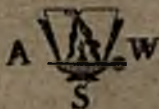


Prof. STANISŁAW NIEWIADOMSKI

MECHANIKA TECHNICZNA DLA CHEMIKÓW

Część II

ELEMENTY HYDROMECHANIKI



WARSZAWA

1 9 4 9

NAKŁADEM AKADEMICKIEJ SPÓŁDZIELNI WYDAWNICZEJ

BIBLIOTEKA
Politec
~~677.~~

Prof. STANISŁAW NIEWIADOMSKI

MECHANIKA TECHNICZNA DLA CHEMIKÓW

Część II

ELEMENTY HYDROMECHANIKI

BIBLIOTEKA
Politec
~~677.~~



532

WARSZAWA

1 9 4 9

NAKŁADEM AKADEMICKIEJ SPÓŁDZIELNI WYDAWNICZEJ



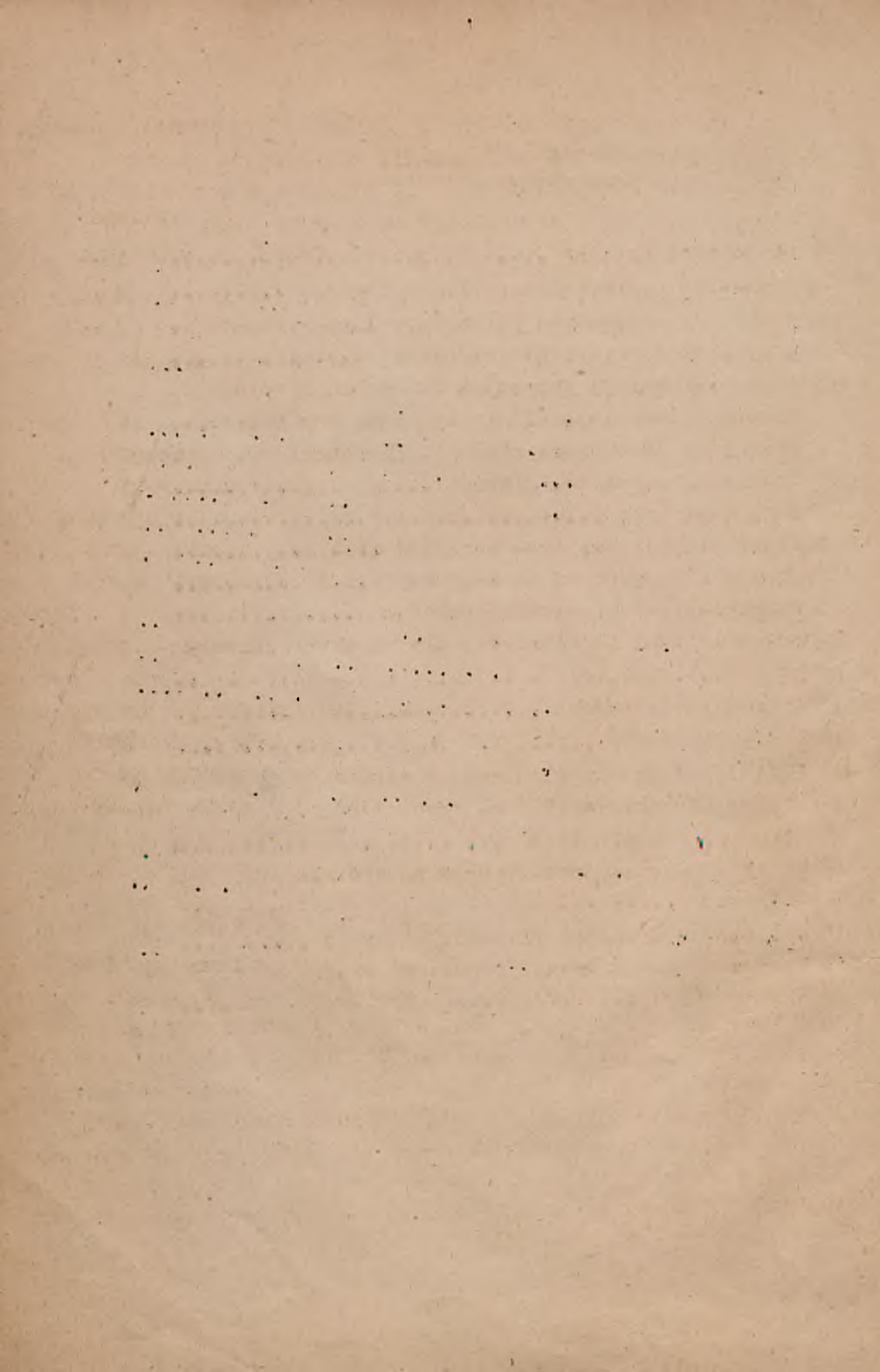
371

S P I S R Z E C Z Y

=====

	Strona
§ 1 Wiadomości wstępne	1 ✓
§ 2 Ciśnienie hydrostatyczne Prawo Pascala	2 ✓
§ 3 Przykłady stosowania prawa Pascala w technice ..	8 ✓
§ 4 Przyrządy do mierzenia ciśnienia	12
§ 5 Równanie Daniela Bernoulli dla ruchu ustalonego cieczy doskonałej. Ciśnienie hydrodynamiczne ...	16
§ 6 Przykłady stosowania prawa D. Bernoulli w technice	22 ✓
§ 7 Ciecze rzeczywiste. Lepkość	27
§ 8 Ruch laminarny	33
§ 9 Liczba Reynoldsa. Ruch burzliwy	36
§10 Wypływ cieczy przez małe otwory	40 ✓
§11 Ruch cieczy w przewodach rurowych	42
§12 Równanie Daniela Bernoulli dla cieczy rzeczywistych	44
§13 Opór wskutek tarcia	46
§14 Opory miejscowe	48
§15 Obliczenia spadku ciśnienia w przewodach rurowych	58
§16 Obliczanie prędkości przepływu cieczy z jednego zbiornika do drugiego	66 ✓
§17 Obliczanie czasu potrzebnego na opóźnienie zbiornika	72 ✓
§18 Obliczanie średnicy przewodu rurowego	76
§19 Przyrządy do mierzenia prędkości cieczy i gazów w przewodach	79

-----ooOoo-----



§ 1. Wiadomości wstępne.

W zakładach przemysłowych, jak i w laboratorium, reakcje chemiczne pomiędzy różnego rodzaju substancjami zachodzą najłatwiej, gdy substancje reagujące są w stanie ciekłym lub gazowym. Chemicy wobec tego, pracujący w swoim przemyśle, ciągle mają do czynienia z płynami. Powinni więc oni dokładnie orientować się nie tylko w zjawiskach chemicznych i fizycznych zachodzących w płynach, ale również w zjawiskach mechanicznych. Szczególnie dobrze powinni oni poznać prawa równowagi mechanicznej cieczy i gazów oraz prawa kierujące ich ruchem.

Nauki, które zajmują się cieczeniami z punktu widzenia mechaniki, nazywają się hydromechaniką i hydrauliką. Hydromechanika jest to nauka teoretyczna, rozpatrująca warunki równowagi cieczy doskonałej (hydrostatyka) oraz badająca zjawiska, zachodzące podczas ruchu tej cieczy (hydrodynamika). Hydraulika natomiast jest nauką stosowaną, która zajmuje się cieczeniami rzeczywistymi i stara się, przez wprowadzenie na podstawie badań eksperymentalnych różnych współczynników, przedstawić wzory teoretyczne hydromechaniki w takiej postaci, żeby można było je stosować do cieczy rzeczywistych przy rozwiązywaniu zagadnień technicznych.

Ciecze doskonałe, którą zajmuje się hydromechanika nie ma w rzeczywistości. Jest to wyidealizowana substancja ciekła, posiadająca doskonałą ruchliwość, a więc pozbawiona zupełnie lepkości. Nie stawia ona żadnego oporu siłom ścinającym i rozciągającym oraz jest całkowicie nieściśliwa, a więc nie zmienia swojej objętości pod wpływem sił działających.

Porównując ciecze rzeczywiste z cieczą doskonałą, stwierdzimy, że ciecze rzeczywiste różnią się od doskonałej, gdyż posiadają lepkość, wskutek czego stawiają pewien mały opór siłom rozrywającym i ścinającym. Dla wody na przykład naprężenie rozrywające wynosi $3,7 \text{ kg/cm}^2$ (czyli jest 10 milionów razy mniejsze niż dla miękkiej stali), a ścinające $2,6 \text{ kg/cm}^2$. Ciecze rzeczywiste poza tym zmniejszają swoją objętość, ze wzrostem ciśnienia. Ścisłość ich jest jednak bardzo mała. Woda przy wzroście ciśnienia o 1 atm zmniejsza swoją objętość w temperaturze 0°C o około 0,00005 objętości pierwotnej. Wskutek małej ścisłości cieczy

rzeczywistych wszystkie prawa hydromechaniki i wzory z nich wypływające, oparte na założeniu nieściśliwości cieczy, można z dość dużą dokładnością stosować do cieczy rzeczywistych i tylko w bardzo nielicznych i wyjątkowych wypadkach należy uwzględnić ściśliwość cieczy, wprowadzając do tych wzorów odpowiednie poprawki.

Prawa hydromechaniki, oparte na założeniu, że ciecz nie posiada lepkości, i wzory z nich wypływające, wyprowadzone dla cieczy doskonałej, będącej w spoczynku, są również słuszne i dla cieczy rzeczywistych. Natomiast nie można stosować do cieczy rzeczywistych praw hydromechaniki ustalonych dla cieczy doskonałej będącej w ruchu, albowiem przy ruchu cieczy rzeczywistych skutkiem ich lepkości występują zawsze siły styczne, stawiająco opór przepływającej substancji i powodując powstawanie strat energetycznych. W tych przypadkach należy stosować do wzorów teoretycznych hydromechaniki poprawki empiryczne, ustalone przez hydraulikę.

Pokrewną z hydromechaniką jest **aeromechanika**, która zajmuje się badaniem warunków równowagi mechanicznej w gazach, oraz poznawaniem zjawisk, zachodzących podczas ich ruchu i praw kierujących tym ruchem.

Zjawiska mechaniczne w gazach są więcej złożone niż w cieczach, albowiem związane są one w wielu wypadkach ze zjawiskami cieplnymi. Gazy poza tym są ciałami w wysokim stopniu sprężystymi, wskutek czego zmieniają swoją objętość ze zmianą sił zewnętrznych, które na nie działają.

Zjawiskami aeromechanicznymi, na przebieg których ciepło wywiera duży wpływ, zajmuje się termodynamika. Do aeromechaniki należą przede wszystkim zjawiska, w których zmiana temperatury nie odgrywa większej roli, natomiast objętość silnie się zmienia. W tych przypadkach, kiedy ani temperatura ani objętość gazów nie podlegają znaczniejszym zmianom, można do gazów stosować bez wielkich błędów prawa i wzory wyprowadzone przez hydromechanikę i hydraulikę.

§ 2. Ciśnienie hydrostatyczne. Prawo Pascala.

Ze względu na to, że ciecz doskonała nie posiada lepkości, w wypadku zachowania przez nią równowagi, zarówno siły zewnętrzne, działające na swobodną powierzchnię cieczy, jak i siły wewnętrzne działające na dowolnie wybraną (wyobrażalną) powierzchnię wew-

nętrzną, nie mogą posiadać składowych stycznych do tych powierzchni, lecz muszą być do nich normalne i skierowane w głąb badanego elementu cieczy. Dla tego i siły zewnętrzne i wewnętrzne są siłami ciśnącymi, a wywołane przez nie naprężenia w cieczech nieruchomych nazywamy ciśnieniami hydrostatycznymi.

Srednie ciśnienie hydrostatyczne na jakąś powierzchnię F równa się stosunkowi siły P działającej na tę powierzchnię do wielkości powierzchni czyli

$$p_{\text{sr}} = \frac{P}{F}$$

Granice, do której dąży ten stosunek gdy powierzchnia F dąży do zera, nazywamy ciśnieniem hydrostatycznym w danym punkcie

$$p = \lim_{F \rightarrow 0} \left(\frac{P}{F} \right) = \frac{dP}{dF}$$

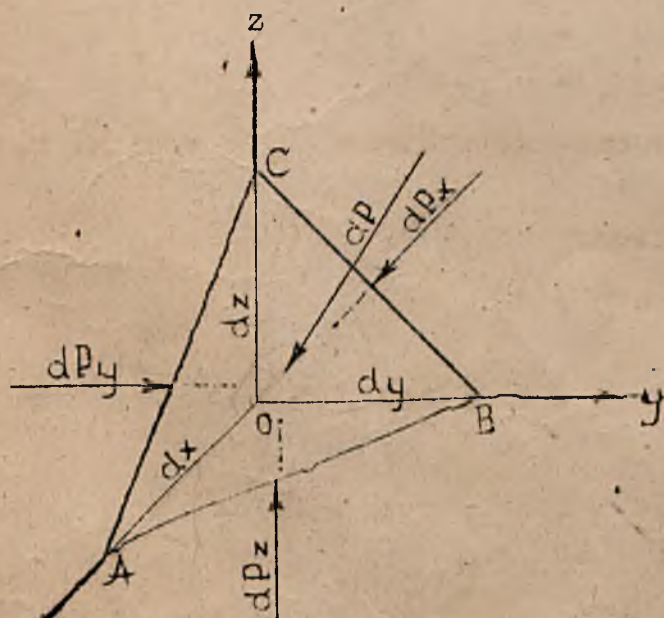
Jeżeli znane jest ciśnienie w jakimś miejscu cieczy, to siła działająca w tym miejscu wynosi

$$dP = p \cdot dF$$

Łatwo dowieść, że ciśnienie hydrostatyczne w dowolnym punkcie O wewnątrz cieczy posiada wartość stałą, niezależną od kierunku.

W tym celu prowadzimy przez ten punkt osie współrzędnych (rys.1) i wydzielimy w wyobraźni wewnątrz cieczy nieskończenie

małą brykę czworoscienną $OABC$ o krawędziach dx , dy i dz . Siły działające na ściany tej bryki są normalne do ich powierzchni. Oznaczając ciśnienie na ścianę COB przez p_x , na ścianę AOC przez p_y , na ścianę AOB przez p_z , a na ścianę ABC przez p , oraz powierzchnię ściany ABC przez dF , będziemy mogli obliczyć siły działające na poszczególne ściany bryki.



Rys.1. Prawo Pascala.

$$dP_x = p_x \cdot \frac{dy \cdot dz}{2}$$

$$dP_y = p_y \cdot \frac{dz \cdot dx}{2}$$

$$dP_z = p_z \cdot \frac{dx \cdot dy}{2}$$

$$dP = p \cdot dF$$

Oprócz powyższych sił na brykę działa jeszcze siła ciężkości dG , która dla cieczy o ciężarze właściwym γ , wynosi

$$dG = \gamma \frac{dx \cdot dy \cdot dz}{6}$$

Wobec tego, że ciężar dG bryły jest wielkością nieskończenie małą trzeciego rzędu, a siły dP_x , dP_y i dP_z są wielkościami nieskończenie małymi drugiego rzędu, nie będziemy ciężaru brali w dalszych rozważaniach pod uwagę.

Opierając się na twierdzeniu, że, gdy układ sił działających na jakąkolwiek brykę jest w równowadze, suma rzutów wszystkich sił na dowolną oś równa się zeru, możemy napisać, rzutując wszystkie siły na oś x , a następnie na osie y i z , i odrzucając siłę ciężkości bryły, że:

$$dP_x - dP \cdot \cos \alpha = 0$$

$$dP_y - dP \cdot \cos \beta = 0$$

$$dP_z - dP \cdot \cos \gamma = 0$$

gdzie α , β i γ są to kąty pomiędzy wektorem P , a osiami x, y, z .

Z równań powyższych dostaniemy:

$$p_x \cdot \frac{dy \cdot dz}{2} = p \cdot dF \cdot \cos \alpha$$

$$p_y \cdot \frac{dz \cdot dx}{2} = p \cdot dF \cdot \cos \beta$$

$$p_z \cdot \frac{dx \cdot dy}{2} = p \cdot dF \cdot \cos \gamma$$

Wobec tego że

$$dF \cos \alpha = 1/2 dy \cdot dz$$

$$dF \cos \beta = 1/2 dz \cdot dx$$

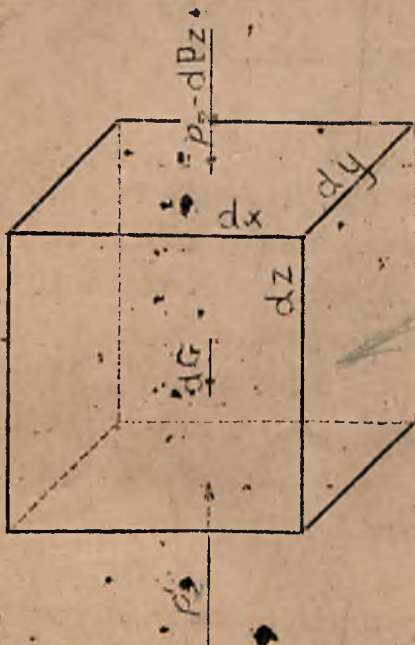
$$dF \cos \gamma = 1/2 dx \cdot dy$$

otrzymamy że

$$p = p_x = p_y = p_z$$

czyli, że rzeczywiście ciśnienie hydrostatyczne, w dowolnym punkcie nie zależy od kierunku. Twierdzenie to nosi nazwę prawa Pascala.

Ciśnienie na różnych poziomach cieczy o ciężarze właściwym γ obliczymy, opierając się na następujących rozważaniach. Wydzielmy z cieczy prostopadkościan o krawędziach dx , dy i dz (rys. 2). Niech na górną poziomą ścianę tego prostopadkościanu działa pionowo z góry na dół ciśnienie p_z , a na dolną ścianę ciśnienie p'_z . Różnica pomiędzy tymi ciśnieniami, wobec nieskończenie małych wymiarów prostopadkościanu, jest nieskończenie mała



Rys. 2.

$$p'_z - p_z = dp_z$$

Na górną ścianę tego prostopadkościanu działa siła pionowa z góry na dół

$$dP_z = p_z \cdot dx \cdot dy$$

a na ścianę dolną siła pionowa z dołu do góry

$$dP'_z = p'_z \cdot dx \cdot dy$$

poza tym działają na prostopadkościan siły ciężkości

$$dG = \gamma \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

oraz siły poziome normalne do bocznych ścian prostopadkościanu.

Suma rzutów tych sił na oś pionową jest równa zeru, wobec czego

Suma rzutów tych sił na oś pionową jest równa zeru, wobec czego

gdzie

$$- dP_z - dG + dP'_z = 0$$

lub

$$- p_z \cdot dx \cdot dy - \gamma \cdot dx \cdot dy \cdot dz + p'_z \cdot dx \cdot dy = 0$$

skąd

$$p'_z - p_z = \gamma \cdot dz = dp_z \quad \text{albo} \quad dz = \frac{dp_z}{\gamma}$$

Całkując równanie $\int \gamma dz = \int dp_z$ od poziomu z_0 , któremu odpowiada ciśnienie p_0 do poziomu z , otrzymamy że

$$p_1 - p_0 = \gamma \cdot (z_1 - z_0)$$

Z równania tego wynika, że ciśnienie hydrostatyczne wzrasta

proporcjonalnie do wzrostu słupa cieczy nad rozpatrywanym poziomem.

Ze wzoru

$$p_1 = p_0 + \gamma (z_1 - z_0)$$

widzimy, że wartość ciśnienia hydrostatycznego zależy od dwu składowych

- 1) od ciśnienia zewnętrznego p_0
- 2) od ciśnienia wywieranego przez samą ciecz

Jeżeli ciśnienie p_0 na poziomie z_0 jest równe 0, to, oznaczając różnicę poziomów $z_1 - z_0$ przez h , otrzymamy, że

$$p = \gamma \cdot h \quad \text{lub} \quad h = \frac{p}{\gamma}$$

Ciśnienie zewnętrzne może być spowodowane przez odpowiednio obciążony tłok, który może cisnąć na górną, dolną lub boczną powierzchnię, lub przez gazy cisnące na swobodną powierzchnię cieczy. Takim gazem może być powietrze atmosferyczne, para wydzielająca się z cieczy w aparatach hermetycznie zamkniętych, albo inne gazy. Ciśnienie pary lub gazów na swobodną powierzchnię cieczy może być większe od atmosferycznego i wtedy w aparacie jest nadciśnienie lub mniejsze od atmosferycznego i wtedy w aparacie jest tak zwane próżnia.

Ciśnienie wywierane przez samą ciecz nie zależy od kształtów naczynia i przewodów rurowych, w których się znajduje, lecz od jej ciężaru właściwego i od wysokości słupa cieczy nad rozpatrywanym poziomem.

Opierając się na prawie Pascala, można obliczyć parcie cieczy na dno i boczno ścianki naczynia. Parcie na płaskie dno naczynia wynosi

$$P = p \cdot F = \gamma \cdot h \cdot F \quad \text{kg}$$

gdzie h - jest wysokością słupa cieczy nad poziomem dna w m,

γ - jest ciężarem właściwym cieczy w kg/m^3 , a

F - jest powierzchnią dna w m^2 .

Jeżeli p_0 jest ciśnieniem na swobodną powierzchnię cieczy w kg/m^2 , to parcie całkowite na płaskie dno równa się

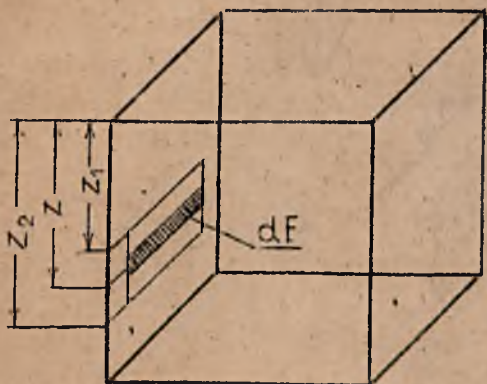
$$P = (p_0 + \gamma \cdot h) F \quad \text{kg}$$

Oznaczając ciśnienie atmosferyczne w kg/m^2 przez p_a i uwzględniając, że na dno wywierane jest parcie z dwóch stron: od

góry ciśnienie cieczy, a od dołu działa ciśnienie atmosferyczne, otrzymamy, że parcie wypadkowe na dno naczynia wynosi

$$P = (p_0 - p_a + \gamma \cdot h) \cdot F \quad \text{kg}$$

Parcie cieczy na pewną określoną powierzchnię znajdującą się na głębokości od z_1 do z_2 w bocznej ścianie naczynia (rys.3)



obliczamy w sposób następujący.

Oznaczając parcie na nieskończenie małą powierzchnię dF , znajdującą się na głębokości z od swobodnej powierzchni cieczy, przez dP otrzymamy że

$$dP = z \cdot \gamma \cdot dF$$

skąd

$$P = \gamma \cdot \int_{z_1}^{z_2} z \cdot dF$$

Całką $\int_{z_1}^{z_2} z \cdot dF$ jest

Rys.3. Parcie cieczy na bocznej powierzchni.

momentem statycznym rozpatrywanej

powierzchni względem swobodnej powierzchni cieczy, moment zaś statyczny każdej powierzchni równa się iloczynowi z wielkości F tej powierzchni oraz z odległości h_0 jej środka ciężkości od płaszczyzny, względem której moment statyczny obliczamy.

Wobec tego

$$\int_{z_1}^{z_2} z \cdot dF = F \cdot h_0$$

a w takim razie

$$P = \gamma \cdot h_0 \cdot F \quad \text{kg}$$

Ze wzoru tego wynika, że parcie cieczy na pewną określoną powierzchnię, znajdującą się na bocznej ścianie naczynia, jest równe iloczynowi z ciężaru właściwego cieczy, wielkości powierzchni i głębokości zanurzenia jej środka ciężkości.

Jeżeli na swobodną powierzchnię cieczy działa ciśnienie p_0 to parcie na powierzchnię w bocznej ścianie wynosi

$$P = (p_0 + \gamma h_0) \cdot F \quad \text{kg}$$

Przykład. Obliczyć parcie na pokrywę wjazdu do kotła parowego, je-

żeli manometr wskazuje, że ciśnienie w kotle wynosi 20 atm, środek węża znajduje się na głębokości 4 m od poziomu wody w kotle, pokrywa zaś posiada kształt elipsy, której duża oś $2a = 600$ mm, a mała $2b = 450$ mm.

Rozwiązanie. Powierzchnia pokrywy

$$F = \pi ab = 0,30 \cdot 0,225 \cdot \pi = 0,212 \text{ m}^2$$

parcie na pokrywę, przyjmując, że

$$\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ wynosi}$$

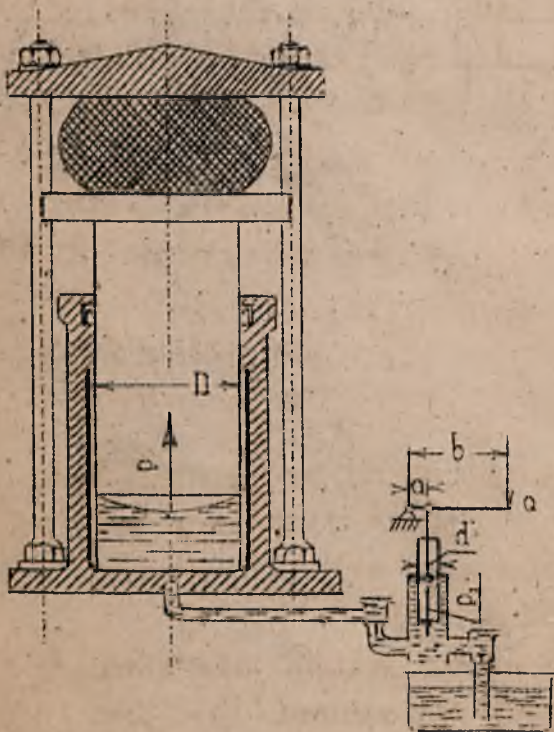
$$P = (p_0 + \gamma h_0)F = (20000 + 1000 \cdot 4) \cdot 0,212 = 5088 \text{ kg}$$

§ 3. Przykłady stosowania prawa Pascala w technice.

Na prawie Pascala oparte jest działanie wielu urządzeń i aparatów, stosowanych w przemyśle chemicznym.

Dla przykładu rozpatrzmy prasę hydrauliczną, akumulatory hydrauliczne i przesyłacz Montejus'a.

Schemat prasy hydraulicznej podany jest na rysunku 4. Składa



się ona z dwóch cylindrów, połączonych ze sobą przewodami rurowymi. Większy cylinder wraz z tłokiem o średnicy D i płytą oporową na kolumnach jest właściwą prasą, mniejszy zaś wraz z tłokiem o średnicy d i z zaworami stanowi pompę.

Wywierając przy pomocy ręcznej dźwigni nacisk P_1 tłoka pompy na ciecz, wytworzymy w instalacji, zgodnie z prawem Pascala, ciśnienie

$$p = \frac{P_1}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

Rys. 4. Schemat prasy hydraulicznej.

