STANISŁAW KALINOWSKI

FIZYKA

TOM I

MECHANIKA.—DYNAMICZNE WŁASNOŚCI CIAŁ.—CIEPŁO.

WYDANIE CZWARTE, NIEZMIENIONE.

457

1926

WYDAWNICTWO M. ARCTA W WARSZAWIE.

DRUK ZAKŁ. GRAF. E. i D-RA K. KOZIANSKICH W WARSZAWIE.

PRZEDMOWA DO WYDANIA 2-GO.

Cały splot okoliczności wpłynął na to, że, zanim się ukazała druga połowa tego podręcznika, pierwsza wychodzi w drugiem wydaniu. Podczas druku pierwszego wydania projektowałem ująć całość w jednym tomie; oto dlaczego w zeszytach, które wyszły, nie znalazło się ani przedmowy, ani odpowiedzi na zadania, ani spisu rzeczy, ani skorowidza — wszystko to miało być sporządzone przy końcu pracy. Tym razem braki te zostają uzupełnione i tom pierwszy ukazuje się jako zamknięta zewnętrznie całość; takim również będzie tom drugi, który wyjdzie za parę miesięcy.

Pisząc tę książkę, pragnąłem podzielić się z innymi ćwierćwiekowem doświadczeniem wykładającego fizykę na różnych poziomach. Przez cały czas swej praktyki pedagogicznej korzystałem z każdego źródła, z każdej wskazówki, jakie się nadarzyły. Nauczycielami moimi byli nietylko ci, których niegdyś sam słuchałem lub których książki przeczytałem; uczyłem się z rozmów z kolegami, z luźnych artykułów, odczytów; uczyłem się wiele od młodzieży, której byłem nauczycielem, ze sposobu bowiem jej pojmowania przedmiotu wnosić mogłem, o ile moje nauczanie było coś warte, o ile zaś wymagało poprawek. Książka ta zatem nie jest wytworem moim, jeno tego całego zespołu ludzi, którym zawdzięczam to, co umiem.

Widząc główny cel szkoły — o ile chodzi o kulturę umysłową — w tem, by nauczyła wychowańców swych myśleć oraz dawać właściwy wyraz myślom w słowach i na piśmie, sądzę, że i nauczanie poszczególnych przedmiotów winno to również mieć na uwadze. Nauka fizyki wyjątkowo, zdaniem mojem, do tego się nadaje; to też zarówno w ogólnej budowie wykładu jak

v szczegółach usiłowałem celowi temu służyć. Tem się tłuma-
zy między innemi, iż w wielu razach, unikając określeń, gdzie
yłyby one przedwczesne, *przyzwyczajam* poprostu ucznia do
ych czy innych zwrotów mowy — powiedziałbym uczę go mówić;
odobnie uczy się mówić dziecko bez tłumaczenia mu form gra-
natycznych, na co czas właściwy przychodzi później.

Krytyka życzliwie przyjęła pierwsze wydanie tego tomu. Z za-
zutami zasadniczemi się nie spotkałem, jedynie z drobnemi
względnie uwagami. Czyniąc zadość tym uwagom i dziękując
a nie serdecznie, uznałem za możliwe nie zmieniać zasadniczo
ałości. Ułatwiło mi to skupienie się na treści tomu drugiego.
V dalszym ciągu oczekuję krytyki mej pracy, a przyjmując
wdzięcznością czynione mi zarzuty, postaram się, o ile mi to
ane będzie, naprawić błędy w następnem wydaniu.

Podczas druku książki zarówno w pierwszem jak drugiem wy-
aniu korzystałem z życzliwej pomocy szeregu osób, którym pragnę
ı złożyć podziękowanie. Prof. W. Wernerowi oraz prof. F. Zien-
owskiemu zawdzięczam cały szereg cennych uwag, których mi
ie szczędzili, przeglądając korekty podczas pierwszego wydania
siążki. Najcięższą pracę korektorską podczas obu wydań wy-
onała moja żona. Dalej zawdzięczam p. W. Drège zrobienie
szystkich kreskowych rysunków, a także pomoc przy korekcie
ierwszego wydania; p. J. Paderewskiemu i córce mojej Zofji —
orządzenie odpowiedzi na zadania; wreszcie p. J. Paderewskie-
ıu opracowanie skorowidza i podanie omyłek w druku.

Niech mi wolno jeszcze będzie podkreślić, iż ze strony za-
ówno wydawców pierwszego wydania mej książki, jak ze strony
ydawcy drugiego uczynione zostało wszystko, co w dzisiejszych
udnych warunkach daje się zrobić, by druk wypadł jak najko-
zystniej.

Autor.

Warszawa, w kwietniu 1923r.

PRZEDMOWA DO WYDANIA 3-GO.

Wydanie 3-ie tomu niniejszego stało się konieczne, zanim zdo-
łem ukończyć całą pracę. Zniewoliło to mnie do decyzji nie-
zynienia żadnych zmian w tem nowem wydaniu z wyjątkiem

poprawienia dostrzeżonych błędów drukarskich. Do takiej d
cyzji upoważniła mnie również życzliwa krytyka, która nie w
tknęła poważniejszych braków w mej książce. Sądzę, że
ukończeniu druku całości, co właśnie teraz się dokonywa, bę
mógł po uważnem wysłuchaniu fachowej opinji dokonać ewe
tualnych zmian. Na takiej opinji bardzo mi zależy, bardzo o n
proszę i zgóry serdecznie dziękuję.

Autor.

Warszawa, 16 czerwca 1924 r.

TREŚĆ.

CZĘŚĆ I. O MIERZENIU I JEDNOSTKACH.

CZĘŚĆ II. MECHANIKA.

CZĘŚĆ III. DYNAMICZNE WŁASNOŚCI CIAŁ.

CZĘŚĆ IV. O CIEPLE.

CZĘŚĆ PIERWSZA.

O mierzeniu i jednostkach.

1. Mierzenie.

Mierzenie jakiejkolwiek wielkości polega na porównywaniu jej z inną wielkością tego samego rodzaju, obraną za *jednostkę*. Tak np., mierząc pewną długość, porównywamy ją z określoną długością, obraną za jednostkę długości.

2. Jednostka długości.

Przeszło sto lat temu ustalono we Francji jednostkę długości, która następnie została przyjęta przez większość krajów ucywilizowanych. Jednostkę tę, zwaną *metrem*, określa długość pręta wzorcowego, zrobionego ze stopu platyny z irydem i przechowywanego w Biurze Międzynarodowem Miar we Francji. *Metrem nazywa się długość, równająca się odległości w temperaturze 0^0 pomiędzy dwiema cieniutkiemi kreskami, zrobionemi na końcach wzorcowego pręta.* Dla zapobieżenia zginaniu się pręta nadano mu kształt, który przedstawia rys. 1. Na płaskiem dnie jednego z widocznych tam rowków znajdują się wspomniane kreski.

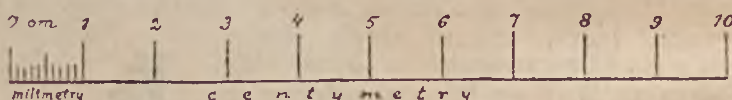
Rys. 1.

Przy ustaleniu nowej jednostki długości projektowano wziąć ją „z natury“, by ewentualnie w razie zaginięcia wzorca można ją było odtworzyć — metr miał tedy stanowić $\frac{1}{40\,000\,000}$ długości południka paryskiego (ziemia nie ma kształtu żadnej z typowych brył geometrycznych, skutkiem czego poszczególne południki posiadają naogół długości różne). Gdy jednak po sporządzeniu wzorcowego metra sprawdzono, o ile on odpowiada projektowi, okazało się, iż długość południka paryskiego wynosi nie 40000000 metrów, jak być miało, lecz ok. 40008000 metrów, czyli że nowa jednostka wypadła cokolwiek mniejsza, niż ją zrobić projektowano; nie jest przytem wykluczone, że nowy doskonalszy jeszcze pomiar długości południka paryskiego w przyszłości dać może na tę długość liczbę, różniącą się nieco od otrzymanej wtedy. Metr zatem nie jest $\frac{1}{40000000}$ długości południka paryskiego, jak to czasem jest błędnie podawane; określa go wyłącznie w przytoczony wyżej sposób pręt wzorcowy.

W użyciu są również jednostki długości, utworzone z metra według zasady dziesiętnej:

1 kilometr	*(Km.)*	=	1000	metrów
1 hektometr	*(Hm.)*	=	100	„
1 dekametr	*(Dm.)*	=	10	„
metr	*(m.)*			
1 decymetr	*(dm.)*	=	0,1	metra
1 centymetr	*(cm.)*	=	0,01	„
1 milimetr	*(mm.)*	=	0,001	„
1 mikron	*(μ)*	=	0,001	milimetra
1 milimikron	*(μμ)*	=	0,001	μ = 0,000001 mm.

Tworzenie w układzie metrycznym jednostek większych i mniejszych od metra według zasady dziesiętnej, ogromnie ułatwiającej rachunek, przyczyniło się głównie do rozpowszechnienia tego układu (porówn. odpowiedni rachunek w polskim układzie jednostek długości).



Rys. 2.

W badaniach naukowych za jednostkę długości przyjęty został przez uczonych całego świata *centymetr (cm.)* (rys. 2).

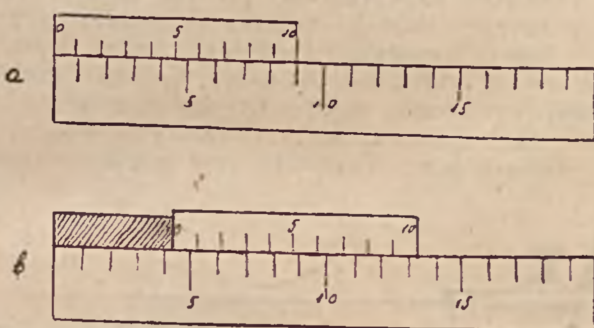
3. Przyrządy do mierzenia długości.

Z metra wzorcowego porobiono dokładne kopje, które przechowuje się starannie w odpowiednich instytucjach poszczególnych państw.

Na kopjach tych wzorują się pręty metrowe i taśmy z podziałką na *cm.* i *mm.* Takie pręty i taśmy stanowią najprostsze przyrządy do mierzenia długości. Przykładając pręt z podziałką milimetrową do przedmiotu, którego długość chcemy wyznaczyć, w ten sposób, by zerowa kreska skali przypadała jak najdokładniej na jednym końcu mierzonej długości, odczytujemy, na której kresce skali leży drugi koniec tej długości. Przeważnie się zdarza, iż nie możemy poprzestać na odczytaniu całkowitej liczby podziałek skali; okazuje się np., iż mierzona długość wynosi więcej niż 47 mm., mniej zaś niż 48 mm. Możemy ocenić „na oko“, iż ułamek milimetra, o który w danym razie chodzi, jest 0,5 mm. lub 0,2 mm. — przy pewnej wprawie pomylimy się nie więcej niż o 0,1 mm. Możemy atoli dokładność odczytania znacznie ułatwić i powiększyć, stosując do pomiaru bardzo pożyteczny przyrządzik, zwany *nonjuszem linjowym* (z czasem zapoznamy się też z *nonjuszem kątowym*, służącym do mierzenia kątów).

Nonjusz linjowy jest to krótka skala pomocnicza, której 10 podziałek równa się 9-ciu podziałkom skali, użytej do mierzenia długości (rys. 3); każda podziałka nonjusza stanowi w ten sposób 0,9 podziałki skali, przy której pomocy mierzymy, czyli podziałka nonjusza jest mniejsza od podziałki skali o 0,1 wartości tej podziałki.

Przypuśćmy, iż zmierzyć chcemy długość pręta. Przykładamy go do skali tak, by zerowa kreska skali przypadała na jednym



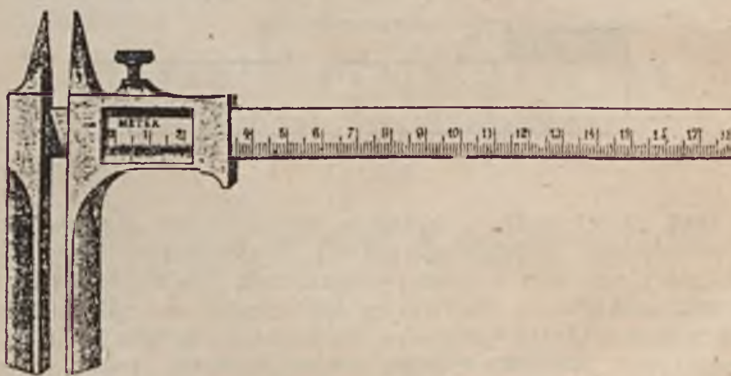
Rys. 3.

końcu (rys. 3 b) pręta, i widzimy, że mierzona długość wynosi nieco więcej niż 4 podziałki skali. Przykładamy teraz wzdłuż skali do drugiego końca pręta nonjusz tak, jak to wskazuje rysunek; kreski nonjusza i skali mniej lub więcej nie zgadzają się ze sobą, lecz *trzecia kreska nonjusza* schodzi się z kreską skali. Chcemy wyznaczyć wartość ułamka podziałki skali, równającego się odległości od 4-ej kreski skali do końca mierzonego pręta; z rysunku widać, że długość ta równa się różnicy między długością trzech podziałek skali (od 4-ej kreski do 7-ej) oraz trzech podziałek nonjusza (od zerowej kreski do trzeciej); ponieważ, jak wyjaśniliśmy, różnica między jedną podziałką skali a jedną podziałką nonjusza wynosi 0,1 podziałki skali, przeto różnica między trzema podziałkami skali a trzema podziałkami nonjusza wynosi 0,3 podziałki skali. Oczywiście więc długość pręta wynosi 4,3 podziałek skali.

Po przeprowadzeniu tego rozumowania spamiętajmy krótko, że przy mierzeniu długości w powyższy sposób z zastosowaniem nonjusza odczytujemy bezpośrednio na skali całkowitą liczbę jednostek długości, porządkowy zaś numer tej kreski nonjusza, która schodzi się z kreską skali, daje liczbę dziesiątych części tej jednostki długości (w rozpatrzonym przykładzie na skali odczytaliśmy 4, na nonjuszu 0,3, czyli razem mierzona długość okazuje się równą 4,3 podziałkom skali, przy której pomocy dokonaliśmy mierzenia).

Nonjusze takie, jak tu wyjaśnialiśmy, spotykamy najczęściej; inne odmiany tych przyrządów możemy pominąć; pojmie je zresztą każdy, kto zrozumiał samą zasadę.

Na rys. 3-cim skala wzięta dowolna — chodziło o większe podziałki dla ułatwienia zorjentowania się w rozumowaniu. Rys. 4 przedstawia w dwukrotnem prawie zmniejszeniu t. zw. *suwak milimetrowy* z nonjuszem, służący do mierzenia grubości płyt, średnic walców, kul i t. p. Dwa pręty, znajdujące się względem siebie pod kątem prostym, stanowią jedną całość; na jednym z nich zrobiona jest podziałka milimetrowa; po tej części przesuwa się szczelnie dopasowany suwak — ramka z prętem, przypadającym również pod kątem prostym względem pręta z podziałką; na ramce zrobiona jest podziałka nonjusza. Gdy przesuniemy suwak do nieruchomej poprzeczki, zerowa kreska nonjusza przypada na zerową kreskę skali milimetrowej; sprawdzamy wtedy, że 10 podziałek nonjusza = 9 mm. Gdy włożymy między nieruchomą po-



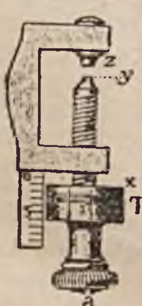
Rys. 4.

przeczkę a pręt poprzeczny suwaka przedmiot mierzony, odczytamy, idąc za podanemi przed chwilą wskazówkami, długość wzgl. grubość przedmiotu. Ostre zakończenia prętów poprzecznych pozwalają w sposób łatwy do zrozumienia mierzyć wielkości wydrążeń, np. średnice wewnętrzne rur.

Wielkie zastosowanie przy mierzeniu długości, zwłaszcza małych, znajduje *śruba*. Rys. 5 przedstawia śrubę, którą wkręcamy w naśrubek (posiada on wydrążenie, dokładnie pasujące do skrętów śruby). Gdy naśrubek jest nieruchomy, przez pokręcanie główki śruby w jedną lub drugą stronę wkręcamy, względnie wykręcamy śrubę z naśrubka; koniec śruby ulega przytem przesunięciu. Jeżeli t. zw. *skok* śruby czyli odległość między skrętami, mierzona równolegle do osi śruby, wynosi 1 mm., to przy jednym całkowitym obrocie główki koniec śruby przesunie się o 1 mm. względem pierwotnego położenia; jeżeli wykonamy główką $\frac{1}{2}$ albo $\frac{1}{100}$ całkowitego obrotu, koniec śruby przesunie się o $\frac{1}{2}$ mm., względnie o 0,01 mm. Podzielmy obwód główki na 100 równych części i przytwierdźmy wskazówkę do naśrubka; pozwoli ona zauważyć z łatwością wielkość dokonanego obrotu — jeżeli np. względem wskazówki przesuną się podczas obrotu 3 podziałki, będzie to znaczyło, że dokonaliśmy główką 0,03 całkowitego obrotu, czyli że koniec śruby przesunął się o 0,03 mm. Użyjmy śruby, mającej skok $= \frac{1}{2}$ mm. i zaopatrzmy ją w główkę dość wielką, by przy podzieleniu obwodu główki na 500 równych części dała się otrzymać wyraźna i łatwa do odczytywania podziałka. Wtedy pokręcenie główki o jedną podziałkę (względem nieruchomej wskazówki, jak wyżej) będzie odpowiadało przesunięciu końca śruby o 0,001 mm. czyli o jeden mikron (μ). Widzimy więc, że mikron nie jest wcale tak niedostępnie małą wielkością, jak to się zazwyczaj zdaje, gdy go sobie usiłujemy przedstawić przy zawieraniu z nim pierwszej znajomości.

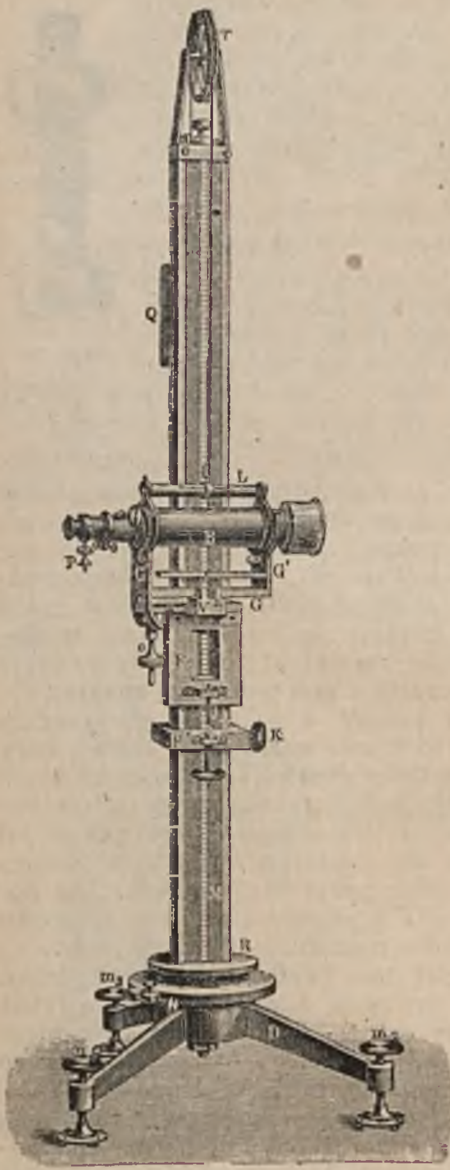
Rys. 5.

Rys. 6 przedstawia bardzo prosty a dokładny przyrządzik z zastosowaniem śruby — jest to t. zw. *mikrometr*, który służy do mierzenia średnic drutów, grubości cienkich płytek i t. p. Naśrubek jest tu zgięty w podkowę. Przy zupełnem wkręceniu śruby płaski jej koniec *y* opiera się o płasko zakończone wzniesienie *z* na naśrubku; przytem zerowa kreska podziałki na główce *T* przypada nawprost krawędzi przytwierdzonej do naśrubka płytki z podziałką milimetrową. Drut lub płytkę zaciskamy lekko między końcem śruby *y* a wzniesieniem *z* (zbyt mocno ściskać nie należy, inaczej bowiem zgnieść możemy przedmiot mierzony i otrzymać przez to błędny wynik pomiaru); szukaną długość znajdujemy, odczytując na skali milimetrowej całkowitą liczbę milimetrów, ułamek zaś milimetra — na podziałce dokoła główki. Bardzo często do mikrometrów używają śrub o skoku $= \frac{1}{2}$ mm., obwód zaś główki dzielą na 50 równych części; pokręcenie główki o 1 podziałkę odpowiada tu oczywiście przesunięciu końca śruby o $\frac{1}{50} \cdot \frac{1}{2}$ mm. czyli o 0,01 mm.



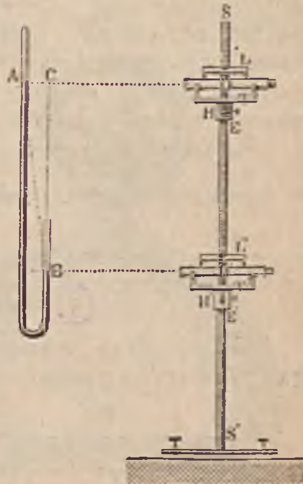
Rys. 6.

Musimy się jeszcze zapoznać ogólnie z *katetometrem*, przyrząd ten bowiem często się używa do mierzenia długości w kierunku pionowym. Na słupie (rys. 7), który daje się przy pomocy trzech nóżek na śrubach ustawić *pionowo*, mamy skalę milimetrową. Po słupie może się posuwać oprawa, podtrzymująca lunetę, którą ustawiamy i utrzymujemy zawsze poziomo; zatem oś lunety jest prostopadła do kierunku skali. Pragnąc np. zmierzyć jaką odległość w kierunku pionowym (np. zmierzyć, o ile poziom cieczy w jednem przezroczystem naczyniu jest wyżej niż w drugiem), przesuwamy po słupie lunetę i nastawiamy ją kolejno tak, by najpierw widzieć przez nią górny, potem dolny koniec (lub odwrotnie) mierzonej długości; w obu razach odczytujemy na skali położenie lunety przy pomocy nonjusza, który zrobiony jest na oprawie, dźwigającej lunetę; różnica odczytań równa się oczywiście mierzonej długości. Nastawienie lunety odbywa się w ten sposób, iż w polu jej widzenia mamy krzyż z nitek pajęczych; podnosimy więc lub opuszczamy lunetę (do małych przesunięć lunety w górę i w dół posługujemy się śrubą, w którą zaopatrzona jest oprawa, utrzymująca lunetę), zanim punkt, kreska lub krawędź, na które celujemy, nie przypadną w punkcie przecięcia nitek krzyża. Wygodę przyrządu stanowi to, iż słup daje się obracać dokoła jego osi geometrycznej; punkty więc czy krawędzie, na które nastawiamy lunetę, niekoniecznie mają leżeć na jednej linji pionowej (rys. 8).

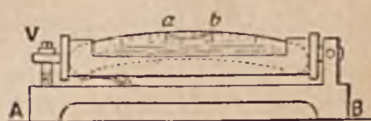


Rys. 7 (1/10 wielk. nat.).

Ustawienie słupa katetometru pionowo oraz lunety poziomo dokonywa się przy pomocy *libeli.* Oddzielnie libelę przedstawia rys. 9. W oprawie metalowej mamy osadzoną rurkę szklaną, cokolwiek wygiętą ku górze; rurka jest prawie całkowicie wypełniona zabarwionym alkoholem lub eterem, tak że pozostaje tylko malutki pęcherzyk gazu (powietrza zmieszanego z parą cieczy użytej), który zajmuje zawsze najwyższe w rurce położenie. Gdy libelę przechylamy, pęcherzyk się przesuwa ku wzniesionemu do góry końcowi libeli. W dobrze zrobionej libeli pęcherzyk przypada między środkowemi kreskami, zrobionemi na rurce, gdy libela leży na płaszczyźnie poziomej. Bardzo łatwo sprawdzić, czy libela jest dobra; ustawiamy np. ją na stole tak, by zwrócona była, dajmy na to, z północy na południe, a po zanotowaniu położenia pęcherzyka względem zaznaczonych kresek, obracamy ją o 180° dokoła osi pionowej, t. j. kładziemy w tem samem miejscu tak, by koniec, który był uprzednio zwrócony ku północy, teraz był zwrócony na południe, i odwrotnie. Jeżeli po takim obrocie pęcherzyk jest przesunięty względem środka libeli o tyleż kresek i w tę samą stronę co przedtem, np. w pierwszym i drugim razie ku północy, libela jest dobra. Gdyby tak nie było, libela daje się wyregulować przy pomocy śruby *V*, której pokręcenie w jedną lub drugą stronę powoduje podnoszenie się względnie obniżenie jednego końca oprawy libeli.



Rys. 8.



Rys. 9.

4. Jednostka czasu.

Skutkiem ruchu obrotowego ziemi dokoła osi ciała niebieskie (słońce, księżyc, gwiazdy) wschodzą, zakreślają większe lub mniejsze łuki na sklepieniu niebieskiem i zachodzą. Gdy którekolwiek z tych ciał zajmuje na zakreślanej przez siebie drodze najwyższe względem poziomu położenie, powiadamy, że w tej chwili ono *góruje*. Chwilę górowania słońca nazywamy południem — w tej chwili słońce znajduje się na połowie swej drogi dziennej.

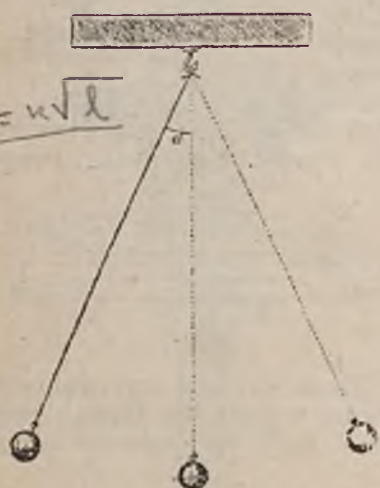
Okres czasu, upływający od jednego południa do następnego w tem samem miejscu, nazywamy *dobą słoneczną*. Skutkiem paru okoliczności o których tu mówić nie będziemy, okres ten nie jest stały; gdy na naszej (północnej) półkuli mamy zimę, doba słoneczna jest dłuższa niż podczas naszego lata; na wiosnę i w jesieni ma ona wartość pośrednią. Niemniej jednak *wartość średnia* doby słonecznej, obliczona dla całego roku, jest wielkością zupełnie określoną i może być wzięta za podstawę do mierzenia czasu. Owa średnia wartość doby słonecznej nosi nazwę *doby średniej*. Dobę średnią dzielimy na 24 *godziny*, godzinę — na 60 *minut*, minutę — na 60 *sekund*.

Za *jednostkę czasu* w badaniach naukowych przyjęto określoną w powyższy sposób *sekundę średnią (sek.)*; stanowi ona $\left(\frac{1}{24.60.60}\right) = \frac{1}{86400}$ doby średniej:

5. Przyrządy do mierzenia czasu.

Powszechnie znanym przyrządem do mierzenia czasu jest zegar. Zegary, któremi się posługujemy w życiu codziennem, dają nam, jak to wypływa z powiedzianego w poprzednim ustępie, t. zw. *czas średni*. Istnieją jeszcze zegary słoneczne, które dają *czas słoneczny* (trzy takie zegary, nie jednakowo dokładnie zbudowane, znajdują się w parku łazienkowskim w Warszawie). Z powyższego łatwo zrozumieć, że gdy zegar słoneczny wskazuje nam południe, podług czasu średniego może nagół jeszcze nie być 12-tej godziny, albo już być po 12-tej, i tylko w pewne dni zachodzi zgodność czasów średniego i słonecznego. Największa różnica wynosi około 16 minut. Regulować zatem zegary kieszonkowe podług zegara słonecznego można tylko w takim razie, jeżeli się wie, ile którego dnia minut i sekund należy dodać do czasu słonecznego albo odeń odjąć, aby otrzymać czas średni; do tego celu układają się specjalne tablice.

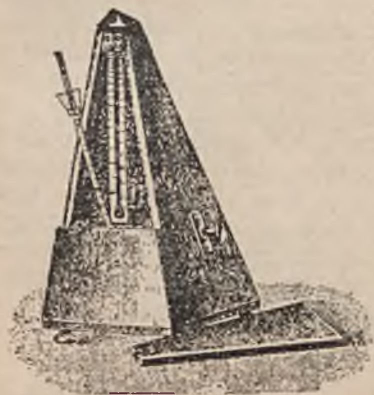
$t = \pi\sqrt{l}$



Rys. 10.

Podstawowy przyrząd do mierzenia czasu stanowi *wahadło;* bliższa znajomość z tym przyrządem czeka nas w przyszłości; tymczasem poprzestaniemy na krótkiej wzmiance, która właściwie powinna być tylko przypomnieniem wiadomości, nabytych przez czytelnika podczas początkowej nauki fizyki.

Najprostsze wahadło otrzymamy, zawieszając kuleczkę (najlepiej metalową) na cienkiej, niesztywnej nitce (rys. 10). Pozostając w spoczynku, wahadło takie kierunkiem nitki daje nam kierunek *pionowy*. Jeżeli wychylimy je z tego położenia i puścimy, będzie się ono wahało około byłego położenia równowagi. Czas, upływający pomiędzy chwilą największego wychylenia wahadła w jedną stronę a chwilą następującego zaraz potem największego wychylenia w stronę przeciwną, nazywa się *czasem wahania*. Czas wahania wahadeł różnej długości jest różny w jednem i tem samem miejscu, lecz w danem miejscu czas wahania danego wahadła, o ile długość jego się nie



Rys. 11 (1/5 wielk. nat.).

Rys. 12 (wielk. nat.).

zmienia, jest stały, jeżeli tylko wychylenia jego od położenia równowagi są nieznaczne, innemy słowy jeżeli t. zw. *obszerność wahań* jest bardzo mała.

Możemy tak dobrać długość wahadła, by czas jego wahań w danem miejscu wynosił jedną sekundę średnią — będzie to *wahadło sekundowe**). Zwykle posługujemy się wahadłami innej, bardziej złożonej budowy. Przyrząd, wyobrażony na rys. 79, zaopatrzony jest w wahadło, wydzwaniające przy pomocy zawieszonej na nim kotwicy *h* momenty największych wychyleń w jedną i drugą stronę, t. j. bijące sekundy.

Wahania wahadeł stopniowo zanikają skutkiem nieuniknionych oporów. Chcąc temu zapobiec, uciekamy się do różnych sposobów. W bardzo rozpowszechnionym przyrządzie, zwanym *metronomem* (rys. 11), ruch wahadła podniecany jest przez nakręconą sprężynę. Przesuwanie ciężarka na pręcie wahadła zmienia czas wahań; w bocznej ścianie przyrządu widzimy klucz do nakręcania sprężyny; liczby, wypisane przy kreskach na przedniej ścianie, przed którą porusza się wahadło, pozwalają nastawić metronom dowolnie na pożądany czas wahań; gdy np. nastawiamy przesuwany ciężarek tak, by jego górna krawędź przypadła na wysokości kreski, przy której stoi 60, otrzymamy 60 uderzeń na

*) Długość wahadła sekundowego w Warszawie wynosi 99,42 cm.

minutę, czyli metronom będzie nam wybijał sekundy; jeżeli nastawimy ciężarek na kreskę 120, będziemy mieli 120 uderzeń na minutę, czyli uderzenia będą następowały po sobie co $^1/_2$ sek. Metronom nie należy do przyrządów bardzo dokładnych, niemniej jednak oddaje czasem dobre usługi.

Przydatny też często bywa *licznik sekundowy* (sportowy), który przedstawia rys. 12. Wygląda on jak zegarek; dłuższa wskazówka daje sekundy (jak widzimy, podziałka zrobiona jest na $^1/_5$ sek.), krótsza zaś minuty Gdy dłuższa obiega raz dokoła swej tarczy, krótsza przesuwa się o jedną podziałkę. W chwili, gdy rozpoczynamy jaką obserwację, naciskamy główkę licznika (podobnie jak naciskamy ją w krytym zegarku kieszonkowym, gdy chcemy go otworzyć) i wskazówki zaczynają się poruszać; ruch wskazówek trwa dopóty, dopóki nie naciśniemy główki po raz drugi, co czynimy w chwili ukończenia obserwacji. Odczytujemy wówczas na mniejszej tarczy liczbę minut, na większej—liczbę sekund, co razem daje czas trwania obserwacji. Na rys. 12 czytamy w ten sposób: 3 min. 49,4 sek. Po skończonem odczytaniu naciskamy główkę ponownie i wskazówki wracają do swych położeń zerowych; licznik znowu gotów jest do użytku. Nakręca się licznik tak samo, jak każdy zegarek kieszonkowy bez kluczyka.

6. Bezwładność. Masa.

Sprobujmy potoczyć kulę drewnianą, spoczywającą na płaszczyźnie poziomej; uczujemy, że stawia ona pewien opór tej zmianie spoczynku na ruch. Sprobujmy uczynić to samo z równej wielkości kulą żelazną, a uczujemy opór większy. Sprobujmy teraz zatrzymać te dwie kule, gdy się toczą z jednakową prędkością, a uczujemy znowu, że stawiają opór tej zmianie ruchu i znowu większy opór okaże kula żelazna.

Wiemy z doświadczenia codziennego, że tocząca się po płaszczyźnie poziomej (np. po podłodze) kula porusza się coraz wolniej, o ile ruchu jej wciąż nie podtrzymujemy (np. przez popychanie), aż wreszcie staje; wiemy także, iż tem dalej toczyć się będzie, im gładsza jest jej powierzchnia, oraz im gładsza jest powierzchnia, po której się toczy. Mamy tutaj wpływ *tarcia*—im mniejsze tarcie, tem mniejszym zmianom podlega ruch toczącej się kuli. Domyślamy się, iż gdyby tarcia i wogóle żadnych przeszkód nie było, ruch kuli nie ulegałby żadnym zmianom.

Podobnie jak kula w powyższym przykładzie, zachowują się wszystkie znane nam ciała: każde ciało, o ile jest w spoczynku, stawia opór, jeżeli je chcemy wprawić w ruch; o ile zaś się porusza, opiera się wszelkim zmianom ruchu. Własność tę, wspólną wszystkim znanym nam ciałom, zowiemy *bezwładnością*; opór zaś stawiany przez nie zmianom spoczynku lub ruchu, nazywamy *oporem bezwładnym*. (Przykłady: człowiek, siedzący w łodzi, pochyla się w kierunku ruchu łodzi w chwili uderzenia jej o brzeg lub o mieliznę; natomiast pochyla się on w kierunku, przeciwnym ruchowi łodzi, gdy ona, pozostając początkowo w spoczynku, nagle się poruszy; wyskakując z poruszającego się prędko wozu, tracimy równowagę — po dotknięciu ziemi stopy nasze przestają się już poruszać, gdy reszta ciała zachowuje ruch, wspólny wozowi, oraz wszystkim znajdującym się w nim przedmiotom i t. p.).

Uważając bezwładność za cechę wspólną wszystkich ciał fizycznych (w przeciwstawieniu do ciał geometrycznych), stwierdzamy jednakowoż (jak w przytoczonym przykładzie z kulą drewnianą i żelazną), że się pod tym względem ciała różnią w ten sposób, iż moglibyśmy różnice te omówić zdaniem: ciała są w różnym stopniu bezwładne—jedne bardziej, inne mniej; np. w podanym przykładzie powiedzielibyśmy o kuli żelaznej, że jest bardziej bezwładna od drewnianej.

Zamiast mówić o jakiemś ciele, że jest bardziej bezwładne od innego, powiadamy, że posiada ono ***większą masę***. Mówiąc tedy o pewnym ciele, że ma ono określoną masę, zaznaczamy, iż jest ono w pewnym określonym stopniu bezwładne, t. j. stawia określony opór określonym zmianom jego ruchu.

Ciała można porównywać ze sobą pod względem masy; należy tylko masę jakiegoś określonego ciała obrać za jednostkę i z nią porównywać inne masy.

7. Jednostka masy.

Jednocześnie z ustaleniem jednostki długości (metra) ustalono we Francji jednostkę masy — *kilogram*: jednostka ta, podobnie jak metr i dla tych samych powodów znalazła rozpowszechnienie na całej niemal kuli ziemskiej. *Kilogramem nazywa się masa wzorcowej bryły*, zrobionej ze stopu platyny z irydem i przechowywanej w tem samem Biurze Międzynarodowem Miar co wzorcowy pręt metrowy.

Rys. 13. Wzorzec kilograma z platyny (wielk. nat.)

Kilogram miał stanowić masę jednego decymetra sześciennego wody dystylowanej w temperaturze 4°C. pod normalnem ciśnieniem atmosferycznem. Gdy jednak po sporządzeniu wzorca sprawdzono, o ile odpowiada projektowi, okazało się, że masa wzorca różni się nieco od masy wody w podanych warunkach.

Oprócz kilograma w użyciu są jednostki większe i mniejsze, powiązane ze sobą zasadą dziesiętną.

1 tonna		=	1000 kilogramów
1 kilogram	*(Kg.)*	=	1000 gramów
1 hektogram	*(Hg.)*	=	100 „
1 dekagram	*(Dg.)*	=	10 „
gram	*(gr.)*		
1 decygram	*(dg.)*	=	0,1 grama
1 centygram	*(cg.)*	=	0,01 „
1 miligram	*(mg.)*	=	0,001 „

W badaniach naukowych za jednostkę masy przyjęty został przez uczonych całego świata *gram* (*gr.*) t. j. tysiączna część masy wzorcowego kilograma.

8) Przyrządy do mierzenia mas.

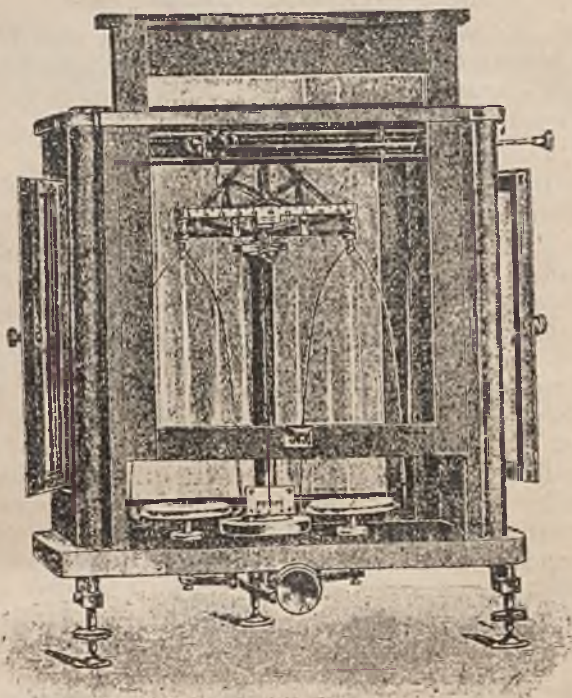
Z kilograma wzorcowego, podobnie jak z metra wzorcowego, porobiono jak najdokładniejsze kopje, które przechowują się w poszczególnych krajach z taką samą starannością, jak kopje metra.

Rys. 14 przedstawia komplet odważników w pudełku. Mamy tam odważniki o różnej masie, tak przytem dobrane, by można z nich było łatwo utworzyć masę pożądaną. Mając np. cztery odważniki: 1) 5 gr. 2) 2 g., 3) 2 gr., 4) 1 gr., możemy utworzyć z nich każdą całkowitą liczbę gramów w granicach od 0 gr. do 10 gr. (czwarty odważnik daje nam 1 gr., trzeci 2 gr., trzeci z czwartym — 3 gr., drugi z trzecim—4 gr., pierwszy 5 gr., pierwszy z czwartym — 6 gr., pierwszy z drugim — 7 gr., pierwszy z drugim i czwartym—8 gr., pierwszy z drugim i trzecim — 9 gr., wreszcie wszystkie razem — 10 gr.). Czasem zamiast jednego odważnika o 2 gr. i jednego o 1 gr. używa się trzech po 1 gramie (tak właśnie jest w komplecie, przedstawionym na rys. 14). Większe i mniejsze odważniki pozostają w takiem samem ustosunkowaniu.

Rys. 14. ($^{3}/_{10}$ wielk. nat.).

Każdy odważnik ma swoje miejsce w pudełku; wszystkie ułożone są podług wartości malejących. Odważniki o masie mniejszej od jednego grama zrobione są z blaszek i mają poodginane rożki, by je łatwo można było brać szczypczykami (co stanie się z masą odważników, gdy się będą pokrywały kurzem, lub gdy dotykać ich będziemy brudnemi palcami?).

Przyrządem, przy którego pomocy mierzymy nieznane masy, porównywając je ze znanemi masami odważników, jest *waga* (rys, 15). Na jednej szalce kładziemy ciało, którego masę chcemy



Rys. 15 (1/5 wielk. nat.).

wyznaczyć, na drugiej odważniki, dopóki nie „zrównoważą" ciała. Wtedy odczytujemy masę odważników i, jeżeli waga jest dobra, masa ta równa się masie szukanej. Tymczasem poprzestajemy na tej krótkiej wzmiance, powołując się na potoczną znajomość tej czynności. Uzasadnienie tego pomiaru i bliższe wiadomości o wadze zdobędziemy później.

9. Jednostki powierzchni i objętości.

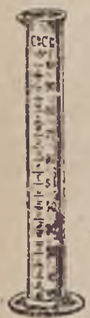
Posługując się ustaloną jednostką długości, tworzymy jednostki powierzchni i objętości. Tak np., obierając za jednostkę długości metr, przyjmujemy za jednostkę powierzchni *metr kwadratowy* (m^2), t. j. pole kwadratu, którego bok równa się jednemu metrowi, za jednostkę objętości zaś *metr sześcienny* (m^3), t. j. objętość sześcianu o krawędzi, równej jednemu metrowi. Podobnież, o ile obierzemy za jednostkę długości centymetr, otrzymamy na jednostkę powierzchni *centymetr kwadratowy* (cm^2), zaś na jednostkę objętości *centymetr sześcienny* ($cm.^3$).

Oczywiście

$$1\ m.^2 = 100\ dm.^2 = 10000\ cm.^2$$
$$1\ m.^3 = 1000\ dm.^3 = 1000000\ cm^3.$$

Zauważmy, że w tych razach, gdy wypada nam pisać liczby, zakończone wielu zerami, pożytecznie jest posługiwać się *znakiem potęgi*; możemy tedy napisać

$$1\ m.^2 = 10^4\ cm.^2$$
$$1\ m.^3 = 10^6\ cm.^3.$$



Rys. 16.

Pamiętajmy jeszcze, że *litr* prawie $= 1\ dm.^3 = 10^3\ cm.^3$.

Litr określamy jako objętość 1 Kg. wody dystylowanej w 4°C pod ciśnieniem atmosferycznem. Gdyby wzorzec 1 Kg. posiadał dokładnie masę, jaką miał posiadać (por. ust. 7), litr byłby dokładnie $= 1\ dm.^3$. Wiemy już wszakże, iż tak nie jest. Stąd, trzymając się określenia litra jako objętości 1 Kg. wody dyst. w 4°C., nie można go uważać za $= 1\ dm.^3$; różnica ta wszakże jest niewielka.

Rys. 16 przedstawia w znacznem zmniejszeniu cylinder z podziałką na cm^3; ponieważ pojemność naczyń zmienia się wraz ze zmianami temperatury, na cylindrze widzimy zanotowaną temperaturę, w której pojemność jego istotnie odpowiada zaznaczonej na nim skali. Cylindry z podziałką (mensury) mają wielkie zastosowanie i bywają różnej wielkości.

10. Sposoby mierzenia powierzchni i objętości.

Mierząc pewną długość, *bezpośrednio* porównywamy ją z jednostką długości — przykładamy np. pręt z podziałką centymetrową i notujemy, ile takich podziałek przypada na danej długości. Inaczej postępujemy, mierząc powierzchnię lub objętość. Wszak gdy chodzi o zmierzenie powierzchni, nie przykładamy bezpośrednio powierzchni, obranej za jednostkę (np: płyty kwadratowej o boku = 1 cm.) do danej powierzchni. Podobnie przy mierzeniu objętości nie posługujemy się *bezpośrednio* sześcianem, którego objętość przyjęto za jednostkę, i nie usiłujemy znaleźć przez przykładanie, ile takich sześcianów mieści się w tej objętości, którą mamy zmierzyć.

Geometrja nas uczy, jak, mierząc długości w odpowiednich kierunkach, można następnie obliczyć wartości danych powierzchni i objętości. Tak np. wiemy, że dla znalezienia powierzchni prostokąta należy zmierzyć dwie długości — podstawę i wysokość — a następnie iloczyn liczb, oznaczających te długości w przyjętych jednostkach (np. w *cm.*), da nam szukaną wartość powierzchni w odpowiednich jednostkach kwadratowych (w danym razie w *cm.*^{2}). Niech, dajmy na to, podstawa prostokąta wynosi 12 cm., a wysokość 8 cm.; wówczas powierzchnia jego wynosi

$$12 \text{ cm.} \times 8 \text{ cm.} = 96 \text{ cm.}^2.$$

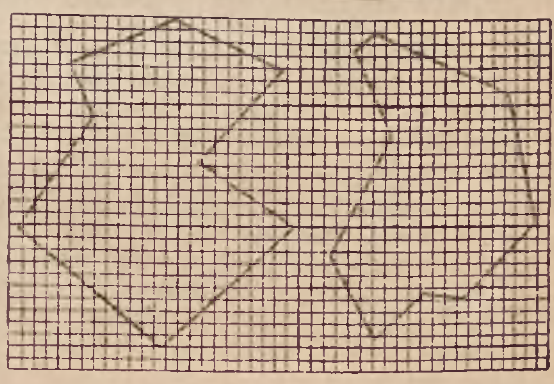
Tutaj więc symbol „cm.^{2}", oznaczający „centymetr kwadratowy", otrzymujemy, naśladując mnożenie symboli algebraicznych (np. $12a \cdot 8a = 96a^2$). Podobnie znaki *cm.*^{3} albo *m.*^{3}, oznaczające „centymetr sześcienny", „metr sześcienny", wprowadzamy dlatego, że do obliczenia objętości wypada mierzyć trzy długości i następnie otrzymane liczby przez siebie mnożyć. Przypuśćmy, iż krawędzie prostopadłościanu mają długości odpowiednio równe 8 cm., 6 cm., 7 cm.; wówczas objętość jego wynosi

$$8 \text{ cm.} \times 6 \text{ cm.} \times 7 \text{ cm.} = 336 \text{ cm.}^3$$

(podobnie piszemy, wykonywając mnożenie algebraiczne

$$8a \times 6a \times 7a = 336a^3).$$

Zdarza się, że figura płaska ma taki kontur lub bryła taką powierzchnię, iż nie sposób przez obliczenie znaleźć powierzchni pierwszej lub objętości drugiej. W tych razach postępujemy rozmaicie. Istnieje np. przyrząd, zwany *planimetrem*, który pozwala przez oprowadzenie odpowiednią nóżką przyrządu konturu figury płaskiej znaleźć jej powierzchnię. Podobnie są przyrządy, pozwalające znaleźć objętość ciała bez względu na kształt jego powierzchni. Nie rozporządzając takiemi przyrządami, możemy sobie czasem inaczej poradzić. Wykreślamy np. daną figurę na papierze kratkowanym (rys. 17). Rachując następnie liczbę kratek, pokrytych przez figurę, i znając wielkość pojedynczej kratki, wyznaczamy szukaną powierzchnię. Dla uniknięcia trudności, którą sprawia dzielenie przez kontur figury kratek na części, postępujemy w ten sposób, iż część kratki mniejszą od połowy odrzucamy całkowicie w rachunku, część zaś większą od połowy rachujemy za całą kratkę.



Rys. 17.

A oto jeszcze inny sposób. Po wykreśleniu danej figury na papierze wycinamy ją i ważymy; przypuśćmy, iż masa tego skrawka wynosi 17,3 gr.; wycinamy z tegoż papieru kwadrat o boku = 10 cm., t. j. o powierzchni = 100 cm.^{2} i również ważymy; przypuśćmy, iż masa tego kwadratowego skrawka = 4,8 gr. Pomijając, ze wyciąć figury możemy niedokładnie, oraz, że papier nie posiada wszędzie jednakowej grubości, znajdujemy w przybliżeniu, że szukana powierzchnia wynosi 100 cm.$^2 \frac{17,3}{4.8}$ = 360,4 cm.^{2}.

Przypuśćmy jeszcze, że chcemy znaleźć objętość pewnej ilości śrutu. Bierzemy cylinder z podziałką, jak na rys. 16, wlewamy doń wody do którejkolwiek kreski i po zanotowaniu tej kreski wsypujemy do wody, mieszczącej się w cylindrze, daną ilość śrutu; odczytując podziałkę, do której teraz poziom wody się wzniesie, znajdziemy z łatwością objętość śrutu.

11. Wielkości proporcjonalne. Spółczynnik proporcjonalności.

Gdy powiadamy, że jakieś dwie wielkości są proporcjonalne, wyrażamy przez to, iż przy wszelkich zmianach, którym mogą podlegać, pozostają one w pewnym określonym do siebie stosunku. Weźmy np. obwód koła i średnicę koła; w różnych kołach wielkości te są różne: mówiąc, że obwód koła jest proporcjonalny do jego średnicy, wyrażamy myśl, że obwód jakiegokolwiek koła jest tyleż razy większy od jego średnicy, ile razy obwód innego jakiego koła jest większy od średnicy tego drugiego koła, czyli że w każdem kole stosunek jego obwodu do średnicy jest wielkością stałą. Dla znalezienia tego stosunku dość wymierzyć te dwie długości (obwód i średnicę) w jakiemkolwiek kole i podzielić otrzymane liczby. Geometrja nas uczy, jak znaleźć ten stosunek — wynosi on ok. $\frac{22}{7}$ albo ok. 3,14 (dokładniej 3,14159...; otrzymujemy tu t. zw. *liczbę niewymierną* — nie daje się ona przedstawić zapomocą skończonej liczby znaków dziesiętnych). Ten stały stosunek obwodu koła do jego średnicy przyjęto oznaczać przez grecką literę π. A więc w każdem kole obwód jest π razy (około 3,14 razy) większy od średnicy. Oznaczając obwód koła przez l, średnicę jego przez d, możemy napisać:

$$\frac{l}{d} = \pi \text{ albo } l = \pi d \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Jeżeli r oznacza promień koła, wówczas $d = 2r$, a więc możemy również napisać

$$\frac{l}{r} = 2\pi \text{ albo } l = 2\pi r; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

wzór (1) wyraża proporcjonalność obwodu koła do średnicy, wzór (2) — proporcjonalność obwodu koła do promienia.

Stały stosunek wielkości proporcjonalnych (π dla obwodu koła i średnicy, 2π dla obwodu koła i promienia), nazywa się *spółczynnikiem proporcjonalności.* Przez spółczynnik ten należy pomnożyć jedną z wielkości proporcjonalnych dla otrzymania drugiej (przez π pomnożyć należy średnicę, przez 2π—promień koła dla otrzymania jego obwodu).

12. Gęstość; jednostka gęstości.

Kula żelazna tej samej wielkości co drewniana posiada masę większą niż drewniana; biorąc kule lub sześciany równej objętości z ołowiu, mosiądzu, parafiny i t. d., przekonywamy się, że masy tych brył są naogół różne; do takiegoż wniosku dochodzimy, porównywając masy różnych cieczy lub gazów, wziętych w równych objętościach (np. litr wody, rtęci, oliwy...). Pamiętać należy, iż przy takiem porównywaniu winniśmy utrzymywać ciała porównywane w tych samych warunkach fizycznych (w tej samej temperaturze, pod tem samem ciśnieniem *).

Z drugiej strony, jeżeli z jednej i tej samej substancji, np. z czystej chemicznie miedzi, porobimy bryły różnej objętości, to w tych samych warunkach fizycznych masy tych brył będą pozostawały w takim samym do siebie stosunku, jak ich objętości— dwa, trzy razy większej objętości będzie odpowiadała dwa, trzy razy większa masa, t. j. masy będą proporcjonalne do objętości albo, zgodnie z tem, co powiedziano w poprzednim ustępie, stosunek masy do objętości będzie wielkością stałą.

Np. zważywszy bryłę czystej miedzi objętości 3 cm.^{3}, otrzymamy na jej masę wartość 26,7 gr.; mając bryłę miedzi objętości 9 cm.^{3} (w tej samej temperaturze), otrzymamy odpowiednio masę 80,1 gr.

Stosunek masy ciała do jego objętości nazywamy *gęstością bezwzględną* ciała albo krótko jego *gęstością.* Gęstość miedzi więc otrzymamy, dzieląc 26,7 gr. przez 3 cm.^{3} albo 80,1 gr. przez 9 cm.^{3}; rezultat w obu razach będzie ten sam

$$\frac{26,7\ \text{gr.}}{3\ \text{cm.}^3} = 8,9\ \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3}$$ (czyt. 8,9 gr. na centymetr sześcienny)

$$\frac{80,1\ \text{gr.}}{9\ \text{cm.}^3} = 8,9\ \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3}$$

Dzielenia dokonywamy tu z samemi liczbami; symbole *gr.* i *cm.*^{3} traktujemy jak symbole algebraiczne; podobnie napisalibyśmy $\frac{26,7a}{3b^3} = 8,9\frac{a}{b^3}$. Tak samo postępowaliśmy z symbolem *cm.* przy

*) Przy zmianach temperatury objętość ciała ulega zmianie; ta sama zatem masa będzie miała różne objętości w różnych temperaturach. Przy pomocy pomp możemy gazy zgęszczać i rozrzedzać, czyli mieć je pod różnemi ciśnieniami; masa gazu będzie zatem określoną w danej objętości tylko w określonem ciśnieniu i określonej temperaturze.

mnożeniu, które prowadziło nas do wyznaczania powierzchni i objętości (ust. 10).

Podobnie jak w wyrażeniu, oznaczającem pewną długość np. 15 *cm.* „15“ oznacza liczbę jednostek długości, zaś „*cm.*“ samą tę jednostkę; jak w wyrażeniu 7 m^2 „7“ oznacza liczbę jednostek powierzchni, zaś „$m.^2$“ samą jednostkę powierzchni, tak w wyrażeniu 8,9 $\frac{gr.}{cm.^3}$ „8,9“ oznacza liczbę jednostek gęstości, zaś „$\frac{gr.}{cm.^3}$“ (czyt. gram na centymetr sześcienny) samą jednostkę gęstości. Gdybyśmy masy mierzyli w Kg., a objętości w $m.^3$, jednostką gęstości byłby odpowiednio $\frac{Kg.}{m.^3}$ (czyt. Kilogram na metr sześcienny). W pierwszym razie za jednostkę przyjmujemy gęstość takiego ciała, którego masa wynosi 1 gr. na każdy $cm.^3$ jego objętości; w drugim—za jednostkę obralibyśmy gęstość takiego ciała, którego masa wynosiłaby 1 Kg. na każdy $m.^3$ jego objętości.

Podobnie jak jednostki powierzchni i objętości ($cm.^2$, $m.^2$, $cm.^3$, $m.^3$) tworzymy, posługując się ustaloną jednostką długości (cm., m.), tak jednostki gęstości $\frac{gr.}{cm.^3}$, $\frac{Kg.}{m.^3}$ tworzymy, posługując się ustalonemi jednostkami masy (gr. Kg.) i objętości ($cm.^3$, $m.^3$); ponieważ wszakże jednostka objętości tworzy się z jednostki długości (cm., m.), przeto powiedzieć możemy, iż ustalenia jednostki gęstości dokonywa się przez uprzednie ustalenie jednostki masy i jednostki długości.

W tablicy przytoczone są wartości gęstości $\left(\text{w } \frac{gr.}{cm.^3}\right)$ niektórych substancyj (dlaczego widzimy tam podane temperatury?).

TABLICA GĘSTOŚCI.

Platyna	21,5	$\frac{gr.}{cm.^3}$	Korek	0,24	$\frac{gr.}{cm.^3}$
Złoto	19,32	„	Rtęć (0°)	13,596	„
Ołów	11,37	„	„ (18°)	13,552	„
Srebro	10,53	„	Gliceryna (18°)	1,24	„
Miedź	8,9	„	Oliwa (18°)	0,91	„
Mosiądz	8,1—8,6	„	Olej terpent. (18°)	0,87	„
Żelazo	7,86	„	Alkohol etyl. (18°)	0,791	„
Cynk	7,15	„	Eter etylowy (18°)	0,717	„
Glin	2,67	„	Bezwodnik węglowy (0°, 760 mm.*)	0,001965	„
Szkło (lekkie)	2,4—2,7	„	Powietrze „	0,001293	„
Szkło (ciężkie, flint)	3,0 i więcej		Tlen „	0,001429	„
Lód (0°)	0,917	„	Azot „	0,001251	„
Drzewo dębowe	0,82	„	Wodór „	0,000090	„
„ jodłowe	0,56	„			

*) 760 mm. oznacza normalne ciśnienie atmosferyczne; o tem mowa będzie niżej.

Oznaczając wogóle masę ciała przez m, objętość jego przez v, znajdziemy gęstość d, dzieląc m przez v

$$\frac{m}{v} = d; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

wzór ten możemy przepisać w innej postaci

$$m = dv; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

znając gęstość danej substancji, znajdziemy masę dowolnej bryły z tej substancji, skoro wiadoma będzie objętość bryły; d jest tu *spółczynnikiem proporcjonalności*, tak samo jak jest nim π we wzorze na obwód koła $l = \pi d$ (ust. 11).

Znajdźmy dla przykładu masę kawałka czystego ołowiu, jeżeli objętość tego kawałka wynosi 8,5 cm.³

$$m = 11{,}37 \ \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3} \,.\, 8{,}5 \text{ cm.}^3 = 96{,}645 \text{ gr.};$$

mamy tu w liczniku i mianowniku „cm^3"; opuszczamy ten symbol, jakby dzieląc przez ów czynnik licznik i mianownik; podobnego „skracania" dokonywamy przy mnożeniu wyrazów algebraicznych, np.

$$m = 11{,}37 \ \frac{a}{b^3} \,.\, 8{,}5 b^3 = 96{,}645 a.$$

Wyznaczania gęstości możemy sami dokonać z pewnem przybliżeniem, ważąc różne ciała i znajdując ich objętości przez wymierzanie lub metodą cylindra z podziałką (ust. 10).

Do powyższego musimy dodać pewną uwagę. Mówiąc dotychczas o gęstości, mieliśmy na myśli wyłącznie t. zw. ciała *jednorodne*. Tylko do ciała jednorodnego stosuje się twierdzenie o proporcjonalności masy do objętości — dzieląc takie ciało na części i wyznaczając gęstość wskazanym sposobem dla każdej części, otrzymamy rezultaty zgodne, różniące się cokolwiek jedynie skutkiem nieuniknionych błędów przy pomiarach. Weźmy jednak jakie ciało porowate np. pumeks, albo takie jak piasek, ziemia, cegła. Wyznaczywszy gęstość takiego ciała z danej masy i objętości, dzielmy je na części i wyznaczajmy gęstość każdej części — przekonamy się iż rezultaty będą się różniły więcej, niżby to można było objaśnić błędami obserwacji — tutaj naprawdę poszczególne części ciała mają różne gęstości; powiemy też, iż ciała te są *niejednorodne*.

13. Gęstość względna.

Obierając gęstość jakiegoś określonego ciała w określonych warunkach fizycznych za jednostkę, możemy porównywać z nią gęstości innych ciał; otrzymamy liczby, wskazujące, *ile razy* gęstość tego czy innego ciała jest większa od gęstości, obranej dowolnie za jednostkę — będą to zatem liczby *oderwane*, a nie mianowane, jak w przypadku gęstości bezwzględnej. Liczby te będą wskazywały t. zw. *gęstość względną* ciał. Za jednostkę obieramy zazwyczaj (nie zawsze!) gęstość wody dystylowanej w temperaturze 4^0 *C*.

Przypuśćmy, iż masa jakiegoś ciała jest m, objętość zaś v; gęstość jego zatem $d = \frac{m}{v}$; przypuśćmy dalej, iż masa wody dystylowanej w 4^0 *C*. w tej samej objętości v jest m_1, zatem gęstość wody dystylowanej w tej temperaturze $d_1 = \frac{m_1}{v}$. Dla znalezienia gęstości względnej danego ciała należy podzielić d przez d_1 (wszak chodzi o znalezienie, ile razy d jest większe wzgl. mniejsze od d_1), mamy więc

$$D = \frac{d}{d_1} = \frac{m}{v} : \frac{m_1}{v} = \frac{m}{m_1},$$

t. j. gęstość względną ciała otrzymamy, wyznaczając jego masę oraz masę wody dystylowanej w 4^0 *C*. w objętości ciała i dzieląc pierwszą wielkość przez drugą.

Weźmy przykład. Napełniamy cylinder z podziałką do określonej kreski alkoholem i ważymy; okazuje się, że masa cylindra z alkoholem jest 121 gr.; termometr, wstawiony przed i po ważeniu do alkoholu wskazuje 15^0 *C*. Po wylaniu alkoholu i wysuszeniu cylindra wypełniamy go do tejże kreski wodą dystylowaną, która ma również temperaturę 15^0 *C*.; ważymy i przekonywamy się, że masa cylindra z wodą dystylowaną wynosi 130 gr. Po wylaniu wody i wysuszeniu cylindra ważymy pusty cylinder — masa jego okazuje się równą 85 gr.

Masa alkoholu wynosi więc

$$121 \text{ gr.} - 85 \text{ gr.} = 36 \text{ gr.}$$

Masa wody dystylowanej w tejże objętości

$$130 \text{ gr.} - 85 \text{ gr.} = 45 \text{ gr.}$$

Gdybyśmy za jednostkę gęstości obrali gęstość wody dystylowanej w 15^0*C*., wówczas dla znalezienia gęstości względnej alkoholu należałoby podzielić 36 gr. przez 45 gr., t. j. mielibyśmy

$$\text{gęstość alkoholu} = \frac{36 \text{ gr.}}{45 \text{ gr.}} = 0{,}8.$$

W rzeczywistości jednak należy wprowadzić tu *poprawkę* na temperaturę, gęstość bowiem odnosimy do wody dystylowanej w 4^0 *C.* O tem, jak się wprowadza taka poprawka, dowiemy się później, gdy się nauczymy dokładnie ważyć; przy niedość umiejętnem ważeniu liczby otrzymane nie będą bardzo dokładne, nie warto ich będzie „poprawiać". Czytelnikowi zdawaćby się mogło, że prościej byłoby przy drugiem ważeniu wypełnić cylinder odrazu wodą dystylowaną w 4^0 *C.* Pomijając trudność utrzymania wody czas dłuższy w tej temperaturze, nie byłoby to jednak rozwiązaniem kwestji — co się stanie z pojemnością cylindra, gdy wypełnimy go wodą w 4^0? czy, nalewając wody do tej samej kreski, mielibyśmy prawo twierdzić, że alkohol i woda wzięte były w równych objętościach? W celu otrzymania dokładniejszego rezultatu używamy do powyższego pomiaru nie cylindra z podziałką, lecz t. zw. *piknometru* (rys. 18) — buteleczki szklanej, którą wypełniamy całkowicie cieczą, a dla zapobieżenia parowaniu cieczy zamykamy szyjkę szlifowanym koreczkiem szklanym. Piknometr, jak widzimy z rysunku, zaopatrzony jest w termometr (poco?).

Rys. 18.
(ok. $\frac{1}{2}$ w. n.)

W tablicy poniższej podana jest gęstość względna wody dystylowanej w różnych temperaturach.

0^0	0,99987
4^0	1,00000
10^0	0,99973
20^0	0,99824
30^0	0,99567
100^0	0,95863

Liczby, wyrażające gęstość względną różnych substancyj, różnią się cokolwiek od liczb, wyrażających gęstość bezwzględną tychże substancyj. Nic dziwnego. Gdyby wzorcowy kilogram był ściśle wykonany podług pierwotnego projektu (ust. 7), t. j. gdyby masa 1 dm³ wody dystylowanej w 4^0 *C.* była dokładnie równa = 1 Kg., wówczas 1 gr. wody dystylowanej w tejże temperaturze miałby dokładnie objętość = 1 cm.³, zatem gęstość bezwzględna wody dystylowanej w 4^0 *C.* byłaby

$$\frac{1\ \text{gr.}}{1\ \text{cm.}^3} = 1\ \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3},$$

czyli wyrażałaby się *jedynką*, którą to wartość zakładamy dowolnie przy wyznaczaniu gęstości względnej. W takim razie wartości liczbowe gęstości bezwzględnych i względnych dla poszczególnych ciał nie różniłyby się wcale. W rzeczywistości jednak Kg. nie oznacza masy dm³ wody dystylowanej w 4^0 *C.* Tem się tłumaczy niezupełna zgodność liczb, wyrażających gęstość względną i bezwzględną.

14. Jednostki zasadnicze i pochodne.

Ponieważ jednostki powierzchni i objętości tworzymy, posługując się ustaloną uprzednio jednostką długości; ponieważ — że się tak wyrazimy — jednostki te „pochodzą" od jednostki długości, możemy je przeto nazwać *jednostkami pochodnemi*, jednostkę zaś długości, od której one pochodzą, nazwiemy *jednostką zasadniczą*. Obierając za jednostkę zasadniczą *cm.*, będziemy mieli jednostki pochodne $cm.^2$, $cm.^3$; gdybyśmy obrali za jednostkę zasadniczą *m.*, jednostkami pochodnemi byłyby $m.^2$, $m.^3$.

Podobnie jednostkę gęstości tworzymy, posługując się uprzednio ustalonemi jednostkami masy i długości; jednostka więc masy (*gr.*) i jednostka długości (*cm.*) są tu jednostkami zasadniczemi, jednostka gęstości $\left(\frac{gr.}{cm.^3}\right)$ — jednostką pochodną.

Fizyk ma do czynienia z różnemi bardzo wielkościami; do mierzenia ich musi posiadać odpowiednie jednostki. Okazuje się jednak, że wystarczy obrać *trzy jednostki zasadnicze*, a reszta będzie pochodnemi od tych zasadniczych. Za trzy jednostki zasadnicze obieramy: *jednostkę długości*, *jednostkę masy* i *jednostkę czasu*, a więc — stosownie do powiedzianego w ustępach 2-im, 4-ym, 7-ym — *centymetr*, *gram*, *sekundę*.

Układ miar, w którym wszystkie jednostki sprowadzają się do trzech zasadniczych (długości, masy i czasu), nazywa się układem *bezwzględnym:* układ bezwzględny, w którym za jednostki zasadnicze przyjęto *1 cm.*, *1 gr. i 1 sek.*, nazywa się krótko układem *CGS*.

Wzór, wyrażający zależność którejkolwiek jednostki pochodnej od jednostek zasadniczych, nazywa się *wymiarem* tej jednostki. Oznaczamy przez $[L]$ jednostkę długości, przez $[M]$ jednostkę masy, przez $[T]$ jednostkę czasu; wówczas łatwo zrozumieć na podstawie tego, co było powiedziane, że wymiarem jednostki powierzchni jest $[L^2]$, wymiarem jednostki objętości jest $[L^3]$, wymiarem jednostki gęstości jest $\left[\frac{M}{L^3}\right]$. W układzie *CGS* wymiary wszystkich tych jednostek w porządku przytoczonym są odpowiednio: [cm.], [gr.], [sek.], $[\text{cm.}^2]$, $[\text{cm.}^3]$, $\left[\frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3}\right]$.

Ćwiczenia i zadania.

1. Uwzględniając podaną (ust. 2) historję metra, znaleźć, o ile jest on krótszy od tej długości, którą miał przedstawiać?

2. Z jaką dokładnością moglibyśmy mierzyć długość przy pomocy skali centymetrowej, posługując się nonjuszem, którego 20 podziałek posiadałyby długość = 19 cm.?

3. Jak należałoby posługiwać się nonjuszem, którego 10 podziałek równałoby się 11 podziałkom skali zasadniczej. Rozwiązać zadanie, wykreślając skalę, nonjusz i mierzoną długość na wzór rys. 3.

4. Śruba mikrometru ma skok = 2 mm.; jakie przesunięcie końca śruby odpowiada pokręceniu główki o 20^0?

5. Jak sprawdzić można metronom przy pomocy licznika sekundowego?

6. Jak można znaleźć, posługując się licznikiem sekundowym albo metronomem, czas wahania danego nam wahadła?

7. Wykreślić na papierze kratkowanym trójkąt, równoległobok, trapez, koło i porównać wartości powierzchni, wymierzone bezpośrednio podług kratek, z wielkościami, otrzymanemi rachunkiem ze znanych wzorów geometrycznych.

8. Wykreślić na papierze kratkowanym dowolnego kształtu figurę zamkniętą i znaleźć bok kwadratu, równoważnego tej figurze.

9. Wymierzyć przy pomocy suwaka milimetrowego i mikrometru: 1) średnicę kuli metalowej, 2) średnicę przekroju i długość walca metalowego, 3) wymiary prostopadłościanu metalowego; znaleźć potem z rachunku objętości tych brył i porównać z rezultatami tych pomiarów objętości przy pomocy cylindra z podziałką.

10. Po zważeniu wymienionych w zad. 9 ciał, znaleźć gęstość materjału, z którego ciała te są zrobione.

11. Metodą podaną (ust. 12, 13) znaleźć gęstość oliwy, gliceryny, eteru, rtęci (dlaczego do eteru lepiej jest użyć zamiast cylindra z podziałką piknometru szczelnie zamkniętego?).

12. Znaleźć objętość kloca dębowego którego masa wynosi 24,7 Kg., biorąc na gęstość wartość z tablicy gęstości (str. 18).

13. Jaka jest masa sześcianu mosiężnego o krawędzi 1,2 dm., jeżeli gęstość mosiądzu = 8,35 $\frac{gr.}{cm.^3}$?

14. Niżej opisane jest doświadczenie, do którego użyto kuli ołowianej o masie 5775,2 Kg. Znaleźć średnicę kuli, posługując się tablicą gęstości.

15. Masa ziemi, jak podane jest niżej, wynosi $5{,}7 . 10^{27}$ gr. Znaleźć gęstość średnią (dlaczego „średnią"?) ziemi.

CZĘŚĆ DRUGA.

Mechanika.

Rozdział 1. O Ruchu postępowym.

15. Spoczynek i ruch.

Możemy mówić o określonem położeniu pewnego ciała wtedy tylko, kiedy oprócz tego ciała są jeszcze inne, względem których położenie to określamy (przez odpowiednie wymierzanie odległości); jeżeli położenie danego ciała względem tych innych ciał pozostaje niezmienne, powiadamy, że ciało jest w spoczynku; jeżeli położenie to ulega zmianom, mówimy, że ciało się porusza.

Wyobraźmy sobie podróżnika w poruszającym się (względem drzew, słupów telegraficznych i t. p.) pociągu; jeżeli człowiek ten chodzi w wagonie, porusza się względem poszczególnych części wagonu (ścian, okien, wentylatora...), które, pozostając względem siebie w spoczynku, są w ruchu względem tych wszystkich ciał, względem których porusza się cały pociąg. Stację kolei żelaznej gotowiśmy zawsze nazwać przedmiotem nieruchomym, gdyż myślimy zazwyczaj o jej niezmiennem położeniu względem innych gmachów, drzew, parkanu i t. d.; uprzytamniając jednak sobie ruch ziemi dokoła osi i dokoła słońca, będziemy musieli powiedzieć, że i stacja jest w ruchu.

Zatem *o jednem i tem samem ciele powiedzieć możemy, że jest w ruchu lub spoczynku, zależnie od tego, względem jakich ciał rozważamy jego położenie.* W mowie potocznej często nie wyszczególniamy, względem czego oznaczamy położenie ciał, o których mowa, a czynimy tak, gdyż łatwo się zwykle tego domyślamy. Tak np. zdania „pociąg stoi“ lub „pociąg się porusza“ są zrozumiałe dlatego, że przyzwyczajeni jesteśmy wszyscy myśleć o tym przedmiocie jednakowo. W tych jednak przypadkach, gdy zajść może jakie nieporozumienie, skróceń podobnych w mowie czynić nie należy.

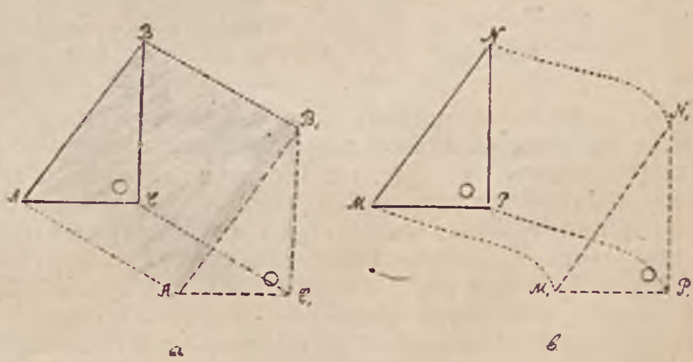
Przypuśćmy, że rozważamy tylko dwa ciała A i B i określamy położenie ciała A przez jego odległość od ciała B. O ile w odległości tej nie zachodzi żadna zmiana, powiadamy że A jest w spoczynku, w przeciwnym razie — że się porusza; o ruchu ciała B przytem wcale nie myślimy, uważając je za nieruchome. Ale i odwrotnie, jeżeli odległość między A i B ulega zmianie, moglibyśmy powiedzieć, że A jest nieruchome, zaś B względem A się porusza. Jakiego z tych dwu sposobów mówienia użyjemy, zależy od naszej woli—kierujemy się tem, co jest dla nas dogodniejsze.

Widzimy więc, że *pojęcie ruchu jest względne*; taki czy inny opis tego zjawiska zależy w znacznej mierze od obranego przez nas punktu widzenia.

16. Ruch postępowy i obrotowy.

Ruchy ciał bywają tak rozmaite, że wszystkich opisać nie bylibyśmy w stanie; rozpatrując atoli rzecz tę uważnie, przekonywamy się, iż wszystkie możliwe ruchy dają się sprowadzić do *dwu zasadniczych typów: ruchu postępowego i ruchu obrotowego.*

Jeżeli wszystkie punkty jakiego ciała poruszają się w sposób zupełnie jednakowy, powiadamy, że dane ciało porusza się ruchem *postępowym.* Przesuńmy np. ekierkę po powierzchni nieruchomej tablicy tak, by, jak na rys. 19*a*, każdy z jej wierzchołków (a podobnie każdy inny punkt ekierki zakreślił na tablicy równe odcinki proste AA_1, BB_1, CC_1. Albo przesuńmy tę ekierkę tak, by każdy z wierzchołków zakreślił, jak na rys. 19*b*, zupełnie jednakowe odcinki krzywe MM_1 NN_1 PP_1. W obu tych razach będziemy mieli przykłady ruchu postępowego (ekierki względem tablicy).

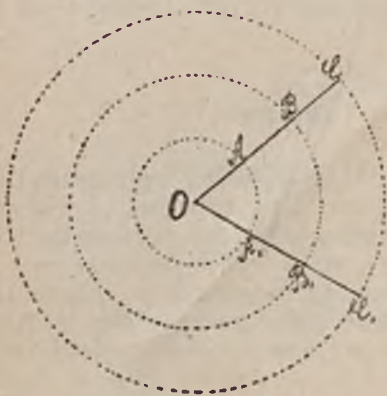


Rys 19.

Zwróćmy uwagę na którąkolwiek krawędź ekierki np. AB (rys. 19*a*) albo MN (rys. 19*b*); dostrzegamy z łatwością, że przy opisanym ruchu kolejne położenia tej krawędzi (AB i A_1B_1 MN i M_1N_1) pozostają względem siebie równoległemi; podobnież równoległemi względem siebie są przy tym ruchu kolejne położenia pozostałych krawędzi i wogóle każdej linji prostej, którą pomyślimy sobie przechodzącą w określony sposób przez ekierkę

Możemy więc w ten sposób określić ruch postępowy ciała, że w kolejnych jego położeniach dowolna prosta, którą w myśli prowadzimy w jakiś określony sposób przez ciało, pozostaje względem siebie równoległą.

Linja ciągła, którą tworzą kolejne miejsca poruszającego się punktu (np. wierzchołka A ekierki na rys. 19*a)*, nazywa się *torem* punktu; określony odcinek toru, przebyty przez poruszający się punkt (np. AA_1 na rys. 19*a*, MM_1 na rys. 19*b*), nazywa się *drogą* punktu. Przy ruchu postępowym ciała wszystkie punkty jego zakreślają jednakowe tory; drogi, przebyte przez wszystkie punkty, są zawsze równe. Skoro zatem znamy ruch jednego punktu ciała, poruszającego się ruchem postępowym, znamy przez to samo ruchy wszystkich jego punktów, czyli możemy powiedzieć, iż ruch całego ciała jest nam znany. Przez drogę, przebytą przez ciało, rozumiemy tu drogę, przebytą przez jeden punkt ciała, zazwyczaj odpowiednio wybrany.



Rys. 20.

Wirujący bąk, poruszające się koło rozpędowe machiny parowej służyć mogą za przykłady ruchu *obrotowego*. Przy ruchu obrotowym mamy w każdej chwili szereg punktów w ciele, nie biorących udziału w tym ruchu i leżących na jednej linji prostej, zwanej *osią obrotu*. Torami wszystkich punktów ciała, nie leżących na osi, są tym razem koła; drogi, przebywane tu jednocześnie przez punkty, położone w różnych odległościach od osi (AA_1, BB_1, CC_1 na rys. 20), nie są równe, a tem większe, im większa ich odległość od osi.

Każdy ruch jest albo postępowy, albo obrotowy, albo wreszcie jest kombinacją obu tych ruchów (np. ruch koła toczącego się wozu).

Odkładając na później dokładniejszą znajomość ruchu obrotowego, zapoznamy się teraz bliżej z ruchem postępowym.

17. Ruch prostolinjowy i krzywolinjowy.

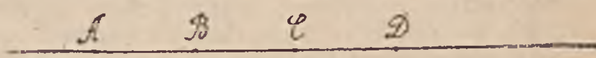
Jeżeli torami punktów ciała, poruszającego się ruchem *postępowym*, są linje proste, wówczas ruch ciała nazywamy *prostolinjowym*; jeżeli zaś są niemi linje krzywe, wówczas zowiemy go *krzywolinjowym* (w szczególności kołowym, eliptycznym i t. p.)

18. Ruch jednostajny i zmienny.

Znajomość toru i drogi punktu nie wystarcza jeszcze, jeżeli chcemy powiedzieć, że ruch tego punktu jest nam w zupełności znany. Jedną i tę samą drogę poruszający się punkt może przebywać w najrozmaitszy sposób — na przebycie poszczególnych części tej drogi mogą być zużyte najrozmaitsze czasy.

Jeżeli w równych, dowolnie obranych czasach punkt przebywa drogi równe, powiadamy, że się porusza ruchem *jednostajnym*, albo że ruch jego jest *jednostajny*.

Dlaczego mówimy „w równych dowolnie obranych czasach"? Łatwo to zrozumieć. Przypuśćmy, że punkt porusza się po torze prostolinjowym (rys. 21) tak, że na przebycie równych dróg AB, BC, CD używa równych czasów, np. po jednej sekundzie. Z tego jeszcze nie wynika, że ruch punktu jest jednostajny, gdyż na



Rys. 21.

przebycie, dajmy na to, drogi AB punkt może użyć 1 sek., poruszając się w rozmaity sposób — np. zatrzymując się w którymkolwiek punkcie tej drogi na pewien ułamek sekundy, a przebiegając ją całą w ciągu, pozostałej części sekundy, albo zatrzymując się kilka razy, albo jeszcze inaczej, poruszając się na podobieństwo pociągu, wyruszającego z jednej stacji i zatrzymującego się na drugiej. Jeżeli jednak ruch punktu jest taki, że w ciągu każdej sekundy przebywa drogę $= AB$, w ciągu każdej dziesiątej części sekundy drogę $= \frac{AB}{10}$, w ciągu każdej setnej sekundy—drogę $= \frac{AB}{100}$ i t. d., słowem jeżeli we wszelkich *dowolnie obranych* równych czasach drogi, przebywane przez punkt, są równe, wtedy i tylko wtedy powiemy, że ruch jego jest jednostajny.

Oczywiście przy ruchu jednostajnym punkt przebywa drogi dwa, trzy, n razy większe w czasach, odpowiednio dwa, trzy, n razy większych. Możemy tedy określić ruch jednostajny punktu jako taki, w którym *droga punktu jest proporcjonalna do czasu.*

Wszelki ruch punktu, gdy pomiędzy drogą a czasem nie zachodzi stosunek prostej proporcjonalności, nazywamy *niejednostajnym* albo *zmiennym.*

Ruch postępowy ciała nazywamy jednostajnym albo zmiennym zależnie od tego, czy ruch któregokolwiek punktu tego ciała (a przez to i każdego z jej punktów) jest jednostajny czy zmienny.

19. Prędkość w ruchu jednostajnym.

W ruchu jednostajnym droga jest proporcjonalna do czasu, a więc między drogą przebytą a czasem zachodzi pewien stały stosunek. (Część I, ust. 11). Ten *stały stosunek drogi przebytej do czasu* nazywamy *prędkością*.

Dla znalezienia wymienionego stosunku podzielić należy drogę przez czas, podobnie jak w przykładzie z ust. 11 dzieliliśmy obwód koła przez jego średnicę, albo w przykładzie z ust. 12 — masę przez objętość. Przypuśćmy np., iż punkt przechodzi ruchem jednostajnym drogę 25 cm. w ciągu 5 sek.; na prędkość otrzymujemy przez dzielenie

$$\frac{25 \text{ cm.}}{5 \text{ sek.}} = 5 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$$

i mówimy, że prędkość wynosi w tym razie *pięć centymetrów na sekundę*. I tu, jak przy oznaczaniu gęstości (ust. 12), dzielenie wykonywamy podobnie, jakgdybyśmy mieli do czynienia z symbolami algebraicznemi $\left(\text{np.} \frac{25\,a}{5\,b} = 5 \frac{a}{b}\right)$.

Znajdźmy jeszcze prędkość w ruchu jednostajnym, w którym droga 14 m. zostaje przebyta w ciągu 2 min.; podobnie jak wyżej, otrzymujemy

$$\frac{14 \text{ m.}}{2 \text{ min.}} = 7 \frac{\text{m.}}{\text{min.}},$$

czyli prędkość wynosi *siedem metrów na minutę*.

Jeżeli droga 10 km. zostaje przebyta ruchem jednostajnym w ciągu 0,25 godz., prędkość wynosi

$$\frac{10 \text{ Km.}}{0{,}25 \text{ godz.}} = 40 \frac{\text{Km.}}{\text{godz.}}$$

— wyraźnie *czterdzieści kilometrów na godzinę*.

W wyrażeniach, oznaczających prędkości: $5 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$, $7 \frac{\text{m.}}{\text{min.}}$, $40 \frac{\text{Km.}}{\text{godz.}}$, „5“, „7“, „40“, oznaczają liczby jednostek prędkości, zaś „$\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$“, „$\frac{\text{m}}{\text{min.}}$“, „$\frac{\text{Km}}{\text{godz.}}$“ same jednostki prędkości, za każdym razem użyte do jej zmierzenia.

Jednostka więc prędkości, podobnie jak jednostka powierzchni i objętości, nie jest zasadniczą, lecz *pochodną*: utworzona jest, jak widzimy, z jednostki długości i jednostki czasu, jako iloraz pierwszej przez drugą. Gdy długość mierzymy w *cm.*, a czas w *sek.*, jednostką prędkości jest $\frac{cm.}{sek.}$ (czyt. „centymetr na sekundę“); gdy za jednostki długości i czasu obierzemy odpowiednio *m* i *min.*, jednostką prędkości będzie $\frac{m.}{min.}$ (czyt. „metr. na minutę“); gdy jednostkami długości i czasu będą odpowiednio *Km.* i *godz.*, jednostką prędkości będzie $\frac{Km.}{godz.}$ (czyt. „kilometr na godzinę“).

W układzie *CGS* za jednostkę prędkości przyjmujemy oczywiście $\frac{cm.}{sek.}$.

Mówiąc i pisząc, winniśmy myśli swoje wyrażać w sposób jasny i niedwuznaczny, by każdy mógł nas dokładnie zrozumieć. Stąd między innemi konieczność ścisłego przestrzegania jednostek, w których się mierzy te czy inne wielkości. Jeżeli napiszę „8 Km.“, każdy zrozumie, że mówię tu o pewnej *długości*; jeżeli napiszę „5 cm.^{3}“, dla każdego będzie jasne, iż mowa tu o *objętości*; podobnie, gdy napiszę „6 $\frac{cm.}{sek.}$ albo powiem „sześć centymetrów na sekundę“, domyśli się każdy, że wymieniam pewną *prędkość*. Z drugiej strony dziwolągiem byłoby oznaczenie długości w jednostkach czasu (bywa, że na pytanie „jak daleko do miasta X?“ otrzymujemy odpowiedź: „dwie godziny drogi“—dlaczego odpowiedź ta jest niewłaściwa?). Podobnie nikt mnie nie zrozumie, jeżeli powiem, że prędkość poruszającego się ciała wynosi 12 metrów — każdy dostrzeże, że brak w tem wyrażeniu jednostki czasu, której wymienienie jest dla jasności zdania niezbędne (co innego przecie prędkość dwanaście metrów *na sekundę*, co innego *na godzinę* lub *na minutę*). Zdarza się wprawdzie czytać lub słyszeć zdania błędne, które pomimo to rozumiemy — np. gdy czytamy w prasie codziennej, że zdarzył się wypadek z pociągiem, który pędził „z prędkością 60 km.“(!) rozumiemy to błędne zdanie dlatego jedynie, iż się domyślamy niedomówionego końca „na godzinę“ i wiemy, że sprawozdawca, przyzwyczajony do ścisłości w mowie i na piśmie, napisałby w tym razie „60 $\frac{Km.}{godz.}$“. Z tego jednak, że pewne błędne zdania mogą być zrozumiane, nie wynika, by nieścisłość w wyrażaniu myśli była godną naśladowania. W rachunkach podczas obliczania wartości liczbowych pozwalamy sobie nieraz dla oszczędności czasu i miejsca nie przytaczać wcale wymiarów jednostek, jeżeli to nie może pociągnąć za sobą nieporozumienia. W żadnym atoli razie wymiary nie mogą być podawane błędnie.

Na zakończenie jeszcze jedna uwaga. Zdarza się, iż wielkość, zmierzoną w pewnych jednostkach, wyrazić trzeba w innych jednostkach tego samego rodzaju — np. długość, zmierzoną w metrach, wyrazić w centymetrach; albo czas, zmierzony w godzinach, wyrazić w sekundach. Czynimy to w ten sposób, że w wyrażeniu, które ma być przekształcone, zamiast jednostki danej podstawiamy jej wartość w nowych jednostkach; np. ponieważ 1 m. = 100 cm., przeto 3 m. = 3.100 cm. = 300 cm.; albo, ponieważ 1 godz. = 3600 sek., przeto 1,5 godz. = 1,5 . 3600 sek. = 5400 sek. Przypuśćmy, iż dana jest prędkość $4 \frac{\text{m}}{\text{min.}}$ i trzeba ją wyrazić w jednostkach innych, a mianowicie w $\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$; ponieważ 1 m. = 100 cm., 1 min. = 60 sek., otrzymujemy przez podstawienie

$$4 \frac{\text{m.}}{\text{min.}} = 4 \cdot \frac{100 \text{ cm.}}{60 \text{ sek.}} = 6.66 \ldots \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} \,.$$

Albo jeszcze, dajmy na to, mamy prędkość $45 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$ i wyrazić ją trzeba w $\frac{\text{m.}}{\text{godz.}}$; ponieważ 1 cm. = 0,01 m., zaś 1 sek. = $\frac{1}{3600}$ godz., przeto

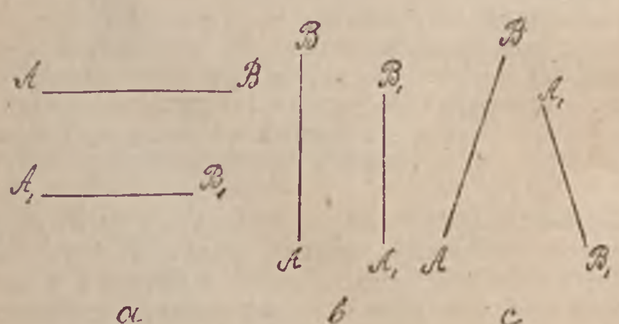
$$45 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} = 45 \cdot \frac{0{,}01 \text{ m.}}{\frac{1}{3600} \text{ godz.}} = 1620 \frac{\text{m.}}{\text{godz.}}$$

Zupełnie podobnie czynimy, podstawiając w wyrażeniu algebraicznem $45 \frac{a}{b}$ na a i b ich wartości $a = 0{,}01\, x$, $b = \frac{1}{3600} y$:

$$45 \frac{a}{b} = . \frac{0{,}01 x}{\frac{1}{3600} y} = 1620 \frac{x}{y}$$

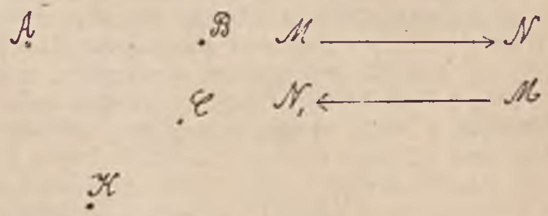
20. Wielkości skalowe i kierunkowe.

Nieraz dla uplastycznienia stosunku między wielkościami jednego i tego samego rodzaju przedstawiamy je wykreślnie przez odcinki proste, mające długości, proporcjonalne do wyobrażanych przez nie wielkości. Np., jeżeli odcinki AB i A_1B_1 na rys. 22a wyobrażają odpowiednio liczby mieszkańców dwu miast, oznacza to, że liczba mieszkańców w pierwszem mieście jest większa niż w drugiem i to tyle



Rys 22.

razy, ile razy długość pierwszego odcinka jest większa od długości odcinka drugiego; o ile chodzi właśnie o stosunek omawianych wielkości, ten wykreślny sposób przemawia do nas bardzo wyraźnie. Dwa odcinki na rys. 22 mogłyby jednak wyobrażać różne rzeczy np. masy dwu ciał, albo czasy trwania dwu jakich zjawisk, albo jeszcze co innego. Cel zostałby również dobrze osiągnięty, gdybyśmy te dwa odcinki wykreślili tak jak na rys. 22*b* t. j. równolegle do dłuższej krawędzi książki, a nie do krótszej, lub jeszcze inaczej jak na rys. 22*c* — kierunek tych odcinków nie ma tu oczywiście żadnego znaczenia.



Rys. 23.

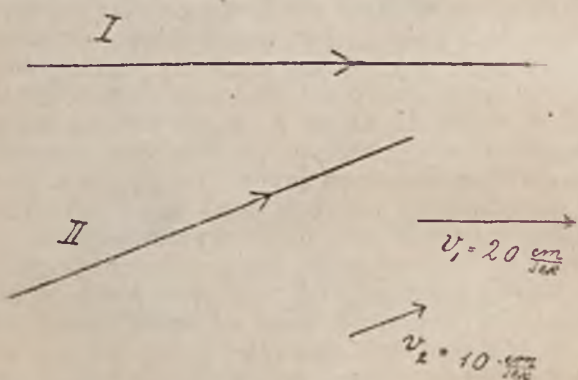
Zdarza się jednak, że, chcąc przedstawić zapomocą takich odcinków pewne wielkości, nie możemy być obojętni na kierunek odcinków. Przypuśmy, że dwa odcinki na rys. 22 oznaczają przesunięcia dwu punktów z ich położeń początkowych. Oczywiście będzie to znaczyło, iż przesunięcie pierwszego punktu jest większe niż drugiego. To wszakże nie stanowi wszystkiego. Jeżeli np. A jest położeniem początkowem pierwszego punktu (rys. 23), to już w samej płaszczyźnie rysunku przesunięcie tej samej wartości może zajść w różnych bardzo kierunkach (od A do B, do C, do K...), nie mówiąc o tem że możliwe są przesunięcia, nie leżące w płaszczyźnie rysunku (np. w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rysunku, przytem albo w stronę osoby, patrzącej na rysunek, albo w stronę przeciwną). Chcąc przesunięcie punktu zaznaczyć wyraźnie przez odcinek, winniśmy wykreślić ten odcinek odpowiedniej długości (proporcjonalny do wartości przesunięcia), lecz oprócz tego zgodnie z nim co do kierunku. Przesunięcie więc AB może być przedstawione przez odcinek MN (rys. 23), równoległy do AB i idący w stronę od M do N (wskazane to jest strzałką); odcinek M_1N_1, także równoległy do AB, nie wyobraża już tego przesunięcia, gdyż posiada zwrot przeciwny. Podobnie rys. 22*a* w takim tylko razie przedstawiać może niedwuznacznie przesunięcia dwu punktów, jeżeli wiemy, gdzie jest początek, a gdzie koniec tych odcinków (t. j. czy zwrócone są od A do B, czy od B do A — kierunek określamy, wymieniając najpierw literę, oznaczającą początek); jeżeli więc punkty A i A_1 oznaczają początki tych odcinków, wtedy rozumiemy, że przesunięcia obu punktów są równoległe, zaszły w danym kierunku i posiadają jednakowy zwrot, wartości zaś liczbowe tych przesunięć są w takim samym do siebie stosunku jak długości odcinków. Oczywiście takie odcinki jak na rys. 22*b* przedstawiłyby przesunięcia równoległe innego kierunku, takie zaś jak na rys. 22*c* — przesunięcia nierównoległe; zatem rys. 22*a*, 22*b*, 22*c*, nie są jednoznaczne, o ile wyobrażają przesunięcia punktów *).

Z powiedzianego wynika, że przesunięcie punktu jest taką wielkością której właściwy jest zawsze pewien kierunek, która bez tego kierunku pomyśleć się nie da.

Takie wielkości, w których pojęciu tkwi nierozerwalnie pojęcie kierunku, nazywamy *wielkościami kierunkowemi* albo *wektorami*; te zaś wielkości, z któremi nie wiąże się wyobrażenie kierunku, nazywają się *wielkościami skalowemi* albo krótko *skalarami*. Przesunięcie punktu jest zatem wektorem, masa — skalarem. Każdy wektor przedstawić możemy zapomocą odcinka odpowiedniej długości i właściwego kierunku, jak to było przed chwilą wyjaśnione.

21. Prędkość jest wielkością kierunkową.

O ruchu nie możemy myśleć inaczej, jak tylko że zachodzi zawsze w jakimś określonym kierunku; podobnie z pojęciem prędkości wiążemy nierozerwalnie pojęcie kierunku; uważamy, że *prędkość ma ten kierunek, w której zachodzi ruch. Prędkość* zatem *jest wielkością kierunkową* czyli *wektorem*.



Rys. 24.

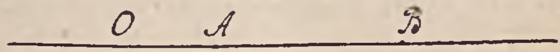
Rys. 24 przedstawia dwa tory prostolinjowe I i II dwu punktów, poruszających się ruchem jednostajnym w kierunkach, wskazanych przez strzałki; przypuśćmy, iż pierwszy punkt posiada prędkość $= 20 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$, prędkość zaś drugiego wynosi $10 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$; wówczas te dwie prędkości przedstawić możemy przy pomocy odcinków v_1 i v_2 — kierunki ich są zgodne odpowiednio z kierunkami ruchów, długości ich mają się jak 2 : 1, w tym bowiem stosunku pozostają same prędkości.

---

*) Czytelnik może zapytać, jak dają się przedstawić na płaszczyźnie przesunięcia, które zajść mogły w najrozmaitszych kierunkach w przestrzeni. Można to zrobić przy pomocy rysunku perspektywicznego. Są jednak i ścisłe matematyczne sposoby traktowania tych przypadków. Tutaj dla uproszczenia sprawy nie będziemy tego omawiali.

22. Równanie ruchu jednostajnego.

Linja prosta na rys. 25 przedstawia tor punktu, poruszającego się ruchem jednostajnym; obieramy na tym torze punkt stały O, względem którego będziemy oznaczali położenie poruszającego się punktu; zmienną odległość poruszającego się punktu od punktu stałego O będziemy oznaczali przez l, uważając ją za dodatnią $(+)$, jeżeli punkt ruchomy znajduje się na prawo od O, oraz za ujemną $(-)$, jeżeli znajduje się on na lewo od O. Kierunek ruchu, a zatem i kierunek prędkości uważać będziemy za dodatni, jeżeli ruch zachodzi od strony lewej ku prawej, za ujemny zaś, gdy ruch się odbywa w stronę przeciwną od prawej ku lewej. Przypuśćmy, iż w momencie początkowym, od którego zaczynamy rachować czas, poruszający się punkt znajduje się w A; zaznaczmy tę początkową odległość przez l_0 $(=OA)$. Przypuśćmy, iż ruch zachodzi w kierunku dodatnim i po upływie czasu t od momentu początkowego punkt znajduje się w B, t. j. w czasie t zostaje przebyta droga $AB=s$; oznaczmy odległość OB przez l (odległość ta będzie różna dla różnych czasów), zatem $s=l-l_0$.



Rys. 25.

Jeżeli punkt przebywa ruchem jednostajnym drogę s w czasie t, to prędkość tego ruchu otrzymamy, dzieląc s przez t;

$$\frac{s}{t}=v\,; \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

prędkość v będzie tu zmierzona w jednostkach, pochodnych od jednostek długości i czasu, w których zmierzone są s i t.

Wzór (1) możemy napisać w postaci:

$$s=vt \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Przypominając sobie, o czem była mowa w ust. 11, powiemy, iż prędkość jest *współczynnikiem proporcjonalności*, przez który pomnożyć należy t dla otrzymania s. Wzór (2) pozwala zatem znaleźć drogę, przebytą ruchem jednostajnym w każdym czasie, skoro prędkość tego ruchu jest znana.

Ponieważ $s=l-l_0$, przeto piszemy zamiast (2)

$$l-l_0=vt$$

albo

$$l=l_0+vt \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Wzór (3) pozwala przy znanej odległości początkowej poruszającego się punktu od punktu stałego oraz znanej prędkości znaleźć na danym torze odległość poruszającego się punktu od stałego, t. j. znaleźć jego położenie dla dowolnego czasu t. W ten sposób we wzorze (3) zawarte jest wszystko, co można powiedzieć o danym ruchu jednostajnym; co więcej, wzór ten stosuje się do każdego ruchu jednostajnego, jeżeli za każdym razem będziemy doń podstawiali na l_0 i v t. j. na początkową odległość i prędkość wielkości odpowiednie. Skutkiem tego wzór (3) nosi nazwę *równania ruchu jednostajnego*.

Równanie to posiada kształt najogólniejszy. W szczególności, jeżeli zechcemy uważać za punkt stały na torze ten punkt, w którym się znajduje poruszający się punkt w momencie początkowym, będziemy mieli $l_0 = 0$, a więc $l = vt$; otrzymamy więc wzór (2)—droga (s), przebyta w czasie t, będzie w tym razie równa odległości od punktu stałego (l).

Gdy mowa o ruchu jednostajnym nie punktu, lecz ciała, wówczas wzór (3) znajduje tak samo zastosowanie; wtedy jeden wybrany odpowiednio punkt ciała ruchem swym wskazuje nam ruch całego ciała.

Przykłady: 1) Znaleźć drogę, przebytą przez punkt ruchem jednostajnym w czasie $t = 4$ sek., jeżeli prędkość punktu wynosi $v = 15 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$. Podług wzoru (2) mamy

$$s = 15 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} . 4 \text{ sek.} = 60 \text{ cm.} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Podkreślamy znowu, że z symbolami, oznaczającemi jednostki, postępujemy jak z symbolami algebraicznemi—tak samo napisalibyśmy $15 \frac{a}{b} . 4b = 60a$ („skracamy” tu przez b, podobnie jak we wzorze (4) przez „sek.”). Rezultat otrzymany jest poprawny: wszak szukamy wartości drogi t. j. pewnej długości i otrzymujemy wielkość, zmierzoną w centymetrach.

2) Odległość początkowa poruszającego się punktu od stałego na danym torze $l_0 = 25$ cm.; prędkość punktu $v = -8 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$ (ruch odbywa się od strony dodatnich odległości ku ujemnym); znaleźć położenie punktu na torze (t. j. odległość od punktu stałego) w czasie $t = 4$ sek. Stosując wzór ogólny (3), piszemy

$$l = 25 \text{ cm.} - 8 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} . 4 \text{ sek.} = 25 \text{ cm.} - 32 \text{ cm.} = -7 \text{ cm.};$$

zatem w czasie oznaczonym punkt znajduje się w odległości 7 cm. od punktu stałego po stronie odległości ujemnych.

3) Równanie ruchu jednostajnego jest $l = 16t - 4{,}5$; jaka jest odległość początkowa poruszającego się punktu od stałego na danym torze oraz ile wynosi prędkość, jeżeli za jednostkę długości przyjęty jest *cm.*, za jednostkę zaś czasu *sek.?* Porównywając ze wzorem (3), widzimy, że w tym razie $l_0 = -4{,}5$ cm. (w początkowym momencie punkt znajduje się po stronie odle-

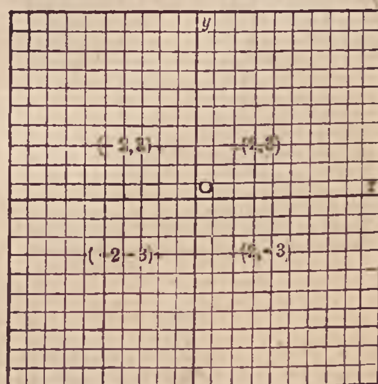
głości ujemnych), prędkość zaś $v = 16 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$; (prędkość jest dodatnia t. j. ruch skierowany od strony ujemnych odległości ku dodatnim).

4) Napisać równanie ruchu, wiedząc, że odległość początkowa poruszającego się punktu od stałego na danym torze wynosi 20 cm. oraz że ruch odbywa się od strony dodatnich odległości ku ujemnym z prędkością stałą $6 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$? W tym razie $l_0 = 20$ cm., zaś $v = -6 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$; wzorując się na ogólnem równaniu ruchu jednostajnego (3), piszemy

$$l = 20 - 6t.$$

23. Spółrzędne. Wykresy.

Chcąc wyznaczyć położenie punktu na płaszczyźnie, posługujemy się metodą t. zw. *spółrzędnych*. Poprowadźmy (rys. 26) dwie proste, przecinające się pod kątem prostym, t. zw. *osie spółrzędnych;* jedną z nich nazwiemy osią x-ów (osią iksów) albo osią *odciętych*, drugą osią y-ów (osią igreków) albo osią *rzędnych;* punkt O przecięcia osi nazywamy *początkiem spółrzędnych*. Położenie jakiegokolwiek punktu na płaszczyźnie wskazane będzie zupełnie wyraźnie, jeżeli podamy odległości tego punktu od osi spółrzędnych z uwzględnieniem tej dodatkowej umowy, że odległość od osi x-ów będzie uważana za dodatnią (+), jeżeli punkt leży ponad tą osią, i za ujemną (—) w razie położenia punktu poniżej tej osi; odległość zaś od osi y-ów w tym razie uważać będziemy za dodatnią, jeżeli punkt leży na prawo od osi, za ujemną w razie położenia na lewo od niej. Odległości od osi danego punktu będziemy nazywali jego *spółrzędnemi*, oznaczając przez x odległość od osi y (mierzymy tę odległość w kierunku osi x), przez y odległość od osi x (mierzymy tę odległość w kierunku osi y). Na rys. 26 spółrzędne czterech punktów, zaznaczonych krzyżykami, są odpowiednio



Rys 26.

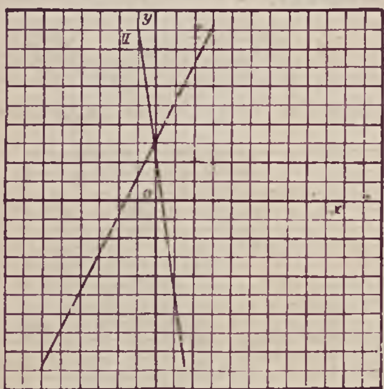
1) $x = 2, y = 3$; 3) $x = -2, y = -3$;

2) $y = -2, y = 3$; 4) $x = 2, y = -3$.

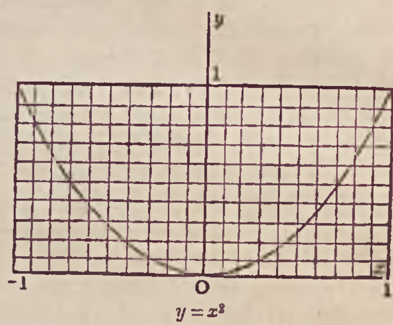
Weźmy jakiekolwiek równanie, wyrażające zależność między x i y, np. $y = 2x + 3$; zakładając na x kolejno wartości $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, ..., znajdziemy odpowiednie wartości na y: $y = 3$, $y = 5$, $y = 7$, $y = 9$, ... (*); najlepiej wartości x i y wypisać tak, jak to wskazuje następująca tablica — w każdej kolumnie pionowej mamy parę odpowiadających sobie wartości:

$x =$	0	1	2	3	4
$y =$	3	5	7	9	11

Uważajmy każdą parę takich odpowiadających sobie wartości za spółrzędne punktu; będziemy więc mieli szereg punktów o spółrzędnych (0,3), (1,5), (2,7), (3,9) i t. d. Wyznaczmy położenia tych punktów względem osi spółrzędnych, zaznaczając je na kratkowanym papierze; robiąc to



Rys. 27.



