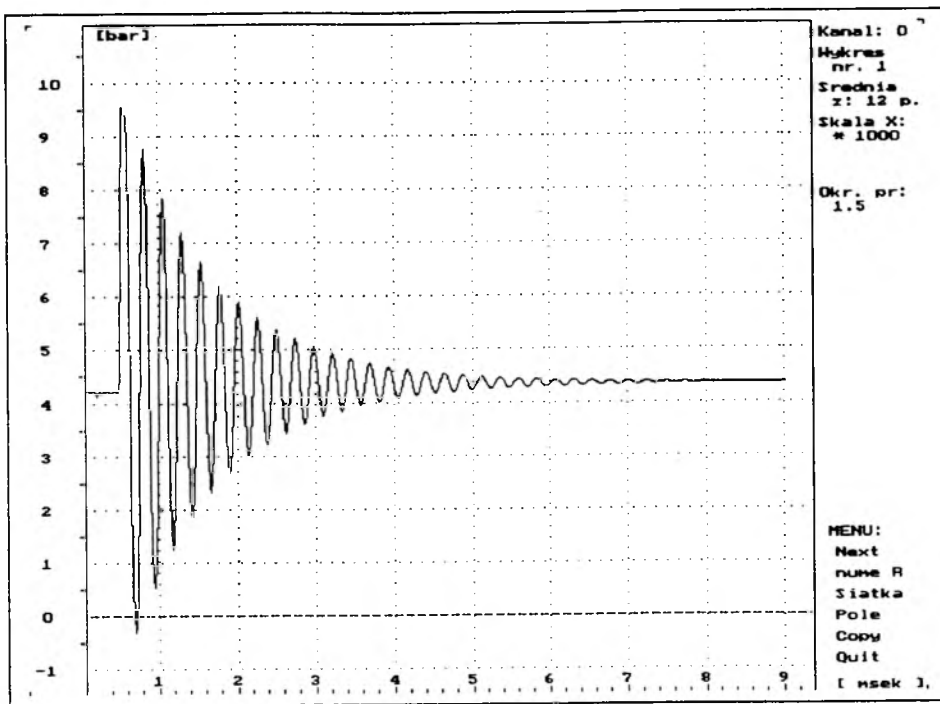
Rys. 3.14b. Początkowe fazy zjawiska charakterystyki z rys. 3.14a w przekroju wylotowym i w części środkowej rurociągu.



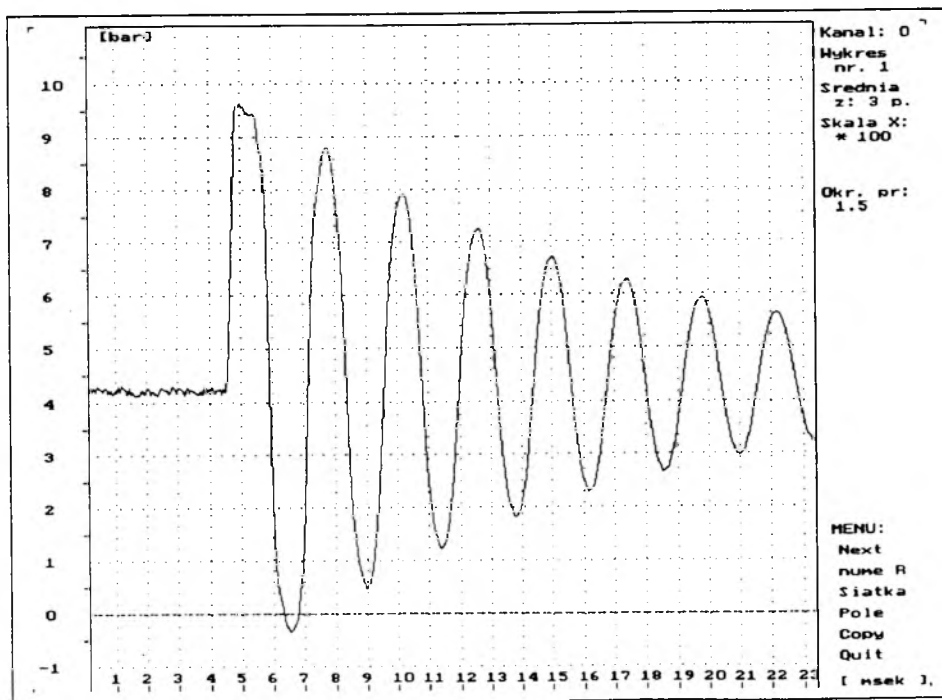
Rys. 3.15a. Charakterystyka  $p(t)$  w przewodzie PE(PN6),  $L=21$  m,  $c=310$  m/s.



Rys. 3.15b. Początkowe fazy zjawiska charakterystyki z rys. 3.15a.



Rys. 3.16a. Charakterystyka  $p(t)$  w przewodzie PE(PN10),  $L=24$  m,  $c=390$  m/s.



Rys. 3.16b. Początkowe fazy zjawiska charakterystyki z rys. 3.16a.

Jak wykazały badania Marshalla et al. [28], Wrzoska [66], Wylie & Streetera [69] oraz innych, dynamiczne wartości tego modułu są wyraźnie wyższe od obliczanych dla statycznego (w warunkach wolnozmiennego rozciągania) modułu sprężystości. Problem, wskazujący na możliwe różnice modułów sprężystości dla tworzyw sztucznych w warunkach statycznego i dynamicznego (szybkozmiennego) obciążania materiału jest szeroko omawiany przez Ashby'ego [2]. Należy w tym miejscu podkreślić, że w zakresie stosowanych długości przewodów, wpływających na szybkozmiennosc zjawiska, pomierzone indywidualne prędkości fali ciśnienia  $c$  są identyczne dla danego rodzaju rur i stosowanej w badaniach doświadczalnych temperatury strumienia (281 K) i otoczenia (ok. 288 ± 2 K). Badania takie, dla różnych długości przewodów ( $9 \leq L \leq 120$  m), przeprowadził Kodura [23].

Zarejestrowane zależności  $p(t)$  dla innych proporcji długości rur o dwóch różnych odkształcalnościach (np.  $L_1/L$ ) znajdują się w archiwum Zakładu Hydrauliki IZWiBW PW. Na rys. 3.17 i 3.18 przedstawione zostały charakterystyki ciśnienia dla rurociągów składających się z trzech rur w układzie: PE/stal/PE (długości odcinków odpowiednio: 21, 50, 21 m) oraz stal/PE/stal (długości odcinków: 25, 42, 25 m). Łączna długość przewodu polietylenowego (PN10) wynosiła 42 m, zaś stalowego 50 m.

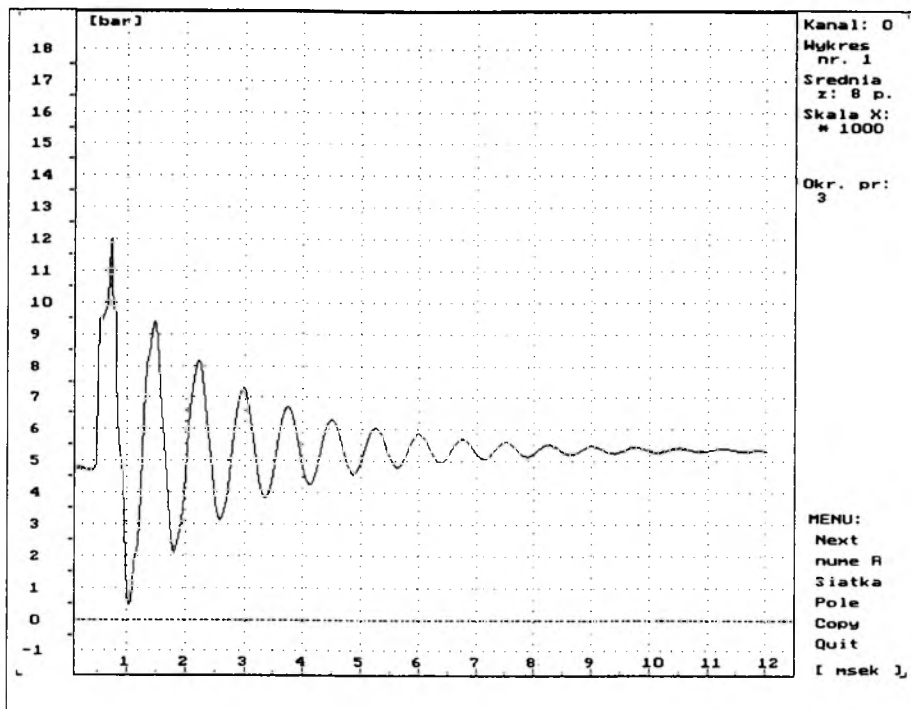
TABLICA 3.3. Pomierzone indywidualne prędkości fali ciśnienia dla różnych przewodów

Materiał	$D_z$	$g$	$c_{teor}$	$c_{rz}$	$t_{pom}$
[-]	[mm]	[mm]	[m/s]	[m/s]	[°C]
stal	48	2.8	1300	1280	10
MDPE (PN6)	50	3.8	250	310	10
MDPE (PN10)	50	4.6	300	390	10
MDPE (PN10)	50	4.6	280	360	20
PVC-u	50	2.8	425	430	10

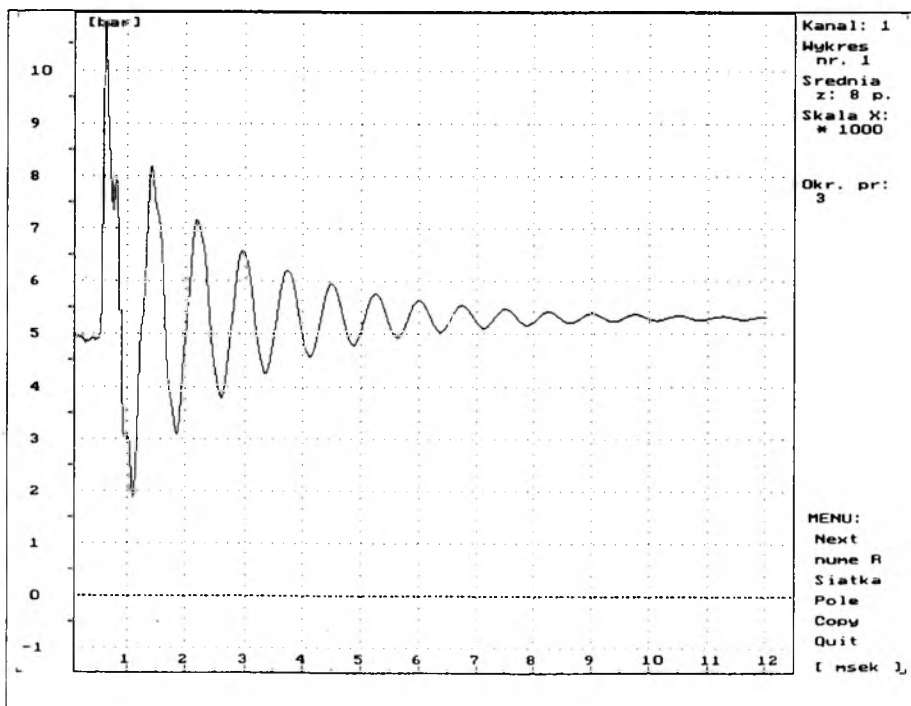
gdzie:

$c_{teor}$  – prędkość teoretyczna dla powolnego rozciągania materiału [19],

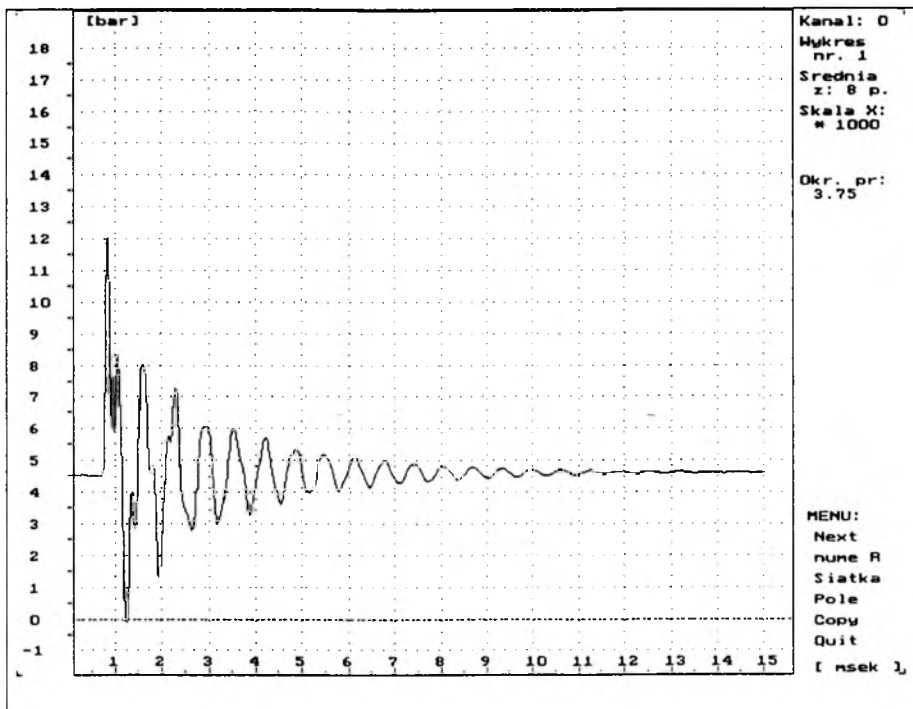
$c_{rz}$  – prędkość pomierzona (błąd pomiaru - 2%)



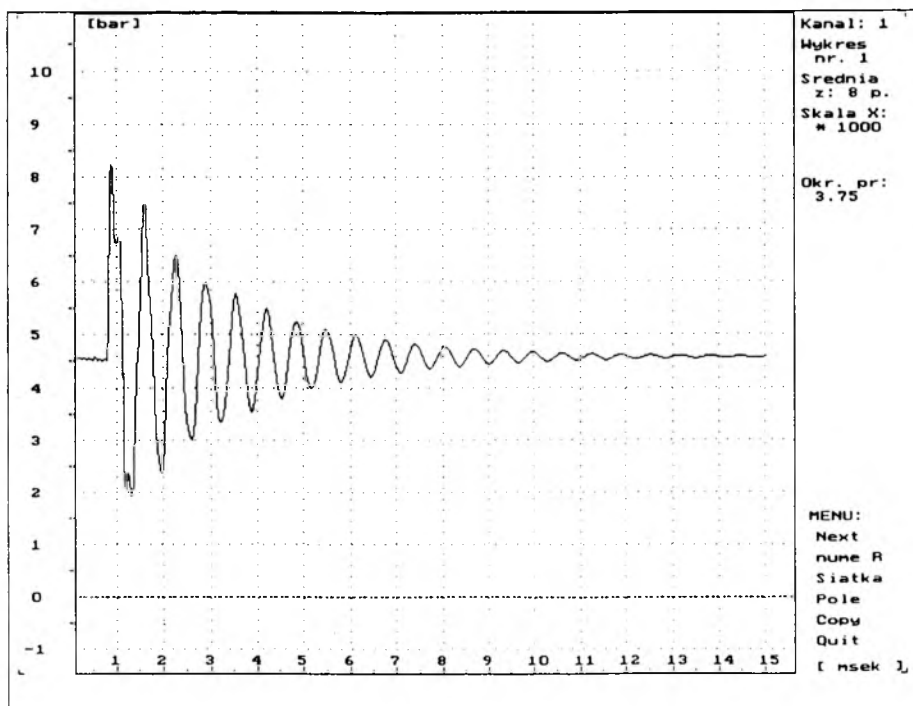
Rys. 3.17a Charakterystyka ciągu przewodów: PE-stal-PE - przekrój wylotowy:  $c_w=510$  m/s.



Rys. 3.17b Charakterystyka ciągu przewodów: PE-stal-PE - przekrój na połączeniu PE – stal.



Rys. 3.18a Charakterystyka ciągu przewodów: stal-PE-stal - przekrój wylotowy:  $c_w=575$  m/s.



Rys. 3.18b Charakterystyka ciągu przewodów: stal-PE-stal - przekrój na połączeniu rur.

#### 4. ANALIZA DOŚWIADCZALNA ROZPRZESTRZENIANIA SIĘ FALI CIŚNIENIA W PRZEWODACH O RÓŻNEJ ODKSZTAŁCALNOŚCI

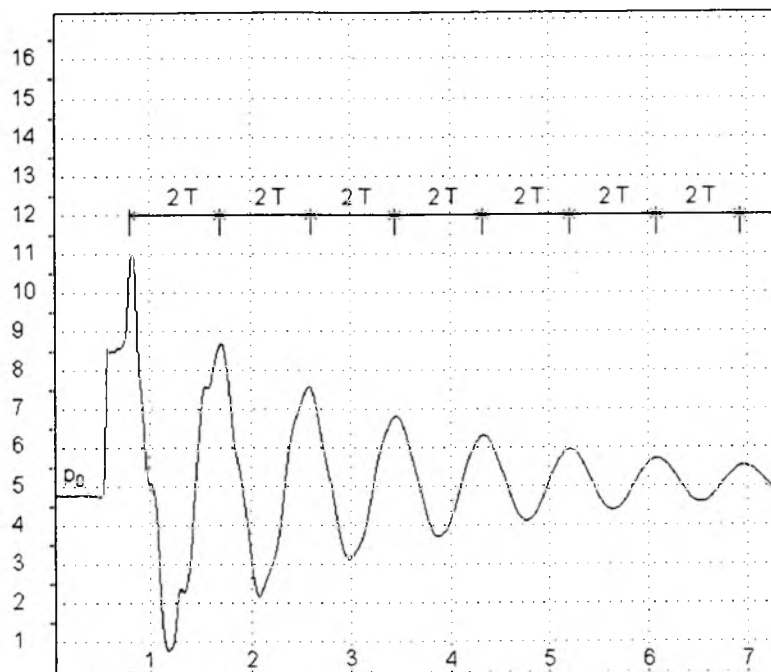
Analiza zarejestrowanych charakterystyk  $p(t)$  wskazuje, że w każdym z badanych połączeń przewodów, zależności te szybko stabilizowały się, osiągając stan gasnącej regularnej oscylacji. Taka tendencja jest spełniona z wyjątkiem pierwszej, lub co najwyżej kilku początkowych faz przebiegu zjawiska, kiedy ujawnia się wpływ odbitych i transformowanych fal ciśnienia. Jak należało się spodziewać, w warunkach mocowania na końcu rurociągu rur o większej odkształcalności, odbicie fali od przewodu sztywniejszego wzmacnia amplitudę ciśnienia w pierwszej dodatniej fazie zjawiska np. rys. 3.6, 3.9, 3.11. Natomiast dla odwrotnego połączenia, odbicie fali osłabia wzrost dodatniej, pierwszej amplitudy np. rys. 3.5, 3.10, 3.12.

Pierwsza, dodatnia amplituda ciśnienia w „zasadzie” odpowiadała maksymalnemu przyrostowi ciśnienia, obliczanemu ze wzoru Żukowskiego (2.13), dla prostego dodatniego uderzenia hydraulicznego. Można to było stwierdzić w tych seriach doświadczeń, gdy pierwsza odbita fala osiągała przekrój wylotowy rurociągu po czasie dłuższym niż czas ustalenia się tego maksymalnego przyrostu. warunek ten był spełniony dla większości serii pomiarowych, z wyjątkiem bardzo krótkich odcinków wylotowych rurociągu. Stwierdzenie w „zasadzie” wynika z faktu, że w pierwszej dodatniej fazie pojawiały się niewielkie oscylacje ciśnienia wynikające z zanikania drobnych pęcherzyków gazu w strumieniu wody [17, 32, 33]. Jednak, oceniając tendencję zmian fali ciśnienia podczas całego czasu trwania uderzenia hydraulicznego można było stwierdzić, że pierwsza dodatnia amplituda ciśnienia stanowi od 90 do 100 % wartości obliczanej ze wzoru Żukowskiego.

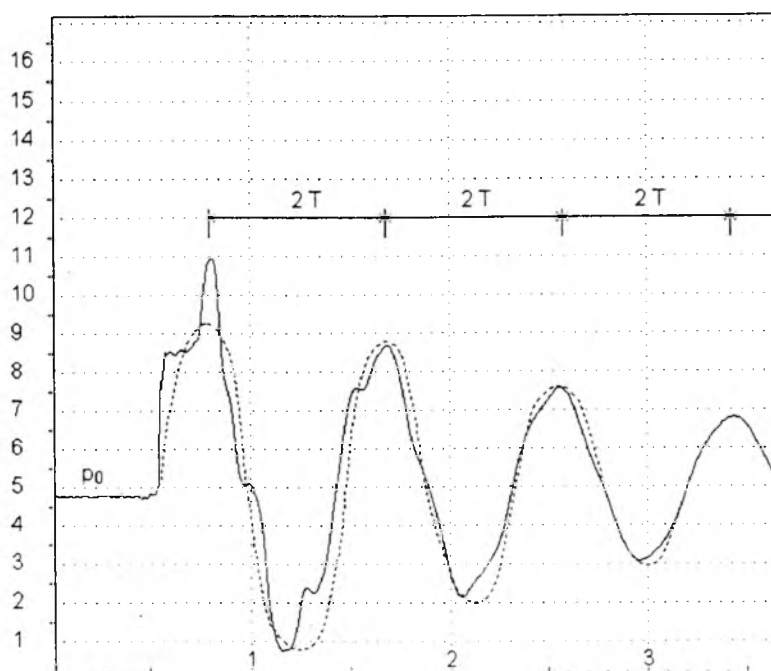
Z analizy charakterystyk wynika, że okres oscylacji własnych  $T_w$  praktycznie ustalał się już od pierwszej fazy uderzenia hydraulicznego. W celu lepszego wykazania tego faktu, na rys.4.1 i 4.2 przedstawiono przebieg uderzenia hydraulicznego dla rozszerzonej osi czasu  $t$  z



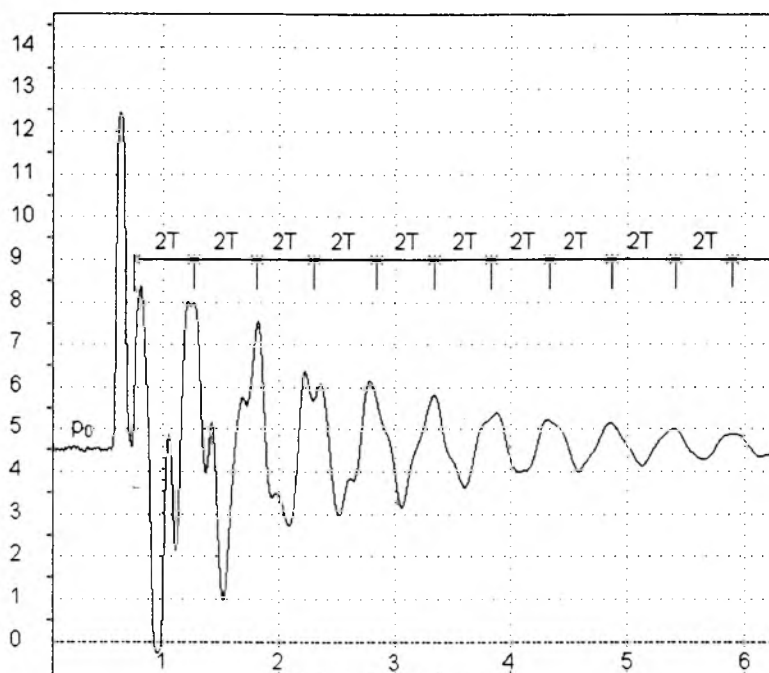
zaznaczonym okresem ostatecznej oscylacji układu  $T_w=2T$ , dla pierwszej fazy zjawiska (wartości  $2T$  zostały odłożone dla malejącego czasu  $t$  - „pod prąd”, przy zachowaniu tych wartości określonych dla ustalonej już oscylacji własnej układu).