Wobec czego na duży tłok będzie działać siła P parcia cieczy, wielkość której równa się

$$P = \frac{\pi D^2}{4} \cdot p = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{P_1}{\frac{\pi d^2}{4}} = P_1 \frac{D^2}{d^2}$$

Uwzględniając że

$$P_1 = Q \cdot \frac{b}{a}$$

otrzymamy że

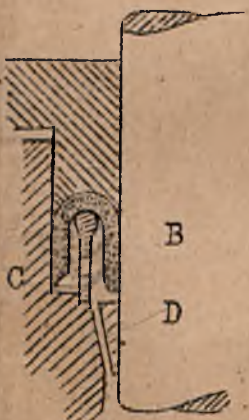
$$P = Q \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{D^2}{d^2}$$

A zatem przy pomocy stosunkowo małej siły Q wytwarzamy bardzo duży nacisk P . Jeżeli na przykład $D = 8d$, $b=8a$, $Q = 25$ kg, to siła nacisku P wynosi

$$P = 25 \cdot \frac{8a}{a} \cdot \frac{(8d)^2}{d^2} = 12\ 800 \text{ kg}$$

Na prawie Pascala oparte jest działanie uszczelnień mankietowych, stosowanych do uszczelniania tłoków w pompach i prasach hydraulicznych. Uszczelnienie na przykład tłoka w, przedstawione na rys. 4 prasie podane jest w większej skali na rysunku 4a.

Skórzany lub gumowy mankieta A (rys. 4a) dociskany jest do tłoka B i do ścian cylindra C przez ciecz, dostającą się pod mankieta kanalikiem D. Wobec tego że ciśnienie cieczy równa się ciśnieniu panującemu w instalacji, siła, dociskająca mankieta jest dostatecznie duża dla osiągnięcia potrzebnej szczelności.



W celu utrzymywania w sieci przewodów wodnych stałego ciśnienia, są stosowane specjalne urządzenia, zwane akumulatorami hydraulicznymi. Na rysunku 5 przedstawiony jest w sposób schematyczny tłokowy akumulator hydrauliczny.

Rys. 4a. Uszczelnienie tłoka.

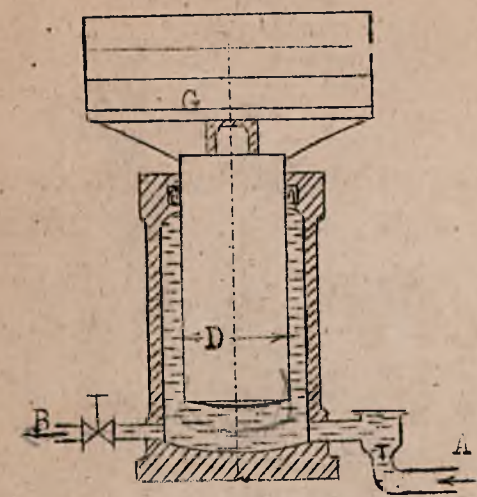
Składa się on z cylindra i tłoka o dużej średnicy. Tłok obciążony jest ciężarem G , wskutek czego wywiera na ciecz ciśnienie

$$p_0 = \frac{G}{\frac{\pi D^2}{4}}$$

Do cylindra akumulatora dopływa przewodem A tłoczona przez pompę woda, która następnie odpływa z akumulatora przewodem B. Gdy dopływa więcej cieczy niż odpływa, tłok z ciężarem podnosi się do góry, a gdy ilość cieczy odpływającej jest większa od dopływającej, tłok opada, ciśnienie zaś w instalacji jest zawsze jednakowe.

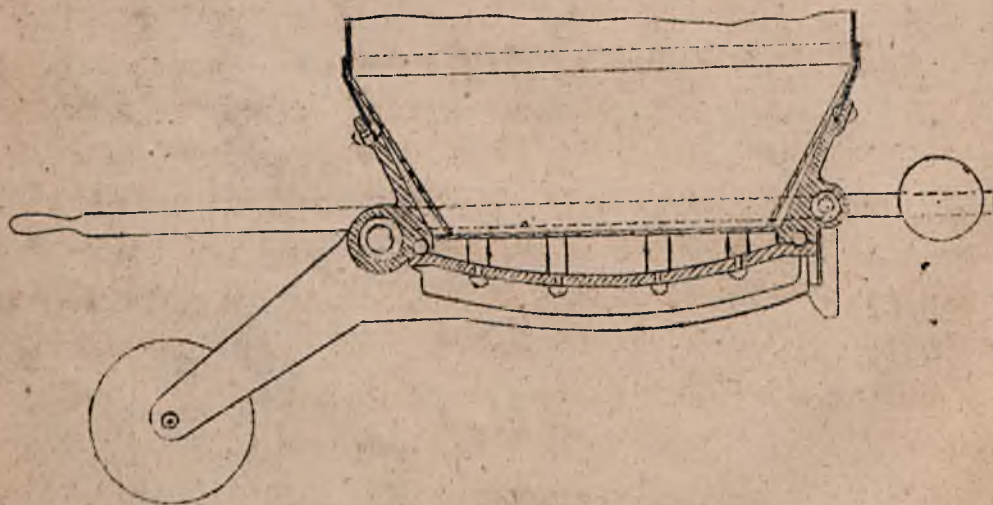
Na rysunkach 6 i 6a podany jest przykład urządzenia, do

którego jest potrzebny akumulator. Jest to dolna część dyfuzora, aparatu stosowanego w przemyśle cukrowniczym do wydobywania soku z krajanki buraczanej. Zamknięcie dolnej pokrywy tego dyfuzora uszczelnione jest przy pomocy grubociennej rurki gumowej, wypełnionej wodą pod ciśnieniem wyższym niż ciśnienie, panujące wewnątrz dyfuzora. Przed zamknięciem aparatu należy wypuścić wodę z rurki i dopiero po zamknięciu pokrywy woda z akumulatora, wprowadzona pod ciśnieniem do rurki, zmusza gumę do wy-



Rys. 5. Akumulator hydrauliczny.

pełnienia wszelkich nieszczelności, dociskając ją do pokrywy i do ścian aparatu. Akumulator zapewnia stałe ciśnienie wody wewnątrz rurki.

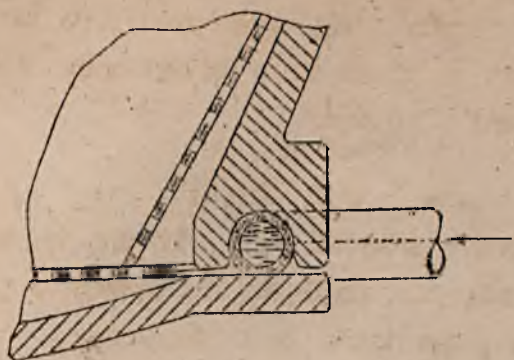


Rys. 6. Dolna pokrywa dyfuzora.

Na sprężystości gazów oparte jest działanie specjalnych akumulatorów hydraulicznych, zwanych dzwonami powietrznymi lub powietrznikami, które są ustawiane zwykle bezpośrednio przy pompach tłokowych w celu otrzymania równomiernego strumienia cieczy w przewodach rurowych. Jeden z takich akumulatorów pokazany jest na rysunku 7.

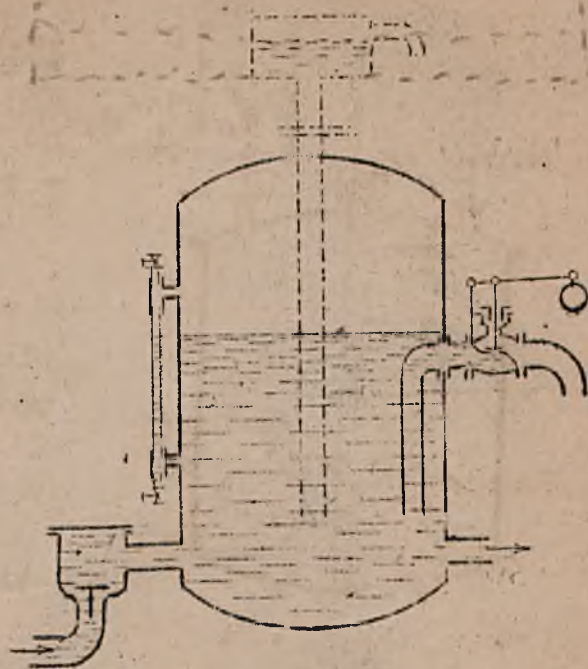
Tłoki jak wiadomo, poruszają się w cylindrach ruchem, który

z dokładnością dostateczną do celów technicznych, można traktować



Rys. 6a.

jako ruch harmoniczny. Ciecz więc pompowana przez pompę tłokową, płynie w przewodach rurowych ze zmienną prędkością, ruchem pulsującym, jak krew w



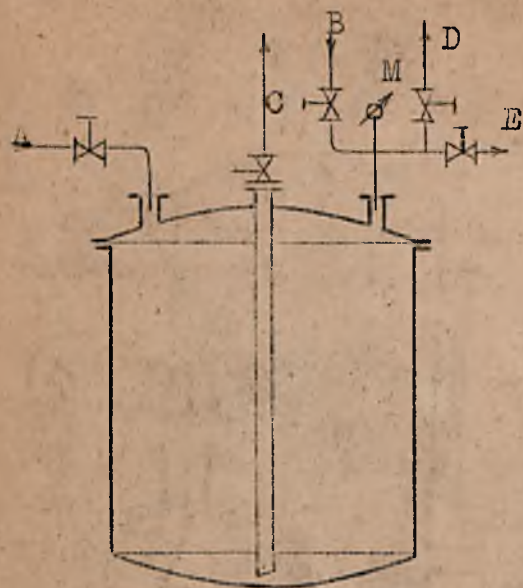
Rys. 7. Powietrznik .

żyłach. Aby prędkość jej w przewodach wyrównać i otrzymać jednostajny strumień, stosowane są właśnie dzwony powietrzne (rys. 7). W okresach czasu, gdy pompa tłoczy ciecz z dużą prędkością, poziom jej w akumulatorze podnosi się, a powietrze (lub inny gaz), znajdujące się nad swobodną jej powierzchnią, spręża się. Gdy zaś pompa podaje do powietrznika mało cieczy, ciśnienie wywierane na nią przez sprężone powietrze wypycha ją z akumulatora do przewodu rurowego i poziom jej w aparacie opada. Ciśnienie w dzwonach powietrznych regulują albo automatycznie wentyle bezpieczeństwa, jak pokazano na rysunku 7, albo gdy ciśnienia są mało, odpowiedniej wysokości rury przelewowe. (Na rysunku 7 rura przelewowa pokazana jest linią przerywaną).

Rozpójrzmy jeszcze jedno urządzenie, działanie którego oparte jest na prawie Pasacala, a mianowicie przetkaczarkę Montejus (rys. 8).

Jest to zamknięty hermetycznie poziomy lub pionowy zbiornik cylindryczny o grubości ścianek, odpowiadających ciśnieniu potrzebnemu do tłoczenia cieczy na pożądaną wysokość. Do aparatu tego przewodem A (rys. 8) doprowadzana jest ciecz, którą należy przetkoczyć na wyższy poziom, a przewodem B sprężone powietrze (lub inny gaz), które wywierając ciśnienie na ciecz, wypycha ją przewodem C na wyż-

szy poziom. Przewód D. służy do łączenia przetkaczarki z atmosferą a przewód E z próżnią.



Ażeby przetkoczyć przy pomocy tego aparatu ciecz o ciężarze właściwym γ kg/m³ na wysokość h m potrzebne jest powietrze o ciśnieniu teoretycznie równym

$$p = \gamma \cdot h \text{ kg./m}^2$$

w rzeczywistości zaś ciśnienie powietrza, ze względu na opory w przewodach, powinno być większe.

Rys. 8. Przetkaczarka Monotopus.

§ 4. Przyrządy do mierzenia ciśnienia.

Do mierzenia ciśnienia stosowane są różnego rodzaju przyrządy, w zależności od tego, czy trzeba zmierzyć duże czy małe ciśnienia, a przy małych ciśnieniach w zależności od tego czy jest ono mniejsze od atmosferycznego, czy większe. Przyrządy do mierzenia ciśnienia większych od atmosferycznego nazywają się manometrami, a do ciśnienia mniejszych od atmosferycznego vacuometrami lub próżniomierzami. Manometry wskazują różnicę pomiędzy ciśnieniem absolutnym cieczy lub gazu, a ciśnieniem atmosferycznym, próżniomierze zaś różnicę pomiędzy ciśnieniem atmosferycznym, a ciśnieniem absolutnym. Dla otrzymania więc ciśnienia, absolutnego trzeba do ciśnienia, wskazywanego przez manometr, czyli do tak zwanego nadciśnienia p_n dodać ciśnienie atmosferyczne p_a .

$$P_{abs} = P_n + P_a$$

Gdy pomiar ciśnienia wykonany jest przy pomocy próżniomierza, dla otrzymania ciśnienia absolutnego, trzeba od ciśnienia atmosferycznego odjąć próżnię p_{pr} , zmierzoną przy pomocy vacuometra

$$P_{abs} = P_a - P_{pr}$$

Dla zaznaczenia, że ciśnienie zostało zmierzone przy pomocy manometru, który wskazuje nadciśnienie, przyjęte jest pisać wyników przy liczbie, wskazującej ciśnienie w atmosferach technicznych w postaci "atn", a dla zaznaczenia, że dana liczba wskazuje ciśnienie absolutne, wyników w atmosferach pisze się w postaci "ata" Np.

$$p = 3 \text{ ata} = 2 \text{ atn}$$

Ciśnienia niższe od 1 atn, czyli niższe od 2 ata, mierzone są przez manometry rtęciowe, wodne lub alkoholowe, które te manometry są przyrządami bardzo prostymi.

Główną składową częścią manometrów, zawierających ciecz, jest, otwarta z obu końców, rurka szklana, wygięta w kształcie litery U i zawierająca pewną ilość cieczy, przy pomocy której mierzy się ciśnienie. Jeden koniec rurki łączy się z aparatem, w którym należy zmierzyć ciśnienie, a drugi jest swobodny. Gdy ciśnienie w aparacie jest większe od atmosferycznego, ciecz pod wpływem tego ciśnienia podnosi się w prawej części rurki (rys.9a), a opada w lewej; w przypadku zaś, gdy ciśnienie w aparacie jest mniejsze od

atmosferycznego, ciecz podnosi się w lewej części rurki, a opada w prawej (rys.9b). Różnica poziomów cieczy w obu częściach rurki (rys.9) jest proporcjonalna do nadciśnienia panującego w aparacie, albowiem

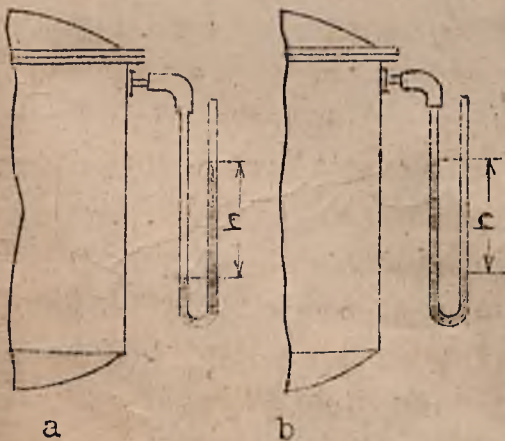
$$h = \frac{1}{\gamma} (p_{\text{abs}} - p_a)$$

skąd

$$p = \gamma h + p_a \text{ kg/m}^2$$

- gdzie p - jest to ciśnienie absolutne w aparacie
- p_a - jest ciśnieniem atmosferycznym
- h - jest różnicą poziomów cieczy w rurce
- γ - ciężar właściwy cieczy

Różnica poziomów cieczy w rurce, jak widać z pierwszego z powyższych równań, jest tym większa im mniejszy jest ciężar właściwy cieczy w rurce. Z tego powodu do mierzenia małych ciśnień (mniejszych od 0,04 atn) stosowane są ciecze o małym ciężarze właściwym,

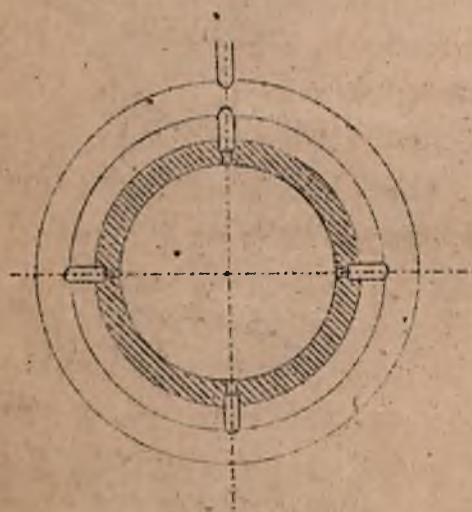


Rys.9. Manometry.

na przykład alkohol lub nafta, a do mierzenia ciśnień większych od 0,1 atm - rtęć.

Czasami ciśnienia mierzone są przy pomocy cienkich pionowych rurek szklanych, przyłączanych dolnym swym końcem do aparatu lub przewodu, w którym należy zmierzyć ciśnienie. Ciecz, której ciśnienie mierzymy, podnosi się w tych rurkach do wysokości, odpowiadającej ciśnieniu w aparacie lub w przewodzie. Tego rodzaju manometry noszą nazwę piezometrów; są one pokazane na schematycznych rysunkach 27, 28, 29.

Gdy chodzi o dokładne mierzenie w przewodzie rurowym zmierzonych ciśnień hydrostatycznych, stosowany jest tak zwany pierścieniowy piezometryczny. W tym celu w przewodzie rurowym są wywiercone w płaszczyźnie prostopadłej do jego osi w jednakowej odległości od siebie 4, lub w rurach większej średnicy więcej, małych otworów o średnicy około 0,5 mm. Otwory te od strony zewnętrznej rury są powiększone, tak że można je połączyć rurkami średnicy 5 mm z rurką pierścieniową, jak pokazane jest schematycznie na rysunku 10.



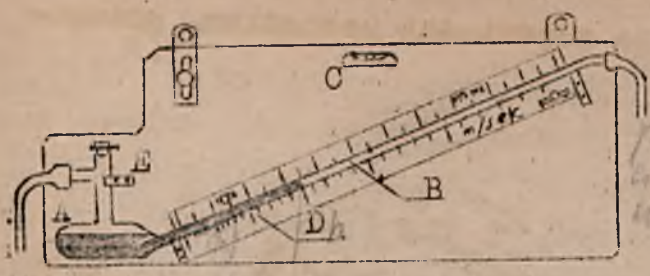
Rys. 10.

Cięnienie w przewodzie rurowym, które należy zmierzyć, przenosi się przez rurki do pierścienia i jest mierzone przyłączonym do niego manometrem.

Do mierzenia bardzo małych (mniejszych od 40 mm słupa wody) ciśnień, stosowane są manometry, w których ciecz, równoważąca ciśnieniu w aparacie, znajduje się w rurce nachylonej pod pewnym kątem do poziomu. Różnica poziomów w tych manometrach odczytywana jest według odpowiednio wycochowanej skali poziomej lub pochylonej. Dobiierając odpowiedni kąt nachylenia rurki, można osiągnąć przesunięcie się w niej cieczy o 1 centymetr, gdy, mierzone w aparacie, ciśnienie wzrośnie o ciśnienie 1 mm słupa cieczy, znajdującej się w rurce.

Jeden z tego rodzaju manometrów tak zwany ciągociągacz Crolla przedstawiony jest na rysunku 11. Służy on do mierzenia w rurce słupa wody siły ciągu w piecach, kotłach parowych i innych instalacjach technicznych, oraz do mierzenia bardzo małych ciśnień.

Ciągonierz lub pneumometr Crella (rys.11) składa się ze



Rys.11. Ciągonierz Crella.

zbiornika A, pochyłej rurki B, libelli (poziomicy) C i skali D. Przed przystąpieniem do pomiaru ciśnienia należy ustawić przyrząd w taki sposób, aby pęcherzyk powietrza w libelli był pośrodku i naleć do zbiornika A tyle cieczy (zabarwionej

wody lub alkoholu), aby menisk jej w rurce pochyłej ustawił się na przeciw zera podziałki. Następnie jeżeli chodzi o pomiar ciśnienia większego od atmosferycznego, należy po zakorkowaniu szyjki E, połączyć rurką gumową zbiornik A z przestrzenią, w której chcemy zmierzyć ciśnienie. Wtedy poziom cieczy w rurce pochyłej podniesie się na wysokość odpowiadającą temu ciśnieniu. Odczytujemy je na podziałce w mm słupa cieczy, znajdującej się w przyrządzie.

W przypadku, gdy chodzi o pomiar ciśnienia mniejszego od atmosferycznego, należy połączyć z przestrzenią, w której potrzeba zmierzyć ciśnienie nie zbiornik A, lecz rurkę pochyłą ciągonierza. W tym przypadku ciecz w rurce podniesie się na wysokość odpowiadającą różnicy pomiędzy ciśnieniem atmosferycznym a ciśnieniem w powyższej przestrzeni.

Gdy potrzeba zmierzyć różnicę pomiędzy ciśnieniami w dwóch różnych miejscach instalacji technicznej, stosowane są manometry różnicowe (rys.47) opisane w § 19. Do tego celu można również użyć pneumometr Crella, łącząc przy pomocy rurki gumowej zbiornik A z miejscem, gdzie jest większe ciśnienie, a rurkę pochyłą z miejscem gdzie panuje ciśnienie niższe.

Do mierzenia dużych ciśnień służą manometry sprężynowe, które można podzielić na membranowe i rurkowe.

Główną, składową częścią manometru membranowego (rys.12) jest sprężysta przepona (membrana) P, oddzielająca przestrzeń A od B, która pod wpływem ciśnienia od dołu wygina się do góry, tym więcej im większe jest ciśnienie, gdy zaś ciśnienie spadnie, przepona pod wpływem siły sprężystości wraca do położenia, odpowiadającego ciśnieniu. Z przeponą złączony jest drążek D, który, podnosząc się i

opadając wraz z membraną, działa na odpowiedni mechanizm, przesuwający wskazówkę.



Rys. 12.

Manometr membranowy



Rys. 13.

Manometr z rurką sprężynującą.

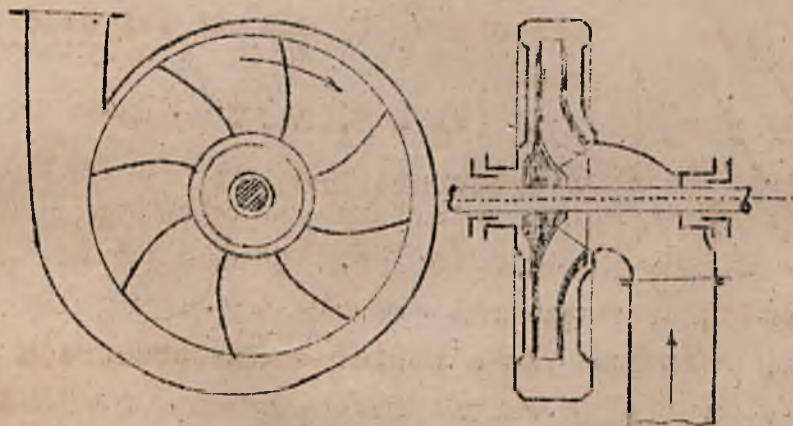
W manometrach sprężynowych (rys. 13) ciśnienie jest mierzone przy pomocy rurki o przekroju owalnym, wygiętej w postaci łuku kącie około 270° i wykonanej z materiału sprężystego. Koniec A tej rurki jest zamknięty i połączony przy pomocy pręta B z zębatego wycinkiem kołowym C, drugi zaś otwarty umocowany jest nieruchomo w oprawce, połączonej kanalikiem z aparatem, w którym należy zmierzyć ciśnienie. Wewnątrz rurki wobec tego działa takie samo ciśnienie, jak w aparacie. Pod wpływem tego ciśnienia rurka sprężysta ma tendencję do wyprostowania się i, zmieniając z tego powodu swoją krzywiznę, porusza przy pomocy pręta B wycinek kołowy C, zazębiający się z zębatką Z, umieszczoną na osi wskazówki. Ta ostatnia, przesuwaną się pokazuje na wycechowanej skali, panujące w aparacie ciśnienie.

§ 5. Równanie Daniela Bernoulliego dla ruchu ustalonego cieczy doskonałej.

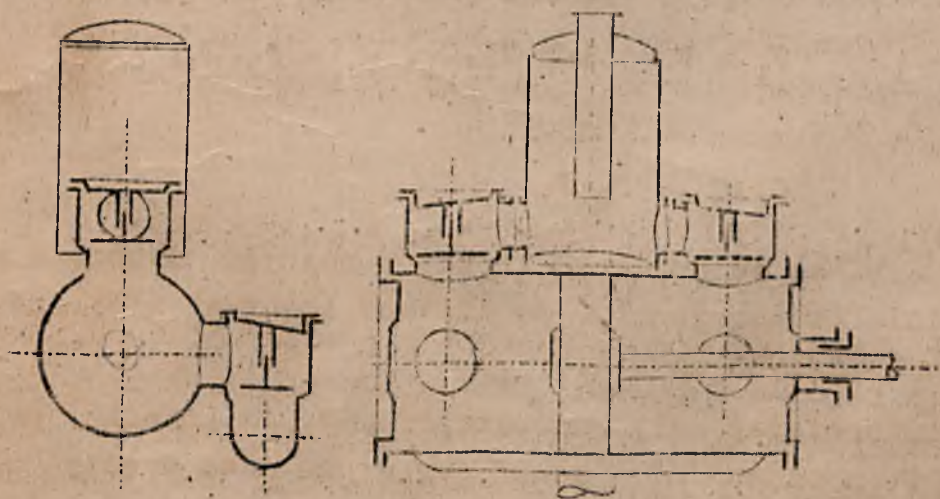
Prędkość cieczy w przewodach może się zmieniać w zależności od miejscowych zmian w wymiarach przewodu (na przykład w przewodzie rozszerzającym się stopniowo (rys. 31) prędkość od punktu A do B maleje) lub w zależności od czasu. Jeżeli w każdym ściśle określonym punkcie przewodu prędkość cieczy posiada wartość i kie-

runek zawsze w tym miejscu stały i niezależny od czasu, to taki ruch nazywany ustalonym lub trwałym, chociaż w różnych miejscach tego przewodu prędkość może posiadać wartości i kierunki różne, a jeden i ten sam element cieczy podczas przepływu przez przewód porusza się z prędkością zmienną. Natomiast ^{jeżeli} w każdym punkcie przewodu prędkość cieczy zmienia się z biegiem czasu, to taki ruch nosi nazwę nieustalonego lub nietrwałego.

Ustalony ruch w przewodach rurowych posiadają ciecze pompowane przez pompy wirowe (rys.14); nieustalony zaś (choć powtarzający się periodycznie) ciecze przetłaczane przez pompy tłokowe. (rys.15).



Rys.14. Pompa wirowa.



Rys.15. Pompa tłokowa



Przyrost (lub ubytek) energii kinetycznej wyniesie

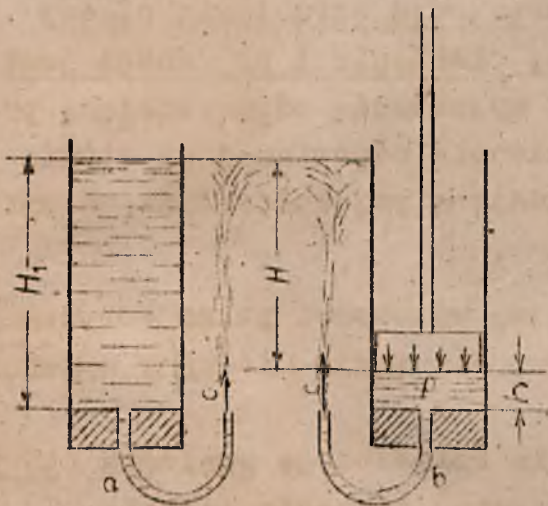
$$dE_k = d \frac{mc^2}{2}$$

Przyrost (lub ubytek) energii potencjalnej wynosi

$$dE_p = m \cdot g \left(dz + \frac{dp}{\gamma} \right)$$

albowiem energia potencjalna cieczy składa się z dwóch części: z energii potencjalnej położenia ngz i energii potencjalnej ciśnienia $mg \frac{p}{\gamma}$.