Rys. 28.

samo z punktami, których spółrzędne znajdziemy, zakładając na x kolejno 0,1; 0,5; 2,5 i t. d., otrzymamy nowe punkty i t. d. Przekonamy się, iż wszystkie wyznaczone tym sposobem punkty leżą na linji prostej (I) (rys. 27).

Powtarzając to samo dla równania $y = 2 - 7x$, wykreślimy również linję prostą, inaczej tylko względem osi położoną (rys. 27, II).

Łatwo daje się dowieść, że każde równanie pierwszego stopnia względem spółrzędnych przedstawia linję prostą — dla wykreślenia każdej prostej wystarczy znalezienie dwu jej punktów.

Weźmy równanie wyższego stopnia, np. $y = x^2$ i spróbujmy w taki sam sposób wyznaczyć na kratkowanym papierze kolejno

*) Właściwie należałoby pisać $x = 1$ jedn. dług., $x = 2$ jedn. dług.; ponieważ nie może tu zajść żadnego nieporozumienia, piszemy krótko $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$; o dopuszczalności takich właśnie skróceń mówiliśmy w ust. 19.

punkt po punkcie o spółrzędnych, czyniących zadość temu równaniu; okaże się, że punkty nie będą już leżały na linji prostej, lecz na krzywej (rys. 28) (*.) Geometrja analityczna uczy nas poznawać z samego równania, jaką linję krzywą ono wyobraża.

Linje proste lub krzywe, jak na rys. 27 i 28, nazywają się *wykresami* odpowiednich równań; nazwaćbyśmy je mogli obrazami geometrycznemi tych równań.

Metoda spółrzędnych i wykresy znajdują wielkie zastosowanie w nauce fizyki.

24. Wykres równania ruchu jednostajnego.

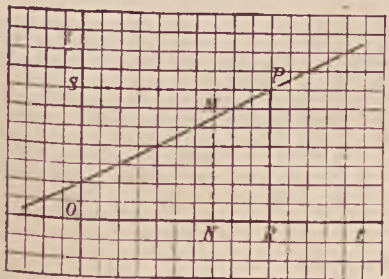
Weźmy równanie jakiego ruchu jednostajnego, np.

$$l = 2 + 0{,}5t \; ; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

porównywając z ogólnym wzorem (p. wzór 3 na str. 33), rozumiemy, że „2" oznacza tu odległość początkową (w jakichś określonych jednostkach) poruszającego się punktu od punktu stałego na torze, zaś „0,5" oznacza w odpowiednich jednostkach prędkość tego ruchu. Weźmy osie spółrzędnych i odmierzajmy na nich wartości t i l podobnie jak w

$t =$	0	1	2	3
$l =$	2	2,5	3	3,5

ustępie poprzednim robiliśmy to z x i y (**); oś odciętych będzie w tym razie osią t (osią czasów), oś rzędnych — osią l (osią odległości). Dając na t dowolne wartości, znajdziemy odpowiednie wartości na l; traktujmy każdą taką parę wartości t i l jako spółrzędne punktu i wyznaczmy na papierze kratkowanym względem osi (t. l) położenia tych punktów (rys. 29). Jak wnosić łatwo możemy z tego, co było powiedziane w poprzednim ustępie, punkty te będą leżały na pewnej prostej (równanie jest pierwszego stopnia względem l i t); ta prosta MP będzie wykresem danego równania ruchu jednostajnego.



Rys. 29.

Mając wykres równania ruchu, możemy z niego wyczytać różne szczegóły ruchu; wykresy przydatne być mogą przy rozwiązywaniu zadań, dotyczących ruchu.

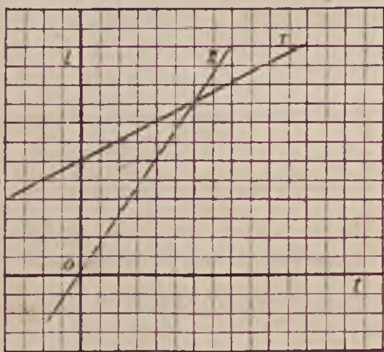
*) Zwracamy uwagę, iż na tym rys. długość boku kratki = 0,1 dowolnej jednostki długości.

**) Na osi t zatem odmierzamy tyle jednostek długości, ile dane t wynosi jednostek czasu.

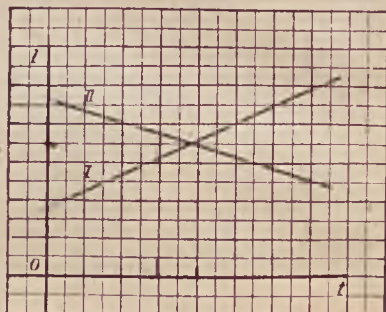
Przykłady: 1) Ruch jednostajny punktu odbywa się według równania $l = 2 + 0,5t$; znaleźć odległość poruszającego się punktu od stałego w czasie $t = 7$ jedn. czasu. Na osi t bierzemy punkt S (rys. 29), dla którego spółrzędna $t = 7$, i prowadzimy przezeń prostopadłą do osi t do przecięcia się z wykresem równania; odcinek MN będzie szukaną wartością l, odpowiadającą danemu czasowi; bezpośrednio na kratkach odczytujemy, że odległość ta wynosi 5,5 jedn. długości.

2) W przypadku tego samego ruchu znaleźć czas, w którym odległość poruszającego się punktu od stałego będzie wynosiła 7 jedn. długości. Odmierzamy na osi l (rys. 29 odcinek $OS = 7$ i z punktu S prowadzimy równoległą do osi t; odcinek SP albo— co na jedno wychodzi — odcinek OR wynosi, jak widzimy z rysunku, 10 jedn. długości; zatem szukany czas wynosi 10 jedn. czasu.

3) Po jednym i tym samym torze poruszają się ruchem jednostajnym dwa punkty; równanie ruchu pierwszego punktu jest $l = 6 + 0{,}5t$, równanie drugiego $l = 1,5t$; pierwszy zatem punkt znajduje się w początkowym mo-



Rys. 30.



Rys 31.

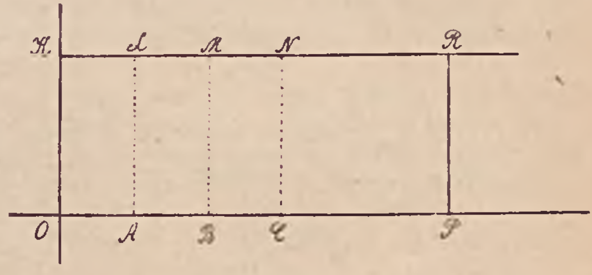
mencie w odległości 6 jedn. długości w kierunku dodatnim od punktu stałego, drugi — w samym punkcie stałym; oba punkty poruszają się w jedną stronę (w kierunku dodatnim), przytem drugi ma prędkość większą. Trzeba znaleźć czas, w którym drugi punkt dopędzi pierwszy. Weźmy wykresy obu równań względem jednych i tych samych osi spółrzędnych (rys. 30); widzimy, że wykresy te przecinają się; punkt przecięcia odpowiada oczywiście takiemu momentowi, w którym odległości obu poruszających się punktów od punktu stałego są równe, t. j. właśnie momentowi, kiedy drugi punkt dopędza pierwszy. Na osi t odczytujemy, że szukany czas równa się 6 jedn. czasu.

4) Rys. 31 przedstawia wykresy równań ruchu jednostajnego dwu punktów, poruszających się po jednym i tym samym torze. Co mówią nam te wykresy?

25. Wykres prędkości ruchu jednostajnego.

W poprzednim ustępie odmierzaliśmy na osi odciętych wartości czasów, w kierunku zaś prostopadłym, t. j. w kierunku osi rzędnych odpowiednie odległości poruszającego się punktu od stałego punktu na torze.

Odmierzajmy teraz znowu ną osi odciętych czasy, na prostych zaś, poprowadzonych prostopadle do tej osi w punktach $A, B, C...$, odpowiadających poszczególnym czasom (rys. 32) odmierzajmy wartości prędkości punktu (t. j. odcinki, mające tyle jednostek długości, ile dana prędkość ma jednostek prędkości). Ponieważ prędkość w ruchu jednostajnym jest stała, przeto wypadnie odmierzyć odcinki równe AL, BM, CN...; końce tych odcinków będą leżały na prostej równoległej do osi czasów. Podobnie jak na rys. 29 prosta MP jest wykresem równania ruchu jednostajnego, odległości poszczególnych punktów tej prostej od osi czasów dają odległości, wciąż rosnące, poruszającego się punktu od punktu stałego, tak samo prosta, równoległa do osi t na rys. 32 jest wykresem prędkości ruchu jednostajnego (stała odległość poszczególnych punktów tej prostej od osi t wskazuje niezmienną wartość tej prędkości w poszczególnych czasach).

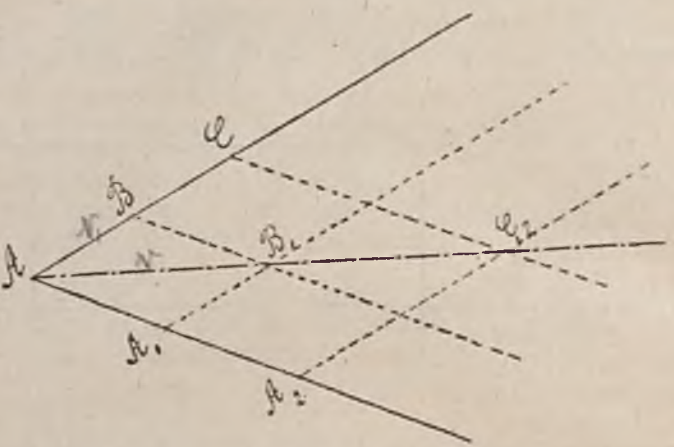


Rys 32.

Stałość prędkości wyrażamy przez wzór $v = \text{const.}$ („const." skrót łacińskiego „constans", co po polsku znaczy „stały, niezmienny") — prosta KL jest przeto wykresem tej równości. $v = \text{const.}$ (w poszczególnych razach napiszemy $v = 3$, $v = 7$ ..., gdzie 3, 7 i t. d. oznaczają liczby użytych za każdym razem jednostek prędkości). Punkt P na osi czasów odpowiada jakiemuś określonemu czasowi t. Co przedstawia iloczyn vt? Jest to droga, przebyta ruchem jednostajnym z prędkością v w czasie t. Z drugiej strony iloczyn ten na rysunku naszym przedstawia pole prostokąta $OKRP$ (boki tego prostokąta są liczbowo równe wielkościom v i t). Zatem droga, przebyta ruchem jednostajnym, daje się przedstawić wykreślnie przez pole prostokąta, którego boki liczbowo równają się prędkości i czasowi, t. j. mają tyle jednostek długości, ile dana prędkość i dany czas mają jednostek prędkości i czasu.

26. Składanie czyli dodawanie ruchów jednostajnych.

Przypuśćmy, że punkt porusza się ruchem jednostajnym po torze prostolinijnym ABC (rys. 33). Przypuśćmy, iż jednocześnie sam tor przesuwa się ruchem jednostajnym w kierunku AA_1A_2 ... tak, że w chwili, gdy punkt na torze znajduje się w B, sam tor zajmuje położenie A_1B_1; w chwili, gdy punkt na torze znajduje się w C ($BC = AB$), tor zajmuje położenie A_2C_2 ($A_1A_2 = AA_1$)



Rys. 33.

i t. d. Przykładu podobnej kombinacji ruchów może nam dostarczyć człowiek, idący wpoprzek wagonu, podczas gdy wagon toczy się po relsach.

Oczywiście na płaszczyźnie, po której przesuwa się tor i na której, jak przypuszczamy, są jakieś nieruchome znaki, umożliwiające zaznaczenie kolejnych położeń poruszającego się punktu, punkt ten zajmie położenia inne, niż te, któreby zajmował, poruszając się po torze nieruchomym. Ponieważ w chwili, gdy punkt doszedłby przy nieruchomym torze do B, sam tor zajmuje położenie A_1B_1, przeto rzeczywistem położeniem punktu na płaszczyźnie, po której tor się porusza, jest B_1; podobnie, ponieważ w chwili, gdy punkt doszedłby na torze nieruchomym do C, sam tor zajmuje położenie A_2C_2, przeto rzeczywistem położeniem punktu jest C_2 i t. d. Łatwo zrozumieć tedy, że w rezultacie tej kombinacji dwu ruchów jednostajnych prostolinjowych (punktu na torze i samego toru — ruch toru nazywamy prostolinjowym, gdyż każdy punkt toru zakreśla linję prostą AA_1A_2 ..., BB_1 ...) otrzymujemy ruch prostolinjowy i jednostajny w kierunku AB_1C_2 ... W rzeczy samej, założyliśmy $AB = BC$, $AA_1 = A_1A_2$, przeto

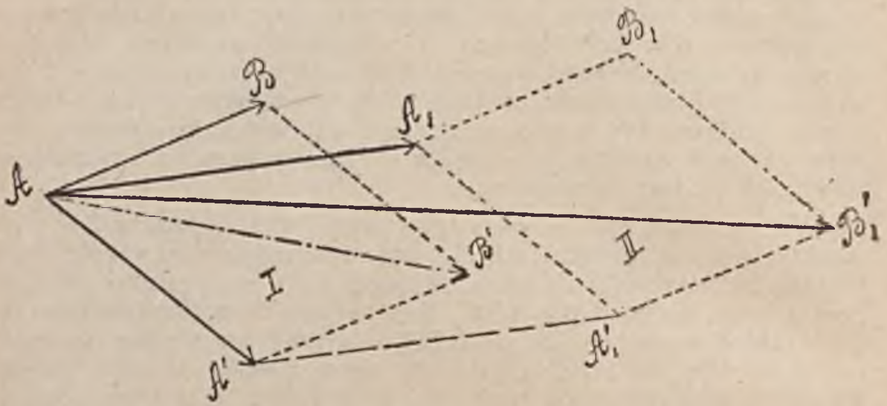
$$\frac{A_1B_1}{AA_1} = \frac{A_2C_2}{AA_2} \quad ; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

stosunek ten zachodzić może tylko w takim razie, jeżeli punkty A, B_1 i C_2 leżą na jednej prostej; a ponieważ czas, w którym się przebywają te drogi (AB, AA_1) wzięliśmy dowolny, przeto stosunek, który wyraża wzór (1), jest słuszny dla każdej pary takich punktów jak B_1 i C_2; wszystkie te punkty leżą na jednej prostej. Z tych samych założeń wynika dalej, że $AB_1 = B_1C_2$, t. j. że drogi, przebyte przez punkt na jego rzeczywistym torze, są równe w równych czasach, a ponieważ te równe czasy są wzięte dowolnie (wszak zamiast drogi AB, przebywanej w obranym czasie przez punkt na jego torze, moglibyśmy obrać drogę n razy większą lub n razy mniejszą i odpowiednio zostałby wybrany n razy większy lub mniejszy czas), przeto ruch punktu na torze AB_1C_2 jest jednostajny.

Wobec tego, iż w rozpatrywanym tutaj przykładzie ruch punktu po linji prostej AB_1C_2 uwarunkowany jest przez ruch punktu po torze ABC i ruch samego toru w kierunku AA_1A_2, powiadamy, że ruch po AB_1C_2 jest ruchem *wypadkowym* dwu ruchów *składowych* po ABC i AA_1A_2 — gdyby tor się nie poruszał, punkt szedłby po ABC; gdyby tor się poruszał, ale punkt zachowywałby swe położenie na torze, poruszałby się on po AA_1A_2; przy jednoczesnym ruchu punktu i toru otrzymujemy ruch po AB_1C_2. Kierunki ruchów składowych mogą oczywiście tworzyć ze sobą kąty najrozmaitsze.

Rozumowanie powyższe doprowadza nas do następującego wniosku: dwa składowe przesunięcia punktu ruchem jednostajnym po linjach prostych pod jakimkolwiek do siebie kątem dają przesunięcie wypadkowe, równe *przekątnej równoległoboku*, zbudowanego na przesunięciach składowych. W przypadku szczególnym, gdyby przesunięcia składowe miały kierunki do siebie prostopadłe, przesunięcie wypadkowe byłoby *przekątną prostokąta*, zbudowanego w ten sam sposób.

Zdarza się, iż pewien ruch otrzymuje się jako wypadkowy nie dwu lecz większej liczby składowych. Prowadźmy np. zaostrzony koniec ołówka ruchem jednostajnym wzdłuż krawędzi linjału, przesuwając jednocześnie linjał ruchem prostolinjowym jednostajnym po powierzchni tablicy, podczas gdy tablica zmienia swe położenie również ruchem prostolinjowym jednostajnym. Przypuśćmy, iż AB (rys. 34) przedstawia prostolinjowy tor końca ołówka przy nieruchomym linjale na nieruchomej tablicy; przypuśćmy, iż AA' wyobraża przesunięcie tego toru skutkiem ruchu linjału i $A'B'$ jest końcowem położeniem toru. Oczywiście wypadkowy ruch końca ołówka na powierzchni tablicy dany będzie przez przekątną AB' równoległoboku, zbudowanego na AB i AA'. Przypuśćmy wreszcie, iż (II) przedstawia końcowe położenie tablicy, przebywającej ruchem postępowym jednostajną drogę AA_1 w tym samym czasie, w którym koniec ołówka przesuwa się po powierzchni tablicy od A do B'. W tym przypadku przesunięcie ołówka jest rezultatem trzech przesunięć składowych: AB (punktu na torze), AA' (toru na płaszczyźnie) i AA_1 (samej płaszczyzny, po której przesuwa się tor). Rozumując tak samo, jak w przypadku dwu ruchów składowych, pojmiemy łatwo, że wypadkowem przesunięciem końca ołówka jest tutaj AB_1'. Je-



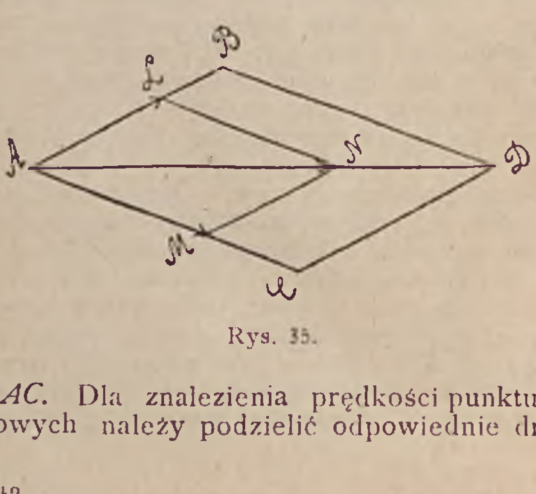
Rys. 34.

żeli ruch tablicy nie zachodzi w jednej płaszczyźnie, będzie to przekątna równoległościanu, którego krawędziami są przesunięcia składowe AB, AA' i AA_1.

Oczywiście możliwe są najrozmaitsze kombinacje ruchów składowych, w których rezultacie otrzymuje się taki czy inny ruch wypadkowy. Mnożyć przykładów nie mamy tutaj potrzeby.

27. Składanie czyli dodawanie prędkości.

Rys. 35 przedstawia (podobnie jak rys. 33) tworzenie się z dwu składowych ruchów prostolinjowych i jednostajnych wypadkowego ruchu prostolinjowego i jednostajnego. W pewnym czasie t drogi, przebyte przez punkt w jego ruchach składowych, są odpowiednio AB i AC; przesunięciem wypadkowem punktu w tym samym czasie jest AD — przekątna równoległoboku, zbudowanego na AB



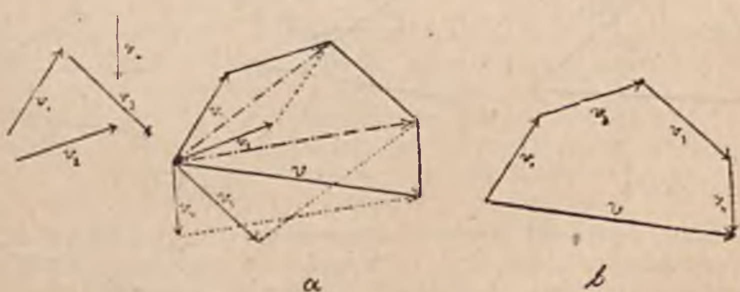
Rys. 35.

i AC. Dla znalezienia prędkości punktu w jego ruchach składowych należy podzielić odpowiednie drogi przez czas. Zatem prędkość jednego z tych ruchów składowych albo jedna, jak się mówi, *prędkość składowa* jest $v_1 = \frac{\overline{AB}}{t}$; druga prędkość składowa wynosi $v_2 = \frac{\overline{AC}}{t}$; prędkość ruchu wypadkowego po przekątnej albo, jak się mówi. *prędkość wypadkowa* jest $v = \frac{\overline{AD}}{t}$. Prędkości, jako wektory, przedstawiamy zapomocą odcinków prostych, skierowanych w stronę ruchu i mających długości, proporcjonalne do wartości prędkości. Możemy więc te prędkości v_1, v_2 i v przedstawić na naszym rysunku zapomocą odcinków AL, AM, AN. Otrzymana figura $ALNM$ jest podobna do $ABDC$ — wszak wszystkie części linjowe tej figury $ALNM$ są w jednym i tym samym stosunku do odpowiednich części figury $ABDC$, a mianowicie w stosunku $1 : t$. Przeto $ALNM$ jest równoległobokiem, którego boki stanowią prędkości składowe v_1, v_2, zaś przekątną — prędkość wypadkowa v.

Wyciągamy więc wniosek, że, o ile dane nam są dwie prędkości składowe punktu, *prędkość wypadkową otrzymamy jako przekątną równoległoboku, zbudowanego na prędkościach składowych.*

Jeżeli ruchów składowych jest więcej niż dwa, to i prędkości składowych będzie odpowiednio więcej. Jak znaleźć w tym razie prędkość wypadkową?

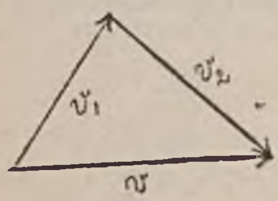
Przypuśćmy że na rys. 36*a* mamy przedstawione cztery prędkości składowe v_1, v_2, v_3, v_4 (rozpatrujemy przypadek, w którym wszystkie składowe ruchy zachodzą w jednej płaszczyźnie; np



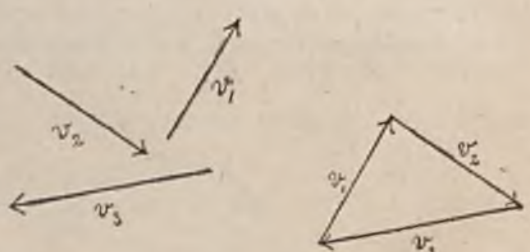
Rys. 36.

możemy to sobie tak wyobrazić: zaostrzony koniec ołówka posuwa się po papierze wzdłuż krawędzi linjału ruchem jednostajnym z prędkością v_1; linjał jednocześnie posuwa się po papierze również ruchem prostolinjowym jednostajnym z prędkością v_2; w tym samym czasie arkusz papieru, o którym mowa, porusza się ruchem prostolinjowym jednostajnym z prędkością v_3 po powierzchni stołu, podczas gdy stół przesuwamy po podłodze ruchem prostolinjowym jednostajnym z prędkością v_4; znaleźć trzeba prędkość wypadkowego ruchu końca ołówka względem przedmiotów nieruchomych w pokoju). Rozwiązujemy zadanie w następujący sposób. Przedewszystkiem zastępujemy dwie pierwsze prędkości v_1 i v_2 przez ich wypadkową, t, j. przez przekątną równoległoboku, zbudowanego na v_1 i v_2. Teraz szukamy wypadkowej tej wypadkowej i składowej v_3, wykreślając nowy równoległobok; znajdujemy już więc wypadkową trzech prędkości v_1, v_2 i v_3. Wreszcie szukamy w taki sam sposób wypadkowej tej nowej wypadkowej i pozostałej składowej v_4; ostatnia przekątna v będzie oczywiście wypadkową wszystkich prędkości v_1, v_2, v_3, v_4.

Możemy czynność tę znacznie uprościć. Jeżeli z jakiegokolwiek punktu poprowadzimy odcinek, wyobrażający v_1 (t. j. równy i tak samo skierowany jak v_1); z końca jego odcinek, wyobrażający drugą składową v_2); dalej znów odcinek, przedstawiający trzecią składową v_3, i wreszcie z końca ostatniego odcinek wyobrażający v_4, to, łącząc początek wykreślonej figury z końcem ostatniego odcinka, otrzymamy odcinek, który wielkością swą i kierunkiem (wskazanym na rysunku strzałką) daje wypadkową prędkość. Rys. 36*b* przedstawia właśnie oddzielnie ten uproszczony sposób kreślenia, gdzie nie mamy całego szeregu równoległoboków i ich przekątnych. Prędkość wypadkowa zatem otrzymuje się jako *zamykający bok wielokąta*, zbudowanego kolejno z danych prędkości składowych; kierunek tej wypadkowej bierze się od tegoż punktu, od którego rozpoczynaliśmy kreślenie.



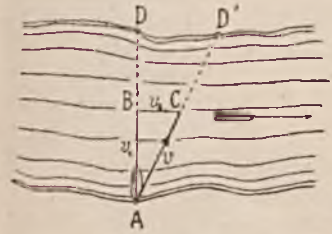
Rys. 37.



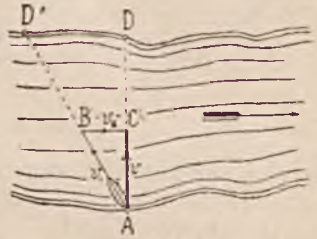
Rys. 38.

W razie dwu składowych otrzymujemy wypadkową jako zamykający bok trójkąta (rys. 37); ten sam zamykający bok byłby przekątną, gdybyśmy zbudowali, jak wyżej, równoległobok.

Pomyślmy jeszcze, co będzie, jeżeli przy budowaniu wielokąta prędkości koniec ostatniego odcinka, wyobrażającego ostatnią z danych prędkości składowych, zejdzie się z początkiem pierwszego, wyobrażającego pierwszą z danych prędkości składowych (jak na rys. 38). W tym razie poprowadzić boku zamykającego nie możemy, gdyż wielokąt już jest zamknięty; oczywiście w tym razie *wypadkowa prędkość równa się zeru*. W przypadku najprostszym przypuśćmy, iż dane są dwie prędkości składowe równe i wręcz sobie przeciwne: np. koniec ołówka ruchem prostolinjowym jednostajnym posuwa się po arkuszu papieru, podczas gdy sam arkusz posuwa się ruchem prostolinjowym jednostajnym z tą samą prędkością po powierzchni stołu w kierunku wręcz przeciwnym; wypadkowa prędkość końca ołówka względem powierzchni stołu jest *równa zeru*— koniec ołówka pozostaje w niezmiennem położeniu względem stołu.



Rys. 39.



Rys. 40

Przykład. Rys. 39 wyobraża rzekę i przepływającą przez nią łódź. *AB* przedstawia prędkość łodzi, *BC* — prędkość wody w rzece; *AC* wskazuje co do wielkości i kierunku prędkość wypadkową łodzi względem brzegów.

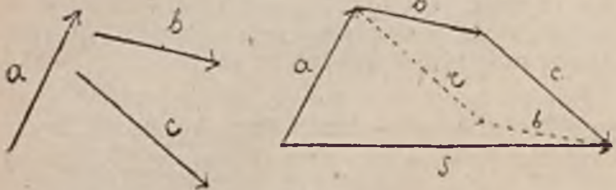
Gdy osoba kierująca czółnem, pragnie przeciąć w poprzek rzekę, nie może tam wprost skierowywać łodzi, gdyż prąd wody zniesie ją w dół rzeki Rys. 40 wyjaśnia, iż należy łódź kierować ku *D'*, jeżeli chcemy wylądować w *D*.

28. Dodawanie geometryczne.

Gdy dodać chcemy kilka liczb, znajdujemy najpierw sumę dwu jakichkolwiek z danych liczb, do tej sumy dodajemy trzecią liczbę, do nowej sumy czwartą i t. d.

Sposób, przy którego pomocy szukaliśmy wypadkowej kilku prędkości składowych, ogromnie przypomina nam dodawanie: najpierw znaleźliśmy wypadkową dwu składowych prędkości — jakgdyby dodaliśmy te dwie składowe i zastąpiliśmy je przez ich sumę: do tej wypadkowej dodaliśmy trzecią składową i znaleźliśmy nową wypadkową — nową sumę i t. d. Wobec tego czynność taką jak szukanie wypadkowej prędkości nazywamy *dodawaniem geometrycznem*—różnicę względem dodawania algebraicznego, w szczególności arytmetycznego, stanowi tutaj to, że składnikami są wektory, a nie skalary, jak np. w przypadku dodawania liczb, że uwzględniać w danym razie musimy kierunki tych składników.

W nauce fizyki spotkamy się jeszcze z różnemi wielkościami kierunkowemi. Będziemy jednak na przyszłość pamiętali, iż wektory jednoznaczne można *dodawać geometrycznie*, podobnie jak można dodawać jednoznaczne skalary (czy można dodać 25 cm. i 14 sek.?). Jeżeli wogóle danych jest kilka jednoznacznych wektorów *a*, *b*, *c*... (rys. 41), ich *sumą geometryczną* będzie *zamykający* *bok z wielokąta*, zbudowanego na danych wektorach składowych, jak to było wyjaśnione w poprzednim ustępie i jak to widać z rysunku. Początkiem wektora wypadkowego jest zawsze ten sam punkt, od którego zaczynamy kreślenie wielokąta.



Rys. 41

W przypadku szczególnym, gdy wielokąt wektorów sam się zamyka, wektor wypadkowy równa się zeru. Podobnie przy dodawaniu algebraicznem otrzymujemy czasem sumę, równą zeru (5 złotych kapitału + 5 złotych długu).

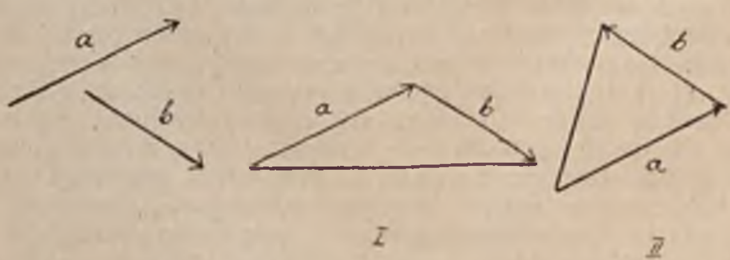
Przy dodawaniu skalarów suma nie ulega zmianie, jeżeli zmieniamy porządek dodawania; łatwo możemy się przekonać, że suma geometryczna kilku wektorów również nie zależy od tego, w jakim porządku dodajemy te wektory; na rys. 41 kropkami zaznaczono, że jeżeli do *a* najpierw dodamy *c*, a potem *b*, zamykający bok wielokąta, a więc suma geometryczna otrzyma się ta sama (*s*).

29. Odejmowanie geometryczne.

Odejmowanie jest działaniem odwrotnem względem dodawania. Chcąc odjąć np. 5 od 12, *odliczamy* od 12 pięć jednostek, rachując *wstecz*.

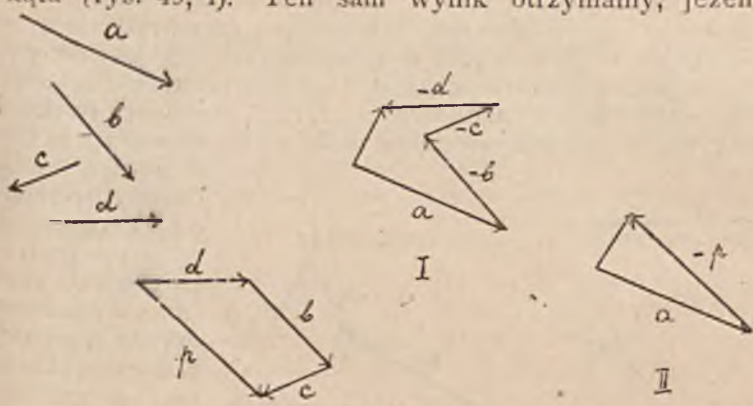
Chcąc dodać dwa wektory *a* i *b*, rysujemy jeden z nich, a z końca tego kreślimy drugi; zamykający bok *AC* trójkąta jest wynikiem dodawania — sumą geometryczną (rys. 42, I). Chcąc odjąć od wektora *a* wektor *b*, rysujemy wektor *a*, zaś z końca jego prowadzimy wektor równy *b* co do wielkości, lecz *skierowany odwrotnie* (rys. 42, II) t. j. dodajemy wektor —*b* (minus *b*!); zamykający bok trójkąta jest wynikiem odejmowania — *różnicą geometryczną*.

Pragnąc odjąć od wektora *a* kilka wektorów *b*, *c*, *d* (rys. 43), rysujemy wektor *a*, z końca jego wektor — *b* (czyt. minus *b* t. j. wektor tej samej wartości co *b*, lecz odwrotnie skierowany), z końca



Rys. 42.

tamtego — c dalej — d; wreszcie, kreślimy zamykający bok wielokąta (rys. 43, I). Ten sam wynik otrzymamy, jeżeli naj-



Rys. 43.

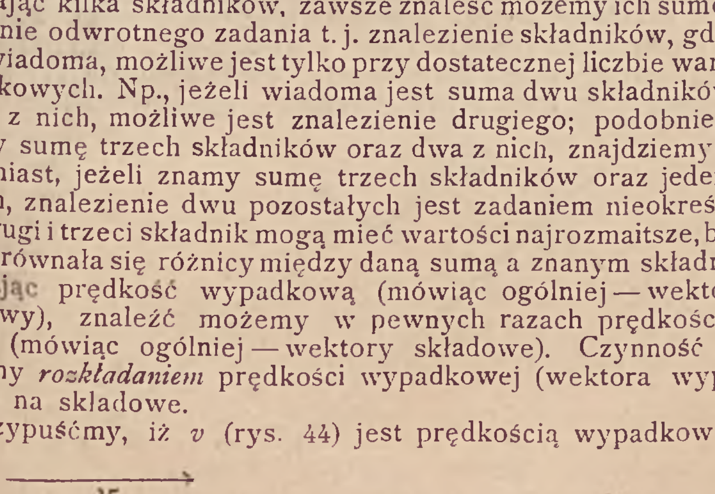
pierw znajdziemy sumę geometryczną p wektorów b, c i d, i sumę p odejmiemy od a (rys. 43, II).

30. Rozkładanie prędkości.

Mając kilka składników, zawsze znaleść możemy ich sumę. Rozwiązanie odwrotnego zadania t. j. znalezienie składników, gdy suma jest wiadoma, możliwe jest tylko przy dostatecznej liczbie warunków dodatkowych. Np., jeżeli wiadoma jest suma dwu składników oraz jeden z nich, możliwe jest znalezienie drugiego; podobnie, jeżeli znamy sumę trzech składników oraz dwa z nich, znajdziemy trzeci. Natomiast, jeżeli znamy sumę trzech składników oraz jeden tylko z nich, znalezienie dwu pozostałych jest zadaniem nieokreślonem, gyż drugi i trzeci składnik mogą mieć wartości najrozmaitsze, byle ich suma równała się różnicy między daną sumą a znanym składnikiem.

Mając prędkość wypadkową (mówiąc ogólniej — wektor wypadkowy), znaleźć możemy w pewnych razach prędkości składowe (mówiąc ogólniej — wektory składowe). Czynność tę nazywamy *rozkładaniem* prędkości wypadkowej (wektora wypadkowego) na składowe.

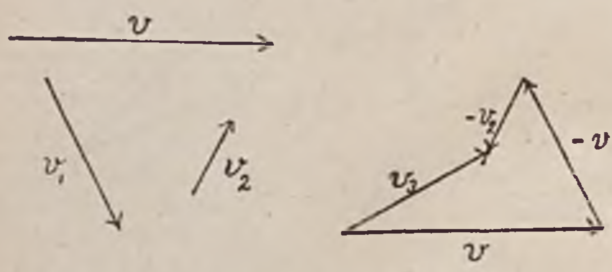
Przypuśćmy, iż v (rys. 44) jest prędkością wypadkową (we-



Rys. 44.

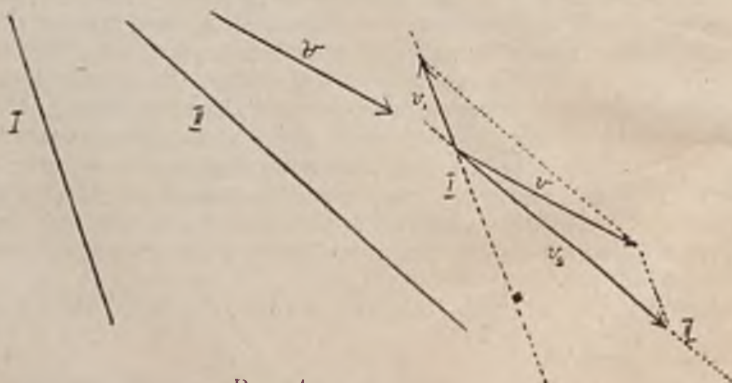
ktorem wypadkowym) dwu prędkości (wektorów) składowych, z których jedna (jeden) jest v_1; drugą prędkość składową (wektor składowy) v_2 znajdziemy, odejmując geometrycznie v_1 od v (rys. 44, I), jak to było wyżej wyjaśnione (ust. 29); łatwo się przekonamy, że sumą geometryczną v_1 i v_2 jest istotnie v (rys. 44 II).

Jeżeli dana jest wypadkowa v trzech prędkości (wektorów) oraz dwie prędkości składowe (dwa wektory składowe) v_1 i v_2, trzecią składową v_3 znajdziemy, odejmując od v geometrycznie v_1 i v_2 (rys. 45). Gdybyśmy znali tę samą wypadkową, a oprócz tego nic ponad jedną składową np. v_1, znalezienie dwu pozostałych składowych v_2 i v_3 byłoby zadaniem nieokreślonem.



Rys. 45.

Często się zdarza, iż znamy prędkość wypadkową (wektor wypadkowy) dwu składowych, nie znamy ani jednej ze składowych, ale zato znamy kierunki (I, II) obu składowych (rys. 46). Chcąc znaleźć te składowe, robimy jak następuje: rysujemy wypadkową prędkość (wypadkowy wektor) v i prowadzimy z początkowego punktu tego odcinka oraz z końcowego proste równoległe do (I) i (II); otrzymujemy w ten sposób równoległobok, którego przekątną jest



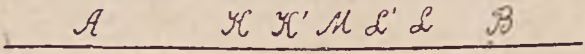
Rys. 46.

dana prędkość wypadkowa (wektor wypadkowy); boki v_1 i v_2 wykreślonego równoległoboku są oczywiście szukanemi składowemi.

Gdy znamy wypadkowy wektor trzech wektorów oraz jeden tylko wektor składowy, znalezienie dwu pozostałych składowych wektorów jest zadaniem określonem, jeżeli znane nam są kierunki tych dwu pozostałych składowych.

31. Ruch prostolinjowy zmienny. Prędkość średnia i rzeczywista.

Ruch, w którym droga przebyta nie jest proporcjonalna do czasu, nazywa się *niejednostajnym* lub *zmiennym*. Przypuśćmy, iż droga $AB = s$ (rys. 47) zostaje przebyta przez punkt ruchem zmiennym w ciągu czasu t; czas, w którym ten punkt przechodzi tu drogi dwa, trzy, pięć razy mniejsze, nie jest w tym razie odpowiednio dwa, trzy, pięć razy mniejszy; stosunek drogi do czasu nie jest tu wielkością stałą, jak w ruchu jednostajnym. Nie mniej posługujemy się i tutaj tym stosunkiem $\frac{s}{t}$, nazywając go *prędkością średnią* w danym czasie lub na danej drodze. Jest rzeczą



Rys. 47.

oczywistą, że gdyby punkt poruszał się z tą prędkością średnią ruchem jednostajnym, przebyłby w tym samym czasie t tę samą drogę s. Zatem prędkością średnią ruchu zmiennego w pewnym czasie nazywamy taką prędkość, z którą zostałaby przebyta ruchem jednostajnym w tym samym czasie ta sama droga, którą w rzeczywistości przechodzi punkt ruchem niejednostajnym.

Co jednak mamy rozumieć w tym razie przez *prędkość rzeczywistą* punktu (lub ciała) w danej chwili lub w danym punkcie drogi? Np., co mamy rozumieć przez prędkość rzeczywistą poruszającego się ruchem zmiennym punktu w punkcie M (rys. 47)? Moglibyśmy na to odpowiedzieć, że przez prędkość rzeczywistą w danym punkcie M rozumiemy tę prędkość, z którą punkt poruszałby się dalej, gdyby, poczynając od tego momentu, ruch jego stał się jednostajny. Odpowiedź taka, zupełnie zresztą słuszna, pozwala nam wyraźnie uzmysłowić sobie pojęcie prędkości rzeczywistej, nie daje jednak wyobrażenia, jak tę prędkość można znaleźć. Dlatego podajemy następujące wyjaśnienie. Przypuśćmy, iż mały odcinek KL, na którym leży punkt M, zostaje przebyty przez punkt ruchem, jemu właściwym, w czasie τ; w takim razie iloraz $\frac{KL}{\tau}$ jest prędkością średnią punktu na danym odcinku KL. Weźmy punkty graniczne odcinka bliżej punktu M np. weźmy odcinek $K'L'$, który punkt przebywa w mniejszym czasie τ_1; w takim razie iloraz $\frac{K'L'}{\tau_1}$ daje nam prędkość średnią punktu na odcinku $K'L'$. Zbliżając stopniowo graniczne punkty odcinka do punktu M, będziemy mieli coraz mniejsze drogi, przebywane przez punkt w czasie coraz mniejszym; dla każdej z tych dróg wyznaczyć możemy wartość prędkości średniej. Im mniejszy odcinek wybierzemy, im graniczne punkty odcinka będą leżały bliżej punktu M, tem — powiemy — prędkość średnia na tym odcinku będzie bliższa prędkości rzeczywistej w punkcie M. Prędkością zatem rzeczywistą w danym punkcie M jest ta granica, ku której dążą wartości średniej prędkości punktu na odcinkach, mieszczących na sobie dany punkt, w miarę stopniowego zmniejszania się tych odcinków i zbliżania się ich punktów końcowych do danego punktu *). A więc prędkość, czy to średnia czy rzeczywista, jest zawsze stosunkiem drogi przebytej do czasu. Jak się dokonywa obliczanie tej prędkości rzeczywistej w przypadkach poszczególnych i ogólniejszych, dowiemy się w swoim czasie.

32. Ruch przyśpieszony i opóźniony.

Podczas gdy w ruchu jednostajnym prędkość poruszającego się punktu lub ciała jest w każdej chwili ta sama, w ruchu zmiennym prędkość (mówimy o prędkości rzeczywistej) ulega wciąż zmianom, np. wzrasta lub maleje. Ruch zmienny z prędkością rosnącą nazywa się ruchem *przyśpieszonym*, z prędkością malejącą — *opóźnionym*. Pociąg, podchodzący do stacji, porusza się ruchem opóźnionym, odchodzący ze stacji — przyśpieszonym.

33. Ruch prostolinjowy jednostajnie zmienny.

Przypuśćmy, iż po torze prostolinjowym (rys. 48) porusza się punkt ruchem przyśpieszonym. Przypuśćmy, iż w punkcie A

Rys. 48.

prędkość punktu jest v_0, po upływie zaś czasu t w punkcie B prędkość jego wynosi v. Dla znalezienia, o ile prędkość wzrasta w tym czasie t, odejmujemy od prędkości końcowej v prędkość początkową v_0; różnica ta $v-v_0$ nazywa się *przyrostem* prędkości.

W razie ruchu opóźnionego prędkość ulegałaby zmniejszeniu; niemniej jednak i w tym razie różnicę między prędkością końcową a początkową nazwalibyśmy przyrostem prędkości, przyrost ten wszakże byłby wówczas ujemny.

Zdarzyć się może, iż ruch zmienny jest tego rodzaju, że w równych dowolnych czasach przyrosty prędkości są równe, albo, co na jedno wychodzi, że przyrosty prędkości są proporcjonalne do

*) Za jeden z tych punktów granicznych można obrać sam punkt M, biorąc punkt drugi coraz bliżej pierwszego.

czasu. Poza tem mogą być takie ruchy zmienne, w których tej proporcjonalności niema.

Ruch zmienny, w którym przyrosty prędkości są proporcjonalne do czasu, nazywa się ruchem jednostajnie zmiennym. Oczywiście mogą być ruchy jednostajnie przyśpieszone lub jednostajnie opóźnione. 34

34. Przyśpieszenie ruchu jednostajnie zmiennego. Jednostka przyśpieszenia.

Jeżeli przyrosty prędkości są proporcjonalne do czasu, to stosunek tych przyrostów do odpowiednich czasów jest wielkością stałą. Ten *stosunek przyrostu prędkości do czasu*, w którym przyrost zachodzi, nazywa się *przyśpieszeniem* danego ruchu jednostajnie zmiennego.

Przyśpieszenie będziemy oznaczali ogólnie literą w. Zatem

$$\frac{v-v_0}{t} = w \quad . \quad . \quad . \quad , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Weźmy przykład. Przypuśćmy, iż w przypadku podobnego ruchu jak na rys. 48, $v_0 = 15 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$, $v = 30 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$, zaś $t = 3$ sek. W czasie więc 3 sek. zachodzi przyrost prędkości $30 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} - 15 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} = 15 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$. W czasie 6 sekund przyrost ten byłby dwa razy większy t. j. $30 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$, w czasie 1 sekundy odpowiednio 3 razy mniejszy i t. d. Znajdźmy przyśpieszenie danego ruchu; w tym celu dzielimy przyrost prędkości przez odpowiedni czas i otrzymujemy

$$w = \frac{15 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}}{3 \text{ sek.}} = 5 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$$

albo

$$w = \frac{30 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}}{6 \text{ sek.}} = 5 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$$

albo

$$w = \frac{5 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}}{1 \text{ sek.}} = 5 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$$

Oczywiście wystarczy jednego z tych działań, inne bowiem dają wynik ten sam.

Zauważmy znowu, że, podobnie jak to mieliśmy już kilkakrotnie, działań nad symbolami, oznaczającemi jednostki—w tym razie $\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$ i sek. — dokonywamy tak, jak gdyby to były symbole algebraiczne (tak samo napisalibyśmy $\frac{15\frac{a}{b}}{3b} = 5\frac{a}{b^2}$).

W otrzymanym rezultacie „$5\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$" (czyt. „pięć centymetrów na sekundę do kwadratu") liczba „5" oznacza liczbę jednostek przyśpieszenia, zaś „$\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$" — nazwę tej nowej jednostki. Wyrażenie $5\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$ rozumiemy w ten sposób jako stosunek przyrostu prędkości do czasu, że w danym razie przyrost prędkości $5\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$ przypada na każdą sekundę. Gdybyśmy mieli ruch z przyśpieszeniem równem jednostce t. j. $1\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, znaczyłoby to, iż prędkość w tym razie wzrasta o jednostkę prędkości t. j. o $1\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$ na każdą sekundę (odpowiednio $2\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$ na każde 2 sek., $\frac{1}{2}\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$ na każde $\frac{1}{2}$ sek. i t. d. — słowem liczby, wyrażające tu przyrosty prędkości i czasy, byłyby jednakowe).

Wogóle, mierząc prędkość ruchu jednostajnie zmiennego w jakichkolwiek jednostkach prędkości $\left(\frac{L}{T}\right)$ oraz czas w tych jednostkach, które wchodzą w skład użytej jednostki prędkości (T), dla znalezienia przyśpieszenia tego ruchu dzielimy przyrost prędkości, zmierzony w jednostkach prędkości, przez odpowiedni czas; jako *wymiar* zatem przyśpieszenia otrzymujemy

$$\frac{\text{wymiar prędkości}}{\text{wymiar czasu}} = \frac{\left[\frac{L}{T}\right]}{[T]} = \left[\frac{L}{T^2}\right].$$

Jednostka przyśpieszenia $\frac{cm.}{sek.^2}$, którą otrzymaliśmy w powyższym przykładzie, jest jednostką poszczególną, należącą do układu *CGS*.

W razie ruchu jednostajnie opóźnionego, ponieważ przyrost prędkości jest tu ujemny, i stosunek tego przyrostu do czasu jest ujemny, czyli przyśpieszenie w ruchu jednostajnie opóźnionym jest ujemne.

Przy ruchu prostolinjowym przyśpieszonym dla otrzymania prędkości późniejszej trzeba do prędkości wcześniejszej dodać prędkość tak samo skierowaną, przez co otrzymujemy późniejszą prędkość większą; przy ruchu prostolinjowym opóźnionym do prędkości wcześniejszej dodajemy prędkość, skierowaną w stronę przeciwną, skutkiem czego otrzymujemy późniejszą prędkość mniejszą. Inaczej mówiąc, w ruchu prostolinjowym przyśpieszonym przyrost prędkości ma ten sam kierunek co prędkość, w opóźnionym — przeciwny.

W tem znaczeniu mówimy, że w ruchu prostolinjowym przyśpieszonym przyśpieszenie skierowane jest tak samo jak prędkość, w ruchu zaś opóźnionym kierunek przyśpieszenia jest wręcz przeciwny niż kierunek prędkości. *Przyśpieszenie zatem jest wielkością kierunkową (wektorem); za kierunek przyśpieszenia uważamy kierunek przyrostu prędkości.*

35. Równanie prędkości ruchu jednostajnie zmiennego.

Ze wzoru (1) w ust. 34 wynika

$$v - v_0 = wt \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

t. j. dla danego ruchu jednostajnie zmiennego, przy znanem przyśpieszeniu tego ruchu, dla znalezienia przyrostu prędkości w jakimś określonym czasie należy pomnożyć ten czas przez dane przyśpieszenie w; przyśpieszenie więc w jest tu tym stałym spółczynnikiem, przez który należy mnożyć czas dla znalezienia odpowiedniego przyrostu prędkości.

Np., jeżeli przyśpieszenie $w = 20 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, to zmiana prędkości ruchu w ciągu 2 sekund jest

$$20 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} \cdot 2 \text{ sek.} = 40 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}.$$

I tu przy mnożeniu symbolu „$\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$“ przez „sek.“ następuje podobne „skrócenie“ przez „sek.“ jak skrócenie przez b przy mnożeniu $\frac{a}{b^2} \cdot b = \frac{a}{b}$; prowadzi to do zupełnie zadowalającego rezultatu: szukamy przyrostu prędkości, a więc wielkości, która się mierzy w jednostkach prędkości, i otrzymujemy istotnie $40 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$, a wszak $\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$ jest jednostką prędkości.

Przy tem samem przyspieszeniu przyrost prędkości w czasie $t = \frac{1}{4}$ sek. będzie

$$20\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}\cdot\frac{1}{4}\ \text{sek.} = 5\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$$ i t. p.

Wzór (1) możemy napisać w innej jeszcze postaci, a mianowicie

$$v = v_0 + wt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Wzór (2) niezmiernie często używany, pozwala znaleźć prędkość ruchu jednostajnie zmiennego w jakimkolwiek czasie, jeżeli znane jest przyśpieszenie oraz wartość prędkości początkowej t. j. wartość prędkości w chwili, od której czas liczymy; wzór (2) jest *równaniem prędkości* ruchu jednostajnie zmiennego.

Przypuśćmy, iż $v_0 = 25\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$, przyśpieszenie $w = 9\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$; znaleźć trzeba prędkość ruchu po upływie 3,5 sek, od momentu początkowego. Otrzymujemy z (2) przez podstawienie

$$v = 25\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} + 9\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}\cdot 3{,}5\ \text{sek.} = 25\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} + 31{,}5\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} = 56{,}5\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}.$$

Jeszcze przykład. Prędkość początkowa ruchu jednostajnie opóźnionego $v_0 = 65\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$, przyśpieszenie $w = -10\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$; znaleźć prędkość dla czasu $t = 4$ sek.; otrzymujemy

$$v = 65\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} - 10\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}\cdot 4\ \text{sek.} = 65\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} - 40\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} = 25\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}},$$

a więc w podanym momencie (i tylko w tym momencie, gdyż prędkość wciąż się zmniejsza!) prędkość danego ruchu wynosi $25\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$.

Znajdźmy teraz czas, w którym zmniejszająca się wciąż prędkość tego ostatniego ruchu stanie się równą zeru; piszemy

$$0 = 65\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} - 10\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}\cdot t\,,$$

skąd

$$10\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}\,t = 65\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek}}$$

i ostatecznie

$$t = \frac{65\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}}{10\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}} = 6{,}5\ \text{sek.}$$

(podobnie napisalibyśmy $\dfrac{65\dfrac{a}{b}}{10\dfrac{a}{b^2}} = 6{,}5b$). A więc w znalezionym momencie poruszający się punkt (ciało) zatrzyma się. Co będzie dalej np. w czasie $t = 7$ sek? Znowu otrzymujemy z tegoż równania

$$v = 65\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} - 10\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}\,7\ \text{sek.} = 65\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} - 70\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} = -5\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}};$$

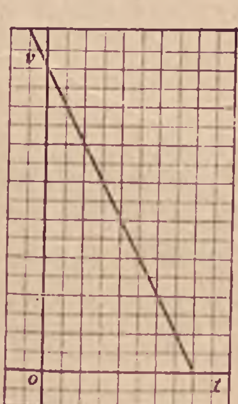
prędkość jest ujemna — oznacza to, iż kierunek jej jest odwrotny względem początkowego: punkt (ciało), poruszając się ruchem jednostajnie opóźnionym w określonym kierunku, w momencie $t = 6{,}5$ sek. zatrzymuje się i zmienia kierunek ruchu na odwrotny, poruszając się teraz oczywiście ruchem jednostajnie przyśpieszonym. Mimowoli przypominamy sobie dobrze znane zjawisko: kamień, rzucony pionowo do góry, porusza się coraz wolniej, na pewnej wysokości się zatrzymuje i zaczyna spadać, poruszając się ruchem przyśpieszonym; to zjawisko spadania oraz pionowego rzutu rozpatrujemy niżej szczegółowo.

36. Wykres równania prędkości ruchu jednostajnie zmiennego.

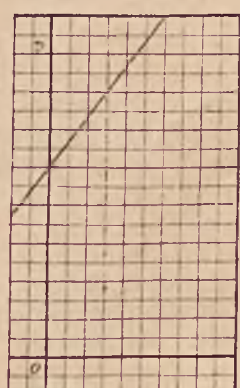
Mając równanie prędkości ruchu jednostajnie zmiennego, możemy wyrysować na papierze kratkowanym wykres tego równania podobnie jak w ust. 24 rysowaliśmy wykres równania ruchu jednostajnego.

Na osi odciętych będziemy odmierzali czasy, na osi rzędnych — prędkości. Przypuśćmy, iż

$$v = 16 - 2t;$$



Rys. 49.



Rys. 50.

przez porównanie ze wzorem (2) ust. 35 rozumiemy, iż „16“ oznacza tu w odpowiednich jednostkach wartość prędkości początkowej, „2“ zaś oznacza również w odpowiednich jednostkach wartość przyśpieszenia; ponieważ przyśpieszenie jest ujemne, ruch jest jednostajnie opóźniony. Z rys. 49 wynika, że w czasie $t = 8$ prędkość ruchu staje się równa zeru, poczem prędkość zmienia znak i staje się ujemna, t. j. ruch zmienia kierunek na wręcz przeciwny i staje się jednostajnie przyśpieszonym — tej części zjawiska odpowiadać będzie przedłużenie wykresu prędkości poniżej osi czasów, nie zaznaczone na rysunku.

Inny przykład. Przypuśćmy, iż

$$v = 10 + 1\tfrac{1}{3}t;$$

ruch jest jednostajnie przyśpieszony; prędkość początkowa wynosi 10 jednostek prędkości, przyśpieszenie wynosi $1\frac{1}{3}$ jednostek przyśpieszenia.

Wykres tego równania prędkości daje rys. 50; prędkość tu wciąż wzrasta z czasem; odrazu odczytać możemy wartość prędkości w dowolnym momencie — np. w czasie $t = 6$ wynosi ona $v = 18$.

37. Wyznaczanie drogi, przebytej ruchem jednostajnie zmiennym.

Drogę, przebytą ruchem jednostajnie zmiennym, znaleźć można w prosty bardzo sposób, nie odpowiadający jednak wymaganiom ścisłości. Przypuśćmy, iż punkt porusza się ruchem przyśpieszonym po linji prostej (rys. 51); w punkcie A prędkość jego wynosi v_0, po upływie zaś czasu t w punk-

Rys. 51.

cie B prędkość jego jest v. Ponieważ prędkość tu wzrasta jednostajnie, przeto punkt, poruszając się ruchem jednostajnym z prędkością, równą średniej z tych dwu prędkości początkowej i końcowej, t. j. z prędkością $\frac{v_0+v}{2}$, przeszedłby w tym samym czasie tę samą drogę. Znaleźć jednak drogę, przebywaną ruchem jednostajnym, umiemy — trzeba w tym celu pomnożyć prędkość przez czas; a więc

$$AB = \frac{v_0+v}{2} \cdot t;$$

jeżeli przyśpieszenie ruchu jest w. to, jak już wiemy,

$$v = v_0 + wt;$$

podstawiając, otrzymujemy

$$AB = \frac{2v_0+wt}{2} . t = v_0 t + \frac{wt^2}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1).$$

Rozumowanie pozostaje oczywiście bez zmiany w razie ruchu jednostajnie opóźnionego — z tą różnicą, że wtedy przyśpieszenie jest ujemne.

Ściślej otrzymujemy rezultat powyższy w sposób następujący: Widzieliśmy w ust. 25, iż przy danym wykresie prędkości ruchu jednostajnego pole prostokąta, ograniczonego przez wykres prędkości (w tym razie jest to prosta, równoległa do osi czasów), oś czasów oraz dwie rzędne, odpowiadające dwu momentom początkowemu i końcowemu, daje wykreślnie wartość drogi, przebytej danym ruchem jednostajnym w czasie, dzielącym te dwa momenty—pole to ma tyle jednostek powierzchni, ile droga przebyta jednostek długości.

Podobnie rzecz się ma w przypadku, gdy mamy wykres prędkości ruchu jednostajnie zmiennego (jest to również słuszne dla każdego ruchu zmiennego).

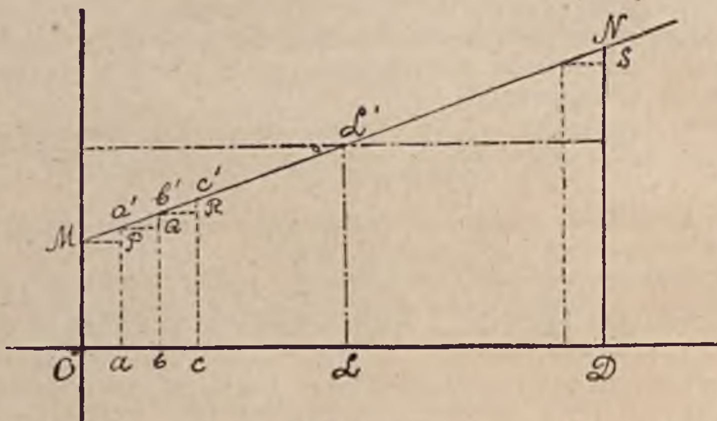
Przypuśćmy, iż MN na rys. 52 przedstawia wykres prędkości

$$v = v_0 + wt$$

ruchu jednostajnie przyśpieszonego, który zachodzi na drodze AB (rys. 51).

Podzielmy czas $t = OD$ na n równych części: $0a = ab = bc = \ldots \frac{t}{n}$. Rzędne aa', bb', cc', ... , wystawione w punktach a, b, c ... i t. d., przedstawiają prędkości danego ruchu w momentach $\frac{t}{n}$, $\frac{2t}{n}$, $\frac{3t}{n}$ i t. d.

Wystawmy sobie, że zamiast danego ruchu jednostajnie przyśpieszonego punkt nasz wykonywa szereg ruchów jednostajnych, bezpośrednio następujących po sobie; przypuśćmy, że czas trwania każdego z tych poszczególnych ruchów wynosi $\frac{t}{n}$, zaś prędkości kolejne przedstawione są przez odcinki OM, aa', bb', cc' i t. d. (t. j. w końcu każdego okresu, na które podzieliliśmy czas t, prędkości otrzymują nagłe i przytem równe przyrosty, wyobrażone przez odcinki $Pa' = Qb' = Rc' = \ldots$). Droga, przebyta przez punkt w czasie $\frac{t}{n}$ z prędkością, wyobrażoną przez OM $(= v_0)$, będzie dana — zgodnie z tem, cośmy powiedzieli w ust. 25 — przez pole prostokąta $OMPa$; droga, przebyta następnie w czasie $\frac{t}{n}$ z prędkością, wyobrażoną przez aa', będzie dana odpowiednio przez pole $aa'Qb$; podobnie droga, przebyta dalej w czasie $\frac{t}{n}$ z prędkością, wyobrażoną przez odcinek bb', będzie dana przez pole prostokąta $bb'Rc$ i t. d. Droga więc, przebyta ogółem w czasie t przez punkt tym szeregiem ruchów jednostajnych z prędkościami, rosnącemi w powyżej zaznaczony sposób skokami, będzie dana przez pole figury, ograniczonej przez odciętą $OD = t$, dwie rzędne OM $(= v_0)$ i DN $(= v = v_0 + wt)$ oraz linję łamaną $MPa'Qb'R...S$. Zwiększajmy stopniowo liczbę n, przez którą podzieliliśmy t; im większe będzie n, tem bliższe będą względem siebie momenty, w których prędkość wzrasta o równe wciąż przyrosty. W ruchu jednostajnie przyśpieszonym prędkość wzrastanie takiemi skokami, lecz nieustan-



Rys. 52.

nie; ruch zatem jednostajnie przyśpieszony uważać możemy za przypadek graniczny tego ruchu, który przed chwilą przedstawiliśmy, w miarę jak n wzrasta nieograniczenie. Z drugiej strony w miarę wzrostu n ząbki linji łamanej $MPa'Q$... stają się wciąż drobniejsze i łamana ta zbliża się stopniowo do MN. Wyciągamy stąd wniosek, że jeżeli stopniowo będziemy przechodzili coraz bliżej od ruchu, pomyślanego w powyższy sposób, do ruchu jednostajnie przyśpieszonego, pole figury, wyobrażającej wciąż wartość drogi przebytej, będzie dążyło do wartości pola trapezu $OMND$. W przypadku więc granicznym, t. j. w przypadku ruchu jednostajnie przyśpieszonego droga, przebyta przez punkt tym ruchem, będzie dana przez pole tego trapezu $OMND$. Lecz

pole to wynosi $\frac{(OM + ND)\,OD}{2} = \frac{(v_0 + v)t}{2} = \frac{(2v_0 + wt)t}{2} =$
$= v_0 t + \frac{wt^2}{2}$, a więc i szukana droga AB wynosi

$$AB = v_0 t + \frac{wt^2}{2},$$

co jest zgodne ze wzorem (1).

W razie ruchu jednostajnie opóźnionego wykresem prędkości byłaby prosta, pochylona względem osi czasu tak, jak na rys. 49 Przyspieszenie i przyrost prędkości byłyby ujemne. Rozumując jak wyżej, otrzymalibyśmy na drogę wzór

$$v_0 t - \frac{wt^2}{2}.$$

Zatem wzór (1) przedstawia najogólniej wartość drogi w ruchu jednostajnie zmiennym, jeżeli prędkości początkowej v_0 i przyspieszeniu w przypisywać będziemy właściwe im znaki.

Jeżeli przez punkt L, leżący w środku odcinka OD, poprowadzimy $LL' \parallel OM$, to oczywiście $LL' = \frac{OM + ND}{2} = \frac{v_0 + v}{2}$; jeżeli przez L' poprowadzimy równoległą do OD, zaznaczoną na rysunku kreskami, otrzymamy prostokąt, którego pole, równe polu trapeza $OMND$, daje wykreślnie drogę, przebytą ruchem jednostajnym w czasie t z prędkością $\frac{v_0 + v}{2}$ (wszak $OD = t$). Uzasadnia to słuszność rozumowania skróconego, przy którego pomocy wyprowadziliśmy na początku tego ustępu wzór (1).

Przykład. Prędkość początkowa punktu $v_0 = 30\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$, przyspieszenie $w = 20\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$; znaleźć drogę, przebytą przez punkt ruchem jednostajnie przyśpieszonym w czasie $t = 10$ sek. Znajdujemy zgodnie ze wzorem (1)

$$s = 30\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} \cdot 10\ \text{sek.} + \frac{20\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} \cdot 100\ \text{sek.}^2}{2}$$
$$= 300\ \text{cm.} + 1000\ \text{cm.} = 1300\ \text{cm}$$

(tyle razy objaśnialiśmy działania nad symbolami, oznaczającemi jednostki, że już powtarzać tych objaśnień dalej nie będziemy).

33. Równanie ruchu jednostajnie zmiennego.

Napiszmy teraz równanie ruchu jednostajnie zmiennego, t. j. takie równanie, które pozwala wyznaczyć na danym torze dla dowolnego czasu położenie poruszającego się tym ruchem punktu (ciała) przez podanie odpowiadającej temu czasowi odległości poruszającego się punktu ciała od punktu stałego na torze.

Na rys. 51 za stały punkt obrany jest punkt O; oznaczmy odległość początkową OA poruszającego się punktu przez l_0; droga AB, przebyta przez punkt w jakimś czasie t, jak widzieliśmy, wynosi $AB = v_0 t + \frac{wt^2}{2}$. Przeto odległość $l = OB$ poruszającego się punktu od stałego w jakimkolwiek czasie t jest

$$l = l_0 + v_0 t + \frac{wt^2}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Jest to właśnie szukane równanie ruchu jednostajnie zmiennego. Gdyby początkowa prędkość skierowana była nie w stronę dodatnią, a ujemną, należałoby uważać v_0 za ujemne; podobnie l_0 byłoby ujemne, gdyby w początkowym momencie punkt znajdował się nie na prawo a na lewo od O; odpowiednio i w należy rozumieć jako dodatnie lub ujemne, zależnie od warunków danych. Słowem wzór (1) jest najogólniejszą formą równania ruchu jednostajnie zmiennego.

W przypadku szczególnym może być $l_0 = 0$ (początkowe położenie punktu obiera się za punkt stały — droga przebyta równa się odległości od punktu stałego); w tym razie otrzymujemy równanie krótsze

$$l = v_0 t + \frac{wt^2}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2).$$

Może się wreszcie zdarzyć, że i prędkość początkowa $v_0 = 0$; równanie staje się jeszcze krótsze

$$l = \frac{wt^2}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3).$$

W tym ostatnim razie, jak widzimy, *droga przebyta jest proporcjonalna do kwadratu czasu* (w czasie 2, 3,... razy większym droga przebyta jest 4, 9,... razy większa); połowa przyspieszenia $\left(\frac{w}{2}\right)$ jest tym stałym spółczynnikiem, przez który mnożyć należy kwadrat czasu dla znalezienia odpowiadającej temu czasowi drogi. Ta proporcjonalność drogi do kwadratu czasu jest charakterystyczna dla ruchu jednostajnie przyśpieszonego, rozpoczynającego się z prędkością początkową, równą zeru.

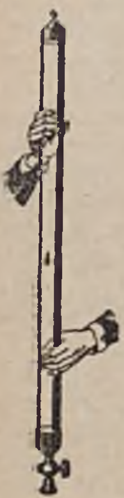
39. Swobodne spadanie ciał.

W czwartym wieku przed Chr. wielki filozof grecki Arystoteles uczył, że ciała „cięższe“ spadają prędzej niż „lżejsze“. Pogląd Arystotelesa, przekazywany z pokolenia w pokolenie, przetrwał aż do końca XVI stulecia naszej ery, kiedy to uczony włoski Galileusz poglądowi temu zaprzeczył i podał właściwy opis zjawiska spadania. Bardzo proste rozumowanie kazało Galileuszowi zwątpić o słuszności niepodawanego do tego czasu w wątpliwość poglądu Arystotelesa: jeżeli każda część danego ciała jako „lżejsza" od całości spada wolniej, to czem się dzieje, że wszystkie części razem, tworząc ciało, poruszają się przy spadaniu prędzej? Zdawałoby się raczej, iż wszystkie części razem spadać powinny tak samo, jak każda część oddzielnie (gdy kilka koni biegnie jeden przy drugim, poruszają się wszystkie razem tak samo prędko, jak każdy oddzielnie). Co więcej, Galileusz decyduje się na krok, który nam dziś wydaje się jedynie słusznym, na tamte jednak czasy był krokiem rewolucyjnym, rozpoczynającym nową kartę w dziejach fizyki: Galileusz postanawia *wykonać doświadczenie* i przekonać się w ten sposób, jak naprawdę ciała spadają, czy istotnie tak, jak jemu się zdaje, czy też zgodnie z poglądem Arystotelesa. Z wierzchołka słynnej wieży pochyłej w Pizie puszcza on jednocześnie różne ciała „lżejsze" i „cięższe" i obserwuje czasy ich spadania. Zasługa Galileusza polega nie tyle na sprostowaniu panującego do tego czasu błędnego mniemania, ile na wskazaniu należytej drogi, która prowadzi nas do poznania zjawisk — drogi *doświadczenia fizycznego*.

Traktując rzecz pobieżnie, gotowibyśmy sami popełnić błąd, niegdyś popełniony nawet przez takiego Arystotelesa — oto gdy puścimy jednocześnie z tej samej wysokości arkusz papieru i kawałek metalu, ten ostatni dosięgnie podłogi prędzej; lecz samo bujanie się przy spadaniu kawałka papieru powinno nam nasunąć myśl, że opóźnienie to może być spowodowane przez opór powietrza — wystarczy zmiąć arkusz papieru i zrobić z niego gałkę, a przy powtórzeniu doświadczenia z tą gałką i tym samym co poprzednio kawałkiem metalu okaże się, że oba ciała, puszczone z tej samej wysokości jednocześnie, dosięgają podłogi również jednocześnie, czyli że spadają jednakowo.

Oto inne proste a pouczające doświadczenie, do którego używamy krążka metalowego i krążka papierowego o średnicy cokolwiek mniejszej od średnicy krążka metalowego. Jeżeli, trzymając oddzielnie oba te ciała w tej samej odległości od podłogi, puścimy je jednocześnie, krążek metalowy doleci do podłogi prędzej, a bujanie się krążka papierowego przy spadaniu wskaże, podobnie jak w doświadczeniu poprzedniem, iż mamy tu do czynienia z oporem powietrza, którego wpływ zakłócający na krążek papierowy jest większy niż na metalowy. Gdy jednak położymy krążek papierowy na metalowy i, trzymając je razem w pewnej wysokości nad podłogą, powierzchnią płaską równolegle do podłogi, puścimy swobodnie, spadną na podłogę razem — teraz krążek papierowy nie ma do pokonania na swej drodze oporu powietrza: czyni to krążek metalowy. (Dlaczego, gdybyśmy w ostatniem doświadczeniu położyli odwrotnie metalowy krążek na papierowym, doświadczenie nie byłoby przekonywające?)

Bardzo ładnego doświadczenia nauczył nas Newton. W rurze szklanej, dającej się szczelnie zamknąć (rys. 53), umieszcza się kilka ciał „cięższych“ i „lżejszych“ np. kawałek metalu, skrawek papieru, piórko. Przechylając rurę, pozwalamy tym ciałom zsunąć się na jeden koniec rury i nagłym ruchem ustawiamy ją pionowo tym końcem do góry, gdzie mieszczą się wszystkie wymienione ciała; spadają one oczywiście i zauważyć łatwo, że najpierw dosięga dolnego końca rury kawałek metalu, potem piórko, najpóźniej zaś papierek. Następnie przy pomocy pompy usuwamy powietrze z rury; zupełnie usunąć powietrza nie możemy, „próżni“ więc w rurze nie otrzymamy; bądź co bądź jednak powietrze znacznie rozrzedzone stawia znikomo mały opór poruszającym się w niem ciałom. Gdy po takiem rozrzedzeniu powietrza w rurze szczelnie ją zamkniemy i powtarzać będziemy opisane doświadczenie, zobaczymy iż wszystkie ciała w rurze spadają jednakowo. Gdy natomiast wpuścimy powietrze do rury, znowu najprędzej spadać będzie kawałek metalu, wolniej piórko, a najwolniej papierek. Wyciągamy z tego wniosek, iż, *o ile pominiemy opór powietrza, wszystkie ciała w jednem i tem samem miejscu* ziemi *spadają jednakowo.*


Rys. 53.

Przez doświadczenia swe — z uwzględnieniem nieuniknionych błędów doświadczalnych — Galileusz ustalił fakt, iż *drogi*, przebywane przez ciała swobodnie spadające, są *proporcjonalne do drugiej potęgi czasów* spadania. Przypominając sobie to, co było powiedziane na końcu ust. 38, rozumiemy, iż *ruch ciał swobodnie spadających jest ruchem jednostajnie przyśpieszonym.* Później zobaczymy, dlaczego twierdzenie takie zupełnie ścisłe nie jest; tymczasem jednak, zakładając, iż jest ono zupełnie ścisłe, spróbujemy zastosować do rozważania zjawiska spadania wzory ogólne ruchu jednostajnie przyśpieszonego.

Odpowiednie pomiary, o których teraz mówić nie będziemy, pozwalają znaleźć wartość przyśpieszenia tego ruchu ciał, spadających swobodnie; okazuje się, że wartość ta jest różna w różnych miejscach ziemi, np. w różnych szerokościach, albo w różnych wysokościach nad (względnie pod) poziomem morza. Ponieważ w wielu bardzo zagadnieniach spotykamy się z tem przyśpieszeniem ciał swobodnie spadających, będziemy je na przyszłość dla odpowiedniego wyróżnienia oznaczali literą g — jest to tak samo powszechnie przyjęte, jak oznaczanie przez π stosunku obwodu koła do jego średnicy („gram“ oznaczamy „*gr.*“, a nie przez początkową tylko literę dla uniknięcia ewentualnego nieporozumienia). W naszej szerokości geograficznej wartość tego przyśpieszenia wynosi w liczbie zaokrąglonej

$$g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

na podstawie danego w ust. 34 określenia rozumiemy to w ten sposób, iż przyrost prędkości ciał swobodnie spadających wynosi $981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$ w ciągu każdej sekundy, (odpowiednio $2.981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$ w ciągu dwu sekund, $\frac{1}{2}$. $981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$ w ciągu $\frac{1}{2}$ sekundy i t. d.).

Wzór ogólny na prędkość w ruchu jednostajnie zmiennym jest

$$v = v_0 + wt.$$

W zastosowaniu do danego przypadku, uwzględniając, że prędkość początkowa ciała swobodnie spadającego jest równa zeru ($v_0 = 0$), oraz że $w = g$, napiszemy ten wzór tak:

$$v = gt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Przyjmując, że

$$g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2},$$

oraz nie biorąc pod uwagę oporu powietrza, obliczmy, jaką prędkość posiada ciało swobodnie spadające po upływie 2 sek. od początku spadania (przypuszczamy, oczywiście, iż ciało spada z takiej wysokości, iż przed upływem tego czasu nie dosięga jeszcze ziemi); posługując się wzorem (2), piszemy

$$v_2 = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} . 2 \text{ sek.} = 1962 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} = 19,62 \frac{\text{m.}}{\text{sek.}};$$

zatem, gdyby ciało, poczynając od tej chwili, poruszało się dalej ruchem jednostajnym, przebiegałoby w ciągu każdej sekundy blisko 20 metrów.

Podobnie dla czasu $t = 3,5$ sek. (z zachowaniem tych samych warunków, co poprzednio) znajdziemy

$$v_{3.5} = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} . 3,5 \text{ sek.} = 3433,5 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} = 34,335 \frac{\text{m.}}{\text{sek.}} \text{ i t. d.}$$

Napiszmy teraz wzór na drogę dla ciał swobodnie spadających. Z ogólnego równania ruchu jednostajnie zmiennego (wzór (1) ust. 38)

$$l = l_0 + v_0 t + \frac{wt^2}{2}$$

otrzymaliśmy jako przypadek poszczególny, gdy odległości odnosimy do położenia początkowego ($l_0 = 0$) oraz gdy prędkość początkowa jest zero ($v_0 = 0$), wzór krótszy (3 w ust. 38)

$$l = \frac{wt^2}{2}.$$

W danym razie będziemy mierzyć drogi, przebyte przez ciało spadające, od miejsca, z którego zaczyna spadać, t. j. od położenia początkowego; prędkość początkowa wynosi tu zero; zatem, oznaczając przez h drogę, przebytą przy spadaniu, oraz przez g przyśpieszenie, będziemy mieli

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Wzór ten wyraża właśnie, iż droga, przebyta przez ciała swobodnie spadające, jest proporcjonalna do kwadratu czasu.

Przypuśćmy, iż *ABCDE* (rys. 54) przedstawia tor ciała swobodnie spadającego; jeżeli odcinek AB jest drogą, którą ciało przebywa, spadając w jednostce czasu, to $AC = 4AB$ jest drogą, przebywaną w ciągu dwu jednostek czasu, $AD = 9AB$ — drogą, przebywaną w ciągu trzech jednostek czasu i t. d.

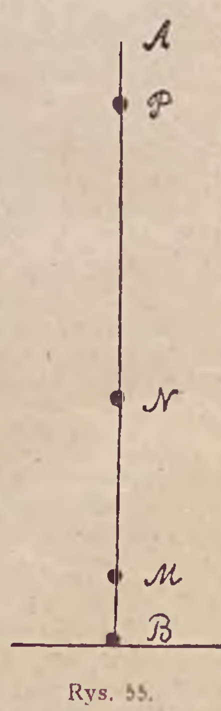
Drogi, przebyte przez ciało spadające kolejno w ciągu pierwszej, drugiej, trzeciej i t. d. jednostki czasu, będą AB, BC, CD i t. d.; lecz skoro $AC = 4AB$, to $BC = 3AB$; podobnież $CD = 5AB$ i t. d.; mamy więc

$$AB : BC : CD : \ldots = 1 : 3 : 5 : \ldots$$

t. j. drogi, przebiegane przez ciało swobodnie spadające w kolejno po sobie następujących równych czasach (o wartości tego czasu nie zakładaliśmy nic), mają się do siebie jak *szereg liczb nieparzystych*. Zależność tę również Galileusz ustalił doświadczalnie.

Bardzo proste doświadczenie poucza nas o słuszności powiedzianego. Trzymamy sznur za jeden koniec A tak, by drugi obciążony kulką metalową koniec B dotykał podłogi (rys. 55). Sznur przyjmuje oczywiście kierunek pionowy. W pewnej odległości od B przytwierdzona jest do sznura kula M, w N ($NB = 4MB$) druga takaż kula, w P ($PB = 9MB$) trzecia. Puśćmy w pewnej chwili trzymany koniec sznura A; kule M, N, P spadając będą uderzały kolejno o podłogę; jeżeli przytoczona wyżej zależność między drogą a czasem jest słuszna, kolejne uderzenia kul o podłogę będą następowały po sobie w równych odstępach czasu (kula N ma do przebycia 4 razy większą drogę niż kula M, a więc trzeba jej na to 2 razy większego czasu niż kuli M na przebycie drogi MB; kula P ma do przebycia 9 razy większą drogę niż kula M, a więc trzeba jej 3 razy większego czasu i t. d.). Możemy nastawić odpowiednio metronom i puścić w chwili uderzenia metronomu trzymany koniec A sznura, a kolejne uderzenia kul o podłogę będą zachodziły zgodnie z uderzeniami metronomu.

Rys. 54.



Rys. 55.

Obliczmy, jakie drogi będzie przechodziło ciało, jeżeli spadanie będzie trwało 1 sekundę, 2 sekundy i t. d. Zakładamy, jak wyżej, że $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$ oraz że niema oporu powietrza.

Dla $t = 1$ sek. znajdujemy

$$h_1 = \frac{981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} \cdot 1 \text{ sek.}^2}{2} = 490,5 \text{ cm.} = 4,905 \text{ m.};$$

dla $t = 2$ sek.

$$h_2 = \frac{981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} \cdot (2 \text{ sek.})^2}{2} = \frac{981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} \cdot 4 \text{ sek.}^2}{2} = 1962 \text{ cm.} = 19,62 \text{ m.}$$

Chcąc zatem, by spadanie ciała trwało 1 sek., trzeba je puścić swobodnie z wysokości około 5 metrów ponad tą powierzchnią, na którą ma upaść, np. ponad podłogą; chcąc, by zjawisko spadania trwało 2 sekundy, trzeba odpowiednio puścić ciało spadające z wysokości 4 razy większej, t. j. z wysokości ok. 20 m. i t. d. Zatem nie w każdem pomieszczeniu doświadczenia ostatniego rodzaju mogą być wykonane.

Znajdźmy, z jaką prędkością dosięgnie ziemi ciało, spadające swobodnie z danej wysokości h? Ze wzoru

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

znajdujemy czas trwania spadania

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}};$$

podstawiając znalezioną wartość t do wzoru na prędkość

$$v = gt,$$

otrzymujemy

$$v = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

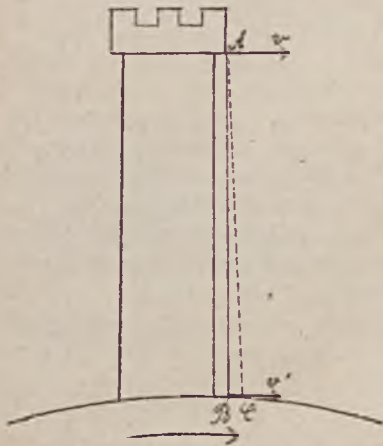
Przypuśćmy, iż $h = 25$ m., zaś $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, jak wyżej; otrzymujemy w tym razie

$$v = \sqrt{2 . 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} . 2500 \text{ cm.}} = 2215 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} = 22.15 \frac{\text{sek.}}{\text{m.}}.$$

40. Odchylanie się od pionu ciał swobodnie spadających. Kierunek g.

Zawieśmy na znacznej wysokości ponad powierzchnią ziemi długi obciążony u dołu i sięgający ziemi sznur; da on swym kierunkiem kierunek pionowy (AB na rys. 56). Jeżeli następnie z miejsca, gdzie był przytwierdzony górny koniec sznura A, puścimy swobodnie ciało, by spadało, upadnie ono nie w B, gdzie przypadał dolny koniec sznura, lecz w pewnej odległości od B w C.

Powtarzając doświadczenie wielokrotnie, przekonamy się, że nie jest to przypadkowy błąd doświadczalny, lecz że istotnie mamy tu do czynienia z faktem odchylania się od pionu ciał spadających; zauważymy przytem, że odchylenie to zachodzi zawsze w kierunku, w którym ziemia porusza się swym ruchem obrotowym. Zjawisko to możemy sobie łatwo wytłumaczyć. Przy ruchu obrotowym poszczególne punkty ciała wirującego poruszają się tem prędzej, im dalej się znajdują od osi; ciało, znajdujące się w A ponad powierzchnią ziemi (np. jak tutaj na szczycie wieży) i biorące udział w ruchu obrotowym ziemi, posiada prędkość (v) większą niż miejsce B na powierzchni ziemi, leżące bliżej osi obrotu ziemi (v'); przy spadaniu z A ciało zachowuje skutkiem bezwładności tę większą prędkość v i, dolatując do powierzchni ziemi, wyprzedza miejsce B, poruszające się z mniejszą prędkością v' (podobnie człowiek, wyskakujący z wozu, zachowuje prędkość wozu, jak o tem mówiliśmy w ust. 6 części I-ej). Zatem ruch ciała spadającego jest ruchem wypadkowym: właściwego zbliżania się ku powierzchni ziemi w kierunku pionowym oraz przesunięcia w kierunku poziomym; ten ruch wypadkowy zachodzi po linji AC, która, jak zobaczymy niżej w ust. 44, nie jest linją prostą. Tylko w tym przypadku, gdyby nie było ruchu obrotowego ziemi, spadanie ciał zachodziłoby w kierunku dokładnie pionowym; poza tem zjawisko to i przy danym ruchu ziemi zachodziłoby w kierunku pionowym, gdybyśmy doświadczenie wykonywali na samych biegunach ziemi.



Rys. 56.

Ponieważ przesunięcie poziome (BC) spowodowane jest przez komplikujący wpływ ruchu obrotowego ziemi, zaś właściwe zbliżanie się ciała spadającego ku ziemi zachodzi jednak w kierunku pionowym, mamy wszelkie prawo twierdzić, że przyrosty prędkości ciała spadającego mają kierunek pionowy, a zatem i *przyśpieszenie g posiada kierunek pionowy*, *zwrócony ku ziemi.*

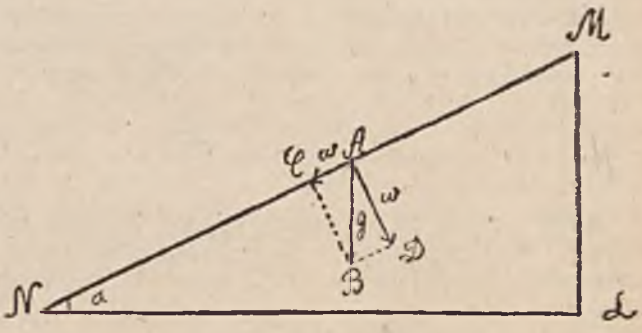
Jeżeli $AB = 100$ m., to w naszej szerokości BC wynosi zaledwie ok. 2 cm.; usprawiedliwia to, że w większości przypadków pomijamy wymieniony czynnik komplikujący i mówimy krótko, że ciała spadają w kierunku pionowym.

Dodajmy, że fakt odchylania się od pionu ciał spadających możemy sobie wytłumaczyć tylko w sposób powyższy, i dlatego fakt ten uważamy za jeden z dowodów fizycznych ruchu obrotowego ziemi.

41. Zsuwanie się ciał po równi pochyłej.

Ciało które zaznaczamy na rysunku dla krótkości punktem A (rys. 57), położone jest na płaszczyźnie, pochylonej względem poziomu o pewien kąt α — na t. zw. *równi pochyłej*. Ciało to będzie się zsuwało po równi pochyłej; zbadajmy ten ruch w przypuszczeniu, że ruchowi nie przeszkadza tarcie.

Gdyby ciało A było swobodne, t. j. gdyby równia pochyła nie ograniczała swobody jego ruchu, spadałoby z przyśpieszeniem g; w kierunku jednak pionowym ruch uniemożliwiony jest przez równię, natomiast ruch jest możliwy tylko w kierunku r ó w n i. Przyśpieszenie g, jak każdy wektor, rozłożyć możemy na dwa *składowe* przyśpieszenia —jedno w kierunku równi, drugie w kierunku prostopadłym do równi; podług wskazówek ust. 30, gdzie rozważaliśmy rozkładanie prędkości, otrzymamy dwa składowe przyśpieszenia w i w'; nas obchodzi tylko pierwsze składowe przyśpieszenie w, przypada ono bowiem w tym kierunku, w którym ruch ciała jest możliwy. Ponieważ g w danem miejscu uważać możemy za stałe, przeto i w jest dla danego pochylenia równi stałe; istnienie zaś stałego przyśpieszenia w kierunku równi powoduje ruch jednostajnie przyśpieszony zsuwającego się po równi ciała (podobnie jak przyśpieszenie g powoduje ruch jednostajnie przyśpieszony ciała, swobodnie spadającego).



Rys. 57.

Przyśpieszenie w tego ruchu po równi jest oczywiście mniejsze niż g; z podobieństwa trójkątów ABC i MNL wynika

$$\frac{w}{g} = \frac{ML}{MN},$$

skąd

$$w = \frac{ML}{MN} g; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1);$$

zatem przyśpieszenie w jest tyle razy mniejsze od g, ile razy ML jest mniejsze od MN, albo — jak mówią — ile razy *wysokość* równi jest mniejsza od jej *długości;* im mniejszą więc będzie wysokość równi w porównaniu z długością (odpowiednio mniejsze będzie wtedy pochylenie równi, a więc kąt α), tem mniejsza będzie wartość w w porównaniu z g.

Ponieważ

$$\frac{ML}{MN} = \sin \alpha,$$

przeto

$$w = g \sin \alpha; \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (2)$$

to samo wypada bezpośrednio z trójkąta ABC, w którym $\angle ABC = \alpha$ (ramiona kąta $ABC \perp$ do ramion kąta MNL).

Jeżeli w początkowym momencie prędkość ciała, położonego na równi, jest zero, to wzór na drogę, przebytą przez ciało przy jego zsuwaniu się po równi pochyłej, będzie oczywiście (wzór 3 ust. 38)

$$l = \frac{wt^2}{2}.$$

Ruch zatem ciała, zsuwającego się bez tarcia po równi pochyłej, jest ruchem co do charakteru takim samym, jak ciała swobodnie spadającego; przyśpieszenie zaś tego ruchu zależy od kąta nachylenia równi względem poziomu i jest tem mniejsze, im mniejszy jest sinus tego kąta.

Rys. 58.

Oczywiście otrzymanie takiego ruchu bez tarcia jest niemożliwe; jeżeli jednak puścimy kulę stalową po dobrze wypolerowanym rowku rynienki drewnianej, pochylonej względem poziomu (rys. 58), tarcie będzie o tyle nieznaczne, że ruch kuli doskonale będzie nam mógł ilustrować charakterystyczną cechę ruchu jednostajnie przyśpieszonego, rozpoczynającego się z prędkością początkową = 0, a mianowicie proporcjonalność przebytych dróg do kwadratów odpowiednich czasów*). Rynienka składa się z dwu części, połączonych zawiasami; na ścianie jej zrobiono podziałki decymetrowe. Regulujemy tak metronom, by kula, puszczona swobodnie od podziałki „4“, przebiegała całą dro-

*) Nie będziemy tu wszakże mieli „zsuwania się“ — ruchowi postępowemu kuli towarzyszyć będzie jej ruch obrotowy; dla uproszczenia sprawy zamykamy oczy na ten szczegół.

gę do „0“ (*b*), t. j. 4 dm. w ciągu 2, dajmy na to, jednostek czasu, wystukiwanych przez metronom (przy *b* ustawiamy kloc drewniany *K*, o który kula ma uderzyć, dobiegając doń); w chwili któregokolwiek uderzenia metronomu puszczamy kulę, przytrzymywaną tymczasem deseczką *L* przy podziałce „4“ i zaczynamy jednocześnie rachować uderzenia metronomu. „zero“, „raz“, „dwa“...: w chwili, gdy następuje uderzenie, przy którem wymawiamy „dwa“, słyszymy zgodnie z uderzeniem metronomu uderzenie kuli o kloc drewniany. Następnie puszczamy kulę od podziałki „1“; okazuje się, że czas, użyty na przebycie drogi 1 dm., równy jest 1 obranej jednostce czasu — w czasie więc dwa razy mniejszym ciało przebywa drogę cztery razy mniejszą. Gdy powtórzymy to samo doświadczenie, puszczając kulę od podziałki „9“, czas, użyty na przebycie tej drogi = 3 jedn. czasu.

Doświadczenie ze staczaniem się ciał po równi pochyłej robił Galileusz we wspomnianych wyżej badaniach; doświadczenia te przyczyniły się bardzo do ustalenia przez niego praw swobodnego spadania ciał (pochylając równię coraz więcej względem poziomu, będziemy otrzymywali ruch o tym samym charakterze, lecz o rosnącem wciąż przyśpieszeniu; swobodne spadanie możemy uważać jako przypadek graniczny, gdy kąt równi z poziomem jest prosty).

Z opisaną równią wykonać możemy jeszcze jedno doświadczenie, które, jakkolwiek zawiera w sobie wyraźne niedokładności, przydać się może do uzmysłowienia, co rozumiemy przez prędkość ruchu zmiennego w dowolnym momencie. Gdy kula, staczając się, dobiegnie końca równi (podziałki „0“ przy *b*), skąd usuniemy umieszczony w poprzednim doświadczeniu kloc, poruszać się dalej będzie po poziomej drodze. Pomijając tarcie, winnibyśmy uważać ruch kuli po tej drodze poziomej za jednostajny, składowa bowiem przyśpieszenia *g* w kierunku poziomym równa się zeru. Tej stałej (w przybliżeniu) prędkości kuli w kierunku poziomym nie możemy wprawdzie uważać za równą tej prędkości, z którą kula dobiega końca równi pochyłej, a to z powodu, iż prędkość zmienia kierunek w chwili przejścia kuli przez „0“; w każdym razie *w przybliżeniu* możemy przyjąć, że kula porusza się poziomo, zachowując prędkość, którą miała w punkcie „0“ równi. Przypomnijmy sobie, żeśmy, określając prędkość ruchu zmiennego w danym jakimś momencie, powiedzieli, iż jest to prędkość, z którą ciało poruszałoby się dalej, gdyby w tym momencie ruch jego stał się jednostajny.

W poprzedniem doświadczeniu wypróbowaliśmy, że drogę 1 dm. kula przebiega w ciągu 1 obranej jednostki czasu. Puśćmy wraz z uderzeniem uregulowanego jak wyżej metronomu kulę od podziałki „1“, zaś kloc *K* ustawmy w rowku poziomej części rynienki w takiej odległości od „0“, by kula na „dwa“ weń uderzyła; ponieważ drogę od „1“ do „0“ kula przebywa w ciągu 1 takiej jednostki czasu, przeto drogę od „0“ do powierzchni kloca przechodzi też w ciągu 1 takiej jednostki. Puśćmy teraz kulę wraz z uderzeniem metronomu od podziałki „4", zaś kloc K ustawmy w poziomej części rynienki w takiej odległości, by kula uderzyła w nią na „trzy"; znowu więc, ponieważ droga od „4" do „0" zostaje, jak przekonaliśmy się wyżej, przebyta w ciągu 2 jednostek czasu, drogę od „0" do kloca kula przebywa w ciągu 1 takiej jednostki. Ze wzoru na prędkość (przy prędkości początkowej równej zeru) w ruchu jednostajnie przyśpieszonym

$$v = wt$$

wynika, iż po upływie dwa razy większego czasu od rozpoczęcia ruchu ciało posiada prędkość dwa razy większą. Spadając tedy po równi od punktu „4" kula winna nabyć, dobiegając do „0", dwa razy większą prędkość, niż staczając się od „1"; poruszając się zaś od „0" dalej w kierunku poziomym z nabytą 2 razy większą prędkością, kula winna przejść w tym samym czasie 2 razy większą drogę. Istotnie przekonywamy się, iż w drugim razie należy kloc ustawić prawie dwa razy dalej od podziałki „0", niż w pierwszym; temu „prawie" winne jest tarcie oraz zmiana kierunku prędkości przy przejściu przez podziałkę „0". Powtórzmy wreszcie to samo doświadczenie, puszczając kulę od podziałki „9"; okaże się zgodnie z przewidywaniem, że teraz kloc trzeba będzie umieścić w rowku poziomym 3 razy (mniej więcej) dalej od „0" niż w pierwszym razie, gdy kula była puszczona od podziałki „1".

42. Rzut pionowy ciał do góry.

Rzućmy pionowo do góry ciało, nadając mu prędkość początkową v_0 i obliczmy, na jaką wysokość ono się wzniesie, w przypuszczeniu, że nie napotyka oporu powietrza. Wzór na drogę (por. wzór (1) ust. 38) będzie oczywiście

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

gdzie h mierzyć będziemy od miejsca, z którego ciało rzucono; biorąc kierunek prędkości początkowej v_0 za dodatni musimy uważać przyśpieszenie g za ujemne, gdyż kierunek jego jest wręcz przeciwny (rys. 59).

$$v = v_0 - gt \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

W chwili osiągnięcia największej wysokości ciało będzie miało prędkość równą zeru; dla znalezienia więc czasu, który upływa od chwili rzucenia ciała aż do chwili tego największego wzniesienia, służy nam równanie

$$0 = v_0 - gt,$$

z którego otrzymujemy

$$t = \frac{v_0}{g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Podstawiając znalezione t do równania (1), znajdziemy szukaną wysokość

$$h = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Przypuśćmy, iż $v_0 = 30 \frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$; piszemy odpowiednio

$$0 = 3000 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} - 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}\, t,$$

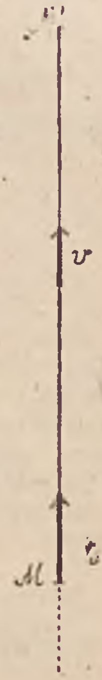
skąd

$$t = \frac{3000 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}}{981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}} = 3{,}06 \text{ sek. (liczba zaokrąglona)}$$

Podstawiając znalezione t do wzoru na drogę, który w tym razie będzie

$$h = 3000 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} . t - 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} \cdot \frac{t^2}{2},$$

otrzymamy



$$h = 3000 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} . 3{,}06 \text{ sek.} - \frac{981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} . (3{,}06 \text{ sek.})^2}{2} =$$

Rys. 59.

$$= 9180 \text{ cm.} - 4593 \text{ cm.} = 4587 \text{ cm.} = \text{ok. } 45{,}9 \text{ m.}$$

Mając zadanie, rozwiązane w ogólnej formie, możemy wprost posługiwać się otrzymanym wzorem (4).

$$h = \frac{v_0^2}{2g};$$

podstawiając odpowiednie wartości na v_0 oraz g; będziemy mieli w tym razie

$$h = \frac{\left(3000 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}\right)^2}{2.981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}} = \frac{9.10^6 \frac{\text{cm.}^2}{\text{sek.}^2}}{2.981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}} = 4587 \text{ cm.} = 45{,}9 \text{ m.}$$

Po osiągnięciu największej wysokości ciało będzie spadało. Znajdźmy, ile czasu trwać będzie spadanie z danej wysokości. Bierzemy znany już nam wzór

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

i podstawiamy na h znalezioną wartość $\frac{v_0^2}{2g}$;
otrzymujemy

$$\frac{v_0^2}{2g} = \frac{gt^2}{2}$$

skąd

$$t = \frac{v_0}{g};$$

tę samą wszakże wartość daje nam wzór (3), wyrażający czas wznoszenia się; widzimy więc, iż czas wznoszenia się ciała, rzuconego pionowo do góry, równa się czasowi spadania tego ciała z najwyższego jego położenia N do miejsca M, z którego było rzucone (pamiętajmy, iż nie braliśmy pod uwagę oporu powietrza!).

Znajdźmy jeszcze, z jaką prędkością ciało, spadając, powróci do początkowego swego położenia M. Posługując się wzorem (4) ust. 39.

$$v = \sqrt{2gh},$$

do którego podstawiamy na h wartość znalezioną $\frac{v_0^2}{2g}$, otrzymujemy

$$v = \pm v_0;$$

z dwu znaków winniśmy wybrać znak *minus*, gdyż prędkość ma teraz kierunek wręcz przeciwny niż w chwili początkowej; ciało zatem powraca na swe miejsce początkowe z tą samą prędkością, z którą było rzucone do góry (i znowu nie uwzględnialiśmy oporu powietrza!).

Ten sam wynik, przytem odrazu z odpowiednim znakiem, otrzymamy ze wzoru (2) na prędkość

$$v = v_0 - gt,$$

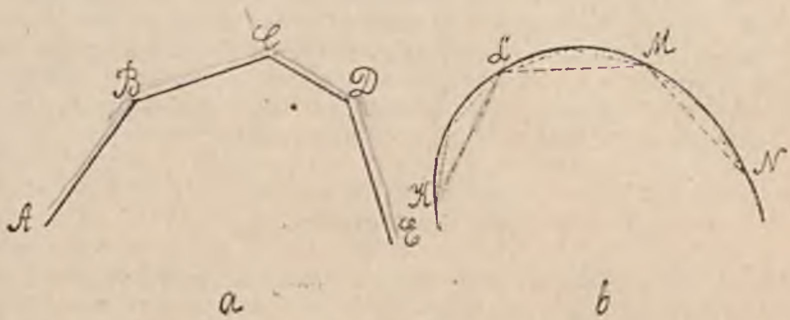
podstawiając na t wartość $\frac{2v_0}{g}$ (czas wznoszenia się + czas opadania); istotnie

$$v = v_0 - \frac{g \cdot 2v_0}{g} = -v_0.$$

Proponujemy czytelnikowi dla wprawy dowieść, że przez którykolwiek punkt swej drogi ciało, o którem mowa, przechodzi przy wznoszeniu się i opadaniu z tą samą co do wielkości prędkością.

43. Ruch krzywolinjowy.

Wyobraźmy sobie, iż punkt porusza się po linji łamanej $ABCDE$... (rys. 60a). Na każdym z odcinków AB, BC, CD... z których składa się linja łamana, prędkość punktu posiada kierunek

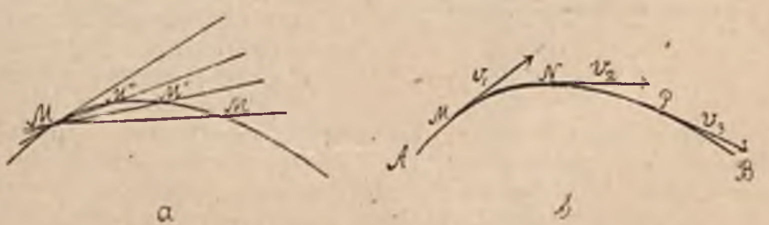


Rys. 60.

odpowiedniego odcinka; kierunek prędkości ulega tu nagłymzmianom w punktach zwrotnych B, C, D... Przypuśćmy, iż odcinki proste, tworzące linję łamaną, będą malały nieograniczenie, punkty zaś A, B, C, D... będą się nieograniczenie zbliżały; przewidujemy, iż wówczas linja łamana dążyć będzie do stania się jakąś linją krzywą.

Każdą linję krzywą uważać możemy za pewną granicę, do której dąży jakaś linja łamana, opierająca się swemi wierzchołkami o linję krzywą, w miarę jak liczba odcinków, składających się na tę linję łamaną, wzrasta nieograniczenie, a długość każdego z tych odcinków dąży nieograniczenie do zera (rys. 60b).

Jeżeli przez punkt M na krzywej (rys. 61a), poprowadzimy *sieczną* MM' i będziemy obracać tę sieczną dokoła punktu M tak, by drugi punkt przecięcia się siecznej z krzywą zbliżał się stop-



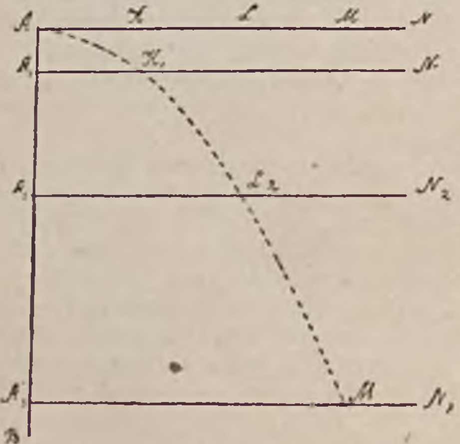
Rys. 61.

niowo do M, przyjmując kolejno położenia M', M'', M''', to sieczna dążyć będzie do stania się *styczną* do krzywej w punkcie M. Kierunek tej stycznej uważamy za kierunek samej krzywej w danym punkcie M.

Jeżeli punkt porusza się po linji krzywej AB (rys. 61b), to za kierunek ruchu w poszczególnych punktach M, N, P..., a więc i za kierunek prędkości w tych punktach, uważamy właśnie odpowiedni kierunek samej krzywej t. j. kierunek stycznej do krzywej w tych punktach. Na rysunku zaznaczone są w ten sposób prędkości v_1, v_2, v_3, które poruszający się punkt posiada w punktach M, N, P..., Kierunek prędkości ulega więc tu wciąż zmianom; niezależnie od tego zmieniać się może i wartość bezwzględna prędkości, wyrażająca się tą czy inną liczbą jednostek prędkości (czy na rys. 61b odcinki, wyobrażające prędkości v_1, v_2, v_3, są równej długości? jak to rozumiemy?).

44. Rzut ukośny.

Wiemy z doświadczenia codziennego, iż jeżeli rzucimy kamień jakkolwiek ukośnie względem poziomu, torem, po którym będzie się kamień poruszał, będzie pewna linja krzywa. Spróbujmy zdać sobie sprawę z tego rzutu ukośnego ciał.



Rys. 62.