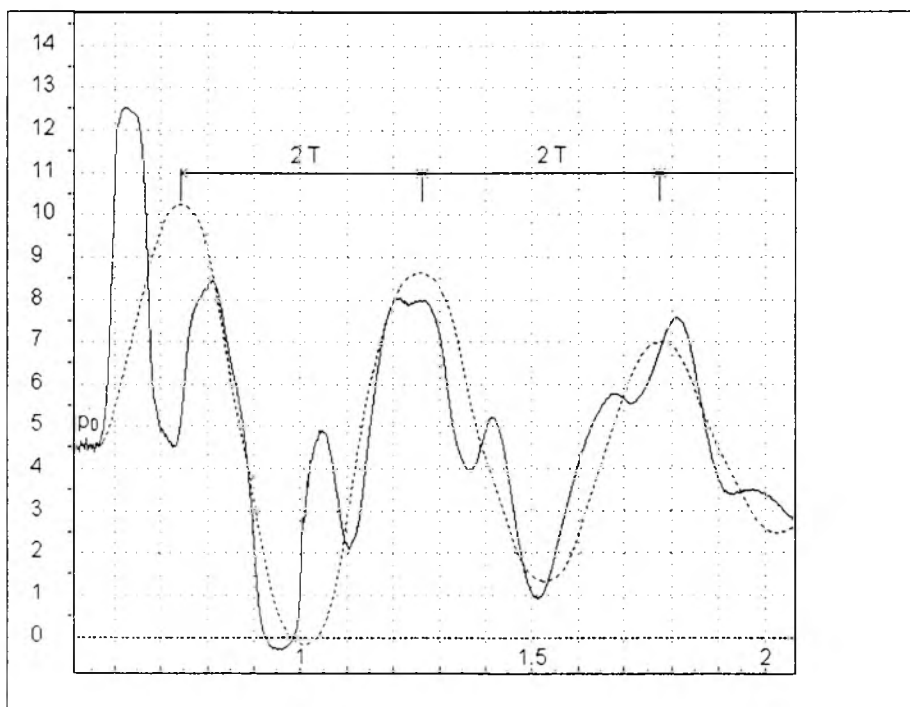
Rys. 4.1a. Szybkość ustalania się oscylacji własnych – połączenie: PE-stal ( $L=92$  m)



Rys. 4.1b. Szybkość ustalania się oscylacji własnych – początkowe fazy zjawiska (linia przerywana – charakterystyka drgań własnych)



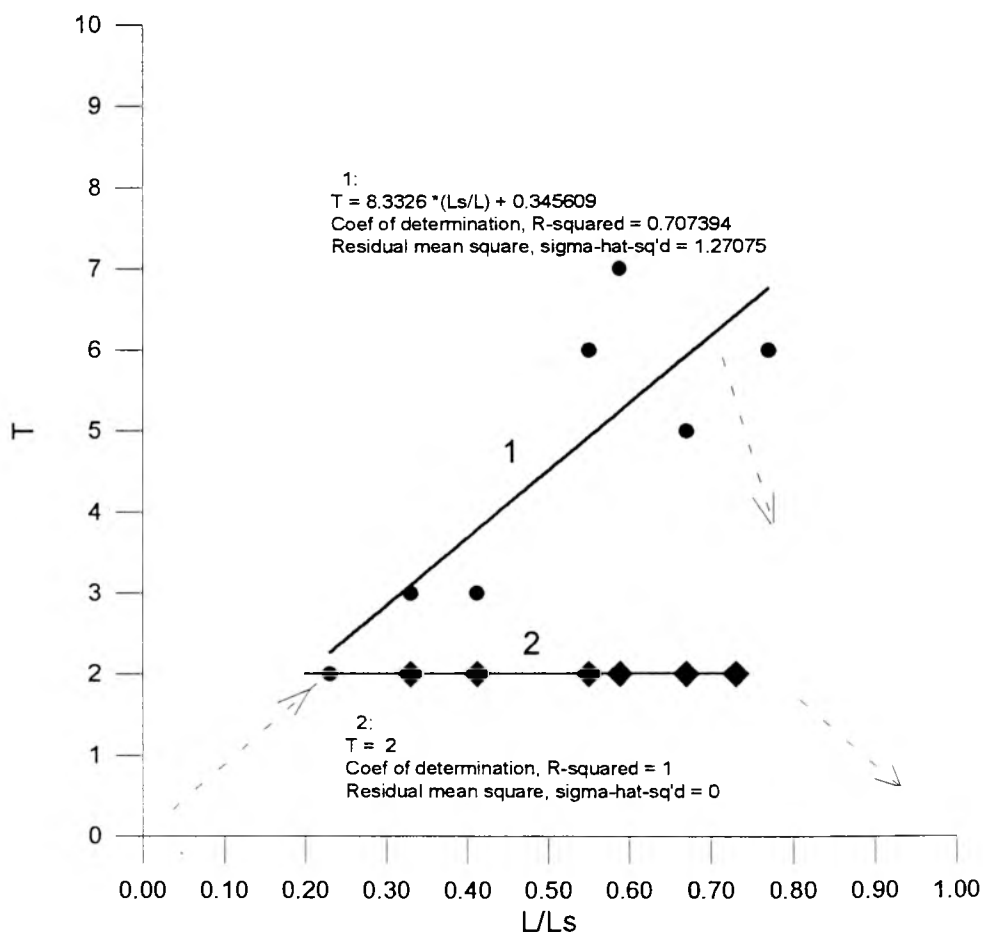
Rys. 4.2a. Szybkość ustalania się oscylacji własnych – połączenie: stal-PE ( $L=92m$ ).



Rys. 4.2b. Szybkość ustalania się oscylacji własnych – początkowe fazy zjawiska (linia przerywana – charakterystyka drgań własnych)

Na podstawie tych rysunków można twierdzić, że układy przewodów o różnej odkształcalności ścian szybko zmiierają do stanu oscylacji własnych.

Liczba oscylacji w których obserwuje się jeszcze wpływ odbić i transformacji fal ciśnienia (zakłóceń rozkładu  $p(t)$ ) zależy od kolejności ułożenia poszczególnych rodzajów rur w ciągu przewodów oraz od stosunku długości tych rur, np.  $L_2/L$ . Na rys.4.3 przedstawione zostały dwie zależności wpływu ilorazu długości przewodu stalowego do łącznej długości rurociągu,  $L_s/L$  dla dwóch układów łączenia przewodu polietylenowego MDPE (PN10) i stalowego w rurociągu (przewód stalowy przy zbiorniku - układ 1, przewód stalowy przy wylocie z rurociągu - układ 2). Dla obu układów, punkty pomiarowe były aproksymowane zależnością liniową:  $T=a(L_s/L)+b$ . Do tego celu wykorzystano metodę najmniejszych kwadratów w ramach programu Grapher. Dobrane współczynniki zależności liniowych oraz parametry statystyczne aproksymacji zostały podane tym rysunku.

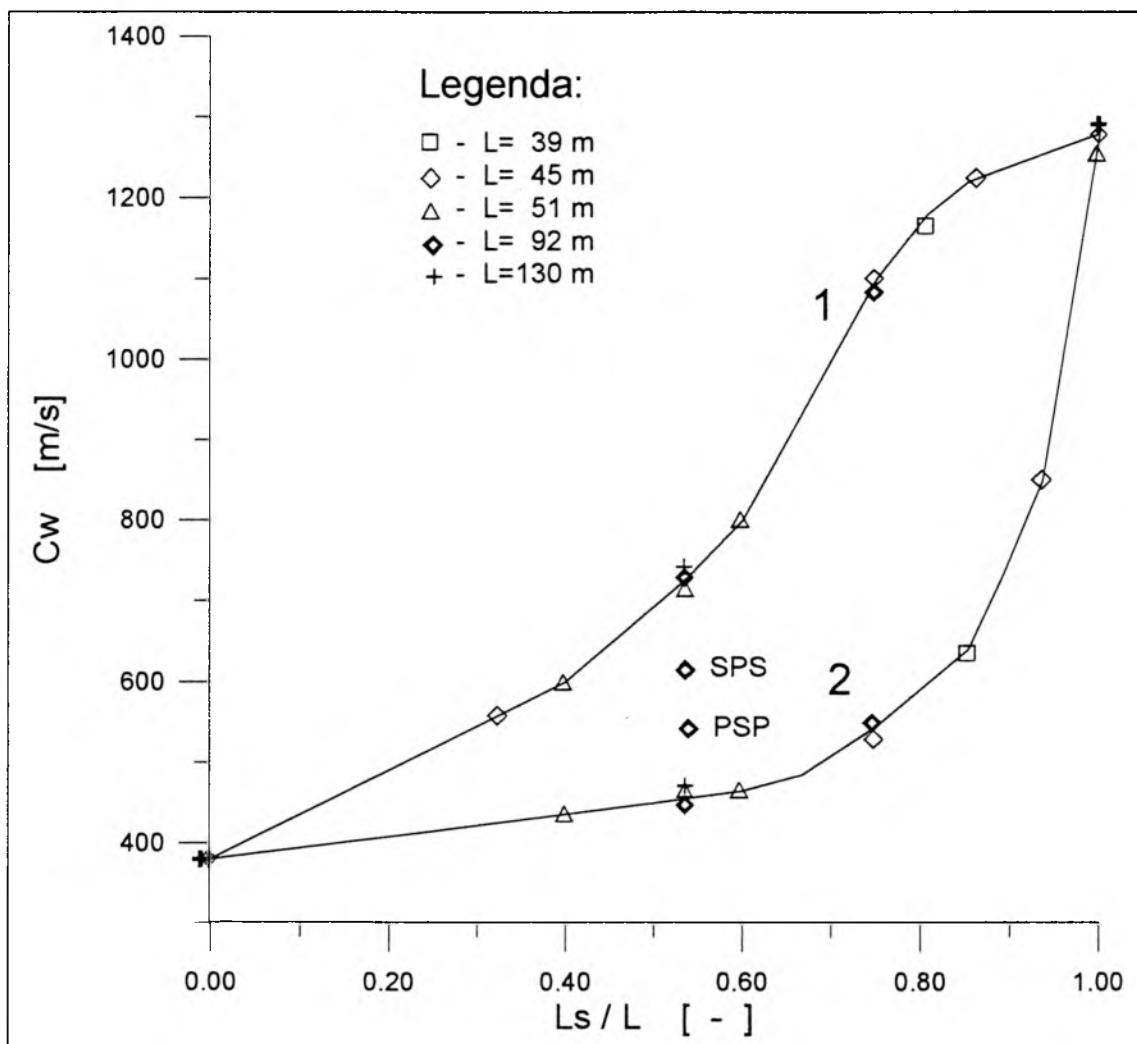


Rys. 4.3 Wpływ udziału długości przewodu stalowego  $L_s$  w łącznej długości rurociągu stal-PE na szybkość tłumienia fal odbitych: 1 - stal na wylocie, 2 - PE na wylocie.

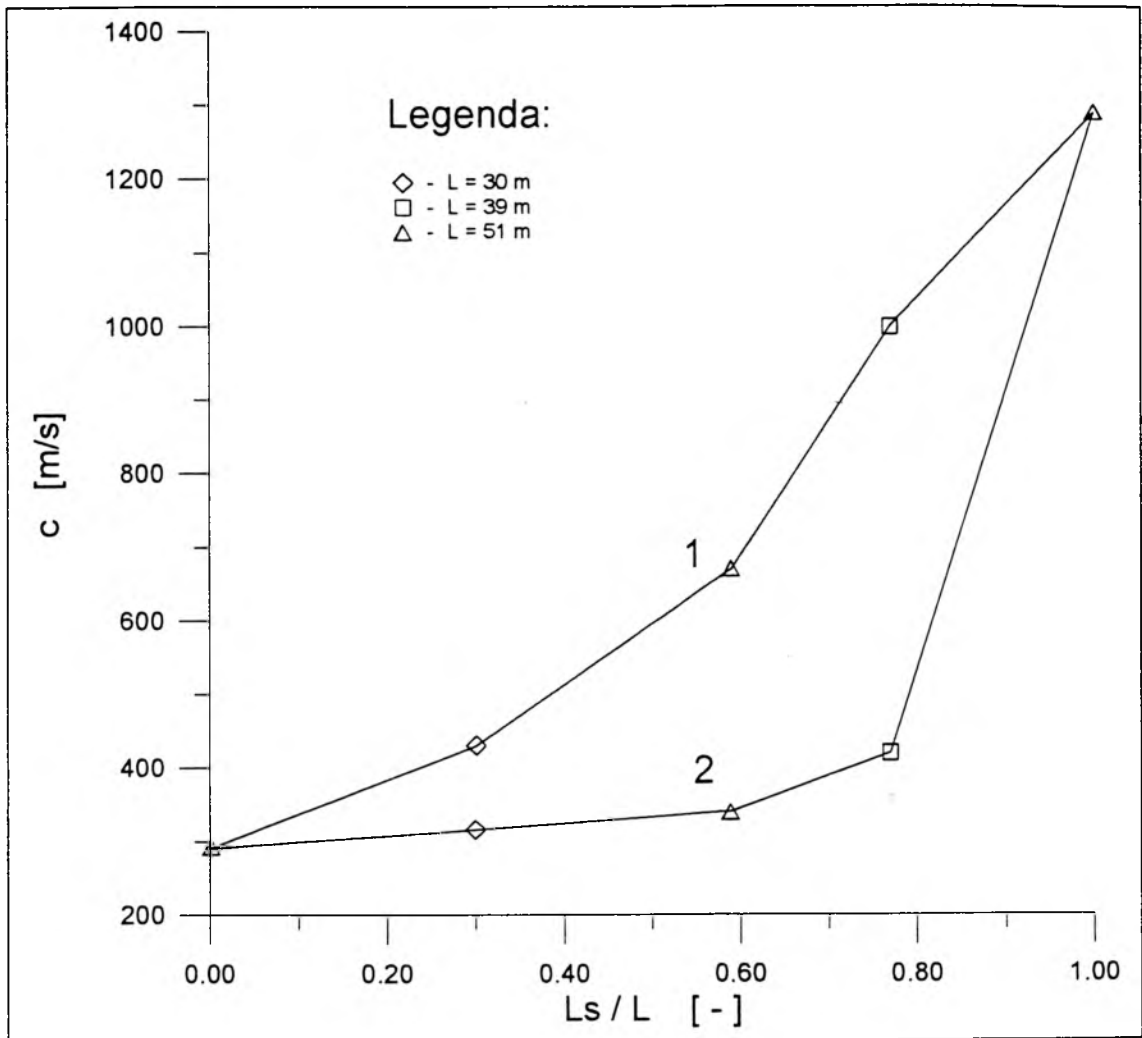
Układy  $L_2/L=0$  i 1 odpowiadają odpowiednio rurociągowi PE i rurociągowi stalowemu, dla których nie występuje zjawisko pośrednich odbić i transformacji  $T=0$ .

Jak można zauważyć, dla łączenia rur, w których przewód o większej odkształcalności mocowany jest na końcu rurociągu, układ ciecz-rurociąg osiąga stan drgań własnych już po pierwszej pełnym cyklu uderzenia hydraulicznego. Dla odwrotnego połączenia stabilizacja ta zależy od udziału długości przewodu sztywniejszego w łącznej długości rurociągu. Jednak i w tym przypadku stan drgań własnych następuje stosunkowo szybko. Tym bardziej, że okres tych drgań jest już osiągany w pierwszym cyklu zjawiska uderzenia hydraulicznego - rys. 4.1, 4.2 .

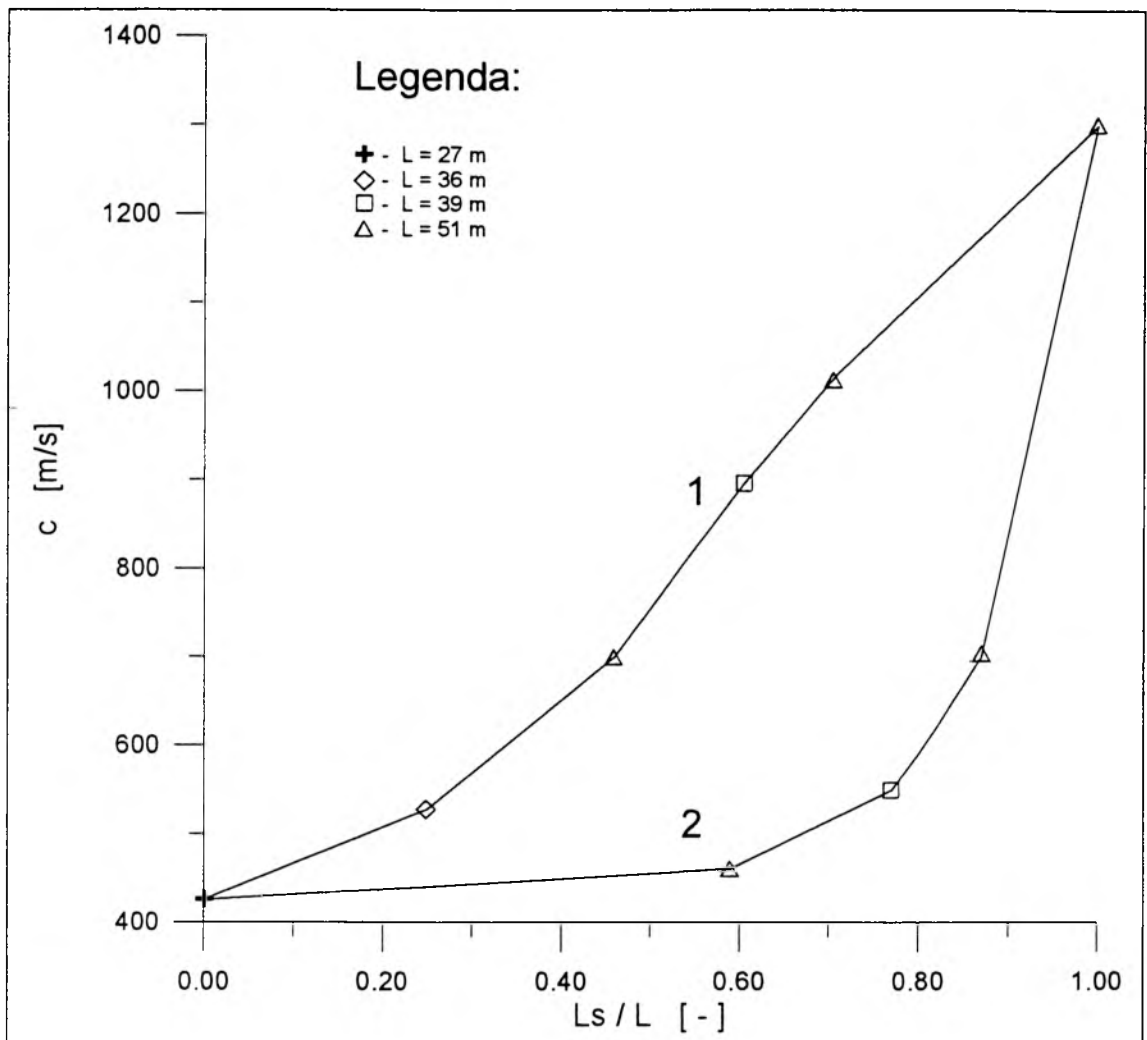
Zmiany okresu  $T$  wiązały się z kolejnością połączenia rur oraz udziału tych przewodów w ciągu rurociągu. Obliczone, na podstawie pomierzonych okresów fali ciśnienia  $T$ , prędkości oscylacji  $c=c_w$ , pozwoliły na opracowanie graficznych zależności  $c=c(L_1/L)$  dla dwóch różnych materiałów ścian przewodów oraz kolejności ułożenia tych rur (łącznie dwa odcinki w ciągu) - rys.4.4-4.7.



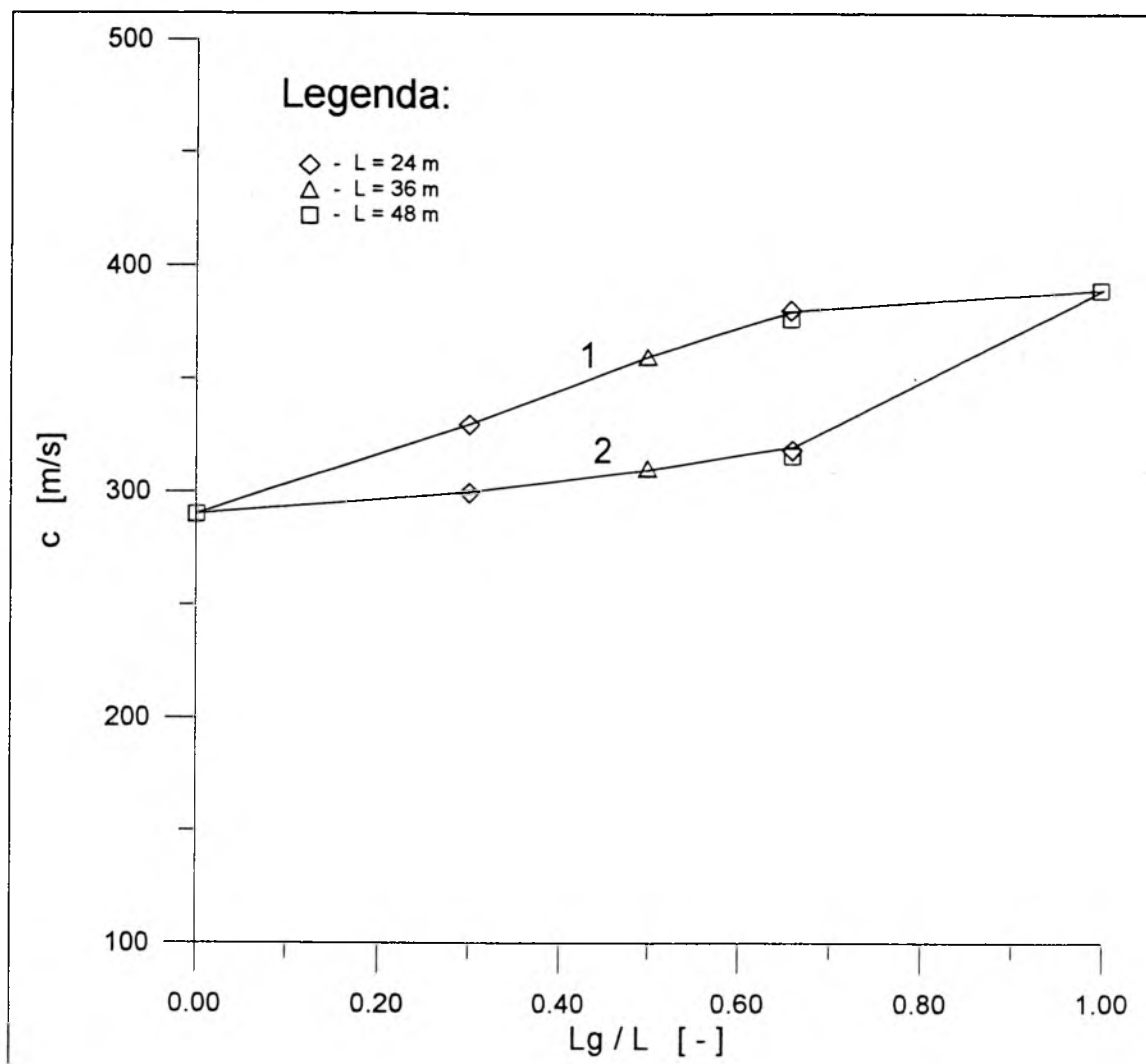
Rys. 4.4. Prędkość zaburzenia ciśnienia (oscylacji drgań własnych układu) dla ciągu dwóch przewodów PE (PN10) – stal w funkcji udziału przewodu stalowego  $L_s$  w łącznej długości rurociągu oraz kolejności połączenia (1) – stal na wylocie, (2) – PE na wylocie rurociągu)



Rys.4.5. Prędkość zaburzenia ciśnienia (oscylacji drgań własnych układu) dla ciągu dwóch przewodów PE (PN6) – stal w funkcji udziału przewodu stalowego  $L_s$  w łącznej długości rurociągu oraz kolejności połączenia (1) – stal na wylocie, (2) – PE na wylocie rurociągu)



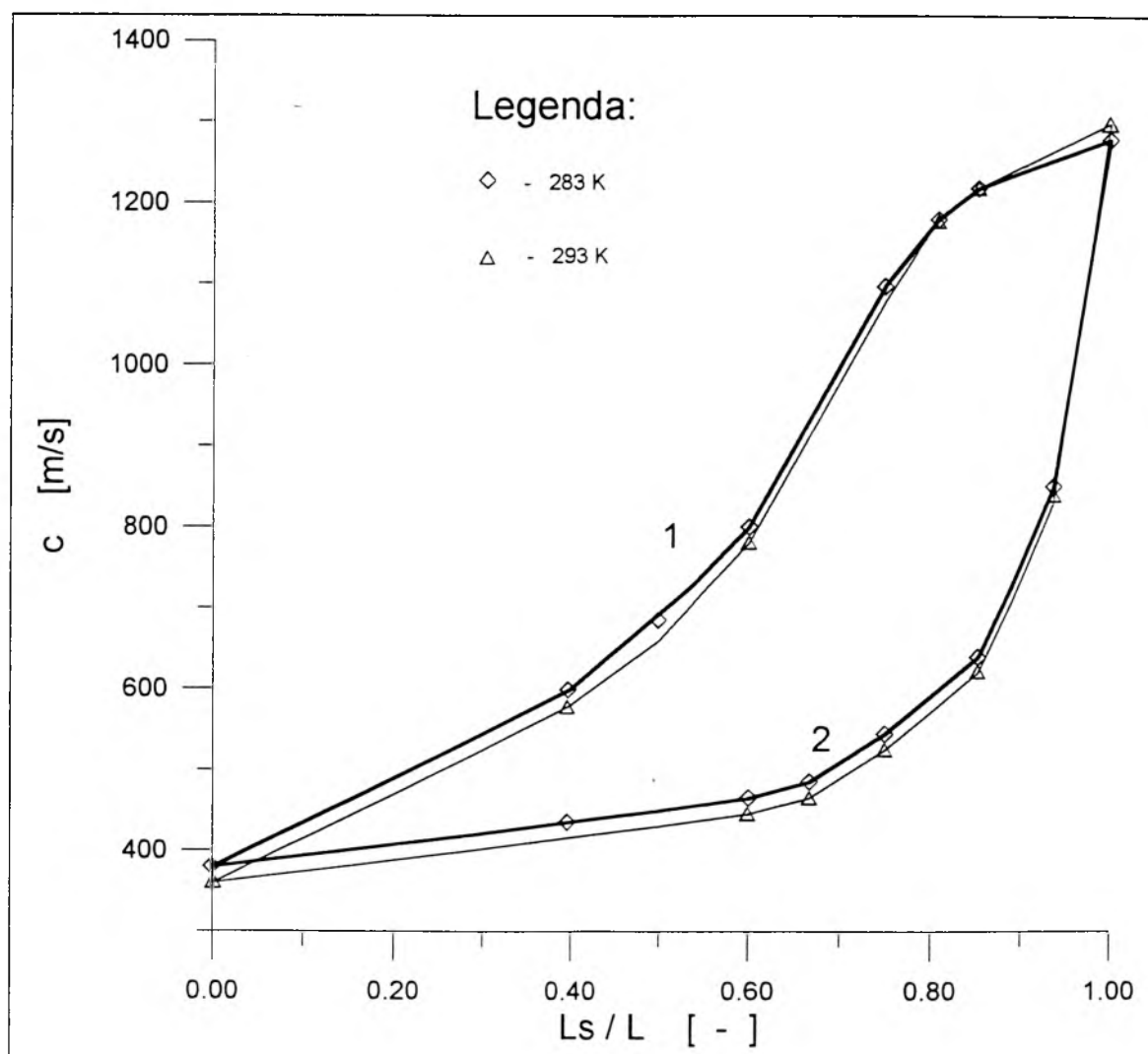
Rys.4.6. Prędkość zaburzenia ciśnienia (oscylacji drgań własnych układu) dla ciągu dwóch przewodów PVC-u – stal w funkcji udziału przewodu stalowego  $L_s$  w łącznej długości rurociągu oraz kolejności połączenia (1) – stal na wylocie, (2) – PVC-u na wylocie rurociągu).