Ze ciśnieniu p odpowiada pewna określona energia potencjalna wynika z następujących rozważań. Ciśnienie słupa cieczy wysokości H_1 , jak widać z rysunku 17a nadaje cieczy wypływającej z



Rys.17.

rukki, energię kinetyczną

$$\frac{mc^2}{2}$$

i wykonywa pracę podnoszenia strumienia cieczy na wysokość również równą H_1 , a więc ciśnieniu słupa cieczy wysokości H_1 odpowiada energia potencjalna ngH_1 . Ciśnienie słupa cieczy wysokości H może być zastąpione, jak widać z rysunku 17b, ciśnieniem p tłoka na ciecz, przy czym wielkość tego ciśnienia obliczamy ze wzoru

$$H = \frac{p}{\gamma}$$

który był wyprowadzony poprzednio (§ 2).

Wywierając więc na ciecz ciśnienie $p \frac{kg}{m^2}$, wykonamy pracę podnoszenia strumienia cieczy na wysokość H (Rys.17), wobec czego ciśnieniu p odpowiada energia potencjalna $ngH = ng \frac{p}{\gamma}$.

Opierając się na prawie zachowania energii i uwzględniając, że przepływ cieczy doskonałej odbywa się bez strat, możemy napisać, że całkowity przyrost energii podczas przepływu cieczy przez nieskończenie mały odcinek przewodu dx (rys.16) jest równy zero, t.j. że

$$dE_k + dE_p = 0$$

$$d \frac{nc^2}{2} + ng(dz + \frac{dp}{\gamma}) = 0 \quad (*)$$

całkując to równanie w granicach od przekroju I do II (rys.16) będziemy mieli

$$\frac{nc_2^2}{2} - \frac{nc_1^2}{2} + mgz_2 - mgz_1 + mg \frac{p_2}{\gamma} - mg \frac{p_1}{\gamma} = 0 \quad +$$

Dzieląc wszystkie wyrazy ostatniego równania przez mg i przenosząc wielkości odnoszące się do przekroju II na prawą stronę równania, otrzymamy:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} = \text{const}$$

Równanie powyższe nazywa się równaniem Daniela Bernoulli i słuszne jest dla cieczy doskonałej. Można go wyrażać słowami w sposób następujący: dla dowolnego przekroju strumienia cieczy doskonałej suma wysokości położenia, ciśnienie i prędkości jest wielkością stałą, albowiem z jest wysokością odpowiadającą położeniu przekroju, $\frac{p}{\gamma}$ jest wysokością odpowiadającą ciśnieniu, a $\frac{c^2}{2g}$ jest wysokością odpowiadającą prędkości (jak to wynika ze wzoru $c = \sqrt{2gh}$ skąd $h = \frac{c^2}{2g}$).

Wysokość ciśnienia $\frac{p}{\gamma}$ nosi nazwę wysokości piezometrycznej. (Piezometr jest to manometr, w którym ciśnienie mierzywny wysokością słupa badanej cieczy).

Dzieląc wszystkie wyrazy równania oznaczonego gwiazdką (...) przez $n \cdot g$, otrzymamy różniczkową postać równania Daniela Bernoulli

$$dz + \frac{dp}{\gamma} + d \frac{c^2}{2g} = 0$$

W tej różniczkowej postaci równanie D. Bernoulli jest słuszne i do gazów, natomiast, wyprowadzoną poprzednio, całkową postać równania D. Bernoulli do gazów stosować nie można, gdyż ciężar właściwy gazów γ nie jest stały, lecz zależy od ciśnienia p .

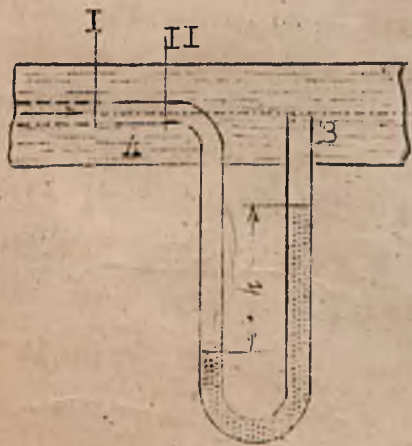
Równania Daniela Bernoulli'ego dla strumieni poziomych jest nieco prostsze, albowiem dla tego przypadku $z_1 = z_2$, a $dz = 0$, wskutek czego równanie w postaci całkowej będzie wyglądać w sposób następujący

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g}$$

a w postaci różniczkowej

$$\frac{dp}{\gamma} + d\frac{c^2}{2g} = 0$$

Ciecz będąca w ruchu, wywiera na powierzchnię nieruchomą, prostopadłą do kierunku ruchu, ciśnienie, które nosi nazwę hydrodynamicznego. Aby wyjaśnić, że ciśnienie to różni się od hydrostatycznego, rozpatrzmy przewód rurowy (rys. 18), w którym umocowana jest rurka szklana w taki sposób, że otwór jednego jej końca (na przykład A) skierowany jest przeciw strumieniowi cieczy w przewodzie, a otwór drugiego (na przykład B) jest równoległy do kierunku strumienia. Rurka zawiera pewną ilość rtęci, której meniski są na jednakowych poziomach w obu jej częściach, gdy ciecz w przewodzie rurowym jest nieruchoma. Natomiast gdy ciecz jest w ruchu, poziom rtęci w lewej części rurki jest niższy niż w prawej, jak widać na rysunku 18, przy czym różnica poziomów jest tym większa, im większa jest prędkość cieczy w przewodzie.



Rys. 18.

Zjawisko powyższe wskazuje, że podczas ruchu cieczy w przewodzie rurowym, ciśnienie w lewej części rurki szklanej jest większe niż w prawej, a że ciśnienia hydrostatyczne w obu częściach rurki w przewodzie rurowym są na tych samych poziomach jednakowe, stąd wniosek, że w lewej jej części działa ciśnienie dodatkowe, wywołane przez poruszającą się w przewodzie z prędkością c ciecz. Ciśnienie to jest właśnie ciśnieniem hydrodynamicznym.

Pisząc równanie D. Bernoulli dla poziomego strumienia cieczy o średnicy równej średnicy rurki szklanej (przekrój I), ograniczonego na rysunku 18 liniami przerywanymi, oraz dla cieczy nieruchomej, znajdującej się w lewej części tej rurki i stanowiącej przedłużenie powyższego strumienia, otrzymamy

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} \quad \text{skąd} \quad \frac{P_2 - P_1}{\gamma} = \frac{c^2}{2g}$$

Różnica między ciśnieniem p_2 w lewej części rurki, a ciśnieniem hydrostatycznym p_1 równa się, jak wynika z poprzedniego, ciśnieniu hydrodynamicznemu p_d wobec czego

$$p_d = \gamma \cdot \frac{c^2}{2g}$$

Ciśnienie hydrodynamiczne więc równa się liczbowo energii kinetycznej strumienia cieczy przypadającej na jednostkę objętości czyli jest ono proporcjonalne do kwadratu prędkości.

6. Przykłady stosowania równania Daniela Bernoulli w technice

Opierając się na równaniu Daniela Bernoulli możemy wyjaśnić działanie i przeprowadzić obliczenia bardzo wielu aparatów i urządzeń, stosowanych w wielu gałęziach przemysłu.

Dla przykładu rozpatrzmy skraplacz barometryczny i pompę strumieniową.

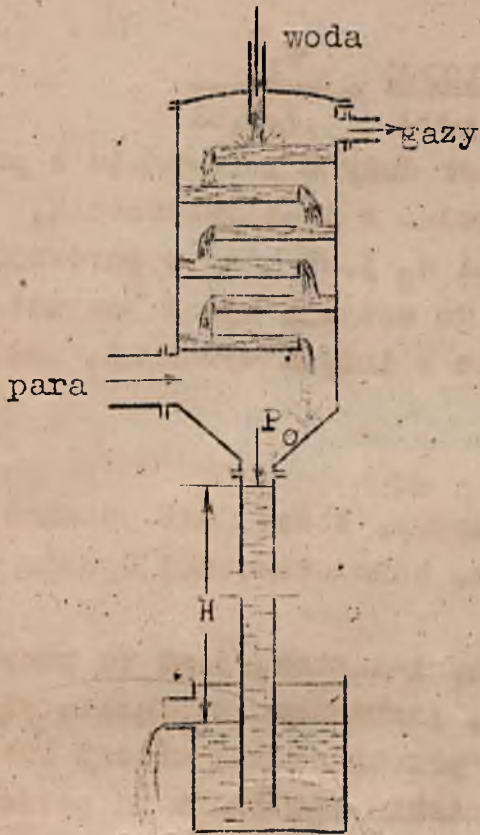
Skraplacz lub kondensator jest to aparat bardzo rozpowszechniony w przemyśle chemicznym, spożywczym oraz w siłowniach. Służy on do skraplania oparów z aparatów wyparnych, warników, aparatów destylacyjnych, suszarn próżniowych oraz z szeregu innych urządzeń przemysłowych, a w siłowniach do skraplania pary odlotowej z maszyn i turbin parowych. Z szeregu różnych typów skraplaczy, stosowanych w przemyśle, rozpatrzmy skraplacz barometryczny przedstawiony na rysunku 19. Jest to aparat kaskadowy, w którym para wodna doprowadzana przewodem dużej średnicy, płynie w przeciwnym kierunku z wodą chłodzącą, spadającą z półki na półkę w postaci kaskad. Wskutek zetknięcia się pary z wodą, para skrapla się, a woda ogrzewa się.

Wraz z parą płyną do skraplacza różne gazy, a przez nieszczelności dostaje się do niego powietrze. Gazy w kondensatorze nie skraplają się i są z niego usuwane przez specjalną pompę, która utrzymuje w nim próżnię i dlatego nosi nazwę próżniowej.

Próżnię albo vacuum nazywamy różnicą pomiędzy ciśnieniem barometrycznym, a prężnością gazów lub par w jakiejś hermetycznie zamkniętej przestrzeni. Próżnię mierzymy w mm słupa rtęci lub wody, w kg/cm^2 albo w atmosferach technicznych.

Ciepła woda odpływa ze skraplacza przez długą (przeszło 10-

netrową) pionową rurą zwaną barometryczną, dolny koniec której



Rys.19. Skraplacz barometryczny

zanurzony jest w skrzyni stale zapelnionej wodą aż do specjalnego przelewu. Zanurzenie rury barometrycznej w wodzie tworzy zamknięcie hydrauliczne, które nie dopuszcza powietrza atmosferycznego do aparatu. Rura ta nazywa się barometryczną ponieważ pod wpływem ciśnienia atmosferycznego poziom wody w niej jest znacznie wyższy niż w skrzyni i zależy od ciśnienia barometrycznego i od próżni w skraplaczu.

Poziom wody w rurze barometrycznej można obliczyć, posługując się równaniem Daniela Bernoulli. Oznaczmy przez

p_1 - ciśnienie w skraplaczu w kg/m^2

p_a - " atmosferyczne w "

H - wysokość poziomu wody w rurze barometrycznej.

w_1 - prędkość wody w rurze barometrycznej

w_2 - " " " skrzyni

wtedy, nie uwzględniając strat otrzymany

$$H + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_a}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g}$$

skąd

$$H = \frac{p_a - p_1}{\gamma} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}$$

Przykład. Obliczyć, nie uwzględniając strat, wysokość poziomu wody w rurze barometrycznej skraplacza kaskadowego, jeżeli próżnia w nim wynosi $b = 600 \text{ mm Hg}$, ciśnienie barometryczne $B = 750 \text{ mm Hg}$, a prędkość wody w rurze barometrycznej $c_1 = 0,3 \text{ m/s}$.

Rozwiązanie. Ciśnienie w skraplaczu wynosi

$$p_1 = B - b = 750 - 600 = 150 \text{ mm Hg}$$

co odpowiada

$$p_1 = 150 \cdot 13,6 = 2040 \text{ kg/m}^2$$

Ciśnienie barometryczne w wysokości 750 mm słupa rtęci równa się ciśnieniu

$$p_a = 750 \cdot 13,6 = 10200 \text{ kg/m}^2$$

Pisząc równanie Daniela Bernoulli'ego dla dwóch poziomów

a) dla poziomu cieczy w rurze barometrycznej i b) dla poziomu cieczy w skrzyni (rys.19) otrzymany

$$H = \frac{2040}{1000} + \frac{0,3^2}{2 \cdot 9,81} = \frac{10200}{1000} + \frac{w_2^2}{2 \cdot 9,81}$$

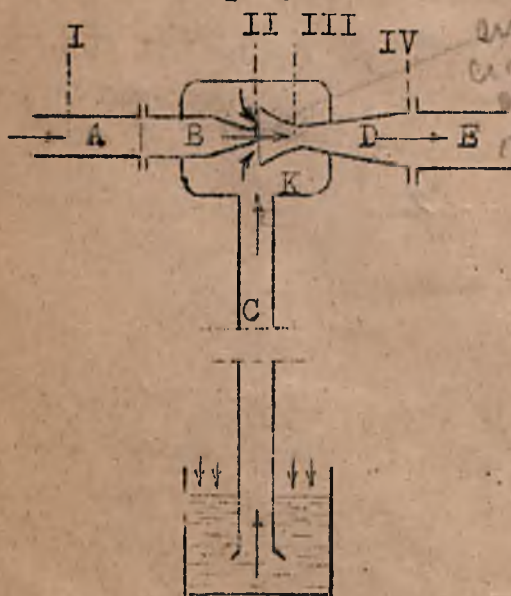
Przyjmując, że przekrój skrzyni jest duży w porównaniu z przekrojem rury barometrycznej, co jest zgodne z rzeczywistością, otrzymany, że prędkość cieczy w skrzyni w_2 jest mała w porównaniu z prędkością cieczy w rurze, wobec czego ostatni wyraz powyższego równania, jako bardzo mały w porównaniu z innymi wyrazami, można odrzucić i wtedy otrzymany że

$$H = 8,155 \text{ m} = 8155 \text{ mm}$$

W rzeczywistości, ze względu na opory, które musi pokonać ciecz w instalacji, poziom wody w rurze barometrycznej będzie wyższy.

Pompa strunieniowa czyli tak zwany inżektor, jest to przyrząd w którym omówione poprzednio zjawiska, zachodzące w prądzie cieczy lub gazu, wykorzystane zostały do przetłaczania cieczy lub gazu z dolnego poziomu lub ze zbiornika o niskim ciśnieniu na poziom wyższy lub do zbiornika o większym ciśnieniu.

Schemat pompy strunieniowej podany jest na rysunku 20.



Składa się ona z rury A doprowadzającej wodę pod ciśnieniem i temperaturą zakończoną zwężającą się dyszą B komory K, zwanej dyfuzorem, rury ssącej C, dyszy rozszerzającej się D i rury tłoczącej E.

Ciecz płynąc przez rurę A pod ciśnieniem p_1 z prędkością c_1 , dostaje się do dyszy B, z której wypływa, posiadając prędkość c_2 większą niż prędkość c_1 w rurze A. Jak wynika z równania Daniela Bernoulli dla przekrojów I i II (rys.20)

Rys.20. Schemat pompy strunieniowej.

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g}$$

ciśnienie p_2 , które posiada w komorze K ciecz, wypływająca z dyszy B, jest mniejsze od ciśnienia początkowego p_1 , gdyż w równaniu powyższym

$$\frac{c_2^2}{2g} > \frac{c_1^2}{2g}$$

Dobierając odpowiednio średnicę wylotową dyszy rozprężającej B, możemy zmniejszyć ciśnienie p_2 w komorze K do pożądanej wielkości, która może być niższą od ciśnienia atmosferycznego, jak to wynika z następującego przykładu.

Przykład. Przez rurę A pompy strumieniowej (rys.20) płynie woda pod ciśnieniem $p_1 = 3 \text{ ata}$ z prędkością $c_1 = 2 \text{ m/s}$. Jaką średnicę d_2 powinien posiadać wylot dyszy B, aby wytworzyć w komorze K próżnię $b = 0,9 \text{ kg/cm}^2$, jeżeli średnica rury A wynosi $d_1 = 50 \text{ mm}$, a ciśnienie barometryczne $B = 1,03 \text{ kg/cm}^2$.

Rozwiązanie. Ciśnienie p_2 u wylotu dyszy B wynosi

$$p_2 = B - b = 1,03 - 0,9 = 0,13 \text{ kg/cm}^2 = 1300 \text{ kg/m}^2$$

Podstawiając dane liczbowo do równania Daniela Bernoulli dla przekroju I i II i przyjmując dla uproszczenia rachunków, że $g = 10 \text{ m/s}^2$ otrzymamy

$$\frac{30000}{1000} + \frac{2^2}{2 \cdot 10} = \frac{1300}{1000} + \frac{c_2^2}{2 \cdot 10}$$

Skąd

$$c_2 = 24 \text{ m/s}$$

Wobec tego, że prędkości są odwrotnie proporcjonalne do przekrojów, a przekroje rur są wprost proporcjonalne do kwadratu średnic można napisać, że

$$c_1 : c_2 = d_2^2 : d_1^2$$

skąd

$$d_2 = d_1 \cdot \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} = 50 : \sqrt{\frac{2}{24}} = 14,5 \text{ mm}$$

Widzimy, że aby osiągnąć w komorze K próżnię w wysokości $0,9 \text{ kg/cm}^2$, należy zrobić przekrój wylotowy dyszy o średnicy teoretycznie $\frac{50}{14,5} = 3,45$ razy mniejszej niż średnica rury A, praktycznie, ze względu na opory hydrauliczne, o których będzie mowa później, średnica d_2 będzie jeszcze mniejsza.

eżeli ciśnienie panujące w komorze K, jest mniejsze od atmosferycznego, ciecz z dolnego poziomu /rys.20/ pod wpływem ciśnienia atmosferycznego dostaje się rurą ssącą C do komory K, skąd wchodzi do dyszy D. Dysza ta posiada część kierującą, w której następuje wymieszanie się cieczy zasysanej z cieczą wypływającą z dyszy B, oraz część rozszerzającą się, w której, zaczynając od najwęższego przekroju, następuje spadek prędkości, a wskutek tego wzrost ciśnienia przepływającego strumienia.

Oznaczając ciężar cieczy wypływającej z dyszy B w przeciągu 1 sekundy przez G' kg/sek, ciężar cieczy, zasysanej przez rurę C, przez G'' kg/sek, jej prędkość przez c_2 , a prędkość mieszaniny w najwęższym przekroju dyszy D przez c_m , oraz przyjmując, że ciśnienie cieczy w części kierującej tej dyszy nie zmienia się i jest równe ciśnieniu w komorze K, możemy napisać, na podstawie prawa zachowania energii, że teoretycznie

$$\frac{G' c_2^2}{2g} + \frac{G'' c_2^2}{2g} = (G' + G'') \frac{c_m^2}{2g}$$

Biorąc pod uwagę, że znaczna część energii kinetycznej, zasysanej cieczy, traci się w komorze K, wskutek zmiany kierunku strumienia tej cieczy, można jej energię $\frac{G'' c_2^2}{2g}$ w równaniu powyższym

odrzuścić, a wtedy będziemy mogli obliczyć prędkość mieszaniny obu cieczy. Prędkość ta wynosi

$$c_m = c_2 \cdot \sqrt{\frac{G'}{G' + G''}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{G''}{G'}}}$$

Oznaczając przez P_4 ciśnienie cieczy w przekroju wylotowym dyszy sprężającej D, może my przy pomocy równania Daniela Bernoulli'ego obliczyć średnicę d_4 przekroju wylotowego tej dyszy /rys.20 .

Dla przekroju III i IV mamy

$$\frac{P_3}{\gamma} + \frac{c_3^2}{2g} = \frac{P_4}{\gamma} + \frac{c_4^2}{2g}$$

wobec tego, że $P_3 = P_2$ i $c_3 = c_m$, otrzymamy że

$$c_4 = \sqrt{c_m^2 - \frac{2g}{\gamma} (P_4 - P_2)}$$

Srednicę d_4 obliczymy z równania

$$\frac{\pi d_4^2}{4} \cdot c_4 = \frac{G' + G''}{\gamma}$$

skąd

$$d_4 = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{G' + G''}{\gamma \cdot c_4}} \quad \text{m}$$

Powyższe teoretyczne rozważania rzucają pewne światło na wzajemną zależność pomiędzy oddzielnymi elementami pompy strumieniowej. Srednica różnych części inżektora, ciśnienia i prędkości strumienia cieczy w tych częściach są powiązane ze sobą jak wynika z równań Daniela Bernoulli'ego, ścisłą zależnością funkcyjną.

Matematyczne ujęcie zjawisk zachodzących w inżektorze, gdy przez niego przepływa nie ciecz doskonała, lecz rzeczywista jest bardziej skomplikowane, gdyż wymaga uwzględnienia oporów hydraulicznych. W znacznie większym jednak stopniu komplikuje się zagadnienie, jeżeli substancja zasysająca lub zasysana jest gazem lub parą. Wtedy ujęcie matematyczne zjawisk w inżektorze nie jest możliwe bez uwzględnienia praw termodynamiki.

§ 7. Ciecze rzeczywiste. Lepkość.

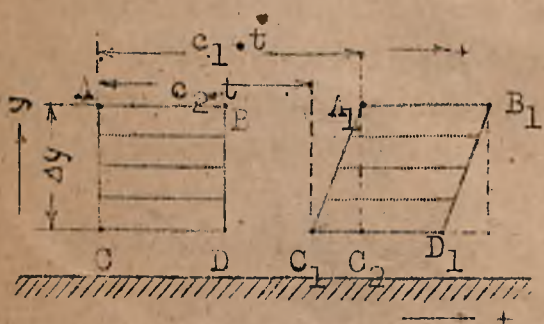
Ciecze rzeczywiste w odróżnieniu od cieczy doskonałej stawiają, jak było zaznaczone poprzednio, pewien mały opór zarówno siłom rozciągającym, jak i ściągającym. Opór powyższy jest skutkiem tego, że ciecze rzeczywiste posiadają lepkość. Występuje ona w większym lub w mniejszym stopniu we wszystkich cieczach i gazach. Jedne ciecze posiadają lepkość małą, na przykład eter etylowy $C_2H_5OC_2H_5$, alkohol etylowy C_2H_5OH , lub woda, inne jak smoła, gliceryna $C_3H_5(OH)_3$ lub oleje posiadają lepkość dużą.

Z mechanicznego punktu widzenia lepkość polega przede wszystkim na przeciwstawianiu się cieczy siłom tnącym, które dążą albo do oddzielenia cieczy od ciała stałego /na przykład od ścian naczynia/, albo do oddzielenia jednych części /kropel/ cieczy od drugich. W cieczach rzeczywistych wobec tego należy uwzględnić naprężenia ściągające, a w razie potrzeby rozciągające.

Gdy ciecz płynie wewnątrz przewodu rurowego, to wskutek przyklepania się pod wpływem adhezji cząsteczek cieczy do ścianek przewodu, wytwarza się na ścianach nieruchoma cienka warstwa. Pomiędzy tą nieruchomą warstwą cieczy a pozostałą ruchomą masą powstają naprężenia tnące, które hamują prąd cieczy. Pozostała masa nie płynie jednak jako jednolita całość, lecz tak, jak gdyby płynąca ciecz składała się z oddzielnych bardzo cienkich warstw rys.23/. Pierwsza z nich, przylegająca do warstewki nieruchomej, hamowana przez naprężenia tnące, płynie bardzo wolno. Hamuje ona ze swej strony ruch sąsiedniej, która, jako przylegająca do warstwy ruchomej, może płynąć prędzej; ta hamuje ruch następnej itd. Im dalej więc położona jest pewna warstwa od ściany tym prędkość jej będzie większa. Tego rodzaju teoretyczny ruch cieczy warstwami, które płyną równoległe, ale z różną prędkością nosi nazwę ruchu laminarnego /od "lamina" - łuska/.

Widzimy, że podczas ruchu laminarnego cieczy rzeczywistych, pomiędzy poszczególnymi wyobraźnymi nieskończenie cienkimi warstwami cieczy występują siły styczne, które działają hamująco na ruch względny tych warstw, a więc działają one tak, jak siły tarcia pomiędzy ciałami stałymi. Działanie sił stycznych, zachodzące w środowisku jednorodnym, nazywa się tarciem wewnętrznym.

Dla wyjaśnienia matematycznej zależności pomiędzy naprężeniami stycznymi, które występują podczas ruchu laminarnego cieczy rzeczywistych, a prędkością wyobraźnych warstw i ich odległością od osi, rozpatrzmy ruch pewnej masy cieczy, która początkowo posiadała kształt bryły prostokątnej /prostokątoscianu/ ABCD. /rys.21 . Bryła ta składa się zgodnie z laminarną teorią, z szeregu nieskończenie cienkich war-



Rys. 21.

stewek równoległych do ścian przewodu rurowego, lub kanału, w którym płynie ciecz. Niech prędkość warstwy AB, leżącej dalej od ściany /dna/ przewodu wynosi c_1 , a prędkość warstwy CD, położonej bliżej ściany c_2 . Wobec tego, że $c_2 < c_1$, droga przebyta w przeciągu czasu t przez warstwę

CD jest mniejsza od drogi, którą przebyła w tym samym czasie warstwa AB, bryła zaś odkształci się i przyjmie postać $A_1B_1C_1D_1$ /Rys.21/. Odkształcenie jednostkowe E, analogicznie do odkształcenia przy ścinaniu / z teorii wytrzymałości materiałów/ wynosi:

$$E = \frac{c_2 \cdot t - c_1 \cdot t}{\Delta y} = -t \cdot \frac{\Delta c}{\Delta y}$$

Jeżeli odległość pomiędzy warstwami AB i CD jest nieskończenie mała, to odkształcenie jednostkowe przyjmie postać

$$E = -t \cdot \frac{dc}{dy}$$

a więc jest proporcjonalne do czasu t i do gradientu prędkości $\frac{dc}{dy}$

Zgodnie z prawem Hooke odkształcenia jednostkowe są proporcjonalne do naprężeń, czyli że

$$-t \cdot \frac{dc}{dy} = \frac{\tau}{G}$$

gdzie $\frac{1}{G}$ jest współczynnikiem proporcjonalności. Z równania tego otrzymamy, że

$$\tau = -G \cdot t \cdot \frac{dc}{dy} = -\eta \frac{dc}{dy}$$

We wzorze powyższym znak minus wskazuje, że naprężenia styczne są skierowane odwrotnie niż prędkość.