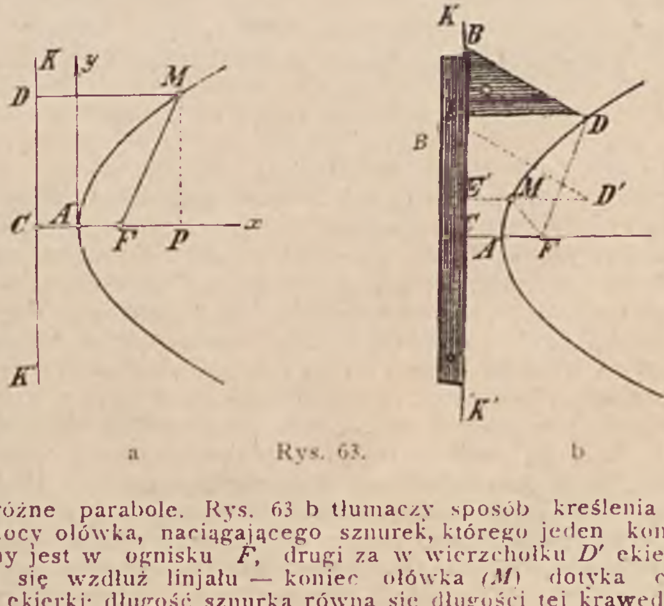
Przypuśćmy najpierw, iż z miejsca A (rys. 62), położonego na pewnej wysokości ponad powierzchnią ziemi, rzucamy ciało, nadając mu pewną prędkość v_0 w kierunku poziomym. Gdyby ciało rzucone nie spadało na ziemię, jak to czyni każde ciało, niczem nie podparte, poruszałoby się skutkiem bezwładności z niezmienną prędkością v_0 w nadanym kierunku po torze prostolinjowym AN (oporu powietrza nie uwzględniamy dla uproszczenia zagadnienia). Z drugiej strony, gdybyśmy puścili swobodnie ciało z A, nie nadając mu żadnej prędkości początkowej, spadałoby, poruszając się po torze AB, który uważać będziemy za pionowy (ust. 40). Nadanie ciału poziomej prędkości początkowej v_0 da łącznie z nieuniknionem zjawiskiem spadania ruch wypadkowy ciała, utworzony z dwu ruchów składowych: jednostajnego w kierunku AN i jednostajnie przyśpieszonego w kierunku AB. Dla znalezienia ruchu wypadkowego możemy rozważać tę rzecz tak, jak gdyby ciało poruszało się ruchem jednostajnym po torze AN, podczas gdy sam tor opada ku ziemi ruchem jednostajnie przyśpieszonym.

Przypuśćmy, iż w ciągu każdej z następujących po sobie jednostek czasu ciało przebywa na torze AN równe drogi AK, KL, LM..., podczas gdy w tych samych czasach tor AN, spadając, przebiega drogi AA_1, A_1A_2 $(=3AA_1)$, A_2A_3 $(=5AA_1)$... i przyjmuje kolejno położenia A_1N_1, A_2N_2, A_3N_3... Po upływie jednostki czasu od początku ruchu ciało na torze AN znajduje się w K, ponieważ zaś w tym samym czasie tor zajmuje położenie A_1N_1, przeto rzeczywistem położeniem ciała rzuconego jest K_1; podobnie rozumiemy, iż po upływie 2-ch jednostek czasu od początku ruchu rzeczywistem położeniem ciała rzuconego jest L_2, po upływie 3-ch jednostek czasu—M_3 i t. d. Wyznaczając położenia ciała rzuconego dla innych jeszcze czasów i łącząc znalezione punkty linją ciągłą, otrzymamy krzywą, która jest torem omawianego ruchu. Krzywa ta jest, jak wykazuje odpowiednie rozumowanie matematyczne, t. zw. *parabolą* *).

Jeżeli prędkość początkowa, którą nadajemy ciału, tworzy z poziomem pewien kąt α jak na rys. 64, wówczas możemy ją rozłożyć na dwie składowe: v' w kierunku poziomym i v'' w kierunku pionowym; rola składowej prędkości poziomej v' jest tu taka sama, jak w poprzedniem zagadnieniu; prędkość pionowa

---

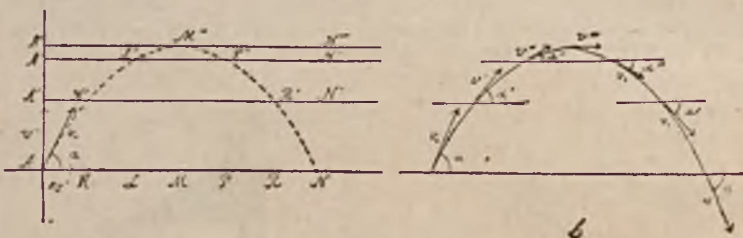
*) Parabolą nazywa się krzywa, posiadająca tę własność, iż poszczególne jej punkty są w równych odległościach od pewnego punktu (F), zwanego *ogniskiem* paraboli i pewnej prostej (KK'), zwanej *kierownicą* (rys. 63a), $(MF = MD)$. Zależnie od położenia ogniska względem kierownicy



a Rys. 63. b

bywają różne parabole. Rys. 63 b tłumaczy sposób kreślenia paraboli przy pomocy ołówka, naciągającego sznurek, którego jeden koniec przytwierdzony jest w ognisku F, drugi za w wierzchołku D' ekierki, przesuwającej się wzdłuż linjału — koniec ołówka (M) dotyka cały czas krawędzi ekierki; długość sznurka równa się długości tej krawędzi $D'E$.

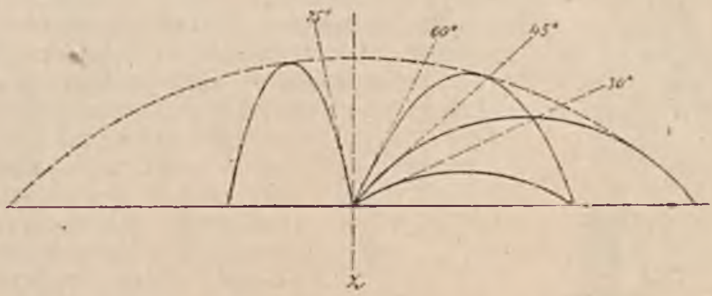
v'', o ileby sama tylko była udzielona ciału, uwarunkowałaby jego wznoszenie się i następnie opadanie. Dla znalezienia toru ciała, rzuconego w ten sposób, użyjemy rozumowania takiego samego, jak wyżej, a mianowicie że ciało porusza się ruchem jednostajnym po torze poziomym AN, przechodząc w równych czasach drogi równe AK, KL, LM..., podczas gdy sam tor, jakgdyby rzucony do góry, wznosi się najpierw ruchem jednostajnie opóźnionym, przechodząc kolejno w tych samych czasach drogi AA', $A'A''$, $A''A'''$, potem zaś opada ruchem jednostajnie przyśpieszonym, przechodząc w takichże czasach drogi $A'''A''$, $A''A'$, $A'A$ (tor więc przyjmuje kolejno położenia: AN, $A'N'$, $A''N''$, $A'''N'''$, $A''N''$, $A'N'$, AN). Po wyjaśnieniach, danych poprzednio, rozumiemy, jak się wyznaczają kolejne położenia rzeczywiste ciała (K' L'' M''' P'' R' N) oraz jak kreśli się cały tor, którym jest parabola (linja kropkowana na rysunku). Rys 64*b* wyobraża oddzielnie ten tor z zaznaczeniem prędkości ciała w poszczególnych punktach toru. W punkcie M''', który jest wierzchołkiem paraboli, a zarazem punktem zwrotnym ruchu (ciało przestaje się wznosić, a zaczyna opadać), prędkość ciała ma kierunek poziomy (rozpatrzone poprzednio zadanie, jak widzimy, odpowiada drugiej połowie rozpatrywanego teraz). Ciało, znajdując się w którymkolwiek punkcie swej drogi np. w L'', poruszałoby się dalej



Rys. 64.

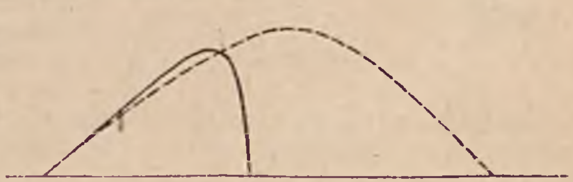
z prędkością v'', stałą co do wielkości i kierunku, gdyby nie było przyśpieszenia g, warunkującego wciąż przyrosty prędkości w kierunku pionowym ku ziemi, a przez to i nieustanne zmiany prędkości rzuconego ciała; wrócimy jeszcze do tej kwestji w ust. 45.

Bliższe rozpatrywanie szczegółów rzutu ukośnego doprowadza do ciekawych bardzo wniosków. Nie wdając się w niezbędne do tego (bardzo zresztą proste) rozumowanie matematyczne, podajemy rezultaty. Tak więc przedewszystkiem w punktach toru, symetrycznie położonych względem wierzchołka M''', np. w L'' i P'' albo K' i R', ciało posiada prędkości równe co do wielkości, skierowane pod równemi lecz różniącemi się znakiem kątami względem kierunku poziomego; do poziomu, z którego ciało było rzucone, wraca ono tedy z prędkością, równą początkowej co do wielkości i tworzącą kąt $-\alpha$ z kierunkiem poziomym (prędkość w punkcie N). Dalej ciekawe jest, że, jeżeli z danego punktu (rys. 65) rzucamy ciało z tą samą prędkością początkową, lecz pod różnemi kątami względem poziomu, to otrzymuje się pewna zależność od tego kąta t. zw. *wysokości i dalekości* rzutu. Wysokość rzutu stanowi największe wzniesienie ciała ponad poziom, z którego zostało rzucone; dalekość rzutu stanowi odległość od miejsca, z którego ciało zostało rzucone, do tego miejsca, w którem się znajdzie, gdy po wzniesieniu się opadnie do poziomu, z którego było rzucone. Okazuje się, że wysokość



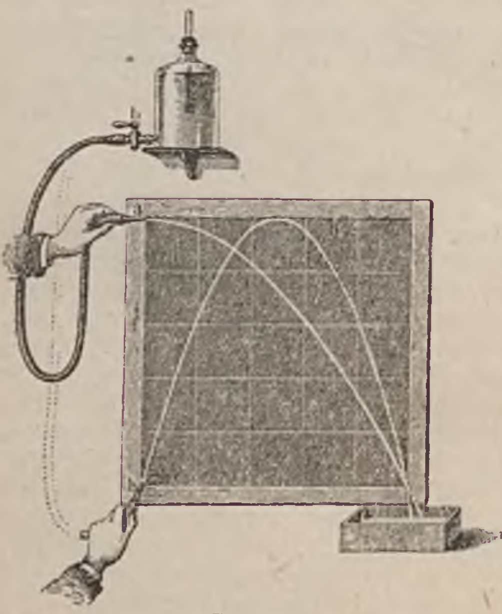
Rys. 65.

rzutu jest największa przy rzucie pionowym do góry; w miarę jak kąt między kierunkiem prędkości początkowej a kierunkiem poziomym jest coraz mniejszy od prostego, wysokość rzutu staje się mniejsza. Co do dalekości rzutu, to z początku wzrasta ona, w miarę jak kąt rzutu zmniejsza się od 90° do 45°, przy kącie 45° staje się największa i zmniejsza się przy dalszem zmniejszaniu się kąta rzutu. Wszystko to razem wyobraża rys. 65. Przy danej więc prędkości początkowej, do miejsc, bliżej położonych, ciało dolecieć może, poruszając się dwiema drogami—będąc rzucone pod kątem większym od 45° względnie mniejszym (np. jak na rys. 65 pod kątem 60° i pod kątem 30°) i tylko dla największej dalekości rzutu istnieje jedna droga.



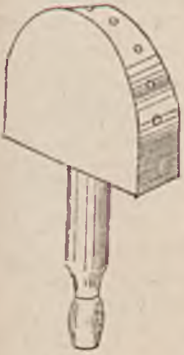
Rys. 66.

Powyższe rozwiązanie zagadnienia rzutu ukośnego słuszne jest dla warunków idealnych, gdy ciało rzucone nie napotyka na swej drodze żadnych oporów (przedewszystkiem oporu powietrza); zwykle dla uproszczenia zadania, gdy chodzi o ogólne zorjentowanie się w rozpatrywanem zjawisku, zakładamy takie warunki idealne czyli — że tak powiemy — idealizujemy zjawisko Przejście do warunków rzeczywistych czyni rozwiązanie znacznie bardziej złożonem, a często nawet w matematycznem znaczeniu niemożliwem. W rzeczywistości ciała, rzucone ukośnie (piłki, kamienie, pociski z dział, strumienie wody z sikawek), napotykając opór powietrza, zakreślają nie drogi paraboliczne, a t. zw. *krzywe balistyczne*. Rys. 66 (linja ciągła) wyobraża właśnie taką krzywą balistyczną, którą zakreśla pocisk armatni; największa dalekość rzutu nie odpowiada tu kątowi rzutu 45°. Kształt krzywej balistycznej, bardzo zbliżonej do paraboli, daje nam strumień wody, wytryskujący z rury, pochylonej odpowiednio względem poziomu i połączonej ze zbiornikiem wody, z którego woda wypływać może z określoną niezmienną prędkością (rys. 67). Rys. 68 przedstawia specjalny rodzaj sitka metalowego, które połączone z rurą wodociągową, daje możność objąć jednym rzutem oka przytoczone wyżej fakty, dotyczące wysokości i dalekości rzutu. Dziewięć otworów, przez które wytryskuje woda, rozmieszczone są na obwodzie walca kołowego w równych od siebie odległościach. Jeżeli ustawimy sitko tak, jak to wyobraża rysunek, z otworka środkowego będzie tryskał strumień pionowo do góry, z innych otworków pod kątami, wynoszącemi odpowiednio $67^1/_2{}^0$, 45°, $22^1/_2{}^0$, względem poziomu. Spostrzegamy odrazu, że maximum wysokości rzutu odpowiada rzutowi pionowemu, maximum odległości — kątowi 45°. Ponieważ woda, przedostająca się przez wszystkie otworki, dopływa z tego samego zbiornika, mamy prawo uważać, że woda wylatuje z tych otworków z prędkością jednakową, a jeżeli zachodzą wahania w tej prędkości, to również jednakowe dla wszystkich otworków (np. jeżeli ciśnienie, pod którem woda wypływa, ulega zmianom, co zwykle się dzieje, o ile posługujemy się wodą z wodociągu).

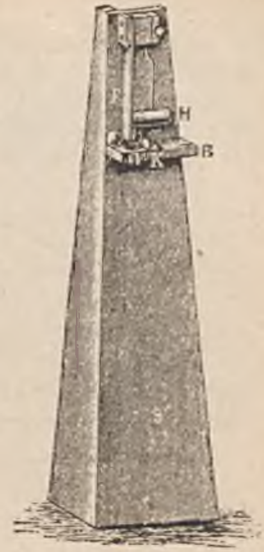


Rys. 67.

Rys. 69 przedstawia przyrząd, z którym daje się wykonać ciekawe doświadczenie, wykazujące słuszność naszego sposobu traktowania rzutu poziomego lub ukośnego. Oto przez uderzenie młotkiem sprężyny nadajemy w kierunku poziomym pewną prędkość kuleczce drewnianej, która zakreśla zatem krzywą balistyczną; jednocześnie zaś w chwili tego uderzenia druga taka sama kulka, leżąca obok i przytrzymywana sprężyną, zostaje zluźniona i poczyna swobodnie spadać z tej samej wysokości. Po chwili słyszymy jednocześnie uderzenia obu kulek o podłogę — obie zatem kulki przebyły swe drogi w równych czasach. Właśnie jest to zgodne z tem, cośmy wyżej mówili — pierwsza kulka, poruszając się w kierunku poziomym, jednocześnie spada; druga spada również; ruch obu zatem trwa dopóty, dopóki w kierunku pionowym nie przebędą tej samej drogi, równej wysokości początkowego położenia kulek nad podłogą. Prędkość, nadana pierwszej kulce w kierunku poziomym, wpływa tylko na dalekość rzutu, nie ma natomiast żadnego wpływu na spadanie.



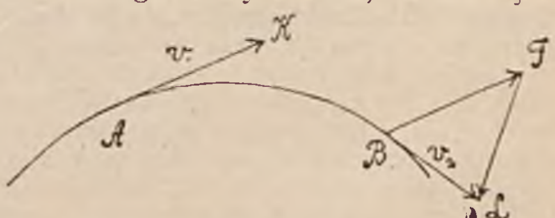
Rys. 68.



Rys. 69.

45. Przyśpieszenie w ruchu krzywolinjowym.

Przypuśćmy, iż punkt porusza się po torze krzywolinjowym (rys. 70); w punkcie A posiada on prędkość v_1, w punkcie B — prędkość v_2, która różni się od v_1 kierunkiem a naogół także i wielkością. Poprowadźmy z punktu B odcinek $BF = AK$ równoległy do AK, wyobrażającego prędkość v_1 jeżeli do wektora $BF = v_1$ dodamy geometrycznie FL, otrzymamy jako sumę geometryczną $BL = v_2$. Możemy przeto powiedzieć, iż z prędkości v_1 otrzymujemy v_2 przez dodanie geometryczne FL; FL zatem jest różnicą geometryczną między v_2 a v_1 $[(v_2)—(v_1)]$ albo t. zw. *przyrostem geometrycznym* prędkości w czasie, w którym poruszający się punkt przechodzi z A do B (porówn., co było powiedziane o przyroście prędkości przy ruchu prostolinjowym w ust. 33).

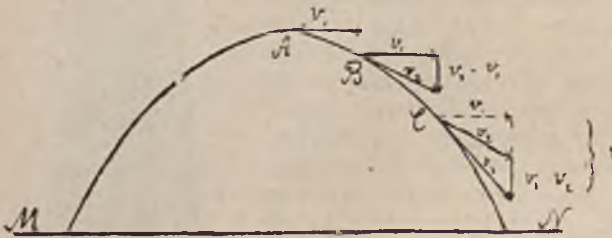


Rys. 70.

Obierajmy punkt B coraz bliżej punktu A; powtarzając przytoczone rozumowanie, będziemy otrzymywali kolejno coraz mniejsze przyrosty prędkości, odpowiadające coraz mniejszym czasom; iloraz przyrostu prędkości przez odpowiedni czas będzie w miarę zbliżania się punktu B do A dążył do pewnej wartości granicznej, którą zgodnie z tem, co było powiedziane w ust. 31 o prędkości w danym punkcie, nazwiemy przyśpieszeniem w punkcie

A; za kierunek tego przyśpieszenia uważamy kierunek przyrostu prędkości w tym punkcie.

Dla przykładu rozpatrzymy znane już nam zjawisko rzutu ukośnego. W punkcie A (rys. 71) prędkość jest v_1, w punkcie B prędkość jest v_2; prowadzimy z punktu B odcinek, wyobrażający prędkość v_1; odcinek $v_2—v_1$ jest przyrostem geometrycznym prędkości w czasie, w którym ciało przechodzi z A do B. Gdziekolwiekbyśmy na torze obrali punkty, dla których wykreślamy prędkości i ich przyrosty (np. A i C albo B i C), przyrost ten ma zawsze kierunek pionowy; iloraz



Rys. 71.

$$\frac{\textit{przyrost prędkości}}{\textit{czas}}$$

daje nam tu liczbę g t. j. wartość przyśpieszenia, mającego w danem miejscu stałą wartość i kierunek pionowy.

46. Ruch jednostajny po kole. Przyśpieszenie dośrodkowe.

Przypuśćmy, że punkt (lub ciało, które ten punkt wyobraża) porusza się po kole ze stałą co do wartości bezwzględnej prędkością v. Prędkość punktu ma oczywiście w różnych punktach różny kierunek (rys. 72a).

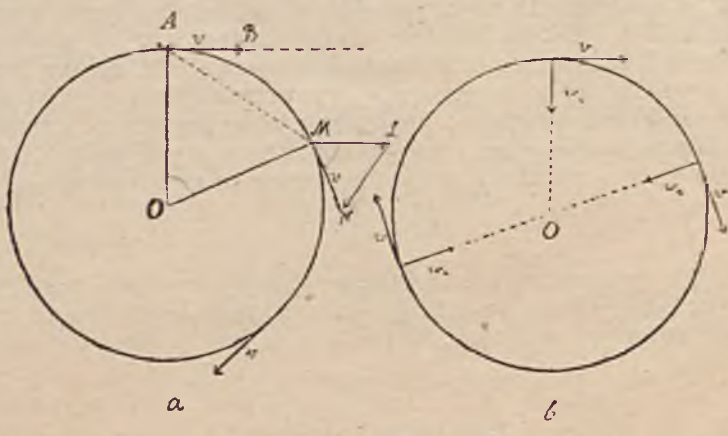
Czy jest w tym ruchu przyśpieszenie? Niewątpliwie; gdyby bowiem nie było, prędkość nie ulegałaby żadnym zmianom i punkt, wychodząc, dajmy na to, z A poruszałby się ruchem jednostajnym po linji prostej w kierunku AB, oddalając się przytem od punktu O; jeżeli jednak punkt porusza się w ten sposób, iż odległość jego od O pozostaje stała, świadczy to, iż prędkości poruszającego się punktu otrzymują przyrosty, skierowane ku temu punktowi O, czyli, że jest tu przyśpieszenie, skierowane ku O (podobnie zbliżanie się ciała rzuconego ku ziemi uwarunkowane jest przez przyrosty prędkości, skierowane ku ziemi, a więc przez tak samo skierowane przyśpieszenie (g)).

Rozpatrzmy tę rzecz nieco szczegółowiej, stosując rozumowanie, przytoczone w ust. 45. Prędkość w punkcie A przedstawia odcinek AB, prędkość w punkcie M odcinek MN. Poprowadźmy z punktu M odcinek ML, wyobrażający prędkość w punkcie A;

w takim razie odcinek LN jest przyrostem geometrycznym prędkości w czasie, w którym punkt przechodzi z A do M—oznaczmy ten czas przez t. $\triangle AOM \backsim \triangle LMN$ (trójkąty równoramienne; $\angle AOM = \angle LMN$, gdyż $AO \perp LM$ i $OM \perp MN$); z podobieństwa trójkątów wypływa

$$\frac{LN}{ML} = \frac{AM}{OA} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1).$$

Zbliżajmy punkt M nieograniczenie do A; cięciwa AM będzie się coraz mniej różniła od łuku AM; dla dostatecznie małej wartości AM możemy bez błędu zastąpić w prawej części równości (1) cięciwę AM przez łuk AM, który przedstawia doczywiście drogę punktu, przebytą w czasie t; ponieważ, jak założyliśmy, wartość



Rys. 72.

prędkości jest stała, przeto droga ta będzie $= vt$. Podstawmy do (1) tę wartość, oznaczając zarazem promień koła przez r; będziemy mieli

$$\frac{LN}{v} = \frac{vt}{r}$$

skąd

$$LN = \frac{v^2 t}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

dla znalezienia przyśpieszenia podzielmy przyrost prędkości przez czas; otrzymamy

$$w = \frac{LN}{t} = \frac{v^2}{r}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

jak widzimy, wartość przyśpieszenia w tym ruchu przy danej prędkości v jest stała; wzór ten—iloraz kwadratu prędkości przez promień—należy spamiętać, często bowiem bywa potrzebny.

Jaki kierunek ma to przyśpieszenie? Z rozumowania, przytoczonego na początku tego ust., oczekujemy, iż przyśpieszenie to jest zawsze skierowane ku środkowi O koła. Możemy to jeszcze lepiej uzasadnić. W trójkątach podobnych AOM i LMN, w których dwa boki jednego są prostopadłe do odpowiednich boków drugiego, trzecie boki też są do siebie prostopadłe, a więc $LN \perp AM$. Chcąc się dowiedzieć, jak skierowane jest przyśpieszenie w punkcie A, zbliżajmy w myśli nieograniczenie punkt M do A; w miarę tego zbliżania kierunek cięciwy AM coraz mniej różnić się będzie od kierunku prędkości $v = AB$ w punkcie A, t. j. od kierunku stycznej w tym punkcie, zaś prostopadły do cięciwy AM kierunek przyrostu prędkości, a więc i kierunek przyśpieszenia coraz mniej różnić się będzie od kierunku prostopadłej do stycznej w punkcie A, dążąc do zlania się z tą prostopadłą; lecz kierunkiem prostopadłym do stycznej AB w punkcie A jest kierunek promienia AO. Zatem istotnie przyśpieszenie w w punkcie A i wogóle w każdym punkcie toru skierowane jest *według promienia ku środkowi* koła; z tego powodu przyśpieszenie nosi nazwę *przyśpieszenia dośrodkowego*; będziemy je w przyszłości oznaczali zawsze literą w_n. A więc ruch jednostajny z prędkością v po kole o promieniu r zachodzi z przyśpieszeniem dośrodkowem.

$$w_n = \frac{v^2}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Rys. 72b przedstawia raz jeszcze dla utrwalenia tego w pamięci, jak skierowane są prędkości i przyśpieszenia tego ruchu w poszczególnych punktach danego toru kołowego.

Ćwiczenia i zadania.

16. Punkt przebywa ruchem jednostajnym drogę 42 cm. w ciągu 8 sek. Znaleźć prędkość punktu w $\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$ i $\frac{\text{m.}}{\text{min.}}$; napisać równanie ruchu, biorąc za punkt stały początkowe położenie punktu ruchomego na torze.

17. Pociąg przebywa w godzinę drogę 30 km. między dwiema stacjami na których staje. Jaka jest prędkość średnia pociągu? ile razy prędkość rzeczywista pociągu na tej drodze równać się może tej prędkości średniej?

18. Narysować na papierze kratkowanym wykres zmian temperatury ogrzewanej w naczyniu wody.

19. Narysować na papierze kratkowanym wykres zmian pozostającego na procencie kapitału (procent zwykły i składany).

20. Narysować wykres równania ruchu z zad. 16.

21. Na danym torze prostolinjowym poruszają się dwa punkty; równania ruchu są: $l = 12 + 8{,}5t$ oraz $l = 39 - 6t$; wyznaczyć metodą rachunkową i wykreślną, kiedy punkty się spotykają.

22. Równania ruchu dwu punktów, poruszających się na danym torze prostolinjowym, są: $l = 5 + 4t$ i $l = 2 - 6t$; czy punkty mogą się spotkać?

23. Punkt porusza się po torze prostolinjowym w ten sposób, iż w czasie równym 1, 2, 3, 4, 5, 6 i t. d. jedn. czasu przypada odpowiednio w odległości $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{8}$, 2, $3\frac{1}{8}$, $4\frac{1}{2}$ i t. d. jedn. długości od stałego punktu na torze. Jaki jest ruch punktu? Napisać równanie prędkości, równanie ruchu i narysować wykres prędkości i wykres odległości od punktu stałego.

24. Wytłumaczyć, dlaczego moglibyśmy określić przyśpieszenie jako prędkość zmian prędkości poruszającego się punktu (ciała)?

25. Jaką prędkość nadać trzeba ciału, rzuconemu pionowo do góry, by się wzniosło do wysokości 32 m., jeżeli opór powietrza zaniedbujemy, zaś $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek}^2}$?

26. Rzucamy ciało z wysokości 40 m. ponad ziemią, nadając mu prędkość 14 $\frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$, skierowaną pionowo w dół; w jakim czasie ciało doleci do ziemi? jak wyżej, zaniedbujemy opór powietrza oraz zakładamy $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$.

27. Rozwiązać zadanie 26, zakładając, że prędkość początkowa ma kierunki: a) pionowy w górę, b) poziomy, b) tworzy kąt $\pm 30^0$ z poziomem.

28. Rozłożyć wektor na dwa składowe, z których jeden jest dwa razy większy od drugiego.

29. Jak mogą być skierowane cztery równej wielkości wektory, by ich suma geometryczna równała się zeru? ile mamy możliwych rozwiązań tego zadania?

30. Jaką prędkość nadać należy kuli, by się mogła wtoczyć w górę po równi pochyłej, nachylonej pod kątem 30^0 względem poziomu, przebiegając drogę 120 cm. ($g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, tarcie zaniedbujemy).

31. Dwa pociągi mijają się, idąc po torach równoległych; jeden idzie z prędkością 30 $\frac{\text{km.}}{\text{godz.}}$, drugi z prędkością 45 $\frac{\text{km.}}{\text{godz.}}$; z jaką prędkością poruszają się pociągi jeden względem drugiego, jeżeli podążają oba w jedną stronę, oraz w strony przeciwne?

32. Dwa pociągi, z których każdy ma długość 72 m., idą z jednakową prędkością po torach równoległych w kierunkach przeciwnych i mijają się w ciągu 7 sek. Jaka jest prędkość pociągów?

33. Człowiek idzie po pokładzie statku z prędkością 90 $\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$,

kierując się ku północy; statek unoszony jest przez prąd wody z prędkością 8 $\frac{km.}{godz.}$ w kierunku południowo-wschodnim pod kątem 10^0 względem południa, zaś przez wiatr z prędkością 10 $\frac{km.}{godz.}$ w kierunku południowym; motor nadaje statkowi prędkość 15 $\frac{km.}{godz.}$ w stronę północno-zachodnią pod kątem 40^0 względem północy. Jaka jest prędkość wypadkowa podróżnego względem brzegów?

34. Pociąg idzie z prędkością 40 $\frac{km.}{godz.}$. Jak rzucić należy piłkę z okna wagonu, nadając jej prędkość 20 $\frac{m.}{sek.}$, by trafiła w słup telegraficzny, odległy o 18 m. od toru i rzutujący się prostopadle na tor w odległości 50 m. od okna?

35. Ciało zakreśla trzykrotnie w ciągu sekundy ruchem jednostajnym drogę kołową o promieniu 16 cm. Znaleźć wartość przyśpieszenia dośrodkowego.

1642-1727

Rozdział II. O sile.

47. Newtona zasady ruchu. Pojęcie siły.

Pojęcie siły obce nam nie jest; nasuwa nam je świadomość pewnych naszych stanów mięśniowych. Gdy jednak chcemy się posługiwać pojęciem siły w nauce ścisłej, jaką jest nauka fizyki, winniśmy je powiązać z innemi pojęciami, usuwając możliwość wszelkich nieporozumień.

Takie dokładne omówienie pojęcia siły znajdujemy w t. zw. trzech zasadach ruchu, które autor ich — Newton, uczony angielski, jeden z największych genjuszów, jakich kiedykolwiek ludzkość wydała, nazwał „aksjomatami albo prawami ruchu" („axiomata sive leges motus").

Zasada I. Każde ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym po linji prostej, o ile nie pozostaje pod działaniem siły.

Zasadę tę moglibyśmy, nazwać *zasadą bezwładności*; wyraża ona w krótkości to, cośmy powiedzieli o bezwładności w ust. 6 (Część I). W formule powyższej dostrzec możemy jednak coś więcej. Pomyślmy, w czem się objawi działanie siły, o ile takowe działanie będzie zachodzić? Wydaje nam się oczywistem, że o ile ciało jest zupełnie pozostawione sobie, o ile nie podlega żadnym działaniom, nie może też zajść żadna zmiana w jego ruchu — porusza się więc wciąż z tą samą prędkością w tym samym kierunku, zaś w przypadku szczególnym, gdy prędkość ta jest równa zeru, pozostaje w spoczynkn. Lecz przypuśćmy, iż ciało, które pozostawało w spoczynku, zaczyna się poruszać, albo ciało, które poruszało się z określoną prędkością, zaczyna poruszać się prędzej lub wolniej, czy też zmienia kierunek ruchu, słowem zachodzi *zmiana* w ruchu ciała, a oglądamy się wówczas za czemś, czemubyśmy mogli tę zmianę przypisać. I zauważmy sobie, że dopóki wogóle w czemkolwiek nie dostrzegamy żadnej zmiany, nie budzi się w nas pytanie „dlaczego?"; pytanie to jednak nasuwa się nam natychmiast, gdy taką zmianę stwierdzamy.

Idźmy jednak dalej. Zmiana, która może zajść w ruchu ciała, polega albo na tem, że ciało zaczyna posiadać pewną prędkość, gdy początkowo jej nie miało, czyli początkowa prędkość, równa zeru, otrzymuje pewien przyrost; albo że prędkość ciała staje się większa lub mniejsza, czyli że znowu prędkość otrzymuje pewien przyrost (dodatni lub ujemny); albo że oprócz zmiany wartości, lub bez tej zmiany kierunek prędkości ulega zmianie, — lecz i w tym razie, jak widzieliśmy, uwarunkowane to jest przez przyrost geometryczny prędkości. Słowem, zmianę w ruchu danego ciała tworzy *taki czy inny przyrost jego prędkości*, zachodzący oczywiście w tym czy innym czasie; skoro zaś tak jest, to *ruch odbywa się z pewnem przyśpieszeniem.*

Oto więc do jakiego wniosku dochodzimy: *dopóki na ciało nie działa żadna siła, w ruchu ciała niema przyśpieszenia (prędkość ciała jest stała, w szczególności zero)*; *gdy tylko ruch ciała zachodzi z przyśpieszeniem, powiadamy, iż na ciało działa siła, nadająca mu to przyśpieszenie;* widzimy zatem, że *pojęcie przyśpieszenia wiąże się nierozerwalnie z pojęciem siły.*

Zasada II. Przyjmujemy, iż dwie równe siły, działające na dwie równe masy, nadają tym masom równe przyśpieszenia. Natomiast, gdy dwie różne masy będą otrzymywały równe przyśpieszenia, nie będziemy mogli uważać, iż dzieje się to pod działaniem sił równych; przeciwnie powiemy, iż w tym razie na większą masę działa większa siła, a — co więcej — uważać będziemy, iż siła ta jest tyle razy większa, ile razy większa jest masa. Słowem, gdy różne masy poruszają się z równemi przyśpieszeniami, przyjmujemy, iż dzieje się to pod działaniem sił, proporcjonalnych do tych mas.

Przypuśćmy dalej, że dwie równe masy otrzymują przyśpieszenia różne. Czy będziemy mogli powiedzieć, iż dzieje się to pod działaniem sił równych? Nie. Idąc drogą najprostszą w rozumowaniu, powiemy, iż na tę masę, która otrzymuje większe przyśpieszenie, działa siła większa, a — co więcej — tyle razy większa, ile razy większe jest nadawane przez nią przyśpieszenie. Słowem, gdy dwie równe masy poruszają się z różnemi przyśpieszeniami, przyjmujemy, iż dzieje się to pod działaniem sił, proporcjonalnych do tych przyśpieszeń.

Ze wszystkiego tego wynika, iż jeżeli siła f nadaje masie m przyśpieszenie w, to wielkość tej siły uważamy za proporcjonalną zarówno do masy m, na którą siła działa, jak do przyśpieszenia w, które ona tej masie nadaje (im większa jest masa, oraz im większe jest nadawane jej przyśpieszenie, tem większa jest działająca siła). Proporcjonalność tę wyrażamy wzorem

$$f = kmw \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (1)$$

gdzie k jest to pewien spółczynnik proporcjonalności.

Posługując się ustalonemi już jednostkami masy i przyśpieszenia, *umówmy się za jednostkę siły uważać taką siłę, która jednostce masy nadaje jednostkę przyśpieszenia.* Zakładając, że f, m i w równają się odpowiednio jednostkom, otrzymamy ze wzoru (1).

$$1 = k \cdot 1 \cdot 1,$$

czyli przy powyższem określeniu jednostki siły spółczynnik proporcjonalności k równa się jedności ($k=1$), a więc zamiast wzoru (1) otrzymujemy

$$f = mw^{*}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

co nam mówi, iż przy tak obranej jednostce *siła mierzy się iloczynem z masy przez przyśpieszenie, które ona tej masie nadaje.*

Za jednostkę masy obraliśmy *gr.*, za jednostkę przyśpieszenia $\frac{cm.}{sek.^2}$. *Jednostkę siły, która masie jednego grama nadaje przyśpieszenie jednego centymetra na sekundę do kwadratu, nazywamy dyną*:

$$Dyna = 1 gr. 1 \frac{cm.}{sek.^2} = 1 \frac{gr.\ cm.}{sek.^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Obliczmy dla przykładu, jaka jest wartość siły, nadającej masie 20 gr. przyśpieszenie $15 \frac{cm.}{sek.^2}$; piszemy zgodnie ze wzorem (2)

$$f = 20 gr. 15 \frac{cm.}{sek.^2} = 300 \frac{gr.\ cm.}{sek.^2} = 300\,dyn.$$

---

*) Jeżeli czytelnik nie opanował jeszcze pojęcia spółczynnika proporcjonalności (opanowanie to jest bardzo ważne i niezbędne!), dopomóc sobie może przez następujące rozumowanie. Przypuśćmy, iż siła f nadaje masie m przyśpieszenie w, zaś siła f_1 masie m_1 nadaje przyśpieszenie w_1; przypuśćmy jeszcze, że siła f' masie m nadaje przyśpieszenie w_1. Wypiszmy to wszystko w następującej tabelce

f	m	w
f_1	m_1	w_1
f'	m	w_1

Siły f i f', działając na równe masy, nadają im różne przyśpieszenia w i w_1, a więc zgodnie z tem, co było powiedziane. siły te mają się do siebie jak nadawane przez nie przyśpieszenia; zatem

$$\frac{f}{f'} = \frac{w}{w_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

dalej siły f_1 i f' nadają różnym masom równe przyśpieszenia, a zatem siły te mają się do siebie, jak odpowiednie masy, na które działają, czyli

$$\frac{f'}{f_1} = \frac{m}{m_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

Mnożąc przez siebie równości (a) i (b), otrzymujemy

$$\frac{f}{f_1} = \frac{mw}{m_1 w_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (c)$$

Przypuśćmy, iż m_1 jest jednostką masy a w_1 jednostką przyśpieszenia; w takim razie f_1 jest, zgodnie z określeniem, jednostką siły; zakładając we wzorze (b) na f_1, m_1, w_1 wartości = jednostkom, otrzymujemy

$$\frac{f}{1} = \frac{mw}{1.1} \text{ albo } f = mw.$$

W dynie poznajemy nową jednostkę pochodną, zależną od wszystkich trzech jednostek zasadniczych. Po wyjaśnieniach, danych już kilkakrotnie o wymiarach, powinno być zrozumiałe, iż wymiarem siły jest w przyjętym przez nas układzie bezwzględnym

$$\left[\frac{ML}{T^2}\right], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

czemu w układzie *CGS* odpowiada

$$\left[\frac{gr.\ cm.}{sek.^2}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Z pojęciem siły wiąże się nierozerwalnie pojęcie kierunku, w którym ona działa; za kierunek ten uważamy kierunek nadawanego przez siłę przyśpieszenia. *Siła zatem jest wielkością kierunkową, wektorem.* Możemy więc siły przedstawiać w znany sposób przy pomocy odcinków prostych.

O sile, działającej na ciało, mówimy zawsze, iż posiada ona określone miejsce działania: ten czy inny punkt ciała, taką czy inną część powierzchni ciała. Gdy np. popychamy ciało palcem, miejscem działania siły jest powierzchnia zetknięcia się palca z ciałem; gdy ciągniemy ciało przy pomocy sznura, miejscem działania jest odpowiednia część powierzchni ciała, pozostająca w połączeniu ze sznurem. W rozumowaniach naszych często dla uproszczenia zakładamy, iż miejscem działania siły jest jeden punkt danego ciała, jakkolwiek świadomi jesteśmy, iż chodzi tu jedynie o matematyczne ujęcie; np, w przytoczonym przykładzie ciągnienia ciała przy pomocy sznura mówimy krótko, iż siła f działa na ciało w punkcie A i rysujemy to, jak na rys. 73.

Rys. 73.

Jeżeli siła jest wielkością kierunkową, możemy stosować do sił te działania geometryczne, którym podlegają wogóle wektory: możemy siły dodawać geometrycznie, szukając wypadkowej siły dwu lub kilku składowych; możemy je odejmować geometrycznie, rozkładać.

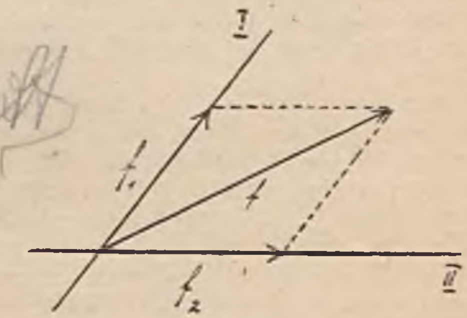
Rys. 74 przedstawia w sposób, nie wymagający dodatkowych wyjaśnień, że siła f jest wypadkową dwu sił składowych f_1 i f_2, działających na jeden i ten sam punkt ciała; odwrotnie, działanie danej siły f moglibyśmy zastąpić przez działanie dwu sił f_1 i f_2, rozkładając w znany już sposób (patrz ust. 30 poprzedniego rozdziału) siłę f na dwa dane kierunki (I) i (II).

Do kwestji dodawania sił oraz ich rozkładania wrócimy jeszcze niżej; tutaj zatrzymamy się chwilę na przykładzie poszczególnym.

Przypuśćmy, iż na ciało działają (rysunek 75) dwie siły równe i skierowane w strony wręcz przeciwne. Jakie będzie działanie wypadkowe tych dwu sił? Odpowiemy odrazu, że siły te zmiany ruchu ciała, jako całości, nie spowodują, że się te siły *równoważą*: wszak jedna siła nadaje ciału przyśpieszenie w jedną stronę, podczas gdy druga nadaje przyśpieszenie tej samej wartości w stronę wręcz przeciwną; wypadkowe więc przyśpieszenie $= 0$. Czy wynika z tego, iż działanie sił jest żadne? Bynajmniej; powiemy, iż ciało zostanie rozciągnięte (rys. 75*a*) albo zgniecione (rys. 76*b*), poszczególne jego części zmienią położenie względem siebie, albo, jak się mówi, ciało zostanie *odkształcone*. Spamiętajmy więc już teraz na przyszłość, że jeżeli na ciało działa jedna siła, objawem tego działania jest jedynie przyśpieszenie; gdy natomiast sił, działających na dane ciało, jest więcej niż jedna, objawem tego działania bywa albo wypadkowe przyśpieszenie albo odkształcenie ciała.

We wzorze (2) zawarta jest treść drugiej zasady Newtona, podającej nam sposób mierzenia sił. W dosłownem brzmieniu zasada ta jest następująca:

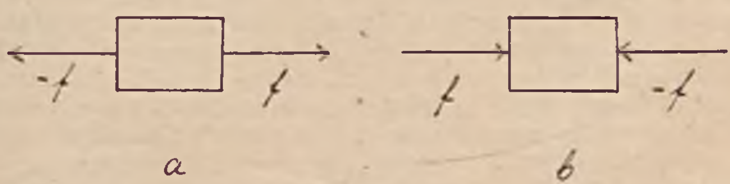
Zmiana ruchu jest proporcjonalna do siły poruszającej i zachodzi w kierunku działania siły.



Rys. 74.

Wzór (2) z łatwością przekształcić możemy na inny, odpowiadający oryginalnej formule Newtona, a przytem z pewnych jeszcze względów zasługujący na poznanie.

Przypuśćmy, iż pod działaniem siły f zachodzi w czasie t zmiana prędkości z wartości v_1 na wartość v_2 (bez zmiany w kie-



Rys. 75.

runku); zatem przyrost prędkości w podanym czasie wynosi $v_2 - v_1$, a przyśpieszenie zgodnie z określeniem.

$$w = \frac{v_2 - v_1}{t};$$

podstawmy do wzoru (2) na w tę wartość; otrzymamy

$$f = m\frac{v_2 - v_1}{t}$$

albo

$$ft = mv_2 - mv_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Iloczyn z masy przez jej prędkość nazywamy *pędem* tej masy; iloczyn z siły przez czas jej działania nazywamy *popędem* siły. Wzór (6) odczytujemy w następujący sposób: *popęd siły równa się przyrostowi pędu tej masy, na którą siła działa.* Iloczyn dwu czynników może pozostawać niezmienny, gdy czynniki te ulegają zmianom — trzeba tylko, by jeden z czynników w tym samym stosunku wzrastał, w jakim drugi się zmniejsza. Iloczyn ft pozostanie ten sam, jeżeli siła będzie dwa razy większa, ale czas działania jej dwa razy mniejszy, albo siła będzie sto razy mniejsza, lecz czas działania jej odpowiednio sto razy większy. Widzimy więc, że jedna i ta sama zmiana pędu masy może zajść pod działaniem różnych sił, czynnych w różnych odpowiednio czasach.

Jeżeli zmianę ruchu danej masy będziemy rozumieli jako zmianę pędu tej masy, to wzór (6) mówi właśnie, iż zmiana ruchu jest proporcjonalna do siły działającej.

Rozpatrzmy następujący przykład. Do kuli żelaznej przymocowujemy cienką nitkę; kulę kładziemy na stole, drugi koniec nitki trzymamy w ręku (po paru próbach nitkę taką zawsze dobierzemy tak, by odpowiadała celowi); powolnym ruchem unieść możemy na tej nitce uwiązaną kulę; jeżeli jednak, gdy kula spoczywa na stole, zechcemy unieść kulę ruchem gwałtownym, nitka się urwie, a kula nie ruszy się nawet z miejsca. Pragnąc w tym drugim razie zmienić pęd kuli w krótkim względnie czasie, winniśmy użyć odpowiednio większej siły; uciekając się jednak do pośrednictwa nitki dla przeniesienia działania naszych mięśni, nie możemy tego uczynić dla każdej wartości siły, stawia temu bowiem kres wytrzymałość nitki.

Zasada III. Każdemu działaniu towarzyszy zawsze równe, w stronę wręcz przeciwną skierowane przeciwdziałanie.

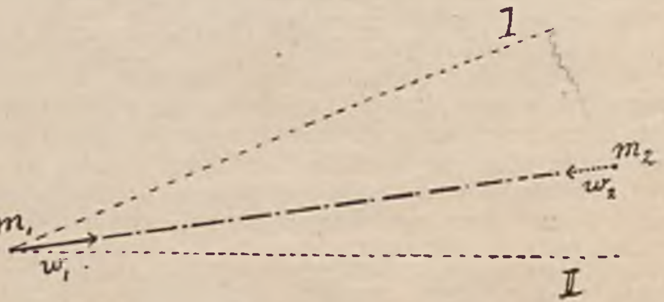
Gdy ciśniemy ręką o ścianę, ręka nasza doznaje takiego samego ciśnienia ze strony ściany; gdy rurka kauczukowa, rozciągnięta przez dwie osoby, ciągnie pierwszą z tych osób ku drugiej, ciągnie również taką samą siłą drugą osobę ku pierwszej; gdy, rozpatrując zjawisko spadania kamienia na ziemię, mówimy, że „ziemia przyciąga kamień", winniśmy uzupełnić to przez powiedzenie, iż „i kamień siłą równą przyciąga ziemię", czyli, że ciała te „przyciągają się nawzajem" i t. d.

Zastanówmy się nad tem, jakie jest właściwe znaczenie tej trzeciej zasady; w czem ona uzupełnia to, co zawarte jest w dwu pierwszych zasadach.

A więc, zasada pierwsza informuje nas o tem, co świadczy niewątpliwie o działaniu siły na dane ciało: świadectwem tem jest przyśpieszenie—jeżeli ruch danego ciała zachodzi z przyśpieszeniem, ciało to podlega działaniu siły (jak widzieliśmy na str. 89, twierdzenia tego odwrócić nie można: nie możemy powiedzieć, że skoro niema przyśpieszenia, niema też działania sił; gdy bowiem ciało podlega działaniu więcej niż jednej siły, może nie być przyśpieszenia).

Druga zasada poucza nas, jak możemy siłę zmierzyć: mierzymy ją iloczynem z masy, na którą siła działa, przez nadawane tej masie przyśpieszenie; kierunek siły dany jest przez kierunek przyśpieszenia.

Co nam daje zasada trzecia? A oto informuje nas ona o *źródle* działającej siły. Wystawmy sobie, że dane ciało jest jednem, jedynem we wszechświecie; czy moglibyśmy wówczas wyobrazić sobie, że *coś* działa na to ciało? Byłoby to niemożliwe. Niech jednak oprócz danego ciała będzie jeszcze choć jedno, a sprawa zmieni postać: powiemy, iż źródłem działania na dane ciało jest



Rys. 76.

właśnie tamto drugie, które —przypuśćmy— przyciąga je lub odpycha. Słowem, gotowi jesteśmy uważać za całkiem zrozumiałe, iż źródłem działania na dane ciało może być tylko inne ciało, jakkolwiek istoty tego działania możemy nie znać. Co więcej, nie możemy tego rozumieć inaczej, jak że ciała te działają nawzajem na siebie — czyli, skoro na pierwsze ciało działa pewna siła, uwarunkowana przez drugie ciało, to na drugie ciało działa tej samej wartości w stronę wręcz przeciwną skierowana siła, uwarunkowana przez pierwsze ciało.

Przypuśćmy, iż dana masa m_1 porusza się z przyśpieszeniem w_1 (rysunek 76); tu jak w wielu razach, mówimy, zaznaczając to odpowiednio na rysunku, że *masa znajduje się w punkcie;* czytelnik rozumie, że posługujemy się dla uproszczenia pewną abstrakcją — wszak dana masa musi posiadać zawsze pewną objętość; punkt, położony w określony sposób względem tej objętości (zazwyczaj go odpowiednio wybieramy), *wyobraża tylko* dane ciało; takie twory abstrakcyjne — punkty, którym przypisujemy pewne masy, nazywamy *punktami materjalnemi*; wnosimy z tego na podstawie zasady I, iż na daną masę działa siła; zasada II powiada nam, że siła działa w kierunku przyśpieszenia i że wartość tej siły jest $m_1 w_1$; wreszcie zasada III każe nam szukać w kierunku działającej siły innej masy, na którą działa siła równa, w stronę wręcz przeciwną skierowana – jeżeli udaje się nam we wskazanym kierunku znaleźć istotnie taką masę m_2, która się porusza ku masie m_1 z przyśpieszeniem w_2 tej wielkości, iż $m_2 w_2 = m_1 w_1$, wówczas ciekawość nasza zostaje w znacznej mierze zaspokojona: stwierdziliśmy obecność siły, zmierzyliśmy jej wartość i znaleźliśmy jej źródło — źródłem tem jest masa m_2 (podobnie jak źródłem siły, działającej na m_2, jest masa m_1).

Zdarzyć się jednak może, iż szukanie w kierunku przyśpieszenia w_1, a więc w kierunku działającej na m_1 siły, nie doprowadza do niczego — nie znajdujemy w tym kierunku żadnego ciała. Co czynić w takim razie? Wpadamy wówczas na pomysł, że źródłem siły, działającej na m_1, jest nie jedna jakaś masa, leżąca we wskazanym przez siłę kierunku, lecz dwie (a może, trzy lub więcej), leżące w kierunkach innych (np. I, II) i dające razem dane działanie wypadkowe na masę m_1.

Czytelnik uczyni zupełnie słusznie, jeżeli zapyta: „a skąd będziemy wiedzieli, jak rozkładać daną siłę $m_1 w_1$" — wszak rozłożenia tego dokonać można w sposób bardzo różny (porówn. ust. 30); istotnie musimy mieć pewne dane co do tego, ile jest tych sił składowych, jakie są wartości niektórych z nich, jakie kierunki i t. d.; *tylko przy dostatecznej liczbie tych danych* rozwiązywanie zadania będzie miało charakter określony, inaczej będzie to zgadywanie, które trafem jedynie doprowadzić może do pożądanego rezultatu.

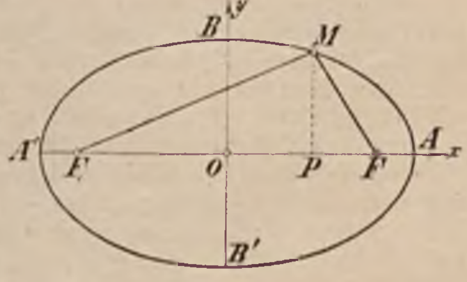
Oto ciekawy przykład. Ziemia nasza należy do t. zw. *układu słonecznego* — zakreśla ona w ciągu roku drogę eliptyczną *) dokoła słońca. Podobny ruch wykonywają inne planety, należące do układu a znajdujące się w różnych odległościach od słońca; wymieniając planety większe w porządku rosnących odległości od słońca, będziemy mieli szereg następujący: Merkury, Wenus, Ziemia, Mars, Jowisz, Saturn, Uran, Neptun. Ciekawe jest właśnie odkrycie Neptuna (1846 r.). Niżej jeszcze mówić będziemy o tych siłach,

---

*) Elipsą nazywa się krzywa (rys. 77), posiadająca tę własność, iż dla każdego jej punktu (*M*...) suma odległości tego punktu od t. zw. *ognisk* elipsy F_1 i F jest wielkością stałą

$$F_1 M + MF = const.$$

Jeżeli dwa końce nitki umocujemy w F_1 i F, to, naciągając nitkę końcem ołówka (*M*) i poruszając ołówkiem, kreślić będziemy elipsę.



Rys. 77.

pod których działaniem planety się poruszają; tutaj wystarczy, jeżeli powiemy, iż źródłami sił, działających na daną planetę i powodujących te czy inne szczegóły jej ruchu, są przedewszystkiem słońce, najpotężniejsza bryła układu, poza tem inne planety. Otóż w ruchach Urana, którego uważano ongiś za najdalej od słońca położoną w układzie planetę, dostrzeżono pewne zakłócenia, których nie można było wytłumaczyć przez znane siły, mające źródła w słońcu i pozostałych, znanych do tego czasu planetach. Zrobiono tedy przypuszczenie, iż na wypadkową wszystkich działań, którym podlega Uran, składa się jeszcze jedna siła, której źródłem jest nieznana planeta; ponieważ jednak reszta składowych sił była znana, można było przewidzieć kierunek tej składowej siły, a więc i kierunek, gdzie należało szukać tej nowej planety. Obliczeń dokonał Le Verrier; triumfem też wielkim nauki było, gdy Galle istotnie znalazł we wskazanem miejscu poszukiwaną planetę, której nadano imię Neptuna. W szczególności był to triumf III zasady Newtona, która podszepnęła uczonym wielkie odkrycie. Niewątpliwie były tu i szczęśliwe okoliczności sprzyjające — oto sprawa byłaby o wiele trudniejsza, gdyby poszukiwania we wskazanym kierunku nie doprowadziły do niczego i należało szukać co najmniej dwu planet, dających razem pewne wypadkowe działania na Urana. Nie mniej ten szczęśliwy traf nie zmniejsza wartości III zasady, jako t. zw. *zasady heurystycznej*, czyli mogącej prowadzić do odkrycia nowych faktów.

48. Siła ciężkości.

Ciało swobodnie spadające, porusza się z przyśpieszeniem g; przypisujemy to działaniu *siły ciężkości*. Siła ciężkości, działająca na dane ciało, albo — krócej — *ciężar* danego ciała mierzy się oczywiście w jednostkach siły, t. j. w dynach (podobnie jak długość mierzy się w jednostkach długości, masa w jednostkach masy, powierzchnia w jednostkach powierzchni i t. d.).

Przypuśćmy, iż w danem miejscu przyśpieszenie $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$; ile wynosi w tem miejscu ciężar ciała o masie 25 gr., t. j. siła, nadająca masie 25 gr. przyśpieszenie $981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$? Zgodnie z zasadniczym wzorem (2) ust. 47 ($f = mw$) piszemy

$$f = 25 \text{ gr. } 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} = 24525 \frac{\text{gr. cm.}}{\text{sek.}^2} = 24525 \text{ dyn.}$$

Ciężar tego samego ciała jest inny w innem miejscu, gdzie przyśpieszenie ciał swobodnie spadających ma inną wartość np. $g = 980{,}2 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$; odpowiednio znajdziemy

$$f' = 25 \text{ gr. } 980{,}2 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} = 24505 \frac{\text{gr. cm.}}{\text{sek.}^2} = 24505 \text{ dyn.}$$

Znajdźmy, czemu się równa ciężar 1 grama oraz ciężar 1 mg. w tem miejscu, gdzie $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$; oczywiście tam

$$\text{ciężar 1 grama} = 1 \text{ gr. } 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} = 981 \text{ dyn.}$$

$$\text{ciężar 1 mg.} = 0{,}001 \text{ gr. } 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} = 0{,}981 \text{ dyn.}$$

Pozwala to nam zdać sobie sprawę z wielkości obranej przez nas za jednostkę siły: dyna jest $\frac{1}{981}$ ciężaru jednego grama w tem miejscu, gdzie $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$; ciężar zaś 1 miligrama w tem miejscu jak widzimy, wynosi cokolwiek mniej niż 1 dynę. Możemy więc spamiętać sobie, iż dyna jest siłą cokolwiek większą od ciężaru jednego miligrama. Jest to więc jednostka mała, a ponieważ wypada nam nieraz mierzyć siły znacznej wielkości, więc dla uniknięcia zbyt wielkich liczb, posługujemy się czasem jednostką większą t. zw. *megadyną*

$$\text{megadyna} = 10^6 \text{ dyn} \qquad (1)$$

Wogóle więc ciężar jakiejkolwiek masy m w tem miejscu, gdzie przyspieszenie ciał swobodnie spadających jest g, wynosi

$$f = mg; \qquad (2)$$

w przypadkach poszczególnych należy podstawić na m i g ich wartości.

Doświadczenie uczy nas, jak już wiemy (ust. 39), że w danem miejscu, o ile usuniemy zakłócający wpływ powietrza, wszystkie ciała spadają jednakowo, t. j. z tem samem przyśpieszeniem. Zatem ciężary różnych ciał w danem miejscu pozostają do siebie w tym samym stosunku, co ich masy: masom 2, 3 i t. d. razy większym siły 2, 3 i t. d. razy większe nadają to samo przyspieszenie.

Dla przykładu podajemy tabelkę, wykazującą, ile wynosi ciężar 1 grama w różnych miejscach ziemi:

Greenwich	981.26 dyn.	Paryż	980.96 dyn.
Kamieniec Podol. .	980.88 „	Warszawa . .	981.22 „
Kraków	981.07 „	Wiedeń . . .	980.88 „
Lwów	980.93 „	Wilno	981.44 „

O tem, w jaki sposób tłumaczymy sobie tę różnicę ciężarów jednego i tego samego ciała w różnych miejscach, będzie mowa niżej.

Na stronie 90 wspomnieliśmy, iż, jeżeli powiadamy, że „ziemia przyciąga kamień“, winniśmy też powiedzieć, że „kamień przyciąga ziemię“. Mogło to czytelnikowi nasunąć pytanie: „a więc jeżeli kamień spada na ziemię, to i ziemia spada na kamień“? Istotnie tak jest i niema w tem nic dziwnego: skoro te ciała przyciągają się, oba muszą się zbliżać ku sobie. Przypuśćmy, iż masa kamienia jest m, a przyśpieszenie, z którym spada swobodnie, jest g; zatem siła ciężkości, działająca na kamień i nadająca mu to przyśpieszenie jest mg; III zasada powiada nam, iż każdemu działaniu towarzyszy równe i w stronę wręcz przeciwną skierowane przeciwdziałanie — w tym razie oznacza to, że kamień równą siłą przyciąga ku sobie ziemię, której masę oznaczamy przez M, i nadaje jej pewne przyśpieszenie w. Równość tych sił — działania i przeciwdziałania — z uwzględnieniem ich wręcz przeciwnych kierunków—wyrazimy wzorem

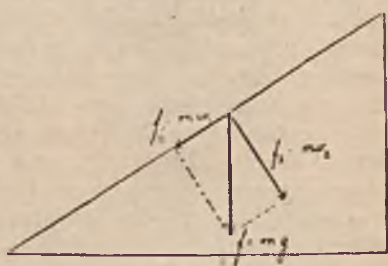
$$mg = Mw,$$

skąd

$$w = -\frac{m}{M}g \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Widzimy więc, że przyśpieszenie, które nadaje kamień ziemi, jest tyle razy mniejsze od przyśpieszenia g, ile razy masa kamienia jest mniejsza od masy ziemi; tego znikomo małego przyśpieszenia żadnem doświadczeniem stwierdzić nie możemy, nie posiadamy bowiem tak subtelnych środków obserwacyjnych; znak *minus* na wzorze (3) wyraża oczywiście, że przyśpieszenie w skierowane jest w stronę wręcz przeciwną niż g.

W ust. 41 rozpatrywaliśmy ruch ciał, zsuwających się po równi pochyłej, Stosując do opisu tego zjawiska pojęcie siły powiemy, iż ciało porusza się po równi pod działaniem *składowej części* ciężaru, nadającej ciału tem mniejsze w porównaniu z g przyśpieszenie w, im mniejsza jest ta składowa część ciężaru w porównaniu z ciężarem całkowitym. Na rys. 78 f oznacza ciężar ciała o masie m; w znany sposób rozkładamy siłę f na dwie składowe części, z których jedna f_1 ma kierunek równi, druga f_2 kierunek prostopadły do tamtego; siła f_1 nadaje masie m przyśpieszenie w_1 tyle razy mniejsze od g, ile razy f_1 jest mniejsze od f; siła f_2 nadawałaby przyśpieszenie w_2 (podobnież mniejsze od g), gdyby równia nie uniemożliwiała ruchu w tym kierunku; siła f_2 przyciska tylko ciało do równi, warunkując tem — jak zobaczymy niżej — wartość nieuniknionego przy ruchu tarcia.



Rys. 78.

49. Doświadczenia z przyrządem Atwooda.

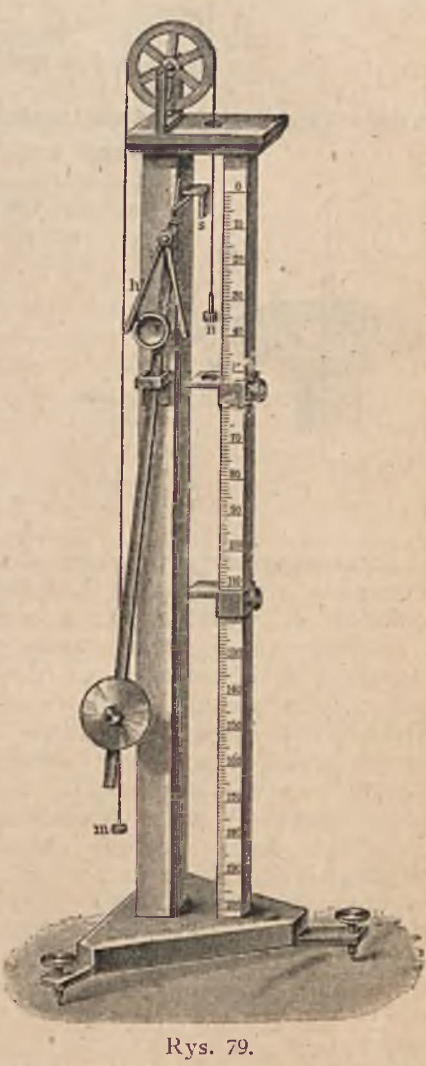
Spadkownica Atwooda jest bardzo pouczającym przyrządem, ilustrującym wyraźnie zależność między siłą a nadawanem przez nią danej masie przyśpieszeniem, oraz wyjaśniającym zmiany, którym podlega prędkość w ruchu jednostajnie przyśpieszonym. Przyrząd ten wszakże nie daje i nie może dawać rezultatów ścisłych, a to skutkiem nieuniknionego tarcia.

Rys. 79 przedstawia przyrząd Atwooda (poszczególne jego postacie różnią się drobnemi szczegółami).

Na osi poziomej może się obracać z możliwie małem tarciem lekkie koło metalowe z rowkiem na obwodzie; przez koło przerzucona jest leżąca w tym właśnie rowku cienka nitka jedwabna, na której końcach wiszą dwa równej masy walce metalowe. Skoro masy tych walców są równe, przeto i ciężary ich są równe, a więc powiemy krótko, posługując się utartym w mowie potocznej zwrotem, że ciężary te się równoważą; o ile walce pozostają w danym momencie w spoczynku, będą i nadal pozostawały w spoczynku, jeżeli podlegają tylko działającej na nie sile ciężkości. Potrąćmy palcem jeden z walców pionowo ku górze — będzie to działanie nowej siły; walec ten z nadaną mu prędkością będzie się poruszał ku górze, drugi zaś, jednocześnie z taką samą prędkością będzie opadał; gdyby walce poruszały się przytem jedynie skutkiem bezwładności, gdyby nie zachodziło tarcie, ruch walców byłby jednostajny; z łatwością jednak dostrzegamy, iż walce nie zachowują nadanej im prędkości, poruszają się zaś coraz wolniej, t. j. ruchem opóźnionym — jest to właśnie wpływ tarcia.

Jeżeli jeden z walców obciążymy, kładąc na nim dodatkową płytkę (oddzielnie wyobrażoną na rys. 80), zacznie on opadać ruchem przyśpieszonym, jednocześnie zaś połączony z nim drugi walec zacznie się podnosić takim samym zupełnie ruchem; dziać się to będzie pod działaniem dodatkowej siły, jaką tu będzie ciężar położonej na walec płytki. O ile by ta płytka spadała swobodnie (t. j. nie leżąc na walcu), poruszałaby się z przyśpieszeniem g pod wpływem działającej na nią siły ciężkości; w tym jednak razie ciężar płytki nadaje ruch nie tylko samej płytce, ale i obu walcom (nie mówiąc już o kole oraz nitce); *gdyby nie było tarcia*, pod działaniem tej stałej siły (ciężaru płytki) dana masa (masa płytki m_1 oraz dwu walców $+ m = 2m$) poruszałaby się ze stałem przyśpieszeniem, które byłoby tyle razy mniejsze od g, ile razy poruszana masa $2m + m_1$ jest większa od m_1 (wszak zgodnie z II zasadą Newtona przyśpieszenia, nadawane przez tę samą siłę różnym masom, są odwrotnie proprorcjonalne do tych mas), otrzymany ruch byłby więc jednostajnie przyśpieszony; w rzeczywistości tarcie czyni ruch bardziej złożonym: przyśpieszenie jest mniejsze, przy tem nie jest stałe; pomimo to w granicach błędów, dopuszczalnych przy tego rodzaju doświadczeniach wykładowych, będziemy uważali otrzymany ruch za jednostajnie przyśpieszony i wykonamy następujące doświadczenia:

1 Przy pomocy nóżek na śrubach ustawiamy pionowo pręt ze skalą. Usuwamy (patrz rys. 79) z tego pręta podstawkę z otworem kołowym o średnicy cokolwiek tylko większej od średnicy walca. Walec z dodatkową płytką umieszczamy na podstawce *s*, podtrzymywanej przez specjalny drążek w pozycji poziomej u początku pionowej skali centymetrowej. Puszczamy w ruch wahadło, które wydzwania nam określone jednostki czasu — np. sekundy (w braku wahadła można użyć metronomu). W chwili któregokolwiek uderzenia wahadła pociągamy za sznurek połączony z drążkiem, który podtrzymuje podstawkę *s* ze spoczywającym na niej walcem; wraz z wysunięciem się drążka z pod wymienionej podstawki opada ona (właśnie na rys. 79 przedstawiona jest ona po opadnięciu), zaś obciążony płytką walec zaczyna się poruszać ku dołowi, czemu towarzyszy wznoszenie się drugiego walca. Rozpoczynając wraz z szarpnięciem sznurka rachunek danych przez wahadło jednostek czasu: „zero, raz, dwa, trzy i t. d.“, dobieramy tak położenie przesuwanej wzdłuż skali podstawki bez otworka, by uderzenie opadającego walca o tę podstawkę zeszło się z któremkolwiek określonem uderzeniem wahadła, np. na „dwa“. Na skali odczytujemy, jaką drogę przebywa poruszająca się w tym razie masa w ciągu dwu jednostek czasu. Przypuśćmy, iż droga ta wynosi 20 cm., obrana zaś jednostka czasu niech będzie sekundą. Posługując się wzorem na drogę przy ruchu jednostajnie przyspieszonym ($l = \frac{wt^2}{2}$),



Rys. 79.

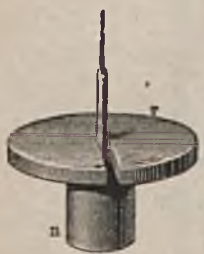
za jaki uważamy w przybliżeniu dany ruch, piszemy

$$20\ \text{cm.} = \frac{w \cdot 4\ \text{sek.}^2}{2},$$

skąd

$$w = 10 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2};$$

wyznaczamy więc doświadczalnie przyśpieszenie w danym ruchu.



Rys. 80.

Mając teraz przyśpieszenie, możemy już obliczyć z góry, jaka droga zostanie przebyta w taki sam sposób w ciągu 3-ch, 4-ch sekund. Dla trzech sekund znajdujemy

$$l_3 = \frac{10 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} \cdot 9\ \text{sek.}^2}{2} = 45\ \text{cm.};$$

dla czterech sekund odpowiednio

$$l_4 = \frac{10 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} \cdot 16\ \text{sek.}^2}{2} = 80\ \text{cm.}$$

Stawiamy znowu walec z obciążającą go płytką na podtrzymywanej przez drążek podstawce u początku skali; podstawę o którą ma walec uderzyć, przytwierdzamy u 45 podziałki skali, i, wsłuchując się w uderzenia wahadła, pociągamy w chwili jednego z tych uderzeń za drążek, zluźniając walce i rozpoczynając jednocześnie głośno rachunek czasu: „zero, raz, dwa...“; słyszymy przytem, że istotnie na „trzy“ przypada zgodnie uderzenie walca o podstawkę wraz z uderzeniem wahadła. Powtarzamy to samo, umocowując podstawkę na 80-ej podziałce skali; teraz uderzenie walca o podstawkę przypada istotnie na „cztery“. W ciągu dwu jednostek czasu droga przebyta wynosiła 20 cm. w ciągu 4-ch takich jednostek, a więc w czasie 2 razy większym, wynosi ona 80 cm., czyli cztery razy więcej — stwierdzamy więc doświadczalnie proporcjonalność drogi przebytej do kwadratu czasu, co przekonywa nas, iż mamy do czynienia z ruchem jednostajnie przyśpieszonym.

2. Teraz po ustawieniu ponownie walca z obciążającą go płytką na podstawce, podtrzymywanej przez drążek u zerowej podziałki skali, przytwierdzamy na skali zdjętą uprzednio podstawkę z otworkiem kołowym tak, by po rozpoczęciu — jak wyżej — spadania, leżąca na walcu płytka uderzyła na „dwa“ o podstawkę i pozostała na niej, zaś walec sam przeszedł przez otwór w podstawce. Należy oczywiście podstawkę z otworkiem umocować nie na 20 podziałce, a nieco wyżej, uwzględniając wysokość walca.

Co będzie dalej? Po usunięciu siły, nadającej w tym ruchu przyśpieszenie (siłą tą jest ciężar dodatkowej płytki) ruch będzie trwał dalej skutkiem bezwładności — pomijając tarcie, powiemy, iż dalej walce poruszać się będą z tą prędkością, którą osiągnęły z końcem 2-ej sekundy od początku ruchu (będzie to właśnie t. zw. prędkość rzeczywista poruszającej sie ruchem jednostajnie przyśpieszonym masy w czasie $t = 2$ sek. Wzór na prędkość daje nam ($v = wt$; prędkość początkowa $= 0$).

$$v_2 = 10 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} \cdot 2 \text{ sek.} = 20 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} ;$$

zatem prędkość będzie taka, że w ciągu każdej następującej po zdjęciu płytki sekundy walce będą przechodziły drogi $= 20$ cm. Zamocujmy więc podstawkę bez otworka, o którą ma uderzyć walec, na 60-ej podziałce, gdy podstawka z otworkiem ustawiona jest jak wyżej, i rozpocznijmy doświadczenie; na „zero“ zacznie się ruch, na „dwa“ usłyszymy stuknięcie zdejmowanej płytki na „cztery“ nastąpi uderzenie walca o podstawkę; a więc istotnie w ciągu 2 sekund, upływających od chwili zdjęcia płytki, droga przebyta wynosi 40 cm., co odpowiada obliczonej prędkości. Ustawmy teraz podstawkę z otworkiem tak, by płytka została zdjęta na „trzy“ (jeżeli wysokość walca jest 2,5 cm. trzeba płytkę z otworkiem umocować na 42,5 podziałce); teraz prędkość, z którą dalej walce będą się poruszały, wynosi

$$v_3 = 10 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} \cdot 3 \text{ sek.} = 30 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} ;$$

po umocowaniu podstawki bez otworka na 75 podziałce, stwierdzimy rzecz następującą: na „zero“ rozpocznie się ruch, na „trzy“ usłyszymy uderzenie zdejmowanej płytki, na „cztery“ uderzenie walca o podstawkę; przewidywanie nasze co do prędkości potwierdzi się.

Przy pewnej wprawie dochodzimy do pięknych pozornie rezultatów — te stukania zachodzą tak w porę, że trudno, jak się zdaje, życzyć sobie więcej. Czytelnik, obserwując te doświadczenia, może nawet zapytać ze zdziwieniem, gdzie są te niedokładności, na które zwracaliśmy zgóry uwagę. Proponujemy mu tedy pomyśleć, czy naprawdę jest pewien, iż słyszane przez niego stuknięcia, albo moment usunięcia podstawki z pod walca *ściśle* zgodne są z uderzeniami wahadła? a może poprostu nie jest w stanie dostrzec różnicy, która w rzeczywistości istnieje?

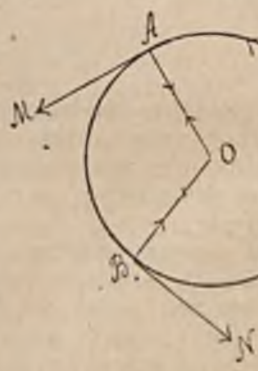
3. Zamiast pierwszej płytki, obciążającej walec, bierzemy inną tego samego kształtu o masie większej ($m_2 > m_1$); teraz siłą poruszającą będzie ciężar tej większej masy m_2, a więc siła ta będzie większa. Masa poruszana będzie też większa $2m + m_2$ (jak wyżej, nie bierzemy pod uwagę masy sznurka, nie bierzemy też pod uwagę, że jednocześnie wprawia się w ruch koło, na

którem sznurek wisi; nie bierzemy pod uwagę tarcia), ponieważ jednak, jeżeli np. $m_2 = 3m_1$, masa $2m + m_2$ nie będzie trzy razy większa od $2m + m_1$, przeto oczekiwać możemy, iż w tym razie większa siła nada większej wprawdzie, lecz w mniejszym stosunku, masie większe przyśpieszenie. Istotnie, doświadczenie potwierdza nasze przypuszczenie.

50. Siła dośrodkowa.

Gdy kamień, uwiązany na sznurze, którego drugi koniec trzymamy w ręku, zaczniemy obracać dokoła ręki, będzie on zakreślał drogę kołową (rys. 81). Kierunek prędkości kamienia w różnych punktach jego drogi będzie różny, przypadając zawsze w kierunku stycznej do drogi kołowej w odpowiednim punkcie (*AM* w punkcie *A*, *BN* w punkcie *B*) (rys. 82). Gdyby w momencie, kiedy kamień znajduje się w *A*, ustało jego połączenie z ręką za pośrednictwem sznura (np. kamień wyślizgnął się z trzymającej go pętli, albo sznur się urwał), kamień poruszałby się dalej skutkiem bezwładności, zachowując prędkość, którą miał w *A* t. j. podążając w kierunku *AM* (w rzeczywistości nie będzie się on poruszał po linji prostej, lecz po balistycznej, będzie bowiem pozostawał pod działaniem siły ciężkości — w ostatniem zdaniu podkreślamy tylko tę charakterystyczną dążność, która istnieje, pomimo, iż są czynniki, które ruch czynią bardziej złożonym). Gdyby to samo połączenie kamienia z ręką ustało w chwili, gdy kamień znajduje się w *B*, poruszałby się dalej w kierunku stycznej *BN*. Przy tym ruchu po stycznej, czy to *AM* czy *BN*, kamień oczywiście oddalałby się od ręki, dokoła której przedtem dokonywał obrotu — w ten sposób objawiłaby się bezwładność kamienia. Gdy więc kamień na sznurze zakreśla drogę kołową, zmieniając nieustannie kierunek prędkości, którą zachowałby przez bezwładność, dzieje się to skutkiem tego, iż napięty między ręką a kamieniem sznur ciągnie go nieustannie w kierunku tej ręki (ku *O*), czyli że działa tu na kamień siła, skierowana ku środkowi koła, które on zakreśla. Siła ta dla oczywistych powodów nazywa się *siłą*

Rys. 81.



Rys. 82.

dośrodkową. Zgodnie z III zasadą Newtona, tam, gdzie jest działanie, jest także równe i w stronę wręcz przeciwną skierowane przeciwdziałanie: napięty sznur ciągnie kamień ku środkowi jego drogi kołowej; ten sam sznur wywiera *na rękę*, znajdującą się w środku wymienionego koła, działanie w stronę wręcz przeciwną — ciągnie rękę od środka koła w stronę kamienia; tę siłę, działającą na rękę, a będącą przeciwdziałaniem sile dośrodkowej, nazywamy *siłą odśrodkową.* Gdy rozważamy ruch ciała, zakreślającego drogę kołową (jak w tym przypadku ruch kamienia), obchodzi nas tylko siła, której to ciało podlega, a więc wystarcza uwzględnienie jedynie siły dośrodkowej.

Czytelnik pojmuje, iż w wyjaśnieniu powyższem uczyniliśmy cały szereg uproszczeń: kamień podlega zakłócającemu działaniu siły ciężkości; ruch jego w żadnym razie nie może być jednostajny; sznur może się wydłużać podczas ruchu, a więc droga zakreślona może nie być ściśle kołową; przy kręceniu kamienia musimy wykonywać pewien ruch ręką, a więc tor kamienia nie pozostaje ściśle ten sam względem innych ciał otaczających, a pozostających w spoczynku... Uproszczenia te wszakże są konieczne — pomagają nam one uwydatnić w zjawisku to, o co nam głównie chodzi.

Wyżej (ust. 46) rozpatrzyliśmy idealny przykład ruchu jednostajnego po kole. Z rozważania tego wypadło, że ruch ten zachodzi ze stałem *przyśpieszeniem dośrodkowem.* Lecz, jak mówią nam zasady Newtona, gdzie jest przyśpieszenie, tam jest siła, warunkująca to przyśpieszenie — *gdzie jest zatem przyśpieszenie dośrodkowe, jest i siła dośrodkowa.* Widzieliśmy, iż jeżeli prędkość ruchu po kole wynosi v, promień zaś koła jest r, przyśpieszenie dośrodkowe jest

$$w_n = \frac{v^2}{r},$$

siła mierzy się iloczynem z masy przez nadawane tej masie przez siłę przyśpieszenie; przypuśćmy, iż masa ciała, poruszającego się po kole o promieniu r z prędkością v, jest m; w takim razie wartość siły dośrodkowej, nadającej tej masie m przyśpieszenie dośrodkowe $\frac{v^2}{r}$, jest

$$f_n = \frac{mv^2}{r} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1).$$

Jak widzimy, siła dośrodkowa, która jest niezbędna dla nadania ciału ruchu kołowego, winna być tem większa, im większa jest masa ciała oraz im mniejszy jest promień drogi kołowej (im mniejszy promień, tem większa t. zw. *krzywizna* koła, tem większym tedy zmianom podlega kierunek prędkości ciała); poza tem wartość siły dośrodkowej, jak wypada ze wzoru, jest proporcjonalna do *kwadratu prędkości* ciała, t. j. przy poruszaniu się tej samej masy po tej samej drodze kołowej z prędkością dwa, trzy razy większą, trzeba siły dośrodkowej cztery, dziewięć razy większej.

Zastosujmy wnioski, otrzymane do przytoczonego wyżej przykładu kamienia na sznurze, pomijając czynniki, komplikujące ten ruch. Jeżeli zaczniemy wprawiać kamień w ruch coraz prędszy, wiemy z doświadczenia codziennego, iż sznur może się urwać, a wtedy kamień odleci w kierunku stycznej, jak to było wyjaśnione. Jest to zrozumiałe: dla utrzymania kamienia na jego drodze kołowej trzeba tem większej siły dośrodkowej, im większy jest kwadrat prędkości kamienia; siły dośrodkowej dostarcza nam tu napięcie sznura, rozciąganego przez to, iż kamień skutkiem bezwładności w każdym punkcie swej drogi usiłuje podążyć w kierunku stycznej do zakreślanego koła, a przez to oddalić się od ręki, trzymającej za drugi koniec sznura; napięcie jednak sznura wzrastać może jedynie do pewnej granicy, danej przez *wytrzymałość* sznura, a więc z danym sznurem przy określonej prędkości kamienia może nastąpić katastrofa. Czytelnik potrafi też zapewne zdać sobie sprawę, dlaczego, chcąc wprawić w taki sam ruch kołowy (z tą samą prędkością, przy tej samej wartości promienia koła) kamień o większej masie, należy użyć „mocniejszego“ sznura. Proponujemy też czytelnikowi pomyśleć nad tem, jakim zmianom podlegać będzie niezbędna zawsze siła dośrodkowa, gdy kamień obracać będziemy, utrzymując jego prędkość bez zmiany, na coraz krótszym sznurze t. j. biorąc ręką za sznur w miejscach coraz bliższych kamienia — radzimy tylko nie zapominać, iż o stałej prędkości kamienia nie będzie bynajmniej świadczyła ta sama liczba obrotów całkowitych w tym samym czasie, gdyż im mniejszy stawać się będzie promień koła, tem mniejszy będzie jego obwód, a zatem przy tym samym czasie obrotu tem mniejsza będzie prędkość kamienia.


Rys. 83.

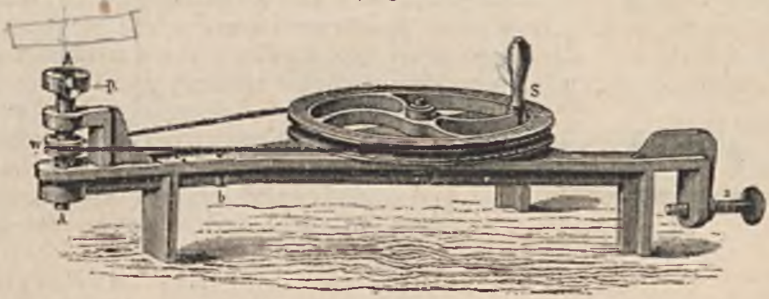
Uwiązawszy na sznurze naczynie z wodą, możemy je wprawić w taki sam ruch kołowy, w jaki wprawialiśmy kamień; woda się przytem nie wyleje z naczynia (rys. 83). Dlaczego? Skąd się tu bierze niezbędna siła dośrodkowa?

Cyklista, pędzący po torze kołowym, przechyla się wraz z rowerem ku środkowi tej drogi. Dlaczego? Gdzie tu jest siła dośrodkowa? Co byłoby, gdyby się cyklista w ten sposób nie pochylił?

51. Doświadczenia z wirownicą.

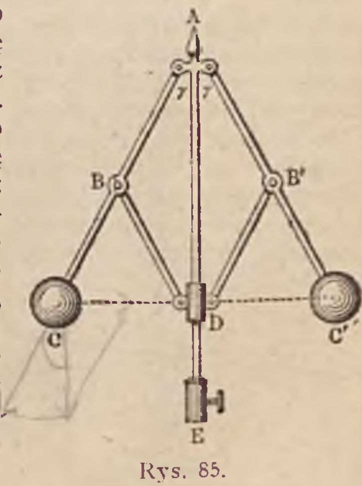
Rys. 84 przedstawia t. zw. *wirownicę* — przyrząd, który służy do wprawiania ciał w ruch obrotowy. Ciało dane osadzamy w zacisku A; kręcąc koło, do czego służy rękojeść S, przenosimy przy pomocy *sznura bez końca* ruch koła na zacisk, a przez to i na umocowane w nim ciało.

1. Na wirownicy osadzamy t. zw. *regulator* machiny parowej (rys. 85). U górnego końca pionowo ustawionego pręta (cały przyrząd jest metalowy) zawieszone są na zawiasach dwa pręciki, zakończone kuleczkami — obracając się na tych zawiasach, pręciki mogą dolnemi końcami, gdzie są kuleczki, oddalać się od



Rys. 84.

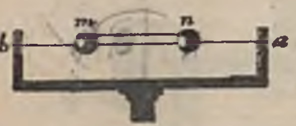
pręta pionowego, osadzonego w zacisku wirownicy. Środki pręcików z kuleczkami połączone są również zawiasami z dwoma innemi prętami; te zaś w podobny sposób wiążą się z pierścieniem, mogącym się ślizgać po pręcie pionowym. Gdy wprawiamy przyrząd w ruch obrotowy, kuleczki oddalają się od osi obrotu, a zarazem pierścień na pręcie osiowym unosi się w górę. Gdy ruch obrotowy ustaje, kuleczki opadają. Gdy prędkość ruchu obrotowego jest większa, kuleczki trzymają się w większej odległości od osi, niż wtedy, gdy ta prędkość jest mniejsza. Z tych wszystkich szczegółów łatwo zdajemy sobie sprawę. Oddalenie się kulek od osi uwarunkowane jest przez bezwładność, dzięki której części przyrządu, posiadające pewną swobodę ruchu, usiłują zachować ruch w kierunku stycznej do zakreślanego koła, a przez to oddalić się od środka koła; oddalaniu się temu staje na przeszkodzie siła ciężkości, działająca na te części, a raczej składowa tej siły ciężkości, skierowana ku osi — otrzymamy ją, jeżeli rozłożymy siłę ciężkości na składowe: jedną w kierunku pręcików, utrzymujących kulki, drugą w kierunku prostopadłym do osi obrotu (od C ku D, od C' ku D); ta składowa, skierowana ku osi, jest właśnie siłą dośrodkową, która przy danej prędkości ru-



Rys. 85.

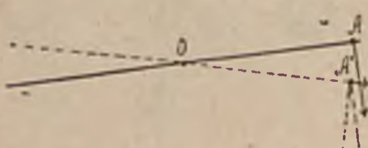
chu utrzymuje części ruchome przyrządu w stałej odległości od osi obrotu; przy większej prędkości następuje większe odchylenie kuleczek i odpowiednio powiększa się wartość siły dośrodkowej.

2. Na miejsce regulatora wstawiamy ramę metalową (rys. 86), w której osadzony jest przypadający wówczas poziomo metalowy pręt; na pręcie mogą się przesuwać z małem tarciem (odpowiednio się je oliwi) dwie nadziane nań kuleczki o różnej masie, połączone ze soba sznurkiem. Jeżeli ustawimy kulki w równych odległościach od osi obrotu ramy i wprawimy ramę w ruch, usłyszymy stuknięcie, a po wstrzymaniu ruchu zobaczymy, że kuleczka o większej masie „przeciągnęła" mniejszą i uderzyła przytem o ramę. Umieszczając kuleczki w różnych odległościach od osi obrotu, przekonamy się, iż przy pewnem położeniu ich, a mianowicie gdy odległość większej kuleczki od osi będzie tyle razy mniejsza od odległości mniejszej, ile razy jej masa jest większa od masy tamtej (a więc przy odwrotnej proporcjonalności mas i odpowiednich odległości), kuleczki nawet przy możliwie najprędszym ruchu obrotowym ramy będą pozostawały na miejscu. Przy wszelkiem innem ustosunkowaniu odległości i mas będzie zawsze „przeciągała" albo jedna albo druga (zauważmy, iż przy nieznacznem przesunięciu kulek z tego położenia, w którem one utrzymują się na swych miejscach, będą one również pozostawały na miejscu — tę pozorną sprzeczność łatwo sobie wytłumaczymy wpływem nieuniknionego tarcia).



Rys. 86.

Spróbujmy zdać sobie sprawę z opisanego zjawiska. Gdziekolwiek umieszczona i dająca się przesuwać swobodnie na poziomym pręcie kulka przy ruchu obrotowym ramy będzie się oddalała od osi obrotu; dziać się to będzie skutkiem bezwładności, ciało to bowiem, zachowując kierunek nadanej jej w pewnym momencie prędkości (zgodny z kierunkiem stycznej do drogi kołowej w tem miejscu) musi się oddalić od osi obrotu, gdy pręt, na którym kula spoczywa, zmieni nieco swe położenie; rys. 87 pokazuje, że przy przesunięciu tego pręta z położenia *OA* w położenie *OA'* prędkość, którą ciało usiłuje zachować, opuszczając swe początkowe miejsce *A*, posiada składową w kierunku pręta — pociąga to właśnie oddalenie się ciała od osi obrotu. Jeżeli kulki w określonem położeniu pozostają przy wirowaniu ramy na miejscu, dzieje się to pod działaniem odpowiednich sił dośrodkowych. Co daje nam te siły dośrodkowe, działające na jedną i drugą kulę? Oczywiście napięcie łączącego je sznurka; siły te będą, rzecz prosta, równe, a więc odległości kulek od osi



Rys. 87.

winny być takie, by siła dośrodkowa, potrzebna do utrzymania jednej kuli w jej położeniu, była równa sile dośrodkowej, potrzebnej do utrzymania drugiej kuli w jej położeniu. Przypuśćmy, iż masy, prędkości i odległości obu kulek od osi będą odpowiednio $m_1, v_1, r_1, m_2, v_2, r_2$; zgodnie więc z danem wyjaśnieniem winno być

$$\frac{m_1 v_1^2}{r_1} = \frac{m_2 v_2^2}{r_2}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

albo

$$\frac{m_1 r_2}{m_2 r_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2}; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

ponieważ przy wirowaniu ramy kulka dalej od osi położona w tym samym czasie przebywa odpowiednio większą drogę, niż kulka, położona bliżej, przeto i prędkości tych kul pozostają w tym samym stosunku, co ich odległości od osi, a więc

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{r_2}{r_1}; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

podstawiając to do wzoru (2), otrzymamy

$$\frac{m_1 r_2}{m_2 r_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

albo ostatecznie

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1},$$

co pozostaje w zgodzie z doświadczeniem.

3. Na wirownicy umocowujemy pręt pionowy, na którym osadzony jest wiotki pierścień metalowy; pierścień u dołu umocowany jest nieruchomo, u góry zaś swobodnie nałożony na pręt, tak że się może wzdłuż niego przesuwać. Gdy wprawiamy pręt w ruch obrotowy, pierścień się ugina i to tem więcej, im prędsze jest wirowanie; otrzymuje się obraz, zaznaczony na rysunku kropkami; podobne „spłaszczenie" w kierunku osi obrotu wykazują ciała wirujące, gdy mogą ulegać odkształceniu—takie spłaszczenie stwierdzamy też u naszej kuli ziemskiej przy biegunach, doszukując się powodów analogicznych do tych, któremi uzasadnić możemy zjawisko, tutaj zaobserwowane. I tu poszczególne części pierścienia, dążąc do zachowania nadanej im w pewnym momencie prędkości, oddalają się od osi przez bezwładność, jak to czy-

Rys. 88.

nią w poprzedniem doświadczeniu kule; i tu oddalaniu się temu stawia kres odpowiedniej wielkości siła dośrodkowa. Skąd bierze się tutaj ta siła dośrodkowa? Przy uginaniu się pierścienia powstają t. zw. siły sprężyste; one to dostarczają niezbędnej w tym razie siły dośrodkowej. Proponujemy czytelnikowi pomyśleć nad tem, dlaczego przy prędszym ruchu obrotowym uginanie się pierścienia jest większe.

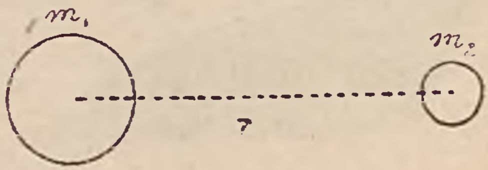
Rys. 89.

4. Na wirownicy osadzamy naczynie szklane, w którem mieści się trochę rtęci i zabarwionej wody. Gdy wprawiamy naczynie w ruch obrotowy, rtęć rozmieszcza się pasem w okolicy - że tak powiemy — „równikowej“ naczynia, zaś woda zajmuje symetryczne położenie względem tego pasa równikowego po obu stronach (rys. 89). Po danych wyjaśnieniach czytelnik sam powinien odpowiedzieć na pytanie, dlaczego obie ciecze oddalają się od osi obrotu oraz skąd się bierze siła dośrodkowa, niezbędna do utrzymania tych cieczy w danej odległości od osi; powinien się też domyśleć, dlaczego rtęć zajmuje dalsze niż woda położenie względem osi.

52. Ciążenie powszechne.

Największym tworem genjuszu Newtona było sformułowanie przez niego t. zw. *prawa ciążenia powszechnego.* Newton powziął niesłychanej doniosłości myśl, że wszystkie bez wyjątku ciała przyciągają się nawzajem, przytem, że dla dwu danych mas, znajdujących się w określonej od siebie odległości *siła* tego ciążenia *jest proporcjonalna do wielkości mas i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości;* w tym samym więc stosunku, w jakim są większe masy, pozostające w danej od siebie odległości, większe są siły ich wzajemnego przyciągania się; jeżeli natomiast odległość między dwiema danemi masami wzrasta dwukrotnie, trzykrotnie i t. d., to siła ciążenia zmniejsza się czterokrotnie, dziewięciokrotnie i t. d.

Siła ciążenia działa, jak to zakłada Newton, między wszystkiemi bez wyjątku ciałami, zarówno więc między bryłami tej wielkości jak nasze słońce lub planety, jak między najdrobniejszemi pyłkami. Siła ciążenia zatem działa również między najdrobniejszemi częściami, na jakie ciała możemy podzielić w myśli, czy to myśleć będziemy o częściach jednego i tego samego ciała, czy też ciał różnych. Jeżeli spłaszczenie ziemi, o którem wspomnieliśmy w poprzednim ustępie, a które nastąpiło w czasach, gdy ziemia nie posiadała jeszcze teraźniejszej skorupy, miało swój kres, nastąpić to mogło tylko pod działaniem pewnej siły dośrodkowej; między innemi w tem ciążeniu powszechnem ta siła dośrodkowa miała swe źródło (poza tem wchodziła tu w grę jeszcze t. zw. *spójność*, o której niżej będzie mowa). Gdy mówimy o przyciąganiu się dwu ciał, rozumiemy, iż ciążenie zachodzi pomiędzy wszystkiemi częściami, na jakie tylko ciała te w myśli możemy podzielić; myślimy więc o *wypadkowej sile* tych wszystkich sił cząstkowych, których liczby podać nie jesteśmy w stanie. Rozumowanie matematyczne, którego tu nie przytaczamy, doprowadza do wniosku, że jeśli mowa o dwu kulach jednorodnych (t. j. takich, z których każda posiada we wszystkich jej punktach jednakową gęstość), działanie grawitacyjne (ciążenie nazywa się też grawitacją) zachodzi tak, jakgdyby masy tych kul skupione były w ich środkach; gdy mówimy więc o odległości takich brył kulistych, rozumiemy ją jako odległość między środkami kul. Dla innych kształtów ciał pytanie o ich odległości może tymczasem budzić w nas wątpliwości; wątpliwości tych jednak nie spotkamy, gdyż o takich bryłach mówić nam teraz nie wypadnie, a w tych razach, gdy odległości między ciałami są tak wielkie, że wymiary ciał są w porównaniu z odległościami znikomo małe, możemy zastępować w rozumowaniach te ciała przez punkty i w ten sposób pytanie o kształcie ciał przestaje mieć znaczenie.



Rys. 90.

Przypuśćmy, iż odległość między środkami dwu kul o masach m_1 i m_2 wynosi r (rys. 90); prawo Newtona o ciążeniu powszechnem, a mianowicie proporcjonalność siły ciążenia do mas i odwrotna proporcjonalność jej do kwadratu odległości (sile tej podlega oczywiście jedna i druga masa), wyraża się następującem wzorem

$$f = k\,\frac{m_1\,m_2}{r^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

gdzie k jest to pewien spółczynnik proporcjonalności, który wyznaczyć można, mierząc siłę ciążenia między dwiema znanemi masami, mieszczącemi się w określonej od siebie odległości. W poniższym ustępie zobaczymy, jak się to dokonywa.

W jaki sposób Newton wpadł na myśl o ciążeniu powszechnem, powiedzieć niepodobna, jak wogóle niepodobna zdać sobie sprawę z objawów genjuszu; legenda opiewa, że jabłko, spadające nasunęło mu tę myśl; ale nawet gdyby tak było, niewiele nam to wyjaśnia, gdyż jabłko spadające od prawa ciążenia dzieli przepaść, którą przeskoczyć udaje się tylko takim Newtonom— czy to on jeden widział jabłko spadające? Istnieją jednak dane, iż wielkie znaczenie w tem odkryciu miało rozważanie ruchu naszego księżyca. Księżyc zakreśla dokoła ziemi drogę, którą możemy tu dla uproszczenia sprawy uważać za kołową; ruch kołowy zachodzić może pod działaniem siły dośrodkowej; jak na kamień, obiegający na sznurze dokoła ręki, działa siła dośrodkowa—napięcie sznura, tak na księżyc, obiegający dokoła ziemi, działa siła dośrodkowa — ciążenie, zachodzące między księżycem a ziemią. Podobny ruch wykonywa ziemia, obiegając w okresie rocznym dokoła słońca; podobny ruch wykonywają dokoła słońca inne planety naszego układu słonecznego; podobne ruchy stwierdzamy w najodleglejszych, dostępnych naszym obserwacjom, układach gwiazdowych.

Ale oto w jaki prosty sposób pomyśleć można, iż między temi ruchami najodleglejszych od nas ciał we wszechświecie a tak powszednim ruchem kamienia rzuconego niema żadnej zasadniczej różnicy; że jak ten, tak tamte ruchy podlegają temu samemu prawu—prawu ciążenia. Wystawmy sobie, iż z wysoko położonego nad powierzchnią ziemi miejsca *A* (rys. 91) rzucone jest ciało, któremu nadano prędkość w kierunku poziomym (*AZ*) dla danego miejsca. Ciało to, spadając, zakreślać będzie znaną już nam drogę krzywą *AE* (przypuśćmy że ziemia ma dokładnie kształt kulisty oraz że ciało rzucone nie napotyka tarcia). Rzućmy z tego samego miejsca to samo ciało z prędkością większą; zakreśli ono inną drogę (*AF*), spadając na ziemię dalej od podstawy pionu *AG* w tem miejscu, z którego zostało rzucone. Nic nie staje na przeszkodzie do wyobrażenia sobie, że, rzucając ciało z tego samego miejsca z prędkością coraz większą, otrzymamy wreszcie taki ruch ciała, że, *spadając*, nie będzie pomimo to się zbliżało do kulistej powierzchni ziemi — ciało obiegnie w takim razie dokoła ziemi po drodze *AK*, a wróciwszy do początkowego miejsca z tą samą prędkością (założyliśmy wszak, że przeszkód żadnych ruch nie napotyka), powtarzać będzie swój ruch dokoła ziemi bez końca. Pomijając pytanie, skąd wzięła się prędkość początkowa, czy nie możemy powiedzieć, iż właśnie podobny ruch wykonywa księżyc dokoła ziemi, spadając bezustannie na ziemię, a nie mogąc pomimo to upaść na nią? Trudno o myśl bardziej przekonywającą.

Rys. 91.

W podobny właśnie sposób rozumował Newton. Odległość księżyca od ziemi jest znana, a więc znany jest promień drogi kołowej księżyca (powtarzamy raz jeszcze, iż dla uproszczenia rozumowania, mówimy tu o kołowej drodze księżyca, jakkolwiek taką ona nie jest); znany jest również czas obiegu księżyca dokoła ziemi, a więc z łatwością obliczamy prędkość księżyca; stąd podług wzoru $\frac{v^2}{r}$ znajdujemy przyśpieszenie dośrodkowe, z którem się księżyc porusza. Lecz z drugiej strony, jeżeli ruch księżyca *ku ziemi* jest takiem samem spadaniem, jak spadanie kamienia, powinno to spadanie zachodzić z przyśpieszeniem odpowiednio mniejszem od przyśpieszenia g, z którem spadanie to zachodzi u samej powierzchni ziemi, siła bowiem grawitacyjna, która to przyśpieszenie nadaje, zmniejsza się w tym stosunku, jak wzrasta kwadrat odległości między ciałami. Znając odległość księżyca oraz g, możemy obliczyć to przyśpieszenie i, jeżeli tylko myśl jest słuszna, powinniśmy na to przyśpieszenie otrzymać taką samą wartość, jaką otrzymujemy z rozważań ruchu kołowego. Istotnie, rachunek potwierdza to przypuszczenie, dostarczając triumfu myśli Newtona. Podobno Newton, gdy rachunku tego dokonywał, był tak wzruszony, iż sam nie mógł go dokończyć i musiał się uciec do pomocy przyjaciół.

Oto ten rachunek uproszczony. Odległość księżyca od środka ziemi równa się (okrągło) $r = 60R$, gdzie R jest promień ziemi ($= 6367$ Km.); czas obiegu księżyca dokoła ziemi wynosi $T =$ $= 27$ dni 7 godz. 43 min. $= 2360580$ sek.; przeto prędkość księżyca otrzymamy, dzieląc drogę jego $2\pi . 60R$ przez T:

$$v = \frac{2\pi . 60.6367.10^5}{2360580} \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}},$$

zaś przyśpieszenie dośrodkowe

$$w_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi . 60.6367.10^5)^2}{(2360580)^2 . 60.6367.10^5} \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} = \frac{4\pi^2 . 60.6367.10^5}{(2360580)^2} \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$$

$$= 0{,}271 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2).$$

Z drugiej strony, jeżeli założymy, iż u powierzchni ziemi przyśpieszenie ciał, spadających swobodnie, jest $981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, to w odległości księżyca t. j. w odległości 60 razy większej przyśpieszenie to winno być 3600 razy mniejsze t. j.

$$\frac{981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}}{3600} = 0{,}2725 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Zgodność wyrazów (2) i (3) jest uderzająca.

Czytelnik rozumie teraz, czy możemy, przyjmując prawo ciążenia, uważać, iż ciało spadające porusza się ze stałem przyśpieszeniem? Czy przyśpieszenie grawitacyjne w tem samem miejscu na różnych wysokościach ponad powierzchnią ziemi jest jednakowe? Dlatego właśnie wyżej wyrażaliśmy się o tem z pewną ostrożnością; swoją drogą w zagadnieniach praktycznych możemy to przyśpieszenie uważać za stałe, jako że różnice są bardzo małe.

Przyglądając się wzorowi (1), wyrażającemu w sposób zwięzły prawo ciążenia powszechnego, nie możemy się powstrzymać od podziwu, że w tak prostej formule zawarta jest tak bogata treść— wszak prawu temu podlegają wszystkie ciała we wszechświecie; dotychczas przynajmniej nie dostrzegliśmy wyjątków. Z tego niektórzy wyciągają wniosek, iż podziwu godną jest prostota wszechświata; bodaj jednak więcej słuszności mają ci, którzy mówią, iż podziwu godnym jest genjusz Newtona, który tak prostym wzorem potrafił objąć prawdziwy bezmiar zjawisk.

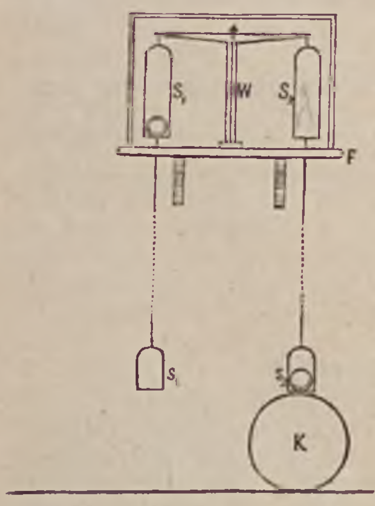
53. Wyznaczanie stałej grawitacyjnej oraz masy ziemi i innych ciał układu słonecznego.

Posługując się wzorem Newtona

$$f = k\frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

znaleźć możemy siłę ciążenia między dwiema masami, pozostającemi w danej od siebie odległości, jeżeli znany nam jest spółczynnik proporcjonalności k. Dla znalezienia tego spółczynnika, albo — jak się go nazywa — *stałej grawitacyjnej*, obmyślono kilka sposobów. Podajemy tu opis jednego z nich; pomiaru tego dokonał w r. 1881 Jolly w Monachjum.

U szczytu wysokiej (25 m.) klatki schodowej ustawiona była waga z podwójnemi szalkami, jak to schematycznie przedstawia rys. 92; górne szalki przypadały u szczytu, dolne zaś sięgały samego prawie dołu klatki, tak że odległość między górnemi i dolnemi szalkami wynosiła 21 m. Na jednej z dolnych szalek leżała kula szklana, wypełniona rtęcią, zrównoważona przez taką samą kulę, położoną na górnej szalce z drugiej strony; po zrównoważeniu umieszczono pod dolną kulą z rtęcią wielką kulę z ołowiu (średnicy 1 m.); kulę tę układano z płyt, które wszystkie razem ją tworzyły; masa jej 5775,2 Kg. była zbyt wielka, by można było taką bryłę w całości kłaść i następnie usuwać (kula ta przechowuje się na pamiątkę dokonanego pomiaru — mieści się w przedsionku pracowni fizycznej uniwersytetu). Po umieszczeniu kuli ołowianej okazywało się, że szalka s_2, na której leżała kula szklana z rtęcią, obniżała się; był to skutek ciążenia, zachodzą-



Rys. 92.

cego między dwiema kulami; na górną szalkę ze strony przeciwnej należało dołożyć odważników, by znów równowaga była osiągnięta. W doświadczeniu masa kuli szklanej z rtęcią wynosiła 5009,45 gr., masa kuli ołowianej 5775200 gr.; odległość między środkami obu kul, podczas gdy odpowiednie odważniki równoważyły swym ciężarem działanie grawitacyjne, była 56,86 cm.; masa którą wypadało dołożyć na górną szalkę S_1 dla dla zrównoważenia tego działania, była 0,6 mg. = = 0,0006 gr. (liczba zaokrąglona), przeto ciężar jej 0.0006.980,8 dyn. = = 0,59 dyn. Podstawiając do wzoru (1) wszystkie wymienione wartości. otrzymujemy

$$0{,}59\,\frac{\text{gr. cm.}}{\text{sek.}^2}=k\,\frac{5009{,}45\text{ gr. }5775200\text{ gr.}}{(56{,}86\text{ cm.})^2};$$

możemy stąd znaleźć, czemu się równa k, a mianowicie

$$k=6{,}6.10^{-8}\,\frac{\text{cm.}^3}{\text{gr.sek.}^2}\quad\ldots\ldots\ldots\quad(2)$$

Znając k, obliczyć możemy, czemu równa się ciążenie między masami, równemi 1 gr. każda, umieszczonemi w odległości 1 cm. od siebie (np. między kuleczkami platynowemi, z których każda posiada masę 1 gr. i których środki przypadają od siebie w odległości 1 cm.); otrzymujemy

$$f=6{,}6.10^{-8}\,\frac{\text{cm.}^3}{\text{gr.sek.}^2}.\frac{1\text{ gr. }1\text{ gr.}}{1\text{ cm.}^2}=6{,}6.10^{-8}\,\frac{\text{gr.cm.}}{\text{sek.}^2}=6{,}6.10^{-8}\text{ dyn.}\quad(3)$$

na str. 94 było wyjaśnione na przykładzie, jaka jest wartość jednej dyny; rozumiemy teraz, dlaczego tego działania grawitacyjnego między otaczającemi nas ciałami nie dostrzegamy.