Rys.4.7. Prędkość zaburzenia ciśnienia (oscylacji drgań własnych układu) dla ciągu dwóch przewodów PE (PN10) – PE (PN6) w funkcji udziału przewodu PE(PN10)  $L_s$  w łącznej długości rurociągu oraz kolejności połączenia (1) – PE (PN10), (2) – PE (PN6) na wylocie rurociągu



Na rys. 4.8 podane zostały charakterystyki dla dwóch temperatur strumienia wody  $T_{H_2O} = 283$  i  $293$  K. Należy podkreślić że, wyraźny wpływ temperatury jest szczególnie istotny w przypadku rur z polietylenu PE [66].



Rys.4.8. Wpływ temperatury strumienia na zmiany prędkości zaburzenia ciśnienia w ciągu przewodów PE-stal.

Na rys. 4.5 zaznaczone zostały dwa punkty pomiarowe dla układu trzech odcinków w ciągu: PE-stal-PE (PSP) oraz stal-PE-stal (SPS). Otrzymane wartości wskazują, że układy o większej liczbie odcinków (powyżej dwóch) mieszczą się pomiędzy skrajnymi wartościami

prędkości  $c$ , określonymi dla danego ilorazu długości ( $L_s/L$ ) układu dwóch przewodów ( tu dla przewodu stalowego i polietylenowego).

Szybkie gaśnięcie fali ciśnienia wraz z ustalaniem się oscylacji własnej układu wskazuje, że metoda odbić i transformacji nie ma praktycznego znaczenia przy obliczaniu parametrów oraz symulacji zjawiska przepływu nieustalonego w przewodach pracujących pod ciśnieniem ( $r_{pom}$ ) i jako taka powinna być odrzucona. Dodatkowym argumentem może być porównanie wartości współczynnika odbicia  $r$ , wyznaczanych na podstawie doświadczeń oraz ze wzoru (2.19) ( $r_{obl}$ ). Porównanie takie przedstawione zostało w tabeli 4.1.

TABLICA 4.1a. Obliczeniowe ( $r_{obl}$ .) i rzeczywiste ( $r_{pom}$ .) współczynniki odbić dla układu przewodów stalowych i PE.

L.p.	Oznaczenia	L	$L_s/L$	$r_{obl}$	$r_{pom}$
[-]	[-]	[m]	[-]	[-]	[-]
1	G30 S9	39	0.23	-0.51	-0.62
2	G30 S15	45	0.33	-0.51	-0.76
3	G30 S21	51	0.41	-0.51	-0.9
4	G42 S50	92	0.54	-0.51	-0.98
5	G21 S30	51	0.58	-0.51	-0.98
6	G9 S30	39	0.77	-0.51	-0.83
7	S14 G30	45	0.33	0.51	0.22
8	S21 G30	51	0.41	0.51	0.52
9	S50 G42	92	0.54	0.51	0.68
10	S30 G21	51	0.58	0.51	0.69
11	S30 G15	45	0.66	0.51	0.62
12	S50 G18	68	0.73	0.51	0.73

TABLICA 4.1b. Obliczeniowe ( $r_{obl.}$ ) i rzeczywiste ( $r_{pom.}$ ) współczynniki odbić dla układu przewodów stalowych i PVC-u.

L.p.	Oznaczenia	L	$L_s/L$	$r_{obl.}$	$r_{pom.}$
[-]	[-]	[m]	[-]	[-]	[-]
1	U27 S9	36	0.25	-0.54	-0.59
2	U27 S23	50	0.46	-0.54	-0.91
3	U15 S23	38	0.605	-0.54	-0.91
4	S30 U21	51	0.59	0.54	0.67
5	S30 U9	39	0.77	0.54	0.98

Współczynnik empiryczny  $r_{pom.}$  określany był jako stosunek zmiany (spadku, bądź przyrostu) ciśnienia fali odbitej rejestrowanej w przekroju końcowym  $\Delta p_r$  do amplitudy ciśnienia pierwszej dodatniej fazy uderzenia hydraulicznego  $\Delta p_{max}$ . Ze względu na przybliżoną wartość tej amplitudy, wyznaczone współczynniki odbicia oszacowane zostały z dokładnością 10%. Jednak i w tym przypadku różnice wartości teoretycznych i empirycznych wartości  $r$  są zasadnicze.

W celu oceny zgodności wyników obliczanych z zastosowaniem metody MRS (metoda charakterystyk) oraz MES konieczne jest uprzednie opracowanie tych modeli numerycznych dla przebadanego układu pomiarowego (rys.3.1).

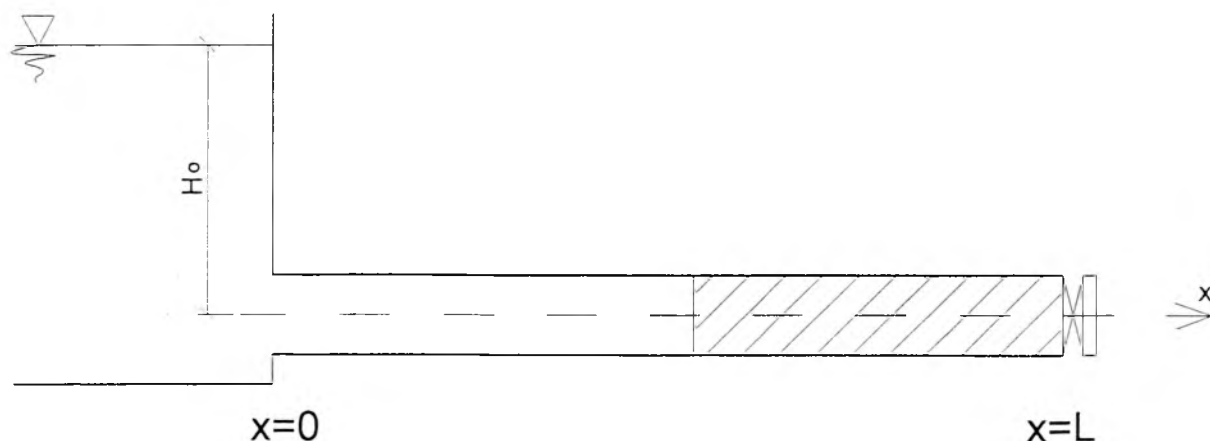
## 5. OPIS ZJAWISKA PRZY ZASTOSOWANIU METODY CHARAKTERYSTYK (MRS)

### 5.1. MODEL ZJAWISKA OPISANY METODĄ CHARAKTERYSTYK

W niniejszym rozdziale analizowane jest zjawisko uderzenia hydraulicznego w ujęciu matematycznym. Obejmuje ono: sformułowanie problemu, opracowanie matematycznego modelu, przyjęcie numerycznego rozwiązania, przeprowadzenie jego weryfikacji dla stosowanych układów przewodów. W rozważaniach, ze względów praktycznych używane będzie pojęcie wysokości ciśnienia  $H = p/\gamma$ .

#### 5.1.1. Sformułowanie problemu

Rozpatruje się uderzenie hydrauliczne w rurociągu mającym zmienne odkształcalności ścianek. Schemat takiego rurociągu przedstawiono na rys. 5.1.



Rys. 5.1. Schemat rurociągu zbudowanego z dwóch odcinków rur.

Zjawisko uderzenia hydraulicznego opisane jest następującym układem równań różniczkowych cząstkowych:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2D} V|V| = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (5.2)$$

Równanie (5.1) jest równaniem zachowania pędu, a (5.2) równaniem ciągłości ruchu cieczy.

W równaniu ciągłości wartość  $c$  oznacza prędkość fali ciśnienia określaną zależnością

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) C}} \quad (5.3)$$

gdzie:

$C$  - współczynnik zależny od sposobu zamocowania rurociągu,

$$C = \begin{cases} 1,25 - \mu & \text{dla rurociągu zamocowanego na jednym końcu} \\ 1,0 - \mu^2 & \text{dla rurociągu zamocowanego na całej długości} \\ 1,0 - \mu & \text{dla rurociągu ze złączem kompensacyjnym.} \end{cases}$$

gdzie:

$\mu$  - współczynnik Poissona.

Założenia, przy których wyprowadzono równania (5.1) i (5.2), są następujące:

- rurociąg jest zawsze napełniony cieczą i znajduje się pod ciśnieniem przewyższającym prężność pary,
- rozkłady ciśnienia i prędkości w przekroju poprzecznym są jednostajne,

- istnieje wpływ ściśliwości cieczy, sprężystości materiału, sposobu zamocowania rurociągu i tarcia cieczy.

Tworzą one układ quasi liniowych równań różniczkowych o pochodnych cząstkowych typu hiperbolicznego z dwiema zmiennymi niezależnymi  $x$  i  $t$  (położenie i czas) oraz dwiema zmiennymi zależnymi  $V$  i  $H$  (prędkość cieczy i ciśnienie w rurociągu). Rozwiązaniem układu przy zadanych warunkach początkowych i brzegowych są funkcje  $V(x,t)$  i  $H(x,t)$  określające prędkości i ciśnienia w rozpatrywanym zakresie  $x$  i  $t$ .

Warunki początkowe określają rozkład prędkości i ciśnienia wzdłuż osi rurociągu w chwili początkowej:

$$H(x, t = 0) = H_p(x)$$

$$V(x, t = 0) = V_p(x)$$

gdzie  $H_p(x)$  i  $V_p(x)$  oblicza się przy założeniu ruchu ustalonego dla przyjętego początkowego natężenia przepływu  $Q_p$ .

Warunki brzegowe określają zmienność jednej z funkcji na brzegach rurociągu, tzn. w punktach:  $x = 0$  oraz  $x = L$ . Przyjęto, że w punkcie  $x = 0$  istnieje zbiornik zapewniający stałe ciśnienie, czyli

$$H(x = 0, t) = H_o(t) = \text{const}$$

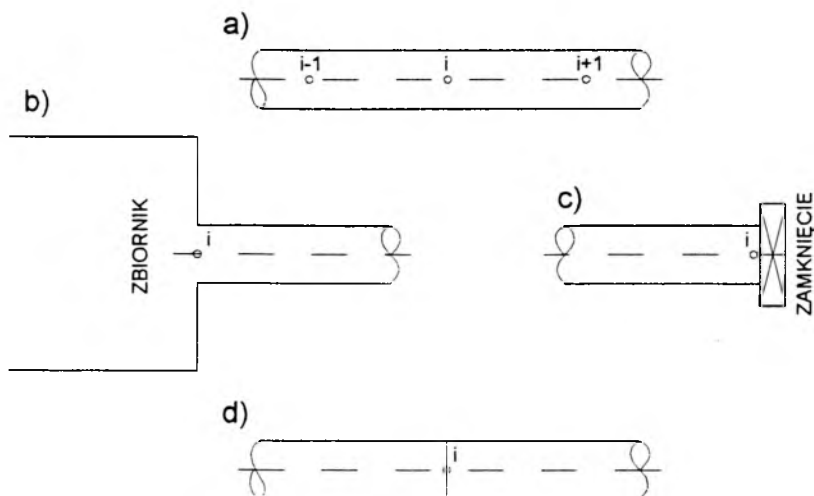
natomiast na końcu rurociągu istnieje zawór, który determinuje prędkość wypływu:

$$V(x = L, t) = V_L(t)$$

### 5.1.2. Rozwiązanie równań metodą charakterystyk

Rozwiązanie równań (5.1) i (5.2) metodą charakterystyk z aproksymacją różnicami skończonymi wykonuje się na stałej siatce. Wyprowadzenie równań różnicowych przedstawił Streeter [48] i Szymkiewicz [53]. W niniejszej pracy wykorzystuje się je.

W rurociągu jak na rys. 5.1 występują następujące typy węzłów siatki (rys. 5.2):



Rys. 5.2. Typy węzłów obliczeniowych

- a) węzeł wewnętrzny,
- b) węzeł brzegowy od strony zbiornika,
- c) węzeł brzegowy od strony zamknięcia,
- d) węzeł, w którym rurociąg zmienia odkształcalność.

ad a) W węźle tego rodzaju obowiązują następujące równania:

$$V_p = 0,5(V_R + V_S) + \left(\frac{g}{c}\right)_c (H_R - H_S) - \left(\frac{f}{2D} V^2\right)_c \Delta t \quad (5.4)$$

$$H_p = \left(\frac{c}{2g}\right)_c (V_R - V_S) + 0,5(H_R + H_S) \quad (5.5)$$

przy czym

$$V_R = V_c [1 - \theta(V + c)_c] + V_A \theta(V + c)_c \quad (5.6)$$

$$V_s = V_c [1 + \theta(V - c)_c] - V_B \theta (V - c)_c \quad (5.7)$$

$$H_R = H_c [1 - \theta(V + c)_c] + H_A \theta (V + c)_c \quad (5.8)$$

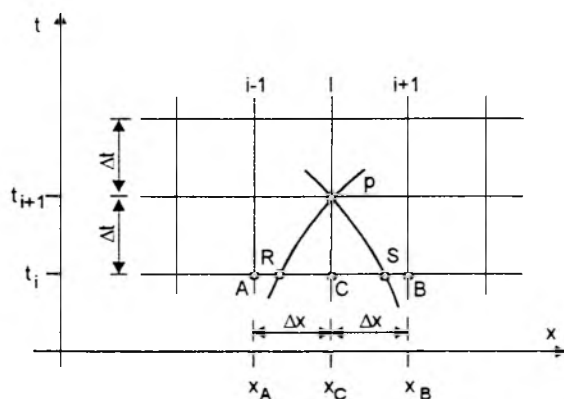
$$H_s = H_c [1 + \theta(V - c)_c] - H_B \theta (V - c)_c \quad (5.9)$$

$$\theta = \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (5.10)$$

gdzie:  $\Delta x$  - krok siatki wzdłuż osi  $x$  [m],

$\Delta t$  - krok siatki wzdłuż osi czasu [s].

Indeksy  $A, B, C, P, R, S$  we wzorach (5.4), (5.5), (5.6), (5.7), (5.8) i (5.9) oznaczają punkty siatki, w których określa się wartości zmiennych (rys. 5.3).



Rys. 5.3. Schemat węzła wewnętrznego

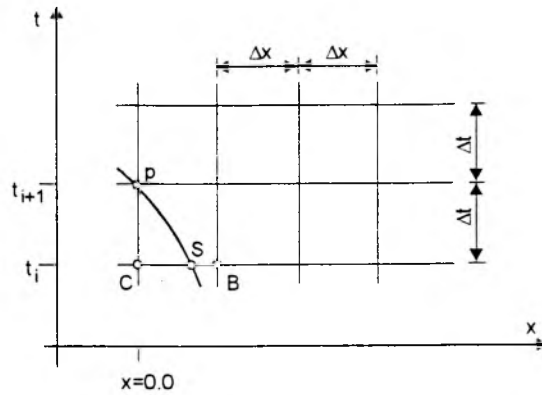
ad b) Obowiązujące równania różnicowe w węzle od strony zbiornika mają postać

$$V_p = V_s + \left(\frac{g}{c}\right)_c (H_p - H_s) - \left(\frac{f}{2D} V^2\right)_c \Delta t \quad (5.11)$$



$$H_p = H_s + \left(\frac{c}{g}\right)_c (V_p - V_s) + \left(\frac{f}{2gD} V^2\right)_c \Delta t \quad (5.12)$$

W celu obliczenia w punkcie  $P$  (rys. 5.4) nieznannej wartości  $V$  wykorzystuje się zadany warunek brzegowy, czyli funkcję  $H$ .



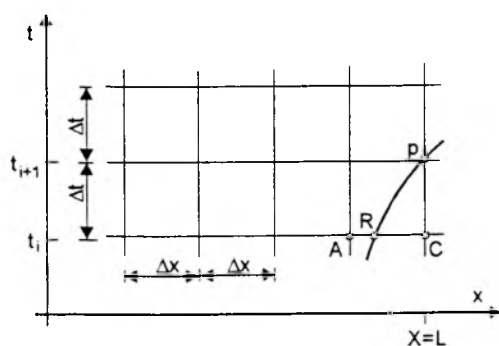
Rys. 5.4. Schemat węzła brzegowego od strony zbiornika

**ad c)** Równania różnicowe w węźle brzegowym od strony zaworu mają postać

$$H_p = H_R - \left(\frac{c}{g}\right)_c (V_p - V_R) - \left(\frac{cf}{2gD} V^2\right)_c \Delta t \quad (5.13)$$

$$V_p = V_R - \left(\frac{g}{c}\right)_c (H_p - H_R) - \left(\frac{cf}{2D} V^2\right)_c \Delta t \quad (5.14)$$

Również w tym przypadku jedną z niewiadomych:  $V(L,t)$  lub  $H(L,t)$  określa warunek brzegowy. Drugą oblicza się odpowiednio z równania (5.13) lub (5.14). Schemat węzła przedstawiono na rys. 5.5. Wartości  $V_R$  i  $H_R$  oblicza się z równań (5.6) i (5.8).



Rys. 5.5. Schemat węzła brzegowego od strony zaworu

W przypadku zamykania zaworu wylotowego na końcu rurociągu należy stosować metodę określania funkcji  $V(L,t)$ , polegającą na rozwiązaniu względem  $\Delta V$  i  $\Delta H$  układu równań (rys. 5.5) [48,49]:

$$H_L^{t+\Delta t} - H_L^t = \Delta H = \frac{c\Delta V}{g} \quad (5.15)$$

$$\frac{V_L^{t+\Delta t}}{V_o} = \frac{V_L^t - \Delta V}{V_o} = \tau_p \sqrt{\frac{H_L^t + \Delta H}{H_o}} \quad (5.16)$$

- $H_o, V_o$  - ciśnienie i prędkość w przekroju zaworu w chwili  $t = 0$ ,
- $V_L^t, V_L^{t+\Delta t}$  - prędkości w punkcie  $x = L$  w chwili  $t$  oraz  $t + \Delta t$ ,
- $H_L^t, H_L^{t+\Delta t}$  - ciśnienia w punkcie  $x = L$  w chwili  $t$  oraz  $t + \Delta t$ ,
- $\Delta H = H_L^{t+\Delta t} - H_L^t$  - przyrost ciśnienia w kroku  $\Delta t$ ,
- $\Delta V = V_L^t - V_L^{t+\Delta t}$  - spadek prędkości w kroku  $\Delta t$ ,
- $\tau_p$  - funkcja charakteryzująca przebieg zamykania, zależna od własności urządzenia zamykającego, która może mieć na przykład postać:

$$\tau_p = \left(1 - \frac{t}{T_z}\right)^2 \quad (5.17)$$

gdzie:  $T_z$  - czas zamykania zaworu [s].

Równanie (5.16) podnieśmy do kwadratu zastępując jednocześnie  $\Delta H$  wyrażeniem (13):

$$\frac{(V_L^{t+\Delta t})^2}{V_o^2} = \frac{\tau_p^2}{H_o} \left( H_L^t + \frac{C}{g} (V_L^t - V_L^{t+\Delta t}) \right) \quad (5.18)$$

Otrzymuje się równanie kwadratowe względem  $V_L^{t+\Delta t}$ :

$$(V_L^{t+\Delta t})^2 = \frac{V_o^2 \tau_p^2}{H_o} H_L^t + \frac{V_o^2 \tau_p^2 C}{H_o g} V_L^t - \frac{V_o^2 \tau_p^2 C}{H_o g} V_L^{t+\Delta t} \quad (19)$$

Które można zapisać krócej w następującej formie:

$$(V_L^{t+\Delta t})^2 + q V_L^{t+\Delta t} + r = 0 \quad (5.20)$$

gdzie:

$$q = \frac{V_o^2 \tau_p^2 C}{H_o g}, \quad r = -\frac{V_o^2 \tau_p^2}{H_o} \left( H_L^t + \frac{C}{g} V_L^t \right)$$

Wyróżnik równania równy

$$\Delta = q^2 - 4pr = \left( \frac{V_o^2 \tau_p^2 C}{H_o g} \right)^2 + 4 \frac{V_o^2 \tau_p^2}{H_o} \left( H_L^t + \frac{C}{g} V_L^t \right) \quad (5.21)$$

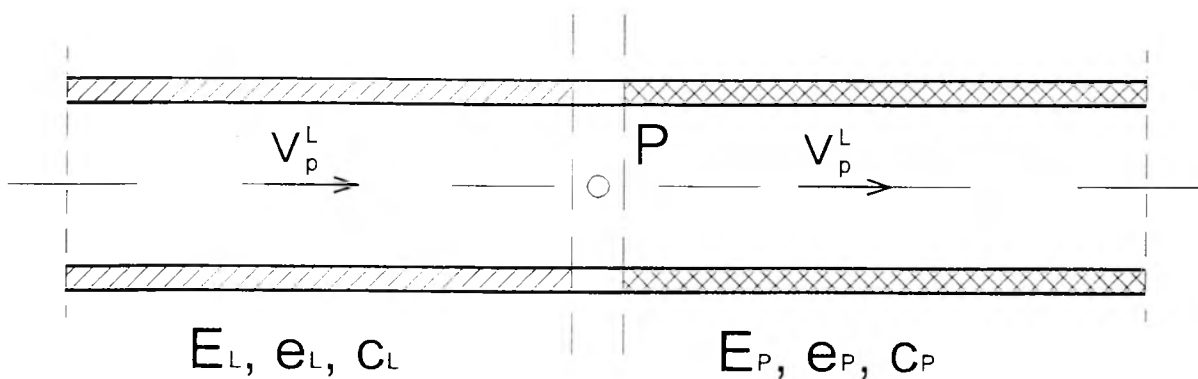
jest zawsze większy od zera.

Poprawnym rozwiązaniem równania ( $V_L^{t+\Delta t}$  musi być nieujemne) jest dodatni pierwiastek:

$$V_L^{t+\Delta t} = \frac{-q + \sqrt{\Delta}}{2} \quad (5.22)$$

Po obliczeniu wartości  $V_L^{t+\Delta t}$  (jest to poszukiwana wartość  $V_p$ ), ciśnienie w punkcie  $P$  (rys. 5.5) oblicza się ze wzoru (5.13).

**ad d)** Punkt, w którym rurociąg zmienia odkształcalność, traktowany jest analogicznie jak węzeł brzegowy. Jest on brzegiem prawym dla odcinka rurociągu leżącego z lewej strony i jednocześnie brzegiem lewym dla odcinka leżącego po prawej stronie punktu  $P$  (rys. 5.6).



Rys. 5.6. Połączenie rurociągów o różnych średnicach

Przy założeniu, że:

- ciśnienie cieczy w otoczeniu punktu  $P$  jest jednakowe

$$H_p = H_p^L = H_p^P \quad (5.23)$$

- spełnione jest równanie ciągłości

$$V_p^L (D^L)^2 = V_p^P (D^P)^2 \quad (5.24)$$

można podać równanie dla węzła tego typu. Podstawiając do (5.23) równania (5.11) i (5.14) otrzymuje się

$$\begin{aligned} & \left[ V_R^L - \left( \frac{g}{c_L} \right)_c^L (H_p^L - H_R^L) - \left( \frac{f}{2D^L} V^2 \right)_c^L \Delta t \right] (D^L)^2 = \\ & = \left[ V_S^P + \left( \frac{g}{c_P} \right)_c^P (H_p^P - H_S^P) - \left( \frac{f}{2D^P} V^2 \right)_c^P \Delta t \right] (D^P)^2 \end{aligned} \quad (5.25)$$

gdzie nieznaną wartością jest ciśnienie  $H_p$ . Uwzględniając (5.22) otrzymuje się

$$H_p = \frac{\left[ V_R^L + \left( \frac{g}{c} \right)_c^L H_R - \left( \frac{f}{2D} V^2 \right)_c^L \Delta t + m \left( V_S - \left( \frac{g}{c} \right)_c^P H_S^P - \left( \frac{f}{2D} V^2 \right)_c^P \Delta t \right) \right]}{\left( \frac{g}{c} \right)_c^L + m \left( \frac{g}{c} \right)_c^P} \quad (5.26)$$

gdzie:  $m = \left( \frac{D^P}{D^L} \right)$ . ( $m \cong 1$ , ponieważ:  $D \cong D^L \cong D^P$ )

$c_L$  – prędkość fali ciśnienia po lewej stronie punktu łączenia P.

$c_P$  – prędkość fali ciśnienia po prawej stronie punktu łączenia P.