Współczynnik η nazywa się współczynnikiem lepkości lub wprost lepkością. Jest on równy stosunkowi naprężenia stycznego do gradienta prędkości

$$\eta = \frac{\tau}{\frac{dc}{dy}} = \frac{\tau \cdot dy}{dc}$$

W jednostkach miar technicznych naprężenia wyrażamy w kg/cm^2 lub wyjątkowo /w hydromechanice/ w kg/m^2 , prędkość w m/sek, a odległość w m. Podstawiając odpowiednie jednostki do powyższego wzoru otrzymamy

$$\eta = \frac{\tau \cdot dy}{dc} = \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}}{\frac{\text{m}}{\text{sek}}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$$

Widzimy, że jednostką techniczną lepkości jest $\frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$

Stosując jednostki bezwzględne /C.G.S/ otrzymamy

$$\eta = \frac{\tau \cdot dy}{dc} \frac{\frac{\text{dyna}}{\text{cm}^2} \cdot \text{cm}}{\frac{\text{cm}}{\text{sek}}} = \frac{\text{dyna} \cdot \text{sek}}{\text{cm}^2} = \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sek}}$$

Jednostką więc bezwzględną lepkości jest lepkość takiej cieczy, w której siła 1 dyny przesuwa warstwę cieczy o powieźni 1 cm^2 , znajdujące się w odległości 1 cm od siebie z prędkością względną 1 cm/sek . Jednostka ta nazywa się poise'em, na cześć francuskiego uczonego Poiseuille'a. Wobec tego, że tak wybrana jednostka jest jednak dość duża, często stosują jednostkę 100 razy mniejszą, nazywaną centipoise'em.

Przy obliczeniach technicznych jednak lepkość mierzy się w $\frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$ przy czym

$$1 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2} = 98,1 \text{ poise}'s = 9810 \text{ centipoise}'a$$

Oprócz lepkości bezwzględnej, stosowana jest czasami w praktyce lepkość względna. Jest to stosunek lepkości jakiejś cieczy do lepkości wody w 0°C

$$\eta_{\text{wzg}} = \frac{\eta}{\eta_{\text{H}_2\text{O}}} = 1,792$$

albowiem lepkość wody w 0°C wynosi $\eta_{\text{H}_2\text{O}} = 1,792 \text{ centipoise}'a$

Lepkość zarówno ciał ciekłych, jak i gazowych zależy od temperatury, przy czym dla cieczy lepkość silnie spada ze wzrostem temperatury, a dla gazów na odwrót - ze wzrostem temperatury lepkość wzrasta.

Matematyczna zależność lepkości od temperatury nie została dotychczas ustalona. Wartości liczbowe lepkości określone doświadczalnie dla wielu cieczy i gazów można znaleźć w tablicach, znajdujących w odpowiedniej literaturze naukowej. W tablicy I podaję dla przykładu wartości lepkości w poise'ach dla kilku substancji.

Tablica I

Lepkość η w $\frac{\text{dyna. sek}}{\text{cm}^2}$

(poise)

Smoła	6°C	22.10 ⁸	Woda	0°C	0,0179
"	12°C	2,5.10 ⁸	"	20°C	0,0100
Gliceryna	3°C	42	Alkohol etyl.	20°C	0,0119
"	20°C	8	Eter etylowy	10°C	0,0026
Rtęć	0°C	0,01697	Powietrze	10°C	0,0018

Dla gazów i par zależność lepkości od temperatury można z dostateczną dla celów technicznych dokładnością przedstawić następującym wzorem

$$\eta = \eta_0 \frac{273+C}{T+C} \left(\frac{T}{273} \right)^{\frac{3}{2}}$$

gdzie η - lepkość gazu w °C

η_0 - lepkość gazu w 0°C

T - temperatura bezwzględna

C - liczba stała dla każdego gazu inna.

Wartości liczbowe C dla różnych gazów podane są w tablicy II

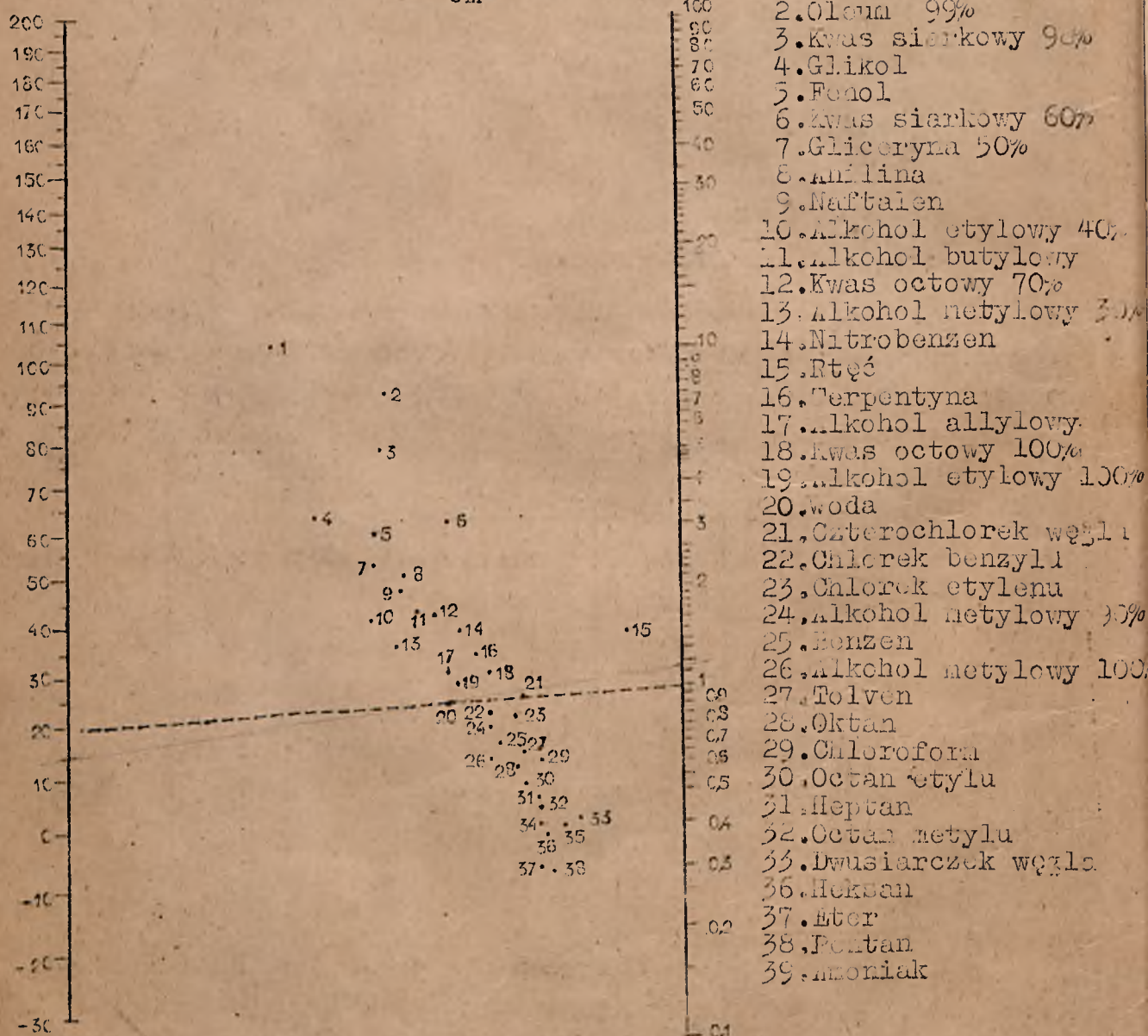
Tablica II

gaz	C	gaz	C
wodór	72	tlenek węgla	650
tlen	127	amoniak	370
azot	110	metan	198
powietrze	124	etylen	226
dwutlenek węgla	240	alkohol etylowy	525
dwutlenek siarki	416	benzen	700
chlorowodór	357	para wodna	118
chlor	325		

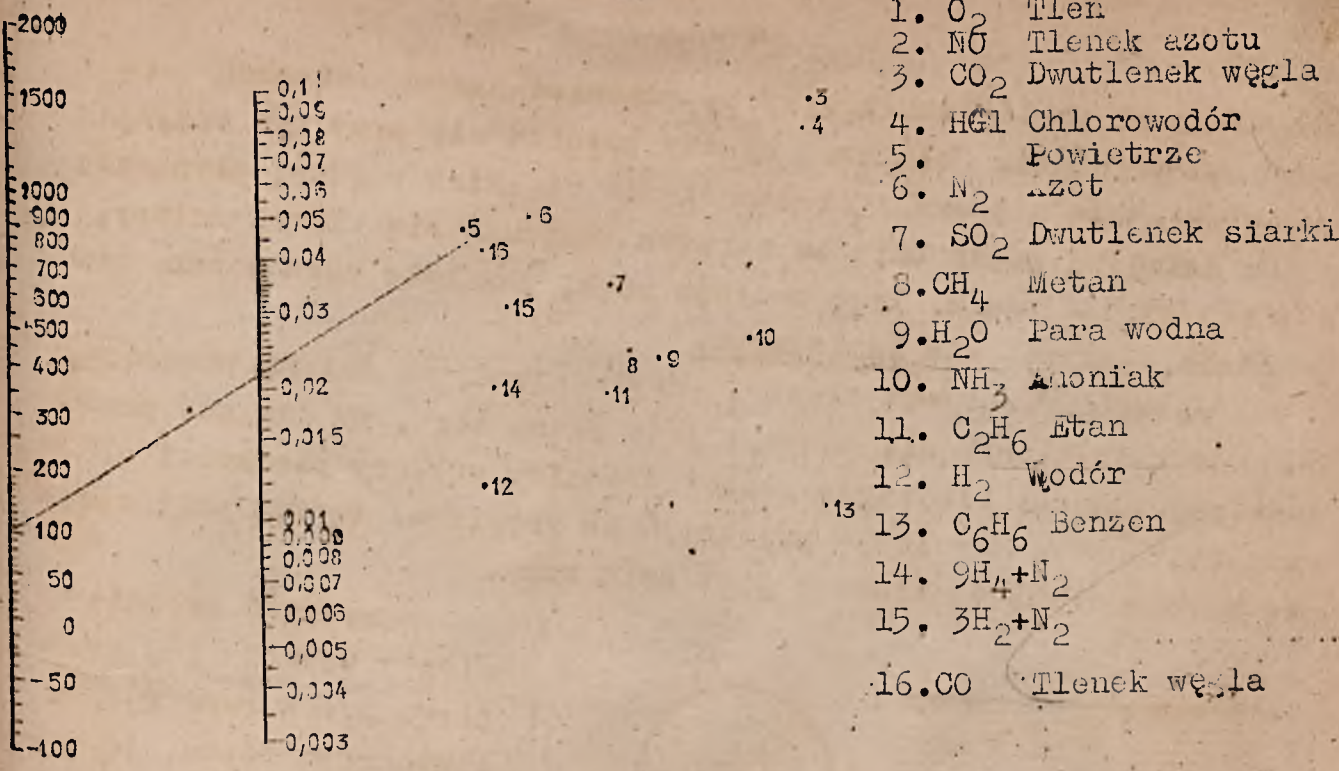
Na rysunkach 22a i 22b podane są nomogramy, przy pomocy których można łatwo otrzymać lepkość η dla szeregu cieczy w granicach temperatur od - 30°C do + 200°C oraz dla gazów w granicach temperatur od - 100°C do + 2000°C.

Nomogramy te składają się z dwóch prostych i szeregu punktów, z których każdy odpowiada określonej substancji. Na lewej prostej wyznaczona jest skala temperatur, na prawej zaś skala lepkości.

Dla znalezienia przy pomocy nomogramów lepkości jakiejś substancji w określonej temperaturze, należy przeprowadzić linię prostą przez tę temperaturę i przez punkt odpowiadający substancji, dla której poszukujemy lepkości. Przecięcie się tej prostej z drugą skalą wyznaczy wielkość poszukiwanej lepkości. Na przykład dla znalezienia lepkości wody w temperaturze 20°C, łączymy punkt na skali temperatur odpowiadający 20°C z punktem Nr 20 /woda/ i odczytujemy na skali lepkości, że lepkość wody w temperaturze 20°C wynosi 1 centipoise, czyli 0,01 $\frac{\text{dyna} \cdot \text{sek}}{\text{cm}^2}$.



Rys.22a. Nomogram I. Lepkość cieczy.



Rys.22b. Nomogram II. Lepkość gazów.

Różne ciecze wyprowadzone ze stanu spoczynku w jednakowych warunkach, /na przykład przez wstrząśnięcie naczynia/ wracają do stanu równowagi tym prędzej im posiadają większą gęstość i mniejszą lepkość. Stosunek gęstości cieczy do jej lepkości ^{to} jest $\frac{\gamma}{\eta}$ = R
 97
 nosi nazwę współczynnika ruchliwości.

Odwrotność współczynnika ruchliwości nazywa się współczynnikiem lepkości kinematycznej

$$\Lambda = \frac{\eta \cdot g}{\gamma} \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{sek}}$$

Współczynnik zaś η nazywa się lepkością dynamiczną.

Lepkość kinematyczna odgrywa dużą rolę w teorii przenikania ciepła.

§ 8. Ruch laminarny.

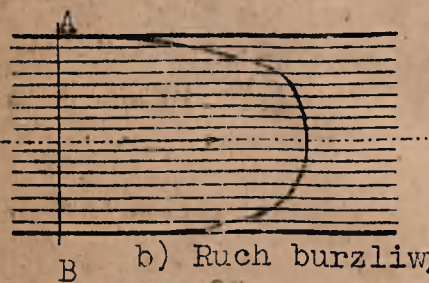
Gdy ciecz, przepływając przez prostoliniowe przewody rurowe lub kanały, posiada dostatecznie małą prędkość, poszczególne jej cząstki posuwają się po równoległych do siebie prostych, a na za-

krzywieniach po liniach krzywych, odpowiadających ściankom zewnętrznyemu przewodu. Cała masa cieczy porusza się przy tym tak, jak gdyby składała się ona z nieskończonej liczby cienkich warstw, płynących z tym mniejszą prędkością im warstwa znajduje się bliżej ściany, a dalej od osi prądu. Tego rodzaju ruch, jak było zaznaczone poprzednio, nazywa się laminarnym.

Prędkość warstewki cieczy, przylegającej do ściany przewodu, na skutek działania sił adhezji jest równa zero, na osi zaś prądu jest największa. Dla rur o stałej średnicy wektory prędkości dla różnych punktów dowolnego przekroju AB /rys.23a/ tworzą powierzchnię paraboloidu, oś którego jest osią rury.



a) Ruch laminarny



b) Ruch burzliwy
rys.23.

cieczy w przewodzie jest dostatecznie mała. Natomiast przy dużych prędkościach poszczególne cząstki cieczy nawet przy ogólnym prądzie prostoliniowym, będą się poruszać chaotycznie w różnych kierunkach po bardzo skomplikowanych i ciągle zmieniających się torach. Tego rodzaju ruch nazywa się burzliwym.

Prędkości poszczególnych cząstek cieczy, poruszającej się ruchem burzliwym zmieniają ciągle swój kierunek i wielkość, wahając się koło pewnej wartości średniej, dla każdej cząstki innej, równoległej do osi prądu. Rozkład tych średnich prędkości wzdłuż średnicy daje pewną krzywą /rys.23b/ silnie spłaszczoną w porównaniu z parabolą przy ruchu laminarnym.

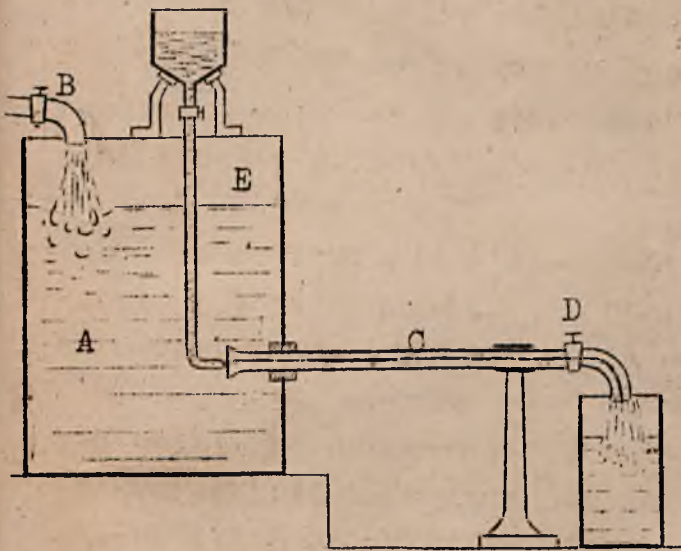
Badania przeprowadzone przez angielskiego uczonego Reynoldsa

Prędkość średnia cieczy podczas jej przepływu przez rurę ruchem laminarnym równa się połowie jej prędkości maksymalnej. /Dowód tego można znaleźć w podręczniku prof. Cz. Grabowskiego "Podstawy Hydromechaniki Przemysłu Chemicznego"/

Ruch laminarny jednak zachodzi, jak było zaznaczone poprzednio, tylko wtedy, gdy prędkość

nad ruchem cieczy w przewodach rurowych nie tylko potwierdziły istnienie ruchu laminarnego przy małych prędkościach cieczy, a burzliwego przy dużych, ale wyjaśniły również warunki, w jakich ruch laminarny jest możliwy, oraz przyczyny powstawania ruchu burzliwego.

Badania swoje Reynolds przeprowadził na aparaturze, przedstawionej schematycznie na rysunku 24. W naczyniu A przy pomocy kurka



B utrzymywany jest stały poziom wody przez co ciśnienie w rurce poziomej C jest stałe. Regulując przepływ wody przez rurkę C kurkiem D, można otrzymać w niej różne prędkości. Przez cienką rurkę E doprowadzał Reynolds zafarbowaną ciecz w ten sposób, aby trafiła ona w środek strumienia wody, płynącej przez rurkę C. Gdy prędkość wody w rurce poziomej

Rys.24. Badania Reynoldsa.

była mała, ciecz zafarbowana płynęła wraz z wodą przez dłuższy okres czasu w postaci cienkiej nitki wzdłuż osi strumienia. Zjawisko to wskazywało, że w rurce poziomej C nie było przy małych prędkościach żadnych ruchów poprzecznych, czyli że woda przepływała przez rurkę ruchem laminarnym.

Powiększając prędkość wody w rurce C przez większe otwarcie kurka, Reynolds zauważył, że przy pewnej określonej prędkości, zwanej krytyczną, zafarbowana nitka w środku strumienia znika już na początku rury C, mieszając się z wodą, z którą pierwotnie płynęła, i zabarwiając ją w całej rurce. To szybkie mieszanie się zafarbowanej cieczy z wodą wskazuje, że w rurce poziomej są w tym przypadku silne ruchy poprzeczne czyli, że ciecz płynie w sposób burzliwy.

§ 9. Liczba Reynoldsa. Ruch burzliwy.

Opierając się na licznych obserwacjach i badaniach oraz na rozważaniach teoretycznych, Reynolds ustalił, że ruch laminarny w rurach cylindrycznych możliwy jest wtedy, gdy są one dostatecznie gładkie, oraz gdy stosunek iloczynu ze średniej prędkości cieczy i średnicy rury do współczynnika lepkości kinematycznej jest mniejszy od pewnej określonej wartości krytycznej. Stosunek ten nosi nazwę liczby Reynoldsa i powszechnie oznacza się symbolem Re

$$Re = \frac{c \cdot d}{\Lambda} = \frac{c \cdot d \cdot \rho}{\eta \cdot s}$$

Liczba Reynoldsa jest liczbą bezwymiarową. Gdy Re jest mniejsze od wartości Re_{kr} , ciecz porusza się w cylindrycznym przewodzie rurowym ruchem laminarnym, w przeciwnym przypadku, to jest gdy $Re > Re_{kr}$, ruchem burzliwym.

W normalnych warunkach przy normalnie gładkich rurach wartość graniczna liczby Reynoldsa Re_{kr} , po przekroczeniu której ciecz płynie ruchem burzliwym, okazała się w przybliżeniu jednakową dla różnych cieczy. Średnia jej wartość równa się $Re_{kr} = 2320$.

Dalsze badania eksperymentalne przeprowadzone z wielką ostrożnością i precyzją wykazały, że wartość krytyczna liczby Reynoldsa Re_{kr} zależy w dużym stopniu od sposobu wykonywania doświadczeń. Okazało się że przejście ruchu laminarnego w burzliwy powodowane bywa nawet przez najmniejsze falowanie, zwierciadła cieczy w tył zbiorniku, z którego ona wypływa. Przeprowadzając doświadczenie nadzwyczaj ostrożnie i z wielką precyzją, badacze dochodzili do bardzo wysokiej liczby $Re_{kr} = 51000$. Można przypuszczać wobec tego że w idealnych warunkach ciecz porusza się ruchem laminarnym nawet przy bardzo dużych prędkościach, a istotną przyczyną powstawania ruchu burzliwego stanowi albo niesymetryczność w ruchu, doprowadzającym ciecz do badanej rury, choćby była ona idealnym cylindrem o doskonale gładkich ścianach, albo niesymetryczny ruch w samej rurze. W rurach poziomych ciśnienie hydrostatyczne słupa cieczy nie jest jednakowe w całym przekroju poprzecznym rury, lecz zmienia się z wysokością, a w pionowych trudno osiągnąć idealnie pionowy kierunek osi.

Hydromechanika rozróżnia ruch burzliwy niezakłócony i zakłó-

cony. Ruch burzliwy niezakłócony zachodzi w rurach cylindrycznych idealnie gładkich, gdy Re przekroczyło wartość Re_{kr} .

Prof. M. Broszko objaśnia powstawanie niezakłóconego ruchu burzliwego falowaniem cieczy, wywołanym przez uderzenia molekularne cieczy, płynącej w rurze, o nieruchomą warstewkę, przyklepioną wskutek adhezji do ścianek i posiadającą wskutek tego, według teorii prof. M. Broszko, konsystencję odmienną od pozostałej masy cieczy. Istota więc zjawiska ruchu burzliwego sprowadza się do ruchu pulsującego prostopadłego do osi przepływu, który hamuje ruch laminarny.

Na podstawie szczegółowych badań ruchu burzliwego Prandtl ustalił, że w pobliżu ścianek powstaje warstwa cieczy, w której zachodzi zwykły ruch laminarny, przechodzący dalej od ścianek w ruch burzliwy na skutek strat energetycznych, wywołanych falistym ruchem pulsującym.

Warstwa tej cieczy, poruszająca się ruchem laminarnym, tak zwana warstwa graniczna, przylegająca bezpośrednio do warstewki nieruchomej nie posiada stałej grubości. Cząstki cieczy ciągle odrywają się od niej i przechodzą do przestrzeni w której zachodzi ruch burzliwy, skąd inne cząstki dostają się do warstwy granicznej. Zjawisko to ma duże znaczenie, jeżeli chodzi o ogrzewanie cieczy, płynącej wewnątrz rury. Cząstki warstwy granicznej, odbierając ciepło bezpośrednio od ścianek, posiadają wyższą temperaturę niż pozostała masa cieczy, poruszająca się ruchem burzliwym. Odrywając się od warstwy granicznej, przenoszą one ciepło w głąb rury, gdzie jest ruch burzliwy i w ten sposób przyspieszają zjawisko przenikania ciepła.

W środku rury ciecz porusza się ruchem burzliwym, pozornie zbliżonym do ruchu cieczy dokonanej, gdyż prędkość w pewnej niewielkiej odległości od ścianki rury zmienia się nieznacznie, jak widać z wykresu na rys. 23b.

Zakłócony ruch burzliwy jest jeszcze mniej zbadany niż niezakłócony. Ruch ten powodują:

1. chropowatość ścianek
2. zmiany przekroju przewodu, przez który ciecz przepływa
3. załamania i zakrzywienia przewodu.

W przypadku zmiany przekroju lub kierunku przewodu powstają w nim tak zwane martwe przestrzenie, w których tworzą się mało zbadane wiry, zużywające część energii kinetycznej prądu.

W tych przypadkach, gdy ciecz przepływa przez przewód niecy-lindryczny, lecz o przekroju dowolnego kształtu / na przykład o przekroju prostokątnym/, do wzoru na liczbę Reynoldsa $Re = \frac{c \cdot d}{\lambda}$ zamiast średnicy rzeczywistej należy wstawić średnicę zastępczą d_z , która jest czterokrotnie większą od promienia hydraulicznego R_h . Promieniem hydraulicznym zaś nazywamy stosunek przekroju F strumienia cieczy w przewodzie do zwilżonego przez ciecz obwodu S tego przewodu.

$$R_h = \frac{F}{S}$$

Jeżeli przewód o przekroju kołowym jest całkowicie wypełniony cieczą, to

$$R_h = \frac{F}{S} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{R}{2}$$

skąd

$$d = 4R_h = \frac{4F}{S}$$

Zawsze w przypadku przewodu o przekroju dowolnego kształtu zamiast średnicy d wstawiamy do wzoru na liczbę Reynoldsa

$$d_z = \frac{4F}{S}, \text{ wtedy } Re = \frac{c d_z}{\lambda} = \frac{c \cdot d_z \cdot \gamma}{\eta \cdot g} = \frac{4c \cdot F \cdot \gamma}{\eta \cdot S g}$$

Ruchy laminarny i burzliwy gazów są zupełnie analogiczne do odpowiednich ruchów cieczy. I w przypadku gazów przekroczenie kry-tycznej liczby Reynoldsa powoduje przejście ruchu laminarnego w burzliwy,

Przykład I. Określić jaki ruch /laminarny czy burzliwy/ posiada benzen, przepływający przez przewód rurowy o średnicy $d=50$ mm w ilości $V = 1200$ litrów na godzinę : ciężarze właściwym $\gamma = 0,9$ g/cm³ i temperaturze $t = 25^\circ\text{C}$

Rozwiązanie. Prędkość benzenu

$$c = \frac{V}{\frac{\pi d^2}{4} \cdot t} = \frac{1200 \cdot 1000}{3600 \cdot \frac{\pi \cdot 5^2}{4}} = 16,8 \text{ cm/sek} = 0,168 \text{ m/sek}$$

Lepkość benzenu η określamy przy pomocy nomogramu II na rysunku 22. Wynosi ona

$$\eta = 0,6 \text{ centipoise} = 0,006 \text{ g/cm} \cdot \text{sek} = \frac{0,006}{98,1} \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$$

Wstawiając powyższe dane do wzoru na liczbę Reynolds'a, otrzymamy że

$$Re = \frac{cd \gamma}{\eta g} = \frac{0,168 \cdot 0,05 \cdot 900}{0,006 \cdot 9,81} = 12600$$

Wobec tego, że liczba Reynolds'a $Re = 12600$ jest większa od $Re_{kr} = 2320$, benzen posiada ruch burzliwy.

Przykład II. Przez przewód średnicy $d = 60$ mm płynie 40% alkohol etylowy z prędkością $c = 0,16$ m/sek, zapełniając tylko pół przekroju rury. Określić czy ruch alkoholu jest laminarny czy burzliwy, jeżeli temperatura alkoholu wynosi $t = 15^\circ C$.

Rozwiązanie. Posługując się nomogramem II/rys.22/, znajdujemy lepkość 40% alkoholu etylowego, wynosi ona

$$\eta = 4,1 \text{ centipoise'a} = \frac{0,041}{98,1} \frac{\text{kgsek}}{\text{m}^2}$$

średnica zastępcza wynosi

$$d_z = \frac{4F}{S} = \frac{4 \cdot 1/2 \cdot \frac{\pi d^2}{4}}{1/2 \pi d} = d = 0,06 \text{ m}$$

Ciężar właściwy 40% alkoholu etylowego wynosi

$$\gamma = 0,60 \gamma_{H_2O} + 0,40 \gamma_{C_2H_5OH} = 0,60 \cdot 1000 + 0,40 \cdot 790 = 916 \text{ kg/m}^3$$

Liczba Reynolds'a wynosi

$$Re = \frac{c \cdot d \cdot \gamma}{\eta \cdot g} = \frac{0,16 \cdot 0,06 \cdot 916}{0,041 \cdot 9,81} = 2144,8$$

Wobec tego, że liczba Reynolds'a $Re = 2144,8$ jest mniejsza od $Re_{kr} = 2320$ ruch alkoholu jest laminarny.