Inne pomiary dały na k wartości bardzo zbliżone, różniące się między sobą w granicach nieuniknionych — zwłaszcza w tych subtelnych badaniach — błędów doświadczalnych. Wartość k, jak się okazuje, nie zależy od chemicznych własności badanych ciał; zatem i wartość ciążenia, występującego między ciałami, nie zależy od tych chemicznych własności, a wyłącznie od masy ich i wzajemnej odległości (obojętne jest przeto, czy rozważane bryły są z żelaza, miedzi, korka etc.).

Znając k możemy dokonać berdzo ciekawego obliczenia masy ziemi. Weźmy jakiekolwiek ciało o masie m; ciężar jego jest jak wiemy mg. Lecz z drugiej strony ten ciężar jest siłą grawitacyjną, działającą między ciałem a ziemią, siłę tę zaś wyrazić możemy zapomocą wzoru (1), podstawiając na m_1 masę ciała m, na m_2 masę ziemi M, na r — promień ziemi R. Możemy więc przyrównać te dwa wyrazy dla jednej i tej samej siły:

$$mg=k\,\frac{m\,M}{R^2};$$

zatem

$$g = k\frac{M}{R^2},$$

skąd

$$M = g\frac{R^2}{k},$$

podstawiając na g, k i R ich wartości ($g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, $k = 6{,}6.10^{-8} \frac{\text{cm.}^3}{\text{gr.sek.}^2}$, $R = 6367.10^5$ cm.), otrzymujemy (okrągło)

$M = 5{,}7.10^{27}$ gr. (około 6000 tryljonów tonn).

Znając masę ziemi, wyznaczyć możemy masę słońca, a to w ten sposób, iż ruch ziemi dokoła słońca jest znany, znane więc jej przyśpieszenie dośrodkowe, a więc i siła dośrodkowa, pod której działaniem ziemia zakreśla swą drogę dokoła słońca. Przyrównywając wartość tej siły do wzoru $k\frac{m_1\ m_2}{r^2}$, gdzie na m_1 damy wartość masy ziemi, zaś na r odległość ziemi od słońca, będziemy mieli wszystkie wielkości znane z wyjątkiem m_2 — masy słońca. Ponieważ podobnie jak ziemia krążą dokoła słońca inne planety i ruchy ich również znamy, możemy w taki sam sposób, posiadając już masę słońca, znaleźć kolejno masy wszystkich planet. Wyznaczanie mas dokonywa się wogóle przez ważenie; możemy więc przenośnie powiedzieć, iż ziemię, słońce i planety potrafimy zważyć Doświadczenie Jolly'ego wraz z innemi doświadczeniami tego rodzaju doprowadziły do znajomości spółczynnika k, a przez to umożliwiły „zważenie“ ziemi, słońca i planet; czytelnika nie powinno więc dziwić, iż potężna kula ołowiana,, która do tego ciekawego celu posłużyła, przechowuje się dziś jako pamiątka.

54. Dlaczego ciężar równych mas w różnych miejscach ziemi jest różny.

Ciężar ciała jest tą siłą grawitacyjną, która działa między tem ciałem a ziemią. Siła ta zależy od odległości między ciążącemi ku sobie ciałami, chcąc więc zdać sobie sprawę ze zmian ciężaru danego ciała w różnych miejscach ziemi, uwzględnić należy zmiany tej odległości, rozumiejąc przez to odpowiednie odległości ciała od środka ziemi. Ponieważ ziemia posiada kształt swoisty, podobny do kształtu spłaszczonej u biegunów kuli (ziemia nie posiada kształtu żadnej z typowych brył geometrycznych), przeto ciało, mieszczące się u biegunów ziemi, znajduje się bliżej środka ziemi, niż leżące na równiku. Już skutkiem tego ciężar danego ciała będzie miał większą wartość na biegunie, niż u równika, w szerokościach zaś pośrednich wartość ta będzie również pośrednia.

Do tego jednak dołącza się inna ważna okoliczność, powodująca znacznie większą różnicę w ciężarze ciała, przenoszonego z jednej szerokości do drugiej. Okoliczność tę stanowi ruch obrotowy ziemi dokoła osi, dzięki któremu zachodzi kolejna zmiana dnia i nocy.

Ciało, leżące na równiku ziemskim, zakreśla wraz z ziemią drogę kołową dokoła osi ziemskiej; gdyby nie było odpowiedniej siły dośrodkowej, ciało takie, znalazłszy się jakimś sposobem w tem miejscu ziemi, musiałoby skutkiem swej bezwładności opuścić jej powierzchnię i lecieć po stycznej w tem miejscu do równika z prędkością, nadaną mu a równą prędkości punktów równika. Skąd się bierze siła dośrodkowa, niezbędna do utrzymania ciała na powierzchni? Dostarcza jej siła grawitacyjna, działająca między tem ciałem a ziemią; tę siłę dośrodkową stanowi część siły grawitacyjnej. Przypuśćmy, że wartość tej siły grawitacyjnej jest f; możemy ją uważać za sumę dwu sił f_1 i f_2

$$f = f_1 + f_2;$$

jedna z tych części f_1 stanowi właśnie tę siłę dośrodkową, o którą tu chodzi; druga część f_2 objawia się w tem ciśnieniu, które ciało wywiera na podstawę, w rozciągnięciu sprężyny, na której ewentualnie ciało zawiesimy, w przyśpieszeniu, z którem ciało to swobodnie spada — ta siła f_2 stanowi właśnie t. zw. ciężar ciała (wystawmy sobie, iż ziemia poczęłaby wirować coraz prędzej; trzeba byłoby coraz większej siły dośrodkowej, by utrzymać ciało na powierzchni ziemi we wskazanem miejscu na równiku; f_1 zatem stawałoby się większe, odpowiednio f_2 malałoby — ciężar ciała stawałby się coraz mniejszy; przy pewnej prędkości całkowicie siła grawitacyjna f byłaby zużyta jako ta siła dośrodkowa ($f = f_1$); ciężar ciała stałby się wówczas równy zeru (czy uległaby przytem zmianie masa ciała?). Przypuśćmy, iż prędkość ruchu obrotowego ziemi wzrosłaby jeszcze. Coby się wówczas stało? Do utrzymania ciała na powierzchni ziemi trzeba byłoby siły dośrodkowej większej, niż jest siła grawitacyjna f — ciało więc nie utrzymałoby się na powierzchni ziemi, a odleciałoby, jak odlatują kawałki zeschłego błota z obwodu kół toczącego się powozu).

Przypuśćmy na chwilę, iż ziemia jest bryłą jednorodną kulistą. W takim razie, gdybyśmy to ciało, które wyobrażaliśmy sobie na równiku, umieścili na biegunie, siła grawitacyjna, którejby ono ulegało, byłaby taka sama $= f$. Na biegunie jednak ciało nie bierze udziału w ruchu obrotowym ziemi, siła dośrodkowa jest tu zbyteczna, a więc $f_1 = 0$; całkowicie tutaj ciężar ciała (f_2) równałby się tej sile f. Skutkiem więc ruchu obrotowego ziemi ciężar ciała musi być na biegunie większy, niż na równiku. W miarę przenoszenia ciała z bieguna przez coraz mniejsze szerokości ku równikowi ciężar ciała musi stopniowo się zmniejszać.

Widzieliśmy jednak, że już kształt ziemi warunkuje, iż ciężar tego samego ciała jest większy na biegunie i zmniejsza się ku równikowi. Oba czynniki więc dopomagają tu sobie nawzajem. Zatem wogóle ciężar danego ciała będzie miał wartość największą na biegunie, coraz mniejsze wartości w miarę zbliżania się ku równikowi, oraz najmniejszą na równiku.

Pewne dodatkowe zakłócenia wywołuje ta okoliczność, iż ziemia nie jest bryłą jednolitą, a posiada w różnych miejscach różną budowę; powoduje to charakterystyczne dla niektórych miejsc zmiany ciężaru oraz wiążącego się z nim ściśle przyśpieszenia g.

Czytelnik niewątpliwie da odpowiedź właściwą na pytanie, jakiej zmianie ulegać będzie ciężar ciała, gdy je unosić będziemy coraz wyżej ponad powierzchnią ziemi; omyli się jednak zapewne, gdy go zapytamy, co się dziać będzie z ciężarem ciała, gdy będziemy je obniżali względem powierzchni ziemi, np. wpuszczając do głębokiej studni, albo do szybu kopalni; ponieważ w tym razie odległość ciała od środka ziemi zmniejsza się, zda się, iż ciężar ciała będzie się zwiększał — w błędności tego wniosku zaraz się zorjentujemy, skoro zapytamy siebie jaki byłby ciężar ciała, umieszczonego w samym środku ziemi. Proponujemy czytelnikowi samemu rozwikłać jakościową stronę tego zagadnienia.

Przypuszczamy, że po tych wszystkich wyjaśnieniach czytelnik aż nadto dobrze zrozumiał i utrwalił sobie w pamięci konieczność rozróżniania tak różnych rzeczy, jak masa danego ciała, wielkość dla tego ciała charakterystyczna, a zmieniający się okolicznościowo jego ciężar. Spodziewamy się też, iż w przyszłości nie zawaha się on nigdy w twierdzeniu, iż masa ciała mierzy się w gramach (kilogramach, funtach – słowem w jednostkach masy), zaś ciężar w jednostkach siły t. j. w dynach (megadynach). Nie wyklucza to wcale, iż tam, gdzie nie chodzi nam o odpowiednie liczby, możemy tego czy innego ciężaru w dynach nie wyrażać, poprzestając na słowach „ciężar tego a tego ciała" — słów tych wystarcza dla zaznaczenia, iż mamy na myśli określoną siłę, a nie myślimy o masie tego ciała.

55. Dynamometr. Waga sprężynowa.

Zawieśmy na sprężynie ciało (rys. 93); pod działaniem ciężaru ciała sprężyna się wydłuży. Zawieśmy na tej samej sprężynie inne ciało o innej masie; jeżeli masa ta będzie większa od masy pierwszego ciała, to i ciężar jej będzie w danem miejscu w tym samym stosunku większy — wydłużenie sprężyny będzie większe. Po zdjęciu zawieszonego ciała sprężyna pozostanie nieco wydłużona i powoli wracać będzie do długości początkowej.

Zamiast rozciągać sprężynę, moglibyśmy ją uciskać, powodując tem „skrócenie“ w miejsce „wydłużenia“ (rys. 94). Przytwierdźmy, jak to widać na rysunkach, do ruchomych końców sprężyn wskazówki, któreby się mogły przesuwać wzdłuż podziałki; pozwoli to nam zaznaczać dogodnie odkształcenia sprężyny. Taka jest właśnie budowa dynamometrów i wag sprężynowych.

Zawieśmy na sporządzonym tak przyrządzie ciało o znanej masie m; ciężar tego ciała wynosi mg (jeżeli $m = 15$ gr., zaś w danem miejscu $g = 980{,}2 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, to $mg = 14703$ dyn.); zanotujemy podziałkę, na której zatrzyma się wtedy wskazówka. Zawieśmy ciało o znanej masie m_1; ciężar tego ciała będzie $m_1 g$ (jeżeli $m_1 = 25$ gr., to $m_1 g = 24505$ dyn); zanotujmy znowu podziałkę, na której zatrzyma się wskazówka. Postępując tak dalej, wycechujemy nasz przyrząd, t. j. wyznaczymy wartości sił, odpowiadające przesunięciom wskazówki do tej czy innej podziałki; wycechowany przyrząd taki służyć może do mierzenia sił i nazywa się *dynamometrem* (δύναμις — czyt. dünamis — „siła“ po grecku).

Rys. 93.

Rys. 94.

Na podziałce wag sprężynowych odczytujemy kilogramy oraz ułamki kilograma, albo funty i ułamki funta. Po wyjaśnieniach, danych już uprzednio, czytelnik zrozumie, jaka jest właściwa rola tych wag sprężynowych. Przypuśćmy, iż cechować będziemy dynamometr, zawieszając na nim 1 Kg., 2 Kg., 3 Kg. i t d. i znacząc temi znakami (1, 2...) odpowiednie podziałki, przy których zatrzymywać się będzie przytem wskazówka. Jeżeli po wycechowaniu zawiesimy na dynamometrze ciało o nieznanej masie i jeżeli np. wywoła ono takie wydłużenie, iż wskazówka poda nam „2“, powiemy, iż ciężar tego ciała jest taki sam, jak ciężar dwu kilogramów w tem miejscu, a ponieważ w tem samem miejscu ciężary ciał są proporcjonalne do ich mas, przeto i nieznana masa tego ciała równa się dwu kilogramom. Przypuśćmy jednak, że wycechowany w ten sposób dynamometr przewieziemy do innego miejsca, gdzie g jest inne, a więc i ciężar dwu kilogramów jest inny niż w pierwszem miejscu. Czy ciało o masie dwu kilogramów wywoła tam takie samo wydłużenie sprężyny i wskazówka znów nam poda „2“? W żadnym razie — zależnie od tego czy g jest tam większe, czy mniejsze, niż w pierwszem miejscu, wskazówka wykaże więcej lub mniej niż dwa — wyciągniemy zatem błędny wniosek co do masy ciała zawieszonego. Posługiwanie się przeto wagą sprężynową do wyznaczania mas z bezpośredniego odczytywania skali możliwe jest tylko w tem miejscu, gdzie waga taka została wycechowana, oraz w tych miejscach, co do których wiemy, że g jest takie samo. A czy fabrykant, robiący podobne wagi, myśli kiedy o tem, kto i gdzie będzie tej wagi używał?

Oczywiście można z pomocą tej wagi sprężynowej wyznaczyć masę, posługując się przytem odważnikami. Zawieśmy na wadze ciało o nieznanej masie i zanotujmy, do której podziałki przesuwa się wskazówka. Zawieszajmy następnie na tej samej wadze odważniki dopóty, dopóki wskazówka nie stanie znów w tem samem miejscu. Teraz mamy prawo rozumować w następujący sposób: skoro wydłużenia sprężyny są jednakowe, przeto i siły, powodujące te wydłużenia, są równe, a więc ciężar danego ciała jest równy ciężarowi zawieszonych odważników; ponieważ jednak w tem samem miejscu ciężar ciał jest proporcjonalny do masy, przeto i masa danego ciała równa się masie tych odważników, a więc wynosi tyle a tyle gramów, ile to wskazane jest na odważnikach. Podkreślamy z naciskiem, że takie *porównanie z odważnikami pozwala nam tylko wyznaczyć masę danego ciała, nie dając żadnej wskazówki co do jego ciężaru; do znajomości bowiem ciężaru niezbędna jest znajomość g, o której to wartości przecie tutaj nie było mowy.*

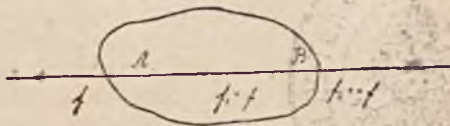
Gdybyśmy chcieli posługiwać się wagą sprężynową jako dynamometrem, powinnibyśmy byli dokonany pomiar formułować w następujących słowach: „zmierzona siła równa się ciężarowi tylu a tylu kilogramów (odczytujemy to na skali) w tem miejscu, gdzie dynamometr został sporządzony". Rozumiemy tedy, jak mało warte jest z punktu widzenia wymagań ścisłości takie cechowanie dynamometrów. Natomiast dynamometr, wycechowany tak, jak opisaliśmy wyżej, w dynach lub megadynach, znajdzie wszędzie jednakowe zastosowanie, podając odrazu zmierzoną siłę we właściwych jednostkach.

56. Działanie kilku sił naraz na ciało doskonale sztywne.

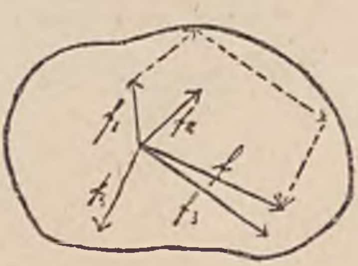
Wspominaliśmy już, że pod działaniem sił ciała ulegać mogą odkształceniom. Odkładając bliższe omówienie odkształceń na później, będziemy narazie rozważali siły o tyle tylko, o ile powodują one przyspieszenia w ruchu ciał, na które działają. Dla uproszczenia więc sprawy załóżmy, że siły działają na ciała, które wogóle odkształceniom nie podlegają, których części względem siebie wcale położenia zmieniać nie mogą. Ciała o takiej idealnej własności nazywają się *doskonale sztywnemi.*

Rozpatrzmy więc działanie sił na ciało doskonale sztywne.

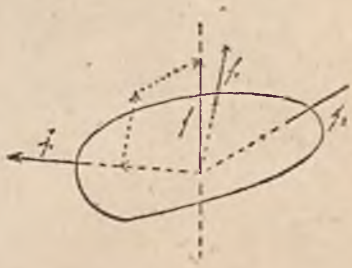
Przedewszystkiem zauważmy, iż gdy na ciało takie działa siła, miejsce jej działania można przenieść dowolnie w kierunku tego działania bez żadnej zmiany tego działania Przypuśćmy, iż na ciało działa w punkcie A siła f (rys. 95); wyobraźmy sobie, iż punkt B, leżący na prostej, wyznaczającej kierunek siły f, stał się miejscem działania dwu sił f_1 i f_2, z których wartość każdej równa się wartości f, oraz z których f_1 działa w kierunku, zgodnym z kierukiem siły f, zaś f_2 działa w stronę wręcz przeciwną. Dodanie sił f_1 i f_2 w niczem nie zmieni ruchu ciała, ponieważ siły te jako równe i w strony wręcz przeciwne skierowane, będą kasowały nawzajem swe działania, albo—jak mówią—będą się równoważyły; pozostanie więc tylko działanie siły f. Lecz na trzy siły f, f_1 i f_2 można spojrzeć jeszcze z innego punktu widzenia: można mianowicie uważać, że to siły f i f_2 równoważą się, nie dając żadnej zmiany w ruchu ciała (odkształcać ciała nie mogą wobec założenia, iż jest ono doskonale sztywne), zaś zmiany ruchu powoduje tylko działanie siły f_1. Możemy więc albo odrzu-



Rys. 95.



Rys. 96.



Rys. 97.

cić, jako nie mające żadnego wpływu na ruch, siły f_1 i f_2 i pozostanie tylko siła f, albo odrzucić jako nie mające wpływu siły f i f_2, a pozostanie siła f_1, równa sile f o innem miejscu działania, leżącem wszakże na kierunku siły f. Uzasadnia to w zupełności wypowiedziane twierdzenie, którem dalej posługiwać się będziemy jako dowiedzionem. Rozpatrzmy parę przypadków szczególnych.

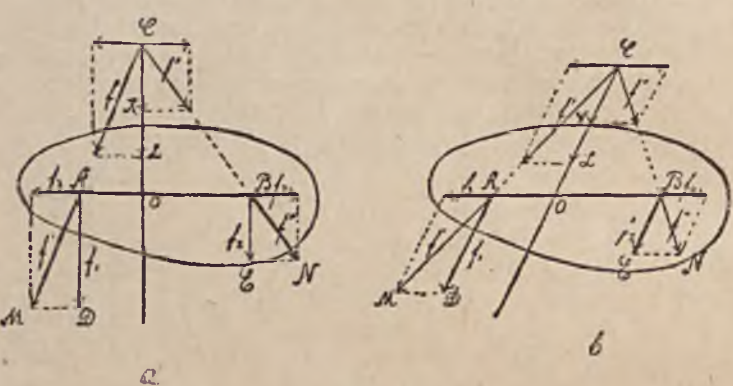
1. *Na ciało doskonale sztywne działa kilka sił, mających za miejsce działania jeden i ten sam punkt.*

Zgodnie z tem, co było już powiedziane na str. 87, działanie tych sił zastąpić możemy przez działanie siły wypadkowej f, równej sumie geometrycznej składowych sił f_1, f_2, f_3 i f_4. (Rys. 96).

W przypadku szczególnym, gdy składowych sił jest dwie, otrzymujemy wypadkową jako przedstawioną przez zamykający bok trójkąta.

Reguła dodawania sił sposobem geometrycznym wypływa bezpośrednio z określenia siły jako wektora. Reguły tej zatem dowodzić nie można. Podobnie nie można dowodzić, że najkrótszą drogę między dwoma punktami daje przechodząca przez te punkty linja prosta, gdyż linją prostą nazywamy właśnie taką linję, która tworzy ową najkrótszą drogę między dwoma punktami. Podobnie nie można dowodzić, że dwie równe i' w strony wręcz przeciwne działające siły się równoważą, gdyż właśnie dlatego, że, działając w strony wręcz przeciwne, one się równoważą, nazywamy je równemi. Tak samo trzeba uważać za rzecz, nie wymagającą dowodzeń, że równe siły będą wywierały w równych warunkach jednakowe działanie, gdyż właśnie odwrotnie z równych działań w równych warunkach wnosimy o równości sił.

2. *Na ciało doskonale sztywne w różnych jego punktach działa kilka sił, których kierunki przecinają się w jednym punkcie.*



Rys. 98.

Opierając się na twierdzeniu, iż miejsce działania siły przenieść można wzdłuż prostej, wyznaczającej jej kierunek, bez zmiany tego działania, przenieśmy miejsca działania wszystkich sił w ów punkt przecięcia (rys. 97), i znajdźmy jak wyżej wypadkową. Za miejsce działania wypadkowej obrać możemy którykolwiek punkt ciała, leżący na prostej, wyznaczającej kierunek tej wypadkowej.

Zdarzyć się może, iż punkt przecięcia sił, działających na ciało, leży poza granicami ciała; możemy pomimo to przenieść w ten punkt miejsca działań wszystkich sił, *jakgdyby* ten punkt wiązał się jakoś z ciałem — czynność ta będzie miała znaczenie wyłącznie matematyczne; po znalezieniu wypadkowej możemy przenieść jej miejsce działania w którykolwiek punkt wewnątrz ciała na prostéj, wyznaczającej jej kierunek.

3. *Na ciało doskonale sztywne działają siły równoległe.*

a) Dwie siły równoległe, skierowane w jedną stronę (rys. 98 a).

Zakładamy, że na punkty A i B ciała działają oprócz danych sił f_1 i f_2 jeszcze siły f_3 i f_4, równe sobie i w strony wręcz przeciwne skierowane ($f_3 = -f_4$); dodanie tych dwu sił f_3 i f_4 nie może zmienić ruchu ciala, przypuszczenie więc to jest zupełnie możliwe. Działanie czterech sił f_1, f_2, f_3, f_4 będzie takie samo, jak dwu sił f_1 i f_2. Przekątna AM równoległoboku daje wypadkową f' sił f_1 i f_3; przekątna BN równoległoboku daje wypadkową f'' sił f_2 i f_4. Ponieważ działanie danych sił f_1 i f_2 jest równe działaniu sił f_1, f_2, f_3 i f_4, przeto równa się też działaniu wypadkowych f' i f''. Przenieśmy miejsca działania sił f' i f'' do punktu C, w którym przecinają się kierunki tych sił; po wyjaśnieniu, danem wyżej, nie zbija nas z tropu, iż punkt ten przypada tutaj poza granicami danego ciała. Teraz przeniesione w ten sposób siły f' i f'', rozkładamy na takie same składowe, jak te, z których one zostały utworzone, a więc na f_1 i f_3 oraz f_2 i f_4. Działanie sił f_3 i f_4 daje w rezultacie zero, przeto siły te możemy, jako już nam niepotrzebne odrzucić. Pozostaje działanie sił f_1 i f_2, skierowanych zgodnie według CL i CK; działanie to równa się oczywiście dzialaniu jednej siły f, równej sumie f_1 i f_2 ($f = f_1 + f_2$), działającej w kierunku CL czy też CK i mającej za miejsce działania którykolwiek punkt ciała, przypadający w wymienionym kierunku; między innemi takim punktem może być O. Z podobieństwa trójkątów COA i ADM wynika

$$\frac{CO}{AO} = \frac{AD}{DM} = \frac{f_1}{f_3}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

z podobieństwa trójkątów COB i BEN wynika

$$\frac{CO}{OB} = \frac{BE}{EN} = \frac{f_2}{f_4}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

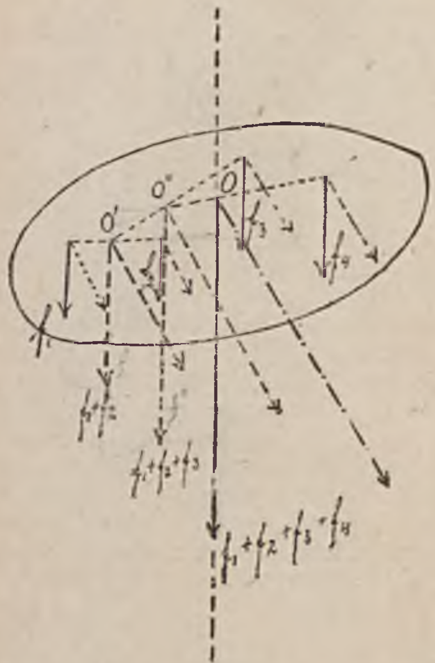
przez dzielenie (1) przez (2) otrzymujemy

$$\frac{OB}{AO} = \frac{f_1}{f_2} \text{ (wszak ilościowo } f_3 = f_4\text{)},$$

t. j. punkt O dzieli odległość między punktami A i B, w których działają dane siły równoległe, na części, odwrotnie proporcjonalne do wartości sił f_1 i f_2.

Przypuśćmy, iż na to samo ciało w tych samych punktach A i B działają tej samej wielkości siły równoległe f_1 i f_2, skierowane tylko inaczej względem prostej AB (rys. 98 *b*). Szukając w ten sam sposób, jak wyżej, wypadkowej f, znajdujemy, iż równa się ona sumie $f_1 + f_2$, miejscem zaś działania tej wypadkowej może być którykolwiek punkt ciała, leżący na prostej CO; między innemi punktem takim może być znowu punkt O, którego położenie już wyznaczyliśmy.

Wyciągamy więc wniosek, iż *działanie dwu sił równoległych, zgodnie skierowanych, zastąpić się daje przez działanie jednej wypadkowej, równoległej do sił danych, która równa się sumie sił danych i której kierunek bez względu na kierunek sił składowych przechodzi zawsze przez punkt, dzielący odległość między miejscami działań sił danych na części, odwrotnie proporcjonalnie do wartości tych sił.* Ten charakterystyczny punkt O nazywa się *środkiem danych sił równoległych.*



Rys. 99.

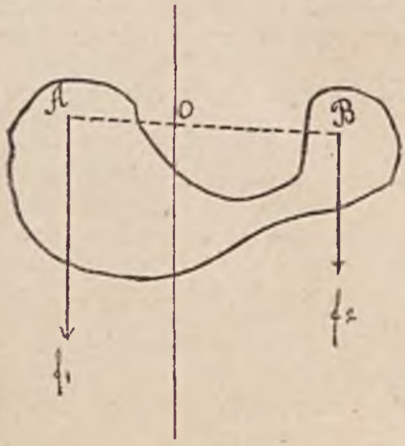
b) Więcej niż dwie siły równoległe, skierowane w jedną stronę.

Przypuśćmy, iż na ciało działają 4 siły równoległe f_1, f_2, f_3, f_4 (rys. 99). Zastępujemy dwie siły f_1 i f_2 przez ich wypadkową $f' = f_1 + f_2$; przypuśćmy, iż miejscem działania tej wypadkowej jest O', środek dwu sił równoległych f_1 i f_2. Znajdźmy teraz wypadkową sił f' i f_3; otrzymamy siłę $f'' = f_1 + f_2 + f_3$; przypuśćmy, iż jej miejscem działania jest O'', środek sił równoległych f' i f_3. Znajdźmy wreszcie wypadkową sił f'' i f_4; otrzymamy siłę wypadkową wszystkich sił danych $f = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$; środkiem sił równoległych f'' i f_4 jest punkt O. Ten punkt O może być miejscem działania wypadkowej f; tem miejscem działania może być zresztą każdy punkt ciała, leżący na prostej, która przechodzi przez O w kierunku działających sił.

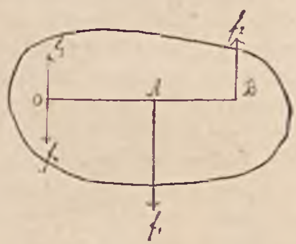
Pozostawmy miejsca działania oraz wartości sił równoległych f_1, f_2, f_3 i f_4 bez zmiany, zmieńmy tylko kierunek ich wszystkich, (linje kropkowane na rys. 99). Dojdziemy znów do wypadkowej $f = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$ oraz do charakterystycznego punktu O.

Otrzymujemy więc wniosek, że działanie dowolnej liczby sił równoległych, w jedną stronę skierowanych, na ciało sztywne daje się zastąpić przez działanie jednej siły wypadkowej, skierowanej tak samo jak siły dane i równej sumie sił danych. Jakkolwiekbyśmy zmieniali kierunek wszystkich danych sił równoległych, kierunek tej wypadkowej zawsze przechodzi przez pewien charakterystyczny dla danych sił punkt, zwany *środkiem danych sił równoległych* Nie oznacza to bynajmniej, że punkt ten ma być koniecznie miejscem działania tej wypadkowej; za miejsce tego działania możemy przyjąć którykolwiek punkt ciała, leżący na prostej, która przechodzi przez ów charakterystyczny punkt równolegle do sił danych. Oczywiście w przypadkach poszczególnych może się okazać, iż środek sił równoległych, działających na dane ciało, leży poza granicami ciała. Przypadek ten ilustruje rys. 100.

c) Dwie siły równoległe, skierowane w strony przeciwne (rys. 101). W punkcie A działa siła f_1, w punkcie B siła f_2. Dodajmy w punkcie O działanie dwu sił f_3 i f_4, równych i w strony wręcz przeciwne skierowanych; niech przytem kierunki ich będą rów-



Rys. 100.



Rys. 101.

nolegle do kierunków sił f_1 i f_2, niech (ilościowo) $f_3 = f_4 = f_1 - f_2$, oraz niech $OA : AB = f_2 : f_3$ (odpowiednio więc wybieramy punkt O). Dodanie tych sił f_3 i f_4 nie wywoła żadnej zmiany w ruchu ciała, możemy przeto powiedzieć, iż działanie sił f_1, f_2 f_3 i f_4 równe jest działaniu sił f_1 i f_2.

Na podstawie tego, co już wiemy, wyznaczmy wypadkową sił f_2 i f_3. Wypadkowa ta będzie się równała sumie $f_2 + f_3 = f_2 + f_1 - f_2 = f_1$ i będzie przechodziła przez punkt A równolegle do f_2 i f_3 (wszak założyliśmy, iż punkt A odpowiada charakterystycznej dla środka sił równoległych zależności $OA : AB = f_2 : f_3$). Wypadkowa ta, jako równa i w stronę wręcz przeciwną skierowana niż dana siła f_1, da łącznie z tą siłą f_1 wypadkowe działanie równe zeru. Pozostanie więc tylko działanie siły f_4.

A więc działanie sił f_1 i f_2, równe działaniu sił f_1, f_2, f_3 i f_4, sprowadza się do działania siły f_4, która jest zatem wypadkową sił f_1 i f_2.

Wzór

$$\frac{OA}{AB} = \frac{f_2}{f_3}$$

możemy przekształcić w taki:

albo
$$\frac{OA}{OA+AB}=\frac{f_2}{f_2+f_3}$$

$$\frac{OA}{OB}=\frac{f_2}{f_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1).$$

Zmieniając względem AB kierunek równoległych sił f_1 i f_2, lecz nie zmieniając ich wielkości oraz miejsc działania, otrzymamy rezultat taki sam i tak samo wyznaczymy położenia punktu charakterystycznego, jak w wyżej rozpatrzonych przykładach punktu O.

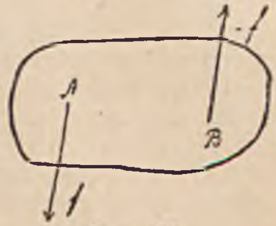
Wnioskujemy: Wypadkowa dwu sił równoległych i działających w strony przeciwne równa się różnicy sił danych i jest równoległa do sił danych. Miejscem działania tej wypadkowej może być dowolny punkt ciała, leżący na prostej o kierunku równoległym do sił danych i przechodzącej przez charakterystyczny punkt — *środek sił równoległych*, pozostający w takich odległościach od miejsc działań sił danych, że odległości te są odwrotnie proporcjonalne do wartości samych sił; punkt ten leży tu na prostej AB nie między punktami A i B, lecz nazewnątrz tego odcinka, przytem bliżej miejsca działania siły większej.

d) Dowolna liczba sił równoległych, działających w jedną stronę lub w strony przeciwne.

Na podstawie powyższego możemy powiedzieć, że wypadkowa równa się sumie algebraicznej sił danych i jest równoległa do sił danych. Miejscem działania tej wypadkowej może być dowolny punkt ciała, leżący na prostej o kierunku równoległym do sił danych i przechodzącej przez punkt charakterystyczny, t. zw. *środek danych sił równoległych*, jakkolwiek by się zmieniał kierunek danych sił równoległych, byle ich wartości oraz miejsca działań pozostawały bez zmiany.

e) Para sił.

W przypadku szczególnym możemy mieć działanie dwu sił równoległych, równych i w strony wręcz przeciwne skierowanych (rys. 102). Zauważmy, że im mniej różnić się będą siły równoległe, w strony przeciwne skierowane, tem mniejsza będzie ich wypadkowa, równa ich różnicy, oraz tem dalej względem miejsca działań sił danych będzie leżał ich środek. W miarę jak siły dane będą dążyły do wartości równej, wypadkowa ich będzie dążyła do zera, a zarazem środek sił danych oddalać się będzie w nieskończoność. Co to może oznaczać? Oznacza to, że działania dwu sił równoległych, równych i w strony przeciwne skierowanych, nie można zastąpić przez działanie jednej siły wypadkowej. Dwie takie siły równoległe, równe i w strony przeciwne skierowane, tworzą t. zw. *parę sił;* powodują one ruch obrotowy ciała, na które działają; bliżej poznamy się z parą sił w rozdz. IV-ym.

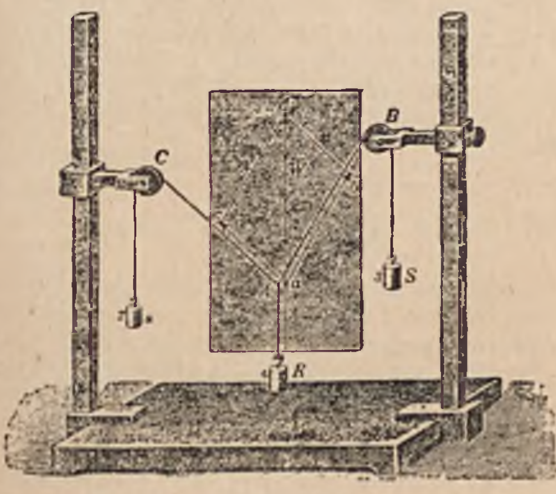


Rys. 102.

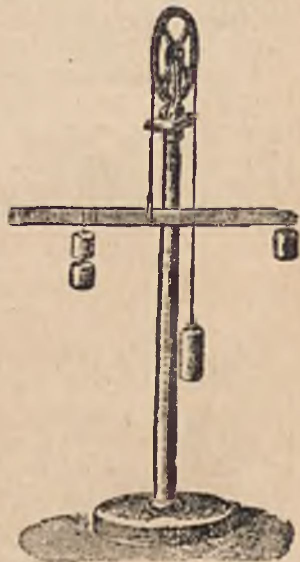
Czytelnik może zapytać, jaką wartość posiadają wszystkie powyższe wnioski dotyczące ciał doskonale sztywnych, skoro ciała takie nie istnieją. Otóż w tych wszystkich razach, gdy ciała podlegają pod działaniem sił *nieznacznym* odkształceniom, możemy dla uproszczenia sprawy uważać je w przybliżeniu za doskonale sztywne i stosować do nich twierdzenia przytoczone. Oczywiście, iż zdawać sobie musimy jasno sprawę z tego, w jakich razach tego rodzaju przybliżenie jest dopuszczalne, a w jakich nie.

57. Równowaga sił.

Już kilka razy użyliśmy zwrotu, że te a te siły się równoważą. Opierając się na tem, do czego przyzwyczajeni jesteśmy w mowie potocznej, rozumieliśmy ten zwrot bez bliższego określania. Swoją drogą określenie takie dać należy.



Rys. 103.


Rys. 104.

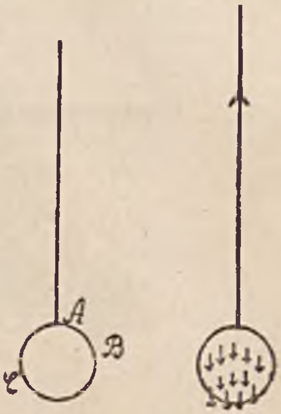
O siłach, działających na dane ciało, mówimy, iż się równoważą, jeżeli nie nadają one ciału przyśpieszenia. Dotychczas poprzestajemy jeszcze na rozpatrywaniu ruchu postępowego ciał; dane siły nie nadadzą ciału, na które działają, przyśpieszenia, jeżeli wypadkowa wszystkich sił danych równa się zeru. A więc jeżeli wypadkowa danych sił równa się zeru, siły te się równoważą.

Na rys. 103 i 104 przedstawione są przykłady takiej równowagi. Na rys. 103 mamy równowagę 3 sił, których kierunki przecinają się w jednym punkcie. Wypadkowa dwu z nich równa jest i wręcz przeciwna trzeciej. Chcielibyśmy wszakże zwrócić uwagę na znaczenie wykreślonego równoległoboku. Boki jego odcinamy tak, by ich długości miały się do siebie jak dwie pierwsze siły; wtedy przekątna wyobraża co do wielkości i kierunku siłę trzecią, tylko zwrócona jest w przeciwną stronę. Jeżeli te trzy odcinki mają długości proporcjonalne do liczb 2 : 3 : 4, to znaczy, że i ciężary brył zawieszonych na sznurach pozostają w tym samym do siebie stosunku. Jeżeli do tego użyte zostały odważniki, możemy tą drogą sprawdzić, odczytując liczby na nich i pamiętając, że w danem miejscu ciężary są proporcjonalne do mas, czy liczby te są prawdziwe; albo, znając masy dwu z nich, wyznaczyć masę trzecią. W żadnym jednak razie nie można takiego doświadczenia traktować jako „dowodu" reguły dodawania sił, dowód ten bowiem zawarty jest w określeniu siły jako wektora (por. str. 88 i 117).

Rys. 104 przedstawia równowagę sił równoległych, jakiemi tutaj są ciężary zawieszonych ciał łącznie z ciężarem drążka. Czytelnik z łatwością zorjentuje się w stosunku, jaki zachodzi między temi siłami, a odległościami pomiędzy miejscami ich działań. I tu, jak w poprzednim przykładzie, mamy sposób sprawdzenia odważników, względnie wyznaczenia jednej nieznanej masy według pozostałych znanych, ale i tu nie można uważać doświadczenia za żaden dowód reguły dodawania sił równoległych (w obu wypadkach sprawę komplikuje jeszcze tarcie).

58. Środek ciężkości.

Zawieśmy kulę jednorodną na sznurze (rys. 105); zaraz po zawieszeniu będzie się ona czas jakiś wahała, stopniowo jednak wahania będą zanikały i wreszcie pozostanie ona w spoczynku. Gdy to już nastąpi, zważmy, iż siła ciężkości nie nadaje kuli ruchu w kierunku pionowym, w którym działa, a to dlatego, że przeciwdziała tej sile napięcie sznura. Działanie sznura możemy uważać jako siłę, skierowaną pionowo ku górze i równoważącą ciężar kuli. Lecz wszak najmniejsze części ciała, na jakie tylko sobie w myśli podzielić możemy kulę, podlegają działaniu siły ciężkości, skierowanej pionowo; zatem to, co nazywamy ciężarem ciała jest wypadkową tej niezliczonej liczby sił, działających na poszczególne punkty kuli. Piony, poprowadzone przez różne punkty kuli, są skierowane (załóżmy, iż ziemia jest kulą jednorodną) ku środkowi ziemi, a więc nie są one do siebie równoległe; swoją drogą nieznaczna wielkość kuli w porównaniu z wielkością ziemi pozwala uważać te piony za proste równoległe; ciężarem więc kuli jest wypadkowa niezliczonej liczby sił równoległych, działających na poszczególne punkty kuli. Jeżeli jedna siła (napięcie sznura) przeciwdziała sile ciężkości, kasując jej działanie na kulę jako całość, może to zachodzić w tym jedynie przypadku, gdy siła ta jest równa tej wypadkowej i w stronę wręcz przeciwną skierowana. Za którykolwiek punkt kuli zaczepilibyśmy sznur, zawsze na przedłużeniu sznura znajdzie się środek kuli; oznacza to, iż jakkolwiekbyśmy obracali kulę, zawsze wypadkowa tych wszystkich sił grawitacyjnych, które działają na poszczególne punkty kuli, przechodzi przez środek kuli.



Rys. 105.

Zawieśmy na sznurze zamiast kuli płytę (rys. 106), przyczepiając sznur do płyty. Zaznaczmy na płycie kreską przedłużenie sznura. Zawieśmy tę samą płytę, przyczepiając sznur w innym punkcie, i zaznaczmy znów kreską na płycie przedłużenie sznura. Możemy powtórzyć to samo, zaczepiając sznur jeszcze w trzecim, czwartym punkcie płyty. Przekonywamy się, iż proste, których kierunki za każdym razem były zgodne z kierunkiem sznura, a zatem i kierunkiem wypadkowej wszystkich sił grawitacyjnych, działających na poszczególne punkty płyty, przecinają się w jednym punkcie. A więc ten punkt przecięcia, podobnie jak w poprzednim przykładzie środek kuli, wykazuje taką własność, iż przez ten punkt przechodzi zawsze wypadkowa sił grawitacyjnych, działających na poszczególne punkty ciała jakkolwiekbyśmy obracali względem ziemi to ciało. Punkt o takiej własności istnieje w każdem ciele i nosi nazwę *środka ciężkości* danego ciała. W dalszym ciągu, mówiąc o ciężarze ciała, będziemy rozumieli przez to wypadkową ciężarów najmniejszych części ciała, na jakie tylko w myśli podzielić je możemy, przechodzącą zawsze przez środek ciężkości ciała.

Istnienie środka ciężkości wynika też bezpośrednio z rozważań pod literą 3*b* w ust. 56 (str. 120), gdzie mowa o wypadkowej sił równoległych działających na ciało sztywne; środek ciężkości jest środkiem tych równoległych sił, za jakie uważamy siły grawitacyjne, działające na poszczególne punkty ciała.

Z przytoczonego określenia środka ciężkości staje się zrozumiałe, że, jeżeli wogóle postawimy ciało, które możemy uważać za sztywne, w takie warunki, by ruch jego środka ciężkości w kierunku pionowym na dół był niemożliwy, w szczególności gdy podeprzemy ciało w samym środku ciężkości, ciało to pod działaniem siły ciężkości opadać nie będzie. W przykładach powyższych sznur uniemożliwia ten ruch; można byłoby osiągnąć to samo inaczej, podpierając ciało w jednem miejscu tak, by punkt

Rys. 106.

Rys. 107.

oparcia (będzie to „punkt" tylko w ideale, w rzeczywistości podeprzeć ciało możemy na większej lub mniejszej części jego powierzchni) przypadał na jednej linji pionowej ze środkiem ciężkości. Z rys. 107 widoczne jest, jak można przez podpieranie ciała dojść do wyznaczenia położenia środka ciężkości w ciele, podobnie jak to wyżej robiliśmy, stosując metodę zawieszania.

59. Położenie środka ciężkości w poszczególnych ciałach.

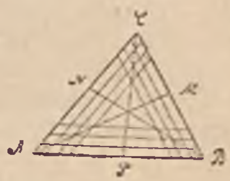
Rozpatrzmy, gdzie przypada środek ciężkości w ciałach jednorodnych o określonej postaci (im więcej ciało zachowuje swą postać, t. j. im mniej podlega odkształceniu, tem więcej zbliża się do idealnego typu ciał sztywnych).

Ciała, posiadające kształty symetryczne względem określonego punktu, zwanego środkiem symetrji, mają środek ciężkości w środku symetrji. Tak np. środek ciężkości kuli jednorodnej przypada w jej środku; środek pierścienia, obręczy kolowej również przypada w ich środku — zatem środek ciężkości może leżeć poza granicami ciała, w czem niema nic dziwnego; przez środek ciężkości wszak przechodzi kierunek wypadkowej siły, którą w myśli zastępujemy siły, działające na poszczególne punkty ciała; jeżeli uniemożliwimy ruch środka obręczy w kierunku pionowym na dół (przez zawieszenie, albo ustawienie w płaszczyźnie pionowej, by środek obręczy leżał na pionie, przechodzącym przez miejsce zawieszenia względnie podparcia), obręcz opadać nie będzie.

W ciałach, posiadających symetrję względem prostej (osi symetrji) lub płaszczyzny (płaszczyzny symetrji), środek ciężkości leży oczywiście na tej osi, względnie płaszczyźnie symetrji. Jeżeli ciało posiada więcej niż jedną oś symetrji, to środek ciężkości przypada w punkcie przecięcia tych osi; podobnie, jeżeli ciało posiada więcej niż jedną płaszczyznę symetrji, środek ciężkości leży na linji przecięcia tych płaszczyzn. Wreszcie środek ciężkości może leżeć w punkcie przecięcia osi symetrji z płaszczyzną symetrji. Tak np. środek ciężkości jednorodnego walca kołowego leży w punkcie środkowym jego osi (płaszczyzna symetrji przechodzi przez ten punkt $\perp$ do osi); środek ciężkości jednorodnego prostopadłościanu leży w punkcie przecięcia trzech płaszczyzn symetrji, poprowadzonych równolegle do ścian przez środki trzech nierównoległych do siebie ścian.

Środek ciężkości jednorodnego, mającego wszędzie ten sam przekrój, pręta leży w płaszczyźnie, dzielącej pręt prostopadle do jego długości na dwie równe części. Jeżeli pręt jest tak cienki, że, mówiąc o jego długości, można nie uwzględniać dwu innych bardzo małych wymiarów, powiadamy krótko, iż jego środek ciężkości leży „w środku" — popełniana przytem dla skrócenia mowy niedokładność nie pociąga za sobą nieporozumień, gdyż zdajemy sobie z niej jasno sprawę.

Znajdźmy środki ciężkości jednorodnych płyt o jednakowej wszędzie grubości.


Rys. 108.

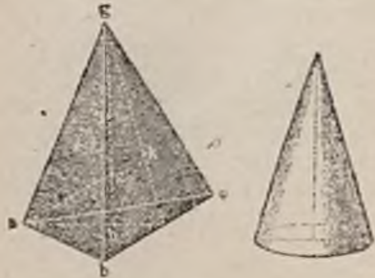
Jeżeli płyta ma kształt kołowy, powiemy odrazu, że jej środek ciężkości, leży „w środku". Ściśle biorąc, należałoby powiedzieć, uwzględniając grubość płyty, że szukany punkt leży w środku odcinka prostej, łączącego środki podstaw kołowych tego walca, którym jest właściwie taka płyta. Niemniej przy małej grubości płyty skrót powyższy w mowie nie prowadzi do nieporozumień.

Używając podobnego skrótu, powiemy, iż w płycie mającej kształt równoległoboku, miejsce środka ciężkości wskazuje punkt przecięcia przekątnych równoległoboku.

Znajdźmy środek ciężkości płyty trójkątnej. Podzielmy ją w myśli płaszczyznami, równoległemi do jednej krawędzi (AB) na szereg cienkich prętów (rys. 108). Środki ciężkości wszystkich tych prętów będą leżały w płaszczyźnie, przecinającej płytę prostopadle do jej powierzchni i przechodzącej przez środek odcinka AB; CP daje ślad tego przekroju. Moglibyśmy jednak płytę podzielić na takież pręty cięciami, równoległemi do BC i wówczas środki ciężkości tych prętów leżałyby w płaszczyźnie, przecinającej płytę prostopadle do jej powierzchni według prostej AM., przyczem M jest środkiem boku BC. Środka ciężkości płyty szukać tedy należy w tych płaszczyznach, których ślady na powierzchni płyty dają proste CP i AM. Punkt przecięcia tych prostych wskazuje, gdzie w płycie takiej przypada środek ciężkości.

Opierając się na znanem twierdzeniu geometrycznem, widzimy, że punkt ten leży na prostej, łączącej wierzchołek (którykolwiek) trójkąta ze środkiem boku przeciwległego w odległości $= \frac{1}{3}$ tego całego odcinka od wymienionego boku.

Znajdźmy środek ciężkości jednorodnego ostrosłupa trójkątnego (rys. 109). Podzielmy ostrosłup płaszczyznami, równoległemi do podstawy, na szereg płyt trójkątnych. Środka ciężkości ostrosłupa należy szukać wówczas na prostej, na której leżą środki ciężkości wszystkich tych płyt, a mianowicie na prostej *gh*; przyczem *h* jest środkiem ciężkości trójkątnej podstawy ostrosłupa Podobnie jednak moglibyśmy podzielić ostrosłup na płyty trójkątne płaszczyznami równoległemi do innej ściany ostrosłupa, np. *bog*; w takim razie środka ciężkości należałoby szukać na prostej *ak*. Punkt przecięcia g'' tych prostych *gh* i *ak* jest szukanym środkiem ciężkości ostrosłupa. Ponieważ oczywiście $hk = \frac{1}{3}\, ag$ przeto $g''h = \frac{1}{3}\, gg'' = \frac{1}{4}\, gh$.



Rys. 109.

Każdy ostrosłup podzielić można na ostrosłupy trójkątne i dojść w ten sposób do uogólnienia, że środek ciężkości jednorodnego ostrosłupa leży na prostej, łączącej wierzchołek ze środkiem ciężkości podstawy w odległości $= \frac{1}{4}$ długości tego odcinka od podstawy.

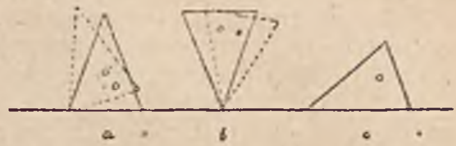
Weźmy ostrosłup prosty o foremnej podstawie, wpisany w stożek o kołowej podstawie; przez nieograniczone podwajanie liczby boków podstawy a więc i liczby ścian ostrosłupa będziemy otrzymywali stopniowo bryłę, coraz mniej różniącą się od opisanego stożka—stożek ten jest granicą, ku której dąży zmieniający się nieograniczenie w powyższy sposób wpisany ostrosłup. Ponieważ znaleźliśmy położenie środka ciężkości w ostrosłupie jednoroddnym, przeto wyciągamy jako dalszy wniosek, iż środek ciężkości jednorodnego stożka leży na jego osi w odległości $= \frac{1}{4}$ długości tej osi od podstawy.

60. Równowaga ciał podpartych, podlegających tylko działaniu siły ciężkości.

Wyżej (ust. 58) zaznaczyliśmy już, iż warunkiem niezbędnym, a zarazem dostatecznym, by ciało dane nie poruszało się pod działaniem siły ciężkości, jest ten, by pion, poprowadzony przez środek ciężkości ciała, przechodził przez punkt podparcia wzgl.

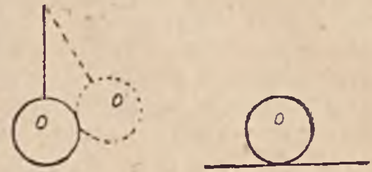
zawieszenia, ogólniej — wewnątrz konturu podparcia (rys. 110, 111 i 112).

O takiem ciele podpartem, pozostającem w spoczynku, mówimy, iż jest *w równowadze*. Rys. 113 przedstawia 2 walce skośne. Który z nich — pełny, czy uzupełniony kropkami—będzie w równowadze.



Rys. 110.

Rys. 111.



a b

Rys. 112.

Rozróżniamy trzy rodzaje tej równowagi: *stałą*, *niestałą i obojętną*. Jeżeli ciało, pozostające w równowadze, po wychyleniu z tego położenia, pozostawione potem tylko działaniu siły ciężkości, wraca do równowagi, równowagę nazywamy *stałą*; jeżeli po takiem wychyleniu ciało nie tylko nie wraca do początkowego położenia, lecz przeciwnie dąży do położenia zupełnie innego, mówimy, iż równowaga jest *niestała*; gdy wreszcie ciało, wychylone z położenia równowagi, pozostaje również w równowadze w tem nowem położeniu, oznaczamy równowagę mianem *obojętnej*.

Rys. 113.

Stożek kołowy jednorodny, postawiony podstawą na płaszczyźnie poziomej (rys. 110 *a*) pozostaje w równowadze stałej (wychylony z tego położenia do pozycji, wskazanej kropkami, i puszczony następnie swobodnie, wraca doń); stożek podparty na wierzchołku (rys. 110 *b*) jest w równowadze niestałej (najmniejsze wychylenie jego z tego położenia spowoduje dalsze coraz większe oddalanie się od niego); wreszcie stożek, leżący na swej ścianie krzywej (rys. 110 *c*), jest w równowadze obojętnej — możemy go pokręcać, dotykając coraz to innemi punktami powierzchni do stołu, na którym spoczywa, a w każdem z tych położeń będzie on pozostawał w równowadze.

Kula, zawieszona na nitce, jest w równowadze stałej (rys. 112 *a*); wychylona z tego położenia, przy którem nitka jest pionowa, i pozostawiona potem tylko działaniu siły ciężkości, wraca po szeregu wahań, zanikających skutkiem tarcia, do tego położenia.

Kula spoczywająca na płaszczyźnie poziomej (rys. 112 *b*), jest oczywiście w równowadze obojętej.

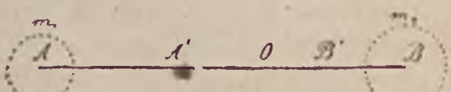
Łatwo jest dostrzec warunek, który określa każdy z powyższych rodzajów równowagi. Jeżeli przy równowadze położenie środka ciężkości jest takie, iż przez wychylenie z tego położenia on się podnosi względem powierzchni ziemi, innemi słowy jeżeli położenie jego jest najniższe ze wszystkich możliwych po odchyleniu (rys. 110 *b* i rys. 112 *a*), równowaga jest stała; jeżeli to położenie jest przy równowadze najwyższe ze wszystkich możliwych po odchyleniu (rys. 110 *b*) równowaga jest niestała; jeżeli wreszcie przy zmianach położenia wysokość środka ciężkości ciała ponad powierzchnią ziemi nie ulega zmianie (rys. 110 *c*, i 112 *b*) równowaga jest obojętna. Środek ciężkości ma zatem własność podążania do możliwie najniższego względem powierzchni ziemi położenia.

61. Środek masy.

Przypuśćmy, iż mamy dwa punkty materjalne (p. str. 91 i 92) o równych masach w pewnej odległości jeden od drugiego; punkt, leżący w środku odcinka, na którego końcach mieszczą się dane dwie masy, nazywa się *środkiem* tych *mas*.

Kulę jednorodną rozważać możemy jako układ, złożony z niezliczonych punktów materjalnych o niezmiernie małych masach, symetrycznie rozmieszczonych względem środka kuli—dla każdej z cząsteczek, z których pomyśleć sobie możemy zbudowaną kulę, istnieje symetrycznie położona taka sama cząsteczka z przeciwnej strony względem środka kuli, który w ten sposób jest środkiem mas wszystkich takich par cząsteczek.

Środek masy każdej bryły jednorodnej, mającej oś, względnie płaszczyznę symetrji, leży na tej osi wzgl. płaszczyźnie. Krótko powiemy, iż ten sam punkt w ciałach, któryśmy wyżej (ust. 58) nazwali środkiem ciężkości, nazywamy również *środkiem masy* tych ciał. Do wprowadzenia tej nowej nazwy istnieją poważne powody, pojęcie bowiem środka masy jest pojęciem szerszem, niż środka ciężkości.



Rys. 114.

Zobaczmy, jaka jest własność charakterystyczna tego punktu. Przypuśćmy, iż mamy dwie kule jednorodne o różnych masach m_1 i m_2; gdzie jest środek masy tego układu dwu kul?

Gdyby obie masy były równe, szukany środek mas leżałby w środku odcinka, łączącego środki kul; ponieważ jednak masy są nierówne, punkt ten leży bliżej większej masy; idąc za wskazówkami, znanemi nam z poprzedniego (por. ust. 56), powiemy, iż środek danych dwu mas dzieli odległość między środkami kul na części odwrotnie proporcjonalne do ich mas, t. j.:

$$AO : OB = m_2 : m_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Przypuśćmy, iż obie te masy są początkowo w spoczynku i ulegają jedynie działaniu wzajemnemu jednej na drugą; iż żadnych działań na nie „z zewnątrz" niema; przypuśćmy tedy, iż w układzie, złożonym z dwu danych mas, działają tylko *siły wewnętrzne*—niech np. będzie to wzajemne przyciąganie się kul. Pod działaniem tych sił, z których jedna f_1 działa na pierwszą kulę, a druga jej równa (3 zasada Newtona) f_2 na drugą, kule będą zbliżały się do siebie. Znajdźmy drogi, przebyte przez środki kul przy tem zbliżaniu się w ciągu bardzo małego czasu τ. Oznaczmy przyśpieszenia, z któremi poruszają się ku sobie te dwie masy m_1 i m_2, odpowiednio przez w_1 i w_2; zgodnie więc z 2-ą zasadą Newtona

$$f_1 = m_1 w_1,\ f_2 = m_2 w_2,$$

a ponieważ $f_1 = f_2$, przeto

$$m_1 w_1 = m_2 w_2,$$

albo

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Drogi przebyte przez obie kule w czasie τ, będą

$$AA' = \frac{w_1 \tau^2}{2},\ BB' = \frac{w_2 \tau^2}{2};$$

z uwzględnieniem więc (2) otrzymujemy

$$AA' : BB' = \frac{w_1 \tau^2}{2} : \frac{w_2 \tau^2}{2} = w_1 : w_2 = m_2 : m_1 \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Oczywiście na podstawie wzorów (1) i (3) mamy

$$\frac{A'O}{OB'} = \frac{AO - AA'}{OB - BB'} = \frac{m_2}{m_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

t. j. po przesunięciu się obu kul pod działaniem sił wewnętrznych tego układu, środek ich masy pozostanie w tym samym punkcie, w którym był. Czas τ obraliśmy bardzo mały, ale dowolny, zatem przy dalszem zbliżaniu się kul pod działaniem tychże sił wewnętrznych środek ich mas będzie wciąż pozostawał w tym samym punkcie.

Przypuśćmy teraz na chwilę, że kule te nie działają wcale na siebie, natomiast obie podlegają sile ciężkości i spadają swobodnie z pewnej jednakowej wysokości; odległość między środkami kul nie ulegałaby wtedy zmianie, zaś środek masy O zakreślałby ruchem jednostajnie przyśpieszonym drogę pionową (znane już nam zakłócenia w zjawisku spadania zaniedbujemy); ruch ten zachodziłby tutaj jedynie pod działaniem sił *zewnętrznych* na dany układ. Co jednak będzie jeżeli spadając kule te będą jeszcze podlegały działaniu między niemi sił wewnętrznych — przyciąganiu, jakie rozpatrzyliśmy wyżej? Oczywiście w takim razie, spadając, kule będą się ku sobie zbliżały, ale wobec tego, że środek ich mas — punkt O — stale będzie dzielił odległość między środkami kul w tym samym stosunku (odwrotnym do mas), punkt ten poruszać się będzie po tej samej linji pionowej, po którejby się poruszał, gdyby tego wzajemnego działania kul na siebie nie było.

Z rozpatrzonych przykładów wynika, co stanowi własność charakterystyczną punktu, zwanego środkiem masy—oto *siły wewnętrzne, działające w układzie, nie mają żadnego wpływu na ruch środka masy układu.* O ile środek masy jest w spoczynku, pozostaje nadal w spoczynku, jakkolwiek siły wewnętrzne działają (przypadek pierwszy); o ile ten punkt porusza się w określony sposób, ruchu tego siły wewnętrzne nie zmieniają (przypadek drugi).

Z łatwością przytoczyć możemy przykłady, ilustrujące tę ciekawą własność środka masy. Znane np. jest cofanie się armat przy wystrzale — środek masy armaty wraz ze znajdującym się wewnątrz pociskiem przypada w określonem miejscu; następuje wybuch, działają więc siły wewnętrzne w rozpatrywanym układzie; wylatuje z działa pocisk, co powodowałoby przesuwanie się środka masy w kierunku ruchu pocisku; armata cofa się tak, by środek masy pozostawał w tem samem miejscu, gdzie był przed wystrzałem. Naturalnie rzecz komplikują przeszkody, które napotyka poruszający się pocisk, cofająca się armata; treść główna wszakże zjawiska pozostaje jasna.

Człowiek, siedzący na będącej bez ruchu huśtawce, pochyla się nagłym ruchem przed siebie—huśtawka cofa się w tej chwili wstecz. To samo, gdy ktoś, stojąc na łyżwach na lodzie, przechyli górną część ciała naprzód lub wstecz — nogi w tej samej chwili wykonają ruch w stronę przeciwną temu pochyleniu. Czytelnik może w tem miejscu zdać sobie sprawę, jaką usługę oddaje nam tarcie przy chodzeniu — co byłoby, gdyby nogi nasze bez wszelkiego tarcia posuwały się po podstawie, na której stoimy?

Wyobraźmy sobie zawieszony wysoko na sznurze granat; środek masy jego jest w spoczynku. Przypuśćmy, iż w pewnym momencie granat pęka — kawałki jego lecą na wszystkie strony, lecz środek jego masy przy każdem rozmieszczeniu tych kawałków pozostawałby w tym samym punkcie, gdyby nie to, że dodaje się teraz działanie siły *zewnętrznej* — ciężaru, którą przedtem równoważyło napięcie sznura. Jaki tedy ruch wykona środek masy?

Gdy granat leci, wyrzucony przez działo, środek jego masy zakreśla krzywą balistyczną. W pewnem miejscu tej drogi granat pęka, lecz kawałki jego lecą w różne strony tak, iż (dopóki żaden z nich nie dotknął ziemi) środek ich masy porusza się dalej po tej samej krzywej, którą zakreślałby, gdyby granat nie pękł.

Gdziekolwiekbyśmy pomyśleli jakiekolwiek ciało, posiada ono zawsze masę, a więc można zawsze mówić o jego środku masy. Inaczej rzecz się ma ze środkiem ciężkości. Wystawmy sobie ciało przeniesione gdzieś w przestwory wszechświata tak daleko od wszelkich innych ciał, by zupełnie można było uważać je za wyjęte z pod działania wszelkich sił zewnętrznych; pomyśleć sobie zresztą możemy, iż ciało to jest jedynem we wszechświecie. Pojęcie środka ciężkości zatraci wówczas dla tego ciała znaczenie; natomiast pojęcie środka masy znaczenie swe zachowa. Oto dlaczego powiedzieliśmy wyżej, iż pojęcie środka masy jest pojęciem szerszem niż środka ciężkości.

Zatem zmiany ruchu środka masy jakiegokolwiek ciała czy układu ciał zachodzić mogą tylko pod działaniem sił zewnętrznych. Często rozważanie działania takich sił możemy sobie uprościć, zakładając, iż cała masa ciała jestześrodkowana w owym środku masy — punkt ten wyobraża jakgdyby całe ciało. Tak czyniliśmy, mówiąc wyżej o spadaniu ciał, gdy poprostu zakładaliśmy działanie jednej siły (wypadkowej) na środek masy ciała, nazwany w tym razie środkiem ciężkości.

Ćwiczenia i zadania.

36. Masa 105 gr. porusza się ze stałem przyśpieszeniem $25 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$. Jaka siła działa na tę masę?

37. Jaki jest ciężar ciała o masie 535 gr., znajdującego się w Warszawie, gdzie $g = 981{,}2 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$?

38. Masa 300 gr. porusza się pod działaniem siły = 1 megadynie. Jakie jest przyśpieszenie w tym ruchu?

39. Na ciało, poruszające się z prędkością $15 \frac{\text{cm.}}{\text{sek}}$, zaczyna działać siła $= 3.10^6$ dyn w kierunku wręcz przeciwnym ruchowi, powodując zatrzymanie się ciała po upływie 4 sek. od chwili rozpoczęcia się tego działania. Jaka jest masa tego ciała?

40. Na ciało o masie 250 gr., spoczywające na płaszczyźnie poziomej, działa siła = ciężarowi 4 kilogramów $\left(g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}\right)$. Z jakiem przyśpieszeniem porusza się ciało, jeżeli zakładamy, że tarcia niema?

41. Na ciało o masie 100 gr. zaczynają działać dwie siły: 1) 50 dyn w kierunku wschodnim i 2) 25 dyn w kierunku zachodnim. W jakim momencie ciało będzie posiadać prędkość 15 $\frac{cm.}{sek.}$, skierowaną ku wschodowi?

42. Ciało o masie 2 Kg., pozostające początkowo w spoczynku, podlega w ciągu $1^1/_2$ min. działaniu siły, równej ciężarowi 1-go kilograma $\left(g = 981 \frac{cm.}{sek.^2}\right)$. Jaką prędkość posiada ciało po upływie tych $1^1/_2$ min.?

43. Pod działaniem siły, równej ciężarowi 1-go kilograma $\left(g = 981 \frac{cm.}{sek.^2}\right)$, ciało, pozostające początkowo w spoczynku, przebiega drogę 10 m. w ciągu 10 sek. Jaka jest masa ciała?

44. Pod działaniem pewnej siły (np. siły mięśni) ciało rzucone pionowo do góry na równiku, gdzie $g = 978 \frac{cm.}{sek.^2}$, wznosi się na wysokość 25 m. Na jaką wysokość wzniesie się to samo ciało pod działaniem tejże siły, rzucone pionowo do góry na biegunie, gdzie $g = 983 \frac{cm.}{sek.^2}$ (opór powietrza w obu razach zaniedbujemy).

45. Po zawieszeniu ciała na wadze sprężynowej puszczamy wagę tak, że zaczyna swobodnie spadać wraz z zawieszonem ciałem. Co pokazuje wskazówka wagi podczas spadania?

46. Człowiek jedzie windą do góry. Czy podłoga windy podlega ze strony tego człowieka działaniu stałej siły?

47. Pod działaniem jakiej siły masa 20 Kg. będzie się poruszała w górę po równi pochyłej, nachylonej pod kątem 30° względem poziomu z przyspieszeniem 100 $\frac{cm.}{sek.^2}$ w miejscu, gdzie $g = 981 \frac{cm.}{sek.^2}$ (tarcie zaniedbujemy).

48. Na równi pochyłej, nachylonej pod kątem 30° względem poziomu, położone jest ciało o masie 10 Kg. Jakiej siły, równoległej do równi, użyć należy, by nie dać ciału zsuwać się na dół, jeżeli $g = 981 \frac{cm.}{sek.^2}$ w danem miejscu, tarcie zaś zaniedbujemy?

49. Jaki będzie ruch ciała pod działaniem trzech sił 1) 100 dyn, skierowanej ku wschodowi, 2) 25 dyn ku południowi i 3) 60 dyn dokładnie ku północo-wschodowi?

50. Trzy jednakowe ciężarki zawieszone są w trzech wierzchołkach sztywnej płytki trójkątnej; w jakim punkcie płytki umocować należy nitkę, aby zawieszona na niej pozostała w położeniu poziomem?

51. Na pręcie jednorodnym, mającym długość 1 metra i wszędzie jednakowy przekrój, osadzone jest 5 kul, których środki są w równej od siebie odległości po 20 cm., przyczem skrajne są oddalone od końców pręta o 10 cm.; masy kul w ich kolejności wynoszą 100 gr., 200 gr., 300 gr., 400 gr., 500 gr.; masa pręta 300 gr. Znaleźć środek masy (środek ciężkości) układu?

52. Jakiej siły potrzeba do utrzymania pręta z poprzedniego zadania z osadzonemi na nim kulami, jeżeli masa pręta jest $^1/_2$ Kg., zaś w danem miejscu $g = 980 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$?

53. Dlaczego człowiekowi, stojącemu na palcach, trudniej jest utrzymać równowagę, niż wtedy, gdy opiera się, jak zwykle, na całej stopie?

54. Pod działaniem jakiej siły dośrodkowej masa 100 gr. zakreślać będzie ruchem jednostajnym koło o promieniu 50 cm. dokonywając całkowitego obiegu w czasie $^1/_2$ sek.?

55. Jak wypróbować należy sznurek, przy którego pomocy dałoby się wykonać ruch, podany w poprzedniem zadaniu?

Rozdział III. O pracy i energji.

62. Praca.

W mowie potocznej posługujemy się często słowem „praca“, rozumiejąc przez to określoną czynność, zmierzającą ku jakiemuś pożytecznemu celowi. Mówimy o pracy ludzkiej, o pracy zwierząt, które człowieka wyręczają, o pracy, wykonywanej przez najróżnorodniejsze machiny. O ile chcemy przenieść wyraz „praca“ do nauki ścisłej, jaką jest nauka o ruchu, winniśmy nadać temu wyrazowi ściśle znaczenie, wiążąc je odpowiednio z treścią innych pojęć, już ustalonych w tej nauce.

Zastanawiając się nad poszczególnemi przykładami t. zw. pracy fizycznej i zapytując siebie, co właściwie pracą taką nazywamy, odpowiemy, iż słowo to oznacza zawsze przezwyciężanie pewnych oporów na pewnej drodze. Jeżeli np. podnosimy ciężar, przezwyciężamy siłę ciężkości; gdy przesuwamy stół lub szafę po podłodze, przezwyciężamy tarcie; przytem zarówno w pierwszym jak drugim przykładzie samo poruszenie ciała, wyprowadzenie jego ze stanu spoczynku, wymaga pracy ze względu na bezwładność ciała; gdybyśmy ciału, spoczywającemu i zupełnie nieskrępowanemu żadnemi przeszkodami w rodzaju tarcia (przykład taki daje się tylko pomyśleć, ale nie uskutecznić), chcieli nadać pewną prędkość, musielibyśmy wykonać pracę i t. d.

Otóż pokonanie tego czy innego oporu dokonywa się działaniem siły; przytem, czy podnosimy ciało, czy inaczej wprawiamy w ruch, jak wyżej, miejsce działania siły ulega przytem zawsze przesunięciu. Zrozumiemy więc teraz, dlaczego w mechanice mówimy, iż *siła wykonywa pracę, jeżeli miejsce działania siły ulega przesunięciu w kierunku tego działania.*

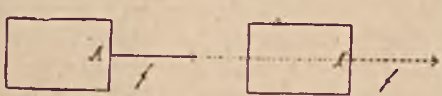
Przy zawieraniu pierwszej znajomości z takiem określeniem zdarzają się czasem nieporozumienia, które łatwo usunąć. Np. czy człowiek stojący i trzymający ciężki przedmiot wciąż w tem samem położeniu (w ręku, czy na plecach), wykonywa pracę? Z określenia danego wynika, że nie, i zdaje się to przeczyć naszemu doświadczeniu. Wszak trzymanie takiego przedmiotu męczy! Ale w takim razie zapytajmy siebie, czy jest wykonywana praca, gdy ten sam przedmiot leży na podłodze lub na stole?

Bez wahania odpowiemy przecząco, — co innego, gdy ciało jest podnoszone coraz wyżej. Nie zapominajmy jednak, że dla nas tutaj, jako dla fizyków, plecy ludzkie czy ręka nie są niczem więcej jak podstawą, na której spoczywa przedmiot t. j. tem samem, czem jest podłoga lub stół. „Zmęczenie“ jest to objaw psychiczny, towarzyszący procesom, które się wiążą z trzymaniem przedmiotu — napięciu mięśni, wzmożonemu działaniu serca i t. d.; ale wszak i stół i podłoga uginają się pod ciężarem, ulegają, jak powiadamy, odkształceniu, i dla tych więc ciał jest, iż tak powiemy, nieobojętne, czy na nich co leży, czy nie. Zresztą rozpatrzmy to jeszcze z innego punktu widzenia — stańmy na stanowisku przedsiębiorcy, opłacającego robotnika za dźwiganie, dajmy nato, cegieł do budującego się domu; czy przedsiębiorca będzie uważał za pracę stanie tego robotnika z ładunkiem cegieł na plecach podczas rozmowy z towarzyszem i czy zechce mu za czas rozmowy płacić, jakkolwiek przy dłuższem jej trwaniu niewątpliwie robotnik uczuje zmęczenie?

A więc pamiętajmy, ilekroć miejsce działania siły ulega przesunięciu w kierunku tego działania, siła ta wykonywa pracę.

63. Mierzenie pracy. Jednostka pracy.

Z poprzedniego wynika, że im większy opór pokonywamy i im większa jest droga, na której to się dzieje, tem większa jest wykonywana praca; innemi słowy *praca jest tem większa, im większa siła wykonywa pracę i im większe jest przesunięcie miejsca działania siły w kierunku jej działania*. Możemy więc powiedzieć, iż *praca jest proporcjonalna do wielkości siły i wielkości tego przesunięcia*. Przypuśćmy, iż siła f działa na ciało w takim kierunku jak to oznaczone jest na rys. 115 i pod działaniem tej siły ciało przesuwa się na drodze $l = AA'$. Oznaczając przez u pracę, którą f wykonywa na drodze l, napiszemy.



Rys. 115.

$$u = k \, . \, f \, . \, l; \qquad \qquad (1)$$

gdzie k jest pewnym spółczynnikiem proporcjonalności.

Umówmy się teraz za *jednostkę pracy* uważać taką pracę, którą wykonywa *jednostka siły na jednostce drogi*. W takim razie z powyższego wzoru otrzymujemy następującą zależność liczbową

$$1 = k \, . \, 1 \, . \, 1;$$

czyli przy takim wyborze jednostki pracy spółczynnik $k = 1$ i zamiast wzoru (1) mamy krótszy

$$\bar{u} = f \, . \, l, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

który wyraża, iż *pracę mierzymy iloczynem z siły działającej przez wielkość przesunięcia miejsca jej działania w kierunku tego działania.*

Ponieważ za jednostkę siły obraliśmy *dynę*, zaś za jednostkę długości *centymetr*, przeto za jednostkę pracy obieramy taką pracę, którą wykonywa siła = 1 dynie na drodze = 1 cm.; określonej w ten sposób jednostce pracy nadajemy miano *erga.* Zatem

$$erg = dyna \, . \, centymetr$$

albo, ponieważ $dyna = \frac{gr. \, cm.}{sek.^2}$,

$$erg = \frac{gr. \, cm.}{sek.^2} \, . \, cm. = \frac{gr. \, cm.^2}{sek.^2}; \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Widzieliśmy wyżej (ust. 48), iż dyna jest siłą bardzo małą, przeto i praca tej małej siły na tak małej drodze jest również bardzo małą; jednostka ta jest odpowiednią w badaniach naukowych, do celów wszakże technicznych jest zbyt drobną i dlatego wprowadzamy jeszcze wielokrotność tej jednostki t. zw.

$$dżul^{*}) = 10^7 \; ergów \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Gdy bardzo powolnym ruchem podnosimy 1 *Kg.* na wysokość 1 *metra*, wykonywamy pewną pracę, której inżynierowie często używają jako jednostki pracy, zwanej *kilogrammetrem* (*Kgm*). Mówimy „powolnym ruchem“, a to dlatego, by móc zaniedbać w rozważaniu tę pracę, którą trzeba wykonać na nadanie temu kilogramowi pewnej prędkości, a mieć na uwadze jedynie pracę przeciw sile ciężkości. Podniesienie 4 *Kg.* na wysokość 1 *m.* (takim samym powolnym ruchem w tem samem miejscu) będzie wymagało pracy poczwórnej t. j. 4 *Kgm.*, zaś podniesienie 1 *Kg.* na wysokość 5 *m.* oczywiście pracy pięciokrotnej w porównaniu z wartością pierwszej t. j. 5 *Kgm.*, jeżeli zaniedbamy, co można, jak wiemy, z pewnem przybliżeniem uczynić, zmiany siły ciężkości wraz z wysokością. Oczywiście podnosząc 4 *Kg.* na wysokość 5 *m.* wykonamy pracę

$$4 \, . \, 5 \; Kgm. = 20 \; Kgm.$$

jednostka ta — *Kgm.* — daje się łatwo uzmysłowić i jest przez

*) Ku uczczeniu nazwiska znakomitego uczonego angielskiego J o u l e (czyt. dżul.)

techników używana i lubiana; posiada jednak ona poważny brak: oto wiemy przecie, że siła ciężkości ma w różnych miejscach ziemi i na różnych wysokościach różne natężenie. Inny jest ciężar jednego kilograma w Warszawie, inny w Paryżu, inny na poziomie morza, a jeszcze inny na szczycie góry. *Kgm.* jest zatem wielkością niestałą, a wszak zasadniczą własnością każdej jednostki musi być właśnie jej stałość. Niemniej jednak, wobec tego, iż niedokładność, płynąca z posługiwania się taką jednostką, jest niewielka i w zagadnieniach technicznych zupełnie do pominięcia, *Kgm.* znalazł szerokie zastosowanie.

Obliczmy, ilu ergom, względnie dżulom, równa się 1 *Kgm.* Przy podnoszeniu 1 *Kg.* pokonywamy siłę, równą jego ciężarowi, t. j. siłę $= 1000$ g dyn., jeżeli g oznacza wartość liczbową przyśpieszenia w danem miejscu; temuż się równa siła, wykonywająca pracę (pamiętajmy, iż zakładamy ruch bardzo powolny, co upoważnia nas nie brać pod uwagę pracy, potrzebnej na udzielenie podnoszonemu ciału prędkości). Droga, na której praca jest wykonywana $= 1$ *m.* $= 100$ *cm.* czyli praca

$$1\ Kgm. = 1000\ g\ dyn.\ 100\ cm. = 10^5\ g\ dyn.\ cm. = 10^5\ g\ erg\acute{o}w \quad (5)$$

Jeżeli założymy że przyśpieszenie grawitacyjne $= 981\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, co dla Polski jest mniej więcej słuszne, otrzymamy

$$1\ Kgm. = 98100000\ erg\acute{o}w$$

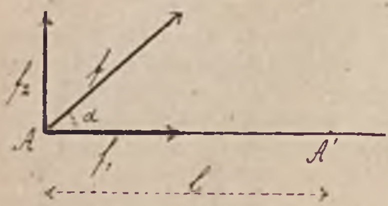
t. j. blisko 10^8 ergów czyli 10 dżulów. Jak widzimy tedy, dżul jest mniej więcej $^1/_{10}$ Kgm. t. j. jest to *mniej więcej* (!) praca, którą wykonywamy, podnosząc 100 gr. na wysokość 1 metra, lub podnosząc 1 Kg. na wysokość 10 cm.

64. Wartość pracy, gdy kierunek siły jest inny niż kierunek przesunięcia miejsca jej działania.

Jeżeli kierunek siły f tworzy kąt α z kierunkiem przesunięcia miejsca jej działania (rys. 116), wówczas rozkładamy siłę f na dwie składowe: f_1 w kierunku przesunięcia i f_2 w kieruuku prostopadłym do przesunięcia. W kierunku więc przesunięcia działa tylko składowa f_1, z czego wynika, że praca, wykonana w danym razie jest

$$u = f_1 l = fl\ \cos\alpha \qquad (\text{ponieważ } f_1 = f\ \cos\alpha). \quad . \quad . \quad (1)$$

W najogólniejszym więc wypadku, gdy siła oraz przesunięcie miejsca jej działania mają kierunki różne, praca mierzy się *iloczynem z wartości siły przez wartość przesunięcia i przez cosinus* *kąta między kierunkami siły i przesunięcia.* Gdy kierunek siły jest ten sam, co kierunek przesunięcia (zaczęliśmy właśnie od rozważania tego przypadku), wówczas $\cos\alpha = 1$ i otrzymujemy tylko iloczyn z siły przez przesunięcie. Im bardziej kąt α zbliża się do wartości kąta prostego tem mniejsza jest składowa f_1, tem mniejsza jest zatem praca na drodze l. Gdy kierunek siły jest prostopadły do kierunku przesunięcia miejsca jej działania, $\alpha = 90^0$ czyli $\cos\alpha = 0$, zatem i praca w tym razie jest $= 0$. Np. gdy przesuwamy ciężki przedmiot po poziomej płaszczyźnie (szafę lub stół po podłodze), kierunek siły ciężkości jest prostopadły do kierunku przesunięcia, a zatem praca w tym razie $= 0$. Nie powinno nas dziwić, że w rzeczywistości przesunięcie takie wymaga pracy — wszak pokonywamy przytem tarcie; natomiast przeciw sile ciężkości pracy żadnej nie wykonywamy, gdyż w kierunku poziomym siła ta nie działa, a więc i ruchowi oporu nie stawia. Dodajmy, że i tu zakładamy tak powolne przesuwanie, by móc pominąć wartość pracy, potrzebnej na nadanie ciału prędkości. Gdybyśmy mogli usunąć zupełnie tarcie, wystarczyłoby nadać ciału pewną najmniejszą chociażby prędkość, a posuwałoby się ono samo dalej w kierunku poziomym jedynie skutkiem swej bezwładności t. j. bez wszelkiego nakładu pracy z zewnątrz.



Rys. 116.

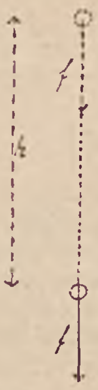
65. Praca siły ciężkości i praca przeciw sile ciężkości.

Przypuśćmy, iż bardzo powolnym ruchem podnosimy ciało w kierunku pionowym. Przypuśćmy, iż ciężar ciała $= f$, wysokość podniesienia $= h$ (rys. 117). Zaniedbując wartość siły, potrzebnej do udzielenia ciału pewnej chociażby najmniejszej prędkości, powiemy iż siła, którą pokonywamy ciężar ciała t. j. która wykonywa pracę, $= f$, czyli praca wykonywana jest $f. h.$

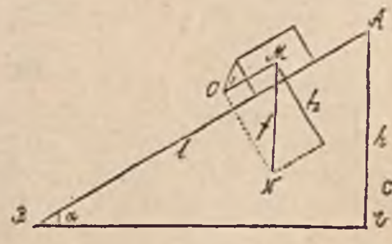
Gdy ciało swobodnie spada, miejsce działania siły (mamy na myśli wypadkową wszystkich sił grawitacyjnych, działających na poszczególne cząstki ciała; miejsce jej działania zakładamy dla uproszczenia w środku ciężkości) ulega przesunięciu, a więc gdy wysokość spadania $= h$, praca wykonana jest znowu $f. h.$ W tym drugim jednak razie pracę wykonywa siła ciężkości, a rezultatem tej pracy jest wzrost prędkości ciała spadającego. Jeżeli pracę siły ciężkości w tym drugim przypadku traktować będziemy jako pracę dodatnią, o pierwszej t. j. o pracy przeciw sile ciężkości powiedzieć możemy, że jest to również praca siły ciężkości, tylko ujemna.

Przypuśćmy, iż ciało poruszać się może bez tarcia po równi pochyłej, to jest po płaszczyźnie, tworzącej z poziomem pewien kąt α (rys. 118). Przypuśćmy, że ciało zsuwa się od punktu A, gdzie było w spoczynku, do B, przechodząc drogę $AB = l$; siła ciężkości wykonywa przytem pracę, nadając ciału pewną prędkość; znajdźmy wartość tej pracy. Zgodnie z tem, co już zostało powiedziane,

$$u = f_1 . l = f . l . \sin\alpha;$$



Rys. 117.



Rys. 118.

ponieważ jednak

$$h = l \sin\alpha,$$

przeto

$$u = f . h^{*})$$

Z drugiej strony, jak już wiemy, gdy ciało spada z wysokości h, ciężar jego f wykonywa pracę $f . h$; dochodzimy zatem do wniosku, że gdy ciało spada z wysokości h, czy to swobodnie, czy zsuwając się bez tarcia po równi pochyłej, jakkolwiek względem poziomu nachylonej, wartość pracy, wykonanej przez siłę ciężkości, jest zawsze ta sama $f.h$. Łatwo się przekonać, iż prędkość, której nabywa ciało, spadając z wysokości h, czy to swobodnie, czy zsuwając się bez tarcia po równi pochyłej (ust. 39 i 41), jest zawsze ta sama w tem samem miejscu ziemi $\sqrt{2gh}$. Z tem pozostaje w najzupełniejszej zgodzie otrzymany tu wniosek, że i praca siły ciężkości w tych różnych przypadkach jest także ta sama.

Gdybyśmy teraz chcieli odwrotnie podnieść ciało na wysokość h, przesuwając je bez tarcia po równi pochyłej, musielibyśmy wykonać pracę przeciw sile ciężkości, t. j. przeciw składowej tej siły w kierunku równi pochyłej; zakładamy znowu ruch bardzo powolny, by zaniedbać pracę na nadanie prędkości podnoszonemu ciału; wystarczyłoby więc powiedzieć, iż w tym razie siła ciężkości wykonywa pracę ujemną, lecz co do wielkości taką samą jak przy spadaniu, t. j. znowu $= f.h$. Można to znaleźć bezpośrednio, co pozostawiamy czytelnikowi.

Wynika stąd, iż wartość pracy, którą należy wykonać, podnosząc ciało w danem miejscu na daną wysokość, jest jednakowa,

*) To samo można otrzymać bez posługiwania się funkcjami trygonometrycznemi. Z podobieństwa trójkątów ABC i MNO wynika $\frac{f_1}{f} = \frac{AC}{AB} = \frac{h}{l}$ skąd $f_1 = f . \frac{h}{l}$, zatem $f_1 . l = f \frac{h}{l} . l = f.h$.

niezależna od tego, czy podnosimy je bezpośrednio w kierunku pionowym, czy też przesuwamy bez tarcia po tak czy inaczej pochylonej równi; w rzeczywistości bez tarcia nie można nigdy takiego przesunięcia dokonać; jeżeli jednak tarcie jest małe, zaniedbujemy je, przyjmując, iż niema go wcale.

66. Energja.

Chcąc nadać ciału spoczywającemu pewną prędkość, musimy wykonać pracę; zdajemy sobie sprawę z tej pracy, rzucając piłkę lub kamień. Do nadania prędkości kuli karabinowej potrzeba pracy którą wykonywają gazy, tworzące się z materjałów wybuchowych.

Gdy kula wystrzelona z karabinu, przebija deskę, wykonywa pewną pracę, przezwyciężając napotkany opór; przytem prędkość kuli się zmniejsza; czasem prędkość ta staje się równą zeru, zanim kula przejdzie nawylot—kula utkwi wtedy w desce. Podobnie każde poruszające się ciało wykonać może pracę, wprawiając w ruch inne ciało lub jego części. Możemy tedy powiedzieć, iż, gdy wykonywamy pracę, wprawiajac ciało w ruch, w poruszającem się ciele zawarty jest zasób pracy przez nas wykonanej; gdy ciało to, potrącając inne ciało, wykonywa pracę, traci ono część tego zasobu, albo i cały zasób jak np. kula, która, wbijając się w ścianę, pzestaje się poruszać.

Podnosząc jakiekolwiek ciało na pewną wysokość, wykonywamy pracę przeciw sile ciężkości; ale praca ta również jakgdyby tkwi w tem ciele podniesionem; przy spadaniu ciała z tej wysokości siła ciężkości zwraca tę pracę, udzielając spadającemu ciału prędkości; o ile zaś to ciało spadające uderza w inne ciało, wprawia je w ruch, zgina lub łamie, w pracy, otrzymanej przytem, mamy właśnie zwrot pracy, zużytej na podniesienie.

Podobnie, gdy nakręcamy sprężynę, wykonywamy pracę; ale nakręcona sprężyna oddaje tę pracę, której zasób w sobie zawiera, rozkręcając się i poruszając przytem inne ciało n. p. mechanizm zegarowy.

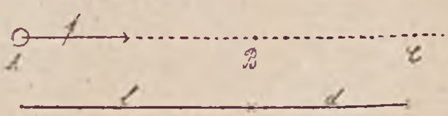
Nazwijmy zasób pracy *energją*, a wtedy zamiast mówić, że w ciele poruszającem się tkwi pewien zasób pracy, powiemy, iż *poruszające się ciało posiada energję;* podobnie posiada energję nakręcona sprężyna, wzniesione na pewną wysokość ciało.

Każdy zasób może się zwiększać i zmniejszać, i energja może się zwiększać i zmniejszać. Sprężyna, rozkręcając się, oddaje nagromadzoną w niej pracę, energja jej się zmniejsza; podobnie poruszający się przedmiot, gdy wprawia w ruch inny przedmiot, oddaje tkwiącą w nim pracę, a więc również energja jego się zmniejsza. Natomiast gdy spoczywającemu ciału nadajemy prędkość; gdy ciało, leżące na ziemi, podnosimy, udzielamy tym ciałom energji, oddając im część tej energji, którą sami posiadamy.

Pojęcie energji należy do najważniejszych pojęć fizyki i całego wogóle przyrodoznawstwa. Stopniowo, w miarę opanowywania przedmiotu naszej nauki, będziemy to pojęcie pogłębiali i brali szerzej.

67. Mierzenie energji. Energja kinetyczna i potencjalna.

Skoro określiliśmy energję jako zasób pracy, wynika stąd, że energja jest równoznaczna pracy, a więc mierzy się w tych samych jednostkach. Jeżeli na nadanie jakiemuś spoczywającemu ciału pewnej prędkości zużywamy np. 500 ergów, będzie to właśnie udzielony temu ciału zasób pracy, t. j. udzielona mu energja będzie właśnie wynosiła 500 ergów. Jeżeli to poruszające się ciało wprawi inne ciało w ruch, wykonywając przytem pracę=200 ergom, o tyle zmniejszy się jego własny zasób pracy, t. j. energja jego się zmniejszy się o 200 ergów.



Rys. 119.

Przypuśćmy iż na spoczywającą w A masę m działa siła f (rys. 119); prędkość ciała pod działaniem tej siły jednostajnie wzrasta, znajdźmy, jaką wartość posiada ta prędkość, gdy ciało dochodzi do B, t. j. po przebyciu przez ciało, a więc i przez miejsce działania siły drogi $AB = l$?

Między siłą f, masą m a nadawanem jej przez siłę przyśpieszeniem istnieje, jak wiemy (ust. 47), zależność

$$f = mw \text{ t. j. } w = \frac{f}{m} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Na prędkość i drogę przebytą będziemy mieli przeto wzory

$$v = wt = \frac{f}{m} t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$l = \frac{wt^2}{2} = \frac{f}{m} \cdot \frac{t^2}{2} \text{ *)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Z drugiej strony praca siły f na drodze l jest $f \,.\, l$; podstawiając na l jego wartość z (3) i uwzględniając wzór (2), otrzymujemy

$$f \,.\, l = \frac{f^2 t^2}{2m} = \frac{f^2 \,.\, t^2 \,.\, m}{m^2 \,.\, 2} = \frac{mv^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

---

*) Założyliśmy bowiem, iż $v_0 = 0$.

Jak widzimy, praca, którą wykonać trzeba dla nadania masie m prędkości v, jest

$$\frac{mv^2}{2}.$$

Tym więc zasobem pracy rozporządza poruszająca się masa, zasób ten stanowi jej energję. Otóż taką energję ruchu t. j. energję, wyrażającą się w ruchu, bez względu na to, jak ruch powstał, nazywamy *energją kinetyczną*. Energja więc kinetyczna poruszającej się masy mierzy się *połową iloczynu z masy przez kwadrat prędkości;* będziemy ją krótko oznaczali przez K.

Łatwo się przekonać, co zresztą zgóry należy przewidzieć, iż *wymiar* tego wyrażenia $\frac{mv^2}{2}$ jest ten sam, co wymiar pracy; wszak energja, zgodnie z określeniem, jest równoznaczna pracy i mierzy się w tych samych co praca jednostkach. Przypuśćmy, iż mamy masę 2 Kg. poruszającą się w pewnym momencie z prędkością $2\ \frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$; jaka jest energja kinetyczna danego ciała w tym momencie? Otrzymujemy

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{2000\ \text{gr.}\left(200\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}\right)^2}{2} = \frac{2000\ .\ 40000\ \text{gr. cm.}^2}{2\ \ \text{sek.}^2} =$$

$$= 1000\ .\ 40000\ \frac{\text{gr. cm.}^2}{\text{sek.}^2} = 4\ .\ 10^7\ \text{ergów} = 4\ \text{dżule.}$$

Wróćmy jeszcze do przykładu z rys. 119. Przypuśćmy, iż pod działaniem tejże f masa porusza się dalej aż do C. W tem miejscu prędkość masy będzie inna V; powtarzając rozumowanie, jak wyżej, w stosunku do całej przebytej drogi $AC = l + d$, mamy

$$f\,.\,(l + d) = \frac{mV^2}{2}$$

Możemy więc napisać

$$f\,.\,(l + d) - f\,.\,l = \frac{mV^2}{2} - \frac{mv^2}{2}$$

albo

$$f\,.\,d = \frac{mV^2}{2} - \frac{mv^2}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

W tym wzorze (5) iloczyn $f\,.\,d$ oznacza pracę, którą wykonywa siła f na drodze $BC =$; $\frac{mV^2}{2}$ jest to energja kinetyczna danej masy w punkcie końcowym C, zaś $\frac{mv^2}{2}$ jej energja kinetyczna w punkcie początkowym B tej drogi BC; innemi słowy, praca, wykonana tu przez siłę f na drodze d, mierzy się *przyrostem energji kinetycznej*; zasób pracy, udzielony na tej drodze poruszającej się masie, stanowi właśnie ów przyrost. Uogólniając ten przypadek, powiemy, iż zawsze, skoro energja kinetyczna ciała otrzymuje pewien przyrost, przyrost ten daje wielkość pracy, której kosztem zaszedł.

Przypuśćmy teraz, iż podnosimy masę m na wysokość h w miejscu, gdzie przyśpieszenie grawitacyjne jest g; jak wyżej, zakładamy ruch bardzo powolny, by pominąć pracę, potrzebną na nadanie tej masie prędkości, t. j. jak teraz powiemy, na udzielenie jej energji kinetycznej; siła, wykonywająca pracę owego podniesienia, równa się ciężarowi ciała t. j. mg.; wartość zaś samej pracy jest mgh. Jak wskazywaliśmy wyżej, pracę tę możemy odzyskać, gdy podniesiona masa pocznie spadać; przy umieszczeniu jej na danej wysokości h zasób pracy wykonanej tkwi w tem ciele, a właściwie w układzie, złożonym z tego ciała i ziemi — ten zasób pracy, uwarunkowany położeniem ciała względem ziemi, nazywamy *energją potencjalną*; oznaczając ją przez P, napiszemy

$$P = mgh \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Podobnie, gdy nakręcamy sprężynę, wykonywamy pracę, przezwyciężając jej opór sprężysty, zmieniamy położenie poszczególnych części sprężyny względem siebie; przy tem nowem położeniu sprężyna zawiera w sobie zasób pracy, przez nas wykonanej; ten zasób pracy stanowi jej energję potencjalną. Wogóle zatem energją potencjalną jakiegokolwiek układu nazywać będziemy energję, określoną przez szczególne położenie wzajemne części tego układu.

Znajdźmy wartość energji potencjalnej masy 5 Kg., znajdującej się na wysokości 2 metrów ponad powierzchnią ziemi w miejscu, gdzie przyśpieszenie grawitacyjne jest 981 $\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$ *).

O ilebyśmy chcieli wyrazić tę wartość w Kgm, mamy ją odrazu

$$P = 5\,.\,2 \text{ Kgm.} = 10 \text{ Kgm.}$$

Znajdźmy jeszcze tę samą wartość w ergach, względnie dżulach. Wiedząc, że 1 Kgm. $= 10^5\, g$ ergów, mamy w danym razie

$$P = 10.10^5.\ 981 \text{ ergów} = 98{,}1.10^7 \text{ ergów} = 98.1 \text{ dżulów.}$$

*) Zwracamy uwagę raz jeszcze, iż właściwie należałoby tu mówić o energji układu, złożonego z dwu ciał, a mianowicie danej masy i ziemi, których odległość się powiększa kosztem wykonanej pracy; mówimy o energji ciała podniesionego tylko dla skrócenia.

To samo znajdujemy, podstawiając do wzoru $P = mgh$ odpowiednie wartości $P = 5.10^3$ gr. $981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} . 2.10^2$ cm. $=$

$= 10^6 . 981 \frac{\text{gr. cm.}^2}{\text{sek.}^2} = 981.10^6$ ergów $= 98,1.10^7$ ergów $=$

$=$ 98,1 dżulów.

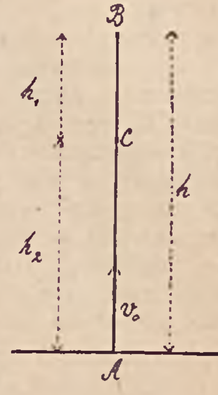
Musimy w tem miejscu jeszcze jedno zaznaczyć. Oto, gdy mowa o podnoszeniu ciała na pewną wysokość, podniesienia tego dokonać można względem różnych poziomów, np. względem poziomu morza, względem podłogi lokalu, mieszczącego się na piętrze, albo jeszcze inaczej. Przypuśćmy zresztą że podnosimy ciało z powierzchni ziemi na pewną wysokość. Na tej wysokości posiada ono, zgodnie z ustaloną już przez nas terminologją, pewną energję potencjalną, równą pracy, wykonanej przy podniesieniu, i pracę tę oddaje przy spadaniu t. j. przy powrocie do pierwotnego poziomu. Czy jednak możemy powiedzieć, że energja potencjalna ciała $= 0$ na powierzchni ziemi? wszak to samo ciało może jeszcze obniżyć swe położenie, a przytem wykonać pracę, np. zapadając się wgłąb przy trzęsieniu ziemi, o ile w miejscu, gdzie ono leży, utworzy się szpara w skorupie ziemskiej. Jak widzimy tedy, należy raczej rozumieć, iż przy podnoszeniu ciała na pewną wysokość względem jakiegokolwiek poziomu *zwiększamy* jego energję potencjalną w stosunku do posiadanej przezeń w pierwotnem położeniu o wartość, równą pracy, wykonanej przy podniesieniu. Tak też w dalszym ciągu rozumieć zawsze będziemy, jakkolwiekbyśmy dla skrócenia tego nie powtarzali za każdym razem.

Uwaga. W ust. 60 wyszczególnione były warunki równowagi stałej, niestałej i obojętnej ciał, poddanych tylko działaniu siły ciężkości; o równowadze decyduje, jak widzieliśmy, położenie środka ciężkości. Zestawiając to z tem, cośmy teraz poznali, widzimy, iż przy równowadze stałej wartość energji potencjalnej ciała jest najmniejsza w porównaniu z jej wartością przy innych położeniach; przy niestałej — największa; przy obojętnej wreszcie nie ulega ona zmianie przy zmianach położenia ciała. Spostrzegamy tu po raz pierwszy pewną charakterystyczną dążność, którą zdradzają układy ciał, a mianowicie — dążność ku osiągnięciu najmniejszej możliwie wartości energji potencjalnej.

68. Zmiany energji przy rzucie pionowym ciała. Pojęcie o zachowaniu energji.

Rzućmy ciało o masie m pionowo do góry, nadając mu prędkość v_0 (rys. 120). Zmiany wartości energji potencjalnej ciała liczyć będziemy względem poziomu, z którego ruch się rozpoczął t. j. względem poziomu, przechodzącego przez A (w punkcie A zatem, jak zakładamy warunkowo, energja potencjalna danego ciała równa się zeru). W chwili tedy rzucenia masa m, mając prędkość v_0, posiada energję kinetyczną $\frac{mv_0^2}{2}$ i potencjalną $= 0$, napiszemy więc

$$K_A = \frac{mv_0^2}{2}; \; P_A = O \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$



Rys. 120.

W ust. 42 rozważaliśmy rzut pionowy i wiemy, że ciało w danym razie wzniesie się do wysokości $h = \frac{v_0^2}{2g}$; wtedy w punkcie B prędkość ciała stanie się $= 0$, a więc zeru też równać się będzie jego energja kinetyczna; natomiast energja jego potencjalna będzie mgh, t. j.

$$K_B = 0 \;\; P_B = mgh = mg \,.\, \frac{v_0^2}{2g} = \frac{mv_0^2}{2} \quad . \; (2)$$

Otrzymujemy nadzwyczaj ciekawy wynik — oto w punkcie B wartość energji potencjalnej równa się dokładnie początkowej wartości energji kinetycznej i odwrotnie. Zaszło więc tu ścisłe przekształcenie się jednej energji w drugą.

Po osiągnięciu punktu B ciało spada i w pewnym momencie przechodzi przez punkt C. Znajdźmy, czemu się równa energja kinetyczna K_C i potecjalna P_C ciała w tym punkcie C. Jak wiemy z ust. 39 (wzór 4) prędkość, którą ciało osiąga, spadając swobodnie z wysokości h_1, jest $v = \sqrt{2gh_1}$, zatem jego energja kinetyczna w tym punkcie wynosi

$$K_C = \frac{m.2gh_1}{2} = mgh_1 \, . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Z drugiej strony energja potencjalna ciała, znajdującego się na wysokości h_2, jest

$$P_C = mgh_2 \, . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3^1)$$

Zauważmy teraz, iż $K_C + P_C = mgh_1 + mgh_2 = mg\,.\,(h_1 + h_2) = mgh = \frac{mv_0^2}{2}$ . . . . (4)

To samo otrzymamy dla punktów A i B

$$K_A + P_A = K_B + P_B = mgh = \frac{mv_0^2}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4^1)$$

To samo będzie jeszcze raz dla punktu A, gdy ciało, spadając, wróci do tego miejsca, z którego zostało rzucone — będzie ono miało wtedy, jak wiemy, tę samą prędkość jak w początkowym momencie t. j. v_0, zatem znowu tu $K_A = \frac{mv_0^2}{2}$ i $P_A = 0$, czyli znowu

$$K_A + P_A = \frac{mv_0^2}{2} = mgh.$$

Ponieważ punkt C wzięty jest na drodze ciała dowolnie, powiedzieć możemy, iż dla każdego punktu drogi suma K i P t. j.

suma energji kinetycznej i potencjalnej naszego ciała pozostaje wielkością stałą, równą tej pracy, którą wykonaliśmy, nadając pierwotny ruch danej masie. Do tego samego wyniku doszlibyśmy, rozważając przejście ciała przez punkt C, nie przy opadaniu, a przy wznoszeniu się: zalecamy czytelnikowi samemu się o tem przekonać. Oczywiste jest też, że im bliżej punktu B obierzemy punkt C, tem większa tam będzie energja potencjalna ciała, a mniejsza kinetyczna i odwrotnie. Zachodzą więc w tem zjawisku ciekawe przemiany — energji kinetycznej w potencjalną, gdy ciało wznosi się ku górze, oraz potencjalnej w kinetyczną, gdy ono opada, i to zawsze w ilościach równoważnych t. j. o ile jedna z nich się zmniejsza, o tyle druga wzrasta. Naturalnie do wniosku tego doszliśmy, nie biorąc pod uwagę tarcia, które każde ciało rzucone napotyka w powietrzu.

Przykładowi temu poświęcić należy nieco więcej uwagi. Oto eliśmy układ dwu ciał: ziemi i tego przedmiotu, który przed rzuceniem zajmował względem ziemi określone położenie; układ ten, zgodnie z tem, cośmy powiedzieli w ust. 67, posiadał określoną energję potencjonalną, którą warunkowo możemy traktować jako = zeru (stan początkowy). Następnie wykonaliśmy pracę, rzucając przedmiot; włożyliśmy, że tak powiemy, tę pracę w dany układ; zwiększyliśmy jego energję o wielkość $\frac{mv_0^2}{2}$. I cóż widzimy? Podczas gdy rzucone ciało leci do góry i opada t. j. podczas gdy stopniowo zmienia się energja kinetyczna rzuconego ciała, przekształcając się w potencjalną i odwrotnie (powtarzamy raz jeszcze, iż mówimy o potencjalnej energji rzuconego ciała tylko dla skrócenia — na myśli mamy więc wzajemne ustosunkowanie tego przedmiotu i ziemi), zasób pracy udzielonej nie ulega żadnej zmianie—energja przekształca się podczas lotu ciała z jednej postaci w drugą, ale ani o odrobinę się nie zmniejsza. Spotykamy się więc tu z bardzo ważnym przykładem t. zw. *zachowania energji*, z czem w dalszym ciągu naszego wykładu wciąż się będziemy spotykać.

Być może, nasunie się komu w tem miejscu nowa uwaga, że wszak ostatecznie ciało rzucone upadnie i zatrzyma się, a więc w tym momencie wróci wszystko do tego stanu, jaki był przed rzuceniem ciała, t. j. praca, zużyta na rzucenie, ostatecznie zginie; ale, jak o tem niżej będzie mowa, wystąpią w momencie zatrzymania się ciała nowe zjawiska, których rozbiór wykaże, że energja i tutaj nie ginie.