Po obliczeniu ciśnienia  $H_p$  można wyliczyć prędkości w poszczególnych odcinkach rurociągu zbiegających się w węźle. W tym celu wykorzystuje się równania (5.11) i (5.14), które można zapisać w postaci

$$V_p^L = V_R^L - \left( \frac{g}{c_L} \right)_c (H_p - H_R^L) - \left( \frac{f}{2D} V^2 \right)_c^L \Delta t \quad (5.27)$$

$$V_p^P = V_S^P + \left( \frac{g}{c_P} \right)_c (H_p - H_S^P) + \left( \frac{f}{2D} V^2 \right)_c^P \Delta t \quad (5.28)$$

Wartości  $V_R^L, H_R^L, V_S^P, H_S^P$  oblicza się za pomocą równań (5.6), (5.7), (5.8) i (5.9), a wartości  $c_L$  i  $c_P$  przyjmują wartości rzeczywiste z pomiarów.

W celu zapewnienia stabilnego rozwiązania wymiary siatki należy tak dobrać, aby była spełniona zależność:

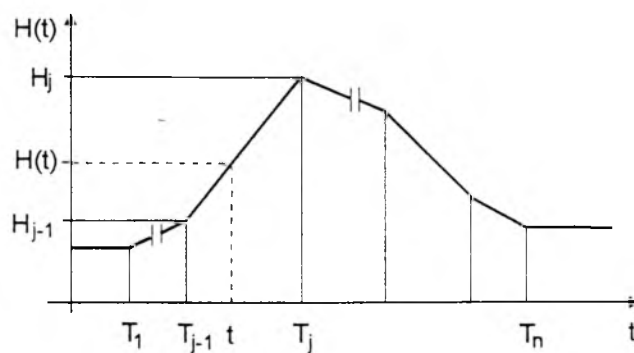
$$\frac{1}{c_L} \frac{\Delta x}{\Delta t} \leq 1; \quad \frac{1}{c_P} \frac{\Delta x}{\Delta t} \leq 1 \quad (5.29)$$

Wykorzystując przedstawioną metodę rozwiązania równań uderzenia hydraulicznego opracowano program komputerowy w języku FORTRAN. W programie przyjęto, że współczynnik oporu  $f$  oblicza się według równania Colebrooka-White'a:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \lg \left( \frac{2.51}{R_e \sqrt{f}} + \frac{\epsilon}{3.71} \right) \quad (5.30)$$

Można również wprowadzać współczynnik oporów wg innych zależności, np. wg Nikuradzego.

Na brzegu od strony zbiornika ( $x = 0$ ) przyjęto jako znaną funkcję  $H(O,t)$  opisującą przebieg zmian ciśnienia na wlocie do rurociągu. Funkcję tę zadaje się w postaci dyskretnej. Jej definicję przedstawiono na rys. 5.7. Przyjęcie funkcji w takiej postaci umożliwia uwzględnienie zmian poziomu wody w zbiorniku.



Rys. 5.7. Sposób opisu funkcji  $H(t)$  na brzegu  $x=0$

$$H(t) = \begin{cases} H_1 & \text{dla } t \leq T_1 \\ H_{j-1} + \frac{t - T_{j-1}}{T_j - T_{j-1}} (H_j - H_{j-1}) & \text{dla } T_1 < t < T_n \\ H_n & \text{dla } t \geq T_n \end{cases} \quad (5.31)$$

Jeżeli poziom wody w zbiorniku nie zmienia się w czasie, warunek brzegowy ma postać  $H(O,t) = \text{const}$ .

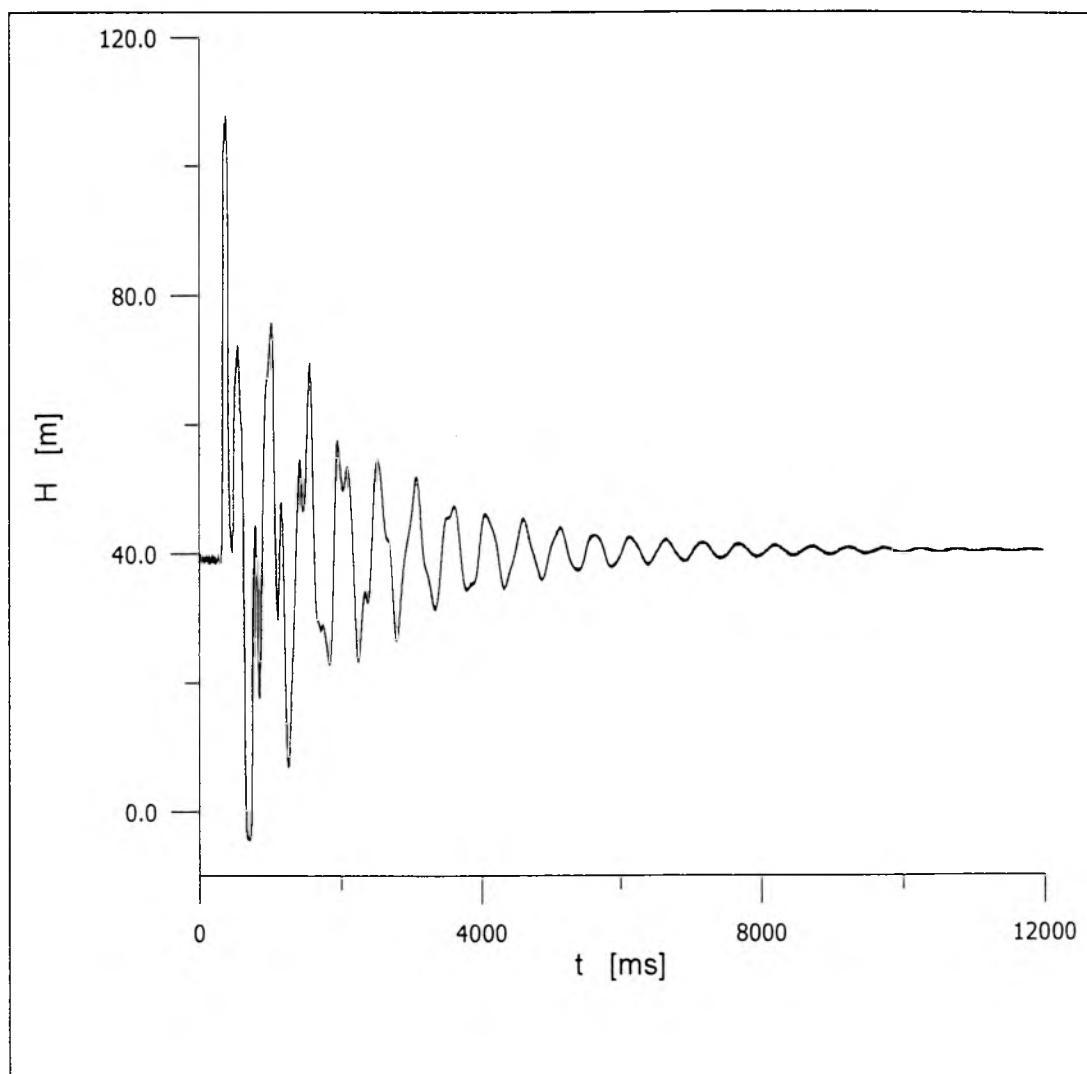
## 5.2. WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA MODELU

W celu sprawdzenia zgodności wyników symulacji numerycznej zjawiska, przy użyciu metody charakterystyk, z wynikami pomiarów doświadczalnych do analizy przyjęto układ przewodów: MDPE (PN10) i stalowy. Długość odcinków tych przewodów była równa odpowiednio 42 i 50 m. Łączna długość rurociągu wynosiła więc 92 m.

Obliczenia obejmowały dwa układy połączeń:

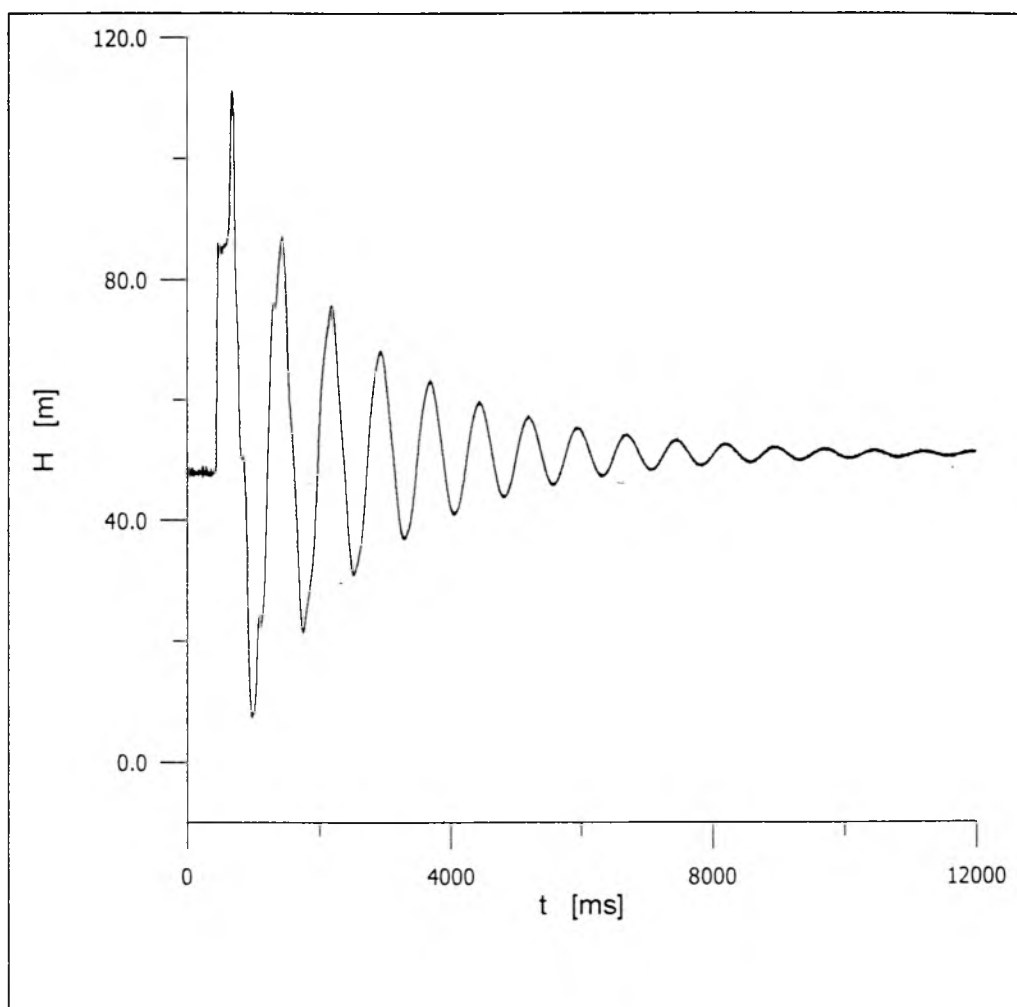
- przewód stalowy na końcu rurociągu – układ G42S50 (wariant 1),
- przewód stalowy przy zbiorniku zasilającym – układ S50G42 (wariant 2).

Charakterystyki pomierzone dla obu wariantów zostały przedstawione na rys 5.2 i 5.3.



Rys. 5.2. Pomierzona charakterystyka  $p(t)$  dla układu stal-PE(PN10) - wariant nr 1.



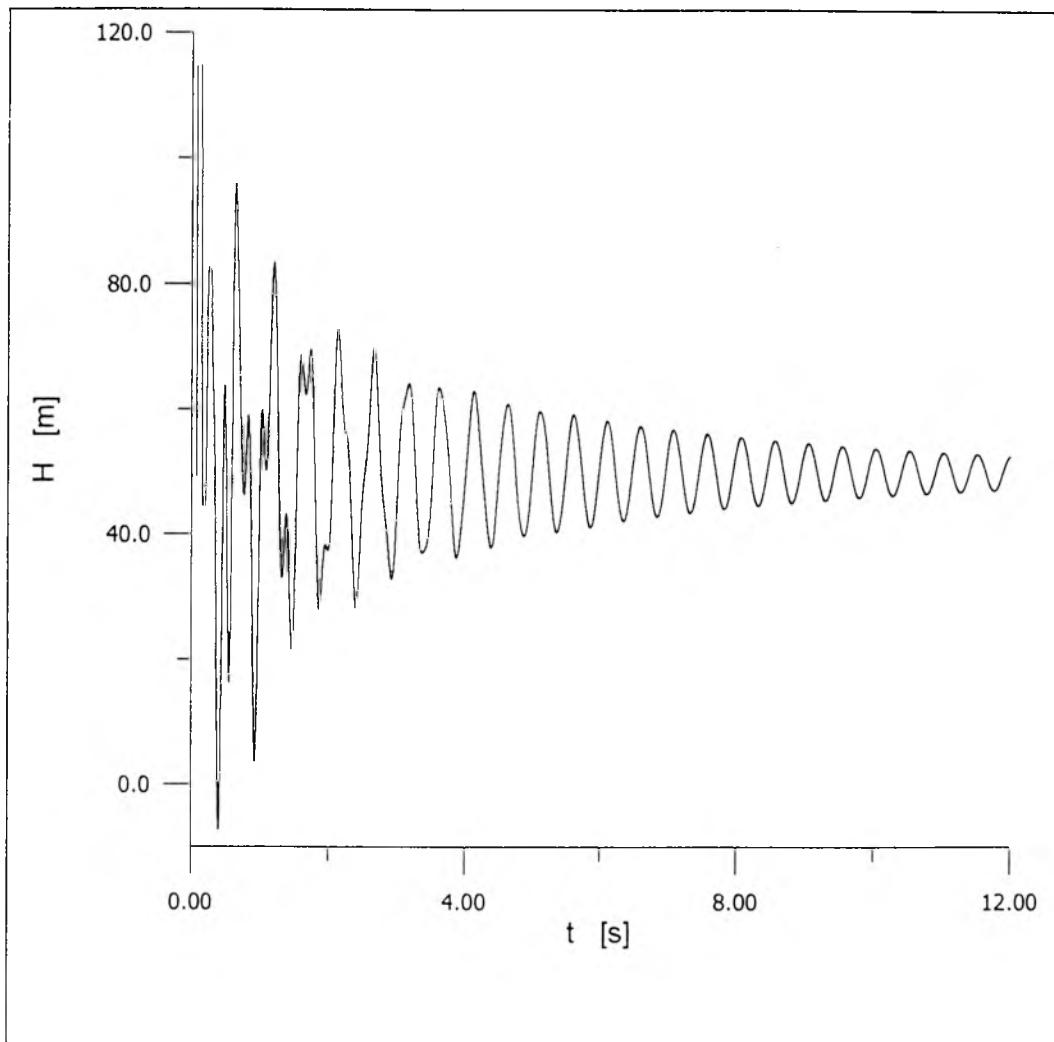


Rys. 5.3. Pomierzona charakterystyka  $p(t)$  dla układu stal-PE(PN10) - wariant nr 2.

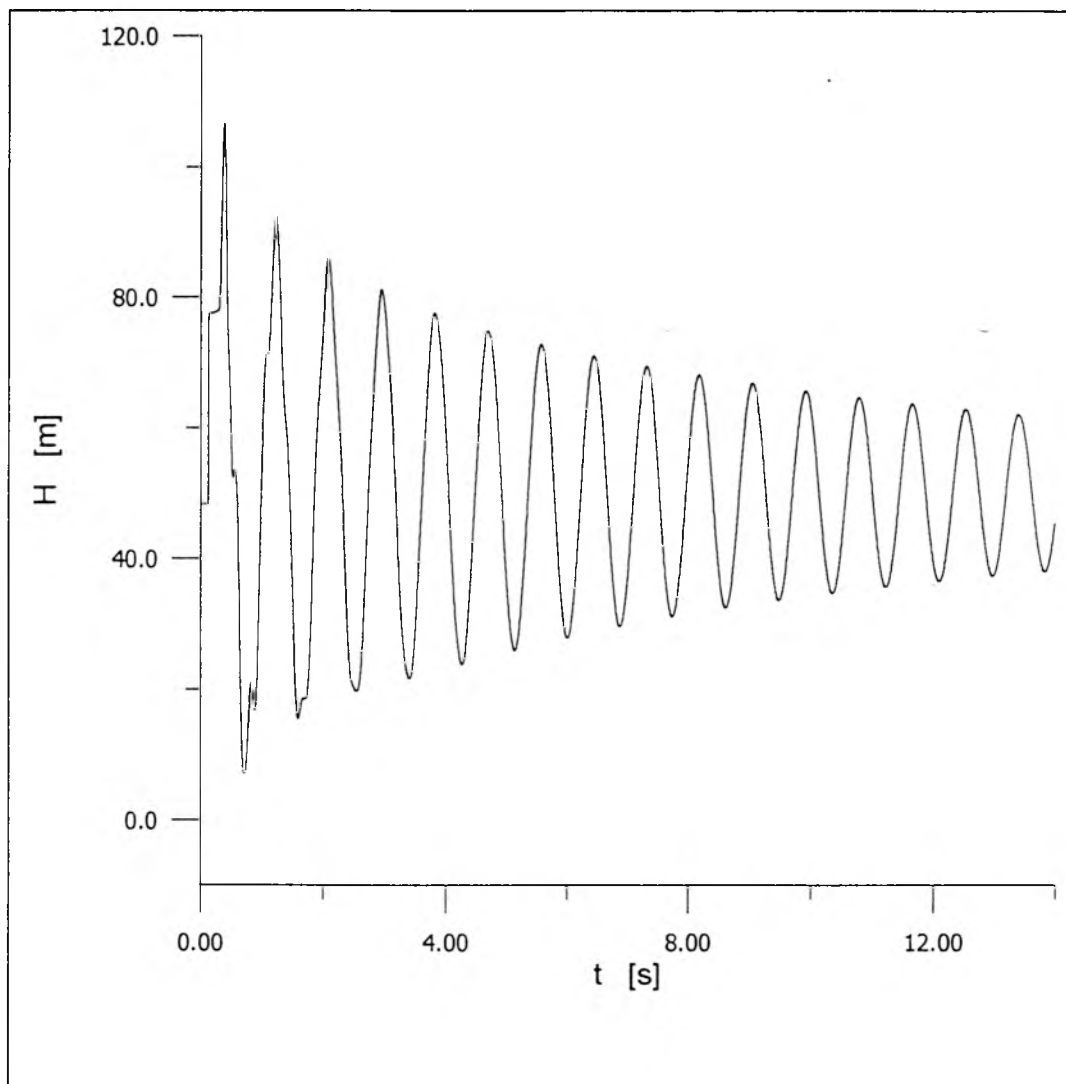
Do obliczeń przyjęto podział rurociągu na odcinki różnicowe  $\Delta x=1$  m. Krok siatki czasu  $\Delta t$  był dobierany tak, aby spełniony był warunek Couranta. Obliczenia wstępne wykazały, że zwiększanie kroku czasowego w metodzie charakterystyk, przy spełnionym warunku stabilności rozwiązania, tylko nieznacznie tłumi charakterystykę ciśnienia  $p(t)$ .

W pierwszym etapie sprawdzany był wpływ zastosowania zależności Nikuradsego oraz Colebrooka-White'a [39], opisujących współczynnik oporów liniowych  $f$  w ruchu turbulentnym, na wyznaczone charakterystyki ciśnienia  $p(t)$ . W obu przypadkach, analiza dotyczyła identycznych warunków przepływu w ruchu ustalonym. Stwierdzono, że stosując wymiennie te dwa wzory uzyskuje się praktycznie identyczne zależności  $p(t)$ . Dla wartości

współczynnika oporów liniowych  $f$  i miejscowych  $\zeta$  (wlot lub wylot ze zbiornika) przyjmowanych jak dla ruchu ustalonego czas tłumienia uderzenia hydraulicznego  $T_{to}$  jest zasadniczo dłuższy od rzeczywistego czasu zaniku zaburzenia  $T_t$  - rys.5.4 i 5.5. W szczególności dotyczy to 1-ego wariantu połączeń G42S50, gdy przewód stalowy znajduje się na końcu rurociągu (rys. 5.4)



Rys. 5.4. Symulacja metodą charakterystyk ( $\Delta t=0.00025$  s,  $f$  wg Colebrook'a White'a), wariant nr 1 połączeń.

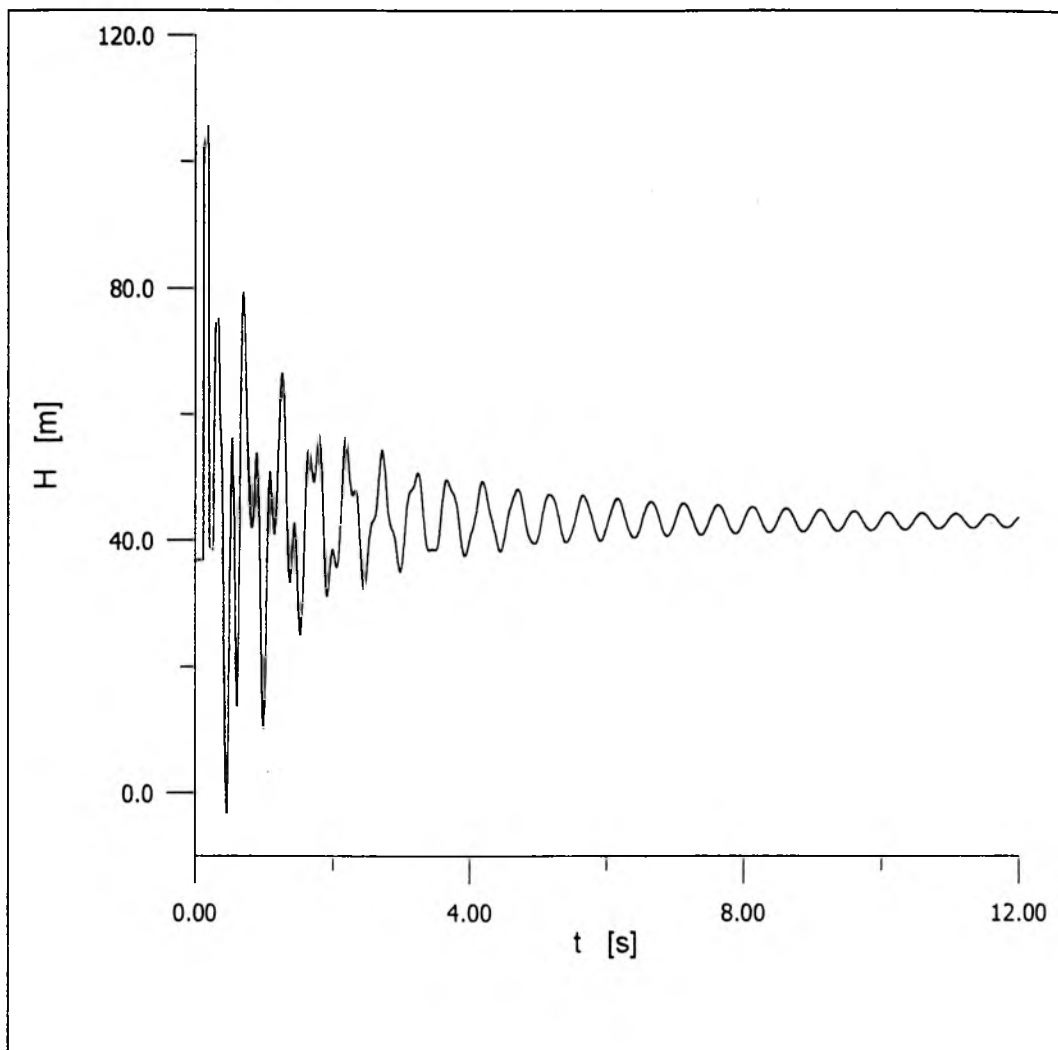


Rys. 5.5. Symulacja metodą charakterystyk ( $\Delta t=0.0005$  s, f wg Colebrook'a White'a), wariant nr 2 połączeń.