Przykład III. Kanałem o przekroju 300×400 mm² przepływa 2500 m³ powietrza na godzinę w temperaturze $80^\circ C$. Określić czy ruch powietrza jest laminarny czy burzliwy,

Rozwiązanie. Ciężar właściwy powietrza wynosi

$$\gamma = \gamma_0 \frac{273}{273+t} = 1,293 \frac{273}{273+80} = 1 \text{ kg/m}^3$$

Prędkość powietrza równa się

$$c = \frac{V}{3600 \cdot F} = \frac{2500}{3600 \cdot 0,3 \cdot 0,4} = 5,79 \text{ m/sek}$$

Lepkość powietrza określamy, posługując się nomogramem I/rys 22/ wynosi ona

$$\eta = 0,021 \text{ centipoise} \cdot a = \frac{0,00021}{98,1} \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$$

Srednica zastępcza równa się

$$d_z = \frac{4F}{S} = \frac{4 \cdot 0,3 \cdot 0,4}{2 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,4} = 0,343 \text{ m}$$

Liczba Reynoldsa wobec tego wynosi:

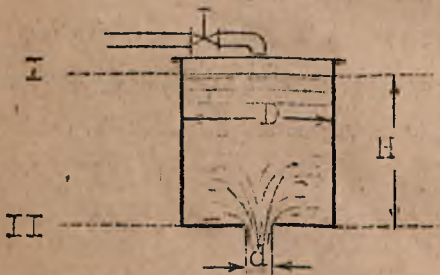
$$Re = \frac{c \cdot d_z \cdot \gamma}{\eta \cdot g} = \frac{5,79 \cdot 0,343 \cdot 1}{0,00021 \cdot 98,1} = 94570$$

a w takim razie powietrze posiada ruch burzliwy.

§ 10. Wypływ cieczy przez małe otwory.

Wyobraźmy sobie zbiornik z małym otworem o średnicy d , znajdującym się w cienkim jego dnie. Niech poziom cieczy w zbiorniku jest utrzymywany przy pomocy kurka na stałej dostatecznie dużej wysokości H . Wtedy stosując równanie D. Bernoulli dla cieczy doskonałej i przekrojów I i II /rys.25/ otrzymamy:

$$\frac{P_1}{\gamma} + H_1 + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + H_2 + \frac{c_2^2}{2g}$$



rys.25 Wypływ przez mały otwór.

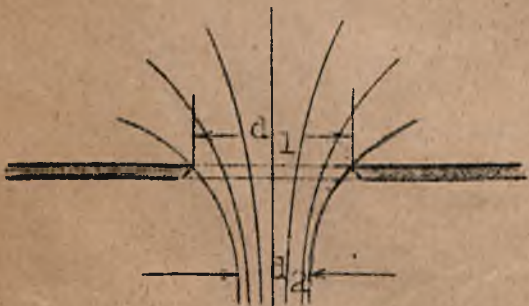
Jeżeli średnica zbiornika D jest dostatecznie duża w porównaniu ze średnicą otworu d , to można przyjąć bez wielkiego błędu, że

$$\frac{c_1^2}{2g} = 0, \text{ wtedy biorąc pod uwagę,}$$

że $p_1 = p_2 = p_{atm}$, $H_1 = H$ oraz że $H_2 = 0$, otrzymamy że

$$H = \frac{c_2^2}{2g} \text{ skąd } c_2 = \sqrt{2gH}$$

Wzór powyższy na prędkość wypływu jest słuszny tylko dla cieczy doskonałej, dla cieczy zaś rzeczywistej prędkość wypływu ze względu na opory wywołane przez tarcie wewnętrzne cieczy jest mniejsza od teoretycznej.



Rys.25a.

Stosunek prędkości rzeczywistej do teoretycznej nazywamy współczynnikiem prędkości. Jest on mniejszy od 1 i wynosi wg pomiarów Weisbacha średnio $\alpha = 0,97$.

Uwzględniając współczynnik prędkości α , możemy napisać że prędkość rzeczywista wypływu C równa się

$$c = \alpha \sqrt{2gH}$$

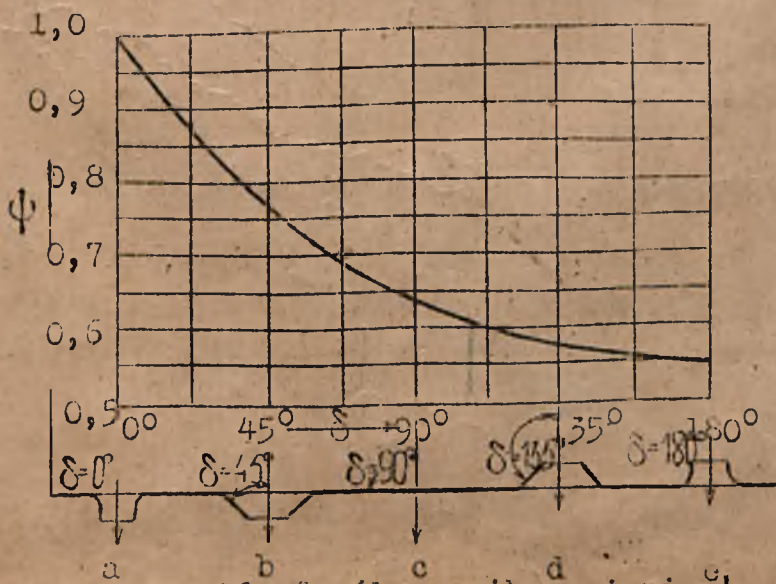
Wypływ cieczy przez otwór w dnie lub w bocznych ścianach naczynia, połączony jest ze zwężeniem strumienia cieczy, wypływającej z otworu (rys.25a). Zwężenie to tłumaczy się w sposób następujący: do otworu łączy ciecz ze wszystkich miejsc zbiornika. Boczne strumyki, wskutek swej siły bezwładności, wywierają nacisk na wypływający z otworu strumień, powodując jego zwężenie. Oznaczając współczynnik zwężenia, to jest stosunek powierzchni najwęższego przekroju strumienia do powierzchni otworu przez $\psi = \frac{F_{min}}{F}$,

otrzymamy, że objętość cieczy, wypływającej z otworu w dnie zbiornika o stałym poziomie cieczy w przeciągu 1 sekundy wynosi

$$V_{sek} = \psi \cdot F \cdot c = \psi \cdot \alpha \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sqrt{2gH} = \varphi \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sqrt{2gH},$$

gdzie $\varphi = \alpha \cdot \psi$ jest współczynnikiem wypływu.

Współczynnik wypływu jest funkcją współczynnika zwężenia ψ który zależy od kształtu otworu, jego położenia względem ścian zbiornika (blisko ściany czy daleko) i od innych czynników. Zależność współczynnika zwężenia od kształtu otworu (a właściwie od kształtu nadadki) przedstawiona jest na wykresie podanym na rysunku 26.



Rys.26. Współczynnik zwężenia ψ

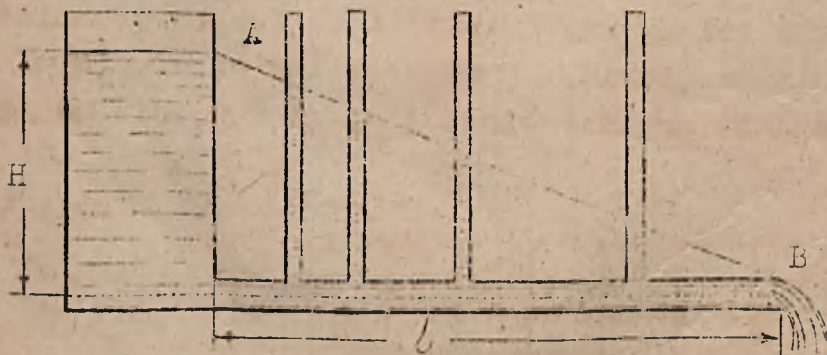
Wyznaczeniem wartości współczynnika wypływu w sposób doświadczalny zajął się przed kilkudziesięciu laty Weisbach. Dla otworów kołowych o ostrych krawędziach i o małej średnicy w porównaniu z odległością otworu od ścian zbiornika oraz od zwierciadła cieczy otrzymał Weisbach, że

$$\varphi = 0,61 \div 0,63$$

Jeżeli wymiary otworu w pionowej ścianie są znikomo małe w porównaniu z głębokością zanurzenia środka ciężkości jego pola, to średnią prędkość oraz objętość wypływu można wyznaczyć z dostateczną dokładnością na podstawie równań, wyprowadzonych poprzednio dla wypływu przez otwór w dnie, gdyż głębokości zanurzenia punktów pola otworu różnią się wtedy nieznacznie od głębokości zanurzenia środka ciężkości tego pola. Jeżeli wypływ zachodzi przez otwór, którego wymiary są znaczne w porównaniu z głębokością zanurzenia jego środka ciężkości, to zjawisko jest bardziej skomplikowane i wymaga stosowania specjalnych wzorów.

§ 11. Ruch cieczy w przewodach rurowych.

Jeżeli ciecz wypływa ze zbiornika przez długą poziomą rurę (rys.27) o małej średnicy, to objętość cieczy wypływającej w przeciągu 1 sekundy nie tylko jest mniejsza od objętości określonej wzorem $V_{\text{sek}} = \rho \cdot F \cdot \sqrt{2gH}$, ale przy dostatecznie dużej długości poziomej rury, wypływ cieczy może zupełnie ustać. Przyczyną



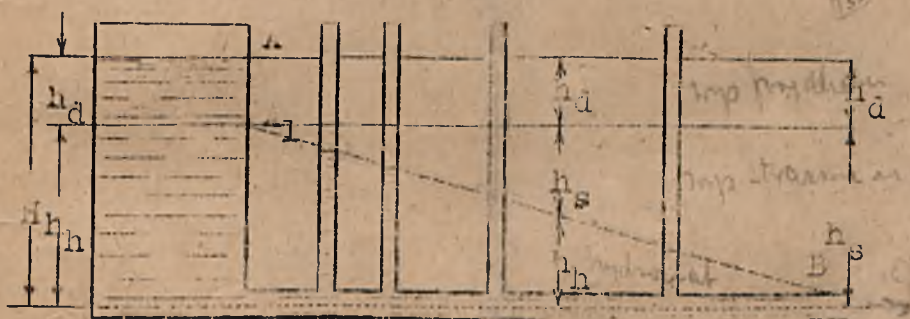
Rys.27. Spadek ciśnienia w rurze poziomej.

tego jest tarcie wewnętrzne cieczy oraz tarcie jej o ścianki przewodu rurowego. Tarcia te hamują ruch cieczy w rurze, zmniejszając jej prędkość a nawet, przy odpowiedniej długości rury, całkowicie ciecz zatrzymują.

Jeżeli dorobić do rury poziomej szereg pionowych rurek piezometrycznych (rys.27) w dowolnych odległościach od siebie, to poziom cieczy w każdej z nich ustawi się na wysokości odpowiadającej ciśnieniu w tym miejscu rury poziomej, w którym znajduje się dana rurka pionowa.

Gdy średnica rury poziomej jest na całej jej długości stała, a prędkość cieczy ma, to, jak wykazuje doświadczenie, poziomy cieczy we wszystkich piezometrach ustawiają się w taki sposób, że leżą na linii prostej AB, łączącej poziom cieczy w zbiorniku z końcem rury poziomej, przez którą ciecz wypływa, jak pokazano na rysunku 27. Z tego wynika, że spadek ciśnienia na pokonanie oporu tarcia podczas przepływu cieczy przez rurę o stałym przekroju jest proporcjonalny do długości przewodu od jego początku do miejsca w którym mierzymy ciśnienie.

Jeżeli ciecz płynie przez rurę poziomą ze znaczną prędkością c , to poziomy cieczy w rurkach pionowych również leżą na jednej prostej (rys.28). Prosta ta AB zaczyna się jednak nie od poziomu



Rys.28.

cieczy w zbiorniku, a niżej przy czym odległość h_d punktu A_1 od poziomu cieczy (rys.28) zależy od prędkości jej w rurze poziomej i jak wykazały pomiary równa się

$$h_d = \frac{c^2}{2g}$$

Wysokość h_d stanowiąca część wysokości ogólnej H odpowiada ciśnieniu hydrodynamicznemu cieczy płynącej w rurze.

W dowolnym miejscu przewodu poziomego wysokość h_n jest wysokością odpowiadającą ciśnieniu hydrostatycznemu, wysokość h_d - wysokością odpowiadającą prędkości, a h_s jest wysokością straconą na

pokonanie oporów tarcia od początku przewodu do danego miejsca. Suma tych trzech wysokości jest dla każdego miejsca przewodu wielkością stałą, równą wysokości H

$$H = h_h + h_d + h_s$$

Oprócz oporów tarcia ciecz płynąca przewodami rurowymi spotyka na swej drodze jeszcze inne opory, na pokonanie których zużywa się energia.

Oznaczając przez ξ stosunek wysokości straconej na pokonanie oporów do wysokości zużytej na nadanie cieczy prędkości otrzymany że

$$\frac{h_s}{h_d} = \xi \quad \text{skąd} \quad h_s = \xi \cdot h_d = \xi \cdot \frac{c^2}{2g}$$

Współczynnik ξ nosi nazwę współczynnika oporu hydraulicznego.

Jak wynika z rysunku 23 na końcu rury poziomej ciśnienie hydrostatyczne jest równe zeru, wobec czego

$$H = h_d + h_s \quad \text{lub} \quad H = \frac{c^2}{2g} + \xi \frac{c^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} (1 + \xi)$$

Skąd rzeczywista prędkość cieczy, wypływającej z przewodu rurowego wynosi

$$c = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \xi}}$$

§ 12. Równanie D. Bernoulli'ego dla cieczy rzeczywistej.

Jeżeli przez przewód przedstawiony na rysunku 16 przepływa ciecz rzeczywista, to pokonywa ona na swej drodze różnego rodzaju opory.

Podczas przepływu przez nieskończenie mały odcinek przewodu dx, ciecz wykona nieskończenie małą pracę dL pokonywując na tym odcinku opór tarcia. Na wykonanie tej pracy ciecz zużyje część posiadanej energii. Opierając się na prawie zachowania energii możemy napisać, że

$$dE_k + dE_p + dL = 0$$

lub

$$d \frac{mc^2}{2} + mg(dz + \frac{dp}{\rho}) + dL = 0$$

Całkując w granicach od przekroju I do II (rys.16) będziemy mieli

$$\frac{nc_2^2}{2} - \frac{nc_1^2}{2} + ng(z_2 - z_1) + ng\left(-\frac{P_2}{\gamma} - \frac{P_1}{\gamma}\right) + L = 0$$

Dzieląc wszystkie wyrazy tego równania przez ng i przenosząc wielkości odnoszące się do przekroju II na prawą stronę równania, otrzymany że

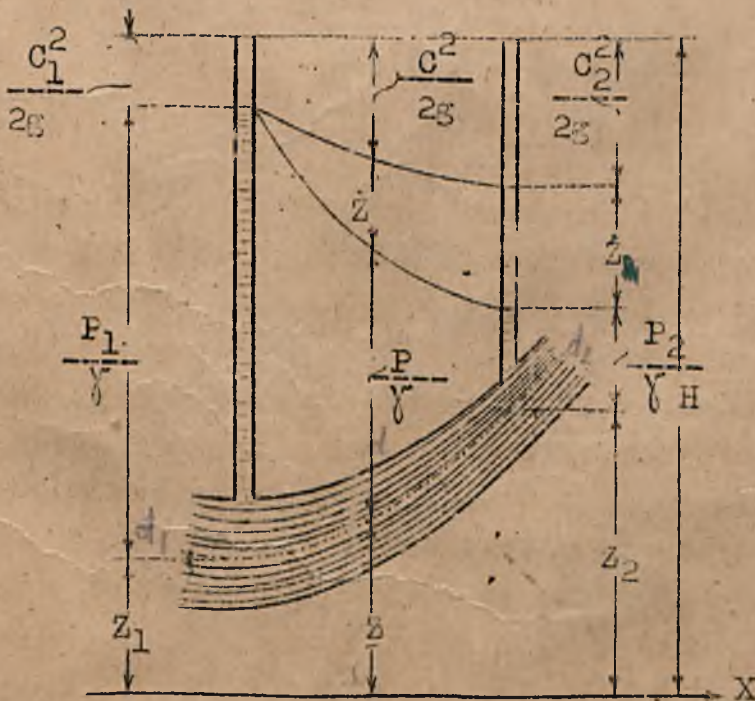
$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} + \frac{L}{ng} = \text{const}$$

Oznaczając $\frac{L}{ng}$ przez Z otrzymany ostatecznie, że

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} + Z = \text{const}$$

W równaniu powyższym, które jest równaniem D. Bernoulli dla cieczy rzeczywistych, Z jest wysokością, straconą na pokonanie oporów w przewodzie pomiędzy przekrojami I i II (rys.16).

Równanie to można wyrazić słownie w sposób następujący :
dla dowolnego przekroju przewodu rurowego suma wysokości położenia (z), ciśnienia ($\frac{P}{\gamma}$), prędkości ($\frac{c^2}{2g}$) oraz wysokości straconej (Z) jest wielkością stałą.



Rys.29. Graficzne przedstawienie równania D. Bernoulli.

Na rysunku 29 podana jest graficzna interpretacja równania D. Bernoulli. Na osi pionowej odłożona jest całkowita rozporządzała na wysokość H , od górnego końca której zostały odjęte wysokość prędkości $-\frac{c^2}{2g}$ i wysokość stracona z , a od dolnego końca wysokość położenia z , pozostały zaś odcinek przedstawia dobą wysokość ciśnienia $\frac{P}{\gamma}$. Ciecz w rurkach piezometrycznych podnosi się na wysokość odpowiadającą ciśnieniu hydrostatycznemu w danym miejscu.

Wysokość straconą na pokonanie oporów przyjęto jest przedstawiać jako funkcję $-\frac{c^2}{2g}$ przy czym, jak zostało wyjaśnione w poprzednim paragrafie

$$z = \xi \cdot \frac{c^2}{2g}$$

Wobec czego równanie D. Bernoulli dla cieczy rzeczywistych przyjmie postać

$$z + \frac{P}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} (1 + \xi) = \text{const}$$

Dla gazów równanie powyższe można stosować tylko w postaci różniczkowej

$$dz + \frac{dP}{\gamma} + d\left(\frac{c^2}{2g}\right) + dZ = 0$$

albo

$$dz + \frac{dP}{\gamma} + (1 + \xi) d\left(\frac{c^2}{2g}\right) = 0$$

§ 13. Opór wskutek tarcia.

Spadek ciśnienia hydrostatycznego w przewodach rurowych wywołany jest, jak zostało wyjaśnione poprzednio, oporami, które musi pokonać na swej drodze ciecz, płynąca przez przewód. Opory te bywają dwóch rodzajów

1. Opory wskutek tarcia występujące w każdym punkcie przewodu
2. Opory miejscowe, występujące w tych miejscach przewodu, gdzie zachodzi zmiana jego wymiarów poprzecznych lub zmian kształtu geometrycznego
3. Opór na pokonanie sił bezwładności w przypadku ruchu nieustalonego,

Opór wskutek tarcia jest funkcją, lepkości, gęstości i prędkości cieczy i jest tym większy im dłuższy jest przewód rurowy, a mniejsza jest jego średnica. Duże znaczenie ma przy tym charakter ruchu w przewodzie: laminarny czy burzliwy.

Współczynnik oporu hydraulicznego wskutek tarcia ξ_t oblicza się z następującego ogólnego wzoru

$$\xi_t = \varphi \frac{l}{d}$$

gdzie l jest to długość przewodu, d - jego średnica wewnętrzna, a φ jest współczynnikiem zależnym od charakteru ruchu. W przypadku ruchu laminarnego, współczynnik φ można przedstawić na podstawie teoretycznych rozważań jako następującą funkcję Reynoldsa

$$\varphi = \frac{64}{Re}$$

a wtedy wzór na współczynnik oporu przyjmie postać

$$\xi_t = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d}$$

Dla ruchu burzliwego nie można wyrazić na drodze teoretycznej współczynnika φ jako funkcji liczby Reynoldsa. Próbowano wyznaczyć tą zależność w sposób eksperymentalny. Szereg badaczy zaproponowało kilkanaście wzorów empirycznych, wyrażających φ w zależności od prędkości cieczy, średnicy przewodu, liczby Reynoldsa i innych wielkości charakterystycznych. Kilka najczęściej używanych wzorów podaję niżej

1. Wzór Langa dla wody

$$\varphi = 0,012 + \frac{0,018}{cd}$$

gdy rury są gładkie, dla rur zaś o powierzchni nieco chropowatej

$$\varphi = 0,020 + \frac{0,018}{cd}$$

2. Wzór Weisbacha dla wody przy $d \geq 0,1$ m

$$\varphi = 0,01439 + \frac{0,00947}{c}$$

3. Wzór Blasiusa słuszny dla dowolnej cieczy i dowolnego gazu gdy rury są gładkie, a liczba Reynoldsa jest mniejsza od 100 000 ($Re \leq 100000$)

$$\varphi = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}}$$

4. Wzór Lisa, słuszny, gdy liczba Reynoldsa jest duża i dochodzi do 460 000

$$\varphi = 0,0072 + \frac{0,6104}{\sqrt{Re}}$$

5. Wzór Nikuradze, słuszny dla rur o ścianach niezupełnie gładkich gdy liczba Reynolds'a jest duża i dochodzi do $Re = 1500000$

$$\varphi = 0,0054 + \frac{0,296}{Re^{0,3}}$$

6. Wzór Fritsche'a dla powietrza

$$\varphi = \frac{0,118}{d^{0,269} \cdot (c \gamma)^{0,148}}$$

7. Wzór Fischera dla przewodów parowych

$$\varphi = \frac{0,242}{Re^{0,224}}$$

Wo wszystkich powyższych wzorach

c jest to prędkość w m/sek

d - średnica rury w m

γ - ciężar właściwy w kg/m^3

Jeżeli przekrój poprzeczny przewodu, w którym płynie ciecz lub gaz, nie posiada kształtu kołowego, zamiast rzeczywistej średnicy wstawiać do wzorów powyższych średnicę zastępczą

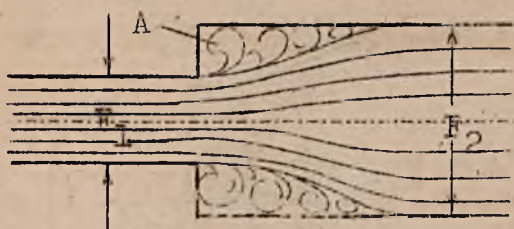
$$d_z = \frac{4F}{S}$$

§ 14. Opory miejscowe.

Opory miejscowe występują zawsze w tych miejscach, gdzie ulega zmianie wielkość przekroju poprzecznego strumienia cieczy lub gazu oraz jego kierunek. Wszelkiego rodzaju rozszerzenia, zwężenia, załamania, zakrzywienia i odgałęzienia przewodów rurowych powodują powstawanie oporów miejscowych. Przyczyną powstawania tych oporów są również kurki, zasuwy, zawory, klapy i inne zawieradka, stanowiące część składową przewodów rurowych oraz różne przyrządy pomiarowe, przeznaczone do mierzenia ilości i prędkości przepływającej przez przewód cieczy lub gazu i wszelkie inne urządzenia montowane w przewod rurowy.

Współczynniki oporów hydraulicznych ξ dla niektórych z wyżej wymienionych miejscowych oporów, obliczane są na podstawie wzorów empirycznych dla innych zaś wyznaczane są w sposób doświadczalny. Tylko dla jednego przypadku, a mianowicie, gdy pole przekroju

przewodu gwałtownie wzrasta (rys.30) można obliczyć współczynnik oporu ξ na podstawie wzoru teoretycznego wyprowadzonego przez Borda i Carnot'a.



Rys.30. Gwałtowne rozszerzenie się przewodu.

Jeżeli ciecz wypływa z przewodu wąskiego o powierzchni przekroju F_1 , do szerszego o przekroju F_2 (rys.30) to całkowite wypełnienie szerszego przewodu przez strumień cieczy następuje dopiero w pewnej odległości od miejsca rozszerzenia się przewodu. Strumień cieczy powiększa swój przekrój stopniowo, przyczyną pomiędzy strumieniem a ścianką przewodu powstaje pierścieniowa przestrzeń A, zapelniona cieczą, która nie posiada ruchu postępowego jak cała masa strumienia. Choć przestrzeń tę czasami nazywają martwą, ciecz w niej jest w ciągłym charakterystycznym ruchu wirowym. Wiry, zaczynające się przy strumieniu cieczy, zanikają, wskutek tarcia wewnętrznej, w miarę zbliżania się do ścian przewodu. Na wywołanie tych wirów traci się energię mechaniczną strumienia cieczy, która wskutek tarcia, zamienia się w energię cieplną, prawie zawsze nieużyteczną. Powstawanie w przestrzeni szkodliwych wirów, które zużywają energię mechaniczną, jest właśnie przyczyną spadku ciśnienia w miejscu, gdzie się rozszerza przewód, czyli jest przyczyną powstania w tym miejscu oporów hydraulicznych.

Spadek ciśnienia przy przejściu cieczy od węższego przekroju do szerszego Borda i Carnot obliczają na podstawie następujących rozumowań. Wobec tego, że prędkość cieczy w wąskim przewodzie C_1 jest większa od jej prędkości C_2 w przewodzie szerszym, cząstki cieczy, wypływające z węższej rury, spotykają na swej drodze ciecz, płynącą wolniej, uderzają o nią i tracą przez to część posiadanej energii kinetycznej. W celu obliczenia energii straconej Borda i Carnot zakładają, że zachodzi analogia pomiędzy rozpatrywanym zjawiskiem hydromechanicznym, a zderzeniem dwóch ciał plastycznych.

Opierając się na tej analogii, stosują oni do rozpatrywanego przypadku następujący wzór na stratę energii kinetycznej

$$E_{\text{str}} = \frac{\dot{m} (c_1 - c_2)^2}{2}$$

który jest całkowicie słuszny tylko dla przypadku zderzenia się ciał plastycznych.

Wobec tego, że stracona energia kinetyczna odpowiada straconej wysokości h_s , można napisać, że

$$E_{\text{str}} = mg h_s \quad \text{lub} \quad h_s = \frac{(c_1 - c_2)^2}{2g} = \frac{c_2^2}{2g} \left(\frac{c_1}{c_2} - 1 \right)^2$$

Biorąc pod uwagę że

$$h_s = \xi h_d = \xi \cdot \frac{c_2^2}{2g}$$

otrzymamy że

$$\xi = \left(\frac{c_1}{c_2} - 1 \right)^2 \quad \text{lub} \quad \xi = \left(\frac{F_2}{F_1} - 1 \right)^2$$

albowiem prędkości są odwrotnie proporcjonalne do przekrojów.