69. Nieudane próby zbudowania perpetuum mobile. Zasada zachowania energji. Machiny. Dzielność.

Odkiedy człowiek istnieje na ziemi, próbował on dopomagać sobie w pracy różnemi narzędziami; ba, nawet zwierzęta uciekają się do pomocy narzędzi — małpy rozbijają orzechy kamieniami, posługują się zręcznie drążkiem. Z początku narzędzia były bardzo proste, zczasem stawały się więcej złożonemi i dziś rozporządzamy zaiste podziwu godnemi machinami. Bez względu na większą lub mniejszą złożoność, każda machina służy, ogólnie mówiąc, do wykonania pracy, a przytem (co człowiek musiał oddawna zauważyć) każda wymaga pewnego zasilania: albo musi być poruszana ręką ludzką, lub siłą zwierząt, albo ją w ruch wprawia wiatr, lub płynąca czy też spadająca woda, albo wymaga ona paliwa lub zasilania prądem elektrycznym—słowem, wymaga zawsze pewnego *motoru*. Zawsze więc działanie machiny kosztem czegoś się odbywa, jakkolwiek często koszt ten jest dla nas nieznaczny, gdy np. wyzyskujemy siły przyrody, jak wiatr lub wodę bieżącą.

Oddawna nęciło człowieka wynalezienie takiej machiny, która raz puszczona w ruch, nie tylko nie przestawałaby się poruszać, co byłoby bardzo zresztą ciekawe, aczkolwiek w praktyce nieprzydatne, lecz poruszając się nieprzerwanie wykonywałaby pracę. Setki ludzi wysilało swe mózgi nad sporządzeniem machiny takiej, której zgóry nadano nazwę *perpetuum mobile* (po polsku: to co się nieustannie porusza); mijały lata i stulecia, ludzie rujnowali zdrowie i majątki, lecz... wynalazku takiego dokonać się nie udało. Należało tedy wnosić, że wynalazek ten jest niedościgłą mrzonką. Istotnie rozwój nauki, w pierwszym rzędzie fizyki, doprowadził do zrozumienia, że perpetuum mobile jest niemożliwe. Przyrząd taki miałby wszak stwarzać wciąż nową i nową pracę, nic nie zużywając, t. j. stwarzać pracę z niczego; tymczasem najsłuszniej jest uznać prawdę: *z niczego nic*. Wypowiadamy tedy *zasadę*, która stanowi podstawę całego przyrodoznawstwa i nazywa się *zasadą zachowania energji*, a którą tymczasem formułujemy tak: *praca zarówno z niczego powstać nie może, jak też zginąć nie może.* W zjawisku, rozważanem w ust. 68, mieliśmy właśnie tego przykład, a z całego poniżej wykładu naszej nauki będziemy widzieć, jak doniosłą jest wypowiedziana zasada.

Machiny więc nie stwarzają pracy, służą jedynie do tego, by pracę z jednego miejsca przenosić na inne, by ją przez to ułatwić lub udogodnić. Pracę właściwie wykonywa zawsze taki czy inny motor, a o funkcjonowaniu ważniejszych motorów dowiemy się w odpowiednim czasie. Tutaj poprzestaniemy na zaznaczeniu, iż często zależy nam nie tylko na wielkości pracy, którą motor może wykonać, ale i na czasie, w którym ona się wykonywa. Stosunek pracy do czasu, w którym jest ona wykonana, nazywa się *dzielnością* albo *sprawnością*. Tak np., gdy praca 500 ergów jest wykonana w ciągu 5 sekund, powiemy, iż dzielność w danym razie wynosi

$$\frac{500 \text{ ergów}}{5 \text{ sek.}} = 100 \frac{\text{erg.}}{\text{sek.}} = 100 \frac{\text{gr. cm.}^2}{\text{sek.}^3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Jednostką dzielności jest zatem $\frac{erg.}{sek.}$ t. j. iloraz z jednostki pracy przez jednostkę czasu.

Dzielność $\frac{\text{erg.}}{\text{sek.}}$ jest oczywiście zbyt mała, jeżeli chodzi o cele techniczne; w tych razach używa się albo jednostki zwanej *watem* lub *kilowatem*, przyczem,

$$\left.\begin{aligned} wat\ ^{*)} &= \frac{dżul}{sek.} = 10^7\ \frac{ergów}{sek.} = 10^7\ \frac{gr.\ cm.^2}{sek.^3} \\ kilowat\ (Kw) &= 1000\ watów \end{aligned}\right| \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

albo jednostki zwanej *koniem parowym* *(HP)*, przyczem

Power

$$HP = 75\ \frac{Kgm.}{sek.} = \text{(w przybliżeniu) } 736 \text{ watów} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

P r z y k ł a d: Jeżeli pompa dostarcza w godzinę 500000 litrów wody, podnosząc ją na wysokość 20 metrów, to cała praca wykonana przez pompę w ciągu godziny, wynosi 500000.20 Kgm.= $=10^7$ Kgm. (W takim przybliżonym rachunku założyć możemy, iż masa jednego litra wody jest 1 Kg.).

Dzielność zatem wynosi

$$\frac{10^7\ \text{Kgm.}}{60.60\ \text{sek.}} = 2778\ \frac{\text{Kgm.}}{\text{sek.}} = \frac{2778}{75}\ \text{HP} = 37\ \text{HP}.$$

70. Machiny proste. Dźwignia, równia pochyła.

Badając najbardziej złożone mechanizmy, przekonywamy się, iż w skład ich wchodzi niewielka względnie rozmaitość takich części, które nazwać możemy *machinami prostemi*. Machiny proste dają się też oddzielnie zużytkowywać, a wszystkie one sprowadzają się do dwu zasadniczych machin: *dźwigni i równi pochyłej*.

Dźwignią nazywamy ciało sztywne, dające się obracać dokoła pewnej osi, na którego poszczególne punkty działać mogą siły. Najczęściej ciało to ma kształt drążka, dlaczego dźwignię nazywają też drążkiem.

Rys. 121 wyobraża dźwignię, której oś O — dla uproszczenia rozumowania — przechodzi przez środek ciężkości. Przypuśćmy, iż na dźwignię działają dwie równoważące się siły pionowe (ciężary zawieszonych ciał): jedna F w punkcie A, druga f w punkcie B. Odległości prostych, wskazujących swym kierunkiem kierunek działania tych sił, od osi obrotu t. zw. *ramiona* sił $ON = l_f$ i

*) Ku uczczeniu nazwiska słynnego uczonego angielskiego *Watt*.

$OM = l_F$ niech będą niejednakowe. Doświadczenie uczy, iż równoważące się siły f i F są nierówne, co możemy zgóry przewidzieć, opierając się na wygłoszonej w ust. 69 zasadzie. Załóżmy, iż jedna z tych równoważących się sił (np. f) zostaje cokolwiek zwiększona i staje się $= f + \Delta f$ (przez znak Δ — czyt. „delta" — oznaczamy „przyrost"); punkty A i B zajmują nowe położenia A' i B'; dźwignia obraca się tak, jak to zaznaczone jest na rysunku. Siła $f + \Delta f$ wykonywa tedy pracę, która się równa $(f + \Delta f)\,h$ (iloczynowi siły przez wartość przesunięcia miejsca jej działania w kierunku tego działania t. j. w kierunku pionowym). Z drugiej strony siła F wykonywa wtedy pracę ujemną—miejsce jej działania przesuwa się o wartość H w kierunku przeciwnym temu działaniu. Powiemy więc, że praca siły $f + \Delta f$ idzie: 1) na pokonanie siły F i 2) na udzielenie pewnej prędkości dźwigni (dla uproszczenia zakładamy, iż tarcia na osi niema). Im mniejszy obierzemy przyrost Δf, tem mniejszą będzie ta prędkość, a ponieważ interesuje nas tylko zależność pomiędzy wartościami równoważących się sił f i F, możemy przypuścic, iż przyrost ten obraliśmy tak mały, by można go w stosunku do f zaniedbać, a więc zaniedbać i pracę, wykonaną na wprawienie w ruch dźwigni. Z takiem zastrzeżeniem na nic więcej praca siły f nie idzie, jak na pokonanie siły F. Zgodnie więc z zasadą zachowania energji napiszemy, zakładając $\Delta f = 0$

Rys. 121.

$$fh = FH \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

czyli

$$\frac{f}{F} = \frac{H}{h}$$

lecz oczywiście

$$\frac{H}{h} = \frac{OM}{ON} = \frac{l_F}{l_f}$$

czyli

$$\frac{f}{F} = \frac{l_F}{l_f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

lub ostatecznie

$$f \,.\, l_f = F \,.\, l_F \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

t. j. *równoważące się* na dźwigni *siły mają się do siebie w stosunku odwrotnym niż ramiona tych sił.* Wniosek ten, znajdujący wiele zastosowań, pozostaje w najściślejszej zgodzie z doświadczeniem.

Iloczyn z siły przez odległość prostej, wyznaczającej jej kierunek, od osi obrotu nazywa się *momentem siły* względem danej osi; wynika tedy (wzór 3), iż warunkiem równowagi dwu sił, działających na dźwignię, jest *równość momentów* tych sił. Niżej pojęcie momentu siły omówimy szczegółowiej.

Widzimy więc, że przy pomocy dźwigni możemy sobie zaoszczędzić na sile — zapomocą mniejszej siły pokonać większą; nie możemy wszakże uzyskać oszczędności w pracy: czybyśmy np. ciało, którego ciężar wyobraża siła F, podnosili bezpośrednio na wysokość H, czybyśmy dokonali tego, jak w danym przypadku, przy pomocy dźwigni mniejszą siłą f, na pracy nic nie zyskamy. W pierwszym razie praca byłaby $= FH$, w drugim $f.h = FH$; zwróćmy bowiem uwagę, iż, zyskując w danym razie na sile, tracimy w tym samym stosunku na drodze (na wartości przesunięcia miejsca działania siły).

Niemniej opłaca się nam często stracić na drodze, byle móc dokonać pracy przy pomocy mniejszej siły. Przypuśćmy np., że mamy podnieść ciało o masie 100 Kg., podczas gdy mięśnie nasze pozwalają nam dźwignąć w górę zaledwie około 25 Kg. Używając mocnej dźwigni (byleby się nie gięła), zawieśmy ciało, które mamy podnieść, jak w powyższym przykładzie w A, miejsce zaś działania ręki B obierzmy tak, by ramię siły naszych mięśni było 4 razy większe od ramienia ciężaru tego ciała. Będziemy mieli spełniony warunek równowagi — nieznaczne chociażby zwiększenie siły, stosowanej przez mięśnie, pozwoli nam ciało podnieść. Nie zapominajmy, iż w rzeczywistości zawsze musimy jeszcze pokonywać nieuniknione tarcie, czego dla uproszczenia sprawy nie uwzględniliśmy w powyższem rozumowaniu.

Zwróćmy się zkolei do równi pochyłej.

Wiemy już (ust. 67), że praca, którą wykonywamy, podnosząc ciało o ciężarze F na wysokość h, jest Fh, niezależnie od tego, czy dźwigamy je bezpośrednio do góry, czy wciągamy (bez tarcia) po równi pochyłej, zakładając za każdym razem ruch bardzo powolny, by zaniedbać pracę na nadanie ciału prędkości. Przypuśćmy, iż, wciągając ciało po równi o długości l, użyjemy do tego siły f (rys. 122); praca tej siły $= f.l$, a w myśl powiedzianego

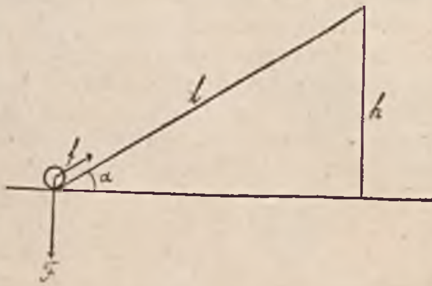
$$fl = F.h \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

t. j.

$$f = F\frac{h}{l} = F\sin\alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

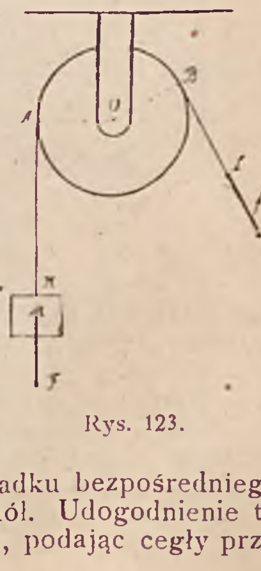
Do pokonania więc siły F użyć w tym razie możemy mniejszej siły f, czyli równia pochyła pozwala na zaoszczędzenie siły. Na pracy natomiast i tu nic nie zyskujemy, tracąc na drodze — przesunięcie l staje się tyleż razy większe, ile razy mniejsze jest f (im mniejszy jest sinus kąta nachylenia równi względem poziomu).

Jeżeli zważymy, że nieuniknione jest tarcie, to się okaże że naprawdę praca, wykonana przy posługiwaniu się równią, będzie większa, niż ta, którejby należało użyć do bezpośredniego swobodnego podniesienia ciała. Nie mniej jednak używanie równi jest bardzo pożyteczne—oto może się zdarzyć, iż nie rozporządzamy siłą, wystarczającą do podniesienia ciała bezpośrednio w górę, natomiast rozporządzamy siłą mniejszą; opłaci się tedy skorzystać z równi pochyłej, a nawet stracić pewną pracę na pokonanie tarcia, byle wykonać pracę, która inaczej pozostawałaby niewykonaną.


Rys. 122.

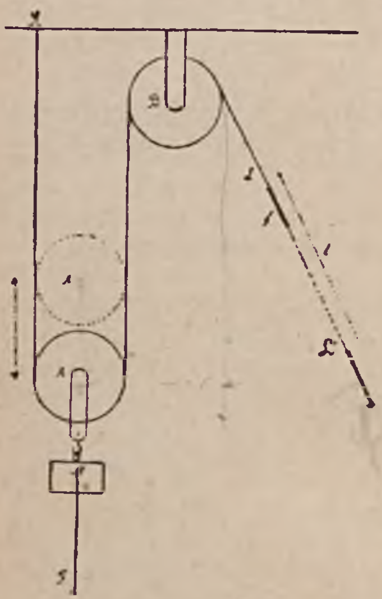
71. Machiny proste: blok, wielokrążki kołowrót, śruba, klin.

Fig. 123 wyobraża t. zw. *blok nieruchomy*. W nieruchomej oprawie osadzony jest na osi krążek drewniany lub metalowy z wyżłobieniem na obwodzie; przez ten żłobek przechodzi sznur, na którego końce K i L działają: z jednej strony siła, którą mamy pokonać, np. ciężar zawieszonego ciała, z drugiej siła, która ma tę pracę wykonać np. siła mięśni ludzkich. Widać odrazu, że blok taki jest dźwignią, przytem t. zw. *równoramienną,* gdyż ramiona OA i OB obu sił działających są równe. Wynika stąd, że warunkiem równowagi sił f i F jest ich równość. Dajmy teraz sile f najmniejszy chociażby przyrost, a poczniemy przez to unosić ciało M do góry. W rzeczywistości przyrost ten nie może być zbyt mały, chodzi bowiem jeszcze o pokonanie nieuniknionego tarcia. Jak widzimy, blok nieruchomy nie daje żadnej oszczędności na sile, gdyż do pokonania siły F trzeba użyć cokolwiek większej siły f. Mimo to jednak, przyrząd ten jest bardzo pożyteczny, pozwala bowiem zmieniać kierunek siły działającej, np. zamiast skierowywać ją do góry, jak w przypadku bezpośredniego podnoszenia ciała, nadać jej kierunek w dół. Udogodnienie to wyzyskuje np. robotnik przy budowie domu, podając cegły przy


Rys. 123.

pomocy bloku, umocowanego u szczytu budowli; w ten sposób oszczędza on sobie pracy dźwigania swego ciała do góry, co byłoby nieuniknione przy noszeniu cegieł.

Na rys. 124 mamy *blok ruchomy* A w połączeniu z poznanym przed chwilą nieruchomym B. Krążek z wyżłobieniem na obwodzie zawieszony jest na sznurze, przerzuconym również przez blok nieruchomy; jeden koniec K sznura umocowany jest nieruchomo, drugi zaś L służy jako miejsce działania siły f, wykonywającej pracę; na oprawie, osadzonej na osi bloku A wisi ciało, które mamy podnieść. Działaniem siły f ściągamy sznur z bloku nieruchomego B, przez co blok A podnosi się wraz z zawieszonem na nim ciałem do góry. Znajdźmy, jakiej siły f potrzeba dla pokonania oporu F. O ile te siły się równoważą, najmniejszy bodaj przyrost Δf pociągnie za sobą podnoszenie się ciała M. Jeżeli przytem koniec L sznura przesunie się o długość l, ruchomy blok oczywiście podniesie się zaledwie o $\frac{l}{2}$; również $\frac{l}{2}$ będzie przesunięciem miejsca działania siły F w kierunku, przeciwnym jej działaniu. Praca, wykonana przez siłę, działającą na koniec L sznura, równa się $(f+\Delta f)l$; lecz, jak już kilkakrotnie tłumaczyliśmy, ten przyrost Δf może być tak mały, by go w rachubę nie brać, czyli pracę tę można uważać na równą $f \cdot l$; kosztem tej pracy pokonywa się opór siły F na drodze $\frac{l}{2}$,



Rys. 124.

czyli $$f \cdot l = F\,\frac{l}{2},$$

skąd $$f = \frac{F}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1).$$

Jak widzimy, blok ruchomy pozwala zaoszczędzić na sile dwukrotnie. Oczywiście w urządzeniu, zaznaczonem na rys. 124, blok nieruchomy służy tylko do nadania wygodnego kierunku sile f, wykonywającej pracę.

Jeden ze sposobów łączenia bloków w układy złożone — wielokrążki — przedstawia rys. 125. Mamy tu kombinację 3 bloków ruchomych z nieruchomym. Rozumując, jak wyżej, zauważymy, iż przesunięcie się pod działaniem siły poruszającej swobodnego końca sznura o l jednostek długości pociąga za sobą podniesienie się najbliższego bloku o $\frac{l}{2}$; to ostatnie powoduje podniesienie się bloku drugiego o połowę tej wartości t. j. o $\frac{l}{4}=\frac{l}{2^2}$, to znów zkolei rzeczy powoduje podniesienie się bloku 3-go o połowę ostatniej wartości t. j. o $\frac{l}{8}=\frac{l}{2^3}$. Równanie na pracę otrzymujemy jak wyżej

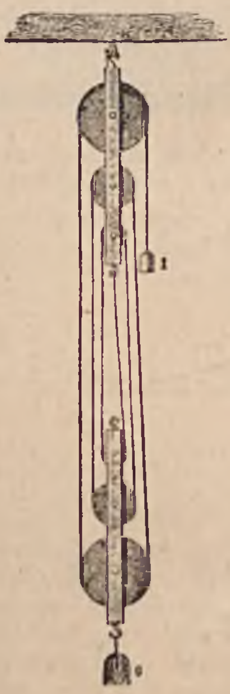
$$f.\, l = F.\, \frac{l}{2^3}$$

czyli $f=\frac{F}{2^3}$, ogólnie zaś $f=\frac{F}{2^n}$, . . (2)

gdzie n oznacza liczbę bloków ruchomych.

Rys. 125.

Tego więc rodzaju wielokrążek pozwala (bez uwzględnienia tarcia) do pokonania siły F użyć siły tyle razy mniejszej, ile stanowi 2, podniesione do potęgi, równej liczbie bloków ruchomych.



Rys. 126.

Inny system bloków złożonych przedstawiony jest na rys. 126. Widzimy tu 3 bloki nieruchome we wspólnej oprawie, oraz tyleż bloków ruchomych we wspólnej oprawie. Z nawinięcia sznura widać, że o ile swobodny koniec sznura pod działaniem siły f przesunie się o l jednostek długości, ciało podniesie się zaledwie o $\frac{l}{6}$, t. j. na wysokość tyle razy mniejszą, ile wynosi razem liczba bloków ruchomych i nieruchomych. Równanie na pracę będzie (przez f i F oznaczamy to samo, co wyżej)

$$f.\, l = F.\, \frac{l}{6},$$

czyli

$$f=\frac{F}{6}$$

lub ogólnie

$$f=\frac{F}{n}, \quad . \; . \; (3)$$

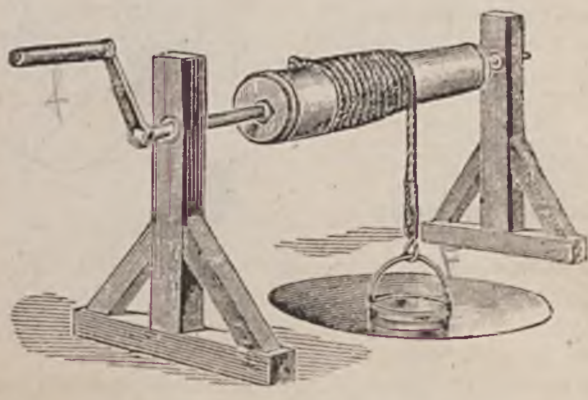
gdzie n przedstawia ogólną liczbę bloków

Rys. 127.

wielokrążka. Podkreślić tu wszakże należy, iż w wielokrążkach tarcie jest znaczne i rachunek powyższy pozwala tylko w przybliżeniu zdać sobie sprawę z wartości sił, potrzebnych do wykonania pracy.

Rys. 127 przedstawia przekrój schematyczny t. zw. *kołowrotu*, wyobrażonego na rys. 128; właściwie mamy tu do czynienia z dźwignią: pokonywamy siłę F o ramieniu r_1 przy pomocy siły f o ramieniu r_2; zgodnie z wyjaśnioną regułą

$$fr_2 = Fr_1$$



Rys. 128.

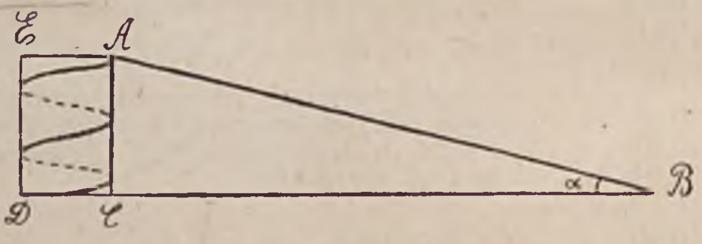
czyli $f = \frac{r_1}{r_2} . F$ . . (4)

t. j. do zrównoważenia siły F użyć możemy siły tyle razy mniejszej, ile razy promień koła, na którego obwód działa siła f, jest większy od promienia wału, na którego obwód działa siła F.

Przejdźmy teraz do machin, które się sprowadzają do równi pochyłej.

Nawińmy na walec trójkąt prostokątny, wycięty z papieru, jak to przedstawia rys. 129.

Przeciwprostokątna AB utworzy na powierzchni walca t. zw. *linję śrubową*. O ile według tej linji zrobimy na walcu odpowie-



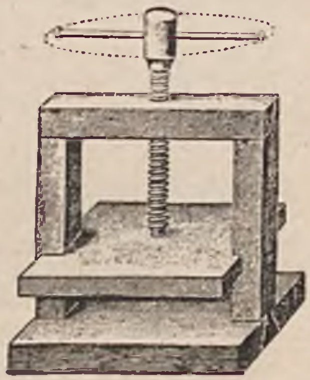
Rys. 129.

dnie nacięcie, zaopatrzymy go w główkę lub rękojeść do kręcenia, do tego sporządzimy jeszcze naśrubek (p. str. 5), otrzymamy znaną już nam *śrubę* (rys. 5). Widzieliśmy już zastosowanie tego przyrządu do mierzenia długości; tu zwrócimy uwagę na rolę jego przy wykonywaniu pracy. Śruba pozwala na znaczne zaoszczędzenie siły, o czem wie każdy, kto miał do czynienia z kopjałem (rys. 130) lub inną prasą, zaopatrzoną w śrubę: nieznacznym wysiłkiem mięśni wykonywamy potężne względnie działanie. Dla zorjentowania się w tem, przypuśćmy, iż z pomocą śruby chcemy podnieść ciało A, jak na rys. 131; oznaczmy ciężar ciała przez F; gdy, posługując się siłą f, dokonywamy jednego obrotu śruby, siła f, której kierunek zakładamy stycznym do obwodu koła, zakreślonego przez miejsce jej działania, wykonywa pracę ($OM = l$)

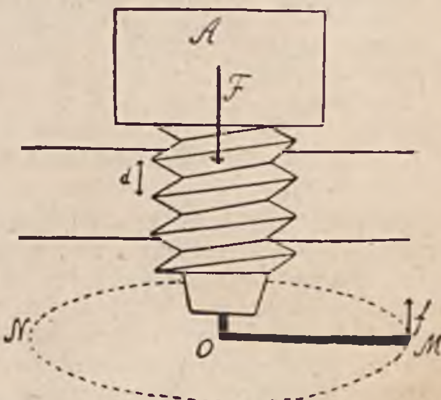
$$f \,.\, 2\pi l;$$

ponieważ przytem ciało A zostaje podniesione o jeden skok śruby t. j. na wysokość d, na podniesienie tego ciała wykonywa się praca

$$F \,.\, d.$$



Rys. 130.



Rys. 131.

Pominąwszy tarcie, które, nawiasem mówiąc, dla śruby jest znaczne, powiemy, że praca siły f na podniesienie ciała jest

$$F \,.\, d = f \,.\, 2\pi l,$$

czyli

$$f = F \frac{d}{2\pi l};$$

ponieważ skok śruby jest zazwyczaj bardzo mały w porównaniu z obwodem główki śruby, lub wogóle z obwodem, zakreślanym przez koniec poruszającej ją rękojeści, przeto f stanowi mały ułamek F.

Podobnie zaoszczędzamy na sile, gdy zamiast się wspinać na górę wprost ku jej szczytowi, idziemy po jej powierzchni drogą śrubową wznosząc się po łagodnej pochyłości.

Jasne jest z rys. 129, że im mniejszy jest kąt α, tem mniejszy skok śruby, tem większą daje ona oszczędność na sile przy pozostałych warunkach niezmiennych.

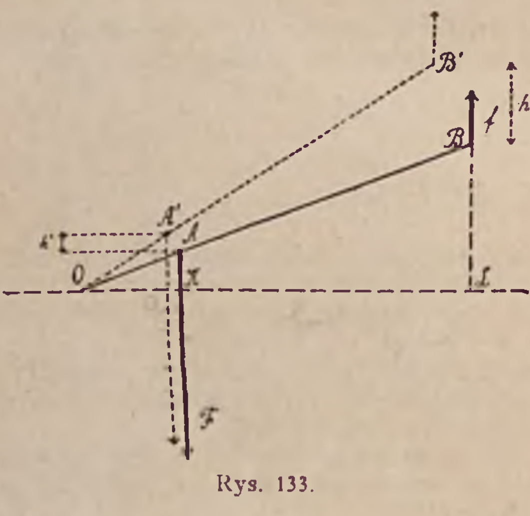
Rys. 132.

Inne ważne zastosowanie równi pochyłe mamy w t. zw. *klinie* (rys. 132), którego używamy np. do rozsadzania kawałków drzewa, a którego postacią najpopularniejszą jest nóż. Im węższy jest klin t. j. im kąt α jest mniejszy (z rysunku bezpośrednio widać, jaki jest związek klina z równią pochyłą) tem łatwiej, jak wiemy, klin wchodzi, t. j. tem mniejszej siły trzeba do wepchnięcia go w przedmiot rozsadzany; lecz z drugiej strony, im jest on węższy, tem mniej rozsuwa części dzielonego przedmiotu — tracimy tu na drodze, a więc i tu mamy znaną już zależność pomiędzy czynnikami pracy: siłą i drogą.

72. Zastosowania dźwigni. Waga.

Dźwignia znajduje zastosowanie na każdym niemal kroku. Gdziekolwiek wykonywamy pracę, przenosząc ją za pośrednictwem drążka, mamy to zastosowanie. Ramię nasze, wiosło, nożyczki, dziadek do orzechów, klucz i t. d., oto przykłady dźwigni. Chcąc sobie zdać sprawę w każdym poszczególnym razie z ustosunkowania sił: pokonywanej i pokonywającej, należy tylko zauważyć położenie osi obrotu oraz miejsca działań tych sił.

Przypuśćmy, że drążkiem chcemy podważyć ciało A (rys. 133). Siłą f naszej ręki, skierowaną pionowo do góry pokonywamy w tym razie dwie siły. F ciężar ciała A i F_1 ciężar samego drążka; oś obrotu przypada w O. W porównaniu z ciężarem F ciężar F_1 może być przeważnie nie brany pod uwagę. Zgodnie więc z wyprowadzoną regułą wnosimy, iż siły f i F mają się do siebie odwrotnie jak ich ramiona $OL = b$ i $OK = a$ t. j.



Rys. 133.

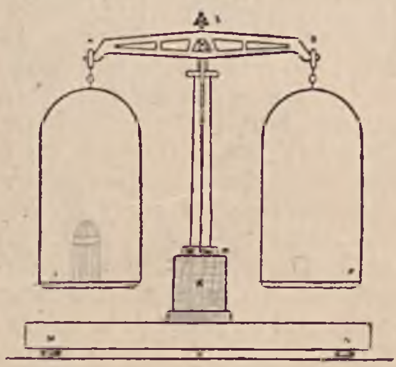
$$f \cdot b = F \cdot a$$

czyli

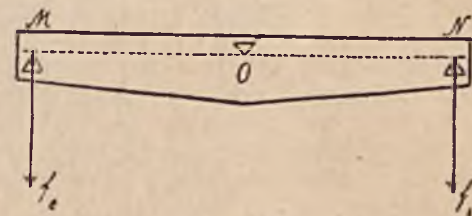
$$f = \frac{a}{b} F;$$

im bliżej zatem osi obrotu działa na dźwignię ciało podnoszone, a jednocześnie im dalej od tej osi przypada kierunek siły, wykonywającej pracę, tem mniejszej można użyć siły; naturalnie, zyskując na sile, tracimy na drodze: podczas gdy ręka nasza przesunie się ku górze na wysokość h, ciało zostanie podniesione zaledwie na wysokość h' i oczywiście $\frac{h}{h'} = \frac{b}{a}$.

Jedno z najważniejszych zastosowań dźwigni znajdujemy w *wadze*. Rys. 15 (str. 13) przedstawia tak zw. wagę analityczną, jakiej się używa w pracowniach fizycznych i chemicznych; rys. 134 przedstawia wagę schematycznie, rys. zaś 135 jej zasadniczą część t. zw. belkę. Belka osadzona na osi O, posiada budowę symetryczną względem płaszczyzny, przechodzącej przez oś prostopadle do kierunku długości belki. Oś tę stanowi krawędź trójkątnego pryzmatu stalowego, zwróconego ku dołowi i opierającego się na odpowiedniej podstawce z bardzo twardego materjału, najczęściej z agatu. Aby belka pozostawała w równowadze stałej, środek ciężkości jej wraz z szalkami przypada cokolwiek poniżej osi O (rys. 135); u końców belki w M i N osadzone są również pryzmaty stalowe, zwrócone ostrzami do góry — na nich zawieszają się *szalki* wagi. Przy nieobciążonych szalkach belka powinna pozostawać poziomą—wnosi się o tem z położenia wskazówki t (rys. 134), połączonej z belką i przesuwającej się przy pochyleniu belki wzdłuż skali m. Ostrza O, M i N (rys. 135) powinny leżeć w jednej płaszczyźnie, zaś odległości OM i ON muszą być równe.



Rys. 134.



Rys. 135.

Gdy na jedną szalkę położymy jakikolwiek przedmiot, a na drugą odważniki, będziemy mieli działanie ciężarów tych ciał odpowiednio na ostrza M i N. O ile $OM = ON$ t. j. belka jest dokładnie równoramienna, warunkiem równowagi sił f_1 i f_2 jest

$$f_1 = f_2.$$

Przypuśćmy, iż masa ciała ważonego jest M, zaś masa odważników, które równoważą to ciało, m, wówczas

$$f_1 = Mg, \; f_2 = mg,$$

gdzie g jest to przyśpieszenie grawitacyjne w danem miejscu; zatem

$$Mg = mg \text{ lub po skróceniu } M = m \quad . \; . \; . \; . \quad (1)$$

t. j. masa danego ciała równa się znanej masie odważników. Widzimy więc że waga pozwala nam znaleźć masę ciała i właśnie jako przyrząd do mierzenia mas oddaje ogromne usługi (por. ust. 8).

Łatwo zauważyć, że, dając nam wartość masy ciała, waga wcale nas nie poucza o jego ciężarze. Wszak wartość przyspieszenia ruguje się z naszego wzoru (1). Gdybyśmy np. po zrównoważeniu wagi w jednem miejscu, przenieśli ją wraz z tem samem ciałem i odważnikami na szalkach do innego miejsca, gdzie natężenie siły ciężkości jest inne, belka pozostawałaby poziomą w dalszym ciągu, zmieniłyby się bowiem w jednakowej mierze ciężary danej masy i odważników; wnosilibyśmy zatem tylko, że masa danego ciała równa się masie danych odważników, ale z równowagi belki w tem drugiem miejscu nic a nic nie moglibyśmy wywnioskować, czy ciężar pozostaje taki sam, jak w pierwszem miejscu, czy też jest inny. Do wyznaczenia ciężaru ciała konieczna jest znajomość przyśpieszenia, o niem zaś waga nic nam nie mówi. Zapamiętajmy więc sobie, że *waga belkowa* (w przeciwstawieniu do sprężynowej) służy *do wyznaczania mas.*

Na to, by waga była *rzetelna* t. j. by istotnie masa odważników, równoważących ciało, była równa jego masie, trzeba, by ramiona OM i ON (rys. 135) były dokładnie równe. O równości ramion przekonać się można, równoważąc jedno i to samo ciało, położone to na jednej, to na drugiej szalce wagi; o ile w obu razach masa odważników jest ta sama, belka jest równoramienna. Najczęściej tak nie bywa, jakkolwiek różnica ta w dobrej wadze jest nieznaczna; przyjmujemy więc, że belka nigdy nie jest ściśle równoramienną i zawsze dokonywamy *podwójnego* ważenia (t. j. kładziemy ciało najpierw na jednej, potem na drugiej szalce); za wartość masy mierzonej przyjmujemy średnią z wartości odważników, równoważących ciało w pierwszym i drugim razie *). Przypuśćmy np., iż ramiona belki są l_1 i l_2; masy odważników, leżących odpowiednio na jednej i drugiej szalce i równoważących nieznaną masę x, niech będą m_1 i m_2; mamy wtedy

$$xgl_1 = m_2gl_2, \; xgl_2 = m_1gl_1,$$

*) Inny, mniej używany, sposób polega na tem, iż ciało ważone kładziemy na jednej szalce i równoważymy, obciążając czemkolwiek (np. śrutem) drugą szalkę; potem z pierwszej szalki usuwamy ważone ciało i kładziemy odważniki dopóty, dopóki nie zrównoważą one tego, co zostało położone i w dalszym ciągu leży na drugiej szalce. Oczywiście ciężar tych odważników i ciężar danego ciała wywierają tu w obu razach działania równe, a zatem są równe; z równości zaś ciężarów znowu, jak wyżej, wnosimy o równości mas ($f = F$, $mg = Mg$; czyli $m = M$).

skąd przez mnożenie lewych i prawych części obu równości przez siebie otrzymujemy

$$x^2 = m_1 m_2 \,, \; x = \sqrt{m_1 m_2} \, . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Jeżeli różnica m_1 i m_2 jest niewielka (tylko wtedy!) można wziąć zamiast średniej geometrycznej, średnią arytmetyczną $x = \frac{m_1 + m_2}{2}$, co jest wygodniejsze w rachunku, a daje błąd nieznaczny. Zauważmy jeszcze, iż o równowadze wagi wnosimy zazwyczaj nie z tego, czy wskazówka stoi na tej podziałce skali, którą wskazuje przy szalkach nieobciążonych, a z tego, czy *belka waha się koło tego położenia*; innemi słowy obserwujemy belkę nie w spoczynku,. a w ruchu — unikamy w ten sposób zakłócającego wpływu tarcia na osi.

O odważnikach, któremi się posługujemy przy ważeniu, mówiliśmy w ust. 8 cz. I; tu dodamy jeszcze, iż zamiast bardzo małych odważników o masie 1 mg. używamy zazwyczaj t. zw. *konika*—kawałka drucika platynowego o masie 1 cg.=10 mg., zgiętego w kształcie, wskazanym na rys. 136; na belce wagi, jak to dobrze widać na rys. 15 (str. 13), zrobiona jest podziałka—każde ramię podzielone jest na 10 części. Konik zawieszony np. na 4-ej od osi kresce, t. j. w odległości 0,4 ramienia belki, wywiera działanie, takie, jak gdybyśmy 4 mg. położyli na szalce z tej strony, z której jest zawieszony konik.

Rys. 136.

Dobra waga powinna być nie tylko rzetelna, ale i czuła. Przez czułość wagi rozumiemy wartość wychylenia belki pod wpływem dodatkowego obciążenia jednej z szalek określonym odważnikiem. Zwykle się wyznacza czułość wagi na 1 mg. (gdybyśmy wzięli taką wagę, jaką się posługują w sklepach do ważenia towarów, nie reagowałaby ona wcale na takie obciążenie).

Jak wykazuje rozumowanie, które tu pomijamy, a które potwierdza doświadczenie, czułość wagi jest tem większa (przy pozostałych warunkach niezmiennych), im belka jest lżejszą; dlatego belkom nadaje się postać kraty, przy małej bowiem masie mają one znaczną wytrzymałość i nie uginają się. Pozatem czułość jest tem większa, im bliżej osi obrotu leży środek ciężkości belki. Dla regulowania czułości wagi dodaje się naśrubek (S na rys. 134), którego podnoszeniem lub obniżaniem na unoszącej go śrubce zmieniamy położenie środka ciężkości belki.

Ćwiczenia i zadania.

56. Na pokonanie tarcia przy przesuwaniu przedmiotu po płaszczyźnie poziomej użyć trzeba siły 390 dyn. Znaleźć wartość pracy, potrzebnej do przesunięcia tego przedmiotu na drodze 2 m.?

57. Na pokonanie tarcia przy popychaniu wozu po drodze poziomej użyć należy siły = 0,01 ciężaru wozu. Jaką pracę się wy-

konywa podczas przebycia przez ten wóz drogi $= 3$ km., jeżeli masa wozu wraz z ładunkiem wynosi 1 tonnę, zaś w danem miejscu $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$? Jaka tu jest dzielność motoru poruszającego, jeżeli przewiezienia tego dokonywa się w ciągu godziny?

58. Znaleźć wartość pracy (w ergach, dżulach i Kgm.), popotrzebnej do podniesienia bardzo powolnym ruchem ciała o masie 9,2 Kg. na wysokość 3,5 m. w miejscu, gdzie $g = 980 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$?

59. Na jaką wysokość podnieść należy 40 Kg., by praca, wykonana przytem, była równa pracy na podniesienie 60 Kg. na 8 m. w tem samem miejscu i tym samym powolnym ruchem,

60. Na jaką wysokość podniesiono 10 Kg.. jeżeli praca, wykonana przytem $= 10^{12}$ ergów, zaś $g = 980 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$?

61. Ciągnąc za sznur, skierowany pod kątem 30^0 względem poziomu i stosując przytem siłę 10^7 dyn, przesuwamy prostolinjowo po płaszczyźnie poziomej uwiązane do sznura ciało o 2 m; jaką przytem wykonywamy pracę?

62. Pręt jednorodny o długości 10 m. i masie 200 Kg. powolnym ruchem przekręcamy z położenia poziomego w pionowe tak, by przytem jego dolny koniec, dokoła którego obrót się dokonywa, pozostawał wciąż na tym samym poziomie; jaka przy tem wykonana jest praca (w ergach, dżulach, Kgm.), jeżeli $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$?

63. Obieramy oś X-ów za oś przesunięcia miejsca działania siły, zaś oś Y-ów za oś siły. Opierając się na wyjaśnieniu z ust. 23 i nast., zastosujmy metodę wykreślną do wyznaczenia pracy w przypadku siły stałej i zmiennej.

64. Motor porusza pompę, dostarczając na minutę 1000 litrów wody na wysokość 7 metrów, przyczem na pokonanie wszelkich szkodliwych oporów musi wykonać pracę, stanowiącą 20% tej pracy użytecznej. Ile HP wynosi dzielność motoru?

65. Znaleźć wartość pracy (w ergach, dżulach i Kgm.), potrzebnej na nadanie masie 3 Kg., pozostającej początkowo w spoczynku, prędkości 15 $\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$?

66. Ciało o masie 3 Kg., będąc rzucone, w pewnym momencie znajduje się na wysokości 18 m. i posiada prędkość 16 $\frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$. Jaka jest suma energji potencjalnej i kinetycznej tego ciała w danym momencie (w ergach, dżulach, Kgm.), jeżeli w danem miejscu $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$?

67. Zgięty pręt sprężysty, wyprostowując się, podrzuca pionowo do góry ciało o masie 150 gr. tak, że ciało to wznosi się do wysokości 2,5 m. w miejscu, gdzie $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$. Jakiej pracy potrzeba, by wywołać takie właśnie zgięcie sprężyny, o jakiem tu mowa, jeżeli zakładamy, że żadnych poza tem czynników, komplikujących zjawisko, niema i że energja potencjalna odkształconej sprężyny całkowicie się zmienia na energję kinetyczną rzuconego ciała?

68. Masa 100 gr. porusza się z przyśpieszeniem $100 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$. Jaką pracę wykonywa siła, działająca na ciało, podczas gdy ciało przebywa drogę 10 cm.?

69. Kula o masie 4 Kg., poruszająca się z prędkością $80 \frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$, uderza w wał, usypany z ziemi, i wchodzi weń na głębokość 2 m. Jaka jest przeciętna wartość siły, powstrzymującej tu ruch kuli?

70. Kula o masie 10 gr., poruszając się z prędkością $200 \frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$, uderza w płytę, a wychodzi po przebiciu jej z prędkością $40 \frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$; Jaka praca jest tu wykonaną na przebicie płyty?

71. Kula, poruszająca się z prędkością $150 \frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$, uderza w ścianę i wchodzi w nią na głębokość 7 cm. Z jaką prędkością winna byłaby się poruszać ta sama kula, by, uderzając w tę samą ścianę, weszła na głębokość 15 cm.?

72. Dlaczego twierdzimy, że wahadło puszczone w ruch, wahałoby się bez końca, gdyby ruch jego nie napotykał zgoła żadnych oporów? Czy podczas ruchu wahadła zachodzi przemiana energji?

73. Podczas gdy na jedną szalkę wagi kładziemy 100 gr., na drugą szalkę trzeba położyć dla zrównoważenia 100,02 gr. Czem to można wytłumaczyć, jeżeli jesteśmy zupełnie pewni dokładności odważników?

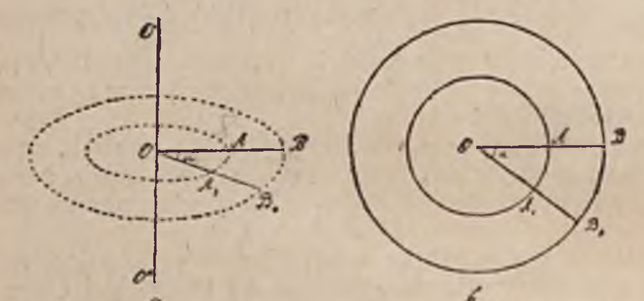
74. Dlaczego wagi analitycznej nie można umieszczać przy piecu albo przy oknie?

75. Zaprojektować wielokrążki na przepisaną zgóry oszczędność na sile (np. dziesięciokrotną, dwunastokrotną i t. d.), zaniedbując przytem tarcie.

Rozdział IV. O ruchu obrotowym.

73. Ruch obrotowy. Prędkość kątowa.

Gdy ciało sztywne dokonywa obrotu dokoła osi, wszystkie jego punkty zakreślają łuki kołowe lub pełne koła o promieniach, równych odległościom poszczególnych punktów ciała od osi. Na rys. 137 *a* i *b* przedstawione są perspektywicznie i w przekroju prostopadłym do osi drogi kołowe dwu punktów A i B, znajdujących się w odległościach $r_1 = OA$ i $r_2 = OB$ od osi obrotu; w tym samym więc czasie, gdy punkt A zakreśla drogę AA_1, punkt B zakreśla drogę większą BB_1; obie te drogi, jak również drogi innych punktów ciała odpowiadają obrotowi ciała o pewien kąt α. Ten kąt α nazywać będziemy *drogą kątową* ciała wirującego w odróżnieniu od *dróg linjowych* (AA_1, BB_1, it.d.) poszczególnych jego punktów.



Rys. 137.

Widzimy odrazu, iż, znając drogę kątową ciała wirującego, natychmiast podać możemy wartość drogi linjowej dowolnego jego punktu, bylebyśmy znali odległość tego punktu od osi. Zauważyć tylko trzeba, że kąt będziemy tu mierzyli nie w stopniach, lecz w jednostkach oderwanych, t. zw. *radjanach* (kąt mierzymy stosunkiem łuku do promienia; kąt przyjmujemy = 1 (jednemu radjanowi), jeżeli łuk równa się promieniowi). W danym razie mamy

$$\alpha = \frac{AA_1}{r_1} = \frac{BB_1}{r_2}$$

skąd

$$AA_1 = r_1\alpha, \quad BB_1 = r_2\alpha,$$

t. j. drogę linjową dowolnego punktu ciała otrzymujemy, mnożąc drogę kątową przez odległość danego punktu od osi. Jeżeli np. kąt obrotu ciała jest $\alpha = 1/2$, zaś $r_1 = 25$ cm.

$$l = AA_1 = 1/2 \ . \ 25 \text{ cm.} = 12{,}5 \text{ cm.}$$

Ruch obrotowy może się odbywać albo tak, że kąt obrotu (droga kątowa) pozostaje proporcjonalny do czasu, t. j. w dwa, trzy razy większym czasie droga ta jest dwa, trzy razy większa, albo też niema tej proporcjonalności.

O ile droga kątowa ciała jest proporcjonalna do czasu, ruch obrotowy ciała nazywamy jednostajnym; w tym razie droga kątowa i czas pozostają w stałym do siebie stosunku i *stosunek ów drogi do czasu nazywa się prędkością kątową.* Jeżeli np. w ciągu 2 sek. ciało się obraca o kąt = 1, w ciągu 4 sek. o kąt = 2 i t. d., wówczas mamy prędkość kątową

$$i = \frac{1}{2 \text{ sek.}} = \frac{2}{4 \text{ sek.}} = \ . \ . = \frac{1}{2} \, \frac{1}{\text{sek.}} \ . \ . \ . \ . \ (1)$$

Wogóle, jeżeli ciało obraca się ruchem jednostajnym o kąt α w czasie t, prędkość kątowa jest

$$i = \frac{\alpha}{t} \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (2)$$

Jak widzimy tedy, *wymiar* jednostki prędkości kątowej jest $\frac{1}{sek.}$. Gdybyśmy ogólnie oznaczyli jednostkę czasu przez $[T]$, wówczas mielibyśmy

$$[i] = \frac{1}{[T]} \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (3)$$

Czasem zamiast prędkości kątowej podaje się liczba obrotów ciała w jednostce czasu; łatwo wtedy znaleźć prędkość kątową. Przypuśćmy, iż w ciągu 1 sek. ciało dokonywa ruchem jednostajnym n obrotów. Podczas jednego obrotu ciało zakreśla drogę kątową 2π, podczas n obrotów droga kątową będzie $2\pi n$; prędkość kątowa wynosi więc.

$$i = \frac{2\pi n}{1 \text{ sek.}} = 2\pi n \, \frac{1}{\text{sek.}}$$

Np. ciało dokonywa 5 obrotów na sekundę ruchem jednostajnym

$$i = 5 \ . \ 2\pi \, \frac{1}{\text{sek.}} = 5 \ . \ 2 \ . \ 3{,}14 \, \frac{1}{\text{sek.}} = 31{,}4 \, \frac{1}{\text{sek.}}$$

Odwrotnie, mając prędkość kątową ciała, łatwo jest znaleźć liczbę jego obrotów w jednostce czasu. Pozostawiamy to czytelnikowi.

Znajdźmy dla przykładu prędkość kątową ziemi, która obraca się dokoła osi ruchem niemal idealnie jednostajnym. Jednego obrotu, t. j. drogi kątowej 2π ziemia dokonywa w ciągu 24 godzin, t. j. w ciągu 24 . 60 . 60 sek.

Zatem

$$i = \frac{2\pi}{24 \,.\, 60 \,.\, 60} \; \frac{1}{\text{sek.}} = \frac{2 \,.\, 3{,}14}{24 \,.\, 60 \,.\, 60} \; \frac{1}{\text{sek.}} = 0{,}000073 \; \frac{1}{\text{sek.}}$$ (mniej więcej).

Pomiędzy prędkością kątową ciała wirującego a prędkością linjową któregokolwiek z jego punktów zachodzi prosta zależność. Np. (rys. 137) droga linjowa punktu A jest AA_1, zatem — jeżeli czas użyty na przebycie tej drogi ruchem jednostajnym jest t, wartość prędkości linjowej punktu A jest

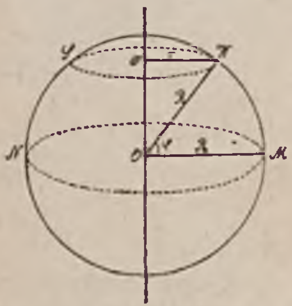
$$v_A = \frac{AA_1}{t}$$

lecz

$$AA_1 = \alpha r_1$$

t. j.

$$v_A = \frac{\alpha}{t} \,.\, r_1 = i r_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$



Rys. 138.

czyli *prędkość linjową któregokolwiek punktu ciała wirującego otrzymujemy, mnożąc prędkość kątową ciała przez odległość danego punktu od osi obrotu.*

Znajdźmy np., z jaką prędkością linjową poruszamy się w Warszawie, biorąc udział w ruchu obrotowym ziemi. Ponieważ szerokość geograficzna Warszawy jest $\varphi = 52^0{,}22$ przeto r (odległość danego punktu ziemi od osi obrotu) $= R \cos\varphi$; zakładając $R = 6367$ Km. $= 636700000$ cm., otrzymujemy:

$$v = i \,.\, R \,.\, \cos\varphi = 0{,}000073 \; \frac{1}{\text{sek.}} \; 6367 \,.\, 10^5 \text{ cm. } 0{,}61263 = 28366 \; \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}},$$

a więc zakreślamy naszą drogę z prędkością ok. 284 $\frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$.

74. Ruch obrotowy niejednostajny. Przyśpieszenie kątowe.

Jeżeli droga kątowa nie jest proporcjonalna do czasu, to ruch obrotowy jest niejeddostajny: można wtedy również mówić o stosunku drogi kątowej do czasu, ale w ten sposób określimy jedynie t. zw. *średnią prędkość kątową* (porówn. ust. 31).

Pragnąc znaleźć dla określonego momentu *rzeczywistą* prędkość kątową, robimy tak samo, jak przy ruchu postępowym, t. j. obieramy krótki okres, w którym zawarty jest dany moment, i znajdujemy dla tego okresu prędkość średnią; im mniejszy będzie ów okres i odpowiadająca mu droga kątowa, tem mniej różnić się będzie ta prędkość średnia od szukanej rzeczywistej. Granica, do której dążyć będzie przy takiem zmniejszaniu się drogi i czasu stosunek tych wielkości, będzie właśnie szukaną prędkością kątową w danym momencie (porówn. ust. 31).

Jeżeli prędkość kątowa ruchu obrotowego wzrasta, ruch ten nazywamy *przyśpieszonym;* o ile ta prędkość się zmniejsza, ruch nazywamy *opóźnionym.*

Jeżeli zmiany prędkości kątowej zachodzą proporcjonalnie do czasu, ruch obrotowy nazywamy jednostajnie zmiennym (przy wzrastaniu prędkości — *jednostajnie przyśpieszonym*, przy zmniejszaniu się — *jednostajnie opóźnionym);* o ile takiej proporcjonalności niema, ruch jest *niejednostajnie zmienny.* Porównywając z tem, co było powiedziane w ust. 33 i 34 o jednostajnie i niejednostajnie zmiennym ruchu postępowym, zrozumiemy z łatwością, iż, podobnie jak tam, i tu daje się wprowadzić pojęcie przyśpieszenia, które dla odróżnienia nazywać tu będziemy *kątowem*, pozostawiając dla tamtego nazwę *linjowego.*

Przypuśćmy, iż w pewnym momencie prędkość kątowa wynosi i, a po upływie czasu t staje się i'; wówczas przyrost prędkości kątowej jest $i' - i$; jeżeli ruch jest jednostajnie zmienny, ten przyrost prędkości jest proporcjonalny do czasu, czyli stosunek tego przyrostu do czasu jest wielkością stałą. Otóż ten *stosunek przyrostu prędkości kątowej do czasu, w którym zmiana ta zachodzi, nazywamy przyśpieszeniem kątowem;* oznaczać je będziemy przez j

$$j = \frac{i' - i}{t} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Np. $i = 1{,}4 \frac{1}{\text{sek.}}$, po upływie zaś 3 sek. $i' = 2{,}9 \frac{1}{\text{sek.}}$, wtedy

$$j = \frac{2{,}9 \frac{1}{\text{sek.}} - 1{,}4 \frac{1}{\text{sek.}}}{3 \text{ sek.}} = \frac{1{,}5 \frac{1}{\text{sek.}}}{3 \text{ sek.}} = 0{,}5 \frac{1}{\text{sek.}^2} \quad . \; . \quad (2)$$

Jak widzimy, jednostką przyśpieszenia kątowego jest $\frac{1}{\text{sek.}^2}$ Oznaczając wogóle przez T jednostkę czasu, otrzymamy na wymiar przyśpieszenia kątowego $[j] = \frac{1}{[T^2]}$.

Naturalnie przy ruchu niejednostajnie zmiennym przyśpieszenie jest nie stałe, lecz zmienne.

Podobnie, jak między prędkością kątową i linjową, między przyśpieszeniem kątowem ciała a składową styczną przyśpieszenia linjowego któregokolwiek z jego punktów zachodzi prosta zależność Prędkość linjowa punktu, leżącego w ciele wirującem w odległości r od osi obrotu, jest na początku rozważanego okresu czasu $v = i . r$, zaś w końcu $v' = i' . r$; przyrost (liczbowy) prędkości linjowej wynosi zatem $v' - v$, a więc wartość przyśpieszenia stycznego

$$w_t = \frac{v' - v}{t} = \frac{i'\,r - i\,r}{t} = \frac{i' - i}{t} . r = j . r \quad . \; . \; . \quad (3)$$

t. j., jak wyżej, otrzymujemy, iż dla znalezienia wartości składowej stycznej przyśpieszenia linjowego któregokolwiek punktu ciała wirującego należy pomnożyć wartość przyśpieszenia kątowego przez odległość danego punktu od osi obrotu; a więc

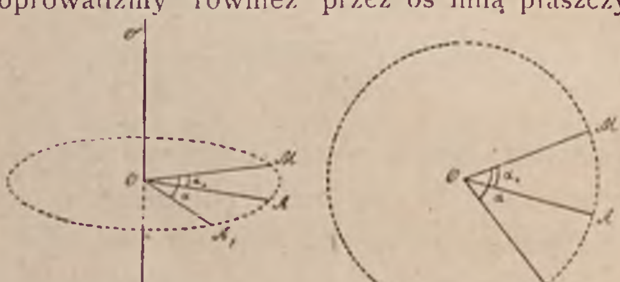
$l = \alpha . r$ Droga linjowa punktu = droga kątowa ciała wirującego $\times$ odległość punktu od osi;

$v = i . r$ Prędkość linjowa punktu = prędkość kątowa ciała wirującego $\times$ odległość punktu od osi;

$w_t = j . r$ Składowa styczna przyśpieszenia linjowego punktu = = przyśpieszenie kątowe ciała wirującego $\times$ odległość punktu od osi.

75. Równania ruchu obrotowego.

Jak widzimy z porównania ust. 22, 31 i nast., opisanie ruchu obrotowego wymaga z małemi zmianami tych samych środków, jakie były potrzebne do opisywania ruchu postępowego. Tylko zamiast dróg, prędkości, przyśpieszeń linjowych, występują tu kątowe. Łatwo też pojąć, jak możemy napisać równanie ruchu obrotowego, wzorując się na znanych już nam równaniach ruchu postępowego. Obieramy i zaznaczamy w ciele wirującem płaszczyznę, przechodzącą przez oś — dla łatwo zrozumiałej analogji nazwijmy ją płaszczyzną południkową; niech na rysunku 139, wskazuje ją nam leżąca w niej prostopadła do osi prosta OA. Poprowadźmy również przez oś inną płaszczyznę, której kierunek niech będzie w przestrzeni stały — na rysunku zaznacza ją leżąca w niej i prostopadła do osi prosta OM. Wówczas zmiany położenia płaszczyzny $O'OA$ względem $O'OM$ będą właśnie stanowiły o ruchu obrotowym ciała.


Rys. 139.

Przypuśćmy, iż w momencie początkowym płaszczyzny te tworzą ze sobą kąt dwuścienny α_0, zaś po upływie czasu t kąt ten jest α (rys. 139); wówczas przypominając sobie terminologję, którą posługiwaliśmy się, gdy mowa była o ruchu postępowym, nazwiemy kąt α_0 początkową odległością kątową — płaszczyzna $O'OM$ odgrywa tu więc taką rolę, jak stały punkt O na torze poruszającego się punktu. W czasie t przebyta zostaje droga kątowa $\alpha - \alpha_0$. Jeżeli ruch jest jednostajny, to $i = \frac{\alpha - \alpha_0}{t}$, skąd

$$\alpha = \alpha_0 + it; \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (1)$$

wzór ten daje nam możność podać dla dowolnego momentu położenie płaszczyzny południkowej, skoro dane jest jej położenie początkowe (przez kąt α_0) oraz prędkość kątowa i; słowem równanie to jest równaniem ruchu jednostajnego obrotowego; widzimy też, iż najzupełniej odpowiada ono równaniu ruchu jednostajnego postępowego

$$l = l_0 + vt;$$

tam odległość w danej chwili l, początkowa l_0, prędkość stała v i czas t — tu tak samo odległość w danej chwili α, początkowa α_0, stała prędkość i, czas t; tylko tam l, l_0, v stanowią wielkości linjowe, tu α, α_0, i — kątowe.

Nie zatrzymując się nad tem dłużej, możemy wprost napisać ogólne równania ruchu obrotowego jednostajnie zmiennego, wzorując się na ogólnych równaniach ruchu postępowego jednostajnie zmiennego (ust. 35 i 38); tam mieliśmy dla prędkości (linjowej) i odległości (też linjowej) od punktu stałego w danej chwili równania

$$v = v_0 + wt$$

$$l = l_0 + v_0 t + \frac{wt^2}{2},$$

gdzie w oznacza przyśpieszenie (linjowe); tu napiszemy dla prędkości (kątowej i odległości (również kątowej) w danej chwili

$$i = i_0 + jt \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (2)$$

$$\alpha = \alpha_0 + i_0 t + j\frac{t^2}{2} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (3)$$

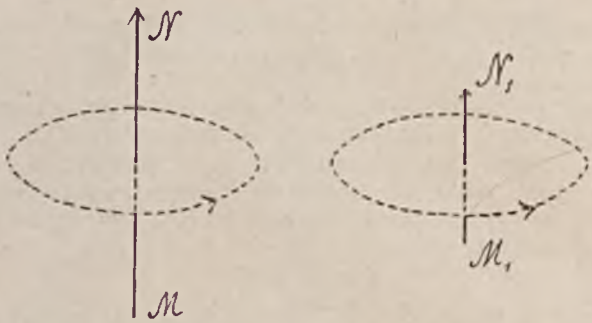
gdzie j jest przyśpieszeniem kątowem.

Tak samo zatem, jak dla ruchu postępowego, i tutaj każde równanie ruchu stopnia pierwszego przedstawia ruch jednostajny, każde równanie ruchu stopnia drugiego — ruch jednostajnie zmienny; każde zaś równanie stopnia wyższego niż drugi —ruch niejednostajnie zmienny.

76. Prędkość kątowa, jako wektor.

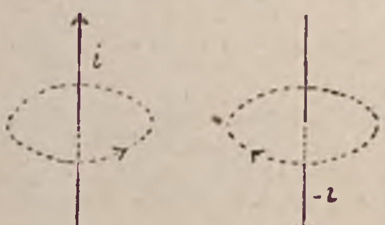
Wiemy już z rozważań ust. 21, iż prędkość linjowa jest wektorem; wynika z tego możność wykonywania z prędkością pewnych działań, jakim wogóle podlegają wektory.

Powstaje pytanie, czy prędkość kątowa nie jest także wektorem, czy nie daje się ona w sposób konsekwentny przedstawić przy pomocy odcinka prostej określonej długości i w określoną stronę skierowanego? Że prędkość kątowa jak każda wielkość,



Rys. 140.

może być przedstawiona odcinkiem prostej pewnej długości, to jest jasne. Ale gdzie mamy tutaj pojęcie *kierunku*? Przy pewnem zastanowieniu dostrzegamy, przez co jest dany ów kierunek — stanowi go ***kierunek osi***, dokoła której dokonywa się obrót — wszak w ciele dają się pomyśleć najrozmaiciej skierowane osi; gdy pewien dany obrót się dokonywa, oś posiada dany określony kierunek. Do tego dodajmy jeszcze, iż dokoła danej osi obrót może się naogół odbywać we dwie wręcz przeciwne strony, że rozróżnić tu możemy dwa różne zwroty. Zważywszy to wszystko, możemy się umówić co do przedstawiania prędkości kątowej ciał przy pomocy odcinków prostych o długościach proporcjonalnych do wyobrażanej przez nie prędkości, mających kierunek taki, jaki posiada oś danego ruchu obrotowego, oraz zwróconych w tę stronę, w którą patrząc, widzieć będziemy obrót w kierunku ruchu wskazówek zegara.



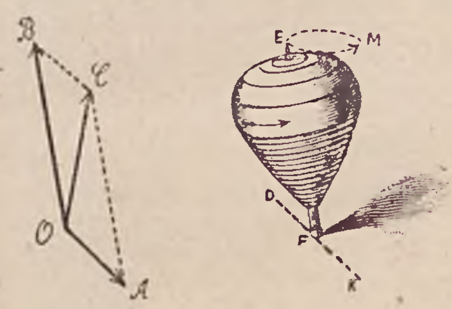
Rys. 141.

Na rys. 140 strzałki MN i M_1N_1, przedstawiają dwie prędkości kątowe ruchów, odbywających się dokoła osi równoległych, przyczem obroty posiadają zwroty jednakowe (wskazane przez strzałki na kołach); pierwsza z tych prędkości jest 2 razy większa od drugiej. Rys. 141 znów wyobraża dwie prędkości kątowe, równe co do wielkości, przyczem obroty zachodzą dokoła osi równoległych, lecz w przeciwne względem siebie strony.

77. Ruch precesyjny.

Sposób traktowania prędkości kątowych jako wektorów znajduje zastosowanie, jeżeli chodzi o składanie kilku naraz ruchów obrotowych. Wówczas można z danych prędkości składowych otrzymywać prędkość wypadkową drogą dodawania geometrycznego (ust. 27 i 28). Jako ciekawy przykład tego przytoczymy t. zw. *ruch precesyjny.*

Każdy, kto się bawił bąkiem, wie, że gdy bąk nie wiruje, nie można go postawić na nóżce, gdyż pod działaniem siły ciężkości upadnie (nawet przy dokładnie pionowem położeniu osi znajduje się on w równowadze niestałej). Natomiast, gdy wprawimy go w prędki ruch obrotowy, wtedy nabiera on jakgdyby właściwości opierania się temu działaniu siły ciężkości: ustawiony pionowo zachowuje kierunek swej osi, a nawet przy pochyłem położeniu kierunek ten małym ulega zmianom.



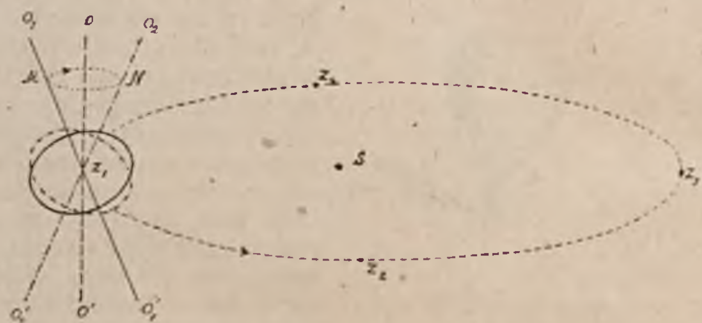
Rys. 142.

Jednakże, w miarę, jak prędkość ruchu obrotowego maleje, zachodzi coraz wyraźniejsze odchylanie się osi od nadanego jej kierunku — bąk zatacza się coraz prędszym ruchem, oś jego coraz bardziej odchyla się od kierunku pionowego, wreszcie bąk jakgdyby się poddaje działaniu siły ciężkości i przewraca się. Otóż, to zataczanie się bąka, to zakreślanie przez jego oś powierzchni stożkowej stanowi właśnie ów *ruch precesyjny.*

Łatwo jest zdać sobie sprawę z tego, co w danym razie zachodzi. Oto mamy tu kombinowanie się dwu ruchów obrotowych: jednym z nich jest obrót bąka dokoła jego osi; drugi uwarunkowany jest przewracaniem się bąka pod działaniem siły ciężkości— wszak gdy bąk, oparty na nóżce, pod działaniem siły ciężkości pochyla się (rys. 142), ruch ten jest obrotem dokoła osi *DK*, przechodzącej przez podstawę nóżki bąka prostopadle do płaszczyzny, którą oś bąka zakreśla przy tem pochylaniu się.

Jeżeli ruch bąka zachodzi w stronę, zaznaczoną przez strzałkę, prędkość kątową przedstawimy odcinkiem *OB*, równoległym do osi bąka, zaś prędkość kątową w danym momencie dokoła osi *DK* odcinkiem *OA*, równoległym do *DK* i tyle razy krótszym od *OB*, ile razy ta druga prędkość jest mniejsza od pierwszej; co do zwrotów *OB* i *OA*, wzięte są one według umowy tak, by patrzącemu w tych kierunkach każdy z wyobrażanych przez nie ruchów wydawał się zgodnym z ruchem wskazówki zegara. Te dwa wektory *OB* i *OA* dadzą wektor wypadkowy *OC*, t. j. z tych dwu prędkości kątowych bąka utworzy się prędkość wypadkowa *OC*, której kierunek wskazuje zarazem wypadkowy kierunek osi obrotu bąka. Co to znaczy? To znaczy, że oś bąka w rezultacie tej kombinacji dwu ruchów obrotowych odchyli się, przyjmując zamiast kierunku *OB* kierunek *OC*. Przy tem nowem położeniu osi wobec dalszego wciąż działania siły ciężkości, będzie znowu zachodziła kombinacja analogiczna t. j. znowu oś wychyli się w nowe położenie i t. d.; w rezultacie otrzymamy właśnie zakreślanie przez oś bąka powierzchni stożkowej. Im wolniej bąk wiruje, tem krótszy jest wektor *OB*, tem większy kąt tworzy wypadkowa *OC* (przekątna równoległoboku) z kierunkiem *OB*, t. j. tem więcej poddaje się oś temu działaniu odchylającemu. Oto wytłumaczenie zaznaczonego zjawiska zataczania się bąka wirującego.

Podobny ruch wykonywa oś olbrzymiego bąka, za jaki uważać możemy naszą ziemię. Oś ziemi, jak wiemy, jest pochylona ku płaszczyźnie jej drogi koło słońca i tworzy z prostopadłą do tej płaszczyzny kąt $23^1/_2{}^0$. Kształt ziemi warunkuje przy tem pochy-

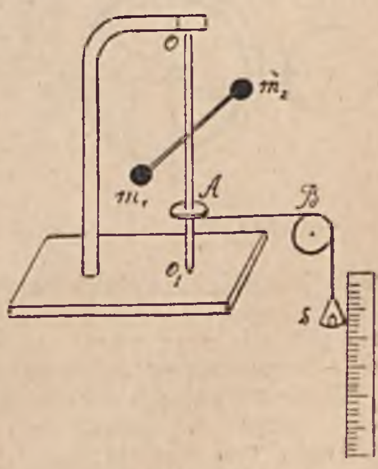


Rys. 143.

łem położeniu jej osi takie działanie słońca (grawitacja!), że oś ziemi usiłuje stanąć prostopadle do płaszczyzny ekliptyki. Podobnie więc jak w przypadku znanej nam dobrze zabawki—bąka—mamy jednocześnie ruch obrotowy bąka oraz działanie grawitacyjne ziemi, usiłujące zmienić kierunek osi,—tak samo, gdy mówimy o ziemi, mamy jednocześnie jej ruch obrotowy i działanie grawitacyjne słońca, usiłujące zmienić kierunek osi ziemskiej. W rezultacie, podobnie jak oś bąka, i oś ziemi zakreśla stożek (rys. 143); ruch osi ziemskiej odbywa się bardzo wolno: jeden taki obrót całkowity trwa około 26000 lat. Oś ziemska zatem podczas ruchu ziemi dokoła słońca nie przesuwa się równolegle względem siebie; po całkowitym obiegu dokoła słońca nie zajmuje ściśle tego samego kierunku, jaki miała, wychodząc z tego położenia przed rokiem. Skutkiem tego oś ziemska kierunkiem swym nie wskazuje wciąż tych samych punktów między gwiazdami, innemi słowy t. zw. bieguny świata są punktami zmienne-mi — dziś przypada biegun północny w pobliżu jednej z gwiazd, należących do konstelacji Małej Niedźwiedzicy; gwiazda ta nazywa się z tego powodu gwiazdą polarną lub biegunową; z biegiem czasu coraz to inne gwiazdy będą „polarnemi", podobnie jak niegdyś inne niemi były. Z drugiej strony, ponieważ za początek wiosny przyjmujemy dzień równonocy, gdy płaszczyzna, oddzielająca część ziemi, oświetloną przez słońce, od nieoświetlonej, przechodzi przez oś ziemską, początek wiosny przypadałby rok rocznie w tem samem położeniu ziemi na jej drodze dokoła słońca tylko w takim razie, gdyby oś ziemi zachowywała niezmiennie swój kierunek (tak się też podaje w elementarnych podręcznikach geografji); wobec objaśnionej przed chwilą nieustannej zmiany tego kierunku, rok rocznie wiosna rozpoczyna się cokolwiek wcześniej, niżby to było bez tej zmiany; — ten „punkt wiosenny" na drodze ziemskiej nie jest stały, a cofa się, posuwając się, że tak, powiemy, na spotkanie ziemi. Owo cofanie się punktu wiosennego, warunkując „wyprzedzanie" początku wiosny, nazywa się *„precesją"* (z łacińskiego); ruch osi ziemskiej, od której to zjawisko zależy, — *ruchem precesyjnym;* oczywiście, że i opisany wyżej ruch osi bąka, jako w zasadzie to samo zjawisko, nosi taką samą nazwę.

78. Moment bezwładności.

Mówiąc o ruchu postępowym ciał, traktujemy ich masy jako ilościowy wyraz bezwładności. Nadając ciału pewną prędkość, wykonywamy pracę, która, jak widzieliśmy, zależy od masy ciała i od tej nadawanej prędkości, mierzy się bowiem połową iloczynu z masy przez kwadrat prędkości $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$; o ile zatem dwu różnym ciałom nadajemy jednakowe prędkości, względna wartość pracy wykonanej, określa się w zupełności wartością ich mas.

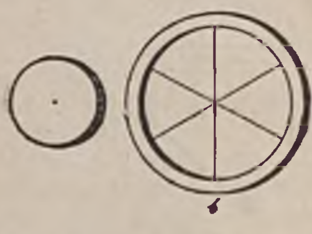


Rys. 144.

Inaczej rzecz się przedstawia, jeżeli rozważać będziemy ruch obrotowy. Użyjmy przyrządu, wyobrażonego na rys. 144, a pozwalającego przy pomocy sznura, którego koniec, odpowiednio obciążamy, wprawiać w ruch obrotowy osadzony na osi OO_1 pręt z dającemi się na nim przesuwać kulami m_1 i m_2; dla uproszczenia załóżmy, iż $m_1 = m_2$. Zamocujmy te kule w pewnej odległości r z obu stron osi i zanotujmy sobie zapomocą skali i metronomu, jakim ruchem odbywa się spadanie obciążonej szalki S; następnie nawińmy znów sznur na koło A, doprowadzając szalkę S do pierwotnego położenia na skali i po umocowaniu kul m_1 i m_2 w odległości większej R od osi obrotu dajmy znów szalce opadać, wprawiając przez to pręt z kulami w ruch obrotowy. Spostrzeżemy, że opadanie szalki odbywa się teraz wolniej; na to zaś, by ruch szalki był taki jak uprzednio, należałoby ją jeszcze dodatkowo obciążyć, t. j. użyć do wytworzenia tego ruchu większej siły. Na co to wskazuje? Masa całej tej ruchomej części przyrządu w jednym i drugim razie pozostaje ta sama, zmienia się tylko rozmieszczenie tej masy względem osi obrotu (kule m_1 i m_2 są w drugim przypadku dalej od osi); gdyby więc chodziło o nadanie tej części przyrządu ruchu postępowego, bezwładność jej wyraziłaby się jednakowo w obu razach. Tu zaś jest inaczej — oto w tym drugim razie nadanie tego samego ruchu wymaga większej siły, a więc i większej pracy. Bezwładność zatem ciała objawia się inaczej w ruchu obrotowym, niż w postępowym; w postępowym określa ją w zupełności masa, w obrotowym nie tylko masa, lecz i rozmieszczenie tej masy względem osi obrotu.

W rozpatrzonym przykładzie bezwładność naszego układu w tym drugim razie jest większa. Powiemy wprawdzie, iż masa jego pozostała taka sama, jak w pierwszym, ale większym stał się jego „*moment bezwładności*" względem danej osi. Wprowadzamy więc termin „*moment bezwładności*" dla ilościowego oznaczenia bezwładności w ruchu obrotowym, tak jak termin „*masa*" wprowadziliśmy dla ilościowego oznaczenia bezwładności w ruchu postępowym.

Gdy mamy osadzone na osi dające się poruszać z jednakowo małem tarciem dwa koła o równych masach, ale o niejednakowych wymiarach, np. jedno koło o niewielkim promieniu, jednolite, grube, drugie zaś o wielkim promieniu niejednolite (ze szprychami) (rys. 145), przekonać się łatwo można, wprawiając ręką te koła w ruch obrotowy, iż wprawienie obu ich w jednakowy ruch obrotowy wymaga niejednakowej pracy—łatwiej jest, że tak powiemy, wprawić w ruch koło o mniejszym promieniu, łatwiej też je zatrzymać, gdy oba wirują z jednakową prędkością (kątową). Bezwładność tego koła większego jest większa, jakkolwiek masa jego jest taka sama, jak masa koła małego. Powiemy, że moment bezwładności tego większego koła jest większy; mamy tu inne rozmieszczenie masy względem osi — masa ta jest dalej od osi położona.



Rys. 145.

Każdemu niemal z czytelników znana jest zabawa dzieci, gdy jedno czepia się bramy lub furtki, zawieszonej na zawiasach, a drugie popycha bramę i robi w ten sposób „karuzelę"; to dziecko, które „jedzie", usiłuje zawsze ze zrozumiałych powodów ulokować się jak najdalej od osi obrotu bramy; czy położenie to jest obojętne dla dziecka, które wykonywa pracę popychania?

Z tem nowem pojęciem momentu bezwładności zapoznamy się ściślej przy pomocy następującego rozumowania. Każde ciało możemy zawsze w myśli podzielić na części i uważać je jako sumę tych części. Taki sposób traktowania rzeczy bywa bardzo pożyteczny — przykład tego mieliśmy, mówiąc o środku ciężkości. Wystawmy sobie, iż pewne ciało porusza się ruchem postępowym — wszystkie zatem części, na które możemy sobie w myśli ciało podzielić, poruszają się z jednakową prędkością. Przypuśćmy, iż masy tych poszczególnych części ciała, które zakładamy dowolnie małemi, są m_1, m_2, m_3 i t. d., zaś wspólna tym wszystkim częściom prędkość v. Wówczas energja kinetyczna tych poszczególnych części jest

$$\frac{m_1 v^2}{2}, \frac{m_2 v^2}{2}, \frac{m_3 v^2}{2} \text{ i t. d.},$$

całkowita zaś energja ciała równa się sumie tych wartości t. j.

$$K_p = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2} + \frac{m_3 v^2}{2} + \ldots = \frac{(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots) v^2}{2} = \frac{M v^2}{2} . \quad (1)$$

gdzie

$$M = m_1 + m_2 + m_3 \ldots . = \Sigma m$$

jest masą całego ciała.

Przypuśćmy teraz, iż ciało to wiruje z prędkością kątową i dokoła tak czy inaczej położonej osi. Każda z tych małych cząsteczek, na które pomyśleliśmy, że ciało jest podzielone, znajduje się w pewnej odległości od tej osi; niech te odległości będą odpowiednio r_1, r_2, $r_3 \ldots$ Prędkości linjowe mas m_1, m_2, m_3 będą zatem zgodnie z ust. 73 $v_1 = i r_1$, $v_2 = i r_2$, $v_3 = i r_3 \ldots$, a więc ich energja kinetyczna odpowiednio

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 r_1^2 i^2}{2}, \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_2 r_2^2 i^2}{2}, \frac{m_3 v_3^2}{2} = \frac{m_3 r_3^2 i^2}{2} \text{ i t. d.},$$

zaś energja kinetyczna całego ciała wirującego:

$$K_w = \frac{m_1 r_1^2 i^2}{2} + \frac{m_2 r_2^2 i^2}{2} + \frac{m_3 r_3^2 i^2}{2} + \ldots =$$

$$= \frac{(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots) i^2}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2$$

lub też, o ile oznaczymy sumę iloczynów każdej z tych poszczególnych mas przez kwadrat jej odległości od osi przez I, t. j. jeżeli napiszemy

$$m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 \ldots = \Sigma m r^2 = I \quad , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

będziemy mieli $$K_w = \frac{Ii^2}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Porównywając otrzymane dwa wzory (1) i (4)

$$K_p = \frac{Mv^2}{2} \text{ i } K_w = \frac{Ii^2}{2}$$

widzimy, iż energja kinetyczna ciała przy jego ruchu postępowym i obrotowym przedstawia się zapomocą ściśle sobie odpowiadających wzorów. W jednym i drugim razie mamy połowy iloczynów dwu wielkości; jednym z czynników jest w obu razach kwadrat prędkości — przy ruchu postępowym prędkości linjowej, przy ruchu obrotowym prędkości kątowej. Drugim czynnikiem dla ruchu postępowego jest masa M, t. j. ilościowy wyraz bezwładności tego ciała przy jego ruchu postępowym; jasne jest, że odpowiednio drugi czynnik dla ruchu obrotowego jest również ilościowym wyrazem bezwładności ciała przy jego ruchu obrotowym. Ta wielkość I stanowi właśnie to, cośmy nazwali *momentem bezwładności*.

Jak widzimy tedy, moment bezwładności ciała względem danej osi przedstawia się jako *suma iloczynów z mas poszczególnych cząstek ciała przez kwadraty odległości tych cząstek od osi obrotu.*

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots = \Sigma m r^2$$

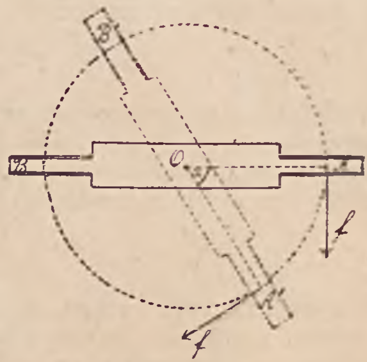
Jeżeli, nie zmieniając wartości mas, składających się na pewne ciało, zmieniamy tylko ich odległości od osi, jak w rozpatrzonym na przyrządzie (rys. 144) przykładzie, zmieniamy przez to moment bezwładności — większym odległościom od osi odpowiada przytem większa wartość momentu bezwładności, cośmy już tam zaznaczyli.

Jak zobaczymy później, zapoznając się z budową motorów cieplnych, tłoki tych machin nie poruszają się jednostajnie, lecz „skokami"; machina, poruszana takim motorem, działałaby również niejednostajnie, lecz skokami, gdyby nie było odpowiedniego urządzenia, możliwie regulującego i ujednostajniającego ruch motoru. Takiem urządzeniem jest t. zw. *koło rozpędowe*; koło to, jako ciało o wielkim momencie bezwładności, stawia znaczny opór wszelkim zmianom ruchu, nie poddaje się więc zakłócającemu działaniu skoków tłoka. Zrozumiałe jest, dlaczego kołom rozpędowym nadają wielkie rozmiary — przy większym promieniu koła można użyć mniejszej masy dla otrzymania tego samego momentu bezwładności (masa rozmieszcza się w tym razie dalej od osi), ten sam zatem rezultat daje się otrzymać tańszym kosztem (mniej się zużywa materjału na budowę koła).

Do wszystkiego, co tu było powiedziane, dodajmy jeszcze, iż moment bezwładności ciał względem różnych osi daje się wyznaczyć albo rachunkiem, albo drogą doświadczalną; bliższych wszakże szczegółów o tem podawać tu nie będziemy (p. zadania).

79. Moment siły.

Wystawmy sobie w spoczynku ciało sztywne, które może być wprawione w ruch obrotowy dokoła osi O, np. belkę, osadzoną na osi, przechodzącej przez środek ciężkości (rys. 146). Przypuśćmy, iż siła f (np. siła naszych mięśni, działająca na odpowiednią rękojeść) nadaje ten ruch, przytem miejsce jej działania zakreśla drogę kołową, zaś kierunek siły pozostaje cały czas styczny do tej drogi, a zarazem prostopadły do promienia OA, będącego jednocześnie odległością osi obrotu od prostej, wyznaczającej kierunek siły. W ust. 70 nazwaliśmy tę odległość *ramieniem siły*.



Rys. 146.

Podczas obrotu ciała o kąt α siła f wykona pracę

$$f \,.\, r \,.\, \alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

$r\alpha$ bowiem jest drogą, którą przebywa miejsce działania siły w kierunku tego działania. Ciało pod działaniem tej stałej co do wielkości siły porusza się ruchem obrotowym jednostajnie przyśpieszonym (dla uproszczenia, jak zwykle, pomijamy tarcie) i w chwili ukończenia danego obrotu, t. j. po przebyciu drogi kątowej α, posiada pewną prędkość kątową i (w momencie $t = 0$ zakładamy $i_0 = 0$. Energja kinetyczna ciała w tym końcowym momencie jest zatem

$$I\frac{i^2}{2}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

gdzie I jest momentem bezwładności ciała względem danej osi. Energję tę nabyło ciało kosztem pracy, dokonanej przez siłę f; mamy więc prawo uważać wyrażenia (1) i (2) za równe:

$$f \,.\, r \,.\, \alpha = I\frac{i^2}{2}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

lecz zgodnie z ust. 75

$$i = jt,$$

gdzie j oznacza przyśpieszenie kątowe,

oraz droga kątowa $= \alpha = j\,\frac{t^2}{2}$;

Podstawiając te wartości do (3), otrzymamy

$$f \,.\, r \,.\, j\frac{t^2}{2} = \frac{Ij^2t^2}{2},$$

a po skróceniu

$$f \cdot r = Ij \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Jeżeli teraz iloczyn fr, t. j. iloczyn z siły przez jej ramię, nazwiemy *momentem siły względem danej osi* (wzmiankowaliśmy już o tem w ust. 70) i oznaczymy ten moment przez F, t. j. przyjmiemy

$$F = f \cdot r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

będziemy mieli ostatecznie

$$F = Ij \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Wzór ten jest bardzo ważny, wskazuje bowiem, jakiego działania potrzeba dla nadania ciału określonego przyśpieszenia kątowego przy danej wartości momentu bezwładności tego ciała. Porównajmy ten wzór z zasadniczym wzorem na siłę (ust. 47).

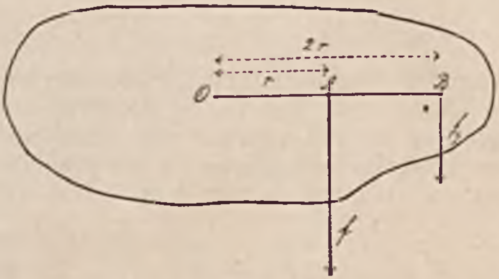
$$f = mw$$

Ten ostatni wzór mówi, że dla nadania masie m (jest ona ilościowym wyrazem bezwładności przy ruchu postępowym) przyśpieszenia linjowego w potrzeba siły f, równej iloczynowi mw. Zupełnie podobnie wzór (6) mówi, iż dla nadania ciału o momencie bezwładności I względem danej osi (jest on wyrazem ilościowym bezwładności przy ruchu obrotowym) przyśpieszenia kątowego j, potrzeba momentu F, równego iloczynowi Ij. Porównywając te dwa wzory zasadnicze, jeden dla ruchu postępowego, drugi dla obrotowego, widzimy iż w miejscu, gdzie w jednym mamy przyśpieszenie linjowe w, w drugim występuje przyśpieszenie kątowe j; w miejscu, gdzie w jednym występuje masa m, w drugim mamy moment bezwładności I—obie te wielkości wyrażają ilościowo bezwładność: pierwsza w ruchu postępowym, druga w ruchu obrotowym; wreszcie jak widzimy, ta rola, która w ruchu postępowym przypada sile f, w ruchu obrotowym przypada momentowi siły $F = fr$.

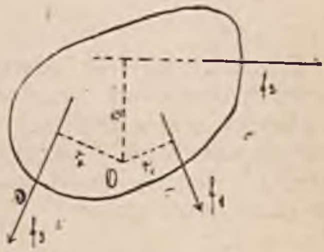
Ponieważ moment siły jest iloczynem dwu wielkości, przeto jedną i tę samą wartość momentu otrzymać możemy, używając różnych sił o różnych odpowiednio ramionach (np. zmniejszając siłę dwukrotnie, a jednocześnie biorąc jej ramię dwa razy większe — na rys. 147 siła $\frac{f}{2}$ zamiast f); oznacza to, iż ten sam wynik w ruchu obrotowym osiągnąć możemy przy pomocy różnych sił, byleby tylko momenty tych sił były jednakowe.

Po tem, co było powiedziane w ust. 76 o prędkości kątowej jako wektorze, czytelnik zrozumie, że i moment siły przedstawić możemy przy pomocy odpowiedniej długości odcinka, skierowanego według osi, dokoła której siła warunkuje obrót, przytem mającego ten lub ów zwrot, zależnie od tego, jakim jest zwrot obrotu. Innemi słowy moment siły jest wektorem. Trzymając się tej samej umowy, jaką przyjęliśmy w ust. 76, moment siły f względem osi O na rys. 147 uważać będziemy jako wektor, przechodzący przez O prostopadle do płaszczyzny rysunku i zwrócony od czytelnika ku przeciwległej stronie płaszczyzny rysunku.

Gdy na ciało sztywne, mogące się obracać dokoła osi, działa naraz kilka sił (rys. 148), praca tych sił sumuje się. Przypuśćmy np., że na ciało dane, dające się obracać dokoła osi O, działają siły f_1, f_2 i f_3, których ramiona są odpowiednio r_1, r_2, r_3.



Rys. 147.



Rys. 148.

Gdyby działała tylko siła f_1, nadawałaby ona ciału pewne przyśpieszenie kątowe j_1; mielibyśmy

$$F_1 = f_1 r_1 = I j_1 \quad \dots\dots\dots\dots (1)$$

Odpowiednio napiszemy

$$\left.\begin{aligned} F_2 &= f_2 r_2 = I j_2 \quad \dots\dots\dots \\ F_3 &= f_3 r_3 = I j_3 \quad \dots\dots\dots \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

gdzie j_2 i j_3 oznaczają przyśpieszenia kątowe, które oddzielnie nadawałyby ciału siły f_2 i f_3; I oznacza, oczywiście, moment bezwładności ciała względem danej osi. Gdy mamy działanie tych trzech sił naraz, otrzymujemy przyśpieszenie wypadkowe trzech przyśpieszeń; wektory tych przyśpieszeń podobnie do tego, co powiedzieliśmy o prędkości kątowej (ust. 76), mają kierunek osi obrotu, natomiast zwroty ich są różne — jeżeli j_1 i j_2 uważamy za dodatnie, j_3 jest ujemne. Wypadkowe tych trzech przyspieszeń, mających jednakowy kierunek, jest ich sumą algebraiczną:

$$j = j_1 + j_2 - j_3 \quad \dots\dots\dots\dots (3)$$

Oznaczając przez F moment siły, nadającej ciału przyśpieszenie j, napiszemy

$$F = I j, \quad \dots\dots\dots\dots (4)$$

podstawiając zaś na j jego wartość, otrzymamy, uwzględniając (1) i (2)

$$F = l(j_1 + j_2 - j_3) = F_1 + F_2 - F_3 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Wzór (5) wyraża, iż momenty sił, mające jednakowe kierunki, dodają się algebraicznie.

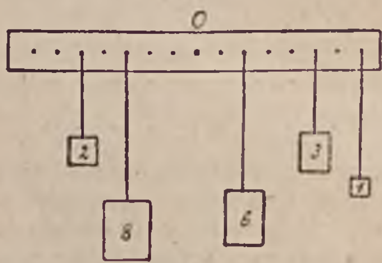
Jeżeli suma ta równa się zeru, siły się równoważą. Wypadek ten właśnie rozpatrywaliśmy dla dwu sił, działających na dźwignię (ust. 70). Wzór (5) możemy uogólnić na dowolną liczbę momentów sił:

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_n \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

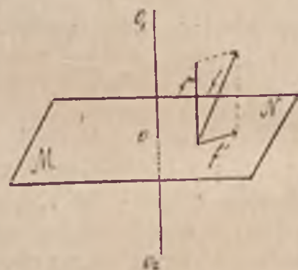
Warunkiem więc równowagi sił, wprawiających ciało sztywne w ruch obrotowy względem danej osi, jest to, by moment wypadkowy wszystkich sił względem tej osi, równał się zeru (momenty składowe bierzemy ze znakami jednakowemi lub przeciwnemi, zależnie od tego, czy siły warunkują obrót w jedną, czy w przeciwne strony).

$$F = F_1 + F_2 + \ldots + F_n = O \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

P r z y k ł a d: Na dźwigni, osadzonej na osi, przechodzącej przez środek ciężkości O, zawieszone są ciała, których ciężary wyrażone są odpowiedniemi liczbami (rys. 149). Suma momentów wszystkich sił względem osi O będzie liczbowo: $1.7 + 3.5 + 6.2 - 8.3 - 2.5 = 0$ (jeżeli momenty sił 1, 3 i 6 będziemy uważali za



Rys. 149.



Rys. 150.

dodatnie, zaś momenty sił 8 i 2 za ujemne) czyli pod działaniem ciężarów tych ciał dźwignia pozostanie w równowadze.

U w a g a: Wyprowadzając zasadniczy wzór $F = lj$, założyliśmy, iż kierunek tej siły f leży w płaszczyźnie, prostopadłej do osi obrotu; gdyby tak nie było, możemy rozłożyć tę siłę na dwie składowe; jedną f', leżącą w tej płaszczyźnie, drugą f'', równoległą do osi (rys. 150). Ta druga składowa oczywiście żadnego obrotu dokonać nie może, pozostanie tylko rozważyć działanie pierwszej składowej. W przypadku więc jakkolwiek skierowanej siły momentem jej względem danej osi nazywać będziemy moment względem tejże osi rzutu prostopadłego siły na płaszczyznę, prostopadłą do osi.

80. Para sił.

Działanie siły na ciało sztywne, mogące się obracać dokoła pewnej osi, zależy, jak widzieliśmy, od wartości momentu tej siły względem osi. Gdy ciało może się obracać dokoła kilku osi, działanie danej siły w danem miejscu względem tych różnych sił byłoby różne. Inny np. byłby wynik działania siły f, gdyby ciało się miało obracać dokoła osi O_1 (rys. 151), inny zaś dla osi O_2 (moment siły w tym drugim razie jest inny i moment bezwładności ciała wzgęldem tej osi O_2 jest inny, niż względem osi O_1). Gdyby oś obrotu (O_3) leżała na linji działania siły, wówczas moment siły byłby równy zeru (ramię siły = 0).

Rys. 151.

W ust. 56 poznaliśmy pewien szczególny przypadek działania na ciało sztywne dwu sił równych i równoległych, lecz skierowanych w strony przeciwne. Widzieliśmy, że taka t. zw. *para sił* nie daje się zastąpić przez jedną wypadkową, nie może więc powodować ruchu postępowego ciała, a tylko obrotowy.

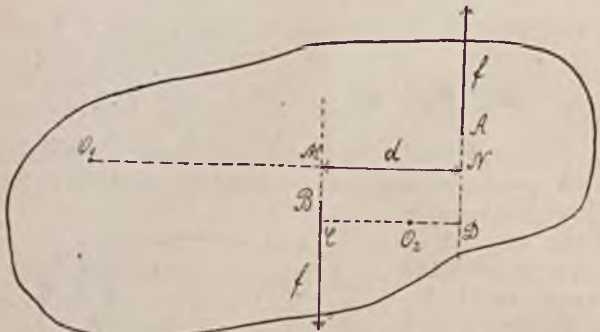
Posługując się pojęciem momentu, możemy poznać ciekawe własności pary sił. Przypuśćmy, iż w punktach A i B ciała sztywnego działają dwie siły, stanowiące parę (rys. 152). Pomyślmy przechodzącą przez O_1 oś, prostopadłą do płaszczyzny rysunku, i znajdźmy moment wypadkowy sił, tworzących parę, względem tej osi. Uwzględniając, że momenty danych dwu sił brać należy ze znakami przeciwnemi, otrzymamy

$$F = f.O_1N - f.O_1M = f(O_1N - O_1M) = f.d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Pomyślny inną oś, przechodzącą przez O_2, i znajdźmy znów moment sił, tworzących parę, względem tej osi; w tym razie oba momenty brać należy ze znakami jednakowemi, gdyż obie siły warunkują obrót względem tej osi w jedną stronę. Mamy więc

$$F = f.CO_2 + f.DO_2 = f(CO_2 + O_2D) = f.d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Otrzymujemy ten sam wynik i, gdziekolwiekbyśmy sobie pomyśleli oś, względem której obliczać będziemy momenty sił danej pary, otrzymamy zawsze, iż moment wypadkowy będzie ten sam, *równy iloczynowi z wartości jednej z sił pary przez t. zw. ramię pary*, t. j. przez *odległość między prostemi, wyznaczającemi kierunek sił, tworzących parę.* Ten iloczyn zatem jest dla danej pary charakterystyczny bez względu na położenie osi, względem której obliczamy moment pary — iloczynowi temu nadajemy miano *momentu pary.*



Rys. 152.

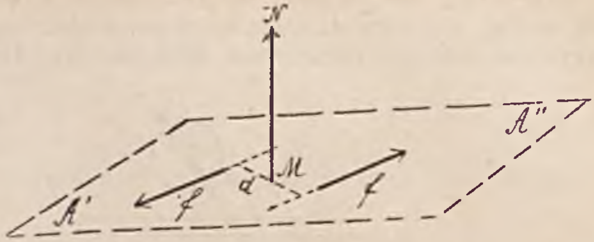
Z tego wynika, iż, jakkolwiekbyśmy przenosili siły, tworzące parę, zmieniając miejsca ich działań, byleby płaszczyzna działania pary sił przesuwała się względem siebie równolegle, działanie tej pary pozostanie bez zmiany.

Druga ciekawa własność pary sił wiąże się z tem, iż moment pary jest iloczynem dwu czynników: siły i ramienia pary — możemy te czynniki zmieniać, nie zmieniając iloczynu (np. zwiększając wartość siły dwukrotnie oraz zmniejszając jednocześnie dwukrotnie ramię pary); moment, a przeto i działanie pary pozostanie przytem takie samo. Oznacza to, iż działanie danej pary sił zastąpić można przez działanie innej pary o tym samym momencie, byle ta nowa para działała w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny pierwszej pary.

Z powiedzianego wynika także, iż działanie jednej pary może być zniesione tylko działaniem innej pary o tym samym momencie; lecz o kierunkach sił wręcz odwrotnych, tak, by ta druga para warunkowała obrót w stronę wręcz przeciwną obrotowi, nadawanemu przez pierwszą.

Jeżeli natomiast mamy działanie kilku par, leżących w płaszczyznach równoległych, to działanie wypadkowe otrzymamy, znajdując moment wypadkowy przez sumowanie algebraiczne momentów składowych. Zatem działanie kilku par, leżących w płaszczyznach równoległych, daje się zastąpić przez działanie jednej pary o momencie, równym sumie algebraicznej momentów par danych.

I jeszcze słówko o momencie pary jako wektorze. Niech $A'A''$ (rys. 153) przedstawia płaszczyznę, w której leżą siły, tworzące parę; odmierzmy na prostopadłej do tej płaszczyzny odcinek, proporcjonalny do iloczynu fd, w stronę, w którą patrząc widzielibyśmy obrót, dokonywany przez parę w kierunku wskazówek zegara, (kierunek ruchu śruby t. zw. prawokrętnej). Odcinek MN przedstawia wykreślnie moment danej pary; prostą, na której odcinek

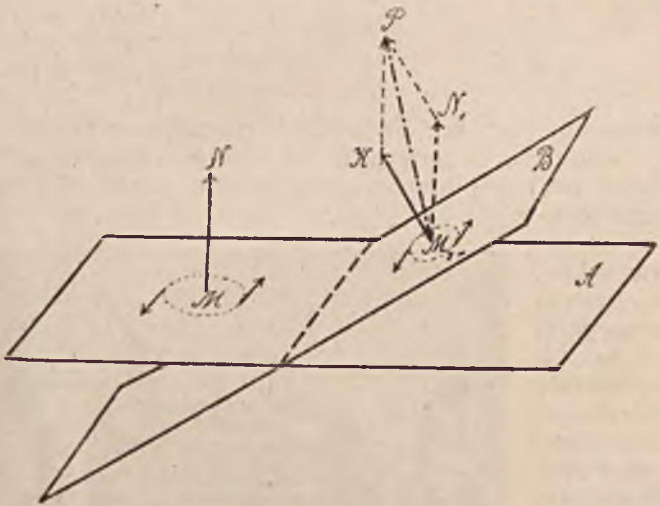


Rys. 153.

ten odmierzamy, poprowadzić możemy przez którykolwlek punkt płaszczyzny $A'A''$, byle tylko prostopadle do niej — wszak parę można przenieść równolegle do siebie samej bez żadnej zmiany jej działania, przeto i odcinek MN, wyobrażający moment pary, przenosić można równolegle do niego samego.

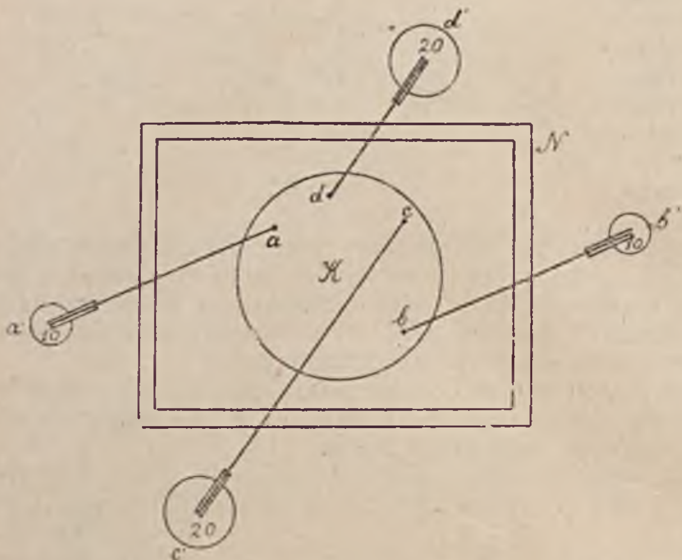
Wprowadzając ten sposób traktowania rzeczy, upraszczamy ogromnie sprawę dodawania par, działających w płaszczyznach, położonych jakkolwiek względem siebie.

Przypuśćmy np., iż dwie pary działają na ciało sztywne w płaszczyznach A i B, tworzących ze sobą dowolny kąt (rys. 154); MN przedstawia moment pierwszej pary, M_1K — moment drugiej. Wektor MN możemy przenieść równolegle, co uczynić mamy prawo, tak, by punkty początkowe M i M_1 obu wektorów zlały się w jeden. Teraz zostają zastąpione dwa te wektory M_1N_1 i M_1K przez wypadkowy M_1P. Zatem dwie dane pary dają się zastąpić przez działanie jednej pary o momencie, proporcjonalnym do długości odcinka M_1P działającej w płaszczyźnie prostopadłej do tego odcinka, przyczem siły tej pary wypadkowej muszą być tak skierowane, by patrzącemu w kierunku od M_1 do P wydawało się, iż siły pary dokonywają obrotu w kierunku wskazówki zegara.



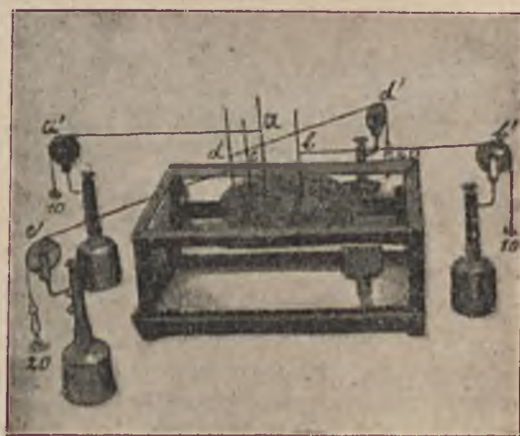
Rys. 154.

Tak samo oczywiście dodać można kilka par w przypadku, gdy wszystkie pary działające leżą w płaszczyznach równoległych, wszystkie wektory momentów tych par są równoległe i zwrócone albo w jedną, albo w dwie wręcz przeciwne strony — dodawanie geometryczne sprowadza się do algebraicznego, cośmy już wyżej mieli.



Rys. 155.

Na rys. 155 przedstawiony jest schematycznie, zaś na rys. 156 w naturze bardzo prosty przyrząd, pozwalający zapoznać się z ciekawemi własnościami pary sił. Na wodzie spoczywa płyta korkowa, do której wbite są w pewnych od siebie odległościach długie igły; do igieł przyczepione są przerzucone przez bloczki nitki, których drugie końce odpowiednio obciążamy. Z rysunków widać odrazu, jak się tu tworzą pary sił. Biorąc jedną parę, np. siły, działające na *a* i *b*, możemy z łatwością się przekonać, że działanie pary jest li tylko obracające, i że nie sposób jest zrównoważyć działania tej pary przez jedną tylko siłę, działającą w którymkolwiek punkcie układu. Natomiast można zrównoważyć to działanie przez drugą parę, obracającą układ w przeciwną stronę i mającą ten sam moment;



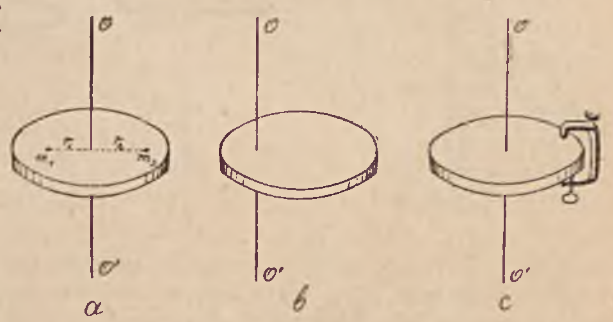
Rys. 156.

tu np., ponieważ siły jednej pary są dwa razy większe od sił drugiej pary, ramię tej drugiej pary (t. j. odległość między prostemi, wyznaczającemi kierunki sił, jest dwa razy większe od ramienia pierwszej.

81. Swobodne i nieswobodne osie obrotu. Osie stałe i niestałe.

W ust. 50 wyjaśniliśmy, iż ciało może zakreślać drogę kołową i wogóle krzywą tylko pod działaniem siły dośrodkowej. Gdy obracamy dokoła ręki kamień, uwiązany na sznurze, siły dośrodkowej dostarcza napięcie sznura; w ruchu planety dokoła słońca, księżyca dokoła ziemi, siłę dośrodkową mamy w działaniu grawitacyjnem i t. d.

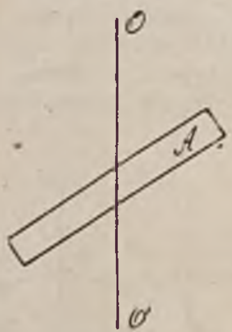
Każdemu działaniu towarzyszy zawsze równe i wręcz przeciwne przeciwdziałanie; to też napięcie sznura stanowi w stosunku do kamienia, zakreślającego koło, siłę dośrodkową, ale działa też i na rękę w kierunku przeciwnym t. j. od środka — ręka zatem podlega działaniu siły *odśrodkowej*. Podobnie przyciąganie grawitacyjne między planetą a słońcem, księżycem a ziemią dostarcza siły dośrodkowej, działającej na planetę, ale jednocześnie i siły odśrodkowej, działającej na słońce; dośrodkowej na księżyc, zaś odśrodkowej na ziemię i t. d.