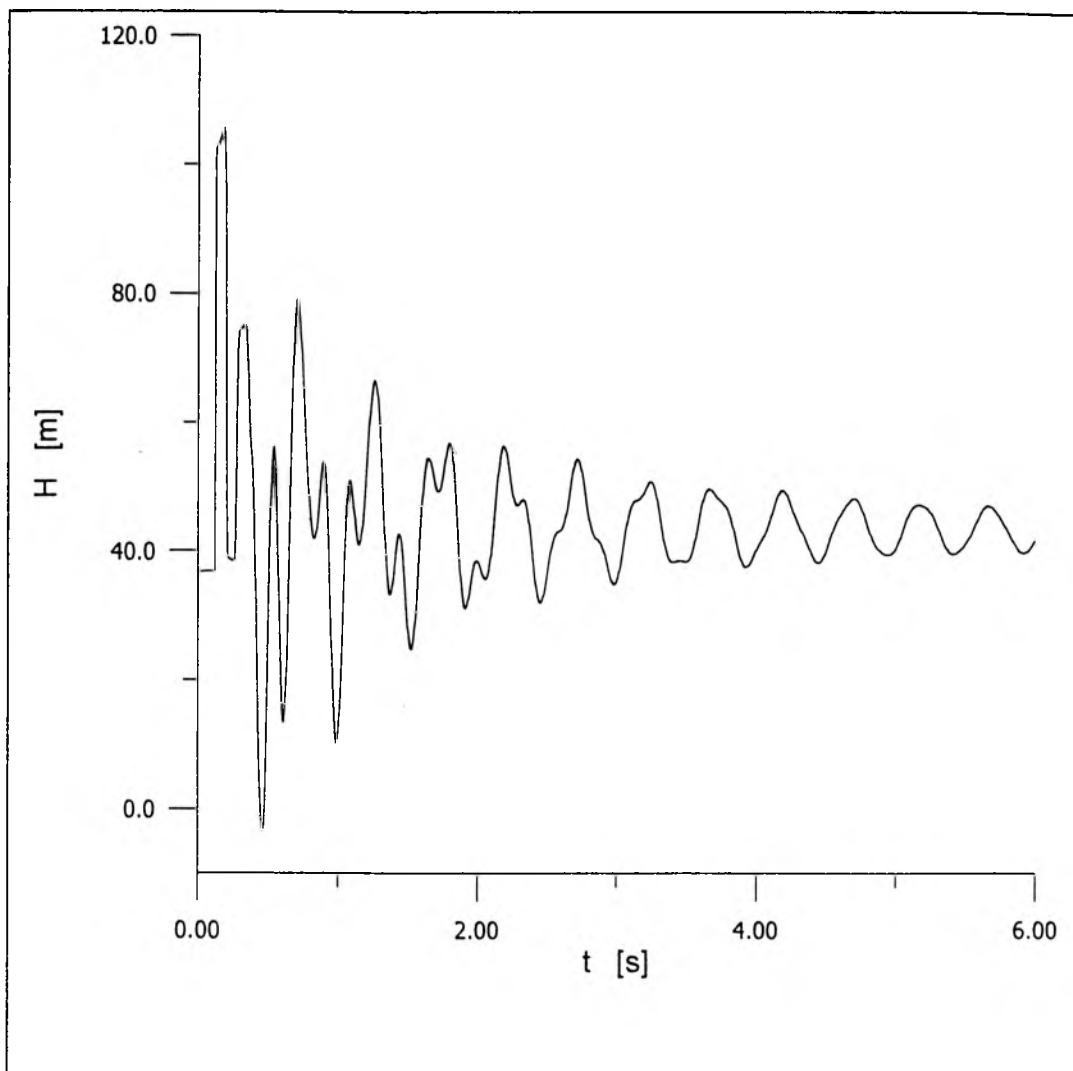
W kolejnym etapie w sposób krotnościowy zwiększana była wartość kroku czasowego  $\Delta t$  w celu uzyskania zarówno: porównywalnego czasu tłumienia, jak też kształtu obliczanej charakterystyki z empiryczną zależnością  $p(t)$ . Dla nawet 20-krotnego zwiększenia obu współczynników nie udało się zbliżyć do rzeczywistej wartości  $T_l$ . Należy zauważyć, że zwiększanie tych współczynników silnie wpływa na kształt szukanej charakterystyki, czego

efektem jest zanik rejestrowanych, zgodnie z rzeczywistym przebiegiem, odbić fal w początkowym okresie przebiegu zjawiska. Obliczenia te wskazują, że istnieje jeszcze inny, pomijany jak dotychczas, czynnik wpływający na szybkość tłumienia fali. Czynnik ten wiązać się może z dyssypacją energii sprężystej odkształcającego się przewodu. Innym powodem wolnego tłumienia zaburzenia może być sam kształt równania (wzór Darcy-Weisbacha) opisującego opory tarcia w ruchu nieustalonym. Należy zauważyć, że wzór Darcy-Weisbacha, wyznaczony metodą analizy wymiarowej [7, 32, 62], uwzględnia tylko składową konwekcyjną siły bezwładności. Natomiast, w zjawisku uderzenia hydraulicznego decydującą jest składowa lokalna tej siły!

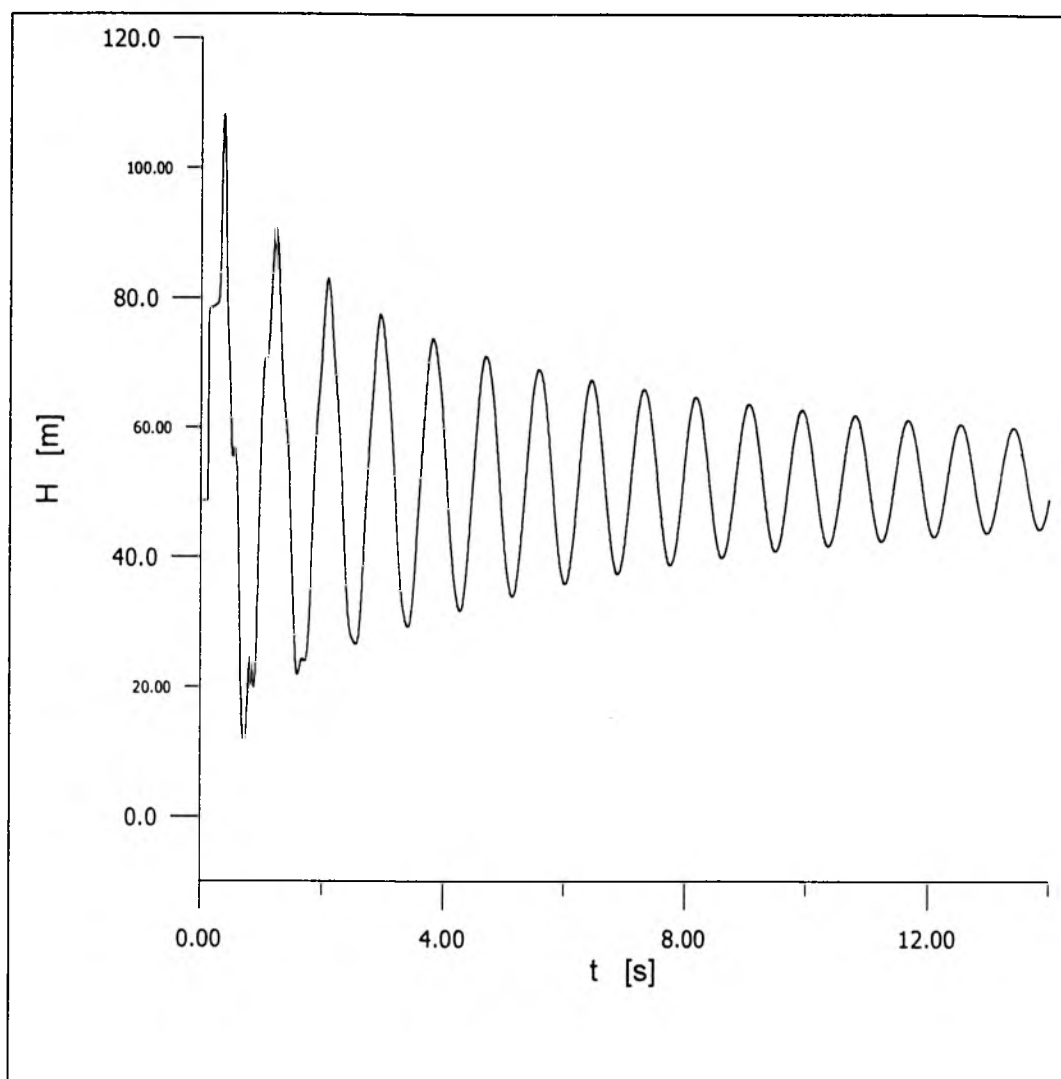
Zważywszy na podstawową trudność stłumienia zaburzenia metodą zwiększania współczynników  $f$  oraz  $\zeta$ , w dalszym etapie skupiono się na możliwości odtworzenia pierwszych kilku faz zjawiska. Zwrócono przy tym uwagę, że decydująca jest w tym przypadku wartość współczynnika oporów liniowych  $f$ . Zmiany 10-krotne współczynnika oporów miejscowych tylko nieznacznie wpływa na kształt i szybkość tłumienia fali. W efekcie tej symulacji dobrane zostały wartości  $f$  oraz  $\zeta$ , dla których wyznaczona na drodze numerycznej zależność  $p(t)$  zbliża się swym kształtem do rzeczywistej charakterystyki w pierwszym okresie zjawiska - rys.5.6a i 5.6b dla wariantu 1 i 5.7a i 5.7b dla wariantu 2.



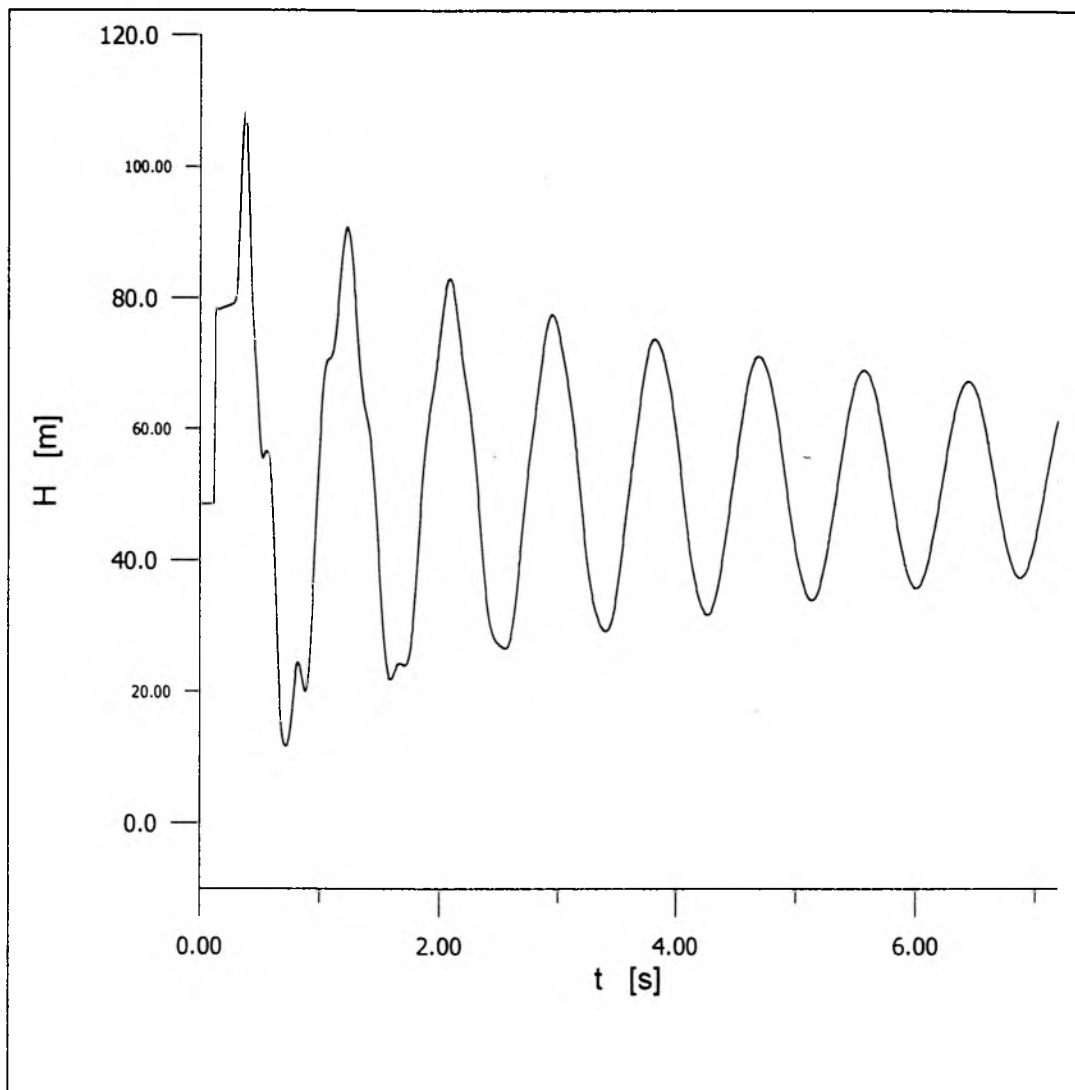
Rys. 5.6a. Symulacja metodą charakterystyk ( $\Delta t=0.0005$  s,  $10*f$  wg Colebrook'a White'a), wariant nr 1 połączeń.



*Rys. 5.6b. Symulacja metodą charakterystyk ( $\Delta t=0.0005$  s,  $10 \cdot f$  wg Colebrook'a White'a)  
-początkowe fazy zjawiska, wariant nr 1 połączeń.*



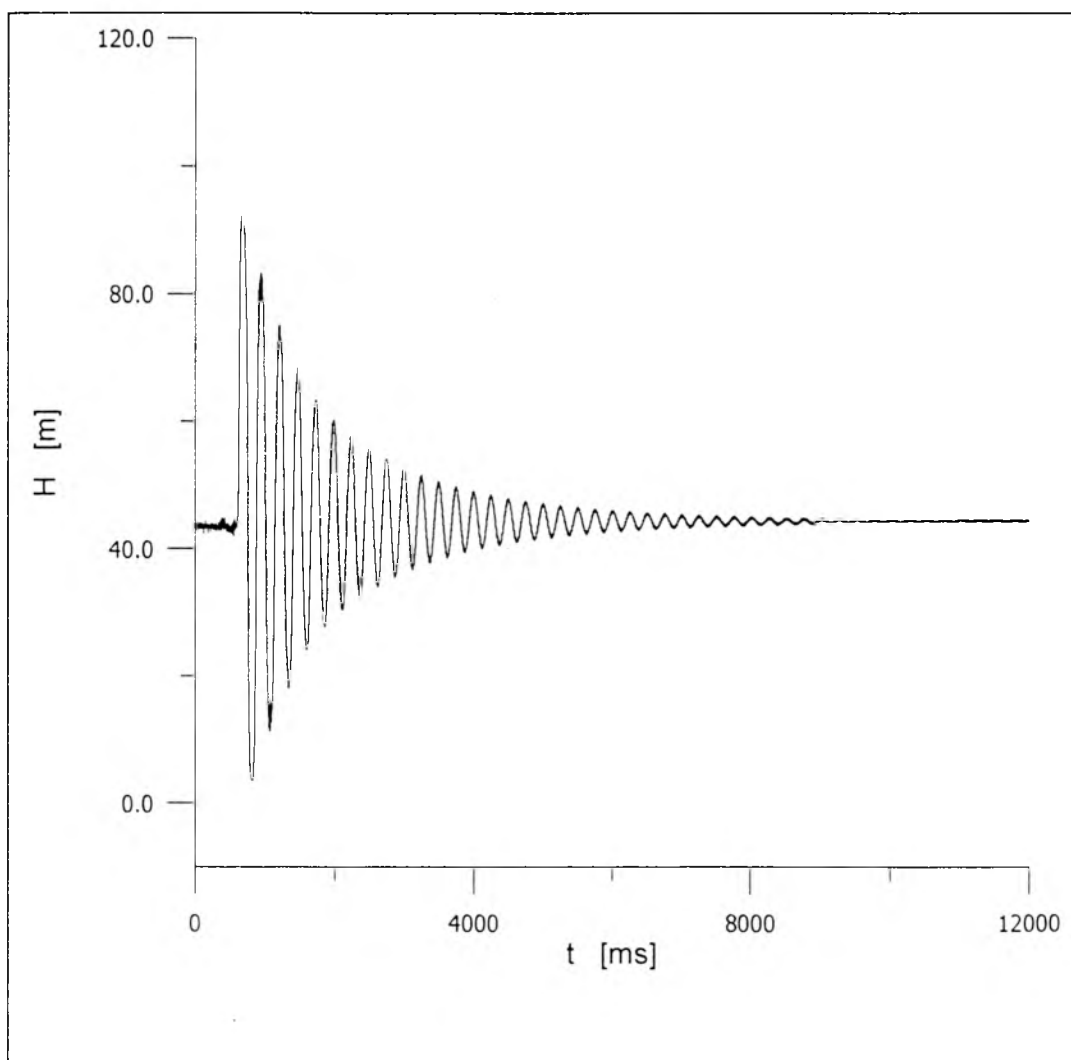
Rys. 5.7a Symulacja metodą charakterystyk ( $\Delta t=0.0005$  s, 2\*f wg Colebrook'a White'a)  
- wariant nr 2 połączeń.



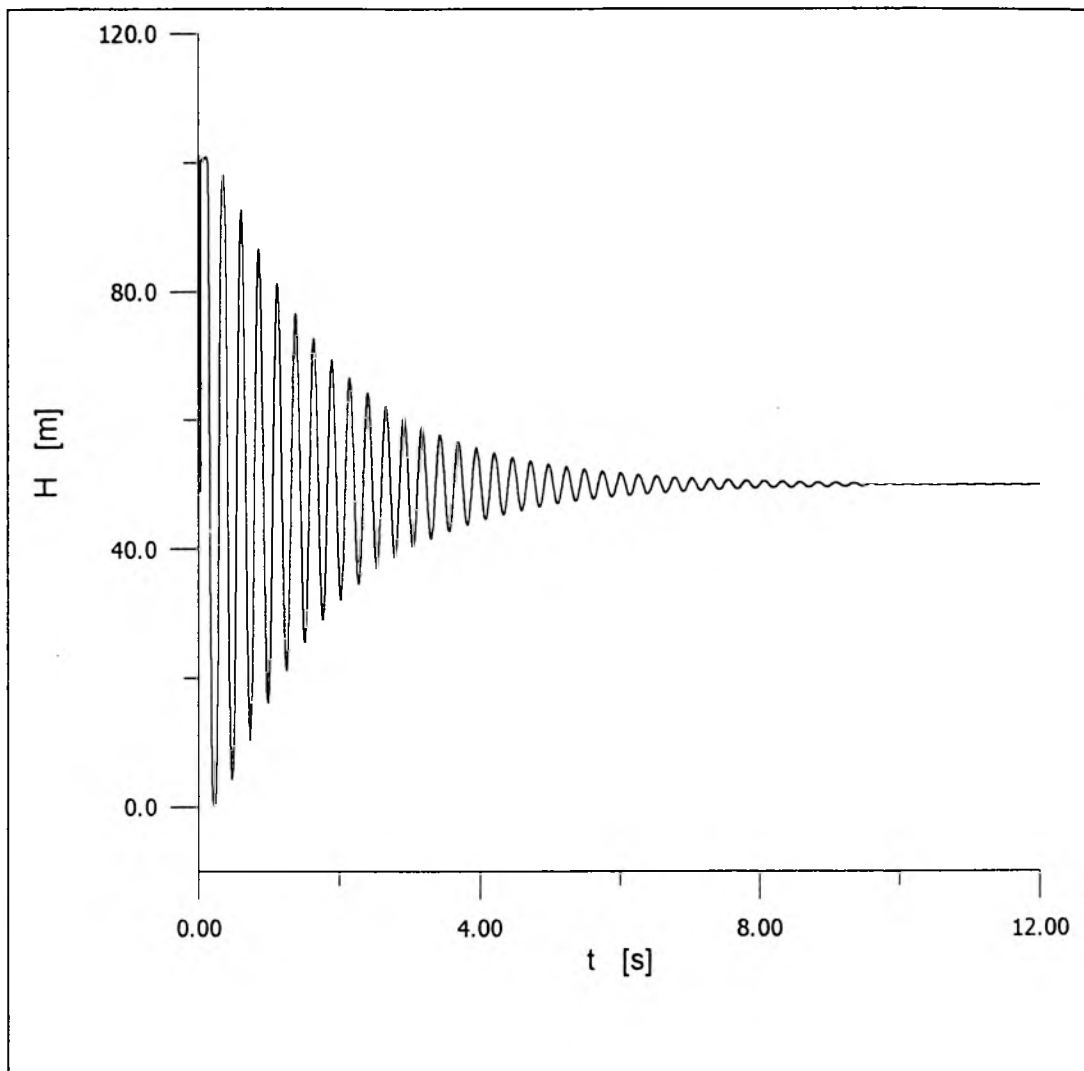
Rys. 5.7b. Symulacja metodą charakterystyk ( $\Delta t=0.0005$  s,  $2*f$  wg Colebrook'a White'a)  
- początkowe fazy zjawiska, wariant nr 2 połączeń.



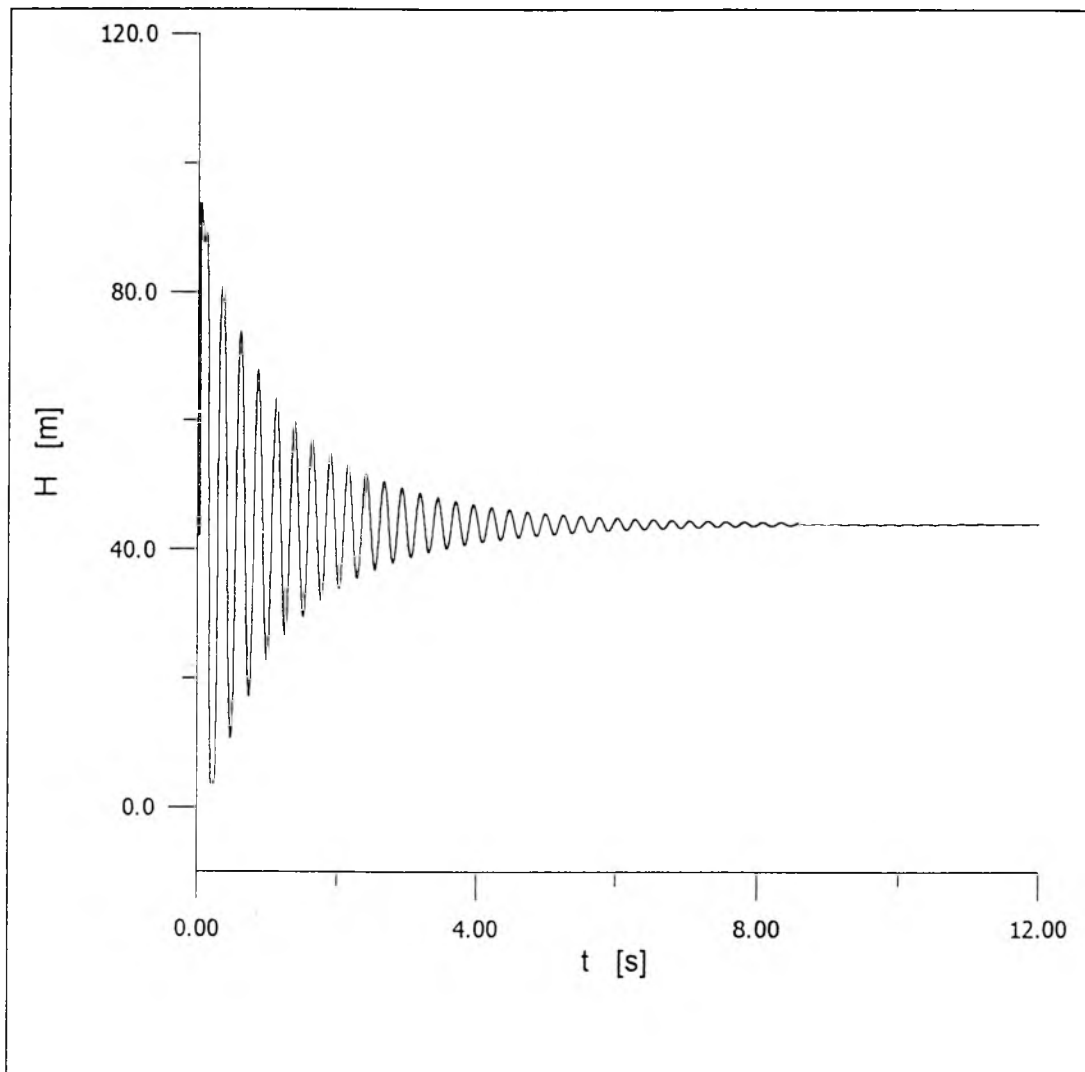
W celu dodatkowego sprawdzenia w jakim stopniu przyjęcie współczynnika  $f$  dla ruchu ustalonego ujmuje rzeczywiste opory tarcia w uderzeniu hydraulicznym, zostały przeprowadzone numeryczne symulacje dla pojedynczego przewodu z PVC-u. Na rys.5.8 przedstawiona została pomierzona charakterystyka, zaś na rys. 5.9 i 5.10 numerycznie obliczone charakterystyki dla dobranego kroku czasowego  $\Delta t=0.0005$  s (5.9) (należy zauważyć, że w metodzie charakterystyk, skrócenie kroku czasowego tłumi amplitudę drgań)



Rys. 5.8. Pomierzona charakterystyka ciśnienia  $p(t)$  w przewodzie PVC-u ( $L=27$  m,  $c=420$  m/s)



Rys. 5.9. Symulacja metodą charakterystyk ( $\Delta t=0.0005$  s,  $l$  \*f wg Colebrook'a White'a).



Rys. 5.10. Symulacja metodą charakterystyk ( $\Delta t=0.006$  s,  $7*f$  wg Colebrook'a White'a).

Najlepsze, dla stosowanych mnożników oporów liniowych, dopasowanie (małe odchylenia początkowych amplitud ciśnienia oraz zgodny z doświadczeniem czas tłumienia) otrzymano dla 6-krotnego mnożnika współczynnika oporów liniowych  $f$  w modelu numerycznym. Obliczenia wykazały słaby wpływ współczynnika oporów miejscowych  $\zeta$  na wlocie do zbiornika zasilającego na obliczane wartości ciśnienia fali (10-krotne zmiany tego współczynnika nie zmieniały w zauważalny sposób kształtu charakterystyki  $p(t)$ ).

Mozna więc stwierdzić, że **sposób opisu oporów tarcia w dotychczasowej postaci nie pozwala na uzyskanie zgodności obu, rzeczywistych i obliczanych numerycznie charakterystyk**. Problem ten jest praktycznie przemilczany w publikacjach poświęconych temu zagadnieniu na rzecz rozwijania, kolejnych modeli numerycznych.