Ażeby zmniejszyć opór spowodowany powiększeniem się przekroju przewodu, należy wykonać przejście od przekroju mniejszego do większego w taki sposób, ażeby nie mogła powstać duża przestrzeń martwa ze szkodliwymi wirami. W tym celu łączą przewód o małym przekroju z przewodem szerszym przy pomocy rozszerzającej się rury, jak pokazano na rysunku 31.



Rys. 31 Stopniowe rozszerzanie się przewodu

Spółczynnik oporu hydraulicznego przy łagodnie rozszerzającym się przewodzie /Rys.31/ obliczamy ze wzoru A Fliegnera

$$\xi = \left(\frac{F_2}{F_1} - 1 \right)^2 \sin^2 \delta$$

Wzór ten jest słuszny dla przypadków, gdy kąt δ jest mniejszy od 10° , w przeciwnych przypadkach następuje odrywanie się prądu cieczy od stożkowych ścian przewodu, powstają szkodliwe przestrzenie z wirami i dla obliczenia współczynnika oporu należy stosować wzór Bordy i Carnot'a.

Gdy następuje gwałtowne zwężenie przewodu, jak pokazano na rysunku 32, to współczynnik oporu hydraulicznego ξ według

doświadczeń Weisbacha można obliczyć ze wzoru

$$\xi = \xi_0 + \left(\frac{1}{\psi} - 1 \right)^2$$

gdzie stała $\xi_0 = 0,04$, odpo-

Rys. 32 Gwałtowne zwężenie się wiada stratom spowodowanym od-

działywaniem krawędzi dławiącej

przepływ na masę płynącej cieczy, natomiast wyraz $\left(\frac{1}{\psi} - 1 \right)^2$ uwzględnia straty, wywołane zwężeniem się i ponownym rozszerze-

niem się strugi. Współczynnik zwężenia ψ zależy od stosunku przekroju $\frac{F_2}{F_1}$. Zależność ta została przedstawiona na pod-

stawie doświadczeń Weisbacha na wykresie /rys. 33/ oraz w tabelicy III.

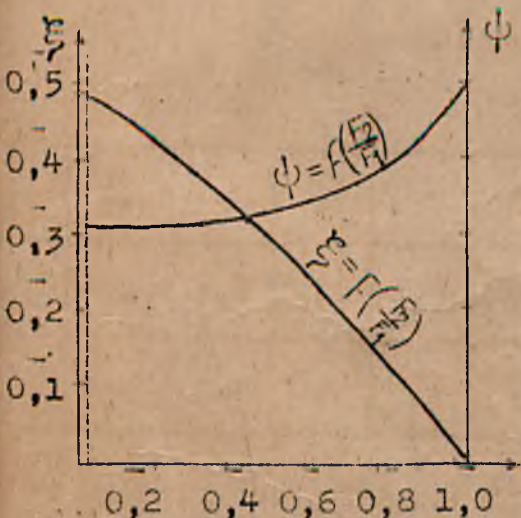
W tej samej tabelicy zostały podane współczynniki oporów

obliczone z powyższego wzoru Weisbacha.

W przypadku gdy przewód stopniowo zmniejsza swój przekrój /Rys. 31 strzałki przerywane/ współczynnik oporu, a więc i strata energii są mniejsze.

Współczynnik oporu ξ zależy w tym przypadku od kąta δ .

Zależność ta podana jest w tabelicy IV.



Rys. 33

Tablica III.

$\frac{F_2}{F_1}$	0,01	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
ψ	0,60	0,61	0,62	0,65	0,70	0,77	1,0
ξ	0,48	0,45	0,415	0,33	0,23	0,13	0,0

Tablica IV

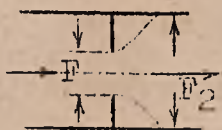
δ	7°	10°	15°	20°	25°	30°	40°	45°	60°	75°	85°
ξ	0,16	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,28	0,30	0,32	0,34	0,36

Opór wywołany przez przegrody z centralnym otworem czyli przez tak zwane kryzy o polu F , przedstawione na rysunkach 34 i 35, zależy od stosunku powierzchni otworu kryzy do po-

wierzchni przekroju przewodu za kryzą, czyli od stosunku $\frac{F}{F_2}$. Zależność powyższą przedstawia tablica V wzięta częściowo ze skryptu wykładów prof. Radziszewskiego



Rys. 34 Kryza

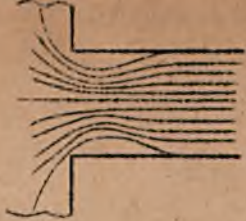


Rys. 35 Kryza

Tablica V

$\frac{F}{F_2}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ξ wedł. rys. 28	232	51	20	9,6	5,3	3,1	1,9	1,2	0,74	0,48
ξ wedł. rys. 29	226	48	18	7,8	3,7	1,8	0,8	0,3	0,06	-

Gdy ciecz wypływa ze zbiornika przez przewód rurowy, to przy wejściu cieczy do rury powstaje opór miejscowy. Wielkość współczynnika oporu ξ , zależy od sposobu przyłączenia przewodu do zbiornika. Gdy rura jest prostopadła do ścianki zbiornika, a otwór w ściance posiada ostre krawędzie, jak przedstawiono na rysunku 36, współczynnik oporu $\xi = 0,50$. Jeżeli zaś przejście od zbiornika do rury jest łagodne o brzegach silnie zaokrąglonych, jak na rysunku 37, ξ waha się od 0,06 do 0,10, średnio zaś wynosi $\xi = 0,08$.

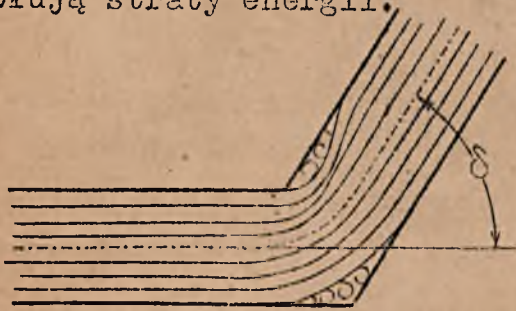


Rys. 36 Rura z ostrymi brzegami



Rys. 37 Rura z brzegami zaokrąglonymi

W przypadku zmiany kierunku strumienia wskutek załamania przewodu powstają w miejscu załamania martwe przestrzenie ze szkodliwymi wirami, jak przedstawiono na rysunku 38, które wywołują straty energii.



Rys. 38 Załamanie się przewodu

Spółczynnik oporu hydraulicznego ξ w przypadku załamania przewodu obliczany jest z następującego wzoru Weisbacha

$$\xi = \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2 \sin^4 \frac{\delta}{2}$$

gdzie δ jest kątem pomiędzy pierwotnym i nowym kierunkiem

prądu.

Dla oporu można się posługiwać gotową tabelką VI

Tablica VI

δ	20°	40°	60°	80°	90°	100°	120°	140°	160°	180°
ξ	0,09	0,14	0,37	0,75	1,00	1,27	1,87	2,43	285	3,00



Rys. 39 Zakrzywienie się przewodu

Znacznie mniejsze są opory, gdy przewód się zakrzywia /Rys. 39/. Dla rur okrągłych współczynnik oporu ξ można obliczać z następującego wzoru, ustalonego przez Weisbacha

$$\xi = \left[0,13 + 0,16 \left(\frac{d}{R} \right)^{3,5} \right] \frac{\delta}{90^\circ}$$

We wzorze tym d jest średnicą przewodu, R - promieniem krzywizny osi przewodu, a δ jest kątem łuku /Rys. 39/.

Dla krzywki o kącie $\delta = 90^\circ$ współczynnik oporu ξ dla różnych stosunków $\frac{d}{R}$ podany jest w tabelicy VII

Tabela VII

$\frac{d}{R}$	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,6	2,0
ξ	0,14	0,16	0,20	0,30	0,44	1,00	2,00

Gdy przewód rurowy posiada przekrój prostokątny, współczynnik oporu hydraulicznego ξ oblicza się z następującego wzoru

$$\xi = \left[0,124 + 0,274 \left(\frac{b}{R} \right)^{3,5} \right] \frac{\delta}{90^\circ}$$

gdzie b jest szerokością przewodu, mierzoną w płaszczyźnie krzywizny jego osi.

Dla krzywki o kącie 90° dla różnych stosunków $\frac{b}{R}$ współczynnik oporu ξ podany jest w tabelicy VIII

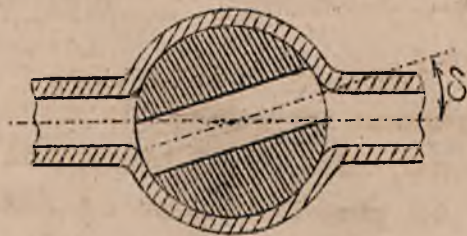
Tabela VIII

$\frac{b}{R}$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
ξ	0,12	0,14	0,18	0,25	0,40	0,64	1,02	1,55	2,27	3,23

Każdy przewód rurowy posiada zwykle różnego rodzaju zawieradła, jak klapy, kurki, zasuwy, zawory /wentyle/ i krany. Opory, które zawieradła powyższe stawiają przepływającym cieczom i gazom zależą od stopnia ich otwarcia, przy czym najmniejsze są wtedy, gdy zawieradła otwarte są całkowicie. Współczynnik oporu na przykład kurka, przedstawionego schematycznie na rysunku 40, w zależności od kąta δ , który jest miarą otwarcia kurka podaje tabela IX.

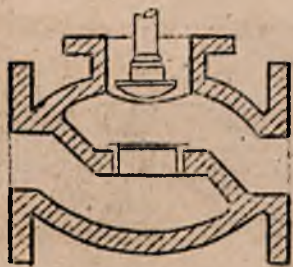
Tablica IX

δ	5°	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°
ξ	0,24	0,52	1,54	3,91	10,8	18,7	32,6	118	751

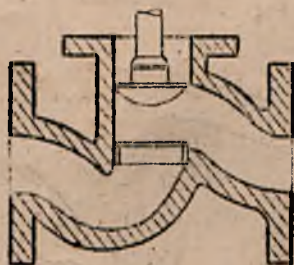


Rys. 40 Schemat kurka

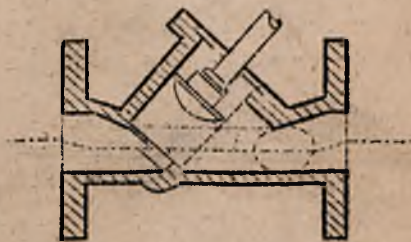
Spółczynnik oporu ξ zwykłego zaworu /wentyla/ przedstawionego na rysunku 41 a wynosi od 5 do 8, zaworu nowszego typu, podanego na rysunku 41 b, około 4, zaworu zaś skośnego, pokazanego na rysunku 41 c od 0,8 do 1,2.



Rys. 41a



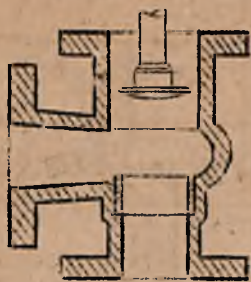
Rys. 41b



Rys. 41c

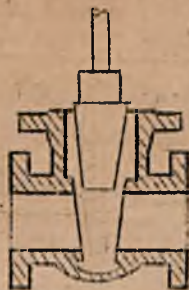
Zawór starego typu. Zawór nowszego typu. Zawór skośny.

Również mały współczynnik oporu posiada zawór kątowy /Rys. 41d/ dla którego ξ wynosi od 1 do 1,5 oraz zasuwa /Rys. 41e/, dla której można przyjmować, że ξ równa się od 0,1 do 0,2. Trzeba jednak zaznaczyć, że podane wyżej wartości liczbowe współczynnika ξ odnoszą się do zawieradeł całkowicie otwartych. W przypadku zaś, gdy są one otwarte tylko częściowo, opory są większe, przy czym tym większe, im mniej jest otwarte zawieradko.



Rys. 41d

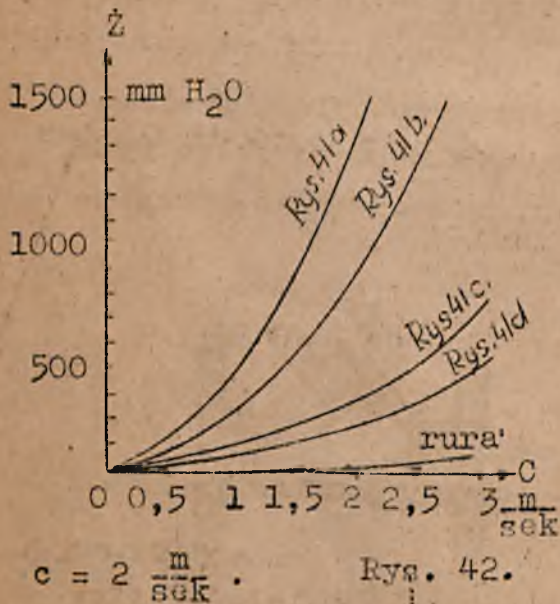
Zawór kątowy



Rys. 41e

Zasuwa

Ciśnienie, stracone na pokonanie cporów podczas przepływu przez zawieradła, jest zależne od prędkości cieczy. Na wykresie podanym na rysunku 42 przedstawione są straty ciśnienia w mm. słupa wody w zależności od szybkości przepływu dla omawianych poprzednio zawieradeł i dla cylindrycznej rury.



Rys. 42.

Wykresy te zostały sporządzone dla zawieradeł o średnicy $d=50$ mm.

Dla wyjaśnienia jak wielkie straty energii powodują zawory, rozwiążmy następujący przykład.

Przykład. Obliczyć moc straconą w zaworze /Rys. 41a/ o współczynniku oporu $\xi = 6$ i średnicy $d = 100$ mm podczas przepływu przez niego cieczy o ciężarze właściwym

$$\gamma = 1100 \frac{kg}{m^3} \text{ z prędkością}$$

Rozwiązanie. Ciężar cieczy przepływającej przez zawór w ciągu 1 sekundy wynosi

$$G = \frac{\pi d^2}{4} \cdot c \cdot \gamma = \frac{\pi \cdot 0,1^2}{4} \cdot 2 \cdot 1100 = 17,27 \text{ kg}$$

Strata wysokości podczas przepływu przez zawór równa się

$$Z = \xi \cdot \frac{c^2}{2g} = 6 \cdot \frac{2^2}{2 \cdot 9,81} = 1,22 \text{ m}$$

Moc stracona

$$N = \frac{1}{75} \cdot G \cdot \xi = \frac{17,27 \cdot 1,22}{75} = 0,28 \text{ KM}$$

Widzimy, że strata mocy na pokonanie oporów w zaworze jest dość duża. Jeżeli weźmiemy pod uwagę, że są fabryki /na przykład cukrownie/, w których ilość różnych zaworów wynosi kilkaset, dojdziemy do przekonania, że zastosowanie zawieradeł; stawiających mały opór, przepływającym przez nie cieczom, może przynieść takim zakładom przemysłowym znaczne oszczędności w zużyciu energii mechanicznej.

Gdy ruch cieczy /lub gazu/ w przewodzie rurowym nie jest ustalony, czyli, gdy prędkość cieczy w każdym miejscu przewodu zmienia się z biegiem czasu, na nadanie jej przyspieszenia zużywa się energia. Opór siły bezwładności cieczy, który należy przy tym pokonać, obliczymy, oznaczając przez m - masę cieczy w przewodzie, przez G jej ciężar, przez γ ciężar właściwy, przez V objętość, przez a zaś jej przyspieszenie i przeprowadzając następujące rozumowania.

Siła bezwładności cieczy /lub gazu/ w przewodzie P równa się

$$P = m a = \frac{G}{g} \cdot a = \frac{V \cdot \gamma}{g} \cdot a$$

Ciśnienie zaś siły bezwładności na ciecz wynosi

$$p = \frac{P}{F} = \frac{V \cdot \gamma}{g \cdot F} \cdot a$$

gdzie F jest powierzchnią przekroju strumienia.

Jeżeli l jest długością przewodu, to, biorąc pod uwagę, że $V = F \cdot l$, obliczymy stratę wysokości na pokonanie siły bezwładności ze wzoru

$$h_s = \frac{p}{\gamma} = \frac{V \cdot a}{F g} = \frac{l \cdot a}{g}$$

Mieliśmy poprzednio że $h_s = \xi \frac{c^2}{2g}$ wobec czego

$$h_s = \xi \cdot \frac{c^2}{2g} = \frac{l \cdot a}{g} \quad \text{skąd} \quad \xi = \frac{2l \cdot a}{c^2}$$

gdzie c jest średnią prędkością cieczy obliczoną ze wzoru

$$c = \frac{V \text{ sek}}{F}$$

§ 15 Obliczanie spadku ciśnienia w przewodach rurowych

Przy obliczaniu spadku ciśnienia w przewodach rurowych należy obliczyć stratę wysokości na pokonanie tarcia strumienia cieczy lub gazu/ o ścianki przewodu oraz straty wysokości na pokonanie każdego oporu miejscowego. Sumując wszystkie obliczone w ten sposób straty, będziemy mieli ogólny spadek ciśnienia w przewodzie rurowym, wyrażony w metrach słupa cieczy.

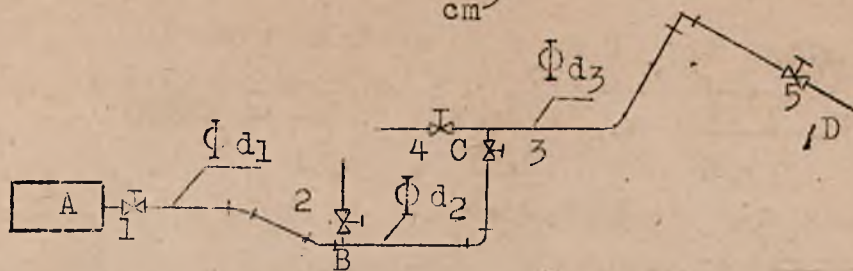
Sposób powyższy obliczania spadku ciśnienia w przewodach jest dość kłopotliwy i z tego powodu rzadko bywa stosowany. Technicy chętniej posługują się przy obliczaniu przewodów o stałej średnicy inną nieco prostszą metodą, polegającą na obliczaniu współczynników oporów hydraulicznych dla wszystkich oporów występujących w przewodzie. Ogólny zaś spadek ciśnienia w metrach słupa cieczy oblicza się wtedy ze wzoru

$$h_s = \frac{c^2}{2g} \cdot \sum \xi$$

Gdy przewód rurowy składa się z kilku odcinków o różnych średnicach należy obliczyć stratę wysokości dla każdego odcinka oddzielnie i otrzymane wyniki dodać.

Obliczanie spadku ciśnienia w przewodach, składających się z kilku odcinków o różnych przekrojach, przez zsumowanie współczynników oporów hydraulicznych dla wszystkich oporów miejscowych oraz oporów tarcia całego przewodu i wstawienie otrzymanych wyników do wzoru $h_s = \frac{c^2}{2g} \cdot \sum \xi$, w którym c jest prędkością cieczy w pierwszym lub w ostatnim odcinku przewodu, daje błędne wyniki i dlatego postępować w ten sposób nie należy.

Przykład. Ze zbiornika A wypływa przez przewód rurowy, pokazany schematycznie na rysunku 43, $16,2 \text{ m}^3$ cieczy na godzinę o ciężarze właściwym $\gamma = 1,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ i lepkości 4 centipoise'a.



Rys. 43

Schemat przewodu rurowego.

Przewód ten na odcinku AB długości $l_1 = 60 \text{ m}$ posiada średnicę $d_1 = 50 \text{ mm}$, na odcinku BC długości $l_2 = 40 \text{ m}$ średnicę $d_2 = 60 \text{ mm}$, a na odcinku CD długości $l_3 = 50 \text{ m}$ średnicę $d_3 = 80 \text{ mm}$. Na pierwszym odcinku przewód dwa razy załamuje się pod kątem $\delta_1 = 40^\circ$, na odcinku drugim zakrzywia się pod kątem $\delta_2 = 90^\circ$, a na odcinku CD raz się zakrzywia pod kątem $\delta_3 = 60^\circ$ i raz się załamuje pod kątem 90° .

Na każdym odcinku są umieszczone zawory o współczynniku oporu $\xi = 5$. Zawory 2 i 4 na przewodach dodatkowych są zamknięte. Obliczyć spadek ciśnienia między zbiornikiem A a końcem D przewodu rurowego.

Rozwiązanie. Obliczymy w pierw opór wskutek tarcia. W tym celu musimy przede wszystkim ustalić charakter ruchu w przewodzie.

Prędkość cieczy w poszczególnych odcinkach przewodu rurowego obliczamy ze wzoru

$$c = \frac{V}{3600 \cdot \pi \frac{d^2}{4}}$$

Na odcinku AB prędkość wynosi

$$c_1 = \frac{16,2 \cdot 4}{3600 \cdot \pi \cdot 0,05^2} \approx 2,29 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$$

Na odcinku BC prędkość równa się

$$c_2 = \frac{16,2 \cdot 4}{3600 \cdot \pi \cdot 0,06^2} \approx 1,60 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$$

Na odcinku zaś CD prędkość jest równą

$$c_3 = \frac{16,2 \cdot 4}{3600 \cdot 0,08^2} = 0,90 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$$

Liczba Reynoldsa dla pierwszego odcinka wynosi

$$Re_1 = \frac{c_1 \cdot d_1 \cdot \gamma}{\eta \cdot g} = \frac{2,29 \cdot 0,05 \cdot 1200}{0,04 \cdot 98,1} = 34350$$

dla drugiego

$$Re_2 = \frac{c_2 \cdot d_2 \cdot \gamma}{\eta \cdot g} = \frac{1,60 \cdot 0,06 \cdot 1200}{0,04 \cdot 98,1} = 28800$$

a dla trzeciego

$$Re_3 = \frac{c_3 \cdot d_3 \cdot \gamma}{\eta \cdot g} = \frac{0,9 \cdot 0,08 \cdot 1200}{0,04 \cdot 98,1} = 21600$$

Wobec tego, że dla każdego odcinka rozpatrywanego przewodu liczba Reynoldsa Re jest większa od krytycznej liczby $Re_{kr} = 2320$, ciecz przepływa przez przewód, posiadając we wszystkich odcinkach ruch burzliwy. Przy obliczaniu więc współczynnika oporu hydraulicznego wskutek tarcia ξ_t ze wzoru $\xi_t = \varphi \frac{l}{d}$, trzeba obliczać współczynnik φ , przy pomocy jednego ze wzorów na φ , słusznych dla ruchu burzliwego. Najwygodniejszym z nich i dostatecznie dokładnym przy $Re < 100\ 000$ jest wzór Blasiusa, z którego otrzymany dla pierwszego odcinka przewodu, że

$$\varphi_1 = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{34350}} = 0,0232,$$

dla drugiego odcinka

$$\varphi_2 = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{28800}} = 0,0243,$$

a dla trzeciego

$$\varphi_3 = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{21600}} = 0,0251$$

Mając φ możemy obliczyć współczynnik oporu wskutek tarcia ξ_t . Dla pierwszego odcinka przewodu otrzymamy że

$$\xi'_t = \varphi_1 \frac{l_1}{d_1} = 0,0232 \frac{60}{0,05} = 27,84$$

dla drugiego

$$\xi''_t = \varphi_2 \frac{l_2}{d_2} = 0,0243 \frac{40}{0,05} = 16,2$$

a dla trzeciego

$$\xi'''_t = \varphi_3 \cdot \frac{l_3}{d_3} = 0,0261 \frac{50}{0,08} = 16,3$$

Stratę wysokości wskutek tarcia obliczymy ze wzoru $h_t = \xi_t \cdot \frac{c^2}{2g}$. Dla pierwszego odcinka przewodu rurowego otrzymamy

$$h'_t = \xi'_t \frac{c_1^2}{2g} = 27,84 \frac{2,29^2}{2 \cdot 9,81} = 7,44 \text{ m}$$

dla drugiego odcinka

$$h''_t = \xi''_t \frac{c_2^2}{2g} = 16,2 \frac{1,5^2}{2 \cdot 9,81} = 2,11 \text{ m}$$

a dla trzeciego odcinka

$$h'''_t = \xi'''_t \frac{c_3^2}{2g} = 16,3 \frac{0,9^2}{2 \cdot 9,81} = 0,67 \text{ m}$$

Teraz przystępujemy do obliczania spadku wysokości wskutek oporów miejscowych.

Współczynnik oporu na początku przewodu rurowego przy wejściu do niego cieczy ze zbiornika A wynosi, gdy otwór posiada ostre krawędzie, jak na rysunku 30, około $\xi'_p = 0,50$, strata zaś wysokości

$$h'_p = \xi'_p \cdot \frac{c_1^2}{2g} = 0,5 \frac{2,29^2}{2 \cdot 9,81} = 0,13 \text{ m}$$

Strata wysokości przy przejściu przez wentyl 1 równa się

$$h'_w = \xi'_w \frac{c_1^2}{2g} = 5 \cdot \frac{2,29^2}{2 \cdot 9,81} = 1,34 \text{ m}$$

Współczynnik oporu wskutek załamania się przewodu pod kątem 40° równa się

$$\zeta'_z = \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2 \sin^4 \frac{\delta}{2} = \sin^2 \frac{40^\circ}{2} + 2 \sin^4 \frac{40^\circ}{2} = 0,14$$

Strata zaś wysokości wskutek dwukrotnego załamania się przewodu rurowego wynosi

$$h'_z = 2 \zeta'_z \cdot \frac{c_1^2}{2g} = 2 \cdot 0,14 \cdot \frac{2,29^2}{2 \cdot 9,81} = 0,07 \text{ m}$$

Dodając straty wysokości wskutek miejscowych na odcinku AB przewodu rurowego do straty wysokości wskutek tarcia strumienia cieczy o ściankę przewodu, otrzymamy całkowitą stratę wysokości na pierwszym odcinku rurociągu. Wynosi ona

$$h_{AB} = h' + h'_p + h'_w + h'_z = 7,44 + 0,13 + 1,34 + 0,07 = 8,98 \text{ m}$$

Ten sam wynik otrzymamy ze wzoru

$$h_{AB} = \frac{c_1^2}{2g} \cdot \sum \zeta = \frac{c_1^2}{2g} \cdot \left(\zeta'_t + \zeta'_p + \zeta'_w + 2\zeta'_z \right) = \frac{2,29^2}{2 \cdot 9,81} \cdot (27,84 + 0,50 + 5 + 2 \cdot 0,14) = 8,98 \text{ m}$$

Spadek wysokości wskutek oporów miejscowych na drugim odcinku obliczamy w sposób podobny.