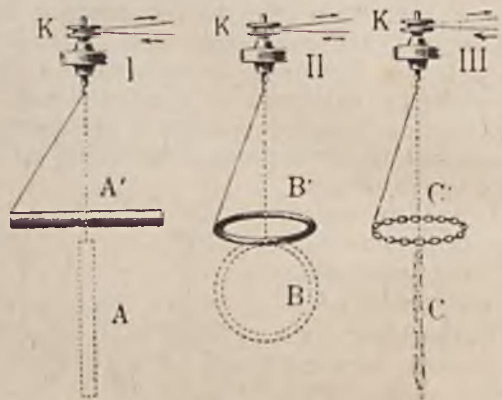
Rys. 157.

Przypuśćmy, że dokoła osi symetrji wiruje walec (rys. 157*a*), mający znaczny promień w stosunku do wysokości. Na którąkolwiek cząsteczkę m_1 walca działa siła dośrodkowa, która w danym razie jest pochodzenia tego samego co w sznurze, na którym obraca się dokoła ręki uwiązany kamień; lecz tak samo, jak tam na rękę, tak tu na oś działa siła odśrodkowa tejże wielkości. Takich sił dośrodkowych, działających na poszczególne cząstki walca jest tyle, ile tych cząstek, i nie probujemy liczby ich podawać; każdej z tych sił dośrodkowych towarzyszy równa odśrodkowa, działająca na oś. Niezliczona ta liczba sił odśrodkowych, działających na oś, jest jednak rozmieszczona tak symetrycznie względem osi, że wypadkowa ich wszystkich równa się, oczywiście, zeru. Niech jednak symetrji tej nie będzie, niech osią obrotu nie będzie oś symetrji, a inna, do tej ostatniej równoległa (157*b*), albo niech do walca będzie przytwierdzone z jednej strony dodatkowe obciążenie (rys. 157*c*), co usunie symetrję, a wypadkowa tych wszystkich sił odsrodkowych. działających na oś nie będzie już równa zeru — oś będzie podlegała przeważającemu działaniu jednostronnemu, usiłującemu zruszyć ją z miejsca. W rezultacie, o ile w pierwszym razie oś nie będzie wywierała bocznego ciśnienia na łożyska, w których jest osadzona, w drugim — przeciwnie — będzie je wywierała. W pierwszym przypadku nazwiemy ją *osią swobodną*— łożyska nie wpływają na utrzymanie tej osi w jej położeniu, w drugim oś jest *nieswobodna*—łożysko ulega ciśnieniu ze strony osi, ze swej zaś strony ciśnie na oś, utrzymując ją w tem położeniu, z którego ona zdradza, że tak powiemy, chęć wyrwania się.

Osądźmy np. na wirownicy metalową płytę kołową, by wirowała tak, jak to wskazuje rys. 157*a*; wirowanie będzie się odbywało gładko bez wszelkich wstrząśnień przyrządu. Przytwierdźmy



Rys. 158.



Rys. 159.

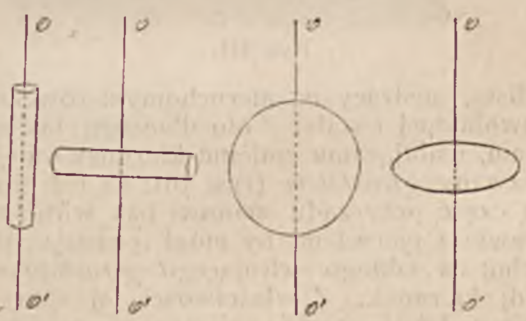
do płyty z jednej strony kawałek metalu (rys. 157*c*) i sprobujmy znowu wprawić ją w ruch obrotowy; uwagę naszą zwróci drżenie całego przyrządu i stołu, na którym on stoi—w ten sposób uwidoczni się to ciśnienie na oś nieswobodną. Wystarczy jednak przymocowanie symetrycznie z przeciwnej stony płyty takiego samego kawałka metalu, by całe te niepokojące drżenie znikło. We wszystkich przyrządach i machinach, gdzie są części wirujące, muszą one wirować dokoła osi swobodnych — inaczej będą się wyrywały z łożysk, grożąc nieraz katastrofą.

Jest rzeczą zrozumiałą wobec powyższego, iż osią swobodną może być jedynie taka, która przechodzi przez środek masy bryły; nie każda wszakże oś, przechodząca przez środek masy, jest swobodna — trzeba jeszcze, by wszystkie działające na nią siły dawały wypadkową równą zeru; oś taka jak na rys. 158 swobodną nie jest (proponujemy czytelnikowi dowieść, że oś podlega tu działaniu pary sił).

Zróbmy następujące ciekawe doświadczenie. Wprawmy w ruch przy pomocy wirownicy zawieszony na sznurku pręt. Zauważymy natychmiast, iż pręt zaczyna się kołysać, najpierw słabo, potem coraz mocniej, wreszcie przyjmuje położenie poziome i wiruje dalej już bez wszelkiego kołysania się tak, że pionowa oś obrotu przechodzi przez środek masy pręta, prostopadle do jego długości, a sznur, na którym pręt jest uwiązany, zakreśla powierzchnię stożkową (rys. 159 *A*).

Podobnie, gdy wprawimy w ruch przy pomocy tegoż przyrządu pierścień lub krążek, zawieszony na sznurze (rys. 159 *B*), i on zacznie się kołysać, przechyli się wreszcie i stanie poziomo, wirując dalej gładko bez wszelkiego kołysania się dokoła osi, przechodzącej prostopadle do jego powierzchni przez środek masy; sznur opisywać wtedy będzie powierzchnię stożkową.

Jak to sobie wytłumaczymy? Wszak osie, dokoła których zaczynają się i pręt i krążek wirować (rys. 160 *a* i *c*) są osiami swobodnemi, zarówno jak i te osie, dokoła których ustala się wirowanie (rys. 160 *b* i *d*). Jednakże jest oczywiste, iż moment bezwładności pręta względem osi poprzecznej (rys. 160*b*) jest większy, niż względem osi podłużnej (rys. 160*a*); podobnie moment bezwładności krążka względem osi, prostopadłej do powierzchni (rys. 160*d*), jest większy niż, względem osi równoległej do powierzchni (rys. 160*c*). Co więcej, widoczne jest, iż względem osi takich jak na rys. 160 *b* i *d* momenty bezwładności są największe dla obu danych brył, o ile mowa o osiach, przechodzących przez środek masy. Podczas więc, gdy osie takie jak na rys. 160 *a* i *c* są swobodne, ale zdradzają cechę *niestałości*, tamte osie (rys. 160 *b* i *d*), względem których moment bezwładności posiada wartość największą, są osiami *stałemi*: względem nich ruch obrotowy jest, że tak powiemy, najtrwalszy; ciało wirujące dokoła takiej osi, opiera się najskuteczniej wszelkim zakłócającym wpływom; bezwładność jego uwydatnia się tu najbardziej.



a b c d

Rys. 160.

Z osi swobodnych *stałą* jest ta, *względem której moment bezwładności ciała jest największy.*

Ciekawe jest jeszcze doświadczenie, podobne do powyższych, z łańcuszkiem. Gdy łańcuszek taki zawieszony na sznurze, wprawiamy w ruch obrotowy, najpierw rozciąga się on w pierścień, a następnie, jak wyżej pierścień sztywny, przyjmuje ostatecznie położenie poziome, w którem już dalej stale wiruje (rys. 159 *C*). Wytłumaczenie takiego zachowania się da już sobie sam czytelnik.

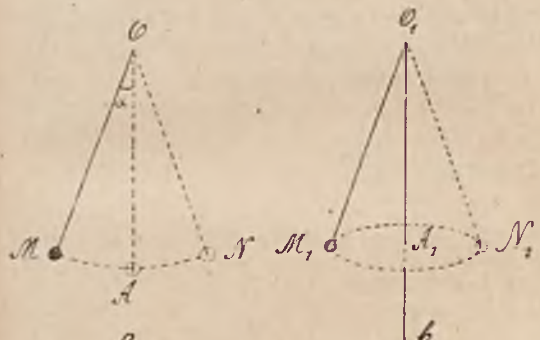

Rys. 161.

Koła roweru obracają się dokoła osi swobodnych i stałych—oto dlaczego cyklista, jadąc, może się schylić i podnieść cokolwiek z ziemi, nie wywracając się—koła wirujące opierają się usiłowaniu zmiany kierunku osi; niechby tego spróbował dokonać cyklista, siedzący na nieruchomym rowerze! Bąk wiruje dokoła osi swobodnej i stałej — oto dlaczego tak się opiera wszelkiemu działaniu, usiłującemu zmienić kierunek tej osi. Ciekawy jest przyrząd, zwany *girostatem* (rys. 161; są też inne typy girostatów); główną część przyrządu stanowi bąk wirujący, tak umieszczony w oprawie z pierścieni, by mógł posiadać jak największą swobodę ruchu; oś takiego wirującego *girostatu* zachowuje niezmiennie swój kierunek. Z właściwości tej skorzystał Foucault dla wykazania ruchu obrotowego ziemi — ponieważ oś danego girostatu zachowuje swój kierunek w przestrzeni, a wszystkie przedmioty poruszają się wraz z ziemią, przeto, jeżeli np. zanotujemy sobie względem przedmiotów, znajdujących się w tym samym co girostat pokoju, kierunek jego osi lub określone położenie jego oprawy, po pewnym czasie zauważymy zmianę tego kierunku wzgl. położenia (obserwować np. można przy pomocy lunety skalę, wyrytą na zewnętrznem kole oprawy). Otrzymamy w ten sposób jeden z fizycznych dowodów ruchu obrotowego ziemi. W doświadczeniu swem Foucault posługiwał się girostatem, nie osadzonym luźnie w obsadzie pionowej, jak na naszym rysunku, ale zawieszonym na cienkim drucie.

82. Wahadło proste.

Już w ust. 5 zawarliśmy krótką znajomość z wahadłem; poznaliśmy tam jego zasadniczą właściwość—*izochronizm* wahań. Musimy teraz znajomość tę rozszerzyć i pogłębić.

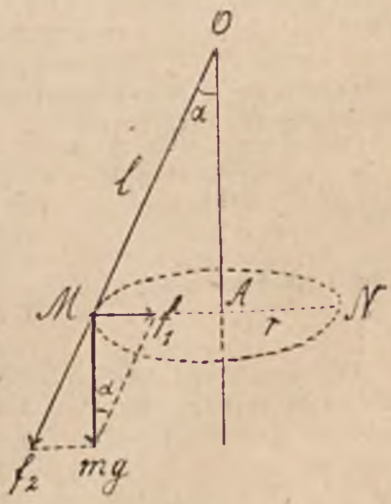
Weźmy najprostsze, jakie się daje zrobić, wahadło, złożone z kulki, zawieszonej na cienkiej ale mocnej nitce. Gdy po wychyleniu z położenia równowagi puścimy wahadło, będzie wykonywało wahania (rys. 162 *a*) o pewnym określonym czasie. Popchnijmy kuleczkę w chwili, gdy jest najbardziej oddalona od położenia równowagi, w kierunku prostopadłym do tej płaszczyzny, w której się waha; wtedy kuleczka zamiast uprzedniego łuku kołowego, przypadającego w tej płaszczyźnie, zacznie zakreślać zamkniętą krzywą kształtu elipsy; przy odpowiedniej wartości nadanej poprzecznie prędkości droga ta może stać się kołową. Przypadek ten przedstawia rys. 162 *b*. Doświadczenie uczy, nas że drgania te, czy się odbywają w jednej płaszczyźnie, czy też są eliptyczne lub kołowe, zachodzą zawsze dla danego wahadła w danem miejscu w tym samym czasie, byle obszerność drgań (miarą jej jest kąt α — największe odchylenie od położenia pionowego) była niewielka. *Okresem* wahań nazywamy zawsze czas, upływający od chwili wyjścia wahadła z pewnego położenia (np. z M na rys. 162*a* lub z M_1 na rys. 162*b*) do chwili powrotu jego do tegoż położenia: w przypadku, gdy wahania zachodzą w płaszczyźnie, okres trzeba liczyć od chwili wyjścia wahadła z danego położenia do chwili przejścia następnego przez to położenie z tą samą co do znaku prędkością. O ile mamy drgania eliptyczne lub kołowe, okres ten równa się czasowi jednego całkowitego obiegu kulki wahadła po jej zamkniętej drodze. *Czasem* wahań nazywamy połowę okresu.



drganie w jednej płaszczyźnie

drganie eliptyczne, względnie kołowe

Rys. 162.



Rys. 163.

Znajdźmy wartość okresu drgań wahadła, rozważając przypadek, gdy drgania są kołowe (rys. 163). Na kulkę wahadła, której masę oznaczamy przez m, działa siła ciężkości mg; rozłóżmy ją na siły f_1 i f_2; z tych f_2 działa w kierunku nitki, a więc jedynem jej działaniem jest rozciąganie tej nitki; f_1

zaś skierowana jest ku środkowi A zakreślanego przez kulkę koła. Przypuśćmy dla uproszczenia, iż nitka jest nierozciągliwa, a więc długość wahadła jest niezmienna. Druga składowa f_1, leży w płaszczyźnie drogi, zakreślanej przez kulkę, stanowi zatem siłę dośrodkową f_n, pod której działaniem kulka zakreśla drogę kołową ruchem jednostajnym; oczywiście przytem

$$f_n = f_1 = mg \, . \, \mathrm{tg}\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (1)$$

Oznaczmy przez r promień koła, zakreślanego przez kulkę; droga, zakreślona przez kulkę przy jednym całkowitym obiegu, jest $2\pi r$, a jeżeli oznaczymy przez T okres obiegu, prędkość linjowa kulki wynosi

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2)$$

Zgodnie z tem, co zostało powiedziane w ust. 46, przyśpieszenie dośrodkowe w danym razie jest

$$w_n = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (3)$$

a siła dośrodkowa

$$f_n = m w_n = \frac{m . 4\pi^2 r}{T^2} ,$$

lub, o ile zauważymy (z $\triangle\, OAM$ na rys. 163), iż $AM = r = l \sin\alpha$,

$$f_n = \frac{m 4\pi^2 l \sin\alpha}{T^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (4)$$

Mamy więc dwa wyrażenia na wartość siły dośrodkowej f_n (1) i (4). Przez porównanie (1) i (4) otrzymujemy

$$mg \, . \, \mathrm{tg}\alpha = \frac{m 4\pi^2 l}{T^2} \sin\alpha ,$$

a jeżeli kąt α jest bardzo mały, założyć możemy iż $\mathrm{tg}\alpha = \sin\alpha$. Po skróceniu otrzymamy

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (5)$$

skąd

$$T^2 = \frac{4\pi^2 l}{g},$$

albo ostatecznie

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6)$$

Otrzymaliśmy bardzo ważny wzór dla wahadła, wyrażający zależność między okresem drgań, długością wahadła, a przyśpieszeniem grawitacyjnem. Na czas wahania mamy zatem

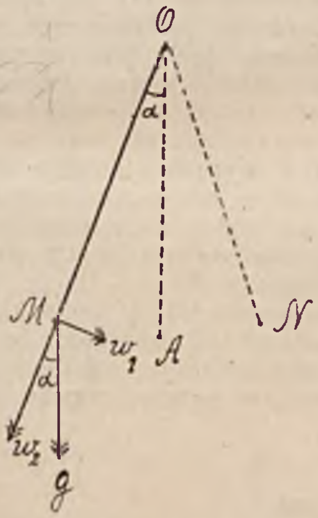
$$t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (7)$$

Prawda, wyprowadziliśmy ten wzór dla wahadła, wykonywającego drgania kołowe, ale jak wyjaśniliśmy, ten sam okres będzie miało wahadło, drgając eliptycznie lub też wykonywając drgania w jednej płaszczyźnie (przytem α zakładamy bardzo małe!).

A zatem w miejscu, gdzie g jest dane, okres drgań wahadła jest proporcjonalny względem pierwiastka kwadratowego z długości wahadła, t. j. wahadło 4 lub 9 razy dłuższe od innego ma okres wahań 2 lub 3 razy większy od okresu tamtego. Poza tem do wzoru tego nie wchodzi wcale m t. j. wartość okresu nie zależy wcale od masy kulki wahadła — czy zawiesimy kulkę drewnianą, czy metalową, czy większą czy mniejszą, przy danej długości wahadła okres będzie wciąż ten sam w tem miejscu. Zatem długość i tylko długość określa w danem miejscu okres wahań takiego wahadła.

Z drugiej strony, o ile zmierzymy tę długość, a zarazem wyznaczymy okres wahań, mamy możność otrzymania stąd wartości g — przyśpieszenia grawitacyjnego (wzór 5). W ten sposób, jak już wzmiankowaliśmy, wahadło jest zasadniczym przyrządem do mierzenia g.

Zastanówmy się jeszcze nad tem, jakim ruchem porusza się, wahadło, drgające w jednej płaszczyźnie (rys. 162 *a*). Oczywiście nie jest to ruch jednostajny; ale czy jest to ruch jednostajnie czy niejednostajnie zmienny?



Rys. 164.

Gdyby masa, którą zawieszamy na nici, spadała swobodnie, poruszałaby się z przyśpieszeniem g, jak każde ciało spadające. Nić wszakże nie pozwala na spadanie swobodne i zmusza tę masę do zakreślania łuku koła; prędkość linjowa tej masy w dowolnym momencie jest styczna do jej drogi kołowej. Żeby znaleźć, jakie przyśpieszenie styczne ma w tym momencie masa, należy przcśpieszenie g rozłożyć na dwie składowe w_1 w kierunku stycznej i w_2 w kierunku prostopadłym do stycznej (rys. 164). Nas interesuje tylko składowa w_1. Jeżeli w danym momencie wychylenie jest α, to oczywiście

$$w_1 = g \sin\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

lub, ponieważ zakładamy, iż wogóle wychylenia są małe

$$w_1 = g \cdot \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Wzory te wskazują, iż ruch wahadłowy odbywa się z niestałem przyśpieszeniem, t. j. ruch ten jest niejednostajnie zmienny, a charakterystyczną jego cechą jest to, że przyśpieszenie w tym ruchu jest *proporcjonalne do wychylenia z położenia pionowego* (wzór 9) *i skierowane jest zawsze w stronę położenia pionowego.*

Zwróćmy teraz uwagę na ważne ograniczenie, które zrobiliśmy, wyprowadzając zasadniczy wzór (6). Wzór ten nie zawiera obszerności drgań (kąta α) dlatego tylko, iż założyliśmy ten kąt α dostatecznie małym na to, by móc napisać $\operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha$. A zatem o tej niezależności okresu wahań od obszerności, o tej ważnej właściwości wahadła, zwanej *izochronizmem*, a stanowiącej podstawę stosowalności wahadła do mierzenia czasu, wtedy tylko możemy mówić, gdy ta obszerność wahań jest bardzo mała (praktycznie biorąc, zależy to od wymaganej w poszczególnych razach dokładności).

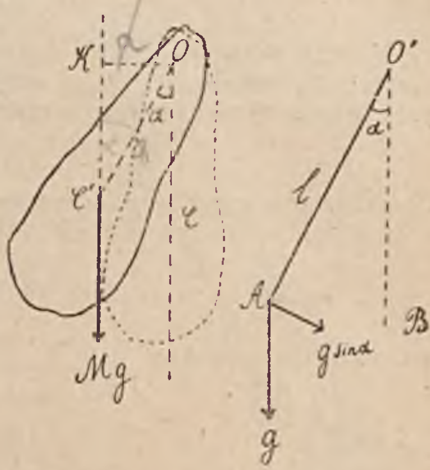
Następnie, założyliśmy, iż nitka jest nierozciągliwa, inaczej bowiem zmieniałaby się długość wahadła. Oczywiście takiej nitki w doświadczeniu nigdy mieć nie będziemy. Poza tem, co mamy rozumieć przez długość wahadła? czy długość nitki samej, czy raczej odległość od miejsca zawieszenia do środka kuli? Wreszcie traktowaliśmy siłę dośrodkową f_n tak, jakgdyby ona działała na środek kuli, a drogą kuli było koło, przez ten środek zakreślane. Gdybyśmy chcieli uwzględnić wymiary kuli, musielibyśmy pamiętać, iż różne punkty kuli zakreślają różnej wielkości koła, że zatem mamy tam ściśle mówiąc do czynienia z bardzo wielu różnemi siłami dośrodkowemi, działającemi na poszczególne cząstki kuli. W rozumowaniu tedy powyższem, pominęliśmy milczeniem wymiary kuli, zakładając je tak drobnemi, by istotnie można je było zaniedbać. I jeszcze jedno — nie braliśmy zupełnie pod uwagę małej wprawdzie, ale nierównej zeru masy nitki. Słowem wzór powyższy wyprowadziliśmy dla wahadła *idealnego* zwanego *wahadłem prostem* lub *matematycznem*, które stanowi t. zw. *punkt materjalny* na końcu nierozciągliwej nitki o masie równej zeru. Naturalnie, takie wahadło jest pewną fikcją matematyczną; uciekamy się wszakże do tej fikcji, by w możliwie prosty sposób wyciągnąć wniosek, dający się w każdym razie z dostatecznem przybliżeniem sprawdzić doświadczalnie; wahadło bowiem, z którem robiliśmy doświadczenie, stanowiące punkt wyjścia naszych rozumowań, imituje w pewnej mierze takie wahadło matematyczne.

83. Wahadło złożone.

Bryła sztywna dowolnego kształtu, zawieszona i mogąca się obracać na osi poziomej O, oraz mająca środek ciężkości w C poniżej punktów, przez które ta oś przechodzi (rys. 165), stanowi t. zw. *wahadło złożone*, albo *wahadło fizyczne.*

W położeniu równowagi środek ciężkości bryły leży w płaszczyźnie pionowej, poprowadzonej przez oś O. Wychylona z tego położenia i następnie puszczona, bryła wykonywa wahania; nazywamy takie wahadło fizycznem albo złożonem ze względu na to że możemy je uważać za złożone z niezliczonej liczby wahadeł prostych.

Co nazwać można długością takiego wahadła złożonego? Trudno dać odrazu na to odpowiedź. Ale wystawmy sobie, iż dobierzemy *wahadło proste* tej długości, by miało ono *ten sam okres wahań*, co dane wahadło złożone. Długość tego wahadła prostego nazywamy *długością zredukowaną* danego wahadła złożonego. Do wahadła złożonego zatem daje się stosować wzór.



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

Rys. 165.

lecz należy w tym wzorze przez l rozumieć długość zredukowaną tego wahadła.

Jak jednak znaleźć tę długość zredukowaną? Naturalnie, gdybyśmy dobrali odpowiednie wahadło, złożone z kuleczki, zawieszonej na nitce, dałoby to nam możność przybliżonego zaledwie rozwiązania kwestji. Rozwiązanie dokładne dać może rozumowanie następujące:

Wystawmy sobie, iż jednocześnie wychylamy o jednakowy kąt i puszczamy w ruch oba wahadła: dane złożone i proste o długości zredukowanej (rys. 165). Będą się więc one wahały zgodnie, t. j. w każdym momencie przyśpieszenie kątowe jednego wahadła będzie takie samo, jak przyśpieszenie kątowe drugiego. Przyśpieszenie linjowe styczne, które posiada masa wahadła prostego, wychylonego w pewnym momencie o kąt α, jest, jak już tłumaczyliśmy w ust. 82, $g\sin\alpha$; zatem jego przyśpieszenie kątowe w tym momencie jest

$$j = \frac{g\sin\alpha}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

(mamy wszak tu ruch obrotowy dokoła O, zaś linjowe przyśpieszenie styczne punktu, zakreślającego drogę kołową, równa się przyśpieszeniu kątowemu, pomnożonemu przez promień drogi kołowej, w danym razie l)

Lecz z drugiej strony siłą, poruszającą wahadło złożone, jest ciężar tego wahadła Mg, jeżeli przez M oznaczymy jego masę; kierunek tej siły przechodzi przez środek ciężkości C, a więc moment tej siły równa się, jeżeli przez a oznaczymy odległość od osi obrotu do środka ciężkości $(OC = a)$

$$Mg \,.\, OK = Mg \,.\, OC \,.\, \sin\alpha = Mga \sin\alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Między momentem siły, nadającej ruch obrotowy ciału, momentem bezwładności ciała względem danej osi, a nadawanem przyśpieszeniem kątowem istnieje znana zależność (ust. 79):

$$F = Ij.$$

Stosując ten wzór w danym razie i podstawiając na F jego wartość (2), a na j jego wartość (1), otrzymujemy

$$Mga \sin\alpha = Ig \frac{\sin\alpha}{l},$$

co po skróceniu daje

$$Ma = \frac{I}{l},$$

skąd

$$l = \frac{I}{Ma} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

t. j. długość zredukowaną wahadła złożonego znaleźć możemy rachunkiem, dzieląc moment bezwładności wahadła względem jego osi obrotu przez iloczyn z masy wahadła i odległości między jego osią obrotu a środkiem ciężkości.

Podstawiając do wzoru na wahadło proste zamiast l jego wartość, otrzymujemy wzór na wahadło złożone

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mga}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Jak widzimy więc, okres wahań wahadła złożonego — a wszak każde wahadło jest wahadłem złożonem—nie jest bynajmniej niezależny od masy wahadła; poza tem zależy on jeszcze od rozmieszczenia tej masy względem osi obrotu i odległości środka masy od osi obrotu. Wzór (4) napisać możemy krócej, jeżeli oznaczymy jedną literą D iloczyn Mga, zwany momentem kierującym wahadła, t. j. kładąc

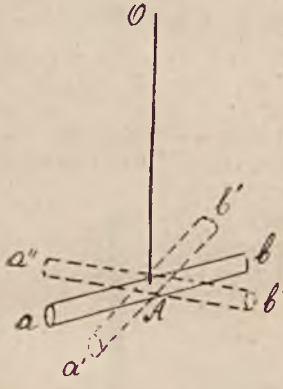
$$D = Mga.$$

Mamy wtedy

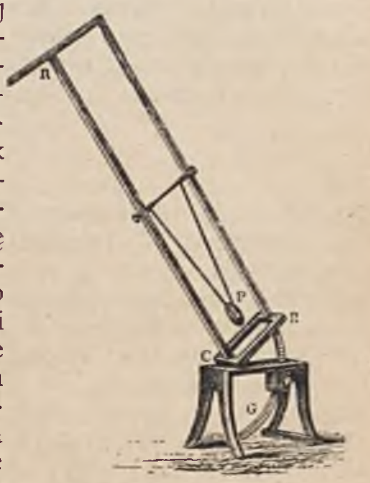
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Ta ostatnia postać wzoru jest ogólniejsza, zwróćmy bowiem uwagę na to, iż oprócz wahadeł, poruszanych siłą ciężkości, mogą być wahadła, poruszane przez inne siły. Np. gdy na dolnym końcu A drucika, którego górny koniec O umocowany jest nieruchomo, przytwierdzimy drążek *ab*, jak to wskazuje rys. 166, następnie skręcimy drut, nadając drążkowi położenie *a'b'* i puścimy, otrzymamy drgania drążka dokoła pierwotnego położenia równowagi w granicach od *a'b'* do *a''b''*; drgania te będą stopniowo zanikały skutkiem tarcia.

Gdy igiełkę magnesową, jakiej się używa w kompasie, wychylimy z jej właściwego położenia, w którem ona wskazuje w przybliżeniu kierunek północno-południowy i puścimy, zacznie się ona wahać około pierwotnego położenia; i tutaj drgania te będą skutkiem tarcia stopniowo zanikały, a igiełka podążać będzie do zajęcia pierwotnego położenia.



Rys. 166.


Rys. 167.

W pierwszym przypadku siły sprężyste, w drugim siły magnetyczne poruszają wahadło. Bez względu jednak na to, jakie siły działają, wzór (5) znajduje zastosowanie, należy tylko przez D rozumieć odpowiedni moment kierujący.

Na zakończenie zapoznamy się jeszcze z bardzo pouczajacym przyrządem, który przedstawia rys. 167. Mamy tam wahadełko, osadzone w ramie, dającej się wychylać z położenia pionowego. Jeżeli wychylamy ramę tak, jak właśnie to przedstawia rysunek, to oczywiście w płaszczyźnie ramy, w której to płaszczyźnie zachodzi ruch wahadła, działa tylko składowa część siły ciężkości, tem mniejsza, im bardziej wychylona jest rama z położenia pionowego; tem mniejsza jest zarazem dla tej płaszczyzny składowa przyśpieszenia grawitacyjnego. We wzorze dla wahadła (4) mamy wartość przyśpieszenia w mianowniku, czyli zmniejszaniu się tego czynnika odpowiadać winno zwiększanie się czasu wahań wahadła. Istotnie łatwo zauważyć, że im bardziej wychylamy ramę wahadła z położenia pionowego, tem wolniej waha się wahadło.

84. Zastosowanie wahadła.

Jak już mówiliśmy wyżej, wahadło służy do mierzenia przyśpieszenia grawitacyjnego g. Pomiary przyśpieszenia dokonywają sie *bezwzględne* i *względne*. Do wyznaczenia w sposób bezwzględny wartości g w jakiemkolwiek miejscu, należy wymierzyć wszystkie wielkości z wyjątkiem g, wchodzące w skład wzoru)

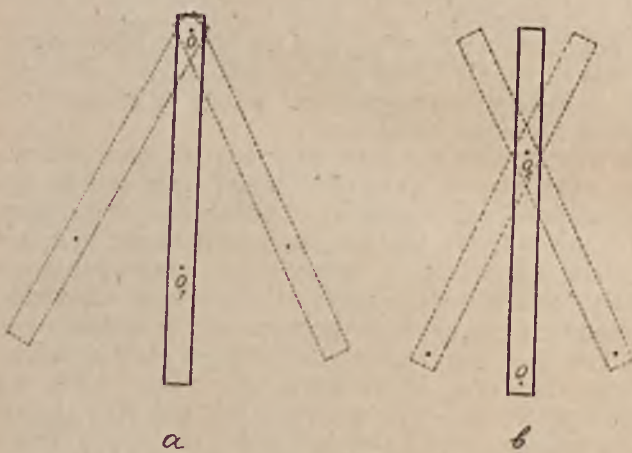
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mag}}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

a więc znaleźć okres wahań danego wahadła i jego moment bezwładności, następnie masę i odległość środka ciężkości od osi obrotu; wtedy znajdziemy g.

Albo też można to samo uczynić, posługując się wzorem

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

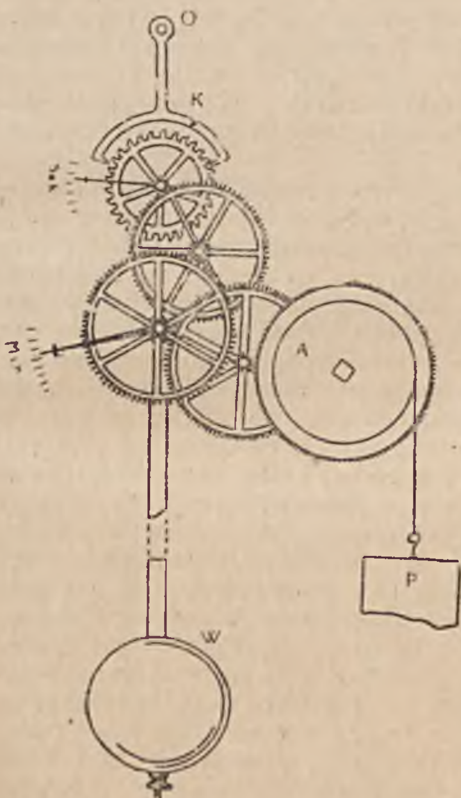
Trzeba tu znowu znaleźć z doświadczenia okres wahań, a oprócz tego zmierzyć l— długość zredukowaną wahadła. Tego rodzaju pomiaru dokonywa się przy pomocy specjalnego wahadła, zwanego *odwracalnem*. Nie wdając się w szczegóły, wskażemy tylko zasadę jego budowy. Jeżeli użyjemy jako wahadła zwykłego pręta (rys. 168), osadzonego na osi O, to oczywiście — ze względu na symetrję — gdybyśmy umieścili drugą oś w tej samej odległości od drugiego końca pręta, okres wahań dokoła tej nowej osi (po odwróceniu wahadła) byłby ten sam. Ale, co jest ciekawe, a co



Rys. 168.

Rys. 169.

daje się zarówno wykazać doświadczalnie jak udowodnić rachunkiem, możemy znaleźć poza tem takie miejsce dla osi O_1 w pręcie, że zawieszone na niej wahadło waha się w tym samym okresie, co względem osi O. Odwracając więc je za każdym razem, i zawieszając to na osi O to na osi O_1, będziemy mieli czas wahań względem tych obu osi dokładnie ten sam. Otóż, daje się dowieść, że odległość między temi osiami O i O_1 równa się właśnie długości zredukowanej danego wahadła. Rys. 169 przedstawia wahadło ($\frac{1}{5}$ nat. wielk.), jakiego użyć można do dokładnego pomiaru. Na pręcie widzimy dwa ostrza a i b, na których zawieszać można kolejno wahadło, odwracając je; dwie soczewki metalowe przesuwają się i umocowują w różnych miejscach pręta, dopóki się nie otrzyma czas wahań równy dla obu tych osi. Wtedy wystarczy zmierzyć odległość między ostrzami i będziemy mieli szukane l. Mając l i T, możemy wtedy zapomocą wzoru (2) wyznaczyć g.



Rys. 170.

Mając wymierzone g w jednem miejscu, możemy dokonać pomiaru przyśpieszenia g w innem miejscu w sposób względny t. j. przez porównanie z pierwszem. Niech jedno i to samo wahadło w pierwszem z tych miejsc ma okres wahań T, w drugiem zaś T_1. W takim razie

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}};$$

podnosząc do kwadratu i dzieląc te wyrazy, otrzymamy

$$\frac{T^2}{T_1^2} = \frac{g_1}{g}, \text{ skąd } g_1 = \frac{T^2}{T_1^2}\, g \quad (3)$$

Jak widzimy, do takiego pomiaru względnego niepotrzebna jest znajomość długości zredukowanej (zakładamy oczywiście, że pozostałe warunki fizyczne, pomiaru, np. temperatura, są w obu razach jednakowe).

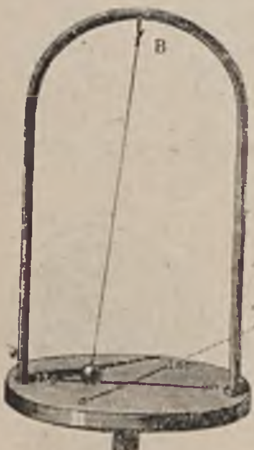
Rys. 171.

Inne ważne zastosowanie wahadła znajdujemy w zegarze. Rys. 170 przedstawia schematycznie budowę zegara. Opadający ciężar wprawia w ruch szereg zaczepiających jedno o drugie kół zębatych, z których ostatnie stanowi t. zw. *koło wychwytowe.* Połączona z wahadłem kotwica K zaczepia za każdem wychyleniem wahadła w jedną i drugą stronę o zęby koła wychwytowego i wstrzymuje jego ruch. Gdyby tego nie było, ciężar P, spadając ruchem przyśpieszonym, wprawiałby w taki sam ruch przyśpieszony kółka zegara; przez powyższe urządzenie wszakże ten ruch przyśpieszony zostaje zmieniony na ruch jednostajnie skaczący. Przytem te same uderzenia kotwicy o zęby koła wychwytowego podtrzymują wahania wąhadła, które inaczejby zanikały.

W zegarach, poruszanych przez sprężynę, wahadło odgrywa taką samą rolę; bez tego czynnika regulującego rozkręcaj ca się sprężyna nadawałaby ruch przyśpieszony kółkom zegara. W zegarkach kieszonkowych tak samo mamy koło wychwytowe, ale wahadło używa się sprężynowe, złożone z pierścienia metalowego, osadzonego na osi, i cienkiej spirali metalowej, jednym końcem złączonej z tym pierścieniem i zwijającej się oraz rozwijającej się podczas wahań wahadła (rys. 171).

Pozostaje omówić zastosowanie wahadła, jako przyrządu, dostarczającego jeszcze jednego dowodu fizycznego ruchu obrotowego ziemi dokoła osi.

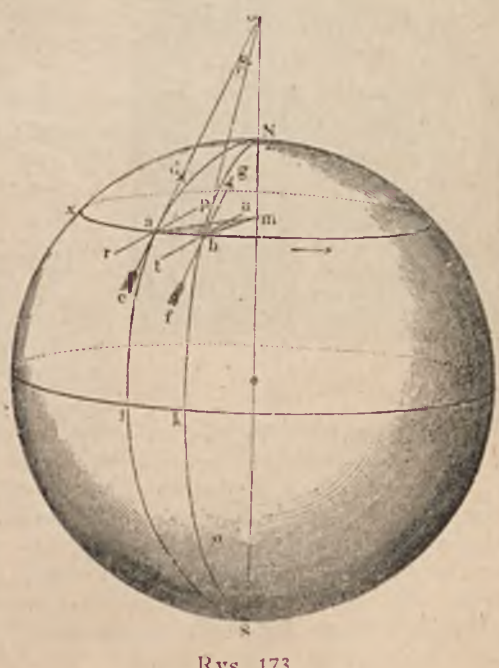
Przedewszystkiem zauważmy, iż ruch wahadła może być traktowany jako ruch obrotowy dokoła osi, przechodzącej przez miejsce zawieszenia wahadła prostopadle do płaszczyzny wahań. Z rozumowań ust. 81 wynika, iż oś ta jest zarazem osią, względem której moment bezwładności wahadła jest największy; wiąże się z tem własność zachowywania przez wahadło kierunku tej osi, a co na jedno wychodzi, *zachowywanie kierunku płaszczyzny wahań wahadła.* Ciekawą tę własność łatwo można sprawdzić na przyrządzie, przedstawionym na rys. 172. Mamy tam ramę, którą osadzić można na wirownicy i powolnym ruchem obracać dokoła osi pionowej; w ramie zawieszone jest na haczyku B wahadełko; jeżeli wychylimy to wahadełko, podczas gdy rama jest nieruchoma, i puścimy tak, by poczęło się wahać w płaszczyźnie, zawierającej punkt A i mającej kierunek, zaznaczony na rysunku linją kropkowaną, następnie zaś zaczniemy obracać ramę, przekonamy się, iż płaszczyzna wahań wciąż będzie przytem ta sama (w kierunku linji kropkowanej), jednak *względem ramy* będzie ona zmieniała położenie, przesuwając się w stronę przeciwną ruchowi ramy i powracając do położenia pierwotnego po każdym całkowitym obrocie ramy. Te kolejne zmiany kierunku płaszczyzny wahań względem ruchomej ramy zaznaczają linje ciągłe na podstawie ramy, zaznaczone liczbami 0,90,180,270, które tłumaczenia nie potrzebują. Wystawmy sobie obserwatora, stojącego



Rys. 172.

na ruchomej podstawie ramy i nieświadomego owego ruchu, w którym bierze udział; obserwatorowi temu wydawać się będzie, iż to właśnie wahadło zmienia kierunek płaszczyzny wahań. Pomyślmy teraz sobie, że na biegunie ziemi dokonywa się podobne doświadczenie t. j. że puszczone jest tam w ruch wahadło w jakiejś określonej płaszczyźnie i jest dalej obserwowane. Ziemia stanowiłaby w danym razie tę obracającą się podstawę, z której ruchu obserwator nie zdawałby sobie bezpośrednio sprawy—zaobserwowałby więc on zmiany kierunku płaszczyzny wahań wahadła (względem tych czy innych nieruchomych na ziemi znaków). Wobec tego, iż ruch obrotowy ziemi dokonywa się jednostajnie, płaszczyzna wahań wahadła obracałaby się też ruchem jednostajnym w stronę przeciwną ruchowi obrotowemu ziemi, powracając do pierwotnego kierunku po upływie doby (gdyby założyć, iż tarcie nie przeszkadza wahaniom i wahadło, będąc raz puszczone, może się wahać tak długi czas). Z drugiej strony obserwator, znający tę własność wahadła zachowywania kierunku płaszczyzny wahań, zrozumiałby, iż ma w tym razie ruch pozorny tej płaszczyzny, że w ruchu tym odzwierciadla się ruch obrotowy ziemi, czyli że zjawisko zaobserwowane dostarcza jeszcze jednego fizycznego dowodu ruchu obrotowego ziemi (o innych była już mowa w ust. 40).

Założyliśmy, iż obserwator jest na biegunie dlatego, iż tylko tam płaszczyzna wahań wahadła odchyla się w określonym czasie o taki sam kąt, o jaki w tym czasie ziemia się obraca. W innych szerokościach kąty te nie są równe, nie mniej jednak wszędzie z wyjątkiem punktów równika wahadło, puszczone w rucų, zmienia wciąż kierunek płaszczyzny wahań, przyczem ruch ten zachodzi jak ruch dzienny ciał niebieskich ze wschodu na zachód t. j. w stronę przeciwną ruchowi obrotowemu ziemi. Zależność wartości tych wychyleń od szerokości geograficznej miejsca obserwacji wyjaśnia rys. 173.



Rys. 173.

Przypuśćmy, iż w punkcie *a* ziemi, której kształt zakładamy dokładnie kulisty, dokonywa się wymienione doświadczenie;

wahadło tak jest pusczone w ruch, że się waha w płaszczyźnie południka *amo*; kierunek płaszczyzny wahań wskazuje strzałka *cd*. Po pewnym czasie skutkiem ruchu obrotowego ziemi dana płaszczyzna południkowa zajmuje położenie *bmo*. Wahadło zachowuje kierunek płaszczyzny wahań, kierunek ten daje strzałka $fg \parallel cd$; innemi słowy wahania wahadła nie przypadają teraz w płaszczyźnie południkowej, lecz tworzą z tą płaszczyzną kąt $\angle obg$ — jest to właśnie wychylenie, które się obserwuje. Oczywiście $\angle obg = \angle aob$; oznaczmy ten kąt przez β, kąt zaś, o który w rozpatrywanym czasie obraca się ziemia dokoła osi, przez α t. j. niech $\angle amb = \alpha$. Rozpatrując łuk *ab* jako zakreślony czy to promieniem *oa*, czy to promieniem *am* (oczywiście jest to tylko przybliżone), będziemy mieli $ab = ao \,.\, \beta$ oraz $ab = am \,.\, \alpha$, czyli możemy napisać

Rys. 174.

$$ao \,.\, \beta = am \,.\, \alpha,$$

skąd
$$\beta = \frac{am}{ao} \,.\, \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Lecz $\frac{am}{ao} = \sin \angle aom$, zaś $\angle aom = \varphi$ (=szerokości geograficznej), co czytelnik łatwo sprawdzi, zwracając uwagę, jak położone są ramiona kąta $\angle aom$ względem ramion kąta środkowego, odpowiadającego łukowi *la*. Wynika z tego, iż

$$\beta = \sin\varphi \,.\, \alpha \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Dla bieguna $\varphi = 90^0$, czyli $\sin \varphi = 1$, a zatem $\beta = \alpha$ t. j. kąt wychylenia płaszczyzny wahań dokładnie równa się kątowi obrotu ziemi. Dla równika $\varphi = 0$ oraz $\beta = 0$ t. j. wychylenia płaszczyzny wahań niema. Dla naszych szerokości $\sin \varphi =$ ok. 0,8 t. j. $\beta =$ ok. 0,8 α. Ponieważ w godzinę kąt obrotu ziemi wynosi 15^0, przeto w naszych szerokościach płaszczyzna wahań wahadła wychyla się o kąt mniej więcej 12^0 na godzinę. Doświadczenie doskonale potwierdza to rozumowanie; należy wszakże przy zawieszaniu wahadła zwracać baczną uwagę na to, by nie było czynników zakłócających — np. by nie było skręcania się nici względnie drutu wahadła, by tarcie było jak najmniejsze i t. d.; używa się więc do tego specjalnego zawieszenia.

Pierwszy raz doświadczenie takie na wielką skalę dokonane zostało w Paryskim Panteonie przez francuskiego fizyka Foucaulta w r. 1851. Rys. 174 przedstawia to historyczne doświadczenie, w którem wahadło miało ok. 60 m. długości. Dziś potrafimy powtórzyć doświadczenie Foucaulta ze znacznie krótszem wahadłem i z większą daleko dokładnością.

$2\pi . n \cdot \frac{1}{sek}$

Ćwiczenia i zadania.

76. Koło o średnicy 2 m., osadzone na osi, obraca się ruchem jednostajnym, robiąc 100 obrotów na minutę. Znaleźć prędkość kątową danego ruchu oraz prędkość linjową punktów koła, przypadających na jego obwodzie?

77. Koło obraca się ruchem jednostajnym z prędkością kątową $5 \frac{1}{\text{sek.}}$. Znaleźć liczbę obrotów koła na minutę?

78. Przyśpieszenie kątowe koła wynosi $0{,}3 \frac{1}{\text{sek.}^2}$ O ile obrotów więcej wykonywa koło w ciągu każdej następnej sekundy?

79. Napisać równania ruchu i narysować ich wykresy dla zadań 76, 77 i 78.

80. Ciało o masie 100 gr. przyczepione jest do obwodu obracającego się ruchem jednostajnym dokoła poziomej osi koła o promieniu 1 m.; koło wykonywa 4 obroty na sek; w chwili, gdy prędkość ciała skierowana jest dokładnie pionowo do góry, odrywa się ono od koła. Na jaką wysokość wzniesie się to ciało, jeżeli w danem miejscu $g = 980{,}5 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$?

81 Pas bez końca obejmuje dwa wirujące koła, z których jedno ma promień 2 razy większy od drugiego. W jakim stosunku pozostają do siebie prędkości kątowe obu kół oraz prędkości linjowe punktów, przypadających na ich obwodach?

82. Na górnym końcu ustawionego pionowo pręta opieramy nóżkę wirującego bąka tak, by oś bąka leżała poziomo. Jaki będzie ruch precesyjny bąka?

83. Znaleźć wymiar momentu bezwładności.

84. Znaleźć moment bezwładności cienkiego pręta o długości l i masie m względem osi, przechodzącej przez środek masy pręta prostopadle do jego długości?

85. Na cienkim jednorodnym pręcie o długości 40 cm i o masie 500 gr. osadzone są symetrycznie względem środka pręta dwie kule o masie 1 Kg. każda; środki kul pozostają w odległości 10 cm. od środka pręta. Znaleźć moment bezwładności danego układu względem osi, przechodzącej przez środek pręta prostopadle do jego długości.

86. Znaleźć wartość energji kinetycznej układu z zadania 85, jeżeli wiruje on dokoła danej osi ruchem jednostajnym, robiąc 4 obroty na sekundę.

87. Znaleźć moment bezwładności cienkiego pierścienia o promieniu r i masie m względem osi, przechodzącej przez środek pierścienia prostopadle do jego płaszczyzny.

88. Jakiej pracy trzeba, by doprowadzić do spoczynku kulę o masie 1 Kg. i momencie bezwładności 8.10^6 gr. cm.^{2} względem osi, przechodzącej przez środek kuli, jeżeli wiruje ona dokoła tej osi ruchem jednostajnym, robiąc 10 obrotów na sekundę, a jednocześnie środek jej porusza się ze stałą prędkością $5 \frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$?

89. Dwie kule o masie 100 gr. i 200 gr. przytwierdzone są u końców mocnego cienkiego pręta długości 1 m. o masie 200 gr. Układ rzucony jest w ten sposób, iż środek jego masy posiada w pewnym momencie prędkość $20 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$, a jednocześnie układ dokonywa ruchem jednostajnym 10 obrotów na sek. dokoła tego środka masy. Znaleźć energję kinetyczną układu dla tego momentu.

90. Koło wirujące na osi poziomej, posiada w pewnym momencie prędkość kątową, odpowiadającą 30 obrotom na minutę; moment bezwładności koła wynosi wraz z osią 5.10^7 gr. cm.^{2}. W tym momencie zaczyna się nawijać na oś cienki sznur (masę jego oraz własności sprężyste zaniedbujemy), przez co podnosi się do góry uwiązane do sznura ciało o masie 10 Kg. Na jaką wysokość zostanie ciało podniesione, jeżeli w danem miejscu $g = 980 \frac{\text{cm}}{\text{sek.}^2}$.

91. Zaprojektować wykreślnie układ trzech, czterech i t. d. sił, działających na ciało sztywne, które jest osadzone na osi, przechodzącej przez środek masy, by układ się równoważył.

92. Jaki jest wymiar momentu siły?

93. Każda z sił, tworzących parę, wynosi 100 dyn; ramię zaś pary jest 20 cm. Jakie winno być ramię pary, równoważącej pierwszą, jeżeli każda z sił tej drugiej pary wynosi 25 dyn.?

94. Opisać w szczegółach ruch obręczy, wprawionej na podstawie poziomej w ruch obrotowy dokoła osi pionowej, leżącej w płaszczyźnie obręczy.

95. Wytłumaczyć zasady fizyczne gry w serso.

96. Na cienkiej nitce zawieszona jest niewielka kuleczka metalowa, której środek przypada w odległości 46 cm. od miejsca zawieszenia nitki. Jaki jest w przybliżeniu czas wahań takiego wahadełka, jeżeli w danem miejscu $g = 980{,}8 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$?

97. Jaka jest długość zredukowana wahadła sekundowego w miejscu, gdzie $g = 980{,}5 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$?

98. Jedno i to samo wahadło ma w dwu różnych miejscach, przy pozostałych warunkach fizycznych tych samych, okresy wahań $T_1 = 0{,}885$ sek. oraz $T_2 = 0{,}8845$ sek. W pierwszem z tych miejsc $g = 980 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$; jaka jest wartość przyśpieszenia grawitacyjnego w drugiem miejscu?

90. Na drucie zawieszony jest pręt, jak na rys. 166, przez co przy skręceniu drutu otrzymuje się wahadło, poruszane przez siły sprężyste. Jak się zmienia czas wahań takiego wahadła, jeżeli przy tym samym drucie na miejsce danego pręta wstawiamy drugi o tych samych dokładnie wymiarach, lecz o gęstości 2,5 razy większej?

100. W ust. 5 części I-ej podany jest opis metronomu; powiedzieliśmy tam krótko, że przez przesuwanie ciężarka na pręcie zmienia się czas wahań. Jak należy to wytłumaczyć? jakie czynniki, wpływające na czas wahań wahadła, ulegają tam zmianie przy przesuwaniu ciężarka?

CZĘŚĆ TRZECIA.

Dynamiczne własności ciał.

Rozdział I. Odkształcenie i sprężystość.

85. Parcie; ciśnienie.

Przyciskając palec do stołu, poddajemy stół parciu. Podobnie woda w szklance dzięki swemu ciężarowi prze na dno i ściany szklanki; przedmiot, zanurzony w cieczy, podlega parciu ze wszystkich stron. *Parciem* tedy nazywamy *działanie siły, przypadające na jakąkolwiek powierzchnię* (powierzchnię zetknięcia stołu z palcem, powierzchnię dna lub ścian szklanki, powierzchnię ciała zanurzonego). Parcie mierzy się w takich samych jednostkach, w jakich się mierzy siła t. j. *w dynach.*

Ciśnieniem nazywamy stosunek parcia do powierzchni, na którą ono działa. Oznaczmy parcie przez P, ciśnienie przez p, powierzchnię przez S; wtedy

$$p = \frac{P}{S} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Przypuśćmy, iż ciało w kształcie prostopadłościanu stoi na stole, oparte raz na mniejszej powierzchni S_1, drugi raz na większej S_2, jak to przedstawia rys. 175 (*a* i *b*). Parcie, wywierane przez to ciało na podstawę, równa się jego ciężarowi; w obu więc razach jest ono jednakowe (P). Wszakże w pierwszym przypadku działa ono na mniejszą powierzchnię S_1, w drugim—na większą S_2; zatem w pierwszym razie ciśnienie $p_1 = \frac{P}{S_1}$ jest większe niż w drugim $p_2 = \frac{P}{S_2}$.

Przypuśćmy, iż ciężar danego prostopadłościanu równa się jednej megadynie t. j. $P = 10^6$ dyn, $S_1 = 10$ cm.^{2}, zaś $S_2 = 200$ cm^2; wówczas

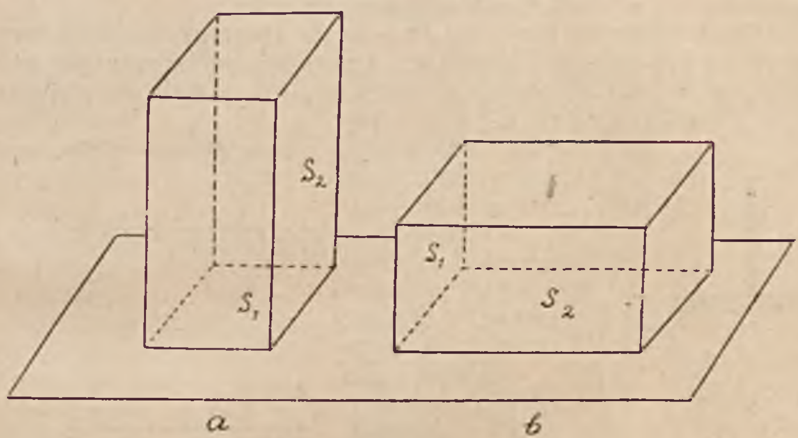
$$p_1 = \frac{10^6 \text{ dyn.}}{10 \text{ cm.}^2} = 10^5 \ \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}^2}$$

$$p_2 = \frac{10^6 \text{ dyn.}}{200 \text{ cm.}^2} = 5{,}10^3 \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}^2}$$

Ciśnienie więc mierzy się w jednostkach innych niż dotychczas znane a mianowicie jednostką ciśnienia jest

$$1\frac{dyna}{cm.^2}=1\frac{gr.\ cm.}{sek.^2\ cm.^2}=1\frac{gr.}{cm.\ sek.^2}\quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Gdy, używając tego samego wysiłku mięśniowego, przyciskamy do stołu raz dłoń, drugi raz ostrze trzymanego w ręku gwoździa, parcie, wywarte w obu razach jest jednakowe, ale ciśnienie w dru-



Rys. 175.

gim razie jest daleko większe — w pierwszym bowiem działanie stosowanej siły rozmieszcza się na wielkiej względnie powierzchni dłoni, w drugim ześrodkowuje się na bardzo małej powierzchni ostrza. Im ostrzejszy jest gwóźdź, tem mniejszej siły trzeba do wytworzenia takiego ciśnienia, które spowoduje zagłębianie się gwoździa w stół czy ścianę. Z tych samych powodów łatwiej jest krajać ostrym niż tępym nożem. Z drugiej strony tam, gdzie zależy na zmniejszeniu ciśnienia, zwiększamy powierzchnię, podlegającą parciu; na tem np. polega jazda na nartach (dlaczego?).

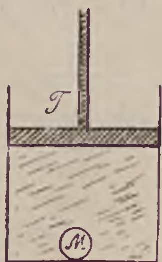
86. Odkształcenie.

Ciało zupełnie swobodne, poddane parciu jednostronnemu, porusza się ruchem przyśpieszonym. Jeżeli jednak ciało poddane jest z różnych stron parciu, nie dającemu przyśpieszenia wypadkowego (np. parciu z jednej strony, któremu towarzyszy równe co do wielkości lecz odwrotne co do kierunku parcie ze strony przeciwnej), ulega w tedy zmianie albo postać, albo objętość ciała, albo jedno i drugie — zachodzi, jak mówimy, *odkształcenie ciała*, przytem, albo *odkształcenie postaci*, albo *odkształcenie objętości*, lub oba te typowe odkształcenia razem.

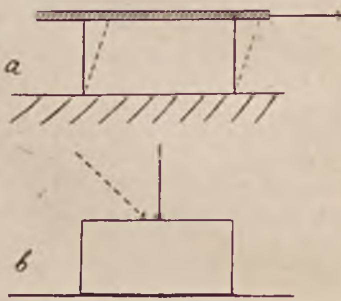
Wyżej mówiliśmy o działaniu sił na ciała doskonale sztywne; w rzeczywistości ciał takich nie znamy, wszystkie bowiem ciała mniej lub więcej poddają się odkształceniom; pojęcie ciała doskonale sztywnego wprowadza się dla tych uproszczeń, o których była mowa w rozdziale drugim części II.

Gdy parcie, wywierane na tłok, przenosi się za pośrednictwem cieczy na umieszczoną w niej kulę jednorodną (rys. 176) *) objętość kuli zmniejsza się, ale nie zmienia ona kształtu — pozostaje kulą; mamy tu przykład *odkształcenia objętości.*

Przypuśćmy teraz, iż wycięty z kauczuku prostopadłościan przyklejamy do nieruchomej podstawy, a przyklejoną również do przeciwnej jego ściany deseczkę przesuwamy równolegle do podstawy tak, jak to wskazuje rys. 177 *a*; prostopadłościan odkształca się na równoległościan, którego wysokość przy małem odkształceniu uważać można za równą wysokości prostopadłościanu; objętość zatem danej bryły przy takiem odkształceniu pozostaje bez zmiany— mamy tu tylko *odkształcenie postaci.*



Rys. 176.



Rys. 177.

Zauważmy, iż taką bryłę moglibyśmy przyciskać do podstawy, stosując parcie prostopadłe do jej górnej powierzchni (strzałka ciągła na rys. 177 *b*); moglibyśmy parciu nadać kierunek, tworzący kąt ostry z prostopadłą do tej górnej powierzchni (strzałka kropkowana na rys. 177 *b*); zarówno w jednym jak drugim przypadku zachodziłaby jednocześnie zmiana objętości i postaci naszego prostopadłościanu. Pragnąc uzyskać tylko odkształcenie postaci, działamy w kierunku *stycznym* do powierzchni, jak to właśnie wskazuje rys. 177 *a*—kierunek siły odkształcającej leży w tej powierzchni. Powiadamy, iż w tym razie bryła podlega *parciu stycznemu*, zaś stosunek wielkości tego parcia stycznego do wielkości powierzchni, która mu podlega, daje miarę *ciśnienia stycznego.*

Terminem ciśnienie posługujemy się również w przypadku następującym: jeżeli np. drut, umocowany u jednego końca, obciążymy u drugiego końca, będziemy drut *rozciągali*; w tym razie stosunek siły działającej do przekroju drutu $\left(\text{np. } \frac{10^4 \text{ dyn.}}{0{,}01 \text{ cm.}^2}\right)$ nazy-

*) O przenoszeniu ciśnienia przez ciecze szczegółowo mówić będziemy w ust. 91.

wamy *ciśnieniem ujemnem* lub *napięciem.* Dokładne pomiary wykazują, iż pod takiem działaniem drut się wydłuża, zaś przekrój jego ulega zmniejszeniu, zachodzi więc odkształcenie postaci; wszakże i objętość przytem ulega zwiększeniu t. j. odkształceniu postaci towarzyszy odkształcenie objętości.

87. Sprężystość objętości i sprężystość postaci. Granice sprężystości i wytrzymałości.

Ciała stawiają wogóle opór wszelkim odkształceniom, a po usunięciu sił odkształcających tracą w większej lub mniejszej mierze nadane im odkształcenia. Własność tę ciał nazywamy *sprężystością* i mówimy o *sprężystości objętości* lub też *sprężystości postaci*, zależnie od tego, czy mamy odkształcenie objętości czy postaci (najczęściej zachodzi jedno i drugie). Gdy np. zawieszoną za jeden koniec rurkę kauczukową obciążymy u drugiego końca, rurka się wydłuży, po usunięciu wszakże ciała obciążającego powróci do swej pierwotnej długości. Zazwyczaj daje się przytem zauważyć pewne *opóźnienie sprężyste* (rurka w tym przypadku wróci dokładnie do pierwotnej długości nie w chwili usunięcia sił odkształcających, lecz po pewnym czasie). Bywa wszakże, iż po usunięciu sił odkształcających ciało odkształcone nie wraca już do stanu pierwotnego, a zachowuje *odkształcenie trwałe*; gdy np. rurkę kauczukową zanadto rozciągniemy, to po ustaniu działania sił odkształcających nie odzyska ona już całkowicie swej pierwotnej długości, a pozostanie dostrzegalnie dłuższą, niż była przed odkształceniem. Powiadamy, iż przekroczyliśmy wtedy *granicę sprężystości.* Granica ta przypada bardzo rozmaicie w różnych ciałach—jedne należy do tego poddać znacznemu odkształceniu, dla innych granica ta zostaje przekroczona przy bardzo małem odkształceniu; do takich ciał należą ciała *plastyczne* (wosk, glina), które mają bardzo niską granicę sprężystości postaci.

Powiększając jeszcze odkształcenie po przekroczeniu granicy sprężystości, spowodować możemy rozerwanie, pęknięcie lub złamanie ciała odkształcanego—powiadamy, iż przekraczamy wtedy *granicę wytrzymałości* ciała. W pewnych ciałach obie wymienione granice (sprężystości i wytrzymałości) leżą daleko jedna od drugiej (kauczuk); w innych natomiast blisko — nieznaczne powiększenie odkształcenia po przekroczeniu granicy sprężystości powoduje złamanie lub zerwanie; te ostatnie ciała nazywamy *kruchemi* (szkło).

Znajomość granicy sprężystości oraz wytrzymałości różnych ciał posiada wielkie znaczenie praktyczne; bez takiej znajomości np. nie sposób nic budować; to też dla inżynierów nauka o sprężystości i wytrzymałości materjałów posiada podstawowe znaczenie.

Jeżeli objętość ciała przed odkształceniem jest 100 cm.^{3}, zaś po odkształceniu 99 cm.^{3}, innego zaś ciała przed odkształceniem 200 cm.^{3}, zaś po 198 cm.^{3}, to zmiana *bezwzględna* objętości jest w obu razach różna (dla pierwszego 1 cm.^{3}, dla drugiego 2 cm.^{3}), wszakże zmiana *względna* w stosunku do objętości początkowej jest w obu przypadkach jednakowa, a mianowicie tak samo 1 cm.^{3} stanowi setną część początkowej objętości 100 cm.^{3}, jak 2 cm.^{3} stanowią setną część początkowej objętości 200 cm.^{3}. Miarą odkształcenia objętości może być tylko zmiana względna objętości; wszak jeśli jakakolwiek objętość zmienia się o 1 cm.^{3}, to wartość ta ma inne znaczenie, jeżeli zachodzi w ciele o objętości początkowej 100 cm.^{3}, inne zaś, gdy zachodzi w ciele o objętości początkowej 1000 cm.^{3} — w pierwszym razie objętość zmienia się o $\frac{1}{100}$ wartości początkowej, w drugim o $\frac{1}{1000}$, czyli w drugim razie mamy do czynienia z odkształceniem mniejszem. Wielkość odkształcenia będziemy określali tak samo w sposób względny, jeżeli objętość wzrasta, a nie zmniejsza się, tylko w tym razie będziemy mieli do czynienia z przyrostem dodatnim objętości, podczas gdy wyżej mieliśmy przyrost ujemny.

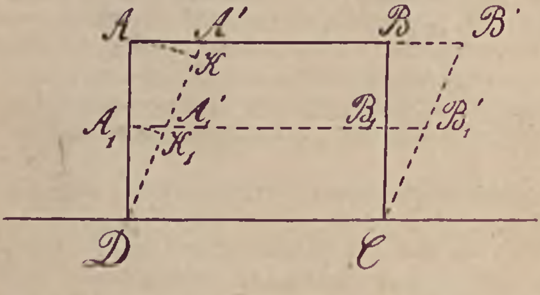
Przypuśćmy, iż objętość ciała jest v; po odkształceniu przyrost objętości (podatni albo ujemny) oznaczmy przez $\triangle v$; za miarę odkształcenia objętości będziemy tedy brali *stosunek przyrostu objętości do objętości początkowej*.

$$\alpha = \frac{\triangle v}{v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

W ułamku tym licznik i mianownik oznaczają objętości, zatem wartość odkształcenia objętości mierzy się liczbą oderwaną (w powyższym przykładzie

$$\alpha = -\frac{1 \text{ cm.}^3}{100 \text{ cm}^3.} = -\frac{1}{100} \text{ lub też } \alpha = -\frac{2 \text{ cm.}^3}{200 \text{ cm}^3} = -\frac{1}{100}\Big).$$

Rozpatrzmy teraz typowe odkształcenie postaci (jak w ust. 86) bryły kształtu prostopadłościanu. Miarą odkształcenia będzie w danym razie kąt $\alpha = \angle\, ADA'$ (rys. 178); prostopadłościan $ABCD$ i jego część A_1B_1CD ulegają tu jednakowemu odkształceniu, jakkolwiek bezwzględna wartość przesunięcia AA' górnej warstwy powierzchniowej całej bryły jest większa niż przesunięcie A_1A_1' w środkowej części tej bryły; stosunek $\frac{AA'}{AD}$ lub



Rys. 178.

równy jemu stosunek $\frac{A_1A_1'}{A_1D}$ dają $\operatorname{tg}\alpha$; zakreślając łuki kołowe AK, A_1K_1 i pamiętając, że kąt mierzy się stosunkiem łuku do promienia, mamy $\alpha=\frac{AK}{AD}=\frac{A_1K_1}{A_1D}$. Kąt α zazwyczaj jest mały, skutkiem czego odcinki AA' i AK, a także A_1A_1' i A_1K_1 różnią się nieznacznie i można stosunek $\frac{AA'}{AD}$ lub $\frac{A_1A_1'}{A_1D}$ brać za miarę kąta α, a więc i za miarę odkształcenia. Zatem i odkształcenie postaci określa się jako stosunek jednoznacznych wielkości (dwu długości), jest więc liczbą oderwaną. Przypuśćmy np., że $AD=10$ cm., zaś $AA'=3$ mm.; odkształcenie w takim razie jest

$$\alpha=\frac{0{,}3\ \text{cm.}}{10\ \text{cm.}}=0{,}03.$$

Każde przeto odkształcenie, czy to objętości czy postaci, mierzy się pewną liczbą oderwaną.

Jakiekolwiekbyśmy chcieli otrzymać odkształcenie, wywołać je możemy jedynie stosując pewne ciśnienie (prostopadłe, styczne, ukośne). Hooke (XVII w.). badając zależność między ciśnieniem a wywołanem przez nie odkształceniem, ustalił następujące prawo, znane pod nazwą *prawa Hooke'a*, a stosujące się do tych odkształceń, *gdy się nie przekracza granicy sprężystości*, czyli gdy się otrzymuje naogół małe odkształcenia: *odkształcenie jest proporcjonalne do ciśnienia.* Oznaczając ciśnienie przez p, odkształcenie przez α, wyrazić możemy prawo Hooke'a wzorem:

$$p=k\,\alpha, \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (2)$$

gdzie k jest pewnym spółczynnikiem proporcjonalności, który się nazywa *spółczynnikiem sprężystości.* Ponieważ ciśnienie p mierzy się w jednostkach ciśnienia, zaś α jest liczbą oderwaną, przeto k t. j. *spółczynnik sprężystości mierzy się w tych samych jednostkach co ciśnienie* $\left(\frac{dyna}{cm.^2}\right)$.

Z poprzedniego wynika, iż rozróżniać musimy dwa *typowe* spółczynniki: *spółczynnik sprężystości objętości* i *spółczynnik sprężystości postaci*, inaczej zwany *spółczynnikiem sztywności.* Poza tem, zależnie od rodzaju odkształcenia, posługujemy się też innemi nazwami, których sens łatwo pojąć: mówimy np. o *spółczynniku wydłużenia*, *spółczynniku ściśliwości*, *spółczynniku na zgięcie*, *na skręcenie* i t. p.

Szczególne znaczenie praktyczne posiada jeden z tych spółczynników, a mianowicie spółczynnik wydłużenia inaczej zwany *modułem Younga* (czyt. Junga). Drut długości l oraz przekroju s, umocowany u górnego końca, a obciążony u dołu ciałem, którego ciężar jest f, wydłuża się o $\triangle l$; wówczas ciśnienie (ujemne), wywołujące dane odkształcenie jest $\frac{f}{s}$; miara odkształcenia dana jest przez $\frac{\Delta l}{l}$ (stosunek przyrostu długości do długości początkowej). Zgodnie z prawem Hooke'a mamy

$$\frac{f}{s} = \varepsilon \frac{\Delta l}{l} \quad \text{. . . . .} \quad (1)$$

gdzie ε jest właśnie owym spółczynnikiem, który nosi miano modułu Younga.

Oto kilka danych cyfrowych na moduł Younga dla różnych metali

stal	$2 \,.\, 10^{12} \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}^2}$
srebro	1,1 „ „
mosiądz	0,7 „ „

Dla wody znaleziono na wartość spółczynnika sprężystości objętości (spółczynnik ściśliwości) $2{,}03 . 10^{10} \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}^2}$; oznacza to, iż, chcąc zmniejszyć objętość wody o $\frac{1}{10000}$ objętości pierwotnej, poddać należy ją ciśnieniu $p = 2{,}03 . 10^{10} \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}^2} \cdot \frac{1}{10^4} = 2{,}03 . 10^6 \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}^2} =$ $= 2{,}03 \frac{\text{megadyn}}{\text{cm.}^2}$ (ponieważ megadyna $= 10^6$ dyn, zaś ciężar 1 kilograma w miejscu, gdzie $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, jest 981000 dyn, przeto megadyna jest siłą cokolwiek większą od ciężaru 1 kilograma).

Gdy zawieszamy na sprężynie ciężarek, otrzymujemy odkształcenie w postaci wydłużenia; zawieszając ciężarek dwa, trzy razy większy, otrzymujemy wydłużenie dwa, trzy razy większe, o ile wogóle po usunięciu ciężarków sprężyna wraca (w granicach dostrzegalności) do pierwotnej długości t. j. o ile nie zostaje przekroczona granica sprężystości. W ten sposób przy sporządzaniu podziałki dynamometru lub wagi sprężynowej posługujemy się prawem Hooke'a.

89. Ciała stałe, ciekłe, gazowe.

Wszystkie bez wyjątku ciała posiadają zupełnie wyraźną sprężystość objętości: wszystkie mniej lub więcej opierają się zmianom objętości. Inaczej rzecz się ma z postacią. Dla pewnych ciał postać jest czemś zupełnie określonem, czego zmianie ciało stawia znaczny opór — takie ciała nazywamy *stałemi*. Inne ciała nie mają żadnej charakterystycznej dla nich postaci, przystosowując się do postaci ciał, które je w sobie zawierają—takie ciała nazywamy ogólnie *płynami*. Kawałek metalu, cukru, drzewa, szkła (niezależnie od ich postaci przypadkowej lub celowo im nadanej)— oto przykłady ciał stałych; każde z nich ma pewną postać i zmianie tej postaci naogół znacznie się opiera. Woda, mleko, powietrze tej cechy nie posiadają; gdy myślimy o tych ciałach, nie wiążemy z niemi żadnej określonej postaci, jedynie pomyśleć możemy o postaci zawierających owe ciała naczyń (nie mówimy wobec tego „kawałek mleka" albo „kawałek powietrza"). Takie ciała zaliczamy do kategorji płynów, rozróżniając wśród nich *ciecze*, które występować mogą w postaci kropel i posiadają *swobodną powierzchnię*, oraz *gazy*, które w postaci kropel nie występują i swobodnej powierzchni nie posiadają, wypełniając całą pojemność każdego naczynia, w którem je umieszczamy. Bardzo niedawno wysoce subtelne pomiary wykazały, iż i ciecze stawiają pewien opór zmianom postaci t. j. że posiadają pewną *sztywność*; wszakże wartość tej sztywności jest tak mała, iż w większości przypadków można ją zupełnie pominąć. Wzięte pod jednakowem a niewielkiem ciśnieniem ciecze i gazy zdradzają niejednakową sprężystość objętości: podczas gdy ciecze są bardzo mało ściśliwe, gazy poddają się względnie łatwo zmianom objętości; np. gdy zechcemy wepchnąć szczelnie dopasowany do cylindra tłok, podczas gdy pod tłokiem cylinder jest całkowicie wypełniony wodą, napotkamy olbrzymi opór; natomiast popchniemy tłok nieznacznym wysiłkiem, skoro pod tłokiem w cylindrze znajduje się takie powietrze, jakie nas otacza.

Oto więc do czego dochodzimy: *ciałami stałemi nazywamy takie, które posiadają sprężystość objętości i sprężystość postaci; ciałami ciekłemi* lub *cieczami te, które mają tylko sprężystość objętości* (naogół bardzo znaczną) *i mogą posiadać swobodną powierzchnię*; wreszcie *ciałami gazowemi lub gazami te, które mają tylko sprężystość objętości, ale swobodnej powierzchni nie wykazują.*

Jak każda klasyfikacja, i ta jest niezupełnie ścisła—niema bowiem żadnych ostro zarysowanych granic pomiędzy temi trzema kategorjami ciał. Lód np. każdy nazwie ciałem stałem, a jednak w lodowcach mamy istne rzeki lodowe, gdzie lód podobnie jak woda *płynie*, przystosowując się swym kształtem do łożyska, to rozlewając się szerzej, to znów sięgając głębiej, słowem zachowuje się zupełnie jak woda. Różnica polega na prędkości, z jaką to przystosowywanie się zachodzi—podczas gdy woda w niezbyt wartkiej rzece posiada prędkość $0{,}5 - 0{,}8 \frac{\text{m.}}{\text{sek}}$ t. j. w ciągu doby może przebyć drogę około 50 Km., lód w lodowcu w ciągu *roku* posuwa się zaledwie o jakie kilkadziesiąt centymetrów. Smoła szewcka jest bardzo ciekawem pod tym względem ciałem. Jest ona bardzo krucha i w zwykłej temperaturze pokojowej rozpryskuje się przy uderzeniu młotkiem; gdy wszakże garść takich kawałków wrzucimy do lejka, ustawionego pionowo i pozostawimy na czas dłuższy (lat kilka lub kilkanaście), zachowując ją wciąż w jednakowej temperaturze 15^0—20^0 *C.*, spostrzeżemy z biegiem czasu, iż kawałki smoły coraz to szczelniej przylegają do szkła, następnie poczynają się obniżać stopniowo w szyjce lejka, zdradzając jakgdyby dążność do wylewania się, aż wreszcie poczynają „wyciekać" tak, jakby czyniły ciecze; tylko, że w cieczach proces ten postępuje szybko, w smole szewckiej trwa dziesiątki lat.

Zatem zarówno lód jak smoła szewcka, jakkolwiek są ciałami, co do których bez wahania zastosujemy nazwę „stałych", zdradzają cechy, charakterystyczne dla cieczy. Wyżej znowu wzmiankowaliśmy, iż niektóre ciecze zdradzają ślady sztywności t. j. cechę charakterystyczną ciał stałych. Przykłady te stwierdzają słuszność powiedzenia, iż granice między ciałami stałemi a ciekłemi nie zarysowują się ostro; podobnie, gdy mowa będzie o zjawiskach cieplnych, zobaczymy, iż również nie jest ostrą granica między cieczami a gazami. Zupełnie zresztą to samo spostrzegamy przy klasyfikacji w innych naukach. Np. są istoty żyjące, które zarówno dobrze można nazwać zwierzętami jak roślinami; a więc i tu nie są te dwa światy oddzielone ostro zarysowaną granicą: istnieją grupy istot, tworzących jakgdyby ogniwo pośrednie pomiędzy zupełnie zróżniczkowanemi dziedzinami.

Ćwiczenia i zadania.

101. Na poziomej podstawie stoi kloc dębowy (gęstość w tablicy na str. 18) kształtu prostopadłościanu o wymiarach 50 cm., 40 cm., 60 cm. Znaleźć ciśnienie, jakie wywiera ten kloc na podstawę, położony kolejno na swych różnych ścianach $\left(g=981\,\frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}\right)$?

102. Jak należy obciążyć zawieszone pionowo druty stalowy i mosiężny o metrowej długości i średnicy 1 mm., by się wydłużył o $1^1/_2$ mm.

103. Granica wytrzymałości na wydłużenie struny stalowej dana jest przez spółczynnik $2{,}3.10^{10}\,\frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}^2}$. Przy jakiem obciążeniu zerwałby się drut, o którym mowa w poprzedniem zadaniu?

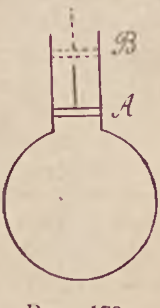
104. Co nam wskazuje porównanie podanej w poprzedniem zadaniu granicy wytrzymałości dla drutu stalowego z wartością modułu Younga dla tegoż materjału (moduł Younga jest większy!).

105. Spółczynnik ściśliwości alkoholu w temperaturze pokojowej jest mniej więcej dwa razy mniejszy od spółczynnika ściśliwości wody. Jakiemu ciśnieniu poddać należy alkohol, w tej temperaturze, by objętość jego zmniejszyła się o $\frac{1}{20000}$ objętości pierwotnej (dane dla wody na str. 210).

Rozdział II. Płyny.

90. Prężność ciał gazowych.

Podczas gdy dana ilość cieczy, mieszcząca się w takiem czy innem naczyniu, zajmuje określoną objętość, wypełniając określoną część tego naczynia (objętość ta ulega, jak niżej zobaczymy, pewnym wahaniom pod wpływem zmian ciśnienia i temperatury), gazy zachowują się wręcz inaczej, jak już o tem wspominaliśmy w poprzednim rozdziale: dana ilość gazu wypełnić może dowolną objętość. Gdy w jednym pokoju otworzymy buteleczkę, zawierającą gaz o charakterystycznej woni, uczujemy po pewnym czasie tę woń w przyległych pokojach; gdy podniesiemy tłok, chodzący szczelnie w szyjce naczynia, zawierającego powietrze, z położenia *A* do *B* (rys. 179), powietrze nie pozostanie w naczyniu poniżej *A*, lecz wypełni część szyjki między *A* i *B*; przy obniżaniu tłoka natomiast możemy zmusić gaz do zajęcia mniejszej objętości w porównaniu z tą, którą posiadał początkowo. Z własności tej gazów korzystamy, budując pompy powietrzne rozrzedzające i zgęszczające, jak o tem będzie mowa niżej.



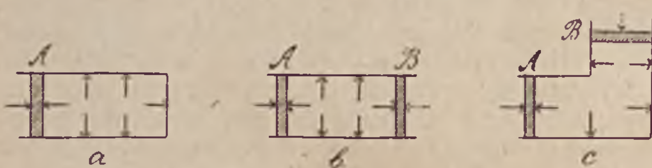
Rys. 179.

Weźmy zawiązany szczelnie w postaci woreczka pęcherz; zawiera on powietrze. Umieśćmy go pod kloszem pompy powietrznej, skąd możemy w sposób, o którym mówimy dalej, usuwać powietrze; zobaczymy, iż pęcherz poczyna się rozdymać, zwiększać, ulegając działaniu widocznego parcia z wewnątrz — powietrze, zawarte w pęcherzu, usiłuje się *rozprężyć*, dąży do wypełnienia możliwie w większej objętości. Łatwo zrozumieć, dlaczego przed wypompowywaniem powietrza z pod klosza tego nie dostrzegaliśmy — oto oczywiście taką samą własność jak powietrze w pęcherzu posiada powietrze, wypełniające klosz: prze więc ono z zewnątrz na ściany pęcherza; gdy powietrze z pod klosza usuwamy, parcie zewnętrzne na pęcherz zmniejszamy, co pozwala uwidocznić się parciu wewnętrznemu.

Opisaną tu własność, wspólną wszystkim ciałom gazowym, nazywamy *rozprężliwością*; skutkiem tej własności każde ciało gazowe posiada, jak powiadamy, *prężność*, t. j. prze na ściany zawierającego je naczynia oraz na wszystkie ciała, weń zanurzone.

91. Prawo Pascala.

Weźmy wypełniony cieczą (np. wodą) walec o mocnych ścianach ze szczelnie doń dopasowanym tłokiem (rys. 180 *a*); próbując wepchnąć tłok w głąb walca, t. j. usiłując zmniejszyć objętość cieczy, napotykamy znaczny opór — odkształcenie objętości, które przytem wywołujemy, pociąga za sobą *reakcję sprężystą* cieczy; ciecz ściśnięta prze prostopadle na ściany walca i tłoka, opierając się w ten sposób działaniu zewnętrznemu (gdyby to parcie nie było prostopadłe, wówczas i ciecz podlegałaby ze strony ścian parciu ukośnemu; obecność składowej stycznej w tworzącem się tu ciśnieniu przy braku sztywności cieczy (por. rys. 177) powodowałyby ruch cieczy, t. j. ciecz nie mogłaby pozostawać w tych warunkach w równowadze; tymczasem w doświadczeniu stwierdzamy równowagę). Gdyby walec zaopatrzony był w drugi tłok B (rys. 180 *b*), parcie zewnętrzne na tłok A wywołałoby przesunięcie przez ciecz, reagującą w sposób zaznaczony, tłoka B i, o ilebyśmy chcieli, by tłok B pozostał w miejscu, należałoby poddać go również parciu z zewnątrz.



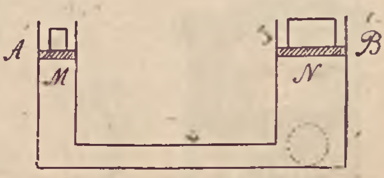
Rys. 180.

Gdybyśmy zamiast walca prostego wzięli rurę zgiętą, jak na rys. 180 *c*, wepchnięcie tłoka A pociągnęłoby tak samo przesunięcie za pośrednictwem cieczy tłoka B, ewentualnie wymagałoby zastosowania parcia zewnętrznego na tłok B dla utrzymania go na miejscu.

Matematyk i fizyk francuski Pascal (XVII w.) wykazał, iż ciśnienie zewnętrzne, wywierane na ciecz w jednem miejscu, przenosi się za pośrednictwem cieczy we wszystkich kierunkach, zachowując swą wartość. Jeżeli więc tłok A popychamy siłą f, a powierzchnia tego tłoka jest s, to ciśnienie $p = \frac{f}{s}$, jakiego doznaje ze strony tłoka warstwa cieczy, doń przylegająca, zjawia się wewnątrz cieczy w każdym punkcie w niezmiennej wielkości i we wszystkich kierunkach. Jak już wspominaliśmy, równowaga cieczy możliwa jest tylko wtedy, gdy ciśnienie to jest prostopadłe do powierzchni ścian naczynia, tłoków lub ciał, zanurzonych w cieczy.

Twierdzenie powyższe o tem, że *ciśnienie w cieczy rozchodzi się we wszystkich kierunkach jednakowo*, nosi nazwę *prawa Pascala*.

Przypuśćmy, iż dwa walce różnego przekroju M i N i łącząca je rura wypełnione są cieczą, na której powierzchni spoczywają tłoki A i B (rys. 181). Działając na tłok A siłą, dajmy na to, równą ciężarowi jednego kilograma, musimy obciążyć drugi tłok, o ile mamy zapobiec jego podnoszeniu się do góry. W takim razie na ten drugi tłok trzeba działać siłą większą dla otrzymania równowagi i to tyle razy większą, ile razy powierzchnia tłoka B jest większa od powierzchni A; jeżeli np. powierzchnia A wynosi 5 cm.^{2}, powierzchnia zaś B 100 cm.^{2}, to, jeżeli na A spoczywa 1 Kg., na B trzeba położyć 20 Kg. W danym razie ciężar 20 kilogramów prze za pośrednictwem tłoka na ciecz na powierzchni 20 razy większej, niż ta, na którą prze ciężar 1 kilograma za pośrednictwem tłoka A; czyli stosunek działającej siły do powierzchni, na którą działa ta siła, a więc *ciśnienie* jest w obu miejscach jednakowe. Znajdźmy to ciśnienie p, wywierane przez tłok A, nie biorąc pod uwagę ani masy samego tłoka, ani nieuniknionego, jak zazwyczaj, tarcia. Załóżmy przytem, iż w danem miejscu $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$; wówczas



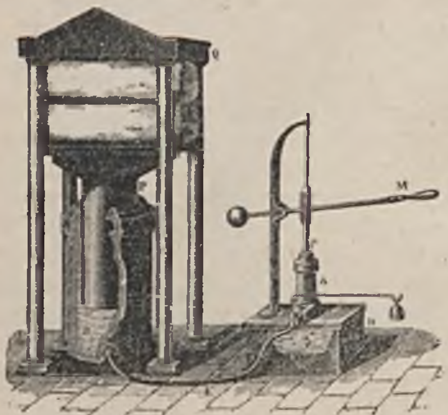
Rys. 181.

$$p_A = \frac{1000 \text{ gr. } 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}}{5 \text{ cm.}^2} = \frac{981000}{5} \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}^2} = 196200 \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}^2}$$

To samo oczywiście otrzymamy na p_B; będziemy mieli tu wprawdzie w liczniku 20000 gr. zamiast 1000 gr., zato w mianowniku 100 cm.^{2} zamiast 5 cm.^{2}, po skróceniu więc otrzymamy to samo.

Gdybyśmy umieścili w walcu N jaki przedmiot (na rysunku zaznaczony kropkami), ciecz wywierałaby nań również parcie ze wszystkich stron, z których go otacza, ale i tu ciśnienie byłoby takie samo, t. j. na każdy cm.^{2} działałaby siła 196200 dyn.

Równowaga różnej wielkości sił, działających na tłoki, przypomina nam równowagę różnej wielkości sił, działających na ramiona dźwigni; o równowadze dźwigni, jak widzieliśmy, decyduje nie równość sił, lecz równość momentów tych sił; tutaj znowu warunkiem równowagi jest nie równość sił, lecz *równość ciśnień*. Jak w przypadku dźwigni, i tu zapomocą mniejszej siły można zrównoważyć większą t. j. zyskać na sile, ale i tu, jak zawsze zresztą, nie można nic zyskać na pracy. Jeżeli np. siła, działająca na A otrzyma najmniejszy bodaj przyrost, tłok A będzie się obniżał, tłok B podnosił — łatwo wszakże zrozumieć, iż wobec tego, że przekrój naczynia N jest 20 razy większy od przekroju M, tłok B przesuwa się do góry na wysokość 20 razy mniejszą, niż wynosi obniżenie tłoka A — wszak objętność wody, która przytem wypartą zostanie z M, równać się musi objętości wody, przybywającej do N. Podobnie więc jak przy dźwigni, tak samo i tu, zyskując na sile, tracimy na drodze, czyli na pracy nie zyskujemy nic — i to nawet w tym idealnym przypadku, gdy założymy, iż tarcia nie mamy wcale do pokonania.


Rys. 182.

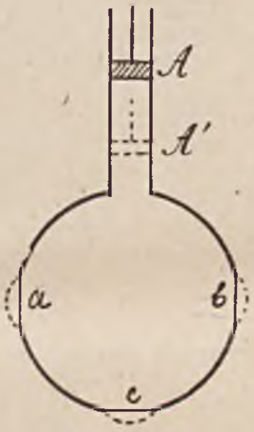
Ciekawe i ważne zastosowanie znajduje prawo Pascala w t. zw. *prasie hydraulicznej*, przedstawionej na rys. 182.

Zasadniczą część prasy tworzą dwa różnego przekroju naczynia walcowe, połączone rurą; w nich poruszają się tłoki (schematycznie więc mamy to samo, co na rys. 181); działając za pośrednictwem dźwigni na mały tłok, przenosimy ciśnienie za pośrednictwem cieczy i tłoka większego na przedmiot, umieszczony między ruchomą płytą, popychaną przez większy tłok, a nieruchomą częścią przyrządu. Parcie, wywierane w ten sposób na ciało, równa się ciśnieniu, pomnożonemu przez przekrój tłoka.

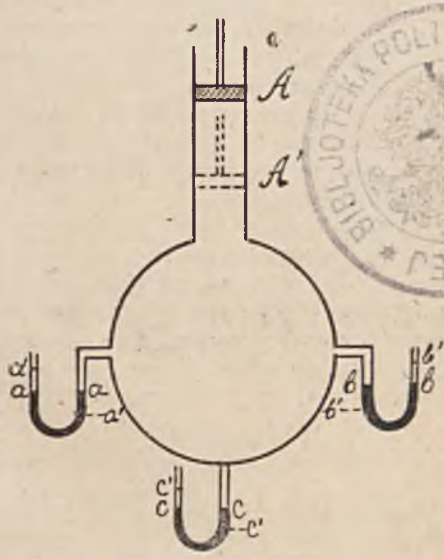
Jeżeli większy tłok ma przekrój 100 razy większy od tłoka małego, daje już to stokrotny zysk na sile; zysk ten powiększa się przez zastosowanie dźwigni, poruszającej tłok mały. To, że jednocześnie tracimy na drodze, a więc nie zyskujemy na pracy, zostało przez chwilę wyjaśnione — nieznaczne podniesienie większego tłoka wymaga wielokrotnego poruszania dźwigni, która uruchomia tłok mniejszy. Prasa hydrauliczna znajduje wiele zastosowań technicznych np. przy sporządzaniu siana prasowanego i t. d. Zauważmy tylko, iż zamiast wody, która wywołuje rdzewienie żelaznych części przyrządu, używa się zazwyczaj do napełniania prasy oleju lub gliceryny.

92. **Prawo Pascala** (ciąg dalszy).

Weźmy przyrząd z powietrzem jak na rys. 179 z tą różnicą, by zawierał on parę okienek, szczelnie przykrytych błonkami kauczukowemi (rys. 183). Jeżeli zaczniemy obniżać tłok w szyjce przyrządu, błonki uwypuklą się, jak to przedstawiono kropkami na rysunku, co dowodzi, iż przy zmniejszaniu się objętości gazu, parcie, wywierane przezeń na ściany obejmującego go naczynia, ulega zwiększeniu. Gdy natomiast tłok podniesiemy, powyżej położenia, przy którem błonki były płaskie, zobaczymy zjawisko odwrotne: przybiorą one kształt wklęsły, poddając się parciu powietrza, otaczającego przyrząd, co świadczy, że parcie gazu wewnątrz przyrządu przy tem zwiększaniu jego objętości uległo zmniejszeniu.



Rys. 183.



Rys. 184.

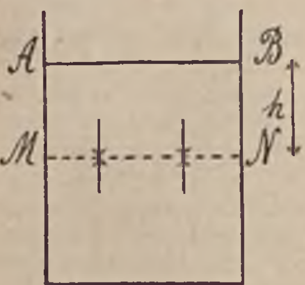
Gdybyśmy ten przyrząd z nieruchomym tłokiem umieścili jak wyżej pęcherz, pod kloszem pompy powietrznej, błonki przykrywające okienka w miarę usuwania powietrza z pod klosza wydymałyby się coraz bardziej nazewnątrz. Przytem ciekawą jest ta okoliczność, że wszystkie błonki tu zachowują się w sposób jednakowy i żadna z nich nie zdradza, by parcie gazu na ściany w jednem miejscu było inne, niż w każdem innem.

Przekonywamy się o tem dokładniej, używając zamiast tego przyrządu z błonkami, innego, podobnie zbudowanego, mającego jednak w okienkach szczelnie osadzone rurki szklane z obukońców otwarte, zgięte w kształcie litery *U* i zawierające nieco rtęci lub innej cieczy (rys. 184). Przy pewnem położeniu tłoka rtęć stoi w obu ramionach wszystkich rurek na jednakowym poziomie—w ramieniu, złączonem z naszym przyrządem, na rtęć w rurce prze powietrze zawarte w przyrządzie; w ramieniu natomiast drugiem prze na powierzchnię rtęci powietrze, otaczające przyrząd. Z położenia poziomów cieczy na jednakowej wysokości w obu ramionach wnosimy, jak to uzasadniamy w ust, 94, że działania te są sobie równe. Wystarcza jednak obniżyć tłok w szyjce przyrządu, a natychmiast poziom rtęci opada we wszystkich ramionach, złączonych z przyrządem, podnosi się natomiast w ramionacch zewnętrznych (poziomy $a'a'$, $b'b'$, $c'c'$) — wskazuje to na zwiększone parcie gazu przy wywołanem jego zgęszczeniu. Lecz, co znowu zasługuje przedewszystkiem na uwagę, to, że we wszystkich rurkach, gdziekolwiek są one przytwierdzone, wytwarzają się zupełnie jednakowe różnice poziomów rtęci — świadczy to oczywiście w sposób jeszcze bardziej przekonywający, niż doświadczenie poprzednie, iż zwiększenie parcia gazu na ściany, które wywołujemy przez popychanie tłoka, zachodzi w różnych miejscach naszego przyrządu jednakowo. Gaz prze i na tłok, przeciwdziałając sile zewnętrznej. Gdybyśmy wewnątrz przyrządu umieścili jakiś przedmiot, gaz wywierałby parcie na powierzchnię tego przedmiotu, podobnie jak wywiera je na ściany przyrządu i na tłok.

A więc, przenosimy tu ciśnienie za pośrednictwem gazu, jak w ust. 91 czyniliśmy to z cieczą; przytem widzimy, że *ciśnienie w gazie rozchodzi się we wszystkich kierunkach jednakowo.* Dochodzimy więc i tu do tego samego twierdzenia, które wypowiedzieliśmy wyżej w stosunku do cieczy, a które nosi nazwę *prawa Pascala*—prawo to zatem stosuje się jednakowo do cieczy jak i do gazów, t. j. do wszystkich płynów.

93. Ciśnienie w cieczy, wywołane przez jej ciężar.

Rozważając w ust. 91 rozchodzenie się ciśnienia w cieczy, braliśmy pod uwagę tylko ciśnienie, uwarunkowane działaniem sił zewnętrznych (parcie przez tłok); nie zapominajmy jednak, iż ciecz ulega działaniu siły ciężkości, że górne jej warstwy spoczywające na dolnych, ciężarem swym działają podobnie jak tłok, że zatem w głębi cieczy nie może panować wszędzie to samo ciśnienie, jakie panowałoby, gdyby istotnie jedynie decydującem było działanie parcia zewnętrznego.



Rys. 185.

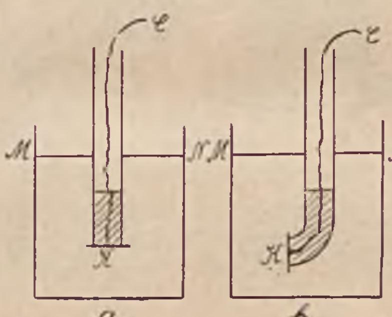
Rozpatrzmy cieniutką, o znikomo małej grubości, warstewkę *MN*, równoległą do poziomu cieczy, znajdującą się w głębokości *h* pod powierzchnią cieczy (rys. 185). Zakładając nawet, iż ciśnienia zewnętrznego na powierzchni cieczy niema wcale, rozumiemy, że warstewka ta pozostaje bądź co bądź pod działaniem ciężaru spoczywającego na niej słupa cieczy *ABNM*. Słup ten prze na *MN* jak tłok z góry i wywołuje reakcję sprężystą znajdującej się pod *MN* cieczy. Na *MN* zatem oprócz parcia z góry, działa równe mu parcie z dołu—gdyby bowiem równości tej nie było, warstewka nie mogłaby pozostać w równowadze. Wobec omawianego działania górnych warstw cieczy na dolne, gęstość cieczy nie może być w różnych jej punktach jednakowa — musi być większa w miejscach głębiej położonych; jednak wskutek bardzo małej ściśliwości cieczy, można zupełnie zaniedbać te niewielkie różnice, które istotnie zachodzą.

Jeżeli gęstość cieczy jest d, to masa słupa $ABMN$, skoro przekrój jego oznaczamy przez s, będzie shd; ciężar zaś jego $shdg$, gdzie jak zwykle g oznacza przyśpieszenie grawitacyjne. Ciśnienie więc w warstewce MN, t. j. w głębokości h pod poziomem cieczy, uwarunkowane jedynie ciężarem cieczy, wynosi

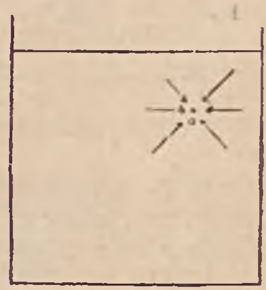
$$p = \frac{shdg}{s} = hdg \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Jak widzimy, *ciśnienie w cieczy wywołane przez jej ciężar*, jest tem większe, im w większej głębokości leży miejsce rozważane i im większa jest gęstość cieczy, innemi słowy, jest ono *proporcjonalne do głębokości rozważanego punktu w cieczy oraz gęstości cieczy.*

Całkowite ciśnienie w danym punkcie cieczy otrzymamy, jeżeli do tego ciśnienia, uwarunkowanego przez ciężar cieczy, dodamy ciśnienie, wywołane działaniem sił zewnętrznych.



Rys. 186.

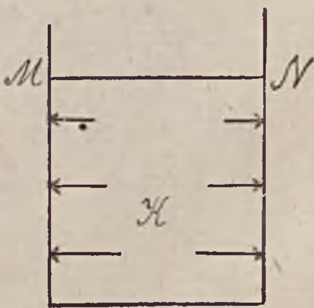


Rys. 187.

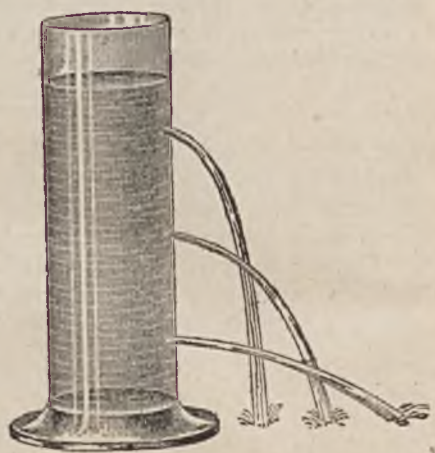
O tem, że istotnie w dowolnym punkcie cieczy panuje ciśnienie zarówno skierowane od dołu jak i od góry, przekonać się możemy zapomocą następującego prostego doświadczenia. Zanurzamy w cieczy rurę z ruchomem dnem (rys. 186); stanowi je płytka, szczelnie przylegająca do krawędzi rury i przytrzymywana podczas zanurzania sznurkiem, przeciągniętym przez rurę. Po zanurzeniu rury można puścić sznurek swobodnie, a dno nie odpadnie będąc właśnie przyciskane do rury z dołu, podczas gdy z góry na nie ciecz nie działa. Nalewajmy teraz do wnętrza rury tej samej cieczy, która wypełnia całe naczynie; dopóki poziom cieczy w rurze jest niższy niż w naczyniu, płytka się trzyma, z chwilą jednak, gdy poziomy cieczy w rurze i naczyniu stają się jednakowemi, płyta odpada.

Wystawmy sobie w cieczy znikomo małą jej część, wziętą w pewnej określonej głębokości (rys. 187). Część ta nie mogłaby pozostawać w równowadze, gdyby parcie, któremu ulega ona ze wszystkich stron, nie było równe. Właśnie prawo Pascala mówi nam, iż w cieczy panuje w danym punkcie ciśnienie w różnych kierunkach jednakowe; wielkość wszakże tego ciśnienia zależy od głębokości obranego punktu. Czytelnik zrozumie więc z łatwością, dlaczego doświadczenie, podobne do wyobrażonego na rys. 186 *a*, można wykonać z rurą, zgiętą tak, jak to przedstawia rys. 186 *b*. Co tu trzeba uczynić, aby płytka odpadła?

Z powiedzianego wynika, iż ciśnienie, które ciecz wywiera na ściany naczynia, jest tem większe, im głębiej leży rozważane miejsce ściany pod poziomem cieczy (rys. 188). Przekonać się można łatwo o tem, nalewając



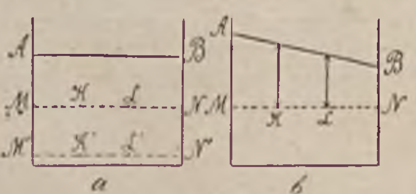
Rys. 188.


Rys. 189.

wody do wysokiego cylindra, mającego kilka otworów bocznych na różnych wysokościach (rys. 189); dlaczego strumienie, tryskające z tych otworów, dosięgają różnej odległości, tem większej przytem, im niżej leży otwór?

94. Równowaga cieczy w naczyniach pojedyńczych i połączonych.

Gdy w naczyniu mamy ciecz, przyczem powierzchnia jej jest pozioma (rys. 190 *a*), we wszystkich punktach, wewnątrz niej położonych na jednym poziomie np. na poziomie *MN*, panuje jednakowe ciśnienie, wszystkie bowiem leżą w tej samej głębokości. Podobnie i na każdym innym poziomie np. *M' N'* we wszystkich punktach np. *K' L'* panuje jednakowe ciśnienie, leżą one bowiem w jednakowej głębokości; ciśnienie to wszakże na poziomie *M'N'* jest oczywiście większe, niż na wyższym poziomie *MN*. Przypuśćmy jednak, że powierzchnia cieczy nie byłaby pozioma — przedstawia to rys. 190 *b*; wówczas w poszczególnych punktach dowolnego poziomu *MN* nie mielibyśmy jednakowego ciśnienia—np. w punkcie *K* ciśnienie byłoby



Rys. 190.

większe niż w L, albowiem pierwszy punkt przypadałby dalej od powierzchni cieczy, t. j. leżałby głębiej, niż drugi. Ponieważ ciśnienie cieczy w każdym punkcie skierowane jest jednakowo we wszystkich kierunkach, przeto ciśnienie, rozchodzące się w kierunku od L do K, byłoby mniejsze niż to, któreby się rozchodziło od K do L, skutkiem czego nie byłoby równowagi i ciecz poruszałaby się od miejsca o ciśnieniu większem do miejsca o ciśnieniu mniejszem, dopókiby się wreszcie ciśnienie na danym poziomie nie zrównało; to samo rozumowanie dotyczy każdego innego poziomu. Zrozumiałe jest, iż równowaga nastąpiłaby wreszcie tylko przy poziomem położeniu powierzchni cieczy, jak na rys. 190 *a*.

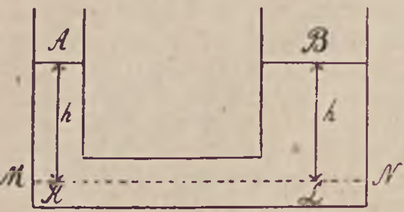
Na rzecz tę spojrzeć można jeszcze z innego stanowiska. O ile powierzchnia cieczy ma położenie takie jak rys. 190 *a*, środek masy cieczy mieści się w odległości od dna, równej połowie wysokości słupa cieczy; jeżeli zaś powierzchnia cieczy zajmuje położenie jak na rys. 190 *b*, środek masy cieczy przypada wyżej; w ust. 60 zaś podkreślaliśmy dążność każdego układu do takiego stanu, przy którym jego energja potencjalna jest najmniejsza; w tym razie ciecz dzięki ruchliwości swych cząstek podąża właśnie do minimum wartości energji potencjalnej, które odpowiada możliwie najniższemu położeniu środka masy przy poziomej powierzchni cieczy.

Powierzchnię poziomą AB cieczy (rys. 190 *a*), jak również poziomy MN lub $M'\ N'$ traktujemy tu jako płaszczyzny; możemy sobie na to pozwolić, pamiętając, iż kierunkiem poziomym nazywamy kierunek prostopadły do pionowego i uwzględniając, że piony, poprowadzone przez blisko siebie położone punkty np. K i L, możemy uważać za równoległe do siebie. Inaczej miałaby się rzecz, gdybyśmy rozpatrywali bardzo wielkie naczynie (zbiornik), wypełnione cieczą—przykładem morza lub oceany, przy założeniu, iż woda w nich pozostaje w zupełnym spoczynku; tu powierzchnia, będąc prostopadłą wszędzie do kierunku pionowego, jest wyraźnie wypukłą (rys. 191).

Rys. 191.

Zauważmy jeszcze, iż płaska w przybliżeniu powierzchnia cieczy w każdem naczyniu jest wyraźnie zakrzywiona tuż przy ścianach naczynia; zachodzi tu zjawisko włoskowatości, o którem będzie mowa niżej. W oceanach znów przy brzegach występuje silne działanie grawitacyjne lądu ziemskiego na wodę, skutkiem czego tu poziom oceanu jest znacznie wzniesiony w porównaniu z miejscami, dalej położonemi od brzegu.

Przypuśćmy teraz, iż ciecz jednorodna wypełnia dwa naczynia A i B, połączone ze sobą w ten sposób, (rys. 192), że ciecz może przepływać z jednego naczynia do drugiego. Jaki jest warunek równowagi cieczy w takich naczyniach połączonych? Łatwo znaleźć odpowiedź na to pytanie. Ciecz będzie w równowadze, jeżeli we wszystkich punktach dowolnego poziomu, np. poziomu *MN* będzie panowało jednakowe ciśnienie. Ale wszak w punktach *K* i *L* będziemy mieli ciśnienie równe tylko w tym razie, gdy punkty te będą się znajdowały w jednakowej głębokości t. j. w równej odległości (*h*) od powierzchni cieczy. Wynika stąd, że powierzchnia jednej i tej samej cieczy, w naczyniach połączonych przypada na *jednym poziomie*, jeżeli ciecz jest w spoczynku.



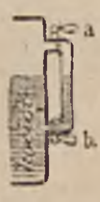
Rys. 192.

Zakładamy, iż ciśnienie na poziomie *MN* warunkuje jedynie ciężar cieczy; wszakże powierzchnia cieczy w obu naczyniach podlega ciśnieniu atmosferycznemu, o którem mowa niżej (ust. 96); ponieważ jednak ciśnienie to na powierzhnię cieczy *A* i *B* jest jednakowe, okoliczność ta nie dodaje nic nowego do warunku równowagi. Pamiętajmy, że i tu wspomniane zjawisko włoskowatości wpływa zakłócająco na powierzchnię cieczy przy ścianach naczyń; jeżeli połączone naczynia będą bardzo wąskie, ten wpływ zakłócający będzie tak znaczny, iż otrzymany przed chwilą warunek równowagi wcale nie zostanie spełniony (niżej o tem mowa w ust. 114).