Należy jednak zauważyć, że w każdym przypadku obliczone charakterystyki ciśnienia  $p(t)$  szybko zbiegają do stanu drgań własnych. Okres tych oscylacji zależy od kolejności ułożenia rozważanych odcinków przewodów w rurociągu. Otrzymane wartości  $T_w$  (dla stosowanych czynników wymuszających tłumienie zaburzenie ciśnienia) jest porównywalny (różnice mieszczą się w granicach 5% wartości pomierzonej) od wyników wyznaczonych na drodze doświadczalnej. Może to wskazywać, że metoda charakterystyk w sposób właściwy realizuje proces ustalania się oscylacji własnych układu ciecz-rurociąg, przy niedostatecznym (jeżeli stosuje się wzór Darcy-Weisbacha ze współczynnikiem oporów liniowych  $f$  dla przepływu ustalonego w różniczkowym równaniu ruchu) tłumieniu tego zaburzenia.

## 6. OPIS ZJAWISKA PRZY ZASTOSOWANIU METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH (MES)

### 6.1. MODEL Z ZASTOSOWANIEM METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

Podobnie jak w poprzednim rozdziale, w rozważaniach, ze względów praktycznych, używane będzie pojęcie wysokości ciśnienia  $H = p/\gamma$ . Rozwiązanie równań opisujących zjawisko uderzenia hydraulicznego opierać się będzie na metodzie MES zmodyfikowanej przez Szymkiewicza [54]. Celem modyfikacji jest uzyskanie A-stabilnego rozwiązania zadania.

#### 6.1.1. Rozwiązanie równań uderzenia hydraulicznego zmodyfikowaną metodą elementów skończonych

Rurociąg o długości  $L$  jest dzielony, jak w metodzie różnic skończonych, na  $M-1$  elementów o długości  $\Delta x_i$  przez  $M$  węzłów. Zgodnie z procedurą Galerkina [72] rozwiązanie układu równań (5.1) i (5.2) musi spełniać warunek:

$$\int_0^L \mathbf{N}\Omega(F_a, \dots) dx = \sum_{i=1}^{M-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \mathbf{N}\Omega(F_a, \dots) dx = 0 \quad (6.1)$$

gdzie:  $\mathbf{N} = [N_1(x), N_2(x), \dots, N_M(x)]^T$  - funkcje bazowe,

$\Omega$  - symboliczna reprezentacja równań (5.1) i (5.2),

$F_a$  - aproksymacja dowolnej funkcji występującej w równaniach (5.1) i (5.2),

$i$  - indeks węzła.

Podobnie jak w większości zagadnień jednowymiarowych, przyjmuje się liniowe funkcje bazowe [72]. Natomiast obliczenie całek w równaniu (6.1) przebiega inaczej niż w standardowym podejściu. Postępując zgodnie z modyfikacją metody [54], całkowanie równań w elemencie  $\langle x_i, x_{i+1} \rangle$  o długości  $\Delta x$ , przebiega następująco:

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} \left( \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial V^2}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2D} |V|V \right) N_i dx = \left( \omega \frac{dV_i}{dt} + (1-\omega) \frac{dV_{i+1}}{dt} \right) \frac{\Delta x_i}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{-V_i^2 + V_{i+1}^2}{2} \right) + g \frac{(-H_i + H_{i+1})}{2} + \frac{f}{2D} (\omega V_i |V_i| + (1-\omega) V_{i+1} |V_{i+1}|) \frac{\Delta x_i}{2} \quad (6.2)$$

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} \left( \frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} \right) N_i dx = \left( \omega \frac{dH_i}{dt} + (1-\omega) \frac{dH_{i+1}}{dt} \right) \frac{\Delta x_i}{2} + (\omega V_i + (1-\omega) V_{i+1}) \frac{(-H_i + H_{i+1})}{2} + \frac{c^2}{g} \frac{(-V_i + V_{i+1})}{2} \quad (6.3)$$

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} \left( \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial V^2}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2D} |V|V \right) N_{i+1} dx = \left( (1-\omega) \frac{dV_i}{dt} + \omega \frac{dV_{i+1}}{dt} \right) \frac{\Delta x_i}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{-V_i^2 + V_{i+1}^2}{2} \right) + g \frac{(-H_i + H_{i+1})}{2} + \frac{f}{2D} ((1-\omega) V_i |V_i| + \omega V_{i+1} |V_{i+1}|) \frac{\Delta x_i}{2} \quad (6.4)$$

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} \left( \frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} \right) N_{i+1} dx = \left( (1-\omega) \frac{dH_i}{dt} + \omega \frac{dH_{i+1}}{dt} \right) \frac{\Delta x_i}{2} + ((1-\omega) V_i + \omega V_{i+1}) \frac{(-H_i + H_{i+1})}{2} + \frac{c^2}{g} \frac{(-V_i + V_{i+1})}{2} \quad (6.5)$$

Sumując całki w poszczególnych elementach zgodnie z równaniem (6.1) otrzymujemy globalny układ równań różniczkowych zwyczajnych dla całego układu

$$\mathbf{S} \mathbf{X} + \mathbf{C} \mathbf{X} = 0 \quad (6.6)$$

S - stała macierz pasmowa } szerokość  
 C - zmienna macierz pasmowa } pasma: 7

$$\mathbf{X} = \{V_1, H_1, V_2, H_2, \dots, V_M, H_M\}^T,$$

M - liczba węzłów obliczeniowych.

Całkowanie układu równań różniczkowych w czasie metodą niejawną trapezową

$$\phi_{t+\Delta t} = \phi_t + \Delta t(\theta \phi'_{t+\Delta t} + (1-\theta)\phi'_t) \quad (6.7)$$

prowadzi do układu algebraicznych równań nieliniowych

$$(\mathbf{S} + \Delta t\theta \mathbf{C}_{t+\Delta t})\phi_{t+\Delta t} = (\mathbf{S} - \Delta t(1-\theta)\mathbf{C}_t)\phi_t \quad (6.8)$$

Zależnie od parametrów wagowych:  $\omega \in [0,5, 1,0]$ ,  $\theta \in [0,5, 1,0]$  otrzymujemy szczególne, dobrze znane algorytmy. I tak

$\omega = 2/3$  – standardowa metoda elementów skończonych,

$\omega = 1$  – metoda różnic skończonych,

$\theta = 1/2$  – schemat niejawny trapezowy,

$\theta = 1$  – schemat niejawny Eulera

Parametry  $\omega$  i  $\theta$  mogą przyjmować inne niż wymienione wyżej wartości.

Do rozwiązania układu algebraicznych równań nieliniowych zastosowano metodę Newtona:

$$\mathbf{J}^{(k)}\Delta\mathbf{X}_{t+\Delta t}^{(k+1)} = -\mathbf{F}^{(k)} \quad (6.9)$$

$\mathbf{J}$  – jacobian układu (6.8),

$\Delta\mathbf{X} = \mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k$  – wektor poprawek,

$\mathbf{F}$  – wektor residualny układu (6.8),

$k$  – indeks iteracji.

Doświadczenia wykazują, że zwykle 2–3 iteracje zapewniają wystarczająco dokładne rozwiązanie układu (6.8).

W punktach zmiany odkształcalności wykorzystuje się warunki (5.23) i (5.24). Opory ruchu oblicza się podobnie jak w metodzie charakterystyki na podstawie wzoru Colebrooka-White'a (5.30).

## 6.2. WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA MODELU

Podobnie jak w metodzie charakterystyk, w celu przeprowadzenia symulacji numerycznej zjawiska z zastosowaniem modelu opartego na metodzie MES oraz porównania wyników obliczeń z wynikami pomiarów doświadczalnych do analizy przyjęto układ przewodów MDPE (PN10) i stalowy. Długości odcinków tych przewodów wynosiły odpowiednio 42 i 50 m. Całkowita długość rurociągu wynosiła, podobnie jak w rozdziale piątym, 92 m.

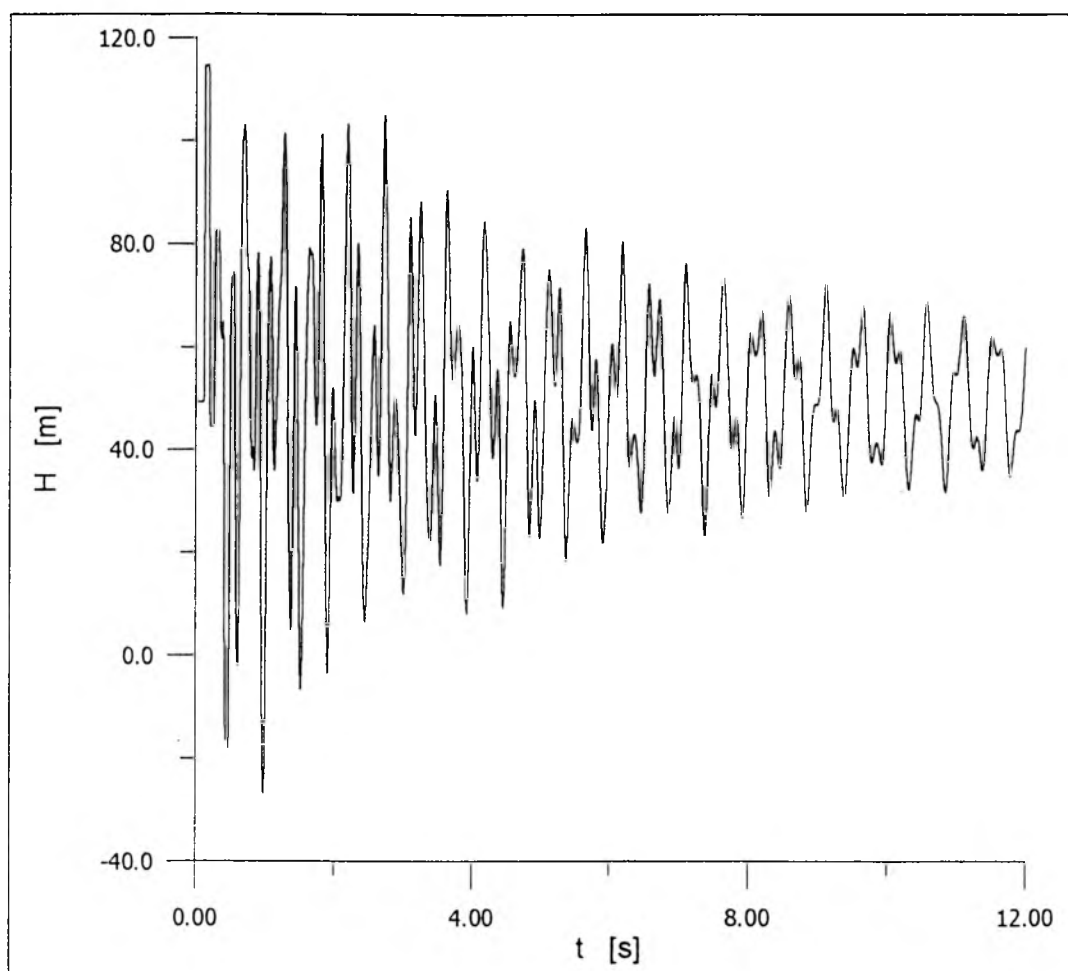
Obliczenia obejmowały dwa układy połączeń:

- przewód stalowy na końcu rurociągu – G42S50 (wariant 1),
- przewód stalowy przy zbiorniku zasilającym – S50G42 (wariant 2).

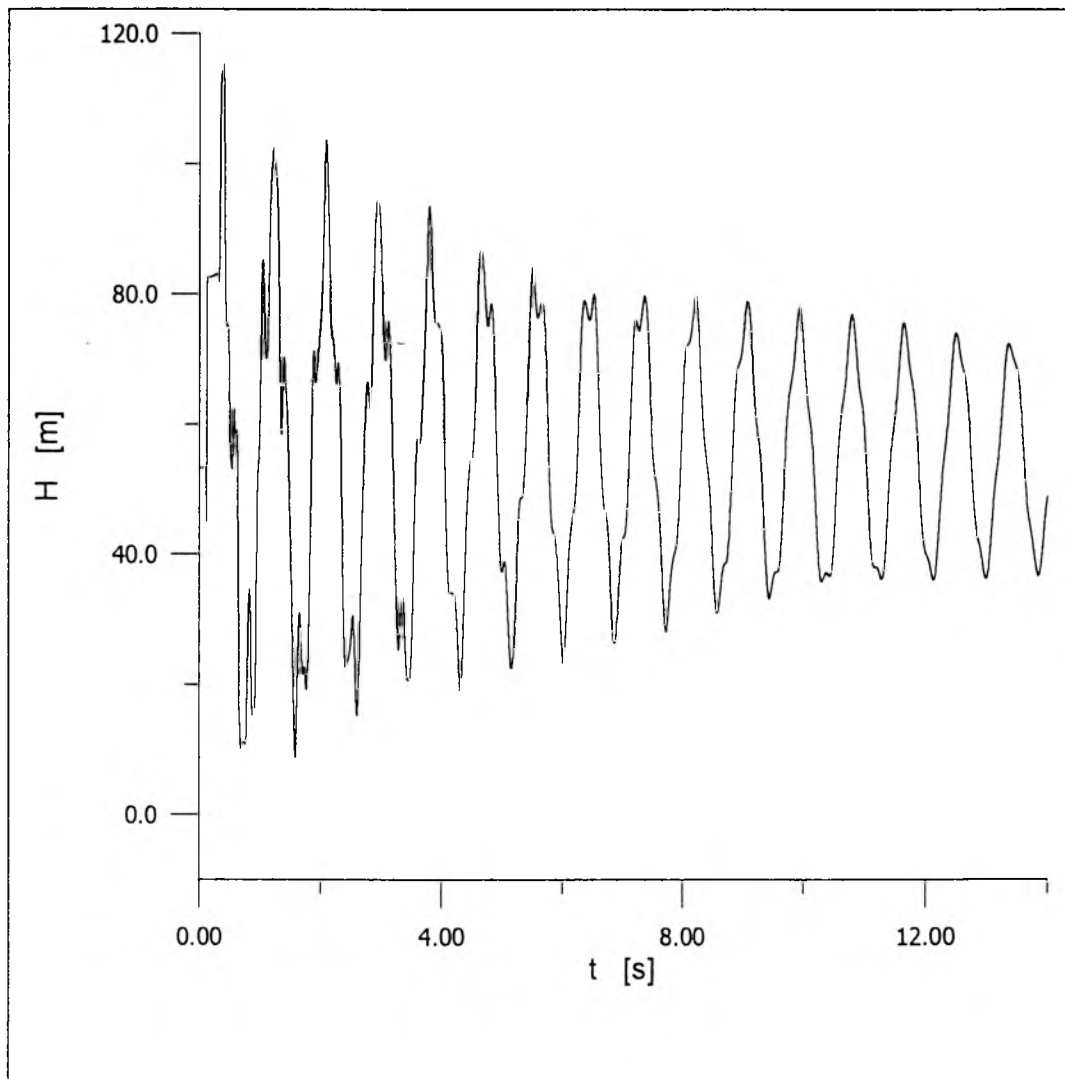
Należy zauważyć, że zastosowana metoda MES jest rozwiązaniem absolutnie stabilnym [54], stąd przyjmowany do obliczeń krok czasu  $\Delta t$  musi jedynie być mniejszy od takich wartości, jak: okres fali, czas powrotu fali odbitej, czy czas przebiegu fali między kolejnymi przekrojami pomiarowymi. Jednak krok czasu  $\Delta t$  ma istotny wpływ w rozważanej metodzie na tzw. lepkość numeryczna. Jest to istotne zagadnienie w szczególności przy rozwiązywaniu równań typu hiperbolicznego, dla których istotną przeszkodą są oscylacje numeryczne [2, 54].

W pierwszym etapie do obliczeń przyjmowany był krok czasowy  $\Delta t$  identyczny jak w metodzie charakterystyk (spełniający kryterium Couranta). Jednak otrzymane charakterystyki ciśnienia wykazywały silny, słabo tłumiony wpływ fal odbitych - rys.6.1 i 6.2.





Rys. 6.1. Symulacja metodą elementów skończonych ( $\Delta t=0.0005$  s,  $l^*$  wg Colebrook'a  
White'a,  $\theta=0.75$ ,  $\omega=0.51$ ) – wariant nr 1 połączeń.



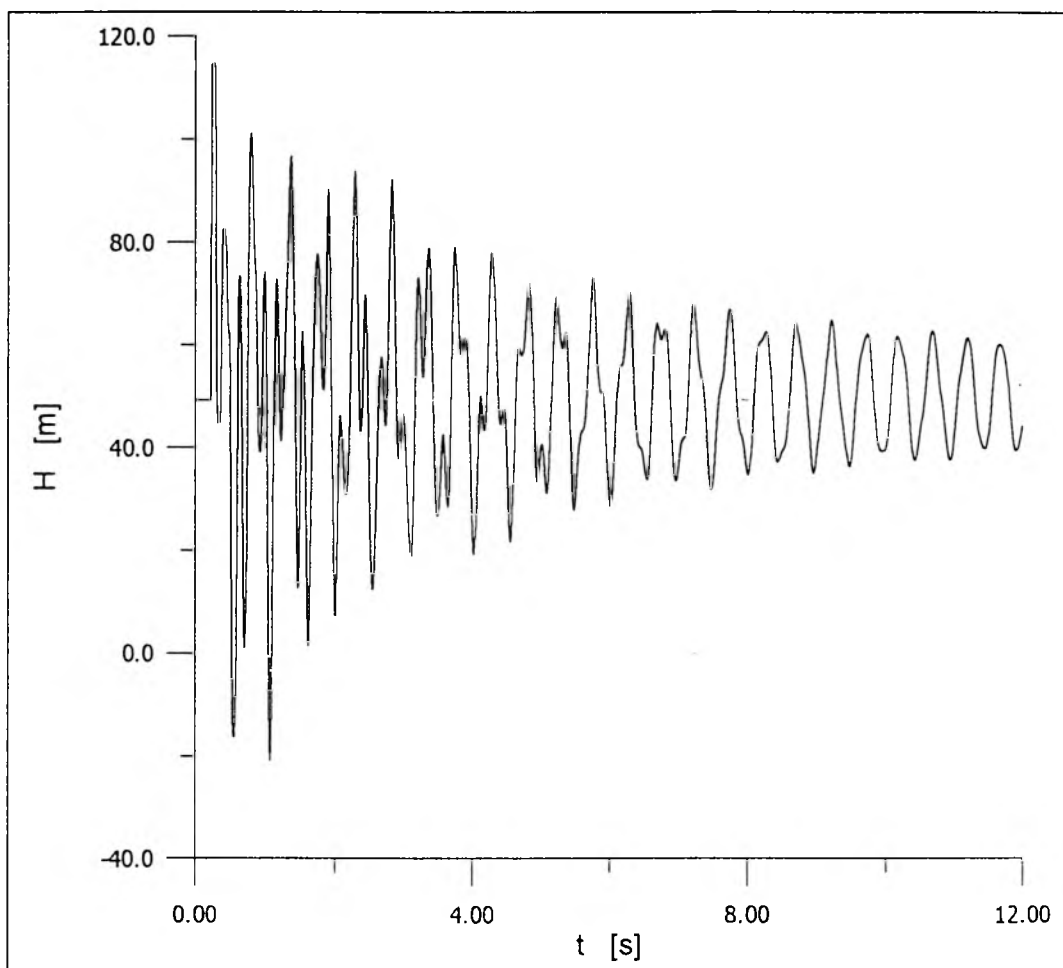
Rys. 6.2. Symulacja metodą elementów skończonych ( $\Delta t=0.0005$  s,  $1*f$  wg Colebrook'a White'a,  $\theta=0.75$ ,  $\omega=0.51$ ) – wariant nr 2 połączeń.

W efekcie, trudno byłoby wyróżnić utrwalanie się oscylacji własnych układu. W celu usunięcia tego zjawiska zwiększany był krok czasowy. Jak już wspomniano, takie postępowanie zwiększa lepkość numeryczną rozwiązania. Można to zapisać zależnością [54]:

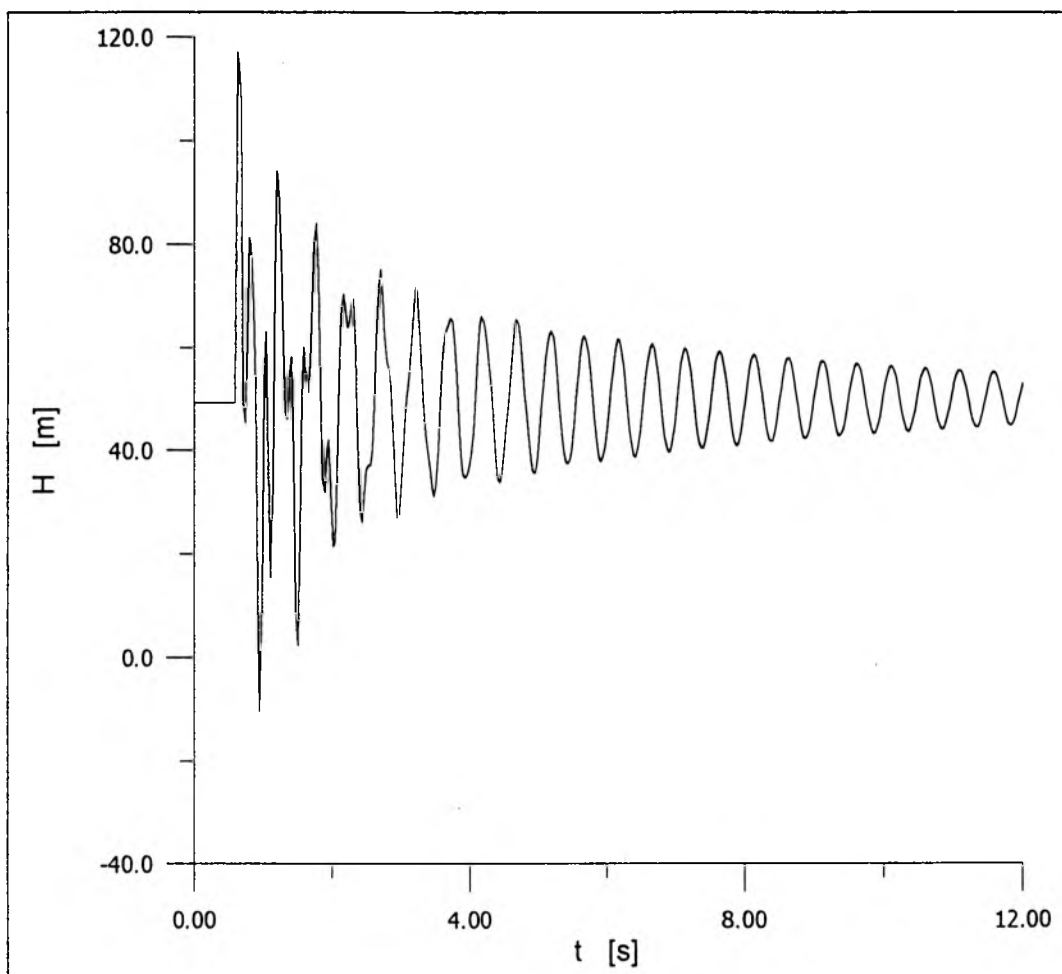
$$\nu_n = (\theta - \frac{1}{2})c^2 \Delta t \quad (6.10)$$

gdzie  $\nu_n$  jest współczynnikiem dyfuzji numerycznej. Ze wzoru wynika, że udział dyfuzji numerycznej w rozwiązaniu wzrasta wraz ze wzrostem  $\theta$  ( $\theta \in <1/2, 1>$ ) oraz  $\Delta t$ .