Współczynnik oporu hydraulicznego wskutek rozszerzenia się przewodu w punkcie B obliczamy ze wzoru Bordy i Carnot'a

$$\zeta''_B = \left(\frac{F_2}{F_1} - 1 \right)^2 = \left(\frac{d_2^2}{d_1^2} - 1 \right)^2 = \left(\frac{36}{25} - 1 \right)^2 = 0,19$$

Strata wysokości wskutek rozszerzenia się przewodu

$$h_B = \zeta''_B \cdot \frac{c_2^2}{2g} = 0,19 \cdot \frac{1,50^2}{2 \cdot 9,81} = 0,02 \text{ m}$$

Współczynnik oporu wskutek zakrzywienia się przewodu obliczymy ze wzoru

$$\zeta''_2 = \left[0,13 + 0,16 \left(\frac{d}{R} \right)^{3,5} \right] \frac{\alpha^\circ}{90^\circ}$$

przyjmując, że stosunek średnicy d do promienia krzywizny osi przewodu R równa się, jak w krzywkach znormalizowanych, $\frac{d}{R} = \frac{1}{3}$

Wtedy

$$\xi''_z = \left[0,13 + 0,16 \left(\frac{d}{R} \right)^{3,5} \right] \frac{-90^\circ}{90^\circ} = 0,13 + 0,16 \left(\frac{1}{3} \right)^{3,5} = 0,13$$

a strata wysokości h_z wynosi

$$h_z'' = \xi''_z \cdot \frac{c_2^2}{2g} = 0,13 \cdot \frac{1,6^2}{2 \cdot 9,81} = 0,02 \text{ m}$$

Strata wysokości przy przejściu przez wentyl 3 równa się

$$h_w'' = \xi''_w \cdot \frac{c_2^2}{2g} = 5 \cdot \frac{1,6^2}{2 \cdot 9,81} = 0,65 \text{ m}$$

Sumując wszystkie straty wysokości wskutek oporów miejscowych i tarcia o ścianki przewodu na odcinku BC otrzymany

$$h_{BC} = h_t'' + h_B'' + h_z'' + h_w'' = 2,11 + 0,02 + 0,02 + 0,65 = 2,80 \text{ m}$$

Ten sam wynik otrzymany ze wzoru

$$h_{BC} = \frac{c_2^2}{2g} \cdot \sum \xi'' = \frac{c_2^2}{2g} \left(\xi''_t + \xi''_B + \xi''_z + \xi''_w \right) =$$

$$= \frac{1,6^2}{2 \cdot 9,81} (16,2 + 0,19 + 0,13 + 5) = 2,79$$

/Różnica 0,01 powstała wskutek zaokrągleń wyników obliczeń/

Przystępując do obliczeń spadku wysokości wskutek oporów miejscowych na odcinku CD przewodu rurowego, trzeba zwrócić uwagę na to, że w punkcie C przewodu powstaje opór wskutek załamania się rurociągu pod kątem 90° oraz wskutek powiększenia się jego przekroju.

Współczynnik oporu hydraulicznego wskutek załamania się przewodu w punkcie C pod kątem 90° , jak widać z tablicy V, równa się $\xi_1 = 1$, współczynnik zaś oporu wskutek zmiany przekroju obliczamy ze wzoru Bordy i Carnot'a

$$\xi_2 = \left(\frac{F_2}{F_1} - 1 \right)^2 = \left(\frac{d_1^2}{d_2^2} - 1 \right)^2 = \left(\frac{64}{36} - 1 \right)^2 = 0,60$$

Całkowity współczynnik oporu w punkcie C wobec tego równa się

$$\zeta_c = \zeta_1 + \zeta_2 = 1 + 0,60 = 1,6$$

a strata wysokości w punkcie C wynosi

$$h_c = \zeta_c \cdot \frac{c_z^2}{2 \cdot g} = 1,6 \cdot \frac{0,9^2}{2 \cdot 9,81} = 0,07$$

Współczynnik oporu wskutek zakrzywienia się przewodu o kąt $\delta_3 = 60^\circ$ obliczymy, przyjmując że $\frac{d}{R} = \frac{1}{3}$, ze wzoru

$$\zeta_z''' = \left[0,13 + 0,16 \left(\frac{d}{R} \right)^{3,5} \right] \left(\frac{\delta}{90^\circ} \right) = \left[0,13 + 0,16 \left(\frac{1}{3} \right)^{3,5} \right] \frac{60^\circ}{90^\circ} = 0,09$$

wobec czego strata wysokości wskutek zakrzywienia się rurociągu wynosi

$$h_z'' = \zeta_z''' \cdot \frac{c_z^2}{2 \cdot g} = 0,09 \cdot \frac{0,9^2}{2 \cdot 9,81} = 0,004 \text{ m} \approx 0$$

Współczynnik oporu wskutek załamania się przewodu kątem 90° równa się, jak wynika z tablicy V, $\zeta_{2z}''' = 1$, a strata wysokości wynosi

$$h_{2z}''' = \zeta_{2z}''' \cdot \frac{c_z^2}{2 \cdot g} = 1 \cdot \frac{0,9^2}{2 \cdot 9,81} = 0,04 \text{ m}$$

Strata wysokości przy przejściu cieczy przez wentyl 5 wynosi

$$h_w'' = \zeta_w'' \cdot \frac{c_z^2}{2 \cdot g} = 5 \cdot \frac{0,9^2}{2 \cdot 9,81} = 0,21 \text{ m}$$

Sumując wszystkie straty wysokości wskutek oporów miejscowych i tarcia o ścianki przewodu na odcinku CD otrzymamy

$$h_{CD} = h_t + h_c + h_z + h_{2z} + h_w = 0,67 + 0,07 + 0 + 0,04 + 0,21 = 0,99 \text{ m}$$

Ten sam wynik otrzymamy, posługując się wzorem

$$\begin{aligned} h_{CD}''' &= \frac{c_z^2}{2 \cdot g} \sum \zeta = \frac{c_z^2}{2 \cdot g} \zeta_t + \zeta_c + \zeta_z + \zeta_{2z} + \zeta_w = \\ &= \frac{0,9^2}{2 \cdot 9,81} (16,3 + 1,6 + 0,09 + 1 + 5) = 0,99 \text{ m} \end{aligned}$$

Stratę wysokości na całym przewodzie rurowym otrzymamy, dodając stratę wysokości na poszczególnych odcinkach.

$$h_s = h_{AB} + h_{BC} + h_{CD} = 8,98 + 2,79 + 0,99 = 12,76 \text{ m}$$

Mając stratę ciśnienia w metrach słupa cieczy, łatwo obliczyć stratę ciśnienia w $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$, czyli w atmosferach technicznych. Wynosi ona

$$-\Delta p = h_s \cdot \gamma = 12,76 \text{ m} \cdot 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 15212 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \approx 1,52 \text{ atm}$$

Gdybyśmy dodali wszystkie współczynniki oporu hydraulicznego dla całego przewodu rurowego i wstawili otrzymany wynik do wzoru $h_s = -\frac{C^2}{2g} \sum \xi$, w którym C jest prędkością na końcu przewodu, to otrzymalibyśmy

$$h_s = -\frac{C^2}{2g} \sum \xi = \frac{0,9^2}{2g} \left(\frac{\xi'}{2} t + \xi' p + \xi' w + 2\xi' z + \xi' t + \xi'' B + \xi'' z + \xi'' w + \xi''' t + \xi''' c + \xi''' z + \xi''' z + \xi''' w \right) = \frac{0,9^2}{2 \cdot 9,81} (27,84 + 0,50 + 5 + 2 \cdot 0,14 + 16,2 + 0,19 + 0,13 + 5 + 16,3 + 1,6 + 0,09 + 1 + 5) = \frac{0,81}{19,62} \cdot 79,13 = 3,27 \text{ m}$$

Wynik ten jest błędny, gdyż jest prawie czterokrotnie mniejszy od poprzedniego, prawidłowo obliczonego, spadku wysokości $h_s = 12,76$.

Jeżeli do wzoru powyższego zamiast C wstawimy prędkość cieczy na początku przewodu rurowego, to będziemy mieli

$$h_s = \frac{C_1^2}{2g} \sum \xi = \frac{2,29^2}{2 \cdot 9,81} \cdot 79,13 = 21,13 \text{ m}$$

a więc i w tym przypadku otrzymaliśmy wynik nieprawidłowy.

Najprostszym sposobem prawidłowego obliczania spadku wysokości w przewodzie rurowym, składającym się z kilku odcinków o różnych przekrojach, jak widzieliśmy poprzednio, należy prowadzić według wzoru.

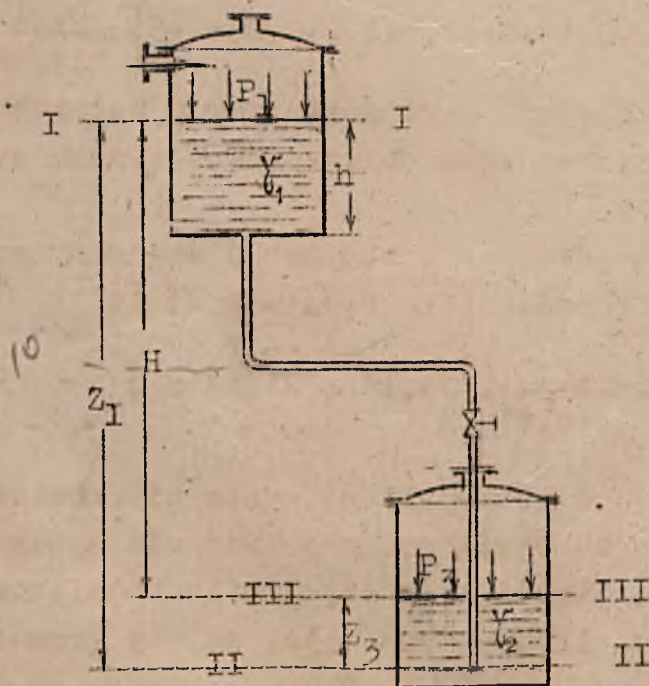
$$h_s = -\frac{C_1^2}{2g} \sum \xi + \frac{C_2^2}{2g} \sum \xi' + \frac{C_3^2}{2 \cdot g} \sum \xi'' + \dots$$

gdzie $\sum \xi$ jest sumą współczynników oporów hydraulicznych dla wszyst-

kich oporów występujących w pierwszym odcinku przewodu, $\sum \xi''$, $\sum \xi'''$..
są to sumy współczynników oporów dla oporów występujących w dru-
gim, trzecim itd. odcinkach przewodu.

§ 16 Obliczanie prędkości przepływu cieczy z jednego zbiornika do drugiego

W zakładach fabrycznych przemysłu chemicznego bardzo często zachodzi konieczność usuwania cieczy z jednego aparatu lub zbiornika do drugiego. Inżynier, projektujący lub eksploatujący aparat i urządzenia fabryczne, często spotyka się z zagadnieniem ustalenia czasu potrzebnego na opróżnienie zbiornika, obliczenia średnicy przewodu, przez który ciecz wypływa z aparatu lub wyznaczenia ciśnienia potrzebnego, aby opróżnić zbiornik w określonym czasie przez przewód o danej średnicy. Wszystkie powyższe zagadnienia łatwo można rozwiązać, gdy znana jest prędkość z jaką przepływa ciecz przez dany przewód rurowy. Przystąpmy wobec tego do wyprowadzenia wzoru na prędkość cieczy w przewodzie rurowym. Rozpatrzymy przy tym wypadek najogólniejszy.



Rys. 44 Przepływ cieczy z jednego zbiornika do drugiego

Niech ciecz o ciężarze właściwym γ_1 , wypływa z górnego zbiornika /Rys. 44/ o średnicy D_1 i przewodem rurowym o średnicy d dostaje się do zbiornika dolnego o średnicy D_2 pod poziom cieczy o ciężarze właściwym γ_2 , znajdującej się w dolnym zbiorniku. Niech ciśnienie nad poziomem cieczy w górnym zbiorniku jest p_1 , a w dolnym p_3 , długość przewodu rurowego l , różnica poziomów cieczy w zbiornikach w danym momencie niech wynosi $H = Z_1 - Z_3$, a prędkość cieczy w przewodzie rurowym w danym momencie równa się $C \frac{m}{sek}$.

Dla obliczenia prędkości C , napiszemy równanie Daniela Bernoulli'ego dla poziomów I, który jest poziomem cieczy w górnym zbiorniku i II, przechodzącego przez koniec rury

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{c_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma_1} + \frac{c_2^2}{2g} + Z$$

w równaniu tym $Z_2 = 0$, a $C_2 = C$.

Biorąc pod uwagę, że

$$\frac{C_1}{C} = \frac{d^2}{D^2}$$

otrzymamy, że

$$C_1 = C \frac{d^2}{D^2}$$

Zwykle średnica D_1 zbiornika jest wielokrotnie większa od średnicy d rury, wobec czego prędkość C_1 cieczy w zbiorniku jest małą w porównaniu z prędkością C cieczy w przewodzie rurowym. Można więc w równaniu D. Bernoulli odrzucić $\frac{C_1^2}{2g}$ jako bardzo małą liczbę.

Uwzględniając że

$$Z = \frac{C^2}{2g} \cdot \sum \xi$$

oraz, że

$$p_2 = p_3 + \gamma_2 \cdot h_2$$

otrzymamy że

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma_1} = \frac{P_3}{\gamma_1} + Z_3 \frac{\gamma_2}{\gamma_1} + \frac{c^2}{2g} + \frac{c^2}{2g} \cdot \sum \xi$$

Przenosząc wyrazy zawierające poszukiwaną prędkość C na lewą stronę równania dostaniemy

$$\frac{c^2}{2g} \left(1 + \sum \xi \right) = Z_1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} Z_3 + \frac{P_1 - P_3}{\gamma_1}$$

skąd otrzymamy

$$c = \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 Z_1 - \gamma_2 Z_3 + P_1 - P_3)}{\gamma_1 (1 + \sum \xi)}}$$

Powyższy wzór ogólny na prędkość cieczy w przewodzie rurowym otrzymuje prostszą postać w przypadkach szczególnych. Naprzykład, gdy w dolnym zbiorniku jest ta sama ciecz co i w górnym, to jest gdy $\gamma_1 = \gamma_2$ wzór powyższy, po uwzględnieniu że $Z_1 - Z_3 = H$

/Rys. 44/ przyjmie postać

$$c = \sqrt{\frac{2g(H\gamma_1 + P_1 - P_3)}{\gamma_1 (1 + \sum \xi)}}$$

Jeżeli ciśnienia w zbiornikach są jednakowe /naprzykład gdy w obu panuje ciśnienie atmosferyczne/, wzór na prędkość przepływu C wygląda w sposób następujący

$$c = \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 Z_1 - \gamma_2 Z_3)}{\gamma_1 (1 + \sum \xi)}}$$

Gdy w górnym i dolnym zbiorniku jest ta sama ciecz i ciśnienia są jednakowe, to jest gdy $\gamma_1 = \gamma_2$ i $P_1 = P_3$, prędkość C równa się

$$c = \sqrt{\frac{2g H}{1 + \sum \xi}}$$

Jeżeli koniec rury, z której wypływa ciecz nie jest zanurzony w płynie, znajdującym się w dolnym zbiorniku, i ciecz swobodnie wypływa z rury, / jak pokazano na rysunku 46/ wtedy $Z_3 = 0$ i wzór

na prędkość przepływu cieczy przez przewód przyjmie postać

$$C = \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 Z_1 + p_1 - p_3)}{\gamma_1(1 + \sum \xi)}}$$

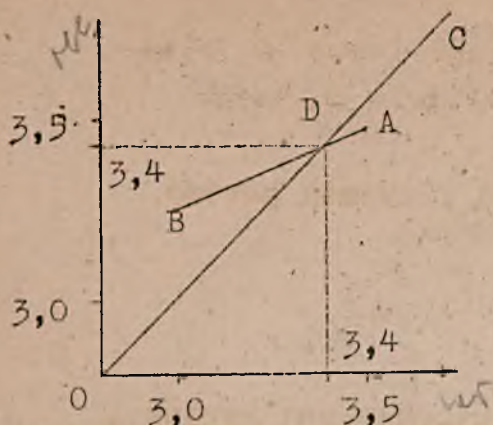
Jeżeli poziom cieczy w zbiorniku, z którego ona wypływa, znajduje się niżej niż koniec rury odpływowej to Z_1 posiada wartość ujemną i ogólny wzór na prędkość wypływu cieczy będzie wyglądać w sposób następujący.

$$C = \sqrt{\frac{2g(p_1 - p_3 - \gamma_1 Z_1 - \gamma_2 Z_3)}{\gamma_1(1 + \sum \xi)}}$$

Obliczenie prędkości cieczy w przewodzie rurowym z powyższych wzorów nie jest jednak proste. Trudność polega na tym, że dla obliczenia prędkości potrzeba mieć współczynniki oporów hydraulicznych ξ , a między innymi i współczynnik oporu wskutek tarcia, który właśnie jest funkcją obliczanej, a więc jeszcze nieznaną prędkości.

Ażeby, jednak, zagadnienie rozwiązać, zakładamy, że prędkość cieczy w przewodzie równa się C' i dla powyższej prędkości ustalamy współczynniki oporów ξ . Mając te współczynniki, obliczamy, z odpowiedniego dla danego przypadku wzoru, prędkość przepływu C . Jeżeli w ten sposób obliczona prędkość mało się różni od prędkości założonej, to uznajemy, że obliczona prędkość jest właśnie poszukiwaną prędkością cieczy w przewodzie rurowym.

W przeciwnym przypadku, to jest gdy obliczona prędkość znacznie się różni od założonej, przeprowadzamy obliczenia poraz drugi, zakładając, że prędkość cieczy w przewodzie jest C'' . Po ustaleniu odpowiadających C'' współczynników ξ , obliczamy drugi raz prędkość C . Jeżeli i w tym przypadku obliczona prędkość nie złoży się z założoną, to robimy następujący wykres pomocniczy /Rys. 45/.



Rys. 45 Wykres pomocniczy

Na osi poziomej odkładamy prędkości założone, a na pionowej obliczone. Otrzymane w ten sposób punkty A i B łączymy prostą i następnie prowadzimy przez początek układu współrzędnych prostą OC pod kątem 45° . Punkt przecięcia się prostych AB i OC wyznaczy poszukiwaną prędkość cieczy w przewodzie rurowym.

Przykład. Z górnego zbiornika /Rys.44/ o średnicy $D_1=1,8$ m przepływa przewodem o średnicy $d = 60$ mm 50% roztwór gliceryny w temperaturze 20°C . Długość przewodu, posiadającego dwa załamania pod kątem $\delta = 90^\circ$ i jeden kurek o współczynniku oporu $\xi_k=1,5$ wynosi $l = 16$ m, ciśnienie w górnym zbiorniku $p_1 = 2,2$ atm, a w dolnym $p_3 = 2$ atm.

Obliczyć jaką prędkość posiada ciecz w przewodzie łączącym zbiorniki w momencie, gdy różnica poziomów cieczy $H = 4$ m.

Rozwiązanie. Prędkość C cieczy w przewodzie obliczamy ze wzoru

$$C = \sqrt{\frac{2g(H + p_1 - p_2)}{\gamma_1(1 + \sum \xi)}}$$

Dla obliczenia współczynników oporów ξ założmy, że ciecz w przewodzie posiada prędkość $C = 3,5 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$, wtedy liczba Reynoldsa będzie

$$Re = \frac{c \cdot d \cdot \gamma}{\eta \cdot g} = \frac{3,5 \cdot 0,06 \cdot 1130}{0,071 \cdot 9,81} = 33423,$$

albowiem ciężar właściwy 50% roztworu gliceryny wynosi $\gamma = 1130 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a lepkość określona z nomogramu na rys. 22 równa się $\eta = 7,1$ centipoise'a.

Wobec tego, że liczba Reynoldsa jest większa od krytycznej ($Re = 33423 > Re_{kr} = 2320$) ciecz porusza się w przewodzie ruchem burzliwym.

Współczynnik oporu wskutek tarcia ξ_t obliczamy ze wzoru

$\xi_t = \varphi \frac{l}{d}$, a współczynnik φ dla ruchu burzliwego ze wzoru

Blasiusa

$$\varphi = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{33423}} = 0,023$$

wobec czego współczynnik oporu wskutek tarcia

$$\xi_t = \varphi \cdot \frac{l}{d} = 0,023 \cdot \frac{16}{0,06} = 6,0$$

Współczynnik oporu wskutek załamania się przewodu pod kątem $\delta = 90^\circ$, jak wynika z tablicy VI, równa się $\xi = 1$.

Współczynnik oporu dla całego przewodu wynosi

$$\sum \xi = \xi_t + 2\xi_z + \xi_k = 6 + 2 \cdot 1 + 1,6 = 9,6$$

Podstawiając wartości liczbowe do wzoru na prędkość przepływu cieczy przez przewód otrzymamy:

$$C = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 (4 \cdot 1130 + 22000 - 20000)}{1130 \cdot (1 + 10,8)}} = 3,44 \frac{m}{sek}$$

Wobec tego, że obliczona prędkość C nie jest równa prędkości założonej C, robimy obliczenia po raz drugi, przyjmując teraz, że ciecz w przewodzie płynie z prędkością $C = 3 \frac{m}{sek}$.

Liczba Reynoldsa wobec tego równa się

$$Re = \frac{C \cdot d \cdot \gamma}{\eta \cdot g} = \frac{3 \cdot 0,06 \cdot 1130}{\frac{0,071}{98,1} \cdot 9,81} = 28649$$

a współczynnik φ wynosi

$$\varphi = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{28649}} = 0,024$$

współczynnik zaś oporu wskutek tarcia

$$\xi_t = \varphi \frac{l}{d} = 0,024 \cdot \frac{16}{0,06} = 6,4$$

Handwritten notes:
24121-445
 $\sqrt[4]{\frac{3}{4} + 2 \cdot 1}$
 $\frac{3}{4} + 2$

Sumując wszystkie opory otrzymamy

$$\sum \xi = \xi_t + 2 \xi_z + \xi_k = 6,4 + 2 \cdot 1 + 1,6 = 10,0$$

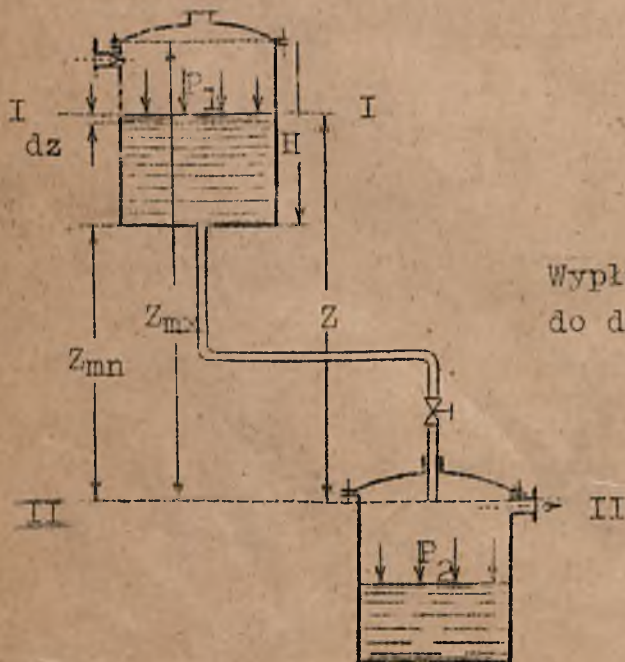
Prędkość przepływu przez przewód wynosi

$$C = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot 1130 + 22000 - 20000}{1130 \cdot 1 + 10}} = 3,24 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$$

Prędkość obliczona C, jak widzimy, różni się od założonej C. Dla wyznaczenia prędkości rzeczywistej przepływu cieczy przez przewód, robimy wykres pomocniczy odkładając /Rys. 45/ na osi poziomej prędkości założone, a na pionowej prędkości obliczone. Otrzymane w ten sposób punkty A i B łączymy prostą. Punkt D przecięcia się prostej AB z prostą OC, przeprowadzoną pod kątem 45° do osi współrzędnych, wyznacza rzeczywistą prędkość przepływu, która wynosi $C = 3,4 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$

§ 17 Obliczanie czasu potrzebnego na opróżnienie zbiornika

Niech ciecz o ciężarze właściwym γ wypływa z górnego cylindrycznego zbiornika o średnicy D /Rys. 46/ i przewodem rurowym o średnicy d swobodnie spływa /Rys. 46/ do zbiornika dolnego.



Rys. 46.

Wypływ cieczy z jednego do drugiego zbiornika

Niech ciśnienie nad poziomem cieczy w górnym zbiorniku jest p_1 a w dolnym p_2 . Oznaczając wysokość poziomu cieczy w danym momencie przez Z , najwyższą przez Z_{mx} , a najniższą przez Z_{mn} oraz prędkość cieczy w przewodzie rurowym przez c , obliczymy, na podstawie następujących rozumowań, czas potrzebny na opróżnienie zbiornika.

W przeciągu nieskończenie małego czasu dt z górnego zbiornika wypłynie nieskończenie mała objętość cieczy dV , wskutek czego obniży się w nim poziom o nieskończenie małą wielkość $-dz$. Objętość cieczy, która wypłynie równa się

$$dV = - \frac{\pi D^2}{4} dz = \frac{\pi d^2}{4} \cdot c \cdot dt$$

skąd

$$dt = - \frac{D^2}{d^2} \cdot \frac{dz}{c}$$

Biorąc pod uwagę że

$$c = \sqrt{\frac{2g(\gamma \cdot z + p_1 - p_2)}{\gamma(1 + \sum \xi)}}$$

otrzymamy że

$$dt = \frac{D^2}{d^2} \sqrt{\frac{\gamma(1 + \sum \xi)}{2g}} \cdot \frac{-dz}{\sqrt{\gamma z + p_1 - p_2}}$$

Całkując powyższe równania w granicach od Z_{mx} do Z_{mn} obliczymy czas t potrzebny na opróżnienie zbiornika

$$t = \frac{D^2}{d^2} \sqrt{\frac{\gamma(1 + \sum \xi)}{2g}} \int_{Z_{mx}}^{mn} \frac{-dz}{\sqrt{\gamma z + p_1 - p_2}} =$$

$$= \frac{D^2}{d^2} \sqrt{\frac{2(1 + \sum \xi)}{\gamma g}} \cdot \left(\sqrt{\gamma Z_{mx} + p_1 - p_2} - \sqrt{\gamma Z_{mn} + p_1 - p_2} \right)$$

Jeżeli zbiornik nie jest cylindryczny, lecz posiada kształt prostopadłościanu o stałym przekroju poprzecznym F_1 , a otwór posiada przekrój F_2 , to czas potrzebny na opróżnienie takiego, zbiornika można obliczyć z podobnego wzoru

$$t = \frac{F_1}{F_2} \sqrt{\frac{2(1 + \sum \xi)}{\gamma \cdot g}} \cdot \left[\sqrt{\gamma Z_{mx} + p_1 - p_2} - \sqrt{\gamma \cdot Z_{mn} + p_1 - p_2} \right]$$

Powyższe ogólne wzory otrzymują prostszą postać w przypadkach szczególnych. Na przykład, gdy w dolnym zbiorniku panuje takie same ciśnienie co i w górnym, to jest gdy $p_1 = p_2$, wzór na czas wypływu przyjmie postać

$$t = \frac{D^2}{d^2} \sqrt{\frac{2(1 + \sum \xi)}{\gamma \cdot g}} \cdot \left(\sqrt{\gamma Z_{mx}} - \sqrt{\gamma Z_{mn}} \right)$$

Jeżeli długość przewodu rurowego jest równa 0, to jest jeżeli ciecz wypływa swobodnie przez otwór w dnie zbiornika /Rys.25/ a ciśnienia p_1 i p_2 są przy tym jednakowe

to $Z_{mn} = 0$, a $Z_{mx} = H$, i wzór na czas wypływu t będzie wyglądać w sposób następujący

$$t = \frac{D^2}{d^2} \sqrt{\frac{2(1 + \sum \xi)}{\gamma \cdot g}} \cdot \sqrt{H}$$

Przy obliczaniu czasu wypływu cieczy ze zbiornika przy pomocy powyższych wzorów, trzeba znać współczynnik oporów hydraulicznych ξ , a między innymi i współczynnik oporu wskutek tarcia, który jest funkcją prędkości cieczy w rurociągu. Prędkość zaś cieczy w miarę obniżania się jej poziomu w zbiorniku maleje, wobec czego zmniejsza się również i opór wskutek tarcia.