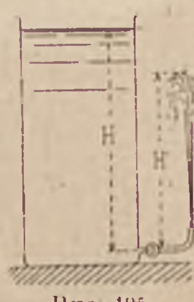
Rys. 193 przedstawia w naturze naczynia połączone, jakich się używa do pokazu na wykładzie. Bliższych wyjaśnień on nie wymaga.

Dążenie cieczy do ustawienia się na jednym poziomie w naczyniach połączonych znajduje wiele zastosowań praktycznych. Rys. 194 przedstawia t. zw. wodowskaz w kotłach parowych; jest to rurka szklana, połączona w sposób, uwidoczniony na rysunku, z kotłem—

Rys. 193.



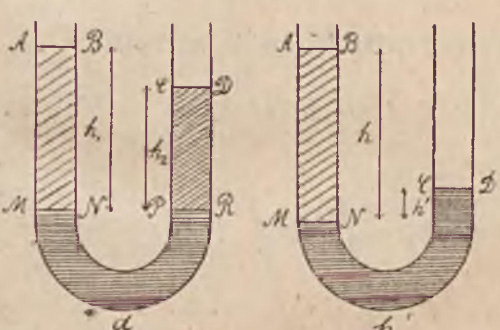
Rys. 194.



Rys. 195.

obserwując poziom wody w rurce, widzimy, czy kocioł zawiera dostateczną ilość wody. Jeżeli naczynie z wodą zaopatrzone jest w boczną rurkę z wygiętym do góry otwartym końcem, jak to przedstawia rys. 195, to woda tryska do góry, dążąc do osiągnięcia tej wysokości, na której się znajduje ona w naczyniu (wysokości tej ona nie osiągnie ze względu na przeszkody, które strumień wody napotyka w rurce i w powietrzu). Na tej zasadzie oparta jest budowa wodociągów—pompy tłoczą wodę z rzeki lub studni do t. zw. wieży ciśnień, t. j. do wielkiego zbiornika, gdzie woda osiąga poziom wyższy, niż wysokość mieszkań, do których rury doprowadzają wodę z tego zbiornika. W podobny sposób urządzają się fontanny; na tem oparta jest również budowa studzien artezyjskich i t. d.

Weźmy rurę szklaną o średnicy paru centymetrów, zgiętą w kształcie litery U (rys. 196); gdy nalejemy do niej rtęci, ciecz ta stanie w obu ramionach na jednakowym poziomie MN i PR.



Rys. 196.

Gdybyśmy teraz do obu ramion zaczęli dolewać jednej i tej samej cieczy np. wody, to oczywiście warunkiem, by poziom rtęci (MN i PR) pozostał bez zmiany, byłby ten, by słupy tej cieczy, spoczywające na rtęci w obu ramionach, były jednakowej wysokości (dlaczego? coby się stało, gdyby jeden słup był wyższy?). Gdybyśmy jednak do obu ramion naleli różnych cieczy, np. do jednego wody, a do drugiego gliceryny, łatwo pojąć, iż warunkiem, by rtęć zachowała dawny poziom w obu ramionach, nie byłaby już równość słupów — słup gliceryny musiałby być niższy. W rzeczy samej, niech w lewem ramieniu naszego przyrządu ciecz o gęstości d_1 tworzy słup wysokości h_1, w prawem zaś ciecz o gęstości d_2 słup wysokości h_2. Na powierzchni MN rtęci ciśnienie jest proporcjonalne do gęstości d_1 nalanej cieczy, jak również do głębokości h_1 rozważanego poziomu (wzór (1) na str. 219), to jest proporcjonalne do $h_1 . d_1$; podobnie ciśnienie na powierzchni PR jest proporcjonalne względem $h_2 . d_2$; warunkiem tedy równości tych ciśnień, co jedynie umożliwia pozostanie powierzchni rtęci MN i PR w ich początkowem położeniu, jest

$$h_1 . d_1 = h_2 . d_2$$

skąd

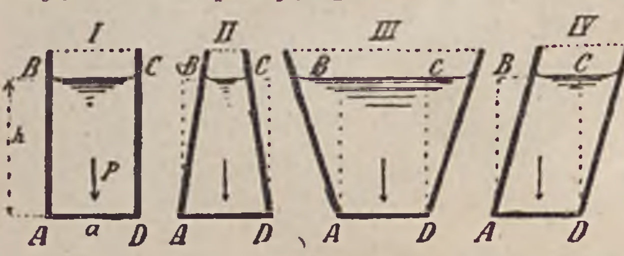
$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

t. j. równowaga zachodzi, gdy *wysokości słupów cieczy są odwrotnie proporcjonalne do ich gęstości.* Poznajemy tedy sposób porównywania gęstości cieczy przy pomocy naczyń połączonych. Znając gęstość jednej cieczy np. d_1, znajdziemy gęstość d_2 drugiej, skoro zmierzymy h_1 i h_2, do czego posługujemy się przy dokładnych pomiarach katetometrem.

Gdybyśmy przy doświadczeniu z przyrządem, wyobrażonym na rys. 196, zamiast do obu ramion, zawierających rtęć, naleli cieczy do jednego tylko ramienia, wówczas poziom rtęci w drugim ramieniu podniósłby się, a w pierwszym opadł. Widoczne jest, że w tym razie (rys. 196 *b*,) ciśnienie słupa rtęci (wysokości h') równoważy ciśnienie słupa danej cieczy (wysokości h). Mierząc więc różnicę poziomów h' rtęci w obu ramionach, jak również wysokość h słupa dolanej cieczy, możemy porównać gęstość cieczy z gęstością rtęci.

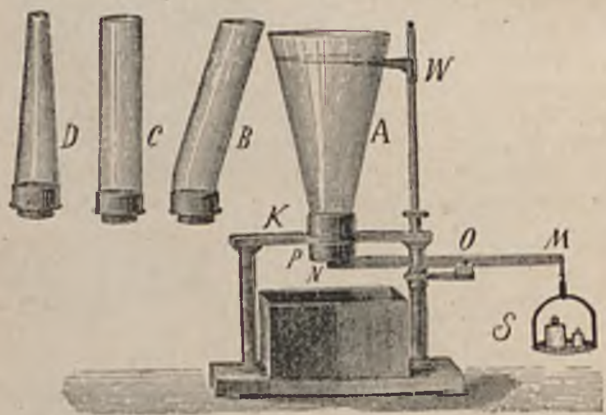
95. Parcie cieczy na dno zawierającego ją naczynia.

Parcie cieczy na dno zawierającego ją naczynia znajdujemy, znając wartość panującego tam ciśnienia i powierzchnię dna. Jeżeli ciśnienie cieczy na dnie jest p, powierzchnia zaś dna jest s, to parcie szukane wynosi $p \, . \, s$. Weźmy cztery naczynia różnych kształtów o dnie jednakowej wielkości (rys. 197).



Rys. 197.

Jeżeli do wszystkich tych naczyń wlejemy jednej i tej samej cieczy do tej samej wysokości h, wówczas na dnie każdego z tych naczyń, przypadającem na tej samej głębokości, panować będzie ciśnienie jednakowe; ponieważ z drugiej strony powierzchnie dna są również we wszystkich naczyniach jednakowe, przeto i parcie, wywierane przez ciecz na dno, będzie też we wszystkich tych naczyniach jednakowe, niezależnie od róż-



Rys. 198.

nicy kształtów tych naczyń. Możemy łatwo się przekonać o słuszności otrzymanego wniosku, używając przyrządu, wyobrażonego na rys. 198. Do jednej i tej samej oprawy dają się wkręcać naczynia różnych kształtów; płytka *P*, przytrzymywana drążkiem, którego drugi koniec jest obciążony, stanowi ruchome dno wkręcanego w oprawę naczynia. Przy danej sile, przytrzymującej tę płytkę, gdy coraz to inne naczynie jest wkręcane do oprawy, nalać trzeba za każdym razem danej cieczy (np. wody) *do tej samej wysokości* (notujemy to przy pomocy widocznej na rysunku wskazówki), by dno pod parciem cieczy odpadło i ciecz zaczęła się wylewać.

96. Ciśnienie w głębiach mórz i oceanów.

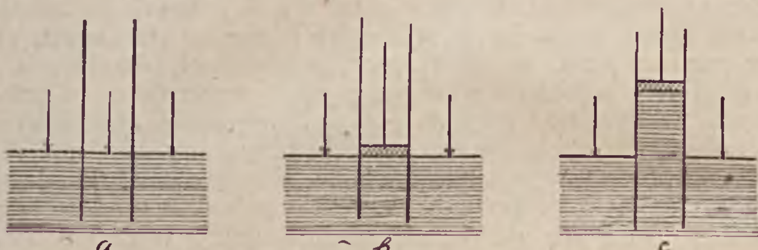
Ciśnienie w cieczy, jak widzieliśmy, zależy od głębokości rozważanego w niej punktu, t. j. od odległości tego punktu od powierzchni swobodnej. Różnice ciśnienia w różnych głębokościach dają się łatwo dostrzec w niewielkich nawet warstwach cieczy, które miewamy np. w naczyniach, używanych do doświadczeń, Cóż dopiero za różnice występują, gdy rozpatrujemy te kolosalne zbiorniki wody, jakie nam daje natura w postaci mórz i oceanów, gdzie głębokość sięga w niektórych miejscach 10 Km.! (Ocean Wielki w pobliżu wysp Marjańskich i Karolińskich). Woda w morzach i oceanach nie posiada wszędzie jednakowej gęstości; jest to zależne nietylko od różnicy temperatury w poszczególnych miejscach, ale i od tych wielkich różnic ciśnienia — przy takich ciśnieniach nie można już zaniedbywać ściśliwości cieczy, jak to czyniliśmy wyżej, zakładając dla uproszczenia, iż ciecz w naczyniu posiada wszędzie dokładnie jednakową gęstość.

W związku z panującem w głębinach morskich ciśnieniem pozostaje budowa istot, zamieszkujących te głębiny; ryby, które tam żyć mogą, nie przystosowane są bynajmniej do istnienia w wodach płytkich — wielkie ciśnienie zewnętrzne, któremu podlegają ich ciała, równoważy się ciśnieniem wewnętrznem, które nie może się wahać w zbyt szerokich granicach; to też, gdy względnie niedawno wynaleziono sposoby wydobywania tworów z wielkich głębin, zdarzało się, iż np. wyciągnięta na powierzchnię ryba pękała — ciśnienie wewnętrzne nie równoważyło się już ciśnieniem ze strony zewnętrznej.

97. Ciśnienie w gazie, wywołane przez jego ciężar. Ciśnienie atmosferyczne. Zasada barometru.

Zwróćmy się teraz ku temu wielkiemu oceanowi powietrznemu, na którego dnie żyjemy. Powietrza nie otacza żadna zewnętrzna osłona; dlaczegóż ono wbrew swej rozprężliwości nie rozproszy się w przestrzeni wszechświatowej, a trzyma się ziemi, otaczając ją pewnej grubości warstwą. Dzieje się to dlatego, że powietrze, jak inne gazy, jak wszystkie zresztą ciała, podlega działaniu grawitacyjnemu, działaniu siły ciężkości. Ciężar powietrza jest tą siłą, która trzyma powietrze przy ziemi. Ale w takim razie w powietrzu musi zachodzić to samo, cośmy już rozpatrywali w cieczach, a mianowicie, że górne warstwy ciężarem swym działają na dolne, a przez to ciśnienie, panujące w poszczególnych punktach tego morza gazowego, które nas otacza, nie może być jednakowe — musi być większe w punktach, leżących „głębiej", t. j. bliżej powierzchni ziemi. Tak też jest istotnie, jak nas przekonywają pomiary ciśnienia atmosferycznego, dokonywane przy pomocy przyrządu, zwanego *barometrem*, którego zasadę mamy właśnie wyjaśnić.

Już w starożytności znane były pompy tłokowe, któremi posługiwano się przy podnoszeniu wody ze zbiorników (np. studzien)

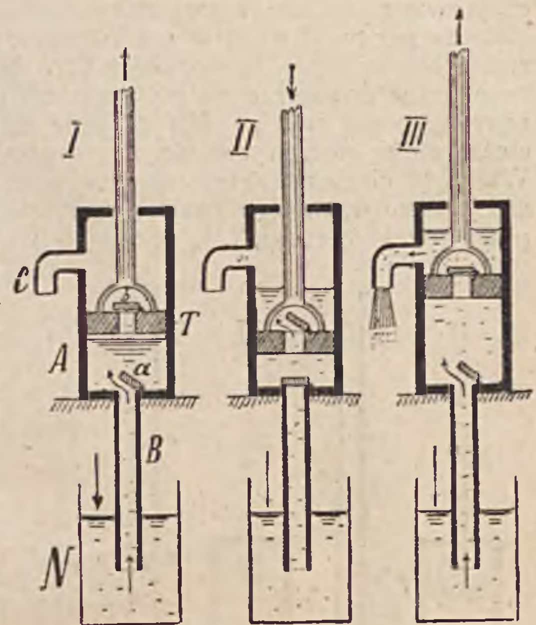


Rys. 199.

na pewną wysokość. Przypuśćmy, iż mamy w wodzie rurę pionową z tłokiem, jak to przedstawia rys. 199 *b*, tak że przylega on do samej powierzchni wody; jeżeli zaczniemy tłok podnosić, woda będzie podążała za tłokiem w górę. To właśnie zjawisko znane było w starożytności—tłumaczono je tem, że „natura boi się próżni" (przy podnoszeniu tłoka woda wypełnia próżnię, powstającą pod tłokiem). Na wątpliwą wszakże wartość takiego tłumaczenia wskazywać musiał fakt, że tą drogą wody nie można podnosić na każdą wysokość, a jedynie na dość ograniczoną (przy najszczelniejszym tłoku nie wyżej nad 10 m.). Czyżby obawa natury przed próżnią miała jakie granice?

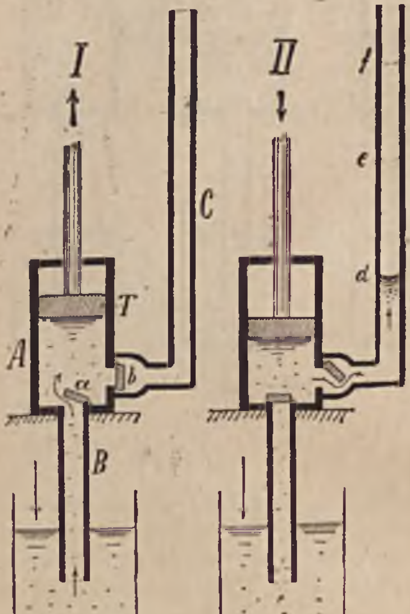
Torricelli, znakomity uczeń jeszcze bardziej znakomitego nauczyciela Galileusza, pierwszy wytłumaczył dane zjawisko tak, jak my je dziś sobie tłumaczymy. Oto, o ile zanurzona jest w wodzie rura bez tłoka (rys. 199 *a*), zarówno wewnątrz, jak nazewnątrz rury prze na powierzchnię cieczy powietrze; gdy w rurze mieści się tłok, jak na rys. 199 *b*, wówczas przy podnoszeniu go do góry, nie mamy pod tłokiem parcia na ciecz, podczas gdy nazewnątrz rury parcie to istnieje — parciem tem powietrze wpędza wodę do rury. Gdy jednak przy podnoszeniu tłoka wzniesie się w rurze słup wody tej wysokości, iż ciężar jego zrównoważy parcie otaczającego powietrza, dalej woda podnosić się nie będzie.

(Naturalnie, gdybyśmy po podniesieniu tłoka, jak na rys. 199 *c*, zaczęli tłok obniżać, woda wróciłaby do tego zbiornika, z którego weszła do rury. Chcąc zbudować pompę, musimy zabezpieczyć się przed taką ewentualnością. Rys. 200 tłumaczy, jak się cel osiąga przez użycie odpowiednio otwierających się do góry klap w rurze i tłoku; klapa *a* otwiera się, gdy tłok unosi się do góry, zamyka się natomiast przy obniżaniu tłoka; rola klapy *b* w tłoku jest też łatwa do zrozumienia. Rys. 200 przedstawia typ t. zw. pompy ssącej. Rys. 201 wyjaśnia nam zasadę pompy ssąco-tłoczącej, pozwalającej przy pomocy odpowiednich motorów tłoczyć wodę na znaczną wysokość, np. do wieży ciśnień (por. ust. 93)). ⅄



Rys. 200.

Torricelli rozumował zupełnie słusznie, iż gdyby zamiast wody użyć rtęci w podobnem doświadczeniu, rtęć podniosłaby się na mniejszą znacznie wysokość i to na tyle razy mniejszą, ile razy gęstość rtęci jest większa od gęstości wody. To też wskazał on nam następujące doświadczenie, które zarazem wyjaśnia zasadę budowy barometru rtęciowego. Bierzemy rurkę szklaną ok. 1 m. długości i ok. 1 cm. średnicy, z jednego końca zalutowaną; napełniamy ją (rys. 202) całkowicie rtęcią, trzymając oczywiście końcem zalutowanym ku dołowi i dbając o to, by nie pozostały w niej pęcherzyki powietrza; po zatknięciu palcem otworu rurki już wypełnionej odwracamy ją, zanurzamy tym otwartym końcem w naczyniu z rtęcią i wtedy dopiero usuwamy palec, którym zamknęliśmy otwór, nadając jednocześnie rurce położenie mniej więcej pionowe. Okazuje się, iż wypełniająca rurkę rtęć opada i zatrzymuje się na pewnej wysokości ponad poziomem rtęci, zawartej w naczyniu. Pochylenie rurki zarówno jak kształt (rys. 203) nie wpływają na tę różnicę poziomu rtęci w rurce i w naczyniu, co jest zupełnie zrozumiałe, skoro uważnie przestudjowaliśmy ust. 93; tylko skala, która służy do wymierzania odległości między poziomami, musi być pionowa (dlaczego?). Szerokość rurki również nie ma zasadniczego znaczenia, jak to zaraz zobaczymy, obliczając wartość ciśnienia atmosferycznego. Przypuśćmy, iż s (rys. 204) oznacza przekrój rurki w cm.^{2}, h wysokość słupa rtęci w rurce, zmierzoną w cm. Na poziomie MN działa z dołu parcie, wywierane przez powietrze na powierzchnię rtęci w naczyniu A i przenoszone przez rtęć na MN zgodnie z prawem Pascala, z góry—ciężar słupa rtęci wysokości h, równoważący tamto parcie z dołu. Wielkość ciśnienia zatem na powierzchni MN, t. j. wielkość *ciśnienia atmosferycznego* znajdziemy, dzieląc ciężar tego słupa rtęci przez przekrój rurki, t. j. przez podstawę słupa; zatem jeżeli d



Rys. 201.

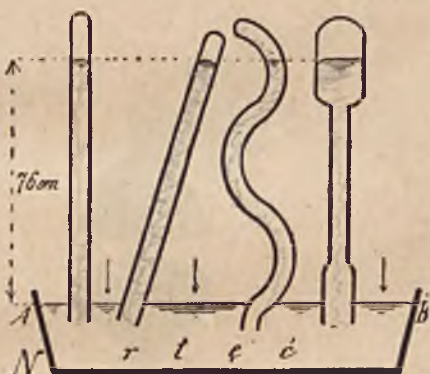
Rys. 202.

oznacza gęstość rtęci, zaś g—przyśpieszenie grawitacyjne, mamy, zważywszy, iż objętość słupa jest h . s

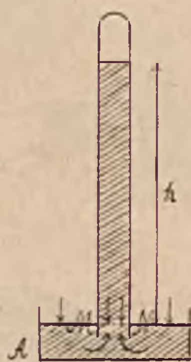
$$b = \frac{f}{s} = \frac{s \cdot h \cdot d \cdot g}{s} = hdg \quad . \quad . \quad . \quad .$$

Jak widzimy, ze wzoru tego ruguje się s, czyli istotnie przekrój rurki nie gra roli w wyznaczaniu ciśnienia atmosferycznego; zauważmy jednak, iż przekrój ten nie może być zbyt mały, gdyż w takim razie zachodziłby znaczny wpływ komplikujący włoskowatości, co z dalszego toku wykładu stanie się zrozumiałe.

Ciśnienie to, jak widzimy, mierzy się iloczynem trzech wielkości: 1) wysokości słupa rtęci, 2) gęstości rtęci i 3) przyśpieszenia grawitacyjnego. Gęstość rtęci zależy od temperatury; ustalono więc dla uniknięcia nieporozumień posługiwanie się rtęcią w 0° C., a ponieważ w rzeczywistości temperatura bywa najrozmaitsza, przeto po zmierzeniu wysokości słupa w danej temperaturze oblicza się zapomocą odpowiednich wzorów, jaką byłaby ta wysokość w 0°, i dokonywa się w ten sposób t. zw. *redukcji* do 0° (temperatura ma też wpływ na wielkość podziałki skali, której używamy do mierzenia). Podobnie, ponieważ g w różnych miejscach jest różne, dokonywa się innej redukcji do tej wartości, którą g posiada przeciętnie na szerokości 45°; ta druga poprawka jest znacznie mniejsza od pierwszej i, o ile nas tylko obchodzą zmiany ciśnienia dla danego miejsca, gdzie g jest stałe, może



Rys. 203.



Rys. 204.

być pominięta. Dodajmy, że nieuniknione są jeszcze dwie poprawki: przedewszystkiem nawet w szerokich rurkach zachodzi wpływ włoskowatości, skutkiem czego rtęć w rurce stoi cokolwiek niżej, niżby stała, gdyby wpływu tego nie było; poza tem pamiętać należy, iż nad powierzchnią rtęci w rurze nie mamy próżni lecz parę rtęci (podobnie jak nad powierzchnią wody parę wody)— prze ona, jak każdy gaz, na ściany rurki i na powierzchnię rtęci, skutkiem czego rtęć w rurce stoi cokolwiek niżej, niż stałaby wtedy, gdyby tej pary nad powierzchnią rtęci nie było *). W ten to sposób przez bezpośrednie mierzenie (przy pomocy przystawionej skali lub katetometru) oraz przez dalsze obliczanie wyznacza się wysokość słupa barometrycznego, który się przyjmuje za miarę ciśnienia atmosferycznego. Wysokość ta jest naogół zmienna i nietylko bywa różna w różnych miejscach, zwłaszcza na różnych wysokościach (dlaczego?), ale i w jednem i tem sa-

*) Oto dlaczego zastrzegaliśmy, iż należy tak napełniać rtęcią rurkę barometryczną by się tam powietrze nie dostawało.

liczone od powierzchni!

mem miejscu ulega wciąż wahaniom. Ponieważ na poziomie morza pod szerokością 45° wartość ta waha się mniej więcej około 76 cm. (760 mm.), przyjęto nazywać ciśnienie atmosferyczne, mierzone tej wysokości słupem rtęci, *normalnem*, a wogóle ciśnienie tej wielkości nazywać *ciśnieniem jednej atmosfery.*

Wartość tego normalnego ciśnienia wynosi więc, jak to łatwo obliczyć, zakładając $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, a d (w 0°) $= 13{,}6 \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3}$

$$hdg = 76 \text{ cm. } 13{,}6 \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3} \cdot 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} = 1013961{,}6 \frac{\text{gr. cm.}}{\text{sek.}^2 \text{ cm.}^2} =,$$

$$= 1013961{,}6 \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

t. j. cokolwiek więcej od $1 \frac{\text{megadyny}}{\text{cm.}^2}$

Rys. 205

Rys. 206.

Wartość ta jest pokaźna. Obliczmy np., opierając się na tem, parcie, któremu podlega ciało nasze, otoczone atmosferą, a otrzymamy liczbę olbrzymią; parcie to równoważy ciśnienie wewnętrzne naszego organizmu. Gdy człowiek w podróży napowietrznej balonem unosi się na znaczną wysokość, gdzie ciśnienie atmosferyczne jest mniejsze, równowaga ta zostaje zakłócona i występują ciężkie objawy przeważającego wówczas ciśnienia wewnętrznego.

Gdy rękę przystawimy do otworu dzwonu szklanego (rys. 205), z którego przy pomocy pompy usuwać będziemy powietrze, tryśnie krew z ręki (dlaczego?).

Słynny w dziejach fizyki burmistrz Magdeburga, Otto v. Guericke, wykonał historyczne doświadczenie z t. zw. półkulami magdeburskiemi (rysunek 206 i 207). Dwie takie półkule dopełniają się nawzajem, tworząc kulę, gdy je złożymy; o ile z wewnątrz złożonej kuli usuwamy powietrze, rozłączenie półkul wymaga pokonania parcia atmosferycznego z zewnątrz, którego już nie równoważy parcie od wewnątrz kuli. Wartość siły, przeciwdziałającej rozłączaniu półkul, znajdziemy, obliczając, ile cm.² posiada pole wielkiego koła kuli, i pamiętając, iż na każdy cm.² działa parcie mniej więcej równe ciężarowi jednego kilograma (megadyna jest siłą cokolwiek większą od ciężaru 1 kilograma). W doświadczeniu magdeburskiem przy użyciu odpowiedniej wielkości kuli 16 koni nie mogło rozdzielić półkul połączonych.

Bardzo prostem doświadczeniem, wykazującem ciśnienie atmosferyczne, jest następujące: wypełniamy całko-

Rys. 207.

Rys. 208.

wicie szklankę wodą, a po ostrożnem przykryciu jej arkuszem papieru tak, by pod papierem nie było pęcherza powietrza, odwracamy szklankę, przytrzymując dłonią arkusz; potem możemy usunąć rękę z pod arkusza, a arkusz nie odpadnie i woda się nie wyleje (rys. 208).

Jeżeli na talerzu pompy powietrznej umieścimy cylinder szklany, zawiązany szczelnie pęcherzem (rys. 209) i zaczniemy wypompowywać z wnętrza cylindra powietrze, pęcherz zostanie wgnieciony przez ciśnienie atmosferyczne i wreszcie pęknie z hukiem. Podobnych doświadczeń, ilustrujących ciśnienie atmosferyczne, daje się wiele wykonać.

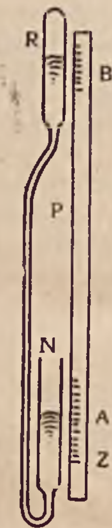
Rys. 209.

98. Barometry, aneroidy, barografy.

Po wyjaśnieniach, danych w poprzednim ustępie co do zasady barometru rtęciowego, czytelnik łatwo zrozumie budowę istotną tych przyrządów. Rys. 210 i 211 przedstawiają właśnie 2 typy używanych barometrów. Na rys. 210 mamy ***barometr naczynio-***

wy — budowa jego odpowiada schematowi na rys. 204. Naczynie z rtęcią ma dno ruchome, które daje się obniżać i podnosić przy pomocy śruby; śrubę reguluje się tak, by poziom rtęci dotykał ostrza nieruchomo osadzonej igły z kości słoniowej (w rtęci jak w zwierciadle widzimy obraz tego ostrza; poruszamy dno przy pomocy śruby, dopóki nie dojrzymy, iż koniec ostrza igły dotyka swego własnego obrazu). Po takiem ustawieniu poziom rtęci w naczyniu stoi na *zerowej* podziałce skali; wystarczy odczytać, na której podziałce przypada poziom rtęci w rurce. Podziałka przy której pomocy to się robi i która zaopatrzona jest w nonjusz dla dokładniejszego odczytywania, zrobiona jest zazwyczaj na metalowej oprawie, osłaniającej rurkę barometryczną. Szczegóły budowy dolnej i górnej części tego barometru uwidocznione są na rys. 212. Ponieważ skala do odczytywania wysokości barometrycznej musi być pionowa, jak to podkreśliliśmy w poprzednim ustępie, barometr zawiesza się np. tak, jak to widzimy na rys. 213.

Rys. 210.

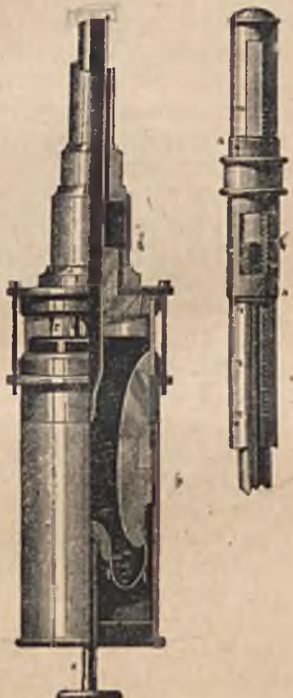


Rys. 211.

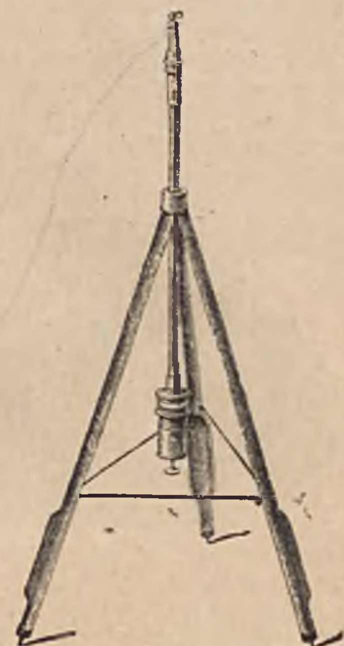
Zamiast rurki, wstawionej do oddzielnego naczynia, można użyć naczyń połączonych—rurki zgiętej tak, jak to wyobraża rys. 211 *(barometr lewarowy)*; górny koniec rurki jest zalutowany, drugi otwarty. Jeżeli nad powierzchnią rtęci w ramieniu zamkniętem niema powietrza, a jest tylko para rtęci, ciśnienie atmosferyczne mierzy się słupem rtęci, którego wysokość równa się odległości poziomów rtęci w ramieniu otwartem i zamkniętem; rurka zgięta jest zazwyczaj tak, by obie powierzchnie rtęci przypadały jedna pod drugą, na jednej linji pionowej.

Podziałka i tu robi się zwykle na oprawie metalowej, w której okienka pozwalają widzieć dokładnie oba poziomy rtęci; trzeba tu zrobić zawsze 2 odczytywania, do czego służą dwa nonjusze. Podobnie jak poprzedni, i ten barometr winien być ustawiony pionowo. (Dlaczego na jednym i na drugim muszą być termometry?).

Barometry rtęciowe stanowią przyrządy kosztowne i niewygodne do przenoszenia. Jakkolwiek więc w badaniach naukowych wyłącznie niemal takie barometry bywają używane, to jednak w praktyce codziennej zastępują je najczęściej barometry metalowe, t. zw. *aneroidy*. Rys. 214 przedstawia urządzenie najbardziej rozpowszechnionego typu aneroidu. Sprężyste pudełko blaszane *K*, hermetycznie zamknięte, o powierzchni pofałdowanej, zawierające powietrze rozrzedzone, podlega działaniu ciśnienia atmosferycznego. Mocna szeroka sprężyna *P*, połączona jednym końcem w R z podstawą przyrządu, drugim zaś w M z powierzchnią pudła K, przeciwdziała ciśnieniu atmosferycznemu, usiłującemu wgnieść powierzchnię pudła K. Zachodzące przy zmianach ciśnienia ruchy powierzchni pudełka udzielają się połączonej z niem przy pomocy szeregu drążków i kółek zębatych wskazówce, która się przesuwa nad podziałką. Na podziałce czytamy 730, 740, 750 i t. d., co rozumieć należy w ten sposób, iż gdy wskazówka stoi,



Rys. 212.



Rys. 213.

dajmy na to, na podziałce 748, ciśnienie atmosferyczne wynosi 748 mm. Tyle więc wskazałby użyty jednocześnie barometr rtęciowy. Skala aneroidów sporządza się i sprawdza przy pomocy barometru rtęciowego, jako przyrządu zasadniczego. Pamiętać należy, iż budowa aneroidów oparta jest na własnościach sprężystych metali, a własności te dalekie są od ideału; aneroidy wymagają więc systematycznego co pewien czas sprawdzania.

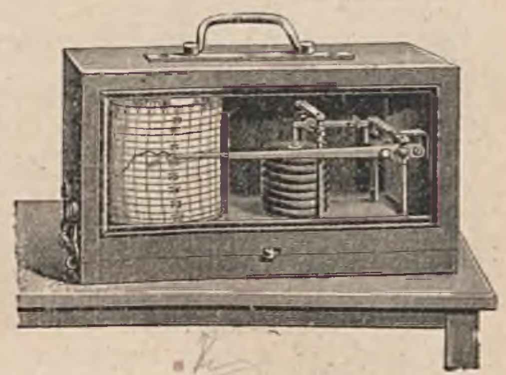
Przebieg wielu zjawisk fizycznych zależy od ciśnienia atmosferycznego; zapoznając się kolejno z różnemi działami fizyki, zapoznamy się i z tą zależnością. W pracowni zatem fizycznej barometr jest nieodzownym przyrządem. Ale oto inna dziedzina zjawisk, w której ciśnienie atmosferyczne odgrywa pierwszorzędną rolę — zmiany pogody pozostają w związku ze zmianami ciśnienia atmosferycznego; wszakże zależność ta nie jest tak prosta, by usprawiedliwiała popularny pogląd, iż barometr pozwala przepowiadać pogodę. Ciśnienie nie jest jedynym czynnikiem, warunkującym pogodę; jeżeli chodzi o przepowiednię pogody, dokonywa się tego między innemi na podstawie znajomości zmian, które zachodzą w ciśnieniu atmosferycznem na pewnym większym obszarze ziemi. Przepowiedni takich dokonywa centralna stacja meteorologiczna na podstawie danych, dostarczanych jej systematycznie w drodze telegraficznej przez ogół stacyj, tworzących sieć meteorologiczną. Wszystkie te stacje muszą zatem być zaopatrzone w barometry (rtęciowe). Znajomość zmian, którym podlega ciśnienie atmosfery w jakimś jednym punkcie, nie może w żadnym razie służyć za wystarczającą podstawę do przewidywania pogody; jednakże np. gwałtowne i znaczne zmiany ciśnienia, które barometr wskazuje w danem miejscu, niemal zawsze się wiążą ze zmianami pogody, naogół przytem powiększanie się ciśnienia idzie w parze z rozpogadzaniem się, zniżone ciśnienie — z opadami, deszczem, burzą. Takie przypadki prostej napozór zależności stały się powodem rozpowszechnienia mniemania, jakoby ze wskazań pojedyńczego barometru można zawsze wnosić o pogodzie. Stąd też popularność barometru, zwłaszcza w tej jego dogodnej postaci aneroidu; stąd też napisy nad podziałką aneroidu, oznaczającą wartości ciśnień, „sucho, deszcz, burza“ i t. d. Ostrzegamy czytelnika przed poleganiem na tego rodzaju przepowiedniach.

Rys. 214.

Nie możemy tu pominąć jeszcze jednego ważnego zastosowania barometru. Wszak im wyżej się wznosimy nad poziom morza, tem mniejsze musi tam być ciśnienie atmosferyczne. Z wystudjowanej zależności pomiędzy zmianami ciśnienia a wysokością można wnosić o wysokości (w pobliżu powierzchni ziemi mniej więcej wzniesieniu się o 10 m. odpowiada zmniejszenie się ciśnienia o 1 mm.); mierząc jednocześnie (dlaczego jednocześnie?) ciśnienie atmosferyczne u podnóża góry i u jej szczytu, wnosić możemy o wysokości góry. Na tem polega jeden ze sposobów mierzenia wysokości gór.

Podczas podróży balonem lub aeroplanem, barometr lub aneroid informuje o wysokości lotu; używane do tego przyrządy mają podziałkę, na której zamiast ciśnienia atmosferycznego bezpośrednio daje się odczytać liczba metrów, wskazująca wysokość. Zauważyć należy, iż aneroidy-wysokomierze (rys. 215) skutkiem opóźnienia sprężystego nie dają nigdy prawie wskazań ścisłych podczas wznoszenia się lub opadania, chyba iż lotnik czas dłuższy pozostaje na tej samej wysokości i przyrząd ma, że tak powiemy, czas przystosować się do panującego tam ciśnienia.

Rys. 215.

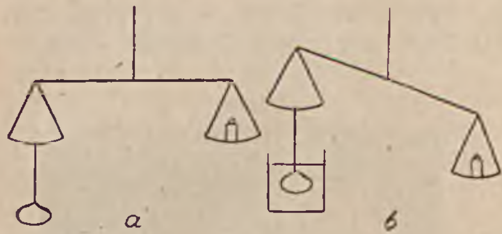


Rys. 216.

Wspomnieć tu jeszcze trzeba o t. zw. *barografach*, przyrządach, które notują zmiany ciśnienia atmosferycznego. Rys. 216 przedstawia barograf; zasada jego jest ta sama, co aneroidu; główną jego część stanowi kombinacja kilku pudełek aneroidowych, umieszczonych jedno na drugiem; tylko zamiast wskazówki barograf ma ołówek lub pióro, którego koniec przesuwa się po papierze, nawiniętym na walec, wprawiany w ruch przez mechanizm zegarowy; mechanizm ten tak się reguluje, iż walec dokonywa całkowitego obrotu w określonym czasie np. w ciągu tygodnia; pióro lub ołówek kreśli krzywą, to wznosząc się, to opadając względem kratki na papierze; poprzeczne linje kratki oznaczają godziny, podłużnym linjom odpowiada określone ciśnienie— wyznacza się je przez porównanie wskazań barografu z barometrem rtęciowym. Gdy walec dokona całkowitego obrotu, należy zmienić papier. Tą drogą barografy nieustannie notują zmiany ciśnienia atmosferycznego, znajdując zastosowanie w meteorologji i żegludze napowietrznej.

99. Parcie płynów na ciała w nich zanurzone. Prawo Archimedesa.

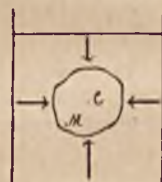
Zawieśmy na wadze u spodu jednej z szalek, jak to widać na rys. 217, kawałek metalu, a po zrównoważeniu przez odważniki, położone na drugiej szalce, podstawmy naczynie z wodą tak, by ten kawałek metalu zanurzył się w wodzie. Szalka z uwieszonym kawałeczkiem metalu niezwłocznie uniesie się w górę, a dla zrównoważenia wagi trzeba będzie ująć nieco odważników z drugiej szalki. Dostrzegamy więc, że ciecz prze do góry ciało w niej zanurzone. To wypieranie przez ciecz ciała zanurzonego objawia się w sposób bardzo wyraźny—zanurzmy np. w wodzie korek; gdy go tylko puścimy z ręki, zostanie wypchnięty natychmiast na powierzchnię. W gazach dostrzegamy podobne zjawisko: balon, wypełniony gazem świetlnym lub wodorem, leci w powietrzu do góry, podobnie jak wypływa na powierzchnię korek, zanurzony w wodzie. Spróbujmy zdać sobie sprawę z tego, co tu zachodzi.



Rys. 217.

Wyżej już poznaliśmy, iż w każdym płynie, czy to cieczy czy gazie, ciśnienie w poszczególnym punkcie jest jednakowe we wszystkich kierunkach—jest to cecha charakterystyczna ciśnienia *hydrostatycznego* (od słowa pochodzenia greckiego „hydrostatyka"— nauka o równowadze cieczy); poza tem ciśnienie to zależy od głębokości rozważanego punktu. Zrozumiałe więc jest, że na całą powierzchnię ciała zanurzonego ciecz wywiera parcie z góry, z boków, z dołu, a ponieważ powierzchnia dolna ciała leży *głębiej,* przeto parcie z dołu ostatecznie przeważa, co właśnie tłumaczy zjawiska przytoczone.

Ażeby jednak zdać sobie sprawę z ilościowej strony tego zjawiska, przeprowadzić musimy następujące rozumowanie. Przypuśćmy, iż w spoczywającej cieczy zanurzone jest ciało *M* (rys. 218). Gdyby miejsce tego ciała w tej samej cieczy zajęło inne ciało stałe o innych własnościach fizycznych np. innej gęstości, ale o tej samej dokładnie powierzchni, oczywiście to drugie ciało ulegałoby dokładnie temu samemu parciu, co ciało pierwsze. Pomyślmy teraz, iż ani pierwszego ani drugiego ciała w zaznaczonem miejscu cieczy niema, a że miejsce to wypełnione jest tą samą cieczą (możemy dodatkowo wyobrazić sobie, iż ta część cieczy skrzepła, nie zmieniając ani swej objętości, ani kształtu, ani gęstości); wówczas ta wyodrębniona w myśli naszej część cieczy tak samo otoczona jest dokoła resztą cieczy, jak były przedtem otoczone wymienione ciała, i podlega ze strony tej reszty cieczy takiemu samemu parciu, jak owe ciała. Lecz skoro ciecz jest w równowadze, to znaczy, że ta wyodrębniona w myśli część *M* nie zmienia swego położenia, ani się podnosi, ani opada. Z drugiej wszakże strony wiemy, iż ta, powiedzmy, „bryła ciekła" *M*



Rys. 218.

podlega działaniu siły ciężkości; jeżeli pod wpływem swego ciężaru nie opada, dziać się to może jedynie w ten sposób, że ulega ona *parciu pionowemu do góry, równemu dokładnie działającej na nią sile ciężkości*. Oto więc dochodzimy do wniosku o wielkości parcia, któremu podlega ta „bryła ciekła", a co zatem idzie każde ciało stale jej kształtu, zanurzone w cieczy na jej miejscu. To samo rozumowanie powtórzyć możemy w zastosowaniu do gazu. Ostatecznie więc powiemy, iż *parcie do góry, któremu podlega ciało, zanurzone w płynie, równa się ciężarowi płynu w objętości ciała zanurzonego.*

Doświadczenie stoi w zupełnej zgodzie z tym wnioskiem, zwanym prawem Archimedesa (ten wielki myśliciel wygłosił to prawo jeszcze w 3 wieku przed N. Chr.).

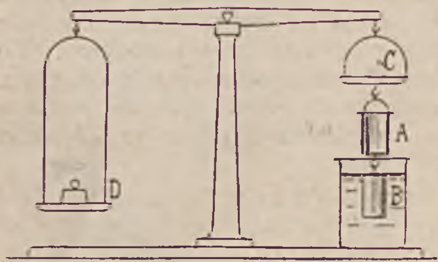
Rys. 219.

Weźmy dwa walce metalowe (rys. 219), z których jeden wchodzi szczelnie w drugi tak, że objętość pierwszego możliwie ściśle równa się pojemności drugiego. Zawieśmy pierwszy walec u spodu drugiego, jak na rys. 220, a po zrównoważeniu przez odważniki, położone na drugiej szalce, podstawmy naczynie z wodą tak, by równowaga została zakłócona. Gdy ostrożnie do górnego walca wlewać będziemy wodę, spostrzeżemy, iż w chwili gdy wypełnimy go wodą po brzegi, belka wagi powróci do położenia równowagi. Naturalnie gdybyśmy zanurzyli walec dolny w alkoholu lub eterze, a nie w wodzie, należałoby odpowiednio i do górnego walca nalać alkoholu, eteru.

Doświadczeniu temu nadać można inną nieco postać. Na szalce wagi stawiamy zlewkę z wodą i równoważymy ją przy pomocy odważników i pustego walca z poprzedniego doświadczenia (rys. 221). Potem zanurzamy w wodzie, znajdującej się w zlewce, ten sam walec, który był zanurzony w wodzie w poprzedniem doświadczeniu—szalka z tej strony opada natychmiast. Oto wszak każdemu działaniu towarzyszy równe i w przeciwną stronę skierowane przeciwdziałanie — ciecz prze na ciało zanurzone, wypierając je do góry; ciało zaś zanurzone prze na ciecz w stronę przeciwną ku dołowi. Jeżeli jednak walec pusty, zawieszony na drugiej szalce, napełnimy wodą, waga powróci do równowagi. Doświadczenie więc pozostaje w najzupełniejszej zgodzie z prawem Archimedesa.

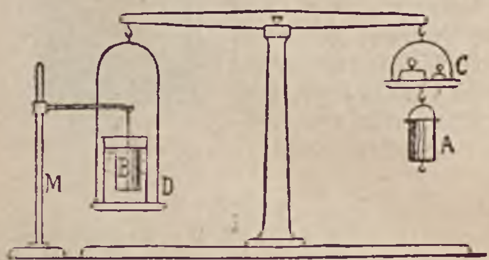
Wszystko, co zostało wyżej powiedziane, jest słuszne bez względu na kształt ciała zanurzonego i bez względu na własności indywidualne płynu (cieczy lub gazu), w którym ciało jest zanurzone—każdy płyn ulega sile ciężkości, co warunkuje w nim zmiany ciśnienia wraz z głębokością.

Ciężar ciała możemy rozpatrywać jako jedną siłę wypadkową, której kierunek przechodzi przez środek ciężkości albo środek masy. Ciężar „bryły wodnej" M możemy traktować jak siłę, której kierunek przechodzi przez środek masy C tej bryły (rys. 218). Wobec tego, iż parcie, o którem mowa, jest działaniem równem i wręcz przeciwnem, przeto i parcie traktować możemy jak pewną siłę, równą ciężarowi cieczy, wypartej przez ciało, a przechodzącą swym kierunkiem przez środek masy tej bryły ciekłej, której miejsce zajmuje zanurzone ciało; parcie więc do góry możemy krótko rozważać jako siłę, działającą na ten punkt C pionowo do góry. W tem znaczeniu punkt C — środek masy cieczy wypartej przez ciało — nazywamy *środkiem ciśnienia hydrostatycznego* na zanurzone ciało.



Rys. 220.

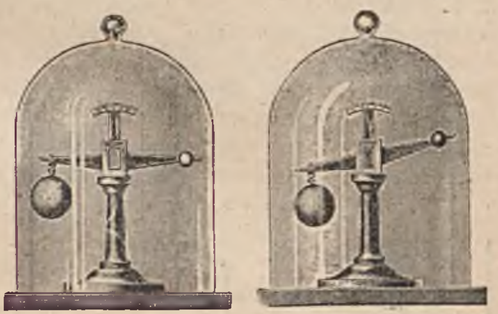
Oto ciekawy i ważny przykład stosowalności zasady Archimedesa do gazów. Rys. 222 przedstawia przyrząd, zwany *baroskopem*. Na niewielkiej belce, osadzonej i mogącej się obracać, jak belka wagi, mamy zawieszoną u jednego końca zamkniętą pustą i hermetycznie zamkniętą kulę, którą równoważy wkręcony u drugiego końca ciężarek metalowy; gdy w ten sposób zrównoważony przyrząd umieszczamy pod kloszem pompy i zaczynamy z pod klosza wypompowywać powietrze, równowaga zostaje zakłócona—kula jakgdyby przeważa. W ten sposób, o ilebyśmy pod kloszem postawili przyrząd niezrównoważony, by ten koniec belki, gdzie wisi kula, był podniesiony ku górze (daje się to otrzymać przez przesunięcie równoważącego kulę ciężarka), to w miarę wypompowywania powietrza moglibyśmy doprowadzić belkę do położenia poziomego.



Rys. 221.

Łatwo sobie zdać sprawę z powyższego. Oto gdy mamy np. w powietrzu położenie poziome belki baroskopu, zachodzi tu równowaga czterech sił—dwu, skierowanych pionowo ku dołowi: 1) ciężaru kuli i 2) ciężaru metalowej bryły z przeciwnej strony, oraz dwu, skierowanych pionowo do góry: 3) parcia, któremu kula podlega w powietrzu i 4) podobnego parcia, któremu podlega bryłka metalowa z przeciwnej strony. Gdybyśmy teraz powietrze całkowicie usunęli, znikłoby działanie dwu ostatnich sił; są one wszakże nierówne, albowiem parcie, o którem mowa, równa się ciężarowi gazu w objętości obu tych ciał, zaś objętość kuli jest większa niż objętość metalowej bryłki — usunięcie więc powietrza warunkuje usunięcie nierównych sił, skierowanych ku górze, przytem siły większej z tej strony, gdzie mamy kulę. Oto dlaczego wtedy kula opada. Wprawdzie powietrza z pod klosza nie usuwamy zupełnie, ale zrozumiałe jest, że w miarę jak rozrzedzamy powietrze, parcie na ciała, w niem zanurzone, zmniejsza się i to znowu w zależności od objętości tych zanurzonych ciał.

Doświadczenie z baroskopem potwierdza więc jakościowo, iż prawo Archimedesa stosuje się również do gazów. Z doświadczenia tego wyciągamy wszakże inny jeszcze ważny wniosek. Oto gdy ważymy cokolwiek na wadze, pamiętać musimy, iż zarówno ciało ważone jak odważniki znajdują się w powietrzu; że zatem branie pod uwagę jedynie ciężarów tych ciał, jako sił, działających na belkę wagi, jest niewystarczające—należy jeszcze uwzględniać parcie, skierowane do góry, któremu podlegają zarówno ciała ważone jak odważniki. Okoliczności tej wtedy tylko można byłoby nie brać pod uwagę, gdyby to parcie z obu stron było równe; dzieje się tak jedynie w tym razie, gdy objętości ciała ważonego i równoważących je odważników są równe, innemi słowy gdy gęstość ciała ważonego równa się gęstości odważników (np. gdy ważymy mosiężny przedmiot, posługując się mosiężnemi odważnikami). Są wagi ze specjalnemi kloszami, w ten sposób zbudowane, iż ważenie dokonywa się po usunięciu z pod tych kloszów powietrza t. j ważenie dokonywa się jeżeli nie w idealnej próżni, to przynajmniej w tak rozrzedzonem powietrzu, iż można już nie uwzględniać komplikującego wpływu owego parcia. W ogólności przy dokładnem ważeniu, pamiętając o tej okoliczności, należy wprowadzać drogą rachunku, którego tu przytaczać nie będziemy, specjalną poprawkę t. j. dokonywać t. zw. *redukcji do próżni.*



Rys. 222.

100. Pływanie ciał.

Prawo Archimedesa wyjaśnia nam w zupełności, czem się dzieje, iż niektóre ciała stałe w cieczach pływają, inne zaś toną; albo, że pewne ciała unoszą się w górę w powietrzu, podczas gdy inne tego nie czynią.

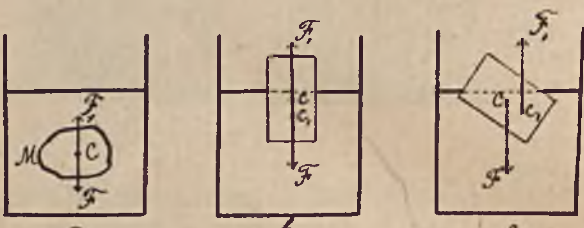
Przypuśćmy, iż ciało jednorodne M umieszczone jest wewnątrz cieczy; punkt C niech oznacza środek masy wypartej przez ciało cieczy (rys. 223 *a*). Na ciało M działa pionowo na dół ciężar jego F oraz pionowo do góry parcie F_1; zależnie od tego, czy $F_1 < F$ czy $F_1 = F$, czy wreszcie $F_1 > F$, ciało będzie albo tonęło w cieczy, albo będzie się utrzymywało w danem miejscu, albo będzie się unosiło ku górze. Łatwo znaleźć warunek równowagi sił F i F_1. Przypuśćmy, iż gęstość ciała (średnia, o ile ciało nie jest jednorodne) jest d, objętość v; w takim razie masa jego $m = dv$, zaś ciężar $F = mg = dvg$. Przypuśćmy, iż gęstość cieczy jest d_1; objętość wypartej przez ciężar cieczy jest oczywiście v; masa jej $m_1 = d_1 v$, zaś ciężar, a więc i parcie $F_1 = m_1 g = d_1 vg$. Warunkiem równowagi jest.

$$F = F_1 \text{ t. j. } dvg = d_1 vg ,$$

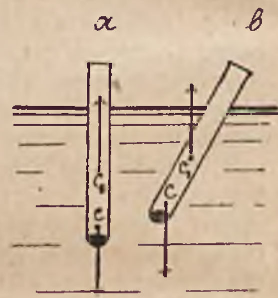
czyli ostatecznie

$$d = d_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

t. j. ciało może w tym tylko razie pozostać w *równowadze wewnątrz cieczy, gdy jego gęstość* (średnia) *równa się gęstości cieczy.* Czytelnik zrozumie z łatwością, że $d > d_1$ jest warunkiem tonięcia, przeciwnie $d < d_1$ warunkiem wypływania. W tym ostatnim razie w miarę jak ciało wynurza się z cieczy, osiąga się w pewnym momencie stan równowagi i ciało pływa, pozostając częściowo zanurzone w cieczy.



Rys. 223.



Rys. 224.

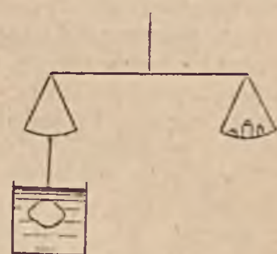
Przypuśćmy, iż ciało wynurzyło się z cieczy tak, jak to wskazuje rys. 223 *b*. Środkiem masy ciała jest C, środkiem ciśnienia C_1 (jest to środek masy cieczy, wypartej przez ciało). Przez C przechodzi działanie siły pionowej na dół, przez C_1 równej jej siły pionowej do góry. Oczywiście warunkiem równowagi jest to, by środek ciśnienia i środek masy ciała leżały na jednej linji pionowej; gdyby tak nie było, co wyobraża rys. 223 *c*, mielibyśmy parę sił, która spowodowałaby ruch ciała.

Jeżeli chodzi o nadanie równowagi ciałom, pływającym w cieczy, należy uczynić tak, by środek masy (środek ciężkości ciała) znajdował się niżej od środka ciśnienia. Rys. 224 wyobraża zanurzoną w wodzie probówkę, na której dnie znajduje się trochę rtęci lub śrutu. Obecność rtęci (śrutu) sprawia, iż środek masy ciała zanurzonego przypada dość nisko w C; środek ciśnienia jest wyżej w C_1; jeżeli probówkę przechylimy jak na rys. 224 *b*, para sił skręci probówkę w kierunku położenia pierwotnego, do którego po paru wahaniach w jedną i drugą stronę probówka wróci.

Na dnie okrętów, łodzi kładzie się specjalny balast w tym celu, by możliwie obniżyć położenie środka masy statku i w ten sposób możliwie go zabezpieczyć przed wywracaniem się.

101. Wyznaczanie gęstości względnej ciał na podstawie prawa Archimedesa. Gęstościomierze (areometry).

Zawieśmy, jak to schematycznie przedstawia rys. 225, na mocnej cienkiej nitce u spodu jednej z szalek wagi kawałek metalu np. ołowiu (szalka musi być zaopatrzona w specjalny haczyk); przypuśćmy, iż masa metalu, wyznaczona przez położone na drugiej szalce odważniki, jest m (przy ścisłych pomiarach uwzględniać należy masę nitki; tutaj dla uproszczenia pominiemy ją w dalszem rozumowaniu). Podstawmy pod szalką z wiszącym na niej kawałkiem metalu naczynie z wodą tak, by kawałek ten zanurzył się całkowicie w wodzie; równowaga wagi zostanie przez to zakłócona, a dla jej odzyskania trzeba będzie mieć na drugiej szalce odważników mniej — przypuśćmy, iż masa



Rys. 225.

odważników, równoważąca teraz zanurzone w wodzie ciało, jest m_1; na podstawie prawa Archimedesa oraz proporcjonalności mas ciał do ich ciężaru w jednem i tem samem miejscu ziemi powiemy, iż $m-m_1$ wskazuje masę wody w objętości danego ciała. Stosunek $\frac{m}{m-m_1}$ daje nam gęstość danego ciała względem gęstości wody w tej temperaturze, którą woda posiada. Gdyby doświadczenie wykonane było w 4^0 C, byłaby to właśnie gęstość względna naszego ciała; o ile temperatura wody jest inna, co zazwyczaj zachodzi, szukana gęstość względna wynosi $\frac{m}{m-m_1} d_t$, gdzie d_t oznacza gęstość wody w danej temperaturze (w 4^0 C przyjmujemy $d_t = 1$).

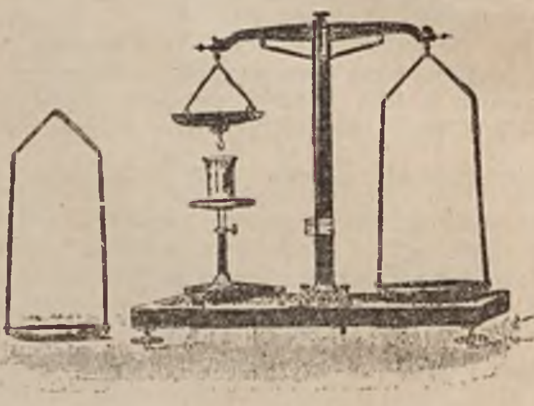
Zanurzmy teraz to samo ciało w alkoholu. Przypuśćmy, iż masa odważników, równoważących teraz to ciało, jest m_2. W takim razie $m-m_2$ wskazuje masę alkoholu w objętości ciała, tak jak $m-m_1$ dawało masę wody w tej samej objętości. Stosunek

$\frac{m-m_2}{m-m_1}$ stanowi gęstość względną alkoholu z tem samem zastrzeżeniem, co wyżej, względem temperatury, a więc

$$d = \frac{m-m_2}{m-m_1} d_t \ .$$

Te wagi, które są specjalnie przystosowane do podobnych wyznaczań gęstości względnych t. j. posiadają odpowiednie szalki z haczykami, noszą nazwę *wag hydrostatycznych*; rys. 226 przedstawia taką wagę.

W praktyce laboratoryjnej i technicznej znajdują wielkie zastosowanie *gęstościomierze (areometry)*, które pozwalają w prędki sposób wyznaczać gęstość względną cieczy (są też areometry do wyznaczania gęstości względnej ciał stałych). Najbardziej rozpowszechniony typ areometru przedstawia rys. 227; składa się on z szerszej rurki szklanej, do której u góry przylutowana jest węższa, mieszcząca wewnątrz skalę z podziałką, u dołu zaś kuleczka z rtęcią lub śrutem. Przyrząd ten, zanurzony w cieczy, pływa w niej, utrzymując się pionowo (równowagę tę nadaje mu właśnie rtęć lub śrut, mieszczące się w dolnej części przyrządu) i zanurzając się głębiej lub mniej głęboko zależnie od gęstości cieczy, do której został włożony. Jeżeli np. w wodzie zanurza się on do jednej ze środkowych kresek na podziałce, w którą zaopatrzona jest węższa rura, to w cieczy gęstszej, np. glicerynie, zanurzy się mniej t. j. do jednej z kresek leżących bliżej szerokiej części przyrządu; natomiast w cieczy mniej gę-



Rys. 226.

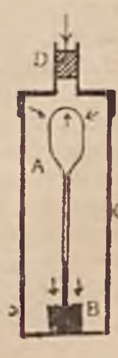
Rys. 227.

stej, np. alkoholu lub eterze, zanurzy się więcej t. j. do kreski, leżącej bliżej górnego końca skali. Skalę sporządza się tak, iż przy kreskach stoją liczby, wskazujące odrazu wartości gęstości cieczy, w której areometr jest zanurzony. Sprawdzić, czy skala jest dobrze zrobiona, można w ten sposób, że wyznaczamy np. gęstość jakiejś cieczy drogą wyżej opisaną, a następnie zanurzamy w cieczy areometr; jeżeli liczba przy kresce, do której przyrząd się zanurza, jest taka sama, jaką otrzymaliśmy dla gęstości, areometr jest dobry. Każdy areometr jest zaopatrzony w termometr (dlaczego?). Jeżeli areometr przeznaczony jest do jakiego specjalnego użytku, posiada odpowiednią numerację na skali. Tak np. są areometry, zwane alkoholometrami lub spirytusomierzami—pozwalają one bezpośrednio odczytać procentową zawartość alkoholu w roztworze wodnym tej substancji. Zapomocą t. zw. laktometrów odróżnić możemy mleko dobre od fałszowanego, jedno bowiem i drugie mają różną gęstość. Stężenie kwasów łatwo i prędko daje się wyznaczyć z pomocą odpowiednich areometrów; podobnie smary, tak ważne w technice, wypróbowują się tego rodzaju przyrządami.

102. Ściśliwość cieczy. Ciśnienie ujemne w cieczy.

Wspominaliśmy już kilkakrotnie o małej nadzwyczaj ściśliwości cieczy — olbrzymie ciśnienie wywołuje w niej nieznaczne tylko zmniejszenie objętości. Samo stwierdzenie faktu, że ciecze są ściśliwe, napotykało z początku na wielkie przeszkody; gdy w doświadczeniu, stosując poprostu działanie wielkich sił na tłok, uciskamy ciecz w odpowiednim zbiorniku (schematycznie przedstawia to rys. 228), z tego tylko, że się tłok daje posunąć, nie wynika jeszcze, iż ciecz jest ściśliwa — wszak pod działaniem parcia, przenoszonego przez ciecz na ściany obejmującego ją naczynia, ściany te mogą ulegać odkształceniu,—pojemność naczynia może się powiększać. Rzecz została stwierdzona, nie pozostawiając żadnych wątpliwości, wówczas dopiero, gdy zastosowano przyrząd, zwany *piezometrem* (Oersted, 1822 r.). Naczynie szklane A, zaopatrzone w rurkę, otwartą na końcu, wypełnione cieczą badaną, umieszcza się tak, jak to wskazuje rys. 229 t. j. otwarty koniec rurki zanurza się w naczyniu B z rtęcią; wszystko to razem umieszcza się wewnątrz mocnego walca szklanego C, wypełnionego wodą, którą za pośrednictwem tłoka D można poddawać znacznemu ciśnieniu. Ciśnienie przez wodę przenosi się na rtęć, która przez to wciskana jest do rurki i odgrywa w niej rolę tłoka, uciskającego ciecz. Tu jednak wykluczone jest zupełnie zwiększanie się

Rys. 228.



Rys. 229.

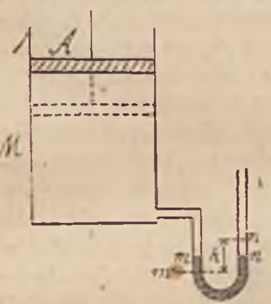
pojemności naczynia, gdyż rozchodzące się w wodzie we wszystkich kierunkach ciśnienie działa i na ściany naczynia z zewnątrz. Jeżeli więc słupek rtęci w rurce podnosi się, świadczy to już niechybnie, iż objętość cieczy ulega zmniejszeniu t. j. że ciecz jest ściśliwa. Pomiary, w ten sposób przeprowadzone, wykazały, iż różne ciecze są w różnym stopniu ściśliwe; np. alkohol jest bardziej ściśliwy od wody, eter bardziej ściśliwy od alkoholu, rtęć natomiast kilkanaście razy mniej ściśliwa od wody. Aby dać wyobrażenie, jakiej wielkości odkształcenia są tu otrzymywane, wystarczy przytoczyć, iż zwiększenie ciśnienia o 1 atmosferę warunkuje zmniejszenie się objętości wody o $\frac{1}{20000}$ jej pierwotnej objętości.


Rys. 230.

Mniej znacznie zbadane jest zjawisko odwrotne, a mianowicie nie zmniejszanie się objętości cieczy pod ciśnieniem, lecz powiększanie się tej objętości przez rozciągnięcie. Czytelnikowi może się dziwnem wydać, że mówimy o rozciąganiu cieczy. A jednak zjawisko to zachodzi niewątpliwie. Jeżeli np. rurkę, zwężoną na końcu, jak to widać na rys. 230, wypełnimy szczelnie ogrzaną do jakich 40° wodą i zalutujemy, bacząc, by pęcherzyków w wodzie nie pozostało, a więc, by w całej rurce woda przylegała szczelnie do jej ścian; następnie, chroniąc rurkę od wstrząśnień, damy wodzie możność stopniowo ostygnąć, to nawet wtedy, gdy temperatura obniży się do zwykłej pokojowej, woda nie przestanie tak samo całkowicie wypełniać rurki. Ale, jak wiemy z początkowej nauki fizyki, przy oziębianiu sią woda, podobnie jak inne ciała, kurczy się t. j. w temperaturze pokojowej powinna zajmować mniejszą objętość niż w 40°. Jeżeli pomimo to w dalszym ciągū wypełnia ona całkowicie rurkę, świadczy to, iż pozostaje wtedy „rozciągniętą“, nie mogąc się oderwać od ścian rurki, dzięki zjawisku t. zw. przylegania, o którem niżej będzie mowa. O ile rurkę z taką rozciągniętą wodą potrząśniemy, natychmiast dostrzeżemy, iż woda w rurce tworzy swobodną powierzchnię, nie wypełniając już całkowicie rurki — przytem wielkość uformowanego pęcherzyka pary wodnej wskazuje, o ile przedtem objętość wody była większa od tej, którą posiada teraz. Mówimy, iż podczas takiego rozciągnięcia panuje w wodzie *ciśnienie ujemne* w odróżnieniu od ciśnienia *dodatniego*, warunkującego zmiejszanie się jej objętości.

103. Ściśliwość gazów. Manometry.

Gazy, jak już wiemy, są bez porównania bardziej ściśliwe, niż ciecze. Przypuśćmy, iż mamy w naczyniu *M* powietrze pod tłokiem (rys. 231); naczynie zaopatrzone jest w rurkę szklaną, zgiętą, jak to wskazuje rysunek, i zawierającą nieco rtęci lub innej cieczy. Na powierzchnię m rtęci w jednem ramieniu rurki prze gaz, zawarty w naczyniu M; na powierzchnię n rtęci w drugiem ramieniu prze atmosfera; jeżeli w obu ramionach rtęć stoi na jednym poziomie, świadczy to, iż z obu stron ciśnienie jest jednakowe. Wpychając tłok wgłąb naczynia M, powodujemy zgęszczenie powietrza w niem, a jednocześnie widzimy, iż rtęć w ramieniu rurki, bliższem naczynia, opada np. do m', w drugiem podnosi się do n'. Jeżeli więc przedtem w naczyniu M panowało ciśnienie, równe atmosferycznemu, teraz powiemy iż w naczyniu M ciśnienie jest większe, a różnica poziomów rtęci w rurce pozwala ocenić, o ile to ciśnienie zwiększyło się — mianowicie powiemy, iż miarą wzrostu ciśnienia jest tu wysokość słupka h rtęci i, jeżeli np. $h = 38$ cm., powiemy krótko, iż ciśnienie wzrosło o $\frac{1}{2}$ atmosfery. Podobnie więc jak przy pomocy barometrycznego słupa rtęciowego wymierzamy ciśnienie atmosferyczne, tak tu stosujemy tę samą metodę do wymierzania ciśnienia gazu wogóle. Przyrządy takie jak opisana rurka z rtęcią, służące wogóle do mierzenia ciśnienia, nazywają się *manometrami*. Konstrukcja manometrów bywa bardzo rozmaita; rys. 232 przedstawia (w osłonie i bez osłony) jeden z używanych typów manometrów metalowych — wnętrze zgiętej rurki sprężystej łączy się ze zbiornikiem, w którym chcemy zmierzyć ciśnienie; zależnie od wartości tego ciśnienia (zewnętrzne ciśnienie atmosferyczne mało się względnie zmienia) rurka się więcej lub mniej wygina, co się uwidocznia za pośrednictwem połączonej z końcem rurki wskazówki. O barometrze moglibyśmy powiedzieć, że jest to manometr, przeznaczony specjalnie do mierzenia ciśnienia atmosferycznego.



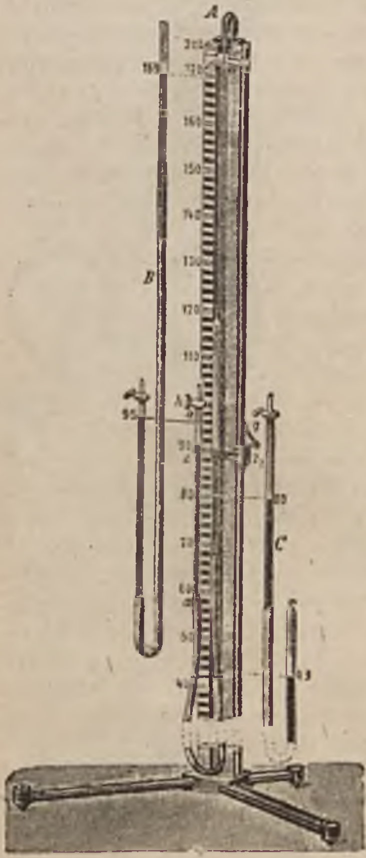
Rys. 231.

Rys. 232.

Gazy są rozprężliwe t. j. nie posiadają tak jak ciecze określonej do pewnego stopnia objętości, lecz mogą wypełniać wszelką objętość; w gazach zatem nie można stwierdzać ciśnienia ujemnego, a tylko dodatnie. Jeżeli tłok w naczyniu M (rys. 231) podniesiemy do góry, przesuwając z tego położenia, przy którem poziom rtęci w obu ramionach manometru był jednakowy, wytworzy się znowu różnica tych poziomów, ale w kierunku odwrotnym, niż przy posunięciu tłoka w dół—teraz rtęć stać będzie wyżej w ramieniu, złączonem z naczyniem, i, podobnie jak wyżej, z tej różnicy poziomów wyczytamy, o ile teraz ciśnienie w naczyniu M zmniejszyło się. A zatem ciśnienie w gazie zwiększa się w miarę jak objętość jego zmniejszamy, t. j. gdy gaz zgęszczamy, i odwrotnie — zmniejsza się przy zwiększaniu objętości gazu.

104. Prawo Boyle-Mariotte'a.

W celu znalezienia zależności ilościowej między zmianami objętości a ciśnieniem gazu użyć możemy następującego przyrządu (rys. 233). Rurka szklana zaopatrzona jest na jednym końcu w kurek h, drugim zaś złączona jest z rurą kauczukową; ta ostatnia znów drugim końcem łączy się z inną rurą szklaną z obu końców otwartą (na końcu b rura ta jest zwężona i zagięta, by kurz się do wnętrza nie przedostawał). Po umocowaniu nieruchomo rurki z kurkiem, możemy podnosić lub obniżać drugą rurę, jak to przedstawiają rysunki, zrobione obok, a przez to albo przelewać rtęć do pierwszej z rurek, albo ją stamtąd usuwać. Przypuśćmy, iż kurek h pozostaje otwarty; wtedy w obu ramionach naszego przyrządu panuje ciśnienie atmosferyczne i rtęć w obu rurkach szklanych pozostaje na jednym poziomie, jakkolwiekbyśmy podnosili lub obniżali prawe ramię. Przypuśćmy, iż przy pewnem jego położeniu poziom rtęci przypada, jak na rys. 233, na 90-tej podziałce skali centymetrowej, umocowanej na statywie. Zamykamy kurek h i podnosimy prawe ramię do góry. Rtęć w rurce pod kurkiem podnosi się, wszakże nie tak, jak w drugiej — wytwarza się pewna różnica poziomów. Powietrze w rurce z kurkiem zostaje przytem zgęszczone; objętość jego zmniejsza się, jednocześnie ciśnienie wzrasta, a miarę tego przyrostu ciśnienia daje słup rtęci, jak to już było wyjaśnione w ustępie poprzednim. Okazuje się przytem, że jeżeli objętość powietrza zostaje zmniejszona dwukrotnie, co daje się dokładnie odczytać na podziałce, to wysokość słupa rtęci, równoważącego przyrost ciśnienia, wynosi tyleż, co wysokość słupa barometrycznego; ten przypadek



Rys. 233.

właśnie przedstawia rys. 233(z lewej strony)—rtęć w rurce zamkniętej podniosła się do 95 podziałki (kurek, t. j. koniec rurki przypada na 100-ej podziałce), w otwartym zaś końcu do 169-ej podziałki t.j. wytworzył się słup rtęci wysokości 74 cm. (169 cm.—95 cm.). Jeżeli zmniejszymy objętość gazu w stosunku do pierwotnej trzykrotnie, to słup równoważący rtęci będzie dwa razy dłuższy od słupa barometrycznego. Jaki z tego wyciągamy wniosek? Oto początkowo, gdy rtęć w obu ramionach naszego przyrządu stoi na jednakowym poziomie, powietrze w rurce zamkniętej (z kurkiem) posiada ciśnienie takie samo jak atmosfera—wartość tego ciśnienia wyznaczamy przy pomocy barometru (w danym razie słup barometryczny ma wysokość 74 cm.). Gdy objętość powietrza zmniejszamy dwukrotnie, ciśnienie jego wzrasta o tyle, ile wynosi to ciśnienie atmosferyczne, a więc stanowi już dwie atmosfery; gdy objętość zmniejszymy trzykrotnie, ciśnienie stanowi już trzy atmosfery i t. d. Innemi słowy okazuje się, iż w tym samym stosunku, w jakim zmniejsza się objętość powietrza, wzrasta jego ciśnienie.

Zależność szukaną można znaleźć, nie zmniejszając, lecz zwiększając objętość powietrza w rurce zamkniętej. W tym celu, nie otwierając kurka h, obniżmy prawe ramię, jak to wskazuje rysunek z prawej strony. Teraz poziom rtęci opadnie bardziej w rurce otwartej niż w zamkniętej. Przypuśćmy, iż w rurce zamkniętej powietrze zajmuje objętość 2 razy większą niż na początku (rtęć opada do 80-ej podziałki); okazuje się, iż różnica poziomów rtęci wynosi tyle, co połowa wysokości słupa barometrycznego (80 cm. — 43 cm. = 37 cm.), t. j. teraz ciśnienie w rurce zamkniętej stanowi połowę tego, co wynosiło na początku. A więc tutaj widzimy, iż w tym stosunku, w jakim się zwiększyła objętość powietrza, zmniejszyło się jego ciśnienie. Podkreślmy jeszcze, iż podczas tych doświadczeń powietrze badane pozostaje w niezmiennej temperaturze; gdyby zaś temperatura się zmieniała, nie znaleźlibyśmy powyższej zależności.

Otóż tę szczególną właściwość różnych gazów odkryli, niezależnie jeden od drugiego, dwaj uczeni Boyle i Mariotte (w drugiej połowie wieku XVII).

Możemy w następujący sposób sformułować to tak zw. prawo *Boyle-Mariotte'a: w stałej temperaturze ciśnienie gazu jest odwrotnie proporcjonalne do jego objętości.*

Przypuśćmy, iż objętość gazu jest v_1, a ciśnienie jego p_1; zgęszczając gaz, zmniejszamy jego objętość, lub też odwrotnie, dajemy mu się rozszerzyć; objętość jego stanie się inna v_2 i ciśnienie inne p_2. Prawo Boyle-Mariotte'a wyraża wzór

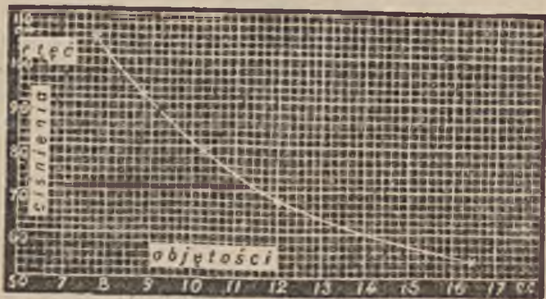
$$p_1 : p_2 = v_2 : v_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

skąd

$$v_1 p_1 = v_2 p_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

A więc, jak to wskazuje wzór (2), gdy zmienimy w stałej temperaturze objętość gazu, ciśnienie jego zmieni się tak, iż iloczyn tych dwu wielkości pozostanie bez zmiany. Prawo zatem Boyle-Mariotte'a wyrazić możemy jeszcze tak: *w stałej temperaturze iloczyn z objętości danego gazu przez jego ciśnienie jest wielkością stałą*:

$$\text{przy } t = \text{const.} \qquad vp = \text{const.} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$



Rys. 234.

Gdybyśmy, uciekając się do bardzo wymownej metody graficznej, odmierzali na jednej z osi spółrzędnych objętość, a na drugiej ciśnienie gazu, otrzymalibyśmy krzywą, jak na rys. 234.

A jednak ten niesłychanie prosty, a przez to tak ponętny wzór jest słuszny tylko w pewnem przybliżeniu. Dokładniejsze badania wykazały, iż naprawdę gazy niezupełnie stosują się do tego prawa, zaś odchylenia od niego są tem większe, im większemu ciśnieniu są one poddawane; przytem dla poszczególnych gazów, jak wodór, tlen, bezwodnik węglowy, te uchylania się od prawa Boyle-Mariotte'a nie są zupełnie jednakowe.

Gaz, jakiego w rzeczywistości nie znamy, a któryby podlegał dokładnie prawu Boyle-Mariotte'a, nazywamy gazem *doskonałym*. Gazy rzeczywiste, zwłaszcza niektóre jak wodór, hel, tlen, azot, mało się różnią od doskonałego, a więc, o ile chodzi o cele praktyczne, możemy na te różnice nie zwracać uwagi i traktować te gazy, *jakgdyby* one się stosowały dokładnie do prawa Boyle-Mariotte'a (np. obserwując w jakiem doświadczeniu dziesięciokrotne zmniejszenie się objętości gazu, możemy twierdzić, iż świadczy to o dziesięciokrotnem powiększeniu się jego ciśnienia — tę zasadę stosuje się np. w budowie manometrów do wysokich ciśnień).

Następnie jednak — i to jest bardzo ważne — uderza nas ta zgodność w zachowaniu się tak różnych gazów jak np. wodór, tlen, bezwodnik węglowy i inne; upoważnia to nas do domysłu, iż, skoro różne gazy w zgodny mniej więcej sposób się zachowują, musi istnieć jakaś zgodność w ich budowie. Ciała ciekłe i stałe wykazują w swych własnościach bez porównania większe różnice indywidualne. Stąd wniosek, który pozostaje w zgodzie z całokształtem naszej znajomości gazów, iż są to ciała o najprostszej, dającej się najłatwiej rozwikłać, budowie. Istotnie, z budową gazów jesteśmy dobrze obeznani, o czem jeszcze pomówimy szczegółowiej.

105. Gęstość gazów.

Znaczna ściśliwość gazów łącznie z ich rozprężliwością warunkują, iż dana masa gazu posiadać może bardzo rozmaitą objętość, jak również, że w danej objętości mieścić się może bardzo rozmaita masa gazu. Jeżeli dodamy do tego znaczny wpływ zmian temperatury, o czem będzie mowa w nauce o cieple, będzie zrozumiałe, dlaczego określenie gęstości gazu wymaga koniecznie podania temperatury oraz ciśnienia, w których gaz pozostaje. Przyjęto podawać gęstość gazu pod normalnem ciśnieniem atmosferycznem oraz w temperaturze topniejącego lodu, t. j. w 0^0 C.; tym właśnie warunkom odpowiadają przytoczone w tablicy na str. 18 wartości na gęstość wodoru, tlenu i t. d.

Do wyznaczania gęstości gazu użyć możemy kuli szklanej o pojemności paru lub kilku litrów, dającej się zamykać szczelnie przy pomocy kurka. Usunąwszy jak najdokładniej powietrze z kuli i zamknąwszy kurek, ważymy kulę. Potem, jeżeli np. chcemy wyznaczyć gęstość powietrza, umieszczamy kulę z otwartym kurkiem, by powietrze mogło swobodnie wchodzić do kuli, podczas gdy ona zanurzona jest cała z wyjątkiem rurki, doprowadzającej powietrze, w naczyniu z tłuczonym i topniejącym lodem, a gdy temperatura się ustali, zamykamy kurek i wyjmujemy kulę, zaś po osuszeniu jej z zewnątrz ważymy ponownie, odczytując jednocześnie na barometrze ciśnienie atmosferyczne. Mamy wtedy dostateczne dane do wyznaczenia masy powietrza, mieszczącego się w kuli. Dzieląc tę masę przez pojemność kuli (pojemność wyznaczamy, znajdując masę wypełniającej kulę cieczy o znanej gęstości np. wody dystylowanej), otrzymujemy gęstość powietrza pod ciśnieniem danem; o ile ciśnienie to nie jest normalne, łatwo, opierając się na prawie Boyle-Mariotte'a, obliczyć wartość gęstości dla ciśnienia normalnego.

Pragnąc wyznaczyć gęstość innego jakiego gazu, postępujemy podobnie, łącząc kulę po jej opróżnieniu ze zbiornikiem tego gazu i obserwując przy pomocy dołączonego manometru ciśnienie, które gaz posiada w kuli.

Często interesuje nas nie wartość *bezwzględna* gęstości gazów, lecz *względna* w stosunku do powietrza lub wodoru. Dla wyznaczenia gęstości względnej gazu wystarczy zważyć, jak wyżej, kulę pustą, następnie z gazem, którego gęstość wyznaczamy, oraz z tym, którego gęstość przyjmujemy warunkowo za jednostkę (naturalnie z uwzględnieniem tego, co było powiedziane o ciśnieniu i temperaturze). Znajomość pojemności kuli jest w tym razie zbyteczna (dlaczego? por. ust. 13, gdzie mowa o względnej gęstości cieczy).

Oto kilka wartości na gęstość względną gazów w stosunku do wodoru.

Wodór	1	Powietrze	14,40
Tlen	15,91	Bezwodnik węglowy . .	21,86
Azot	13,92		

106. Spółczynnik sprężystości gazów.

Przypuśćmy, iż gaz pod ciśnieniem p zajmuje objętość v. Zwiększenie ciśnienia, t. j. jego dodatni przyrost $\triangle p$ (w niezmiennej temperaturze) warunkuje zmniejszenie się, t. j. ujemny przyrost objętości — $\triangle v$, a więc dany gaz pod ciśnieniem $p + \triangle p$ będzie miał objętość $v - \triangle v$.

Zgodnie z prawem Boyle-Mariotte'a

$$vp = (v - \triangle v)(p + \triangle p) = vp - p \triangle v + v \triangle p - \triangle v . \triangle p \quad . \quad (1)$$

Zakładając $\triangle p$ i odpowiednio $\triangle v$ bardzo małemi, możemy iloczyn $\triangle v . \triangle p$ odrzucić (wszak iloczyn dwu małych ułamków jest bardzo mały w stosunku do każdego z tych ułamków); otrzymamy więc z (1)

$$v . \triangle p = p . \triangle v,$$

skąd

$$\frac{\triangle p}{\frac{\triangle v}{v}} = p \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

Lecz $\frac{\triangle v}{v}$ t. j. stosunek zmiany objętości do objętości początkowej daje zgodnie z ust. 88 wartość zachodzącego tu odkształcenia objętości; $\triangle p$ znowu jest tem ciśnieniem, które powoduje dane odkształcenie, t. j. iloraz $\frac{\triangle p}{\frac{\triangle v}{v}}$ stanowi to, cośmy określili jako *spółczynnik sprężystości objętościowej*. Widzimy tedy, iż ten spółczynnik sprężystości równa się ciśnieniu, t. j. iż spółczynnik ten nie jest stały, lecz wzrasta wraz z ciśnieniem; oznacza to, iż im więcej gaz jest zgęszczony (im większe jest jego ciśnienie), tem trudniej poddaje się dalszemu zgęszczaniu.

Jeżeli nadwyżkę ciśnienia $\triangle p$ usuniemy (pozostawiając temperaturę niezmienną) i stanie się ono znów $= p$, objętość gazu wróci dokładnie do pierwotnej wartości v; gaz każdy jest ciałem doskonale sprężystem. Mowa tu wyłącznie o sprężystości objętości, gdyż żadnych śladów sztywności, która, jak wzmiankowaliśmy, daje się zauważyć w niektórych cieczach, w gazach nie dostrzegamy.

107. Prężność i ciśnienie mieszanin gazowych.

Jeżeli do zbiornika, mieszczącego w sobie pewien gaz, wpuścimy inny, zmieszają się wkrótce tak doskonale, że tworzyć będą jednolitą mieszaninę. Powietrze jest mieszaniną całego szeregu gazów; zawiera ono w największej ilości azot i tlen, poza tem argon, bezwodnik węglowy, parę wodną oraz drobne ilości amonjaku, helu, neonu, kryptonu, ksenonu; dodajmy, że mowa tu o powietrzu przy powierzchni ziemi; wraz z wysokością składniki te ulegają zmianie. Jeżeli ograniczymy się do wymienienia dwu głównych części składowych powietrza, będziemy mogli powiedzieć, iż w przybliżeniu 21% stanowi w niem tlen, zaś 79% azot. Uczonemu angielskiemu *Daltonowi* zawdzięczamy wykrycie zależności, w jakiej pozostaje prężność i ciśnienie mieszaniny gazowej od ciśnienia i prężności jej składowych części. Okazuje się, iż *ciśnienie, wywierane w danym zbiorniku przez daną mieszaninę, równa się sumie ciśnień, jakie w tymże zbiorniku wywierałby każdy ze składników mieszaniny, gdyby sam tylko wypełniał dany zbiornik.*

Jeżeli zatem do pustego zbiornika, mającego pojemność 10 litrów, wpuścimy 1 litr tlenu, odmierzony pod ciśnieniem jednej atmosfery, będzie on tam zgodnie z prawem Boyle-Mariotte'a wywierał ciśnienie równe 0,1 atmosfery; jeżeli następnie do tegoż zbiornika wpuścimy 1 litr azotu, odmierzony również pod ciśnieniem jednej atmosfery, przekonamy się zapomocą manometru, iż teraz mieszanina, która się utworzyła, wywiera ciśnienie $= 0{,}2$ atm. To samo otrzymalibyśmy, gdybyśmy najpierw wpuścili azot, a potem tlen. W ten sposób właśnie udowadniamy, że ciśnienie mieszaniny gazowej sumuje się z ciśnień jej składowych części.

Ćwiczenia i zadania.

106. Zaprojektować prasę hydrauliczną, pozwalającą na 250-krotne powiększenie siły (bez uwzględnienia tarcia).

107. Jakie jest [illegible]zybliżeniu ciśnienie w rtęci w punkcie, znajdującym się [illegible]okości 76 cm. pod poziomem?

108. Jak[illegible]nienie w oceanie na głębokości 7 km. (gęstość wody zakładamy wszędzie jednakową $= 1{,}026 \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3}$). Jakich danych trzeba do ścisłego rozwiązania zadania?

109. Rozwiązać zadanie 107 dokładnie, uwzględniając, iż w danej temperaturze gęstość rtęci wynosi $13{,}54 \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3}$, przyśpieszenie grawitacyjne w danem miejscu jest $981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, zaś wysokość słupa barometrycznego w rozważanym momencie jest 74,5 cm.

110. Jak się wyrazi w układzie bezwzględnym ciśnienie atmosferyczne, mierzone słupem rtęci 74,5 cm. w 18^0 (patrz tabl. na str. 18), jeżeli $g = 980{,}8 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$?

111. Wysokość słupa barometrycznego na parterze wynosi w pewnym momencie 756 mm., jednocześnie zaś barometr na

najwyższem piętrze w tej samej temperaturze wskazuje 754,2 mm. Jaka jest w przybliżeniu wysokość domu?

112. W jaki sposób możemy się przekonać, iż rurka barometryczna (rys. 202) zawiera nad powierzchnią rtęci powietrze?

113. Do jednego ramienia naczyń połączonych, zawierających rtęć, nalano alkoholu, wobec czego poziom rtęci w drugiem ramieniu podniósł się o 2 cm. Jaka jest w przybliżeniu wysokość słupa alkoholu?

114. Ciało stałe o masie 128 gr. i gęstości 6,8 $\frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3}$ zanurzamy całkowicie w wodzie, której gęstość zakładamy $= 1 \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3}$, a następnie w alkoholu, którego gęstość jest 0,8 $\frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3}$. Jakiemu parciu ze strony cieczy podlega to ciało w jednym i drugim razie, jeżeli w danem miejscu $g = 980 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$?

115. Kawał drzewa objętości 100 cm.³ i gęstości względnej 0,6 pływa po wodzie; znaleźć objętość zanurzonej części drzewa?

116. Na cieczy o gęstości d_1 spoczywa ciecz o gęstości d_2 (p. rys. 238); w miejscu, gdzie się znajduje powierzchnia rozdziału, pływa jednorodne ciało stałe o gęstości d. Znaleźć stosunek objętości tych części ciała, które zanurzone są w obu cieczach?

117. Jeżeli ciało niejednorodne posiada gęstość średnią taką, jak gęstość cieczy, w której jest ono całkowicie zanurzone, czy przy każdej jego pozycji będzie zachodziła równowaga w pływaniu? Jaki jest warunek tej równowagi?

118. Drut długości 120 cm. posiada masę 40 gr.; przyczepiony u spodu szalki wagi hidrostatycznej i zanurzony w wodzie równoważy się przez 30 gr., położonych na drugiej szalce. Znaleźć średnicę drutu (gęstość wody zakładamy równą jedności).

119. Na drucie zawieszony jest kawałek szkła o masie 250 gr. i gęstości 2,5 $\frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3}$, zanurzony całkowicie w glicerynie w 18° (patrz tabl. na str. 18); średnica drutu = 1,5 mm., $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$. Jakiemu ciągnieniu podlega drut?

120. Łódź podwodna posiada masę 50 tonn i objętość 60 m.³; ile wody muszą wchłonąć jej zbiorniki, by się zanurzyła całkowicie?

121. Przez blok przerzucona jest nitka, na której końcach wiszą zanurzone całkowicie w wodzie i równoważące się kawał mosiądzu (gęst. wzgl. 8,5) i kawał kwarcu (gęst. wzgl. 2,65). Jaka jest masa kwarcu, jeżeli masa mosiądzu jest 75 gr.? Dając rozwiązanie przybliżone, wskazać, jakich danych brakuje do rozwiązania ścisłego.

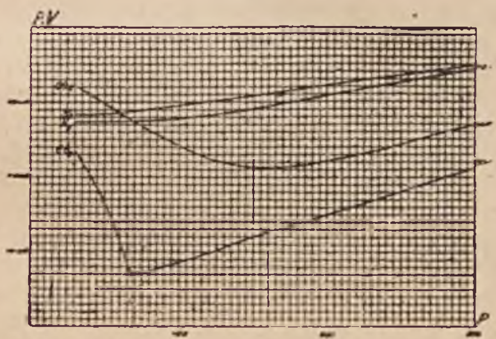
122. Na zupełnie rzetelnej wadze ciało o gęstości d równoważy się odważnikami o masie m i gęstości d_1. Zakładając, iż

gęstość powietrza jest δ, znaleźć prawdziwą masę ciała (innemi słowy, dokonać przy ważeniu redukcji do próżni)?

123. Manometr rtęciowy (rys. 231) wykazuje ciśnienie słupa rtęci wysokości 12 mm.; jakie byłoby wskazanie w tych samych warunkach manometru wodnego? (jakie dane są potrzebne do zupełnie ścisłego rozwiązania?).

124. Pionowo ustawiona rurka, zgięta w kształcie litery U, na jednym końcu zalutowana, u drugiego otwarta, wypełniona jest rtęcią tak, iż ciecz ta wypełnia całkowicie częśc zalutowana, w otwartej zaś sięga cokolwiek wyżej miejsca zagięcia. W ten sposób zbudowany przyrząd, umieszczony pod kloszem lub połączony otwartym końcem z kloszem, z którego się wypompowywa powietrze, informuje nas o stopniu osiągniętego rozrzedzenia; w jaki sposób? (manometry do małych ciśnień nazywane bywają wakuummetrami — od łac. vacuum = próżnia).

125. Dwie kule szklane, mające promienie odpowiednio 80 cm. i 10 cm., zawierają jednakowe masy wodoru w tej samej temperaturze. Porównać wartość ciśnienia w obu kulach.



Rys. 235.

126. Gaz, pozostający pod ciśnieniem słupa rtęci 72 cm., posiada objętość 56 cm.^{3}; jaka jest objętość gazu w tej samej temperaturze, jeżeli ciśnienie wzrasta do wartości słupa rtęci 75 cm.?

127. W cylindrze zawarte jest pod tłokiem powietrze, dające ciśnienie normalne; odległość od powierzchni tłoka do dna cylindra wynosi 20 cm. Jakie będzie ciśnienie tego powietrza, jeżeli tłok przesuniemy o 5 cm. w jedną, względnie w drugą stronę, zakładając, iż temperatura przytem nie ulega zmianie.

128. Jaki wykres otrzymamy, jeżeli na osi odciętych odmierzać będziemy ciśnienie gazu doskonałego, zaś na osi rzędnych iloczyn z ciśnienia jego przez objętość?

129. Wykresy funkcji $p \cdot v$ dla bezwodnika węglowego (CO_2), azotu (N_2) i wodoru (H_2), otrzymane w drodze doświadczalnej,

przedstawione są na rysunku 235. Co wnosimy z porównania tych wykresów z wykresem dla gazu doskonałego?

130. Jaki ładunek unieść może wypełniony gazem świetlnym ($d = 0{,}0007 \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3}$) balon objętości 1000 m.^{3}, jeżeli masa jego opony, sznurów i kosza wynosi 60 Kg.? Dlaczego rachunek daje się wykonać tylko przybliżony?

131. Jaka jest w przybliżeniu masa powietrza, wypełniającego pokój o przeciętnych wymiarach 5 m. $\times$ 5 m. $\times$ 3,5 m.

132 Szklanka o wysokości 12 cm. zanurzona jest w wodzie dnem do góry, przytem tak, iż zawarte w niej powietrze pozostało i że dno przypada na jednym poziomie z powierzchnią wody. Do jakiej wysokości wchodzi woda do szklanki? Dlaczego podane warunki pozwalają rozwiązać zadanie tylko w sposób przybliżony?

Rozdział III. Ruchy cząsteczkowe. Siły cząsteczkowe.

108. Pojęcie o kinetycznej teorji gazów.

Fizyk w dociekaniach swych nie zadowala się nigdy bezpośredniemi danemi doświadczenia, usiłując zawsze wejrzeć w badane zjawiska głębiej. Tak np. nie zadowoli go stwierdzenie doświadczalne tej zależności, jaka zachodzi pomiędzy ciśnieniem gazu a jego objętością, co znajduje w przybliżeniu swój wyraz dla wszystkich gazów w prawie Boyle-Mariotte'a. Fizyk usiłuje zdać sobie sprawę, czem się to dzieje, iż wszystkie gazy, tak różne pod względem innych swych własności, posiadają tę wspólną cechę. I oto stwarza on pewną *hipotezę*, robi pewne założenia co do budowy wewnętrznej gazów, budowy, której bezpośrednie doświadczenie mu nie wykrywa, i, opierając się na tej hipotezie, tworzy sobie *teorję* zjawisk, zachodzących w gazach; w takiej teorji znajdujemy nietylko pewne obrazy odbywających się w gazie procesów, tak jak gdybyśmy je w ich szczegółach na własne oczy śledzili, ale — co ważniejsze — przeprowadzamy pewne rachunki i otrzymujemy z nich wnioski, a o ile wnioski się sprawdzają, widzimy w tem potwierdzenie słuszności teorji. Nie należy wszakże zapominać, że przy tworzeniu każdej teorji zdarzyć się może, iż wśród szeregu wniosków sprawdzających się znajdą się i takie, które się nie sprawdzą; wówczas należy albo wprowadzić pewne zmiany w teorji albo nawet odrzucić ją zupełnie i zastąpić przez inną.

Zjawiska, zachodzące w gazach, są w porównaniu ze zjawiskami, zachodzącemi w ciałach ciekłych, a zwłaszcza stałych, mało złożone. Ułatwiło to stworzenie równie pięknej jak ścisłej *teorji kinetycznej gazów,* która pozwala nam bardzo dokładnie zdawać sobie sprawę z procesów, zachodzących w gazach, i której wnioski znakomicie się przez doświadczenie potwierdzają („Kinetyczny" — słowo pochodzenia greckiego; pierwiastek „kin" oznacza „ruch").

Założeniem zasadniczem teorji kinetycznej jest, że każdy gaz składa się z oddzielnych cząsteczek, bezładnie poruszających się w najrozmaitszych kierunkach ze znacznemi prędkościami; wielkość tych cząstek jest różna w różnych gazach, naogół jednak bardzo mała w porównaniu z odległościami między oddzielnemi cząsteczkami; cząsteczki poruszają się po linjach prostych, zderzają się ze sobą, uderzają o ściany naczynia, mieszczącego gaz, odskakują, zmieniają kierunek ruchu, kreśląc w ten sposób drogę zygzakowatą. Usiłując sobie wyobrazić w pewnym momencie rozmieszczenie cząsteczek gazu, wypełniającego jakąś daną objętość, zakładamy, iż wszystkie te cząsteczki zajmują nieznaczną tylko część tej objętości, podczas gdy reszta jej jest zupełnie „pusta". Zakładając taką budowę gazu, tłumaczymy sobie łatwo tę jego własność, którą nazwaliśmy prężnością; tłumaczymy sobie również łatwo mechanizm ciśnienia, wywieranego przez gaz na ściany zawierającego gaz naczynia—ciśnienie to jest wynikiem nieustannego „bombardowania" ścian przez cząsteczki gazu; jeżeli zmniejszamy objętość gazu, przypada wówczas stosunkowo więcej uderzeń tych cząstek na jednostkę powierzchni osłaniającej, a więc ciśnienie się zwiększa; zwiększa się ono również, jak o tem będzie niżej mowa, bez zmiany objętości, gdy zmienia się temperatura gazu—z tego zdajemy sobie sprawę, zakładając, iż o tej *wyższej* temperaturze stanowi prędszy ruch cząsteczek, a co za tem idzie i częstsze uderzenia ich o ściany osłaniające.

Bardzo są ciekawe dane liczbowe, do których dochodzi kinetyczna teorja gazów. Każdej z tych danych oddzielnie znaleźć bezpośrednio z doświadczenia nie możemy, dochodzimy jednak do nich, rozważając różne zjawiska z różnych bardzo stron, czego szczegółowo omawiać tu nie będziemy. Godne jest zaznaczenia, iż dane te wiążą się tak ze sobą i wnioski, na nich oparte, są tak zgodne z doświadczeniami, że musimy traktować je poważnie, podziwiając jednocześnie subtelność naszych dociekań, które prowadzą, zdawałoby się, w niedostępne dziedziny.

A więc przedewszystkiem prawem podstawowem w stosunku do gazów jest to, że w równych objętościach różnych gazów, o ile pozostają one w jednakowej temperaturze i pod jednakowem ciśnieniem, mieści się zawsze ta sama liczba cząsteczek (np. w jednym litrze wodoru w 0^0 i pod ciśnieniem jednej atmosfery mieści się tyleż cząsteczek wodoru, ile w 1 litrze tlenu w 0^0 pod ciśnieniem jednej atmosfery mieści się cząstek tlenu). To niezmiernej doniosłości prawo wypowiedział uczony włoski *Avogadro*, skąd nosi ono nazwę *prawa Avogadry.*

Kinetyczna teorja gazów pozwala obliczać liczbę cząsteczek w określonej ilości gazu. Okazuje się, że liczba ta w 1 cm.^{3} gazu w temperaturze 0^0 i pod ciśnieniem 1 atmosfery wynosi 4.10^{19}.

Dalej możemy obliczyć masę każdej cząsteczki różnych gazów; okazuje się, iż np. masa cząsteczki tlenu wynosi $3.5.10^{-23}$ gr., masa cząsteczki wodoru $2{,}2.10^{-24}$ gr. Możemy również obliczyć, z jaką prędkością średnią cząsteczki się poruszają (mówimy tu oczywiście tylko o prędkości średniej, gdyż przy zderzeniach, jakie zachodzą, poszczególne cząsteczki mogą mieć prędkości większe i mniejsze); otóż otrzymujemy dla tlenu w 0^0 prędkość znaczną

$425 \frac{m.}{sek.}$, dla wodoru w 0^0 znacznie większą: $1695 \frac{m.}{sek.}$ (ta średnia prędkość, jak wyżej wspomnieliśmy, jest tem większa, im wyższa jest temperatura).

Rezultaty otrzymane są istotnie zdumiewające a, mając je, doznajemy wrażenia, jakgdybyśmy bezpośrednio obserwowali zupełnie niedostępny zmysłom naszym świat. Dalsze badania uczą nas, że takie cząsteczki gazu, których małe wielkości zaledwie sobie wyobrazić możemy, ze swej strony posiadają budowę złożoną i zawierają w sobie jeszcze drobniejsze cząstki składowe. Podziwu godną jest potęga umysłu ludzkiego, zdolnego do zagłębiania się w takie tajemnice!

109. Dyfuzja gazów.

Taka budowa gazu, jaką zakłada teorja kinetyczna, tłumaczy nam doskonale zjawisko prężności — przy podniesieniu tłoka w cylindrze, zawierającym gaz, cząsteczki gazu dzięki ich nieustannemu ruchowi wypełniają pod tłokiem całą dostarczoną im nową objętość. Jeżeli złączymy dwie kule, zaopatrzone w zamknięte początkowo kurki, jak na rys. 236, z których jedna zawiera powietrze, a druga jest pusta (w rzeczywistości zawsze będzie ona zawierała ślady gazu); jeżeli następnie kurki otworzymy, powietrze podąży z pełnej do pustej kuli i w końcu ustali się w obu kulach jednakowe ciśnienie. Wszakże jeżeli obie kule zawierać będą różne gazy pod jednakowem ciśnieniem; jeżeli jedna z nich, np. górna, wypełniona będzie wodorem, a dolna bezwodnikiem węglowym, którego gęstość jest 22 razy większa od gęstości wodoru, to i tu nastąpi po otworzeniu kurków podążanie obu gazów z jednego naczynia do drugiego — zarówno wodór przenikać będzie do kuli, mieszczącej bezwodnik węglowy, jak ten ostatni — do kuli z wodorem, i po pewnym czasie będziemy mieli zupełnie jednolitą mieszaninę w obu kulach. Jeżeli jedną z tych kul wypełnimy początkowo powietrzem, a drugą jakim barwnym gazem np. parą bromu, bezpośrednio widzieć będziemy, jak stopniowo zawartość kuli, gdzie się znajdowało bezbarwne powietrze, przybiera coraz wyraźniejsze zabarwienie.

Zjawisko takiego wzajemnego przenikania gazów nosi nazwę *dyfuzji gazów*, a ze zjawiska tego łatwo zdajemy sobie sprawę, opierając się na teorji kinetycznej. Doskonałe zmieszanie się gazów przez dyfuzję wymaga pewnego czasu; tylko stopniowo gaz jeden przenika w drugi, pamiętać bowiem należy, że poszczególne cząsteczki, jakkolwiek obdarzone ogromnemi prędkościami, jednak nie poruszają się swobodnie, a nieustanie zderzają się z innemi, zmieniają kierunek ruchu i cofają się często wstecz.

Zjawiskiem dyfuzji gazów tłumaczymy sobie rozchodzenie się zapachów: gdy w jednym końcu pokoju umieszczamy niczem nie osłonięte ciało, wydające woń, np. kawałek kamfory, naftalinę, trochę perfum, amonjaku i t. p., po pewnym czasie (ale nie odrazu) czujemy dany zapach w całym pokoju.

Zjawisko dyfuzji gazów zachodzi również, gdy gazy są przedzielone ścianą porowatą; zazwyczaj wtedy różne gazy przenikają przez taką ścianę z różną prędkością, zależnie od średniej prędkości ich cząsteczek. Tak np. jeżeli wnętrze porowatego cylindra glinianego połączymy rurką z jedną szyjką t. zw. flaszki Woulffa,

Rys. 236.

Rys. 237.

a przez drugą szyjkę wstawimy szczelnie rurkę, zanurzając ją w wodzie, znajdującej się we flaszcze, zaś po przykryciu cylindra zlewką lub kloszem, jak to przedstawia rys. 237, wpuścimy pod klosz prąd gazu świetlnego lub wodoru, z rurki, zanurzonej w wodzie, tryśnie fontanna. Oto bowiem powietrze z cylindra glinianego przedostaje się pod osłaniający go z zewnątrz klosz, a wodór lub gaz świetlny z pod klosza przenosi się w większych względnie ilościach do wnętrza cylindra, przez co ciśnienie w nim, a więc i nad powierzchnią wody we flaszce wzrasta i to powoduje wytrysk wody.

110. Dyfuzja cieczy i ciał stałych.

Nalejmy do wysokiej zlewki szklanej najpierw wody, a następnie ostrożnie alkoholu, tak by alkohol, jako ciecz o mniejszej gęstości, tworzył słup, spoczywający na słupie wody (rys. 238). Wobec różnych własności optycznych wody i alkoholu będziemy wyraźnie dostrzegali granicę obu cieczy. Stopniowo wszakże przy najzupełniejszym spoczynku całego naczynia granica ta będzie się zacierała, a po pewnym czasie przekonamy się, że nie mamy już w naczyniu dwu cieczy, lecz jednolitą mieszaninę obu. Podobnie jak w zjawisku, opisanem w poprzednim ustępie, poznaliśmy dyfuzję gazów, tu mamy *dyfuzję cieczy;* tłumaczymy ją sobie w ten sam sposób, że cząsteczki alkoholu przenikają do wody, cząsteczki wody do alkoholu, aż wreszcie stopniowo wytwarza się jednolita mieszanina.

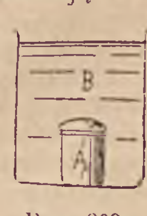
Jeżeli na dnie słoja szklanego, wypełnionego czystą wodą, umieścimy kawałek siarczanu miedzi i pozostawimy to wszystko w spokoju, dojrzymy z biegiem czasu, iż niebieskie zabarwienie cieczy przenosi się coraz wyżej, a po dość długim czasie będziemy mieli ciecz jednolicie zabarwioną, co świadczyć będzie, że się wytworzył jednolity roztwór siarczanu miedzi w wodzie. Tu również mamy do czynienia z *dyfuzją* — dyfunduje siarczan miedzi. Jeżeli do słoja wlejemy warstwę roztworu siarczanu miedzi, a na to warstwę czystej wody, będziemy również obserwowali, że z biegiem czasu zaciera się wyraźna początkowo granica pomiędzy dwiema warstwami i roztwór stopniowo staje się jednolitym. Dla całkowitego przeprowadzenia doświadczenia trzeba tygodni, a nawet miesięcy; dla uniknięcia parowania użytych cieczy należy naczynia, zawierające je, przykrywać hermetycznie np. za pomocą dobrze przyszlifowanych płytek szklanych.