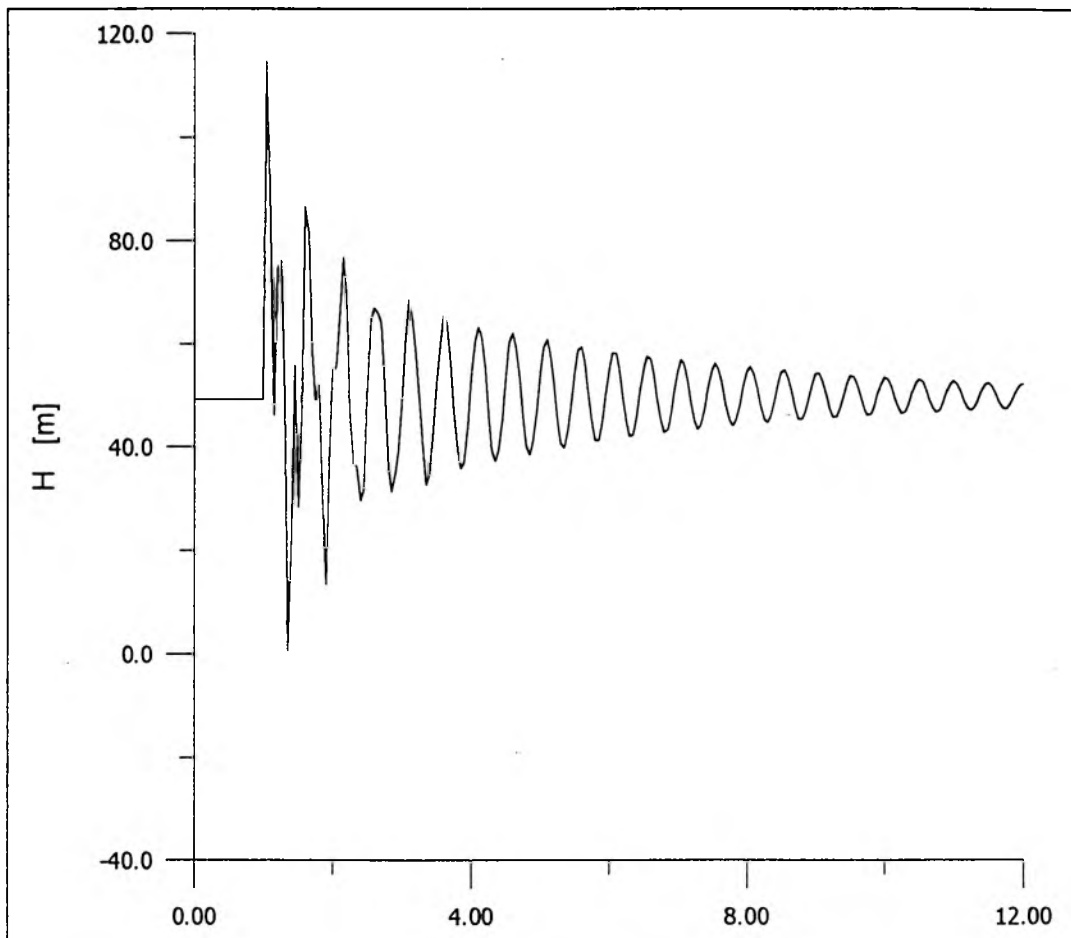
W efekcie wzrostu kroku czasowego następuje wyraźne stłumienie efektu odbić i transformacji fal, przy jednoczesnym wyraźnym ustalaniu się oscylacji własnych układu - rys.6.3, 6.4, 6.5. Dalsza analiza była prowadzona dla kroku czasowego, przy którym wyznaczona została charakterystyka  $p(t)$  przedstawiona na rys.6.4. – odpowiednio ( $\Delta t=0.003$  s) w przypadku wariantu 1. Natomiast dla wariantu 2, dopasowany krok czasowy wyniósł ( $\Delta t=0.004$  s).



Rys. 6.3. Symulacja metodą elementów skończonych ( $\Delta t=0.001$  s,  $1*f$  wg Colebrook'a White'a,  $\theta=0.75$ ,  $\omega=0.51$ ) – wariant nr 1 połączeń.



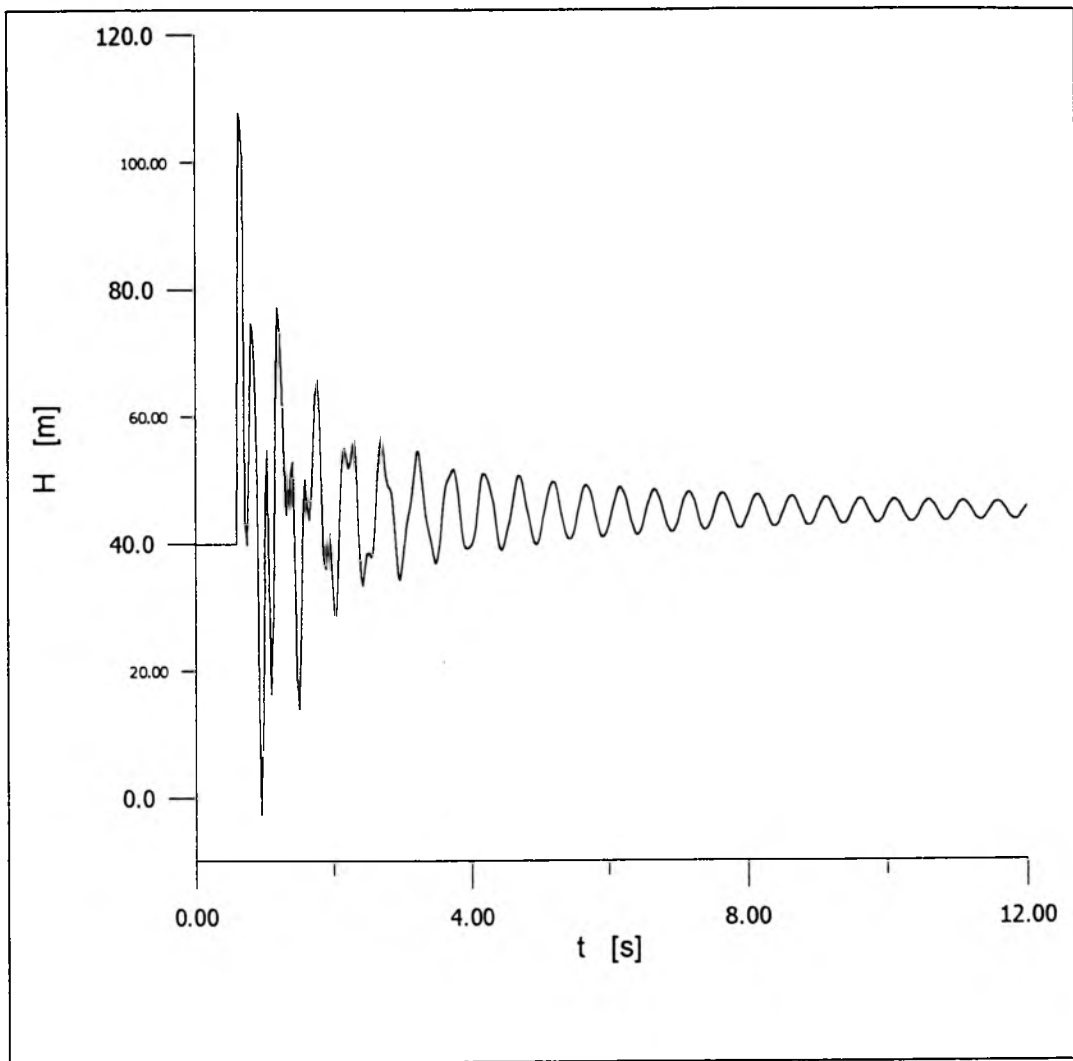
Rys. 6.4. Symulacja metodą elementów skończonych ( $\Delta t=0.003$  s,  $l^*$  wg Colebrook'a White'a,  $\theta=0.75$ ,  $\omega=0.51$ ) – wariant nr 1 połączeń.



*Rys. 6.5. Symulacja metodą elementów skończonych ( $\Delta t=0.005$  s,  $1*f$  wg Colebrook'a White'a,  $\theta=0.75$ ,  $\omega=0.51$ ) – wariant nr 1 połączeń.*

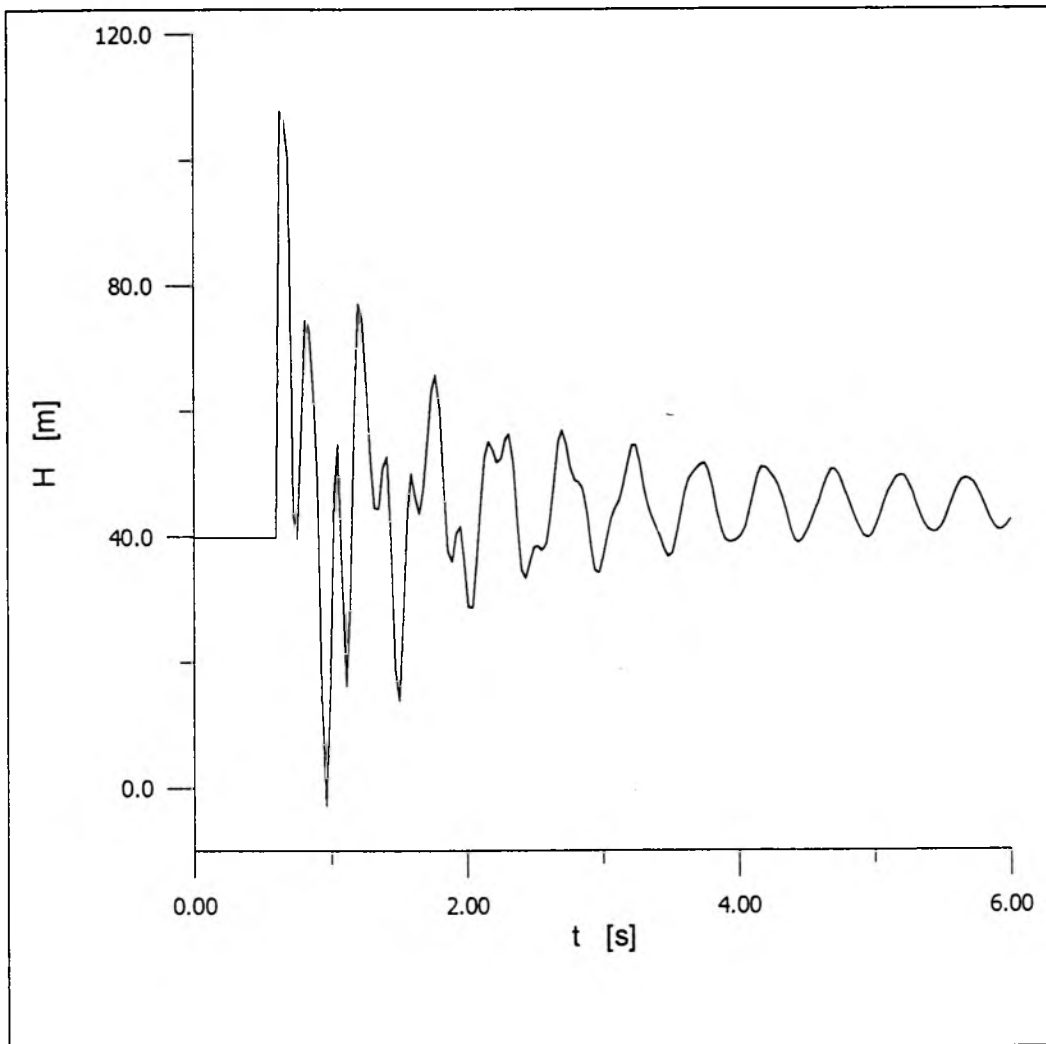
W kolejnym etapie sprawdzany był wpływ zastosowania zależności Colebrooka-White'a oraz Nikuradsego na obliczane charakterystyki ciśnienia  $p(t)$ . Analiza dotyczyła identycznych warunków przepływu w ruchu ustalonym. Stwierdzono, że stosując wymiennie dwa wzory uzyskuje się praktycznie identyczne zależności  $p(t)$ . Dla współczynników oporów liniowych  $f$  i lokalnych  $\zeta$  (wlot lub wylot ze zbiornika) przyjmowanych jak dla ruchu ustalonego czas tłumienia uderzenia hydraulicznego  $T_{to}$  jest zasadniczo dłuższy od rzeczywistego czasu zaniku zaburzenia  $T_l$  – szczególnie w wariancie 1 połączeń. W kolejnych etapach obliczeń, w sposób krotnościowy zwiększana była wartość współczynnika  $f$  oraz współczynnika  $\zeta$  w celu uzyskania zarówno: porównywalnego czasu tłumienia ( $T_{to} \cong T_l$ ), jak też kształtu obliczanej charakterystyki z empiryczną zależnością  $p(t)$ . Dla wariantu 1-szego, nawet 100-krotne zwiększenie obu współczynników nie zbliżyło obliczanego czasu tłumienia do rzeczywistej wartości  $T_l$ . Zwiększane tak współczynniki silnie wpływały na kształt szukanej charakterystyki, czego efektem jest zanik, bądź zniekształcenie obliczanych charakterystyk w porównaniu z rzeczywistym przebiegiem zjawiska. Obliczenia te ponownie potwierdziły istnienie jeszcze innych, pomijanych jak dotychczas, czynników wpływających na szybkość tłumienia fali. W szczególności dotyczyć to może dyssypacji energii sprężystej odkształcającego się przewodu oraz innego kształtu różniczkowego równania tarcia w ruchu nieustalonym (który uwzględniałby wpływ składowej lokalnej siły bezwładności).

Na rys. 6.6a i 6.6b oraz 6.7a i 6.7b przedstawiono charakterystyki ciśnienia dobrane ze względu na zbliżony do rzeczywistego, kształt początkowych faz przebiegu zjawiska dla obu wariantów.

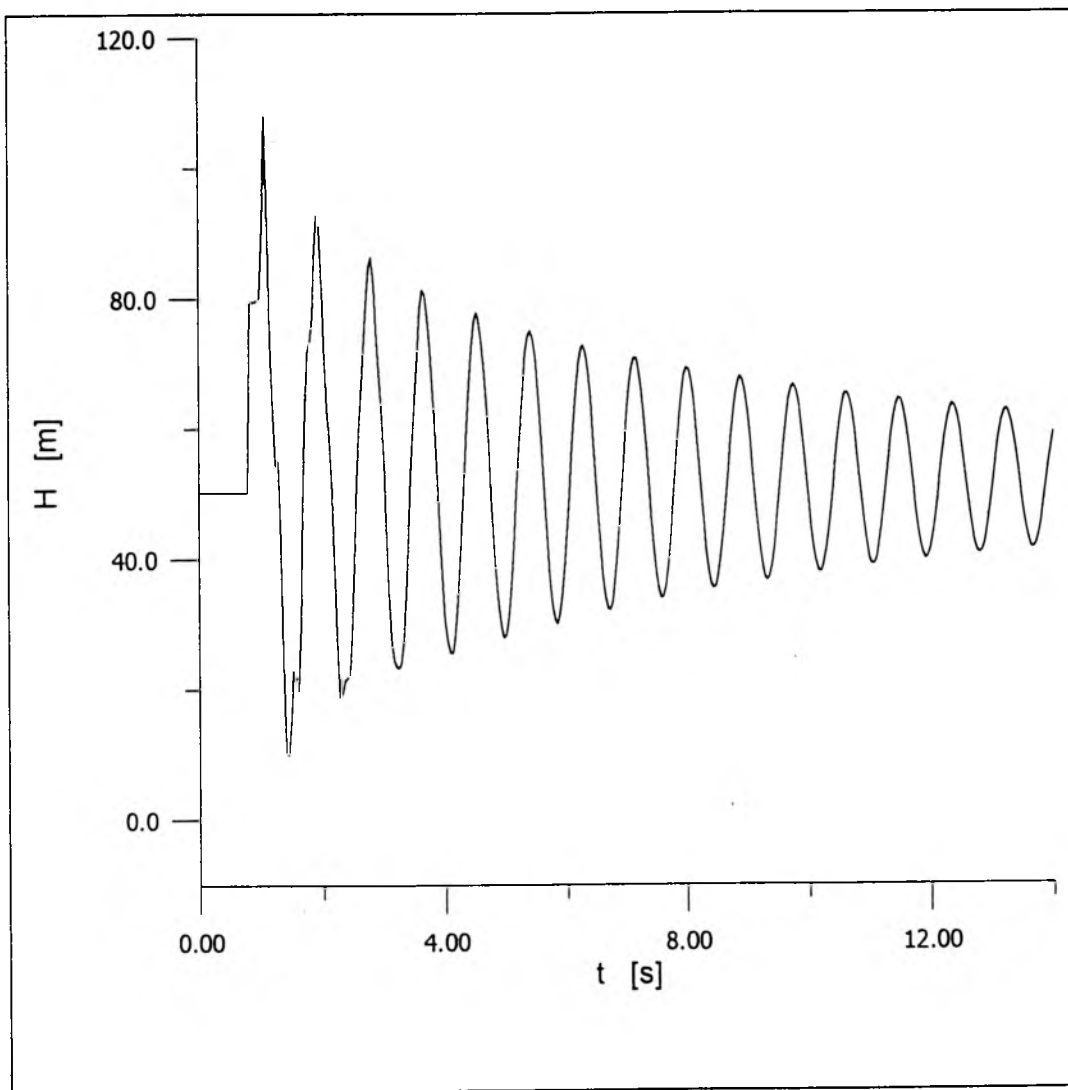


Rys. 6.6a. Symulacja metodą elementów skończonych ( $\Delta t=0.003$  s,  $6*f$  wg Colebrook'a White'a,  $\theta=0.75$ ,  $\omega=0.51$ ) – wariant nr 1 połączeń.

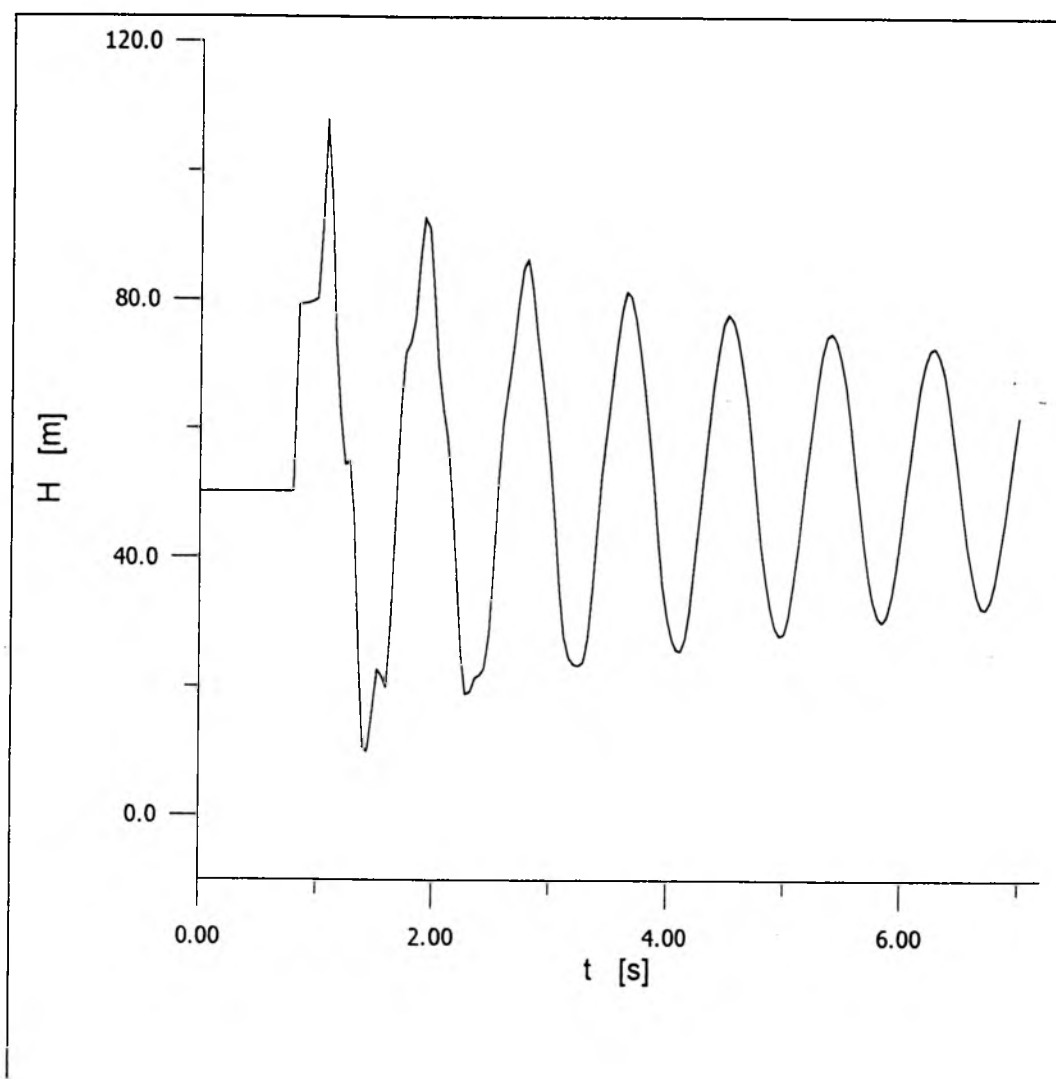




*Rys. 6.6b. Symulacja metodą elementów skończonych ( $\Delta t=0.003$  s,  $6*f$  wg Colebrook'a White'a,  $\theta=0.75$ ,  $\omega=0.51$ ) – wariant nr 1 połączeń, początkowe fazy zjawiska.*

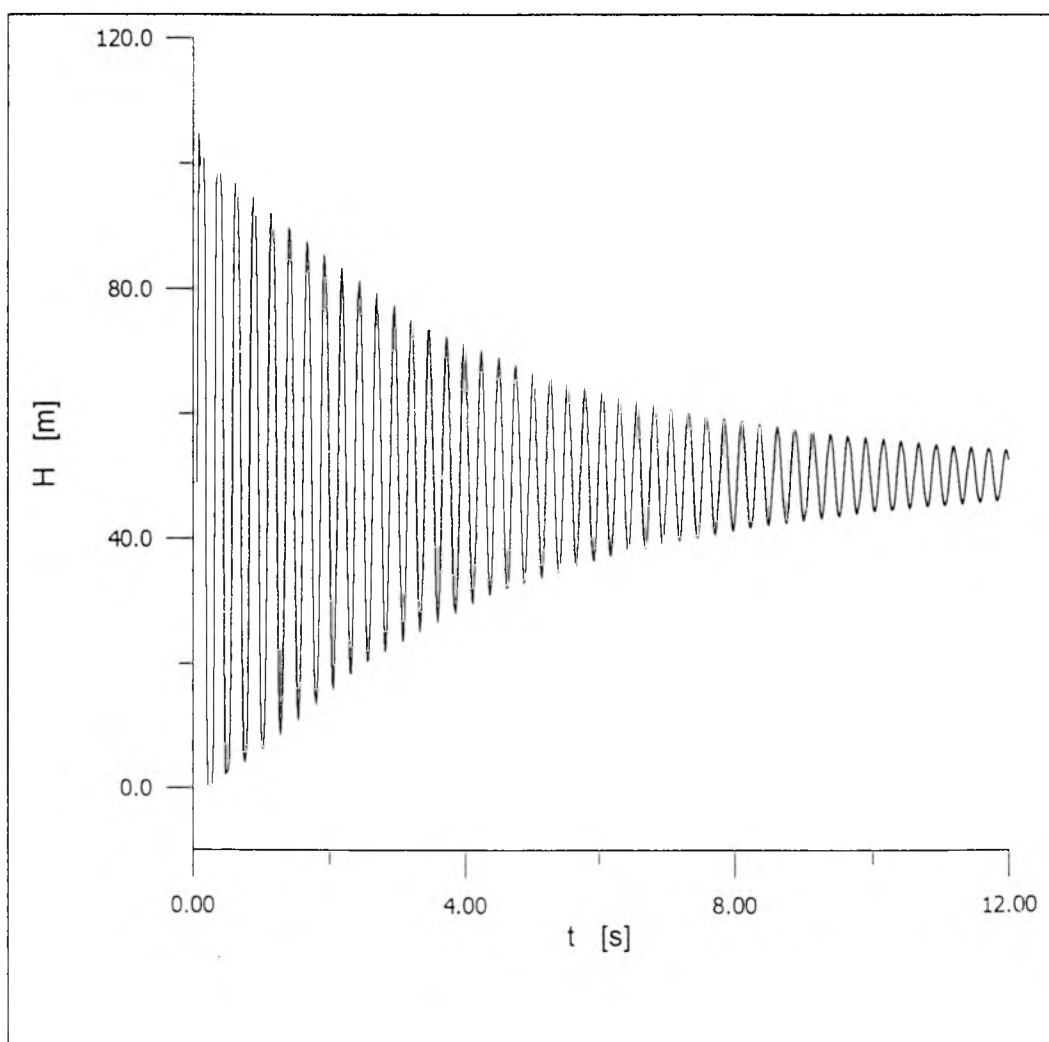


Rys. 6.7a. Symulacja metodą elementów skończonych ( $\Delta t=0.004$  s,  $1^*$ f wg Colebrook'a White'a,  $\theta=0.75$ ,  $\omega=0.51$ ) – wariant nr 2 połączeń.