Zwykle przy obliczaniu czasu wypływu do powyższych wzorów wstawia się współczynnik oporu wskutek tarcia, obliczony dla prędkości wypływu cieczy z przewodu przy średnim poziomie jej w zbiorniku.

Czas potrzebny na opróżnienie poziomego zbiornika cylindrycznego /cysterny/ o średnicy D i długości l przez otwór o powierzchni F , umieszczony w najniższym miejscu zbiornika można obliczyć z następującego wzoru

$$t = \frac{14 l D^2}{3\varphi \cdot A \sqrt{2gD}}$$

gdzie φ jest współczynnikiem wypływu.

Jeżeli otwór jest kształtu cylindrycznego o średnicy d , to czas potrzebny na opróżnienie cysterny wynosi

$$t = \frac{16 l D^2}{3^0 \pi d^2 \sqrt{2gD}} = 0,383 \frac{l}{\phi} \sqrt{\frac{D^3}{d^4}}$$

Przykład I Obliczyć czas potrzebny na przetłoczenie 80% alkoholu etylowego przez przewód rurowy o średnicy $d = 60$ mm ze zbiornika o średnicy $D = 2400$ mm i wysokości $H = 4000$ mm do innego, umieszczonego niżej /Rys. 46/, przy pomocy sprężonego powietrza o ciśnieniu 3 ata, jeżeli średnia wartość sumarycznego współczynnika oporu, który stawia przewód przepływającej cieczy wynosi $\sum \xi = 7,25$, odległość pomiędzy dnem górnego zbiornika i końcem rury, z której ciecz wypływa równa się $Z_{mn} = 6$ m, ciśnienie zaś w dolnym zbiorniku wynosi $p_2 = 2,8$ ata, a ciężar właściwy 80 % alkoholu etylowego równa się $\gamma = 825 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Rozwiązanie. Podstawiając wartości liczbowe do wzoru na czas wypływu i uwzględniając, że $Z_{mx} = Z_{mn} + H = 6 + 4 = 10$ m, otrzymamy

$$t = \frac{D^2}{d^2} \sqrt{\frac{2(1+\sum \xi)}{\gamma \cdot g}} \left(\sqrt{\gamma \cdot Z_{mx} + p_1 - p_2} - \sqrt{\gamma \cdot Z_{mn} + p_1 - p_2} \right) =$$

$$= \frac{2,4^2}{0,06^2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (1+7,25)}{825 \cdot 9,81}} \left(\sqrt{825 \cdot 10 + 30000 - 28000} - \sqrt{825 \cdot 6 + 30000 - 28000} \right) = 1292 \text{ sek} = 21 \text{ min } 32 \text{ sek}$$

Przykład II Obliczyć czas potrzebny na opróżnienie zbiornika średnicy $D = 1800$ mm i długości $l = 5$ m. przez otwór o średnicy $d = 75$ mm. Brzegi otworu są nieco zaokrąglone.

Rozwiązanie. Współczynnik wypływu $\phi = \alpha \cdot \psi$, gdzie współczynnik prędkości $\alpha = 0,97$ /z badań Weisbacha/, a współczynnik zwięzienia ψ dla otworów nieco zaokrąglonych można przyjąć /z wykresu na rysunku 22/ równym $\psi = 0,86$ wobec czego

$$\phi = \alpha \cdot \psi = 0,97 \cdot 0,86 = 0,834$$

Czas potrzebny na opróżnienie zbiornika wynosi

$$t = 0,383 \frac{1}{\phi} \sqrt{\frac{D^3}{d^4}} = 0,383 \frac{5}{0,833} \sqrt{\frac{1,8^3}{0,075^4}} =$$

$$= 937 \text{ sek} = 15 \text{ min } 37 \text{ sek}$$

§ 18 Obliczanie średnicy przewodu rurowego

Ustalenie średnicy przewodu rurowego jest jednym z najważniejszych i najczęściej spotykanych zadań, które trzeba rozwiązywać przy projektowaniu i budowie nowych instalacji fabrycznych lub przy przebudowie już istniejących.

Niech ze zbiornika górnego, w którym panuje stałe ciśnienie $p_1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ i utrzymywany jest stały poziom cieczy, wypływa $V \text{ m}^3$ cieczy na godzinę o ciężarze właściwym $\gamma \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ do zbiornika dolnego (Rys. 46) w którym jest ciśnienie $p_2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$. Należy obliczyć średnicę d przewodu rurowego.

Przy stałym ciśnieniu i poziomie cieczy w zbiorniku, prędkość cieczy w przewodzie rurowym jest również stała i wynosi

$$c = \sqrt{\frac{2g(\gamma \cdot Z + p_1 - p_2)}{\gamma \cdot (1 + \sum \xi)}}$$

gdzie Z jest to, jak widać z rysunku 46, wysokością poziomu cieczy ponad końcem rury, z której ona wypływa, a $\sum \xi$ jest sumarycznym współczynnikiem oporu przewodu, przez który ciecz wypływa.

Zależność pomiędzy prędkością cieczy i średnicą przewodu daje równanie

$$\frac{\pi d^2}{4} c = \frac{V}{3600}$$

z którego wyznaczamy średnicę przewodu d

$$d = \sqrt{\frac{4V}{3600 \cdot \pi \cdot c}} = \sqrt{\frac{V}{900 \pi} \cdot \sqrt{\frac{\gamma (1 + \sum \xi)}{2g(\gamma \cdot Z + p_1 - p_2)}}$$

$d^2 = \frac{4V}{\pi \cdot 3600 \cdot c}$

$d = \sqrt{\frac{4V}{\pi \cdot 3600 \cdot c}}$

Jeżeli ciśnienia w obu zbiornikach są jednakowe, to $p_1 = p_2$, a wzór powyższy przyjmie postać

$$d = \sqrt{\frac{V}{900 \cdot \pi}} \cdot \sqrt{\frac{1 + \sum \xi}{2gZ}}$$

Wobec tego, że średnica d jest funkcją współczynnika oporu cieczy wskutek tarcia ξ_t , który zależy od nieznannej prędkości c , dla obliczenia średnicy d zakładamy jakąś prawdopodobną wartość na c i dla tej wartości obliczamy średnicę przewodu. Następnie ze wzoru $C = \frac{V}{3600 \cdot \frac{\pi d^2}{4}}$ obliczamy prędkość C . Jeżeli obliczona prędkość równa się założonej, to uznajemy, że średnica d jest znaleziona prawidłowo; w przeciwnym przypadku obliczenia należy powtórzyć, zrobić wykres, odczytać z niego prędkość i obliczyć średnicę z równania $\frac{\pi d^2}{4} \cdot c = \frac{V}{3600}$.

Przykład. Obliczyć średnicę przewodu rurowego długości $l = 16$ m, przez który przepływa 50 % roztwór gliceryny w ilości $V = 24$ m³ na godzinę z górnego otwartego zbiornika do dolnego również otwartego. Poziom cieczy w zbiorniku jest stały, temperatura zaś wynosi 20°C, a koniec rury, przez którą ciecz przepływa, znajduje się niżej od dna zbiornika o $z = 4$ m. Przewód posiada dwa załamania /Rys. 46/ pod kątem $\delta = 90^\circ$ i jeden kurek o współczynniku oporu $\xi_k = 1,6$.

Rozwiązanie. Załóżmy że prędkość cieczy w przewodzie wynosi $C' = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$, wtedy średnica przewodu była by równą

$$d = \sqrt{\frac{4V}{3600 \pi C'}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 24}{3600 \cdot \pi \cdot 1,6}} = 0,073 \text{ m.}$$

a liczba Reynolds'a

$$Re = \frac{c \cdot d \cdot \gamma}{\eta \cdot g} = \frac{1,6 \cdot 0,073 \cdot 1130}{0,071 \cdot 98,1} = 18590$$

gdzie $\eta = 0,071$ centipoise'a, $\gamma = 1130 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ /Patrz przykład w § 15/

$$\varphi = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{18590}} = 0,027$$

Spółczynnik oporu wskutek tarcia wobec tego wynosi

$$\xi_t = \varphi \frac{l}{d} = 0,027 \frac{16}{0,073} = 5,9$$

Współczynnik oporu dla całego przewodu równa się

$$\sum \xi = \xi_t + 2\xi_z + \xi_k = 5,9 + 2 \cdot 1 + 1,6 = 9,5$$

Wstawiając wartości liczbowe do wzoru na średnicę przewodu i, biorąc pod uwagę, że ciśnienia p_1 i p_2 są równe ciśnieniu atmosferycznemu, otrzymamy że

$$d_1 = \sqrt{\frac{V}{900} \cdot \frac{1 + \sum \xi}{gz}} = \sqrt{\frac{24}{900} \sqrt{\frac{1 + 9,5}{9,81 \cdot 4}}} = 0,066$$

Prędkość cieczy w przewodzie równa się

$$c_1 = \frac{V \cdot 4}{3600 \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{24 \cdot 4}{3600 \cdot \pi \cdot 0,066^2} = 1,9 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$$

Wobec tego, że prędkość obliczona nie jest równa prędkości założonej, powtarzamy obliczenia, przyjmując teraz, że prędkość wynosi $c'' = 2,2 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$.

Średnica przewodu odpowiadająca tej prędkości równa się

$$d'' = \sqrt{\frac{4V}{3600 \cdot \pi \cdot c''}} = 0,062 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$$

Liczba Reynoldsa wynosi

$$Re = \frac{c \cdot d \cdot \rho}{\eta \cdot g} = \frac{2,2 \cdot 0,062 \cdot 1130}{\frac{0,071}{98,1} \cdot 9,81} = 21712$$

współczynnik zaś φ jest równy

$$\varphi = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{21712}} = 0,026$$

Wobec czego współczynnik oporu wskutek tarcia wynosi

$$\xi_t = \varphi \frac{l}{d} = 0,026 \frac{16}{0,062} = 6,7$$

Współczynnik oporu dla całego przewodu równa się

$$\xi = \xi_t + 2\xi_z + \xi_k = 6,7 + 2 \cdot 1 + 1,6 = 10,3$$

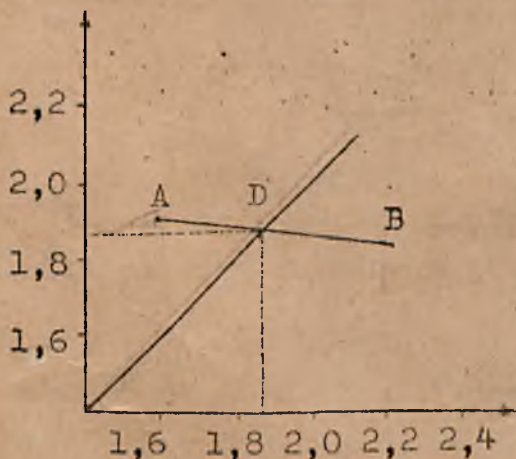
Wstawiając wartości liczbowe do wzoru na średnicę przewodu otrzymamy

$$d_2 = \sqrt{\frac{V}{900\pi} \sqrt{\frac{1 + \sum \xi}{gz}}} = \sqrt{\frac{24}{900\pi} \sqrt{\frac{1 + 10,3}{9,81 \cdot 4}}} = 0,068$$

Prędkość cieczy w przewodzie o średnicy $d = 0,068$ m równała by się

$$c_2 = \frac{4V}{3600\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 24}{3600\pi \cdot 0,068^2} = 1,84 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$$

Jak widzimy prędkość obliczona c_2 nie równa się prędkości założonej, wobec czego robimy wykres pomocniczy /Rys. 47/, z



którego odczytujemy, że prędkość cieczy w przewodzie rurowym powinna wynosić $C = 1,87$, a poszukiwana średnica przewodu powinna być równą

$$d = \sqrt{\frac{4V}{3600\pi \cdot C}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 24}{3600 \cdot \pi \cdot 1,87}} = 0,067$$

Rys. 47 Wykres pomocniczy

§ 19 Przyrządy do mierzenia prędkości cieczy i gazów w przewodach

Ustalenie prędkości strumienia cieczy lub gazu w przewodach rurowych ma w wielu przypadkach dość duże znaczenie. Gdy znana jest prędkość, łatwo można obliczyć objętość cieczy przepływającej na sekundę, czyli wydatek strumienia, rozchód energii i moc potrzebną do tłoczenia cieczy.

Najprostrzym i często stosowanym przyrządem do określania prędkości strumienia cieczy i gazu jest kryza. Jest to przewód z otworem pośrodku umieszczona w przewodzie rurowym /Rys. 48/ zwykle pomiędzy kołnierzami rur. Wobec tego że otwór w kryzie jest mniejszej średnicy niż przewód rurowy, ciecz za kryzą posiada niższe ciśnienie hydrostatyczne niż przed nią, gdyż część hydrostatycznego ciśnienia zamienia się podczas przepływu przez kryzę w ciśnienie hydrodynamiczne /czyli w ciśnienie odpowiadające prędkości/.

Stratę ciśnienia, wskutek przyrostu energii kinetycznej podczas przepływu cieczy lub gazu przez kryzę można obliczyć z równania D. Bernoulli

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} + Z$$

gdzie C_1 jest prędkością strumienia przed kryzą

C_2 " " " " w kryzie

P_1 " ciśnieniem przed kryzą

P_2 " " bezpośrednio za kryzą

Z równania powyższego otrzymujemy że

$$h = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + Z, \text{ albo } \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} = \varphi^2 h$$

gdzie h jest spadkiem ciśnienia w metrach słupa cieczy, a φ jest współczynnikiem uwzględniającym stratę wysokości /stratę ciśnienia/ Z podczas przepływu przez kryzę.

Biorąc pod uwagę że

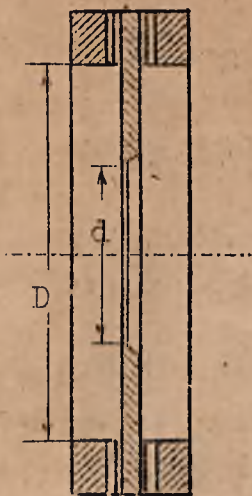
$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{d^2}{D^2} \quad \text{lub} \quad C_1 = C_2 \frac{d^2}{D^2}$$

otrzymamy że

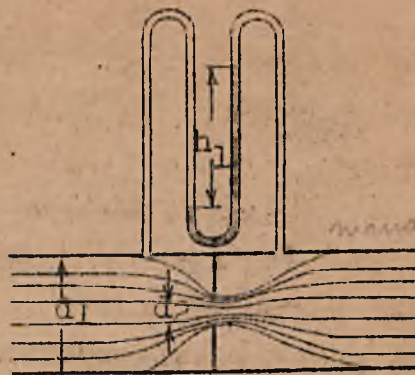
$$C_2^2 = 2g \varphi^2 h + C_2^2 \left(\frac{d^2}{D^2} \right)^2$$

skąd będziemy mieli

$$C_2 = \varphi \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{d^4}{D^4}}}$$



Rys. 48 Kryza



Rys. 49 Pomiar prędkości strumienia przy pomocy kryzy.

Współczynnik przepływu ψ zależy od rodzaju kryzy. Gdy otwór jej ma kształt kołowy o ostrych brzegach/jak na rys. 48/, a średnica jego d jest pięciokrotnie mniejsza od średnicy rury D , współczynnik ψ wynosi od 0,61 do 0,62. Średnica przewodu D i kryzy d są znane, spadek zaś ciśnienia h należy zmierzyć przy pomocy manometru różnicowego /Rys. 49/. Jest to rurka ze szkła, wygięta w kształcie litery U, której jeden koniec połączony jest z przewodem przed kryzą, a drugi za nią /jak pokazano na schematycznym rysunku 49/. W rurce tej znajduje się pewna ilość cieczy, przy pomocy której mierzy się różnicę ciśnień. Może to być albo ta sama ciecz, która przepływa przez przewód, albo jakaś inna /naprzykład rtęć, zabarwiona woda lub alkohol/. W tych przypadkach, gdy w manometrze różnicowym znajduje się inna ciecz niż w przewodzie rurowym, wtedy spadek ciśnienia h_1 w metrach /lub w mm/ słupa cieczy, znajdującej się w manometrze, przelicza się według wzoru

$$h = h_1 \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma}$$

na spadek ciśnienia h w metrach słupa cieczy, która przepływa przez przewód. We wzorze tym γ_1 i γ są to ciężary właściwe cieczy w manometrze i w przewodzie rurowym.

Średnica otworu w kryzie d jest zwykle pięciokrotnie mniejszą od średnicy przewodu rurowego D wskutek czego można odrzucić w powyższym wzorze wyraz $\left(\frac{d}{D}\right)^4$, wtedy wzór na prędkość

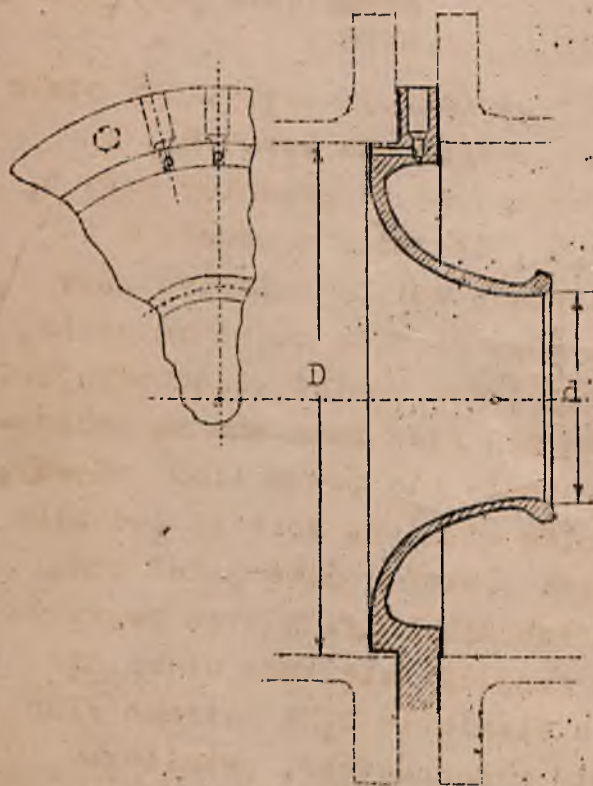
przepływu przez kryzę przyjmie następującą postać

$$C_2 = \varphi \sqrt{2gh}$$

Mając prędkość strumienia łatwo można obliczyć objętość przepływającej w ciągu 1 sekundy cieczy lub gazu, czyli wydatek. Wynosi on

$$V_{\text{sek}} = \varphi \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \sqrt{2gh} \quad \frac{\text{m}^3}{\text{sek}}$$

Kryza jest przyrządem prostym i tanim, stawia ona jednak dość duży opór przepływającym przez nią ciecjom i gazom. Znacznie pod tym względem ekonomiczniejszym przyrządem jest dysza, podana na rysunku 50.

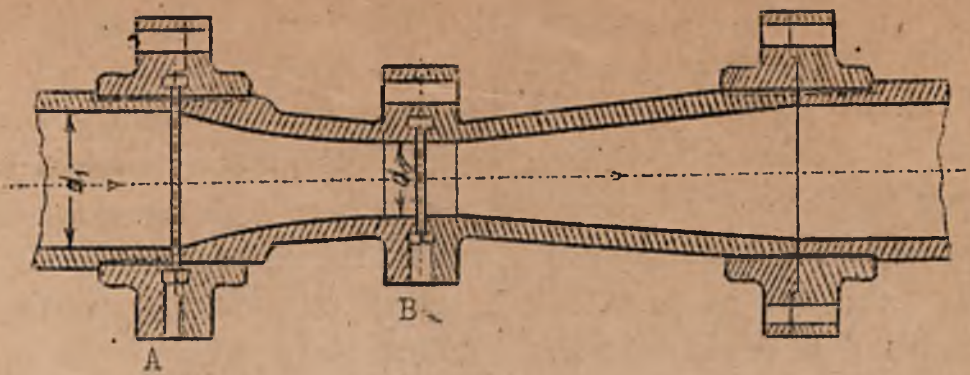


Rys. 50 Dysza

Działanie jej oparte jest na tych samych zasadach teoretycznych co i kryzy, ilość przepływającej na sekundę cieczy oblicza się z tego samego wzoru, tylko współczynnik przepływu φ jest większy i wnosi przy starannym wykonaniu dyszy od 0,98 do 0,995, straty zaś energii wskutek oporów są małe.

Kryzy i dysze używane są głównie do mierzenia przepływu par i gazów, do mierzenia zaś prędkości /a więc i objętości/, przepływającej przez przewód cieczy stosowana jest rurka Venturi, przedstawiona na rysunku 51. Składa się ona z dwóch stożkowych części, połączonych ze sobą krótką cylindryczną rurką. Stożek od strony dopływu cieczy jest krótszy od stożka, przez który ciecz odpływa.

Ciecz, posiadając przed wejściem do rurki Venturi, ciśnienie p_1 i prędkość C_1 , powiększa w pierwszym stożku swoją prędkość, a zmniejsza wskutek tego ciśnienie, tak że w części cylindrycznej posiada prędkość C_2 i ciśnienie p_2 .



Rys. 51 Rura Venturi

Z równania D. Bernoulli przy poziomej rurce wynika że

$$M \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + Z$$

Zastępując stratę wysokości Z przez współczynnik przepływu φ^2 otrzymamy

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} = \varphi^2 \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

Uwzględniając że

$$V_{\text{sek}} = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot c_1 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot c_2$$

otrzymamy że

$$\frac{1}{2g} \left[\left(\frac{4V_{\text{sek}}}{\pi \cdot d_2^2} \right)^2 - \left(\frac{4V_{\text{sek}}}{\pi \cdot d_1^2} \right)^2 \right] = \varphi^2 \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

skąd będziemy mieli

$$V_{\text{sek}} = \varphi \cdot \frac{\pi \cdot d_1^2 \cdot d_2^2}{4} \sqrt{\frac{2g \cdot (p_1 - p_2)}{\gamma \left(\frac{d_1^4}{4} - \frac{d_2^4}{4} \right)}} = \varphi \cdot \frac{\pi \cdot d_1^2 \cdot d_2^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4 - d_2^4}}$$

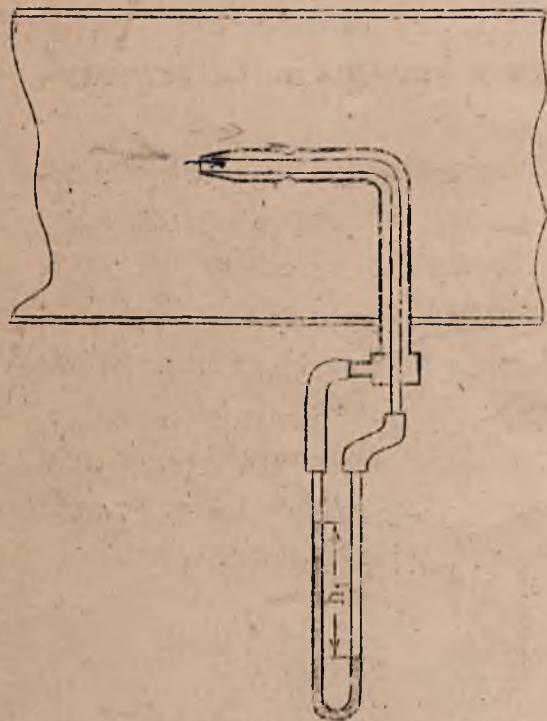
Wobec tego, że wszystkie wielkości oprócz różnicy ciśnień $p_1 - p_2$ są dla danej rurki stałe i w dodatku znane, wystarczy zmierzyć przy pomocy manometru różnicowego lub rurek piezometrycznych spadek ciśnienia $h = \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$ i wstawić otrzymaną wielkość do powyższego wzoru.

Manometr różnicowy lub rurki piezometryczne są przyłączone do rurki Venturi w punktach A i B /Rys. 51/.

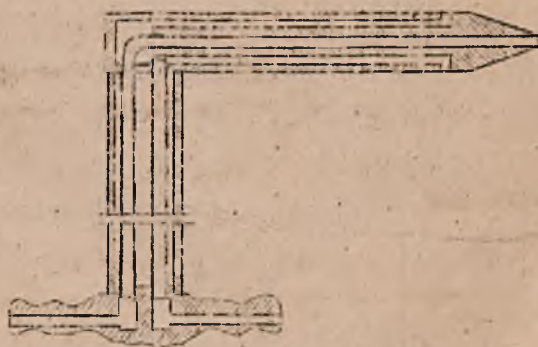
Rurka Venturi powinna być starannie wykonana, wewnętrzna powierzchnia jej powinna być gładka. Kąt wierzchołkowy stożka od strony dopływu nie powinien przekraczać 25° , a od strony odpływu 7° . Średnica części cylindrycznej d_2 zwykle jest od dwóch do czterech razy mniejsza od średnicy przewodu d_1 . Współczynnik wypływu φ wynosi dla rurki Venturi od 0,97 do 0,99.

Rurka Venturi, kryzy i dysze służą do mierzenia prędkości średniej cieczy lub gazu, przepływających przez przewód rurowy.

Jeżeli chodzi o zmierzenie prędkości rzeczywistej w określonym punkcie przewodu, stosowana jest rurka Pitot.



Rys. 52 Rurka Pitot



Rys. 53. Rurka Pitot

Składa się ona z dwóch rurek /Rys. 52 lub Rys. 53/, z których jedna, wewnętrzna, jest skierowana otworem do prądu, a druga, zewnętrzna, posiada otwory w płaszczyźnie równoległej do kierunku prądu. W pierwszej z nich działają jednocześnie ciśnienia hydrostatyczne i hydrodynamiczne, a w drugiej tylko ciśnienie hydrostatyczne. Manometr różnicowy, przyłączony do obu rurek, wskazuje wobec tego ciśnienie hydrodynamiczne $h = \frac{v^2}{2g}$, które

równa się, jeżeli nie uwzględniać oporów hydraulicznych,

$$h = \frac{c^2}{2g} = h_1 \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma}$$
 m. słupa cieczy w przewodzie gdzie h_1 jest to ciśnienie hydrodynamiczne w metrach słupa cieczy, znajdującej się w manometrze różnicowym γ_1 jest ciężarem właściwym tej cieczy
 γ - jest to ciężar właściwy cieczy, której prędkość mierzymy.

Ze wzoru powyższego otrzymamy prędkość cieczy w przewodzie.

Wynosi ona

$$c = \sqrt{2g h_1 \frac{\gamma_1}{\gamma}} \quad \frac{\text{m}}{\text{s\k{e}k}}$$

Rurki Pitot, ze względu na opory, które stawiają przepływającym ciecziom i gazom, powinny być małej średnicy; należy je poza tym starannie wycechować.

Gdy chodzi o wyznaczenie przy pomocy rurki Pitot wydatku strumienia należy zmierzyć prędkość cieczy w różnych punktach przekroju poprzecznego przewodu rurowego i obliczyć prędkość średnią przy pomocy całkowania graficznego, znając zaś prędkość średnią cieczy i przekrój poprzeczny rury łatwo wyznaczyć ilość cieczy, która przepływa przez przewód w jednostkę czasu.

W przypadku stosowania rurki Pitot do mierzenia prędkości gazów, wskazania manometru różnicowego są małe i z tego powodu należy stosować manometr pochyły, na przykład manometr Crella /Rys. 11/.