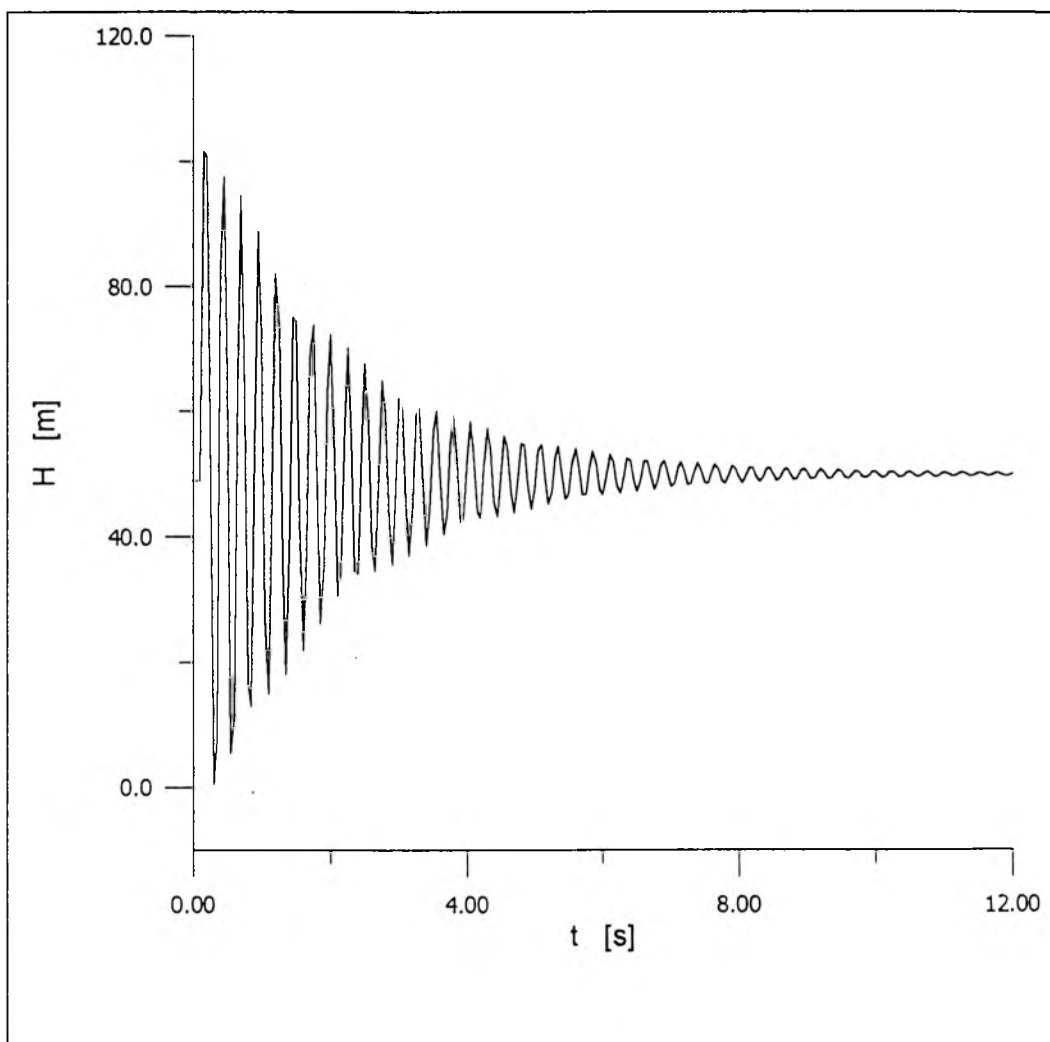


Rys. 6.7b. Symulacja metodą elementów skończonych ( $\Delta t=0.004$  s,  $1*f$  wg Colebrook'a White'a,  $\theta=0.75$ ,  $\omega=0.51$ ) – wariant nr 2 połączeń, początkowe fazy zjawiska.

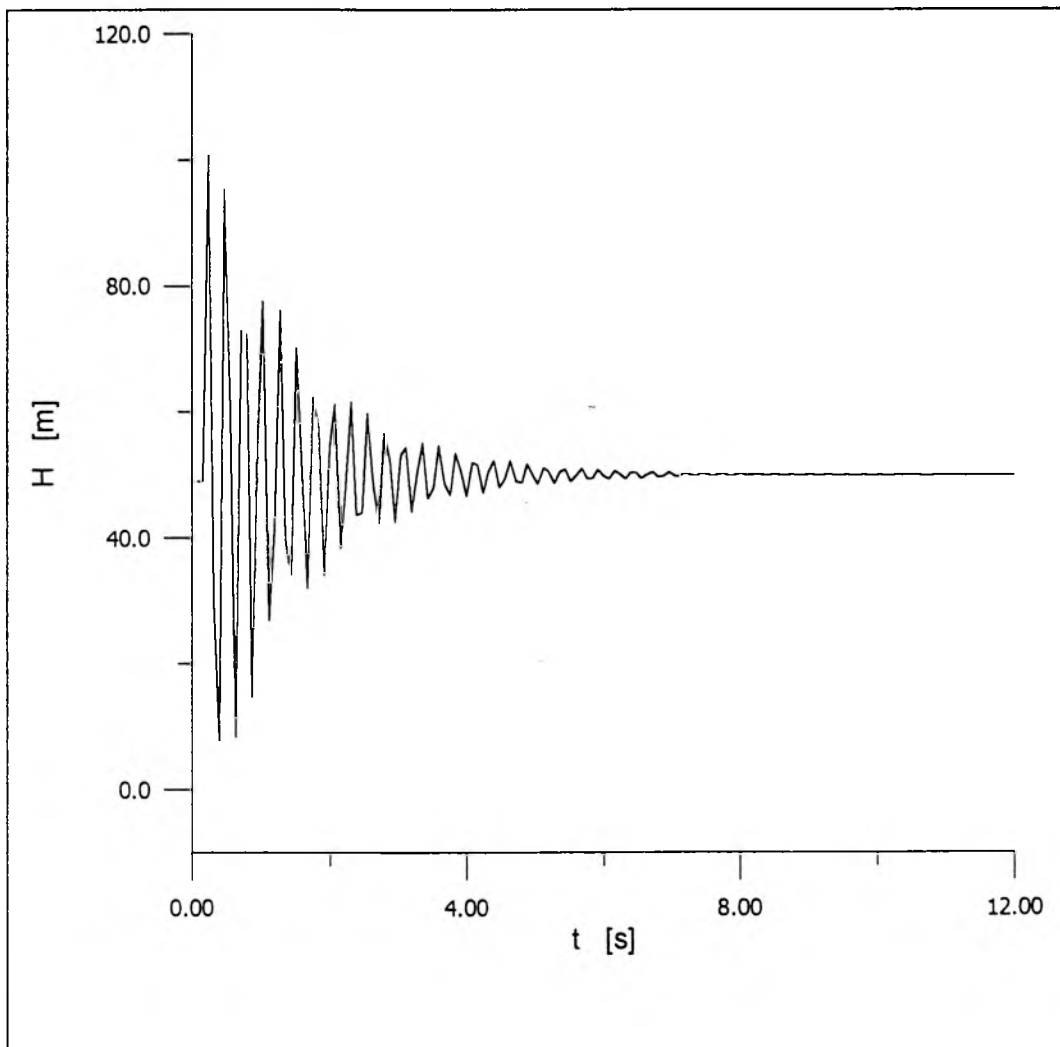
Analogicznie jak w rozdziale 5., w celu dodatkowego sprawdzenia w jakim stopniu przyjęcie współczynnika  $f$  dla ruchu ustalonego ujmuje rzeczywiste opory tarcia w uderzeniu hydraulicznym, zostały przeprowadzone numeryczne symulacje dla pojedynczego przewodu z PVC-u. Na rys.6.8-6.11 przedstawione zostały odpowiednio: pomierzona charakterystyka, numerycznie obliczone charakterystyki dla trzech wartości kroku czasowego oraz dopasowana charakterystyka numeryczna z zarejestrowaną funkcją  $p(t)$  (do porównań z rzeczywistą charakterystyką uwzględnione zostały pierwsze (cztery) amplitudy ciśnienia oraz łączny czas tłumienia fali ciśnienia).



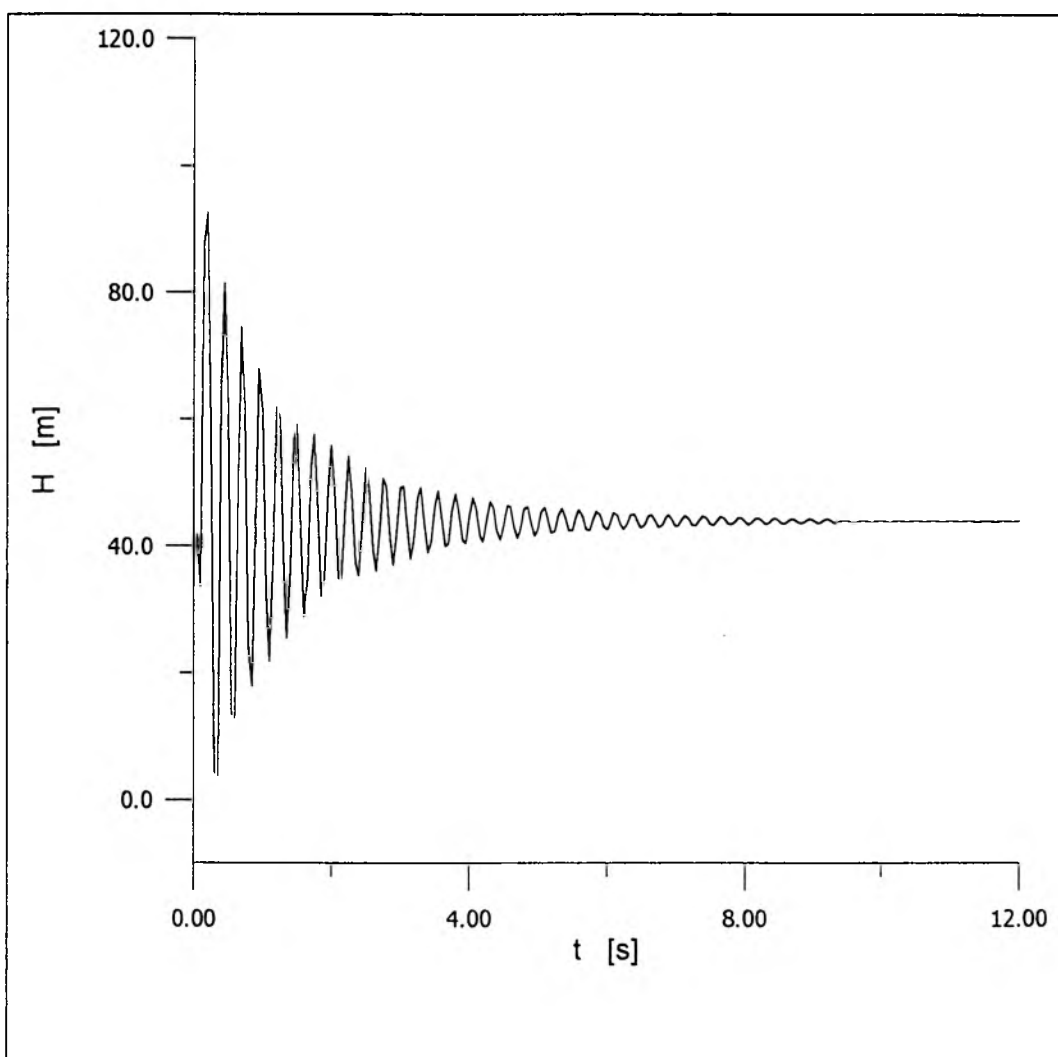
Rys. 6.8. Symulacja metodą elementów skończonych uderzenia hydraulicznego w przewodzie PVC-u ( $\Delta t=0.002$  s,  $1*f$  wg Colebrook'a White'a).



*Rys. 6.9. Symulacja metodą elementów skończonych uderzenia hydraulicznego w przewodzie PVC-u ( $\Delta t=0.005$  s,  $l$  wg Colebrook'a White'a).*



*Rys. 6.10. Symulacja metodą elementów skończonych uderzenia hydraulicznego w przewodzie PVC-u ( $\Delta t=0.008$  s,  $l$  wg Colebrook'a White'a).*



*Rys. 6.11. Symulacja metodą elementów skończonych uderzenia hydraulicznego w przewodzie PVC-u ( $\Delta t=0.005$  s,  $6^*$  wg Colebrook'a White'a).*

W metodzie elementów skończonych bardzo ważną rzeczą było wstępne określenie właściwego kroku czasowego dla obliczeń numerycznych. Dla badanego przewodu, przy podziale przewodu  $L$  na elementarne odcinki  $\Delta x=1$  m, krok ten wyniósł  $\Delta t = 0.005$  s (czas ten jest 10-krotnie dłuższy niż w metodzie charakterystyk MRS). Najlepsze dopasowanie (małe różnice odchylen początkowych, rzeczywistych i obliczonych, amplitud ciśnienia oraz zgodny z doświadczeniem czas tłumienia) otrzymano dla 6-krotnego mnożnika współczynnika oporów liniowych  $f$  w modelu numerycznym. Mnożnik ten jest identyczny jak dla metody charakterystyk (MRS).

Stosowana w obliczeniach symulacyjnych zmiana (wydłużenie) kroku czasowego jest w zasadzie działaniem sztucznym, które okazało się jednak bardzo skutecznym sposobem lepszego dopasowania modelu do warunków rzeczywistych. Jednakże w przyszłości bardziej wskazane jest określenie innych, pomijanych dotychczas czynników oddziałujących na szybkie tłumienie zjawiska uderzenia hydraulicznego.

Istotną wadą (ograniczeniem) metody MES w zastosowaniu do symulacji zjawiska uderzenia hydraulicznego jest konieczność zwiększenia dufuzji numerycznej w rozwiązaniu.

Ogranicza to możliwość stosowania tej metody dla warunków uprzednio już doświadczalnie zweryfikowanych. Dobór kroku czasowego warunkuje tu zarówno właściwe określenie prędkości zaburzenia jak też czasu tłumienia. Należy zauważyć, że metoda charakterystyk dobrze opisuje prędkość zaburzenia  $c=c_w$ , niezależnie od kroku czasowego  $\Delta t$  przyjmowanego do obliczeń, natomiast źle opisuje czas tłumienia.



## 7. WNIOSKI

1. Uderzenie hydrauliczne jest zjawiskiem falowym, które szybko osiąga stan oscylacji własnych układu ciecz-ciąg przewodów o różnej odkształcalności. Zastosowanie przewodów o większej podatności na odkształcenie na końcu rurociągu przyspiesza stan oscylacji własnych. Okres tych oscylacji praktycznie ustala się już od pierwszej fazy uderzenia hydraulicznego.
2. Prędkość rozprzestrzeniania się zaburzenia ciśnienia (oscylacji własnych) zależy od kolejności ułożenia przewodów oraz udziału ich długości w łącznej długości rurociągu (ciągu przewodów). Przy przestawieniu kolejności ułożenia rur, prędkość zaburzenia może zmienić się nawet dwukrotnie, np. z 600 m/s do 1200 m/s w przypadku połączenia stal-PE.
3. Źródłem szybkiego ustalania się oscylacji własnych układu przewodów są fale odbite i transformowane. Są to fale silnie tłumione, które ostatecznie zanikają po kilku pierwszych fazach uderzenia hydraulicznego. Oznacza to, że stosowana niekiedy w obliczeniach symulacyjnych „metoda odbić i transformacji”, opracowana dla cieczy doskonałej, źle opisuje zjawisko uderzenia hydraulicznego.
4. Żaden z modeli numerycznych (metoda charakterystyk, MES), powszechnie stosowanych do symulacji uderzenia hydraulicznego, nie zapewnia właściwego opisu, szczególnie z punktu widzenia czasu trwania zjawiska. Wiąże się to, między innymi, z pomijaniem

dyssypacji energii sprężystej odkształcających się przewodów oraz sposobem opisu siły tarcia w różniczkowym równaniu ruchu.

5. Metoda charakterystyk (MRS) oraz MES ze zwiększonym udziałem dyfuzji numerycznej (zwiększonym krokiem czasowym  $\Delta t$  prowadzonych obliczeń) określa częstotliwość oscylacji własnych układu ciecz-rurociąg z dużą dokładnością. Błąd względny obliczanej częstotliwości względem pomierzonej jest mniejszy od 5%.

## 8. PIŚMIENNICTWO:

1. ALLIEVI L., The Theory of Waterhammer. *Am. Soc. Civil Eng.* 1925 (Milan 1903)
2. ANDERSON D.A., TANNEHILL J.C., PLETCHER R.H., *Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer*. Hemisphere Publishing Company, Washington, 1984.
3. ASHBY M.F., *Dobór materiałów w projektowaniu inżynierskim*. WN-T, Warszawa, 1997.
4. BAGIEŃSKI J., *Kawitacja w urządzeniach wodociagowych i ciepłowniczych*. Wyd. Politechniki Poznańskiej, 1998.
5. BEECH S.H., HEADFORD A., HUNT S. and SANDILANDS G., Resistance of polyethylene water pipeline systems to surge pressure. *Plastics, Rubber and Composites Processing and Applications*, 1996, **25**, (6), s.267-271.
6. BERGERON L., Etude des variations de regime dans les conduits d'eau: Solution graphique generale. *Rev. Generale del'Hydraulique*, 1935, **1**, s.12-69.
7. BĘBENEK B., BĘBENEK H., *Straty energii w przepływach płynów*. Wyd. Politechniki Krakowskiej, 1987.
8. CHAUDRY M.H. *Applied hydraulic transients*. Van Nostrand Reinhold, New York Ltd, 1987.
9. CHORZELSKI M., Badanie zjawiska uderzenia hydraulicznego w ciągu przewodów o różnej sprężystości ścianki. *Prace naukowe UCBEiOŚ PW*, 1999, z.3, s. 79-93.
10. CHORZELSKI M., Modelowanie propagacji zaburzenia ciśnienia w rurociągu złożonym z różnych przewodów. *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Seria: Inżynieria Środowiska*, 1999, z. **30**, s. 65-81.
11. DUCKWORTH R.A., *Mechanika płynów*. WNT, Warszawa, 1983.

12. EVANGELISTI G., Waterhammer analysis by the method of characteristics. *L'Energia Elettrica*, 1969, **46**, s.673-692, 759-771, 839-858.
13. FORTUNA Z., MIECUGOW B., WĄSOWSKI J., *Metody numeryczne*. WNT, Warszawa, 1993.
14. FOX J.A.: *Hydraulics analysis of unsteady pipe network*. The Macmillan Press Ltd, London, 1977.
15. GREIG J.M., Rapid crack propagation in hydrostatically pressurised 250mm polyethylene pipe. *Proc. 7th Int. Conf. Plastic Pipes*, Bath, England, 1988, s.12.1-12.7.
16. GREENSHIELDS C.J., LEEVERS P.S., The effect of pockets on rapid crack propagation in PVC and polyethylene water pipe. *Plastics, Rubber Composites Processing and Applications*, 1995, **24**, s.7-12.
17. HABIB M., *Wpływ ciśnienia wody w ruchu ustalonym na parametry uderzenia hydraulicznego*. Rozprawa doktorska IŚ PW, Warszawa. 1999.
18. HAMMITT F.G., *Cavitation and multiphase flow phenomena*. McGraw-Hill, N. York, 1980.
19. JANSON L.E., *Plastic pipes for water supply and sewage disposal*. Borelias, Stockholm, 1999.
20. JAEGER C. The theory of Resonance in Hydropower Systems. Discussion of Incidents and Accidents Occuring in Pressure Systems. *Journal of Basic Engineering. Trans.ASME*, Dec. 1963, s. 631-640.
21. JOUKOVSKI N.E. *Über den hydraulischen Stoss in den Wasserleitungsrohren*. Voss, Leipzig, 1900.
22. KELLS L.M., *Elementary Differential Equations*. McGraw-Hill Book Comp. 1965.
23. KODURA A., *Badanie ubytków energii podczas uderzenia hydraulicznego*. Praca magisterska IZWiBW PW, 1999.

24. KORTWEG D.J., Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in elastischen Röhren. *Annalen der Physik und Chemie*. 1878, **3**, s.525-542.
25. KOSMA Z., Ogólne wprowadzenie do metod numerycznych. *Materiały IX Szkoły letniej Mechaniki Płynów PAN*, 1996, s.45-68.
26. MANKOWSKI S., *Projektowanie instalacji ciepłej wody użytkowej*. Arkady, Warszawa, 1981.
27. MANKOWSKI S., Wpływ chropowatości rurociągów na pracę sieci ciepłych. *COW*, 1983 nr 1-2, s. 3-7.
28. MARSHALL G.O.; PEARSON D.; MACKELLER S. Specification of performance for modified poly(vinyl chloride) and polyethylene pressure pipes. *Plastics, Rubber Composites Processing and Applications*, 1996, **25** (6): s.276-286.
29. MIELCARZEWICZ E., *Obliczanie systemów zaopatrzenia w wodę*. Arkady, Warszawa, 1977.
30. MITOSEK M. Determination of parameters of oscillatory flow in elastic tubes. *Archives of Hydroengineering*, 1993, **XL**,(1-2): 61-83.
31. MITOSEK M., *Analityczne i numeryczne rozwiązania wybranych problemów ruchu cieczy w przewodach elastycznych*. OWPW, Warszawa, 1994.
32. MITOSEK M., *Mechanika płynów w inżynierii środowiska*. OWPW, Warszawa, 1997.
33. MITOSEK M., Study of cavitation due to water hammer in plastic pipes. *Plastics, Rubber Composites Processing and Applications*, 1998, **26**: s.324-329.
34. MITOSEK M., Cavitation in pipes at water hammer conditions. *3R International*, 1998, **37**, s.806-810.
35. MOENS A.I., *Die Pulscurve*. Leiden: Brill, 1878.
36. NIELACNY M., *Matematyczne modelowanie uderzeń hydraulicznych w deszczowniczej sieci wodociągowej*. Rozprawy Politechniki Poznańskiej, 1989.

37. OSIADACZ A., Mathematical models for transient flow of gas and water. *Prace Naukowe PW - Inżynieria Środowiska*. 1996, z.21. s.65-82.
38. PARMAKIAN J., *Waterhammer analysis*. Dover Publications, Inc. New York, 1963.
39. POLSKA NORMA, PN-76/M-34034. *Rurociągi. Zasady obliczeń strat ciśnienia*.
40. POTTER D., *Metody obliczeniowe fizyki: fizyka komputerowa*. PWN, Warszawa, 1982.
41. PROSNAK W.J., *Mechanika płynów*. PWN, Warszawa, 1970.
42. PUZYREWSKI R., SAWICKI J., *Podstawy mechaniki płynów i hydrauliki*. PWN, Warszawa, 1998.
43. ROUSE H., JEZDINSKY V., Fluctuation of pressure in conuit expansions. *Journal of the Hydraulics Division*. 1966, **92** (no. HY 3), s.2-12.
44. SAWICKI J., *Przepływy ze swobodną powierzchnią*. PWN, Warszawa, 1998.
45. SCHWEITZER P.H., SZEBEHELY V.G., Gas evolution in liquid and cavitation. *Journal of Applied mechanics. Trans. ASME*. 1950. **21**, s.1218-1224.
46. SIMPSON A.R.; BERGANT A. Numerical comparison of pipe-column-separation models. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 1994, **120** (3), s.361-377.
47. STEFAŃSKI W., WYSZKOWSKI K., *Tablice i wykresy do obliczeń z mechaniki płynów*. WPW, Warszawa, 1993.
48. STREETER V., Waterhammer analysis including fluid friction. *J.Hydr.Div., Proc.ASCE*, 1962, **88**, HY3, s.79-111.
49. STREETER V.L., Water hammer analysis. *J.Hydr.Div., Proc.ASCE*, 1969, **95** (6), s.1959-1972.
50. STREETER V.L., Transient cavitating pipe flow. *J.Hydr.Engrg., ASME*, 1983, **109** (11): s.1408-1423.
51. STREETER V.L., WEITZER W.F., BOHR D.F., *Pulsatile blood flow*. McGraw-Hill. New York 1964.

52. SUROWIAK W., *Rurociągi z tworzyw sztucznych*. Arkady, Warszawa, 1963.
53. SZYMKIEWICZ R., Analiza uderzenia hydraulicznego w rozgałęzionej sieci przewodów. *Archiwum Hydrotechniki*, 1975, **XXII** (1), s.57-68.
54. SZYMKIEWICZ R., Method to solve 1D unsteady transport and flow equation. *Journal of Hydraulic Engineering. ASCE*. 1995, **121**, no.5. s.396-403.
55. TRAYLOAR L.R.G., *The physics of rubber elasticity*. Oxford Press. London. 1958.
56. TROSKOLAŃSKI A.T., *Maszyny i urządzenia hydrauliczne. Pojęcia podstawowe*. PWN, Warszawa, 1974.
57. TULISZKA E., *Mechanika płynów*. PWN, Warszawa, 1980.
58. TULLIS J.P. *Hydraulics of pipelines. Pumps, valves, cavitation, transients*. Wiley, New York, 1989.
59. UTRYSKO B. *Materiały Ogólnopolskiej Szkoły Letniej Hydrauliki*, 1993.
60. UTRYSKO B., Uderzenie hydrauliczne w sieciach przewodów. *IV Seminarium IZWiBW*, 1997, s.109-116.
61. WACŁAWIK J., *Mechanika płynów i termodynamika*. Wyd. AGH, Kraków, 1979.
62. WALDEN H., *Mechanika płynów*. WPW, Warszawa, 1986.
63. WATTERS G.Z., *Analysis and Control of Unsteady Flow in Pipelines*. Ann Arbor Science, 1979.
64. WILCZYŃSKI A., Stosowalność liniowego przybliżenia zależności naprężenie-odkształcenie w tworzywach o budowie łańcuchowej cząstek w prostym przypadku rozciągania. *Przegląd mechaniczny*. 1962 (nr. 4), s.115-116.
65. WRONA W., *Matematyka*. PWN, Warszawa, 1969.
66. WRZOSEK K., *Wpływ temperatury strumienia wody na parametry uderzenia hydraulicznego w przewodach z tworzyw sztucznych*. Rozprawa doktorska IŚ PW, Warszawa, 1999.

67. WU S.G., LEE G.G., TSENG N.T., Nonlinear elastic analysis of blood vessels. *Journal of Biomechanical Engineering*. 1984. **106**. s.42-47.
68. WYLIE E.B., The microcomputer and pipeline transients. *J.Hydr.Engrg., ASCE*, 1983, **109** (12): s1723-1739.
69. WYLIE E.B., STREETER V.L., *Fluid transient in systems*. Prential-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New York, 1993.
70. WYLIE E.B., STREETER V.L., SUO L., *Fluid transient in systems*. Prential-Hall, Inc., New York, 1995.
71. WYSZKOWSKI K., *Mechanika płynów dla studiów inżynierskich inżynierii środowiska* WPW, Warszawa, 1978.
72. ZIENKIEWICZ O.C., *Metoda elementów skończonych*. Arkady, Warszawa, 1972.





BIBLIOTEKA GŁÓWNA  
Politechniki Warszawskiej

**C.111139**



(400)000000002173

Magazyn  
podstawowy