Rys. 238.

W ostatniem doświadczeniu używaliśmy siarczanu miedzi dlatego, że możemy tu postępowanie procesu dyfuzji bezpośrednio obserwować okiem. Możemy jednak używać innych ciał np. cukru lub soli; i one również dyfundują w wodzie, tworząc w końcu jednolity roztwór.

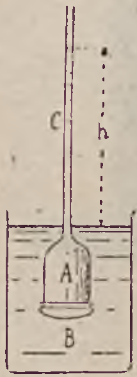
Nie wynika stąd wszakże, że wszystkie ciała dają to zjawisko. Jeżeli na dnie słoja umieścimy rtęć lub kawałek jakiego metalu, a na to nalejemy wody, dyfuzji nie stwierdzimy.

Podobnie, jak obserwowaliśmy dyfuzję gazów, przez przegrody, i dyfuzja cieczy zachodzić może tą drogą. Np. jeżeli do naczynia z wodą wstawimy słoik, napełniony alkoholem i zawiązany szczelnie pęcherzem, po pewnym czasie stwierdzimy, że pęcherz wydyma się ku górze, jak to przedstawia rys. 239, a badając zawartość słoja i naczynia, przekonamy się, że w słoju nie mamy już takiego alkoholu, jaki był poprzednio, lecz że jest on rozcieńczony wodą, naczynie zaś zewnętrzne zawiera alkohol; czyli, że poprzez błonę odbywa się przechodzenie w jedną stronę alkoholu, w drugą wody. Taka dyfuzja przez błony nazywa się *osmozą.*



Rys. 239.

Użyjmy naczynia szklanego *A*, którego dno stanowi szczelnie zamykający je od dołu pęcherz *B*, a które u góry łączy się z pionową rurką szklaną *C* (rys. 240). Wlejmy do tego naczynia roztworu siarczanu miedzi tak, by i część rurki była wypełniona, i wstawmy je do większego naczynia z wodą. Zobaczymy, że stopniowo słup cieczy w rurce sięga coraz wyżej, aż wreszcie przestaje się podnosić; jednocześnie przezroczysta początkowo woda w naczyniu zewnętrznem zabarwia się coraz wyraźniej na niebiesko; zachodzi więc i tu zjawisko osmozy. Co jest ciekawe, że woda, wchodząc do naczynia z siarczanem miedzi, musi pokonywać napotykany przytem opór— wszak słup cieczy w miarę wznoszenia się jej w rurce wywiera coraz większe ciśnienie; ciśnienie to wzrasta do pewnej określonej wartości, poczem cieczy w naczyniu nie przybywa. Zawieramy tu pierwszą znajomość z t. zw. *ciśnieniem osmotycznem*, o którem mówić jeszcze będziemy w nauce o cieple.



Rys. 240.

Różne substancje dyfundują przez błony z różną prędkością; możemy wyzyskać to zjawisko w celu rozdzielenia zmieszanych ciał (metoda zwana dializą); tak np. wydzielić można cukier z melasy.

Ze zjawiska, opisanego w tym ustępie, nie zdołalibyśmy sobie wcale zdać sprawy, gdybyśmy nie założyli, że cząsteczki użytych w doświadczeniach substancyj wykonywają pewne ruchy; że wciskają się jedne pomiędzy drugie; słowem — gdybyśmy wogóle nie stanęli na stanowisku kinetycznej teorji materji.

Tworzenie się roztworów drogą dyfuzji zachodzi bardzo powoli; możemy je przyśpieszyć przez mieszanie użytych substancyj.

111. Mieszaniny. emulsje, roztwory.

Zwróćmy uwagę na niektóre szczegóły, które pozwolą nam zdać sobie sprawę z tego, co nazywamy mieszaniną, a co roztworem.

Nalejmy do butelki wody i oliwy, a wstrząsając czas dłuższy butelką, mieszajmy te ciecze. Po pewnym czasie otrzymamy mętną, mlecznej barwy ciecz, w której czasem okiem, a czasem tylko przy pomocy szkieł powiększających rozróżnić możemy oddzielne kropelki wody i oliwy. Gdy otrzymaną w ten sposób ciecz pozostawimy na czas pewien w spokoju, oliwa oddzieli się od wody i obie te ciecze będą znów tworzyły dwie spoczywające jedna na drugiej warstwy. To samo się otrzyma, gdy zaczniemy w podobny sposób mieszać wodę z rtęcią—utworzy się *zawiesina* kropelek jednej cieczy w drugiej; taka ciecz jest szczególnym przypadkiem mieszaniny i nosi nazwę *emulsji*. Przytoczyliśmy przykłady emulsyj bardzo nietrwałych, ale bywają i trwałe, np. mleko.

Gdybyśmy jak najdokładniej zmieszali drobno tłuczoną siarkę z drobnemi opiłkami żelaznemi, moglibyśmy bezpośrednio okiem albo przy pomocy szkła powiększającego rozróżnić oddzielne kawałki siarki i żelaza, a następnie, zanurzając w takiej mieszaninie magnes, wyławialibyśmy z niej żelazo, pozostawiając samą siarkę. Mamy tu znowu do czynienia z mieszaniną.

Gdy natomiast mieszamy alkohol z wodą, otrzymujemy pewne podobieństwo, ale i pewne różnice w stosunku do wyżej przytoczonych przykładów. Podobnie np. jak proszek siarki i opiłki żelazne, mieszać możemy wodę i alkohol w najrozmaitszych stosunkach. Tu jednak nietylko nie jesteśmy w stanie — przy pomocy najlepszych szkieł — dostrzegać oddzielnych cząsteczek alkoholu i cząstek wody, ale, co więcej, mamy pewne wskazania, że cząsteczki te, nawet jeżeli nie zatracają swej indywidualności, podlegają jednak jakiemuś wzajemnemu oddziaływaniu, co czyni z mieszaniny jakby nową pod względem własności fizycznych, zupełnie jednolitą substancję. O tem działaniu międzycząsteczkowem świadczy np. taki ciekawy fakt: gdy rurkę szklaną długości 1 metra napełnimy do połowy wodą, a resztę alkoholem, następnie zaś po zakorkowaniu przez kilkakrotne odwracanie rurki to jednym, to drugim końcem do góry ciecze zmieszamy dokładnie, zobaczymy, że objętość mieszaniny jest mniejsza od sumy objętości wziętej ilości wody i alkoholu—rurka, początkowo szczelnie wypełniona cieczą, potem nie będzie już taką: dostrzeżemy w niej pęcherz gazu. Dodajmy, że tworzeniu się tej mieszaniny towarzyszy pewne podniesienie się temperatury.

Mieszaninę alkoholu z wodą nazywamy *roztworem* alkoholu w wodzie. Podobnie mówimy o roztworach cukru, soli kuchennej i innych ciał w wodzie lub innych cieczach. Daje się przytem zauważyć fakt, że niektóre substancje rozpuszczają się w innych w pewnym tylko ilościowym stosunku (zależnym naogół od temperatury). Gdy rozpuszczać będziemy np. cukier w szklance wody w określonej temperaturze, przekonamy się, iż po rozpuszczeniu się pewnej ilości cukru reszta będzie pozostawała dalej w wodzie nierozpuszczona. O takim roztworze, który zawiera największą dla danych warunków ilość rozpuszczonej substancji, mówimy, iż jest *nasycony* (może np. być roztwór nasycony eteru etylowego w wodzie oraz wody w eterze etylowym).

W mowie potocznej, mówiąc o roztworach, myślimy zazwyczaj o pewnych substancjach, stałych lub ciekłych, zawartych w cieczach. Nie jest to jednak słuszne. Tak np. gazy rozpuszczają się w cieczach—woda surowa zawsze zawiera w sobie powietrze (wydziela się ono w postaci pęcherzyków na ścianach szklanki); powietrze, rozpuszczone w wodzie rzek, jezior, mórz, potrzebne jest do oddychania tworom, żyjącym w wodzie (czy akwarjum można wypełniać wodą przegotowaną?). Piwo, woda sodowa, wino szampańskie zawierają rozpuszczony w nich bezwodnik węglowy.

Podobnie i gazy różne tworzyć mogą roztwory — przykładem powietrze, gdzie wprawdzie nie możemy ani okiem, ani przy pomocy najsilniejszego mikroskopu dostrzec oddzielnych cząstek różnych gazów, niemniej jednak mamy pośrednie dowody tego, że cząsteczki te istnieją tam oddzielnie, zachowując się tak, jakgdyby innych cząstek nie było (prawo Daltona).

W ciałach stałych mogą się również tworzyć roztwory — np. błony, przez które odbywa się dyfuzja cieczy, *nasiąkają* takiemi cieczami. Podobnie błony nasiąkać mogą gazami; baloniki dziecinne tracą zawarty w nich gaz drogą dyfuzji, która zachodzi właśnie przez takie nasiąkanie. O stali, która zawiera zawsze pewną ilość węgla, mówimy, iż zawiera ona rozpuszczony w niej węglik żelaza; szkła barwne również przedstawiają przykłady roztworów stałych.

112. Siły cząsteczkowe.

Jak zaznaczyliśmy w ust. 104, prawo Boyle-Mariotte'a nie odpowiada ściśle faktom doświadczalnym; powiadamy, iż tylko gaz *doskonały* stosuje się do tego prawa. Kinetyczna teorja gazów pozwala nam zdać sprawę z tego, gdzie tkwi źródło tych odchyleń, które obserwujemy w gazach rzeczywistych, i umiemy znaleźć wzory bardziej złożone, które daleko dokładniej niż wzór Boyle-Mariotte'a wyrażają zależność między ciśnieniem a objętością gazu w niezmiennej temperaturze. Wyprowadzając te wzory, należy uwzględnić wymiary cząsteczek gazu, a także oddziaływanie ich wzajemne, które, jak zakładamy, zachodzi tylko wtedy, gdy cząsteczki te znajdują się w bardzo małej odległości, nie przekraczającej $\frac{1}{20}\,\mu$; o ile cząsteczka gazu pozostaje od innych w większej odległości niż wyżej wymieniona, porusza się ona ruchem prostolinjowym jednostajnym; w przypadku zaś odległości mniejszej występuje tu działanie *sił cząsteczkowych* i mechanizm owego zderzania się cząstek rozumieć należy między innemi jako objaw działania tych sił cząsteczkowych, które wpływają na zmianę ruchu cząsteczek. Ponieważ jednak te siły międzycząsteczkowe występują przy pewnej tylko odległości między cząsteczkami, a przeciętnie w gazach odległości te są większe, przeto w gazach nie dostrzegamy *spójności*, tej cechy charakterystycznej dla cieczy i ciał stałych, dzięki której ciała te dane są nam jako pewne całości, których części trzymają się siebie; brak tej cechy w gazach tłumaczy ich rozprężliwość.

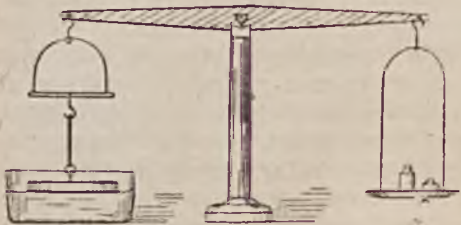
Co do cieczy i ciał stałych, to i w nich zakładamy budowę cząsteczkową, nie mając wszakże dotychczas możności zbudowania tak zadowalającej teorji kinetycznej dla tych ciał, jak to się nam udało dla gazów, a to z powodu, iż mamy tu do czynienia ze zjawiskami bez porównania bardziej złożonemi. Zakładamy więc, że i ciecze i ciała stałe składają się z cząsteczek, pozostających w szybkim ruchu, ale nie takim swobodnym, jak się to dzieje w gazie; cząsteczki tu pozostają w tak bliskiej odległości, że nie ustaje nigdy działanie cząsteczkowe; ruch tu zachodzi t. zw. drgający - cząsteczki wychylają się ze swych położeń i powracają doń na podobieństwo wahających się z ogromną prędkością wahadeł (częstość drgań jest tem większa, im wyższa jest temperatura). Dla zaznaczenia różnicy między ciałami stałemi i cieczami, zakładamy, iż te położenia średnie, względem których zachodzą odchylenia cząstek, są w ciałach stałych zupełnie określone, że cząstki ich oddalać się od tych miejsc nie mogą. Gdy odkształcamy ciała stałe, przemocą zmieniamy te średnie położenia cząsteczek; siły cząsteczkowe usiłują sprowadzić je do pierwotnych położeń—oto jak tłumaczymy sobie sprężystość tych ciał. Natomiast w cieczach cząsteczki mogą się względem siebie przesuwać, ślizgać, przechodzić stopniowo w coraz to inne miejsca w cieczy — tem się tłumaczy między innemi brak w cieczach sprężystości postaci.

113. Spójność. Przyleganie.

Przez dość znaczne obciążenie drutu możemy go *rozerwać*, użyć więc musimy tu znacznej siły dla pokonania *spójności*, t. j. tych sił cząsteczkowych, które stawiają przeszkodę oddalaniu się od siebie cząsteczek, jakie zachodzi przy rozrywaniu. Siły te są różne w różnych substancjach — inna jest spójność miedzi, inna żelaza, szkła i t. d.

Zanurzmy pręcik szklany w wodzie (zamiast pręcika użyć możemy własnego palca); po wyjęciu jego z wody dostrzeżemy zwisającą na końcu kroplę—cząsteczki wody, tworzące te kroplę, trzymają się tu razem, dzięki właśnie spójności; w tem zaś, że kropla nie odrywa się od szkła, lecz wisi na pręciku, widzimy wskazanie, iż działanie cząsteczkowe występuje nietylko między cząsteczkami jednego i tego samego ciała (szkła, wody), ale i pomiędzy cząsteczkami różnych ciał: cząsteczek wody i cząsteczek szkła, o ile znajdują się one dość blisko siebie. To ostatnie działanie określamy mianem *przylegania*.

Zawieśmy u jednej szalki wagi płytkę szklaną, jak to przedstawia rysunek 241; po zrównoważeniu jej przez odważniki podstawmy pod nią naczynie z wodą tak, by płytka szklana dotknęła powierzchni wody. Spostrzeżemy wówczas, iż płytka przylgnie do cieczy tak, iż przy podnoszeniu zawieszonej płytki, podnosi ona do góry niewielki słup cieczy, od którego się nie może oderwać (rys. 242). Gdy teraz zaczniemy dokładać potrochu odważników na drugą szalkę, dojdziemy wreszcie do takiego obciążenia, że płytka wreszcie się oderwie. Zauważymy jednak, że przytem powierzchnia płytki pozostała wilgotna, t. j. że właściwie nie pokonaliśmy tu sił cząsteczkowych przylegania wody do szkła, jeno *spójność wody*, żeśmy tu, użyjmy tego zwrotu, *rozerwali* słup wody. Wiedząc, przy jakiem obciążeniu drugiej szalki to zaszło, a także wymierzywszy powierzchnię płytki, obliczyć możemy, jakie do tego było potrzebne ciągnienie albo ciśnienie



Rys. 241.

Rys. 242.

ujemne. W podobny sposób można było uczynić, używając alkoholu, eteru, i wówczas porównywalibyśmy spójność wody ze spójnością alkoholu, eteru.

Powtórzmy to samo doświadczenie, ale użyjmy rtęci zamiast wody przy tej samej płytce, dobrze wytartej. Gdy znowu zetkniemy płytkę z rtęcią, przylgnie ona i trzeba nawet będzie użyć znacznie większej siły niż w przypadku wody dla oderwania płytki. Wszakże zajdzie tu poważna różnica — oto płytka po oderwaniu się będzie sucha, nie pozostanie ona pokryta rtęcią tak, jak była uprzednio pokryta wodą. W tym więc wypadku pokonywamy tylko *przyleganie* rtęci do szkła. Gdybyśmy natomiast zamiast płytki szklanej użyli tej samej wielkości metalowej płytki, np. cynkowej, po oderwaniu się jej (przy innem obciążeniu) spostrzeglibyśmy, iż jest ona pokryta rtęcią, czyli, że w tym razie mieliśmy do pokonania spójność rtęci.

Doświadczenia te tłumaczą nam, dlaczego pewne ciecze zwilżają niektóre ciała stałe przy zetknięciu, a inne nie zwilżają (woda, alkohol zwilżają szkło; rtęć szkła nie zwilża). Oczywiście zwilżanie zachodzi wtedy, gdy spójność danej cieczy ma mniejszą wartość, niż przyleganie tej cieczy do danego ciała stałego; przeciwnie, o ile przyleganie jest słabsze od spójności, zwilżania niema. (Jak zatem wytłumaczyć fakt, że pręt szklany, pokryty parafiną, po zanurzeniu w wodzie daje się wyjąć „suchy"? Czy atrament zwilża stalówki? Na czem właściwie polega pisanie, rysowanie?).

Jak już zaznaczyliśmy wyżej, siły cząsteczkowe działają tylko na bardzo małych odległościach (nie większych niż $\frac{1}{20}$ μ). Gdy zanurzamy ciała stałe w cieczy, wprowadzamy oba te ciała w bliskie bardzo zetknięcie i wymienione siły wchodzą tu w grę. Jeżeli natomiast zetkniemy dwa ciała stałe, nie dostrzeżemy żadnego działania, któreby świadczyło o przyleganiu. Możemy sobie tłumaczyć, iż zetknięcie tu jest niedoskonałe, cząsteczki obu ciał nie zbliżają się do siebie tak, aby mogło wystąpić działanie sił cząsteczkowych. Takie wyjaśnienie znajduje potwierdzenie w tem, że, jeżeli wprowadzimy w zetknięcie ciała dobrze wygładzone, przyleganie zaraz się uwidoczni. Np. jeżeli złożymy dwie płytki szklane, dobrze przyszlifowane, trzeba użyć odpowiedniej siły, by jedną płytkę od drugiej oderwać; płytki umieścić należy pod kloszem, skąd się usunie powietrze, by nie mieć zakłócającego wpływu ciśnienia atmosferycznego. Bardzo efektowne jest doświadczenie z dwoma kawałkami ołowiu, które przykładamy jeden do drugiego dobrze przystającemi świeżo wygładzonemi powierzchniami. Jeżeli zawiesimy te kawałki na przytwierdzonym do jednego z nich haczyku, trzeba będzie użyć znacznego obciążenia dolnego kawałka, by go oderwać od górnego. Gdybyśmy te same kawałki ołowiu nie wprost złożyli, ale jeszcze mocno przycisnęli jeden do drugiego zapomocą odpowiedniej prasy, moglibyśmy otrzymać jednolity kawał ołowiu, którego rozerwanie wymagałoby znacznie większej siły—tu mówilibyśmy już o spójności ołowiu, a nie o przyleganiu do siebie dwu jego kawałków, jakkolwiek co do istoty siły, występujące w tych obu razach, są jednakowe.

Fakty, o których mówiliśmy w ustępie poprzednim, znajdują także swe wytłumaczenie w działaniu sił międzycząsteczkowych. I tam ustosunkowanie ilościowe, które zachodzi między spójnością a przyleganiem, decyduje, czy przy mieszaniu np. dwu cieczy tworzy się roztwór czy emulsja.

114. Napięcie powierzchniowe.

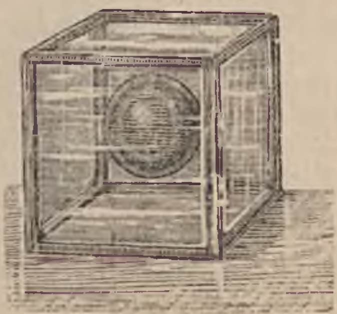
Są owady, które, podobnie jak łyżwiarze po tafli lodowej, ślizgają się po powierzchni wody; nóżki tych owadów nie zapadają się w głąb wody, lecz kroczą po niej, jak po powierzchni, stawiającej opór ciśnieniu (rys. 243).

Kładąc ostrożnie igłę, całą jej długością naraz, na powierzchnię wody, otrzymujemy ciekawe zjawisko, że igła pływa po wodzie, uginając zlekka jej powierzchnię, jakgdyby powierzchnia ta była delikatną błonką sprężystą. Gdybyśmy dotknęli wody tą igłą, trzymając igłę ukośnie względem powierzchni wody, igła wpadłaby do wody i poszła na dno; tu jakgdyby ta błonka zostaje igłą przebita.

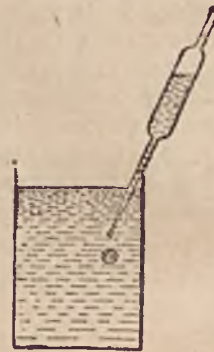
Rys. 243.

Godne uwagi jest, że krople różnych cieczy posiadają tem dokładniej kształt kulisty, im są mniejsze; łatwo to zaobserwować, gdy rozlejemy trochę rtęci na stole. Jeżeli uprzytomnimy sobie, iż ze wszystkich brył tej samej objętości kula posiada najmniejszą powierzchnię, będziemy musieli powiedzieć, iż to wyraźne dążenie do jak najmniejszej powierzchni świadczy o istnieniu w tej powierzchni pewnego *napięcia,* przypominającego napięcie sprężystych błonek.

Gęstość oliwy jest mniejsza od gęstości wody, większa zaś od gęstości alkoholu; można zrobić roztwór alkoholu w wodzie tej gęstości co oliwa; jeżeli do tego roztworu wpuścimy trochę oliwy, będzie ona pozostawała w spoczynku gdziekolwiek wewnątrz tego roztworu, tworząc przytem zawsze bryłkę kulistą. (Parcie do góry kasuje tu działanie siły ciężkości; natomiast w przykładzie powyższym z rtęcią, rozlaną na powierzchni stołu, większe jej krople pod działaniem siły ciężkości



Rys. 244.



Rys. 245.

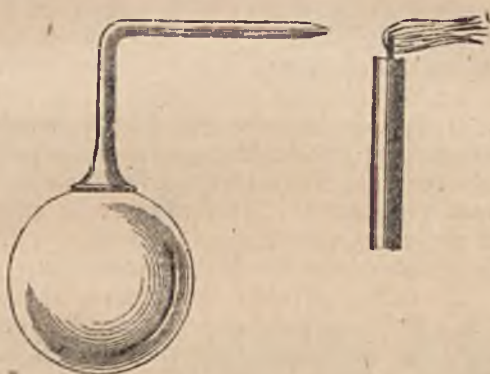
pozostają spłaszczone w kierunku pionowym). Rys. 244 przedstawia taką bryłę kulistą oliwy w wodnym roztworze alkoholu, zaś rys. 245 wyjaśnia, jak się wprowadza oliwę do wnętrza tego roztworu.

Napięcie powierzchniowe cieczy doskonale daje się obserwować na błonach z mydlin. Jeżeli do roztworu wody mydlanej z dodaniem pewnej ilości gliceryny zanurzymy pierścień z drutu, to po wyjęciu zauważymy na nim rozpiętą błonkę, mieniącą się pięknemi barwami. Błonka taka jest nawet dość trwałą, domieszka bowiem gliceryny zapobiega prędkiemu parowaniu cieczy. Jeżeli do pierścienia uwiążemy, przed zanurzeniem jego do mydlin, nitkę, utworzy się błonka z obu stron nitki; jeżeli teraz przekłujemy błonkę (najlepiej igłą gorącą) z jednej strony nitki, błonka pryśnie i nitka natychmiast rozciągnie się tak, jak to przedstawia rys. 246; będzie to właśnie objawem napięcia błonki pozostałej, które przedtem równoważyło się działaniem błonki ze strony przeciwnej; błonka w danym razie jest oczywiście cienką warstewką cieczy o dwu powierzchniach.

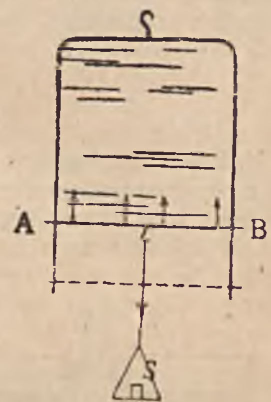
Podobnie, gdy wydymamy bańkę mydlaną, ma ona kształt kulisty, co świadczy o istnieniu napięcia, warunkującego przy danej objętości najmniejszą powierzchnię. Gdy mamy bańkę, wydętą na końcu rurki (rys. 247), i drugi jej koniec odejmujemy od ust, bańka poczyna się zmniejszać; kiedy zbliżamy ten otwarty koniec rurki do płomienia świecy, z odchylenia płomienia wnosić możemy o prądzie powietrza, płynącego z rurki — są to znów objawy działania napięcia powierzchniowego bańki.

Rys. 246.

Wartość napięcia powierzchniowego błonki mydlanej możemy bezpośrednio zmierzyć, rozpinając ją na pionowej ramie drucianej, której jeden bok jest ruchomy i odpowiednio obciążony (rys. 248). Ciężar drucika wraz z zawieszonem na nim ciałem równoważy tu napięcie dwu powierzchniowych warstewek. Należy podkreślić, iż gdy po otrzymaniu równowagi pociągniemy ręką drucik ku



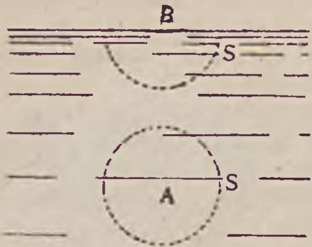
Rys. 247.



Rys. 248.

dołowi, powiększymy przez to błonę (uczynimy ją cieńszą), ale po usunięciu ręki, drucik nie wróci do pierwotnego położenia. Musieliśmy wykonać pewną pracę na zwiększenie powierzchni błonki, ale nie zmieniliśmy jej napięcia—to napięcie zależy tylko od rodzaju cieczy oraz temperatury. Uwidocznia się tu różnica, jaka zachodzi pomiędzy napięciem powierzchniowem cieczy a napięciem błonki sprężystej (np. kauczukowej).

Ze zjawiska napięcia powierzchniowego możemy sobie zdać sprawę, odwołując się do działania sił cząsteczkowych. Jak już wspominaliśmy, musimy założyć, iż siły te działają tylko na bardzo małych odległościach. Każda cząstka wewnątrz cieczy otoczona jest dookoła cząsteczkami, symetrycznie rozmieszczonemi w obrębie sfery jej działania. Inaczej rzecz się ma dla cząste-



Rys. 249.

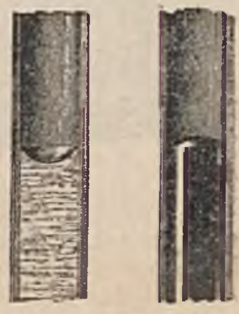
czek, przypadających na powierzchni; tam wypadkowa działań otaczających je innych cząsteczek skierowana jest ku wnętrzu cieczy (rys. 249). Stąd wynika, iż wyprowadzeniu którejkolwiek cząsteczki z wnętrza cieczy na powierzchnię powinno towarzyszyć pokonanie tego działania, czyli powinno to się łączyć z wykonanem pracy — oto dlaczego w doświadczeniu, przedstawionem na rys. 248, musieliśmy wykonać pracę na powiększenie błonki (wszak wyprowadzamy w ten sposób pewną liczbę cząsteczek cieczy na powierzchnię); oto również dlaczego ciecz, pozostawiona sobie, dąży do przyjęcia kształtu kulistego, odpowiadającego najmniejszej wartości powierzchni przy danej objętości. Uiawnianie się tych ciekawych właściwości tylko w powierzchniowych warstwach tłumaczy się właśnie tem, iż działanie sił międzycząsteczkowych występuje tylko w podanych wyżej niezmiernie małych odległościach.

115. Włoskowatość.

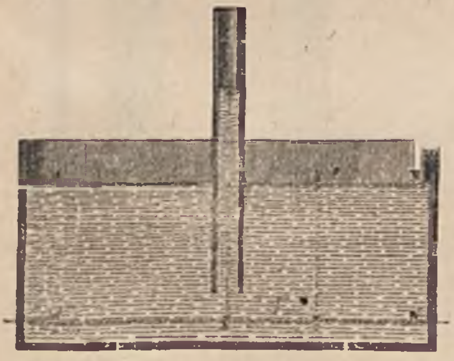
Jak już wspominaliśmy i jak o tem zresztą każdy wiedzieć może z doświadczenia codziennego, powierzchnia wody w szklance jest przy samej ścianie naczynia cokolwiek wzniesiona w stosunku do ogólnego poziomu tej cieczy. Stwierdzamy to zawsze, ilekroć w naczyniu mieści się ciecz, zwilżająca jego ściany. Przeciwnie, ciecz, nie zwilżająca ścian naczynia, ma powierzchnię przy samej ściance obniżoną w stosunku do ogólnego poziomu tej cieczy w naczyniu. Oba te wypadki mamy przedstawione na rys. 250. Takie ukształtowanie powierzchni cieczy tuż przy ścianie mieszczącego ją naczynia zależy od ustosunkowania wzajemnego tych sił cząsteczkowych, które objawiają się w spójności i przyleganiu. W przypadku cieczy, zwilżającej ściany naczynia, powiemy krótko, że przyleganie jest większe od spojności cieczy — pomiędzy cząsteczkami cieczy a cząsteczkami materjału ścian działanie zachodzi silniejsze, niż działanie wzajemne między cząsteczkami cieczy; stąd ciecz przy ścianie jest jakgdyby przyciągnięta do tej ściany, wznosząc się przy niej cokolwiek do góry. Wręcz przeciwnie jest w przypadku cieczy niezwilżającej — tu działanie cząsteczkowe między cząsteczkami cieczy jest silniejsze, niż między cząsteczkami cieczy a cząsteczkami tego materjału, z którego zrobiona jest ściana naczynia.

Rys. 250.

W ust. 94 zastrzegaliśmy się co do tego, w jakich granicach ścisłe jest powiedzenie, iż powierzchnia cieczy w naczyniu jest płaska. Wszakże, jak widzimy, nawet z tem zastrzeżeniem możemy tak mówić o poziomie cieczy, mając jedynie na myśli te miejsca jej powierzchni, które są w pewnej odległości od ściany. Im mniejszy będzie przekrój poziomy naczynia, tem mniejsza będzie ta część poziomu mieszczącej się w naczyniu cieczy, którą nazywać możemy płaską. Zrozumiałe jest, że w bardzo *wąskiem* naczyniu zupełnie tej płaskiej części mieć nie będziemy, natomiast powierzchnia cieczy przedstawiać się będzie albo tak, jak to wyobraża rys. 251 *a*, w przypadku cieczy, zwilżającej ściany naczynia, albo tak jak na rys. 251 *b*, dla przypadku cieczy nie zwilżającej — powierzchnia cieczy będzie w pierwszym razie *wklęsła*, w drugim *wypukła*. Fakt ten stwierdzamy w rurkach t. zw. *włoskowatych* (tak nazywają się rurki o wąskim kanale). W rurkach tych występują jeszcze inne ciekawe zjawiska. Oto gdy rurkę włoskowatą szklaną wstawimy do wody (woda zwilża szkło), poziom cieczy w rurce okaże się wyższy niż nazewnątrz rurki i to wzniesie się tem wyżej, im mniejszy będzie przekrój rurki; przedstawiają to nam rys. 252 i 254. Wręcz inaczej będzie w przypadku cieczy niezwilżającej (np. rtęci) — tu poziom cieczy w rurce przypadnie niżej niż nazewnątrz (rys. 253). Dzieje



a Rys. 251. *b*

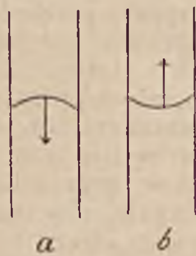


Rys. 252.

Rys. 253.

się więc tak, jakgdyby w rurkach włoskowatych ciecz, zwilżającą ściany, jakieś siły wciągały do rurki, i to tem wyżej, im węższą jest rurka, przeciwnie ciecz niezwilżająca jest jakby wypychana. Aby zdać sobie z tego sprawę, przypomnijmy własności warstwy powierzchniowej cieczy — dążenie do jak najmniejszej powierzchni, do pewnego rodzaju kurczenia się. Błonka powierzchniowa wypukła, kurcząc się, wywiera działanie wypychające na znajdującą się pod nią ciecz (rys. 255 *a*); przeciwnie kurczeniu się błonki wklęsłej towarzyszyć musi wciąganie znajdującej się pod nią cieczy do rurki (rys. 255 *b*). Im węższa jest rurka, tem większa jest krzywizna powierzchni cieczy, tem silniej występuje zarówno

Rys. 254.

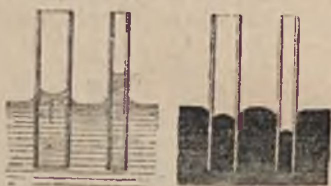


Rys. 255.

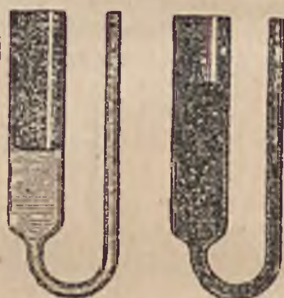
pierwsze jak drugie działanie. Oto w krótkich słowach wyjaśnienie tego ciekawego i ważnego zjawiska.

Względne ustosunkowanie wysokości wzniesienia (ew. obniżenia cieczy w rurce), oraz przekroju rurki przedstawiają rys. 256 i 257.

Jeżeli złożymy dwie płytki szklane tak, aby tworzyły ze sobą kąt dwuścienny, a następnie zanurzymy je w wodzie lub innej cieczy, zwilżającej szkło, ciecz się wzniesie między płytkami i otrzymamy am taki jej



Rys. 256.



Rys. 257.

poziom jak na rys. 258 *a*. Przeciwnie ciecz niezwilżająca (rtęć) da w tym wypadku obraz jak na rysunku 258 *b* (dlaczego?).

Możemy z łatwością dostrzec, że w tych samych rurkach różne ciecze wznoszą się na różną wysokość, względnie obniżają się niejednakowo. Taką rzecz należałoby też zgóry przewidzieć. Dlaczego?

Rys. 258.

Ogół zjawisk, które daje ciecz w wąskich kanałach mieszczących je naczyń, nazywamy *włoskowatością*. Jeżeli zanurzymy bibułę w wodzie lub atramencie, ciecz wzniesie się po bibule do góry — wszak bibułę możemy uważać za zbiorowisko rurek włoskowatych, utworzonych przez włókienka. Wznoszenie się soków w roślinie też częściowo jest objawem włoskowatości; prócz niej wchodzi tu jeszcze w grę ujemne ciśnienie (por. ust. 102) w kanałach, przeprowadzających soki, uwarunkowane przez parowanie; na tem jednak na razie bliżej zatrzymywać się nie będziemy. Dzięki tylko włoskowatości soki w roślinie nie mogłyby sięgać tak wysoko, jak sięgają w istocie np. w przypadku wysokich drzew.

116. Ciała bezpostaciowe i kryształy.

Gdy nalejemy na spodek trochę roztworu soli kuchennej i pozostawimy go tak na czas pewien, ilość cieczy będzie się stopniowo zmniejszać (woda będzie parować), a w miarę tego wydzielać się będzie sól z roztworu w postaci charakterystycznego kształtu bryłek. Przyglądając się uważnie tym *kryształom* soli kuchennej, zobaczymy, iż są to albo zupełnie prawidłowe sześciany, albo bryłki, dające się na takie sześciany podzielić. Odparowując w podobny sposób roztwory innych substancyj, otrzymamy albo również kryształy takiej samej jak wyżej, naogół jednak innej postaci, albo (np. w przypadku roztworu sody) bryłki, kształtem swym żadnej zupełnie prawidłowości nie zdradzające. W tym ostatnim razie powiemy, iż mamy do czynienia z ciałem *bezpostaciowem*, jako przeciwstawieniem ciałom *krystalicznym*.

Kryształy więc zdradzają w swej budowie pewne charakterystyczne cechy, pewną jakgdyby prawidłowość, której nie dostrzegamy w ciałach bezpostaciowych. Np. ciała krystaliczne dają się w łatwy względnie sposób rozłupywać w określonych kierunkach – kawałki soli kuchennej dają się łatwo łupać w trzech prostopadłych do siebie kierunkach, inne ciała znów inaczej (od tego zależy, do której grupy krystalicznej to lub inne ciało zaliczamy).

Badając różne własności kryształów — dajmy na to, własności sprężyste (np. spółczynnik ściśliwości), przekonywamy się, iż w niektórych z nich własności te wypadają jednakowe we wszystkich kierunkach, podobnie jak w ciałach bezpostaciowych, — takie ciała nazywamy *równokierunkowemi*. W innych własności te wypadają w różnych kierunkach różne — są to ciała *różnokierunkowe*. (Np. w pewnym kierunku ciało to jest bardziej ściśliwe, niż w kierunku prostopadłym do pierwszego).

W ostatnich paru ustępach mówiliśmy o tych zjawiskach, zachodzących w cieczach, z których zdawać sobie możemy sprawę, zakładając budowę cząsteczkową cieczy, oraz działanie sił cząsteczkowych*). Wszakże podkreślaliśmy już, iż poszczególne ciecze różnią się od siebie bez porównania więcej, niż poszczególne gazy od siebie, i stworzyć wyczerpującą teorję ogólną budowy cieczy jest znacznie trudniej, niż to się dało uczynić dla gazów; to też kinetyczna teorja cieczy jest dziś mniej rozwinięta i mniej zadowalająca, niż kinetyczna teorja gazów. Jeszcze trudniej atoli stworzyć teorję budowy ciał stałych, gdzie przyjąć musimy działanie sił cząsteczkowych, ale gdzie cząsteczkom nie możemy przypisać nawet takiej ruchliwości jak cząsteczkom cieczy; jak wspomnieliśmy, zakładamy tylko, że cząsteczki ciał stałych drgać mogą względem pewnych określonych położeń średnich, przyczem te położenia średnie ulegać mogą tylko bardzo ograniczonym zmianom (przy odkształceniach, przy ogrzewaniu). Otóż co do rozmieszczenia cząsteczek w ciałach stałych (mowa tu właśnie o tych położeniach średnich), jedynie w stosunku do ciał krystalicznych możemy sobie założyć pewne obrazy, które, jak zobaczymy dalej, znajdują doskonałe uzasadnienie doświadczalne. Przypuszczamy mianowicie, iż cząsteczki kryształów układają się w prawidłowe szeregi, rozmaicie w różnych grupach krystalicznych, dzięki czemu właśnie ciała te posiadają określone własności w odpowiednich kierunkach.

Ciekawe jest, iż owa *kierunkowość*, charakterystyczna dla kryształów, daje się w pewnych warunkach obserwować w niektórych cieczach; mówimy wtedy, że mamy do czynienia z *ciekłemi kryształami*.

Ćwiczenia i zadania.

133. Zaobserwować tworzenie się kropel przy sączeniu się wody z nieszczelnie zamkniętego kurka (np. u wodociągu); wyrysować kolejne kształty tworzącej się kropli aż do chwili jej oderwania się, i zauważyć, o ile obserwacja ta daje potwierdzenie istnienia napięcia powierzchniowego cieczy?

134. Jeżeli w tych samych warunkach z tego samego otworu sączą się różne ciecze, tworząc krople, wielkość tych kropel wypada naogół różna dla różnych cieczy. Czem to wytłumaczyć?

*) W r. 1824 znakomity botanik Brown pierwszy bliżej zbadał zjawisko, że w obserwowanych pod mikroskopem cieczach, zawierających drobne zawiesiny, cząsteczki tej zawiesiny pozostają w nieustannym ruchu. Zjawisko tych ruchów, zwanych ruchami Browna, stało się przedmiotem ciekawych i rozległych badań w latach ostatnich; szczególnie odznaczył się w tej dziedzinie znakomity spółczesny fizyk francuski Perrin. Możemy dziś z całą stanowczością twierdzić, że w ruchach drobniutkich pyłków, zawieszonych w cieczy, mamy objaw tych zderzeń, którym podlegają owe pyłki, dające się obserwować, ze strony znajdujących się w nieustannym ruchu cząsteczek cieczy, których bezpośrednio pod żadnym mikroskopem dostrzec nie jesteśmy w stanie.

135. Opierając się na doświadczeniu, przedstawionem na rys. 248, wytłumaczyć, w jakich jednostkach mierzy się napięcie powierzchniowe?

136. Jeżeli na talerzu mieści się cienka warstewka wody i puścimy na nią kroplę alkoholu, warstwa wody jakgdyby się rozdziera, odsłaniając zupełnie dno talerza. Wytłumaczyć to zjawisko, uwzględniając, iż napięcie powierzchniowe wody w 20° jest $75 \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}}$, alkoholu zaś w tej samej temperaturze $26 \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}}$?

137. Wlewając z rury wodociągowej do zlewki lub szklanki wodę tak, by przelewała się czas jakiś przez brzegi szklanki (zlewki), otrzymamy bardzo czystą powierzchnię wody. Gdy na nią rzucimy kawałeczek kamfory, to bryłka ta pocznie wykonywać dziwaczne niespokojne ruchy. Wytłumaczyć to zjawisko, pamiętając, iż napięcie powierzchniowe wodnego roztworu kamfory jest inne, niż wody.

138. Strumień powietrza, wypływający z kurczącej się bańki mydlanej (rys. 247) staje się silniejszy w miarę zmniejszania się bańki. Wytłumaczyć to, opierając się na rozumowaniu, dotyczącem rys. 255.

139. Jeżeli rurkę szklaną włoskowatą zawiesimy w pozycji pionowej na szalce wagi, równoważąc ją odważnikami, a następnie zanurzymy dolnym końcem w cieczy, zwilżającej szkło, na czem polegać będzie zakłócenie równowagi i w jakiej pozostawać to będzie zależności od rodzaju cieczy?

140. W doświadczeniu, przedstawionem na rys. 241, płytka szklana ma średnicę 5,6 cm.; dla oderwania jej w wypadku zetknięcia z wodą należy położyć dodatkowo na drugą szalkę 10,8 gr., w wypadku zaś zetknięcia z rtęcią 27,5 gr. Zakładając, iż w danem miejscu $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, znaleźć wartość spójności wody oraz przylegania szkła do rtęci.

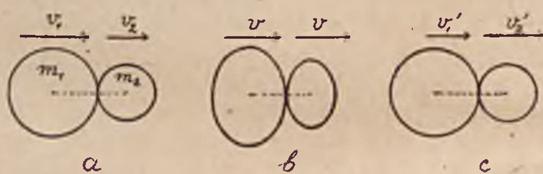
Rozdział IV. Własności dynamiczne ciał, poznawane podczas ich ruchu.

117. Zderzenie.

Gdy poruszające się ciało spotyka na swej drodze inne ciało, następuje *zderzenie*, przyczem naogół zmieniają się prędkości obu ciał zarówno co do wielkości jak kierunku.

Rozpatrzmy przykład zderzenia dwu kul, zakładając, iż w chwili spotkania prędkości obu kul mają kierunek zgodny z kierunkiem prostej, łączącej ich środki; tego rodzaju zderzenie nosi nazwę *centralnego*. Zakładamy dla uproszczenia ruch obu kul wolny od wszelkich przeszkód zewnętrznych.

Przypuśćmy, że kula o masie m_1, posuwając się z prędkością v_1, dopędza i uderza w kulę o masie m_2, poruszającą się w tym samym kierunku z mniejszą prędkością v_2 (rys. 259). Pierwsza kula prze na drugą, zwiększając jej prędkość. Działaniu temu towarzyszy przeciwdziałanie, t. j. parcie drugiej na pierwszą, co warunkuje zmniejszanie się prędkości pierwszej. Kule się odkształcają, jak to przedstawia rys. 259 *b*, i działanie to trwa dopóty, dopóki prędkości obu kul się nie zrównają. Sprężystość kul warunkuje następnie powrót ich do pierwotnej postaci, czemu towarzyszy oczywiście parcie w dalszym ciągu pierwszej kuli na drugą i dalsze zwiększanie się prędkości drugiej, oraz odwrotnie parcie drugiej na pierwszą i dalsze zmniejszanie się prędkości pierwszej. Ostatecznie, gdy kule powrócą do swej pierwotnej postaci, pierwsza z nich będzie miała prędkość mniejszą niż druga; przedstawia to rys. 259 *c*.



Rys. 259.

Dla kul doskonale sprężystych ta druga połowa zjawiska byłaby dokładnem odwróceniem pierwszej. Dla kul doskonale nie-sprężystych istniałaby tylko pierwsza połowa zjawiska: po zrównaniu się prędkości, kule poruszałyby się dalej razem. Łatwo pojąć, co zachodzi w rzeczywistości, gdy sprężystości zderzających się ciał nie można uważać za doskonałą.

Znajdźmy teraz najpierw wartość prędkości v, wspólnej obu kulom dla momentu, wyobrażonego na rys. 259 *b*.

Siły, którym podlegają w danym razie obie kule, są równe (działanie równa się przeciwdziałaniu); czasy działań ich również są równe, a zatem równe są popędy tych sił oraz wywołane przez nie zmiany pędu (p. wzór 6 w ust. 47).

Zmiana pędu pierwszej kuli jest $m_1\,(v_1-v)$, drugiej zaś

$$m_2\,(v-v_2);$$

przeto

$$m_1\,(v_1-v)=m_2\,(v-v_2), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

skąd

$$m_1 v_1+m_2 v_2=(m_1+m_2)\,v$$

i ostatecznie

$$v=\frac{m_1 v_1+m_2 v_2}{m_1+m_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Zatem zmniejszenie się prędkości pierwszej kuli wynosi

$$v_1-v=v_1-\frac{m_1 v_1+m_2 v_2}{m_1+m_2}=\frac{m_2}{m_1+m_2}\,(v_1-v_2), \quad \ldots \quad (3)$$

zwiększenie zaś prędkości drugiej

$$v-v_2=\frac{m_1 v_1+m_2 v_2}{m_1+m_2}-v_2=\frac{m_1}{m_1+m_2}\,(v_1-v_2); \quad \ldots \quad (4)$$

czyli

$$v=v_1-\frac{m_2}{m_1+m_2}\,(v_1-v_2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

lub

$$v=v_2+\frac{m_1}{m_1+m_2}\,(v_1-v_2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

W przypadku poszczególnym, gdy $m_1=m_2$, mamy (ze wzoru 1)

$$v_1-v=v-v_2$$

czyli

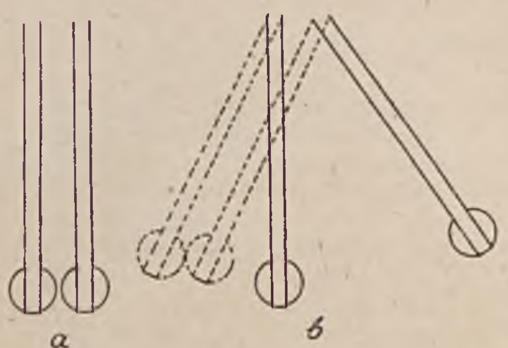
$$v=\frac{v_1+v_2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

t. j. po zderzeniu ciała te poruszają się z prędkością, równą średniej arytmetycznej początkowych prędkości obu kul.

Im większa będzie masa m_2 w porównaniu z m_1, tem bardziej się zmniejszy prędkość kuli pierwszej, tem mniej wzrośnie prędkość drugiej. Przypuśćmy, iż mamy przypadek uderzenia kuli prostopadle o nieruchomą ścianę (kulę i ścianę zakładamy z materjału zupełnie niesprężystego). Matematycznie traktować to będziemy tak, iż założymy $m_2 = \infty$ *) a $v_2 = 0$; wzór (2) daje $v = 0$, t. j. kula się zatrzyma przy uderzeniu. Pozwólmy, np. kuli z miękkiej gliny upaść z pewnej wysokości na stół — zatrzyma się ona przy uderzeniu całkowicie, odkształcając się jednocześnie.

Rozpatrzmy przypadek poszczególny, zakładając, iż przy $m_1 = m_2$ druga kula jest w spoczynku, t. j. $v_2 = 0$, w takim razie $v = \frac{v_1}{2}$ (wzór 7).

Zawieśmy na taśmach dwie kule jednakowe z miękkiej gliny lub plasteliny, jak na rys. 260 *a*; jeżeli jedną z nich wychylimy z położenia równowagi i puścimy, uderzy ona w drugą, poczem obie razem odchylą się w stronę przeciwną względem położenia równowagi (zaznaczone to kropkami na rys. 260 *b*), lecz na wysokość mniejszą niż wysokość początkowego wzniesienia kuli pierwszej (dlaczego?). Kule podlegają przytem widocznemu odkształceniu.



Rys. 260.

W przypadku kul doskonale sprężystych, jak wspomnieliśmy, proces powracania kul odkształconych do pierwotnej postaci jest dokładnem odwróceniem procesu odkształcania się ich, czyli w tej drugiej połowie zjawiska prędkość pierwszej kuli zmniejszy się, drugiej zaś wzrośnie o drugie tyle, co wyniosły zmiany w pierwszej połowie zjawiska. Odwołując się więc do wzorów (3) i (4), napiszemy, oznaczając przez v_1' i v_2' prędkości końcowe obu kul:

$$v_1 - v_1' = 2\,\frac{m_2}{m_1 + m_2}\,(v_1 - v_2) \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

$$v_2' - v_2 = 2\,\frac{m_1}{m_1 + m_2}\,(v_1 - v_2) \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

skąd

$$v_1' = v_1 - 2\,\frac{m_2}{m_1 + m_2}\,(v_1 - v_2) \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

$$v_2' = v_2 + 2\,\frac{m_1}{m_1 + m_2}\,(v_1 - v_2) \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

*) Znak ∞ oznacza nieskończoność, t. j. wielkość większą od wszelkiej dającej się pomyśleć wielkości.

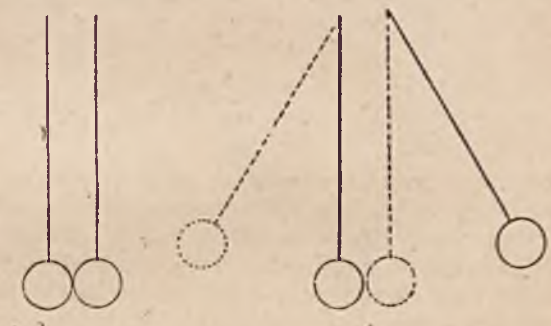
Porównywając te ostatnie wzory (10) i (11) z (5) i (6), czytelnik domyśla się, iż w rzeczywistości, gdy mamy zderzenie kul nie idealnych, w prawej części odpowiednich wzorów na prędkość kul po zderzeniu będziemy mieli przy drugim wyrazie spółczynnik, wynoszący *jeden z ułamkiem* — im bliższy on będzie jedynki, tem bardziej są kule niesprężyste, im bliższy dwójki, tem bardziej są one sprężyste.

Załóżmy, iż w wypadku kul doskonale sprężystych $m_1 = m_2$ oraz $v_2 = 0$, t. j kula uderza w taką samą jak ona kulę, znajdującą się w spoczynku.

Wzory (10) i (11) dają odrazu

$$v_1' = 0 \quad v_2' = v_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

t. j. poruszająca się kula zatrzymuje się w chwili uderzenia, a cała jej prędkość udziela się kuli spoczywającej. Weźmy np. dwie jednakowe kule z kości słoniowej, zawieszone na nitkach jak na rys. 261 *a*. Wychylmy jedną z nich z równowagi, jak to przedstawia rys. 261 *b*, i puśćmy ją z tego położenia; uderzy ona w kulę spoczywającą, sama się przytem zatrzyma, tamta zaś wychyli się z położenia równowagi, wznosząc się na taką samą wysokość, na jaką była uprzednio wzniesiona kula pierwsza. (Niech czytelnik rozważy, czy ta wysokość będzie ściśle taka sama? dlaczego naprawdę tak być nie może?).



Rys. 261.

Przypuśćmy wreszcie, iż doskonale sprężysta kula uderza prostopadle w nieruchomą doskonale sprężystą ścianę. Matematycznie sprawa przedstawia się tak, iż zakładamy $m_2 = \infty$ $v_2 = 0$, co daje (ze wzoru 10)

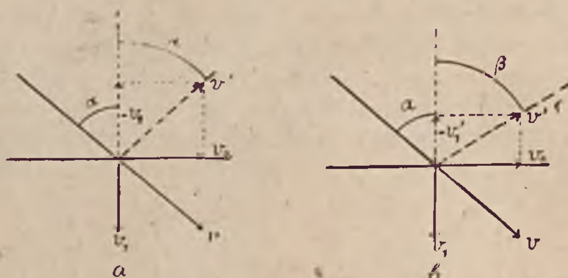
$$v_1' = -v_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

t. j. kula przy uderzeniu zmienia tylko znak prędkości, innemi słowy odskakuje od ściany z tą samą prędkością, z jaką w nią uderzyła. Pozwólmy np. kuli z kości słoniowej swobodnie upaść z pewnej wysokości na poziomą płytę z kości słoniowej; kula odskoczy do góry i wzniesie się na taką prawie wysokość, z jakiej spadła. (Dlaczego nie wzniesie się ona dokładnie do tej samej wysokości?) *). To

*) Jeżeli płytę pokryjemy sadzą, to łapiąc kulę po odskoczeniu jej od płyty, w tym celu, by po raz drugi nie upadła, spostrzeżemy na jej powierzchni wyraźną plamę z sadzy — większą przytem niż ta, która się otrzyma, jeżeli ostrożnie położymy kulę na płycie; świadczy to, iż kula styka się z płytą nie w jednym punkcie, a na pewnej powierzchni i że istotnie podczas zderzenia zawsze zachodzi odkształcenie kuli.

samo doświadczenie wykonać możemy z piłką, pozwalając jej upaść swobodnie z pewnej wysokości na podłogę; czy piłka, odskakując, wzniesie się na tę wysokość, z której spadła? Dlaczego nie?

Dla oszczędności czasu, zderzeń niecentralnych rozpatrywać tu nie będziemy. Zatrzymamy się tylko nad jednym ciekawym i ważnym przykładem, a mianowicie nad uderzeniem ukośnem kuli doskonale sprężystej o nieruchomą doskonale sprężystą płytę. Przypuśćmy (rys. 262 *a*), iż w chwili uderzenia kula ma prędkość v, tworzącą kąt α z prostopadłą, wystawioną do płyty w punkcie zetknięcia kuli i płyty (kąt ten nazywamy *kątem padania*). Rozłóżmy prędkość v na dwie składowe: v_1 prostopadłą do płyty i v_2 styczną do niej. Poruszając się tylko z prędkością v_2, kula nie podlegałaby wcale zderzeniu: to ostatnie uwarunkowane jest jedynie przez składową v_1: zatem tylko ta składowa v_1 ulega zmianie przy zderzeniu, przechodząc w $-v_1$. Zrozumiale więc jest, iż po zderzeniu kula będzie miała prędkość v', tworzącą tak samo kąt α z prostopadłą do płyty; ten kąt, który tworzy kierunek prędkości kuli po odbiciu z prostopadłą do płyty, nazywa się *kątem odbicia;* a więc otrzymujemy bardzo ciekawy wynik, że *kąt odbicia równa się kątowi padania.*



Rys. 262.

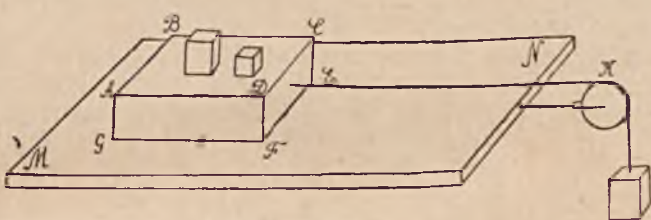
Jeżeli kula i płyta nie są doskonale sprężyste, a w rzeczywistości zawsze się tak dzieje, składowa v_1 zmienia się na $v_1' < v_1$ (rys. 262 *b*), co warunkuje, że kąt odbicia β jest nieco większy od kąta padania α.

Ciekawe zastosowanie rozważań tego rodzaju zderzeń znajdujemy w grze bilardowej; pamiętać tylko należy, iż mamy tam zjawiska bardziej złożone, gdyż kule bilardowe poruszają się nie tylko ruchem postępowym, ale jednocześnie i obrotowym.

118. Tarcie.

Gdy jedno ciało stałe porusza się po powierzchni drugiego, czy to ślizgając się, czy tocząc się, ruch taki zawsze napotyka opór w postaci *tarcia.* Naogół tarcie przy ślizganiu się jest przy pozostałych warunkach niezmiennych większe, niż przy toczeniu się, z czego korzystamy, zaopatrując wozy w koła, podkładając wałki pod przesuwane ciała i t. p. Tarcie tłumaczymy sobie w ten sposób, iż stykające się powierzchnie ciał nigdy nie są doskonale gładkie, a zawsze mają nierówności, które podczas tego ruchu, o którym mowa, zostają odkształcane lub ścierane, co oczywiście wymaga pracy, a więc odbywa się kosztem energji kinetycznej poruszającego się ciała.

Proste urządzenie, przedstawione na rys. 263, pozwala na badanie tarcia przy ślizganiu się i wyprowadzenie pewnych ogólnych wniosków (podobne urządzenie stosuje się do badania tarcia przy toczeniu się). Na to, by kloc, leżący na poziomej płycie, wprawić w ruch po tej podstawie, trzeba wykonać pewną pracę; wszakże kloc nie będzie zachowywał nadanej mu prędkości—będzie ona skutkiem tarcia malała; uwiązując do kloca sznur, prze-



Rys. 263.

rzucony przez blok, i odpowiednio obciążając go u drugiego końca, otrzymać możemy ruch jednostajny kloca (po uprzedniem poruszeniu jego z miejsca); w tym razie siła, działająca za pośrednictwem sznura na kloc, idzie całkowicie na pokonanie tarcia. Możemy się przekonać, jeżeli kloc będziemy obciążali, przyciskając go mocniej do płyty, po której się porusza, że *tarcie* jest przy pozostałych warunkach niezmiennych ***proporcjonalne do siły, przyciskającej ciało do podstawy, po której ruch zachodzi.*** Oznaczamy tę siłę przez f (ciężar kloca wraz z położonemi na nim ciałami). tarcie zaś oznaczamy przez θ; w takim razie

$$\theta = c.f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

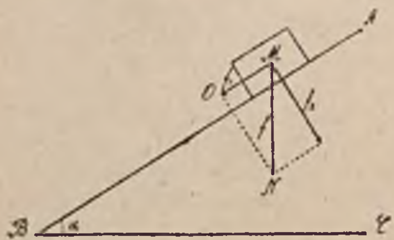
gdzie c jest *spółczynnikiem tarcia.*

Dalej przekonać się możemy, iż tarcie nie zależy od wielkości ślizgających się po sobie powierzchni. Jeżeli kloc postawimy na jednej z jego mniejszych ścian, kładąc na nim te same co przedtem ciała, otrzymamy tę samą wartość spółczynnika tarcia. Wprawdzie powierzchnia, na której teraz zachodzi tarcie, staje się tu mniejsza, ale tyleż razy wzrasta ciśnienie (por. ust. 85), t. j. każdy centymetr kwadratowy powierzchni zetknięcia przyciskany jest w tym samym stosunku silniej do płyty, po której zachodzi ruch.

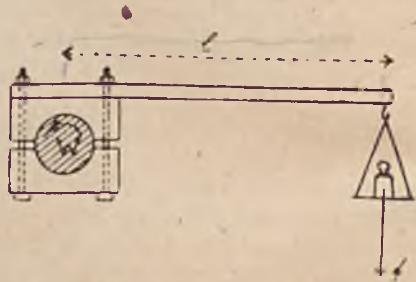
Wreszcie dowiadujemy się z tych doświadczeń, że tarcie zmienia się nieznacznie przy zmianach prędkości ruchu, będąc wszakże mniejsze przy prędkościach większych. Dodać trzeba, że siła, potrzebna do poruszenia ciała, jest zawsze większa od tej, której potrzeba do utrzymania dalej ciała w ruchu; rozróżniamy wobec tego *tarcie statyczne* od *dynamicznego* — to ostatnie występuje podczas ruchu.

Dla przykładu przytaczamy, iż w wypadku ruchu suchego drzewa po drzewie $c = ok.$ 0,5: dla różnych metali wartość ta waha się w granicach 0,15—0,5. Tarcie w znacznej mierze zmniejszamy, jeżeli trące się powierzchnie powlekamy warstwą płynną czy półpłynną takiego czy innego *smaru* (oliwa, mydło i t. p.). W tym razie jednak niema już tej niezależności od wielkości trących się powierzchni, o kórej mówiliśmy wyżej, przy zwiększeniu bowiem ciśnienia warstwa smaru jest wyciskana z pomiędzy dotykających do siebie ciał.

Oto prosty sposób wyznaczania spółczynnika tarcia. Chcemy, dajmy na to, znaleźć ten spółczynik przy tarciu określonych gatunków drzewa. Kładziemy kloc zrobiony z obranego drzewa



Rys. 264.



Rys. 265.

na płytę z podlegającego również badaniu drzewa i pochylamy tę płytę pod coraz to większym kątem względem poziomu (rys. 264), aby wreszcie przy pewnej wartości tego kąta α otrzymać jednostajne zsuwanie się (po potrąceniu) kloca. O ile to zostaje osiągnięte i kąt α zmierzony, zaraz znaleźć możemy wartość spółczynika tarcia c. Jeżeli przez f oznaczymy ciężar kloca i rozłożymy tę siłę na prostopadłą f_2 i równoległą do płyty f_1, to siła f_2, którą jest kloc przyciskany do płyty, jest $f_2 = f \cos \alpha$; składowa zaś f_1, która utrzymuje ruch jednostajny, t. j. właśnie pokonywa tarcie, jest $f_1 = f . \sin \alpha$. Zgodnie z wzorem (1) mamy

$$f \sin \alpha = c . f \cos \alpha,$$

skąd

$$c = tg\, \alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

t. j. szukany spółczynnik otrzymuje się jako tangens kąta α, zwanego w tym razie *kątem tarcia.*

Musimy się wreszcie zatrzymać jeszcze nad tem zastosowaniem, jakie znajduje tarcie przy wyznaczaniu dzielności motorów przy pomocy niezwykle prostego a dowcipnego przyrządu, zwanego *hamulcem Prony'ego* (rys. 265).

Wał motoru ujmujemy w kleszcze drewniane, połączone z dźwignią, na której koniec działa określony ciężar f. Gdyby koniec dźwigni nie był obciążony, przy ruchu wału w kierunku przeciwnym ruchowi wskazówek zegara, kleszcze wraz z dźwignią poruszałyby się w tę samą stronę pociągane działaniem tarcia. Natomiast przy nieruchomym wale dźwignia obracałaby się pod działaniem siły f w kierunku wskazówki zegara. Ciężar f przy odpowiedniem zaciśnięciu śrub w kleszczach pozwala utrzymać dźwignię w położeniu poziomem podczas ruchu wału; zatem siła f pokonywa tu tarcie. Praca siły f podczas jednego całkowitego obrotu wału wynosi $f \cdot 2\pi l$, jeżeli przez l oznaczymy ramię dźwigni. Jeżeli t jest czasem jednego obrotu wału, to szukana dzielność wynosi $\frac{f \cdot 2\pi l}{t}$ (pamiętajmy, że podobnie jak tu przy pomocy motoru pokonywamy sztuczny opór, tak normalnie motor pokonywa opory pożyteczne w machinach, z któremi wał łączy się np. za pośrednictwem pasa bez końca).

119. Opór ośrodka.

Gdy ciało stałe porusza się w płynie (cieczy lub gazie), usuwa ono częściowo ten płyn na stronę, częściowo porywa ze sobą, popycha w kierunku swego ruchu. Odbywa się to kosztem energji kinetycznej ciała stałego, a więc prędkość jego przytem maleje. Opór, stawiany w ten sposób ruchowi ciała przez ośrodek, w którym ciało się porusza, zależy w znacznej mierze od kształtu ciała, zwłaszcza kształtu jego przedniej części — dlatego to statkom wodnym jak i powietrznym (Zeppeliny) nadają kształty, zaostrzone na przodzie. Poza tem opór zależy od prędkości poruszającego się ciała — jest on, możemy powiedzieć ogólnie, proporcjonalny do kwadratu prędkości; mamy tu wszakże zjawisko bardzo złożone i jeszcze niezupełnie zbadane.

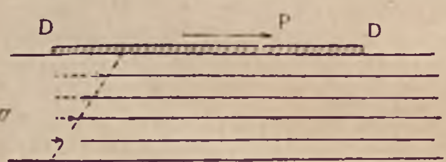
Spadające krople deszczu nie poruszają się cały czas ruchem przyśpieszonym — w miarę jak prędkość rośnie, wzrasta opór i skutkiem tego prędkość spadania kropli wzrasta tylko do pewnej określonej wartości. Podobnie rzecz się ma ze wszelkiemi ciałami spadającemi. Owa największa osiągalna prędkość jest tem większa, im większy jest ciężar ciała w stosunku do napotykającej opór powierzchni. Prędkość ta jest bardzo mała dla drobnego pyłku — dym długo snuje się w powietrzu, pył wulkaniczny miesiące i lata utrzymuje się na znacznych wysokościach, okrążając nieraz wraz z unoszącym go prądem powietrznym ziemię dookoła; porwany w górę przez trąbę powietrzną piasek Sahary przedostaje się czasem aż do najbardziej na północ wysuniętych brzegów Europy.

Opór ośrodka znalazł znakomite zastosowanie w tak świetnie rozwijającej się awiatyce Podobnie jak ptak utrzymuje się w powietrzu, że tak powiemy, opierając się na niem przy pomocy swych skrzydeł, tak latawiec lub samolot utrzymuje się na pewnej wysokości, wznosi się lub opada dzięki oporowi który napotykają ze strony powietrza poruszające się z ogromną prędkością (do 200 $\frac{\text{Km.}}{\text{godz.}}$ i więcej) tak lub inaczej pochylone płaszczyzny aparatu. Samo wprawianie w ruch samolotów zapomocą prędko wirującej śmigi, podobnie jak wprawianie w ruch statku zapomocą wirującej śruby lub koła, a — co jeszcze prostsze — łodzi zapomocą wiosła, warunkuje się również oporem, który stawiają płyny poruszającym się w nich ciałom stałym (śmigom, śrubom, wiosłom).

120. Lepkość.

Ruchowi ciał w płynach, jak powiedzieliśmy na początku poprzedniego ustępu, towarzyszą częściowo ruchy samych płynów; poszczególne warstwy lub części tych płynów przesuwają się względem siebie, przyczem zachodzi tu swojego rodzaju tarcie, zwane *tarciem wewnętrznem* lub *lepkością*.

Połóżmy np. deskę drewnianą na powierzcnię wody i ciągnijmy ją tak, jak to wskazuje strzałka (rys. 266). Przekonamy się, iż w ten sposób wprawiać będziemy w ruch znajdujące się tu jedne na drugich warstwy wody pod deską (uwidocznić to można zapomocą odpowiedniej zawiesiny w wodzie). Woda w tych warstwach wprawiana jest w ruch w tę samą stronę, w którą porusza się deska, ale im dalej od deski, tem prędkość tego ruchu jest mniejsza: deska jakgdyby pociąga za sobą przylegającą do niej warstewkę wody, ta pociąga za sobą warstwę następną i t. d.; gdybyśmy przytem nie podtrzymywali prędkości deski, prędkość ta malałaby, gdyż właśnie kosztem energji kinetycznej deski tworzy się energja ruchu cieczy—jakby przez tarcie warstwy cieczy porywają jedne drugie. Dlatego to mówimy, że zachodzi w tym razie tarcie wewnętrzne w cieczy, inaczej zwane lepkością.



Rys. 266.

Gdybyśmy z taką samą prędkością włóczyli deskę nie po wodzie, a po melasie, obraz ilościowy takiego samego jakościowo zjawiska byłby odmienny, a to z powodu, iż tarcie wewnętrzne czyli lepkość melasy jest inna niż wody.

Gdy zamieszamy np. łyżką ciecz, znajdującą się w szklance, po pewnym czasie ruch cieczy ustanie właśnie dzięki lepkości cieczy; inaczej wszakże ruch ten zanikać będzie w wodzie, inaczej w oliwie, alkoholu, eterze, lepkość bowiem tych różnych cieczy jest różna.

Podobnie jak w cieczach, w gazach obserwuje się również rozmaity stopień lepkości, naogół znacznie mniejszy niż w cieczach. Ciekawe jest tłumaczenie zjawiska lepkości z punktu widzenia teorji kinetycznej, wszakże nie możemy tu wdawać się w szczegóły.

Rozumiemy tedy, że skoro mowa o ruchu pewnej części płynu w pozostałej jego reszcie, nie wystarcza uwzględnienie ciężaru tej części oraz parcia, któremu podlega ona ze strony tej pozostałej części (wystarczało to, gdy była mowa o równowadze płynu); należy tu jeszcze brać pod uwagę wpływ lepkości. Z tego względu w stosunku do równowagi płynów możemy wypowiedzieć pewne zasadnicze prawa (Pascala, Archimedesa), którym wszystkie płyny jednakowo podlegają, prawa zaś ruchu różnych cieczy nie są tak proste i wiele jeszcze w tej dziedzinie pozostaje do zbadania.

Gdy wprawiamy w ruch wahadło sprężynowe, jak na rys. 166, drgania wahadła zanikają stopniowo. Nie należy jednak sądzić, iż wpływa na to jedynie opór otaczającego ośrodka; drgania takie zanikają nawet wtedy, gdy umieścimy wahadło w próżni. Przy samem skręcaniu się i rozkręcaniu drutu napotykany jest opór w postaci tarcia wewnętrznego. Stąd też mówić możemy nietylko o lepkości płynów, ale również i ciał stałych.

121. Prądy i wiry.

W poszczególnych rodzajach ruchu cieczy dają się rozróżnić tak samo jak w ruchach ciał stałych dwa zasadnicze typy: postępowy i obrotowy, a to zależnie od tego, jak się poruszają oddzielne cząstki cieczy — czy ruchem postępowym czy obrotowym. W pierwszym razie tworzy się w cieczy *prąd* albo strumień: tor którejkolwiek cząstki tworzy *linję prądu.* Jeżeli prąd jest stały, linje prądu są niezmienne; można je uwidocznić, rzucając do wody nieco barwnika, który, rozpuszczając się, rozciąga się we włókna, znacząc owe linje prądu.

Jeżeli ruchowi postępowemu cząsteczek cieczy towarzyszy ich ruch obrotowy, mamy wtedy ruch wirowy cieczy. Wir tworzy się zazwyczaj w takich miejscach, gdzie poruszające się obok siebie cząstki mają prędkości, znacznie różniące się od siebie; tak dzieje się na zakrętach, zwężeniach lub rozszerzeniach prądu. Uwidocznić wir można, wrzucając do cieczy jakie lekkie ciało (np. słomkę), na które przenosi się ów ruch wirowy. Oczywiście, ruchy wirowe tworzą się dzięki lepkości cieczy; w cieczy, pozbawionej lepkości, wiry nie mogłyby wcale powstawać. O ile z drugiej strony wir już powstał, to ta sama lepkość warunkuje stopniowe jego zanikanie; natomiast w cieczy idealnej, pozbawionej lepkości, wir, gdyby — załóżmy — powstał, nie zanikałby wcale.

122. Wypływ cieczy pod działaniem jej własnego ciężaru.

W ust. 93 mówiliśmy o wypływie cieczy przez otwory boczne, zrobione w ścianie naczynia; zwracaliśmy tam uwagę na to, że im niżej przypada otwór, tem dalej sięga strumień wody, t. j. pod tem większem ciśnieniem strumień taki wypływa. Spróbujmy obliczyć, z jaką prędkością woda wypływa z otworu, umieszczonego w danej odległości h od poziomu cieczy w naczyniu (rys. 267). Rozumować będziemy w sposób następujący; jeżeli w pewnym momencie wylatuje z otworu określona masa m wody z prędkością v, energja kinetyczna jej wynosi $\frac{mv^2}{2}$; skąd się ta energja bierze? Oto jednocześnie poziom wody w naczyniu obniża się; w czasie, gdy owa masa m wylatuje z otworu, takiejże masy m zaczyna brakować u powierzchni cieczy, t. j. jednocześnie z wylewaniem się, znika jako taka energja potencjalna masy m, znajdującej się na wysokości h względem tego poziomu, na którym zachodzi wylewanie się; jak wiemy, ta energja potencjalna $= mgh$. A więc energja kinetyczna $\frac{mv^2}{2}$ tworzy się przez przekształcenie się w nią energji potencjalnej mgh: mamy więc

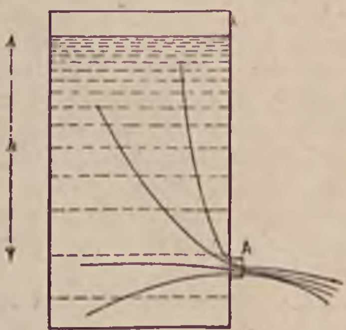
$$\frac{mv^2}{2} = mhg$$

skąd

$$v = \sqrt{2\,hg} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Porównywając ten wzór ze wzorem 4 ust. 39, widzimy, że prędkość wpływu jest tu równa prędkości, nabywanej przez ciała, swobodnie spadające z tej wysokości, na którą sięga słup cieczy ponad wylotem.

Twierdzenie to, znane pod nazwą twierdzenia Torricelli'ego, który je wykrył, jest tylko przybliżone. Gdyby woda wypływała z otworu, tworząc żyłę walcowatą o przekroju otworu s, wówczas objętość wody, wypływającej w sekundę czyli t. zw. *wydatek prądu* byłby $v \,.\, s$. W rzeczywistości jednak wydatek ten jest cokolwiek większy od połowy tej wielkości, wypływająca bowiem z otworu żyła wodna nie ma postaci walca, a posiada widoczne bezpośrednio dla oka zwężenie tuż za otworem—dzieje się to skutkiem tego, iż linje prądu (wskazane na rys. 267) schodzą się pod pewnemi kątami przy wylocie.

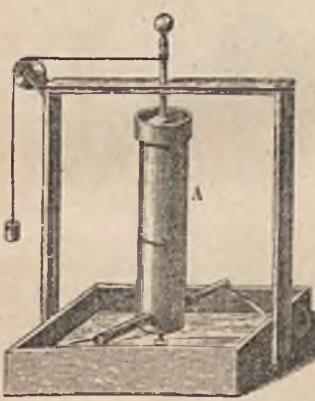


Rys. 267.

Ze wzoru $v = \sqrt{2gh}$ wynikałoby, że prędkosć wypływu nie zależy od gęstości cieczy, czyli, że np. rtęć w tych samych warunkach wypływałaby z taką samą prędkością jak woda. Istotnie dla cieczy o znacznej ruchliwości, t. j. małej lepkości, jest to w przybliżeniu słuszne, wszakże w przybliżeniu—wpływu tarcia zarówno wewnętrznego jak zewnętrznego zaniedbywać tu nie można.

123. Zastosowanie prądów cieczy i gazów w motorach.

Godnym uwagi jest wypływ cieczy z tak zw. *młynka Segnera* (rys. 268); młynek taki, osadzony luźno na osi, zostaje wprawiony w ruch wirowy w kierunku przeciwnym wypływowi cieczy.



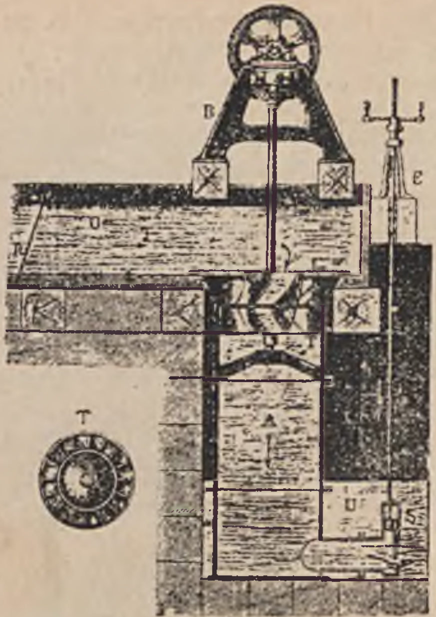
Rys. 268.

Rys. 269.

Dlaczego? (por. ust. 61, gdzie mowa o zachowaniu środka masy). Jaką pracę wykonywa młynek na rysunku 268.

Rys. 269 przedstawia zupełnie analogiczny młynek, wprawiany w ruch wirowy przez wypływ z niego powietrza, gdy umieścimy go pod kloszem pompy, skąd powietrze będziemy wypompowywali.

Energję kinetyczną spadającej z pewnej wysokości wody czy to w płynącej rzece, czy w wodospadzie (naturalnym lub sztucznym) zużytkowujemy chętnie dla celów technicznych, wprawiając w ruch odpowiednie silniki; podobnie wyzyskujemy energję kinetyczną powietrza. Koła młyńskie, wiatraki są bardzo pospolitym tego przykładem. Szczególnie ważne zastosowanie znajduje energja kinetyczna prądu (cieczy lub gazu) w t. zw. turbinach. Rys. 270 przedstawia jeden z typów turbin wodnych — koło turbiny posiada ukośnie względem osi poprowadzone kanały, jak to widać z przekrojów poziomego i pionowego: woda przepływa najpierw przez przyrząd rozdzielczy L, mający również kanały



Rys. 270.

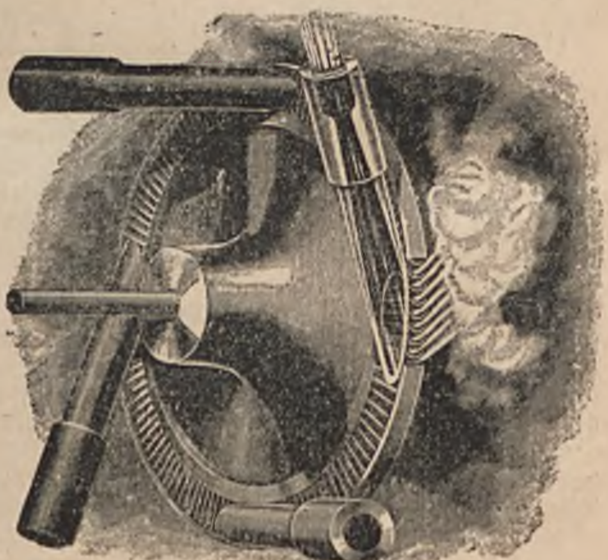
ukośne, skierowane pod kątem, bliskim prostego względem kanałów koła turbiny; woda z kanałów przyrządu rozdzielczego wpada do kanałów koła turbinowego, a parcie jej tam na ściany wprawia koło turbinowe w ruch obrotowy, który następnie zostaje odpowiednio zużytkowany. Inny typ turbiny wodnej przedstawia rys. 271; koło jej zaopatrzone jest na obwodzie w szereg szczegól-

Rys. 271.

nego kształtu podwójnych łopatek, na które spływa woda z odpowiednio rozmieszczonych dookoła kanałów, jak to przedstawione jest na rysunku oddzielnie; w ten sposób woda oddaje tu niemal całkowicie swoją energję kinetyczną kołu turbiny.

W prawdziwie imponujący sposób wyzyskali energję kinetyczną wody bieżącej Amerykanie w wodospadzie Niagarskim.

W podobny zupełnie sposób, jak turbina wodna na rys. 271, zbudowana jest turbina parowa (rys. 272); tu na łopatki, osadzone szeregiem na obwodzie koła, wpada para, do-



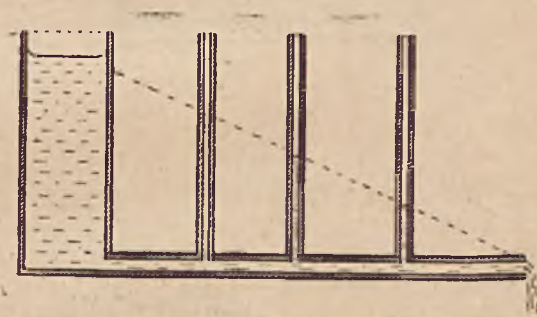
Rys. 272.

prowadzana przez kilka umieszczonych odpowiednio z boku rurek, z których jedną widzimy na rysunku w przekroju.

W każdym motorze skutkiem działania nieuniknionych przeszkód tej czy innej natury, jak o tem jeszcze niżej będzie mowa, nie można całkowicie zużytkować praktycznie tej energji, która się zużywa na poruszanie motoru. Stosunek otrzymanej pracy pożytecznej do ogólnej ilości pracy wydanej, wyrażony zazwyczaj w procentach, nosi nazwę *wydajności* motoru. Otóż w turbinach wydajność jest względnie bardzo wielka, czem się tłumaczy ogromne rozpowszechnianie się tych motorów.

124. Przepływ przez rury.

Jeżeli ciecz płynie przez rurę, wydatek prądu musi być dla każdego przekroju rury ten sam, z czego wynika, że, o ile przekrój rury ma wszędzie tę samą wartość, prędkość przepływu jest we wszystkich miejscach rury jednakowa (mowa tu o prędkości średniej, o ile pominiemy różnice, wynikające z tarcia i lepkości); przeciwnie, jeżeli przekrój rury jest w różnych miejscach różny, to prędkość jest odwrotnie proporcjonalna do przekroju, t. j. w miejscach węższych jest odpowiednio większa.

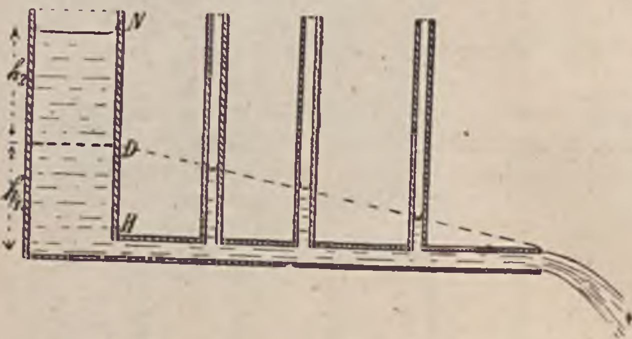


Rys. 273.

Przypuśćmy, iż ze zbiornika przez umocowaną doń u dołu rurę poziomą (rys. 273) wypływa ciecz, tracąc niemal całkowicie na pokonanie tarcia swą energję, którą posiada w miejscu, gdzie ze zbiornika wchodzi do rury; ciecz wypływa ze znikomo małą prędkością, co się objawia w tem, iż u wylotu rury spada niemal pionowo w dół. Przypuśćmy przytem, iż rura ma wszędzie jednakowy przekrój i połączona jest, jak na rysunku, z pionowemi rurkami. Stwierdzamy wtedy, iż w tych rurkach pionowych ciecz wznosi się do pewnej wysokości, tem mniejszej, im bliżej wylotu rury; przytem — co jest ciekawe — poprowadzona przez poziomy cieczy w rurkach aż do poziomu jej w naczyniu linja (kropkowana na rysunku) jest linją prostą. W miejscu, gdzie ciecz wychodzi ze zbiornika do rury, panuje ciśnienie, dane przez wysokość słupa cieczy, sięgającego od otworu bocznego do poziomu cieczy; coraz to niższe słupy cieczy w rurkach pionowych świadczą o malejącem wciąż aż do zera prawie ciśnieniu (dlaczego

„prawie"?). Zatem mamy tu *spadek ciśnienia jednostajny:* ciśnienie zużytkowuje się tu na pokonanie napotykanego przez ciecz w rurze oporu—im bliżej wylotu rury, tem przez mniejszą drogę pozostaje przepchać ciecz, tem mniejszego trzeba ciśnienia. Wysokość słupa, pod którego ciśnieniem ciecz wchodzi do rury, nazywamy więc *wysokością ciśnienia.*

Jeżeli jednak opór w rurze jest mniejszy i ciecz w rurze traci tylko część tej energji, z którą wchodzi ze zbiornika do rury, wówczas u wylotu rury nie spada pionowo, a tworzy znane zakrzywienie (krzywa balistyczna), jak to przedstawia rys. 274. T podobnie umieszczone manometry wskazują, iż spad ciśnienia w rurze jest znowu jednostajny —poprowadzona przez poziomy cieczy w rurkach linja jest prosta, jednakże linja ta nie sięga poziomu cieczy w zbiorniku, a przypada znacznie niżej, odcinając słup cieczy wysokości h_1 powyżej otworu.

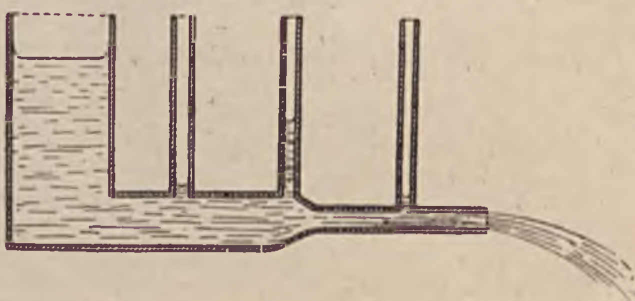


Rys. 274.

Opierając się na powiedzianem wyżej przed chwilą, powiemy, iż i tu h_1 daje ową *wysokość ciśnienia.* Lecz tu pozostaje jeszcze słup cieczy wysokości h_3; co jest wynikiem jego ciśnienia? Otóż ta pozostała część ciśnienia warunkuje prędkość, z którą wypływa w kierunku poziomym ciecz z wylotu rury. Wysokość h_3 skutkiem tego nosi nazwę *wysokości wytrysku.*

Oczywiście, im mniejszy opór ciecz napotyka w rurze, tem mniejsza jest wysokość ciśnienia, a tem większa wysokość wytrysku, z tem większą prędkością porusza się ciecz w rurze i odwrotnie.

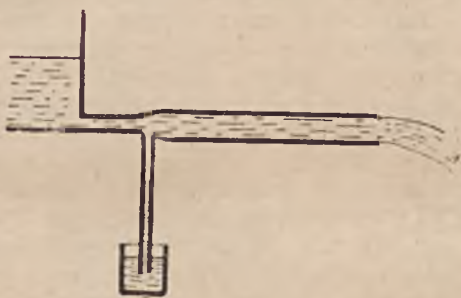
Przypuśćmy teraz, iż rura, przez którą płynie ciecz ze zbiornika, nie ma wszędzie jednakowego przekroju, a staje się np. w pewnem miejscu węższą, jak na rysunku 275. Tu manometry nie



Rys. 275.

wykażą już jednostajnego spadku ciśnienia—manometr przed samem zwężeniem wskazuje zwiększenie ciśnienia. Jest to zrozumiałe: w tem miejscu prędkość ruchu cieczy staje się większą, jak o tem mówiliśmy na początku tego ustępu; a to zwiększenie prędkości zajść może jedynie pod działaniem wytwarzającego się w tem miejscu większego ciśnienia (to uwarunkowane przez ruch cieczy ciśnienie nazywa się ciśnieniem *hydraulicznem).*

Czytelnik się domyśla, że jeżeli odwrotnie rura z węższej staje się szerszą, to przed miejscem tego rozszerzenia manometr wykaże zniżkę ciśnienia, a — co zależy od skali tego rozszerzenia—stać się może, iż w tem miejscu ciśnienie będzie ujemne. Właśnie ten wypadek przedstawia rys. 276;



Rys. 276.

Rys. 277.

przez pionową rurkę boczną, skierowaną na dół, nie tylko ciecz z rury nie wypływa, ale przeciwnie w rurce tej wznosi się słupek cieczy z naczynia, w które drugi jej koniec jest zanurzony. Zachodzi więc tu działanie ssące, które odpowiednio może być wyzyskane.

Jedno z zastosowań ostatniego zjawiska mamy w pompce wodnej (rys. 277). Do bańki (zazwyczaj szklanej) wlutowana jest wąska rurka pionowa, przez którą płynie strumień wody, wpadając do *szerszej* rurki, z której dalej się wylewa. Zachodzące tu działanie ssące porywa pęcherzyki powietrza, zawartego w bańce, a dopływającego do niej przez boczną rurkę, złączoną z jakim zbiornikiem; w ten sposób możemy z tego zbiornika wypompowywać powietrze.

Zastosowując jakościową stronę powyższego rozumowania do gazów, znajdziemy wytłumaczenie działania bardzo rozpowszechnionego przyrządu, jakim jest rozpylacz (rysunek 278). Strumień powietrza wylatuje tu z wąskiego końca rurki w nieotoczoną przez żadną osłonę przestrzeń—jakgdyby więc przechodzi do rury szerszej; zniżka ciśnienia, zachodząca skutkiem tego w tem miejscu, warunkuje wznoszenie się cieczy w rurce pionowej, zanurzonej drugim końcem w odpowiedniem naczyniu; przedostająca się w ten sposób do prądu powietrznego ciecz podlega rozpylaniu.

Rys. 278.

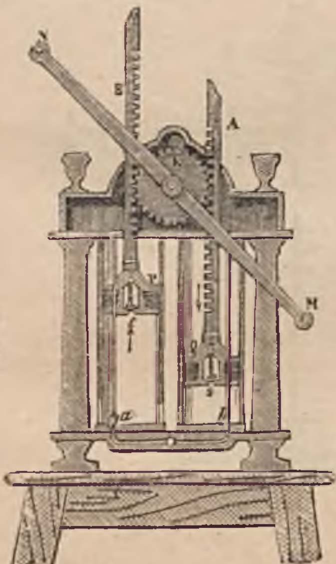
125. Pompy powietrzne

Kilkakrotnie już wspominaliśmy o pompach, przy których pomocy można poddawac powietrze i inne gazy rozrzedzeniu, wzgl. zgęszczeniu. Pompy takie służą do wielu celów naukowych i technicznych; szczególnie znajomość sztuki wytwarzania w gazie bardzo małych ciśnień, rozrzedzania go niemal do próżni zupełnej, umożliwiła w ostatnich czasach szereg niesłychanie ważnych odkryć. Dlatego pragniemy tu dać czytelnikowi pojęcie o tem, jak się takie pompy budują, a czynimy to w tem miejscu dopiero, aby na podstawie faktów, już poznanych, móc opisać ważniejsze typy tych przyrządów.

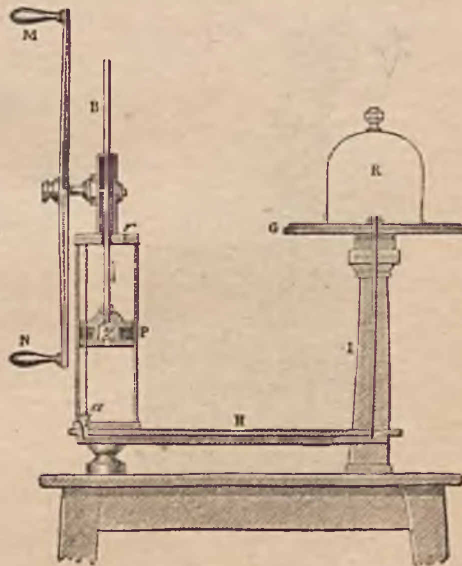
Najprostszy i najdawniejszy typ pompy powietrznej przedstawia schematycznie rys. 279. Składa się ona z naczynia walcowego, w którem porusza się szczelnie dopasowany tłok *C*, z otworem, przykrytym klapą *D*, która się może otwierać nazewnątrz, a do przykrywanego otworu przyciśnięta jest słabą sprężyną, pominiętą na rysunku. Zbiornik *A*, z którego pragniemy wypompowywać powietrze lub inny gaz, łączy się z cylindrem zapomocą rurki, zaopatrzonej w kurek *K*. Jeżeli kurek ten nastawiony jest tak, że między zbiornikiem a wnętrzem cylindra jest połączenie, i podnosimy tłok do góry, klapa *D* pozostaje zamknięta przez zewnętrzne ciśnienie, któremu dopomaga wzmiankowana sprężyna, a gaz ze zbiornika *A* skutkiem swej rozprężliwości podąża do przestrzeni *B* pod tłokiem. Jeżeli teraz po zamknięciu kurka *K* będziemy tłok popychali w kierunku przeciwnym, zmniejszanie się objętości znajdującego się pod tłokiem gazu będzie warunkowało stopniowo coraz to większe jego ciśnienie, co wreszcie spowoduje otworzenie klapy *D* i wychodzenie gazu przez odsłonięty otwór nazewnątrz. Po doprowadzeniu tłoka do podstawy cylindra, należy znów otworzyć kurek *K* i tłok podnieść do góry i t. d. Oto i mamy wytłumaczenie zasady pompy rozrzedzającej. Gdybyśmy natomiast użyli przyrządu o podobnej budowie z tą różnicą, by klapa *D* otwierała się w stronę przestrzeni *B*, a nie nazewnątrz, otrzymalibyśmy model pompy zgęszczającej—tu oczywiście należy kurek *K* trzymać zamknięty, gdy tłok podnosimy, otworzyć zaś, gdy posuwamy go ku podstawie cylindra.

Rys. 279.

Rys. 280 i 281 przedstawiają w przekroju rzeczywistą pompę powietrzną rozrzedzającą tego typu; jeszcze dziś są one bardzo rozpowszechnione w szkołach. Widzimy na rysunkach kanały, przewiercone w tłokach i przykryte klapami, przytrzymywanemi przez sprężyny; dwa cylindry — a nie jeden — używają się dlatego, by, podczas gdy zapomocą rękojeści w jednym z cylindrów tłok podnosimy do góry, w drugim go obniżać, t. j. by w tym czasie, gdy jeden z cylindrów ssie ze zbiornika pewietrze, z drugiego jednocześnie zawarte już w nim powietrze usuwać. Z rysunku widać, jak są połączone oba cylindry z talerzem, przykrytym płytą szklaną; na talerzu umieszcza się dzwon, z pod którego pragniemy usunąć powietrze. Łatwe do zrozumienia jest także połączenie z manometrem (nie przedstawione na rysunku), pozwalającym ocenić wartość osiągniętego rozrzedzenia. Zamiast niewygodnego otwierania i zamykania kurka K, jak to było przedstawione na schemacie, mamy tu urządzenie, działające automatycznie: przez tłok przechodzi suwający się w nim z niewielkiem tarciem pręt, zakończony stożkową zatyczką; gdy tłok idzie w górę, unosi on ten pręt, przez co się otwór, zamknięty przez zatyczkę, otwiera i mamy połączenie zbiornika opróżnianego



Rys. 280.



Rys. 281.

z wnętrzem danego cylindra (gdy się cokolwiek pręt podniesie, opiera się o przykrywę cylindra, zatrzymuje się, a tłok po nim sunie dalej w górę); gdy tłok obniżamy, pociąga on pręt ku dołowi, zatyczka wchodzi w otwór, prowadzący do dzwonu, przez co połączenie zostaje przerwane (i tu potem tłok posuwa się dalej ku dołowi, sunąc z niewielkiem tarciem po pręcie).

Pompy tego typu nie dają znacznych rozrzedzeń (dobrze, jeżeli dochodzimy do ciśnienia słupa rtęci ½ cm.); gdy przez obniżanie tłoka usuwamy zebrane pod nim powietrze, zbiera się ono w niedających się uniknąć przy konstrukcji zagłębieniach, a więc nie można go zupełnie usunąć. Poza tem trudno osiągnąć dokładną szczelność zatyczek, klap; pewien postęp został osiągnięty przez uszczelnianie podejrzanych w pompie miejsc warstwami oliwy, ale szczegółowo zatrzymywać się na tem nie będziemy.

Otrzymujemy bezporównania lepsze wyniki, używając, że tak powiemy, tłoka ciekłego. Przykład tego daje jeden z typów pomp rtęciowych, przedstawiony na rys. 282. Kula *A*, zawierająca rtęć i połączona rurką kauczukową z drugą kulą *B*, może być podniesiona do góry, jak to zboku przedstawiono kropkami, przez co rtęć przelewa się i musi wypełnić całkowicie kulę *B*. Jeżeli podczas tego kurek *H* jest tak nastawiony, iż wnętrze kuli *B* połączone jest z wylotem *L*, a oddzielone od rurki *R*, to podczas tego wypełniania *B* rtęcią zawarte w niej powietrze uchodzi przez *L* nazewnątrz. Przekręćmy teraz kurek *H* tak, by

Rys. 282.

Rys. 283.

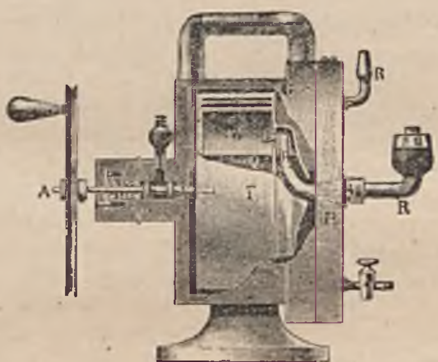
zamknąć kanał *L*, połączyć natomiast wnętrze kuli *B* z rurką *R*, a za jej pośrednictwem ze zbiornikiem, z którego usuwać mamy gaz; wtedy przez obniżanie kuli *A* spowodujemy opróżnianie się z rtęci kuli *B* i dopływ do niej gazu ze zbiornika. Czynność podnoszenia i obniżania kuli *A* powtarzamy wielokrotnie łącznie ze zmianami położenia kurka *H*, prowadząc w zbiorniku rozrzedzenie coraz dalej.

Jeżeli chodzi o powolne i niezbyt daleko sięgające rozrzedzenia gazu, doskonałe usługi oddaje pompka wodna, przedstawiona na rys. 277 i opisana w poprzednim ustępie.

Podobne działanie ma pompa rtęciowa innego typu, której zasadę tłumaczy rys. 283. Rtęć wylewa się kroplistym strumieniem ze zbiornika *T*; pomiędzy krople rtęci wpada powietrze (ewen. inny gaz) z rurki *G*, połączonej z podlegającem opróżnieniu naczyniem R; powietrze to zostaje wypchnięte przez opadającą rtęć do naczynia B, a stamtąd nazewnątrz; stopniowo więc ciśnienie w naczyniu R się zmniejsza, a stopień rozrzedzenia daje się ocenić przy pomocy manometru M, którego działanie czytelnik sam sobie wytłumaczy.

Ostatnie lata przed wielką wojną przyniosły ogromne udoskonalenia na omawianem teraz przez nas polu; postęp zawdzięczamy między innemi niezwykle uzdolnionemu w tym kierunku fizykowi niemieckiemu Gaedemu, który dał nam doskonale funkcjonujące pompy, jednakowo dobrze zdatne do naukowych jak technicrnych celów.

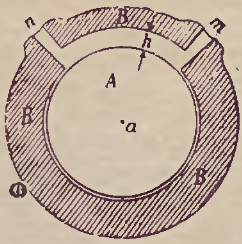
Rys. 284 tłumaczy budowę pompy rtęciowej rotacyjnej Gaedego. W mocnem naczyniu G z żelaza lanego wiruje osadzony na osi A



Rys. 284 *a*.

Rys. 284 *b*.

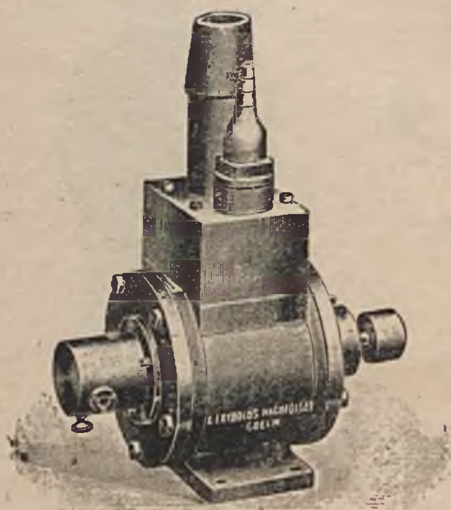
szczególnego kształtu o 3-ch komorach bęben porcelanowy T (poruszany zazwyczaj motorkiem elektrycznym). Naczynie G wypełnione jest do $^2/_3$ wysokości rtęcią. Działanie pompy jest następujące. Gdy bęben się obraca w kierunku, przeciwnym ruchowi wskazówek zegara (p. przekrój pompy z prawej strony), pojemność komory W_1 stopniowo wzrasta, wynurza się ona bowiem z rtęci. W tem położeniu komora W_1 łączy się przez otwór L_1 z rurką R, a przez nią ze zbiornikiem, w którym gaz ma być rozrzedzony; ze zbiornika więc podąża wtedy gaz do tej komory. Gdy komora W_1 przechodzi stopniowo w położenie, które na rysunku zajmuje W_2, zanurza się ona stopniowo w rtęci, a zawarte w niej powietrze zostaje wepchnięte przez szparę między ścianami komór pomiędzy bęben a naczynie zewnętrzne G pompy, skąd przez rurkę R' zostaje usunięte przy pomocy dołączonej do R' pompki wodnej. Pompa rotacyjna Gaedego, należycie uregulowana, działa niezwykle sprawnie—w kilkulitrowych naczyniach w ciągu kilku-



Rys. 285.

nastu minut pozwala osiągnąć ciśnienie, mierzone słupkiem rtęci zaledwie paru stutysięcznych milimetra.

Prawdziwem arcydziełem pomysłowości i techniki jest pompa molekularna Gaedego, nazwana tak z powodu, iż wyzyskane w niej są zjawiska cząsteczkowe (molekularne). Rys. 286 daje wygląd zewnętrzny przyrządu; widzimy tam w górnej części dwie rurki pionowe; szersza łączy się ze zbiornikiem, w którym się rozrzedza gaz, węższa z pompą pomocniczą, za którą może służyć rtęciowa pompa rotacyjna Gaedego. Rys. 285 tłumaczy zasadę budowy i funkcjonowania. Wewnątrz naczynia walcowatego B z lanego żelaza wiruje bardzo szybko na osi a walec porcelanowy A, oddzielony dookoła od B bardzo wąską szparą z wyjątkiem cokolwiek szerszego w niej miejsca h. Kanał n prowadzi do zbiornika, w którym gaz się rozrzedza kanał m do pompy pomocniczej. Jeżeli walec A wiruje w kierunku wskazówki zegara, gaz skutkiem lepkości porywany jest w stronę ruchu, co powoduje iż w n ciśnienie jest zawsze mniejsze niż w m; o ile więc w m przy pomocy pompy pomocniczej osiągniemy bardzo małe ciśnienie, w n, a więc i w zbiorniku, o który nam chodzi, ciśnienie będzie jeszcze mniejsze. Przy pewnym stopniu rozrzedzenia możemy z całą pewnością przypuszczać, iż cząsteczka gazu przelatuje w szparze h od jednej ściany do przeciwległej swobodnie, nie zderzając się z innemi cząsteczkami; ruch obrotowy walca A jest tak prędki, iż punkty jego obwodu osiągają prędkości równe niemal prędkościom cząsteczek gazu — zderzenie tych cząsteczek z walcem powoduje więc zwiększenie prędkości cząsteczki, poruszającej się od n ku m, zmniejsza natomiast, kasując niemal zupełnie prędkości tych cząsteczek, które posiadają składowe prędkości w kierunku przeciwnym; wpływa to również na to, że u m gromadzi się więcej cząsteczek niż u n, t. jest że u n ciśnienie jest mniejsze. Pomiary wykazały, że o ile w m ciśnienie mie-



Rys. 286.

rzy się słupem rtęci, wynoszącym 0,05 mm., walec *A* zaś dokonywa 12000 obrotów na minutę, ciśnienie w *n* wynosi zaledwie 0,0000002 mm. Naturalnie do mierzenia takich ciśnień nie mogą służyć manometry, któreśmy poznali; wszakże znajomość tej subtelnej techniki musi czytelnik odłożyć do swych studjów wyższych, o ile takowym w zakresie fizyki zechce się poświęcić.

Ćwiczenia i zadania.

141. Kula z kości słoniowej, którą dla uproszczenia sprawy uważamy za doskonale sprężystą, o masie 50 gr. porusza się z prędkością 1 $\frac{m.}{sek.}$ i uderza centralnie spoczywającą kulę, również z kości słoniowej, o masie 75 gr. Jakie prędkości będą miały obie kule po zderzeniu, jeżeli założymy, że żadnych przeszkód w ruchu kule nie napotykają?

142. W doświadczeniu, przedstawionem na rys. 260, kule z miękkiej gliny, które uważamy za doskonale niesprężyste, mają jednakowe masy; pierwsza uderza w drugą, spadając z wysokości 20 cm. Na jaką wysokość wzniosą się obie z przeciwnej strony po zderzeniu?

143. Kula, puszczona swobodnie, spada na płytę z wysokości 90 cm. i odskakuje na wysokość 70 cm. Pod jakim kątem kula ta odbije się od tej samej płyty, jeżeli uderzy w nią ukośnie pod kątem 50°?

144. Obliczyć wartość energji kinetycznej kul, zderzających się tak, jak to schematycznie przedstawia rys. 259, przed zderzeniem i po zderzeniu, zakładając, 1) że obie kule są doskonale sprężyste, 2) że obie kule są doskonale niesprężyste. Wytłumaczyć, dlaczego w drugim razie energja kul po zderzeniu będzie mniejsza, niż przed zderzeniem?

145. Wytłumaczyć, dlaczego trudno jest w palcach utrzymać kawałek lodu, który się *wyślizguje?*

146. Wytłumaczyć, na czem polega trudność chodzenia po czystym lodzie w zwykłem obuwiu?

147. Przy pomocy urządzenia, jak na rys. 263, ciało o masie 80 Kg. może być utrzymane w ruchu jednostajnym po płycie poziomej siłą, równą ciężarowi 1,6 Kg. Znaleźć wartość spółczynnika tarcia (inne przeszkody, jak tarcie w bloku, dla uproszczenia zaniedbujemy).

148. Spółczynnik tarcia dla danego kloca i danej płyty wynosi 0,3. Pod jakim kątem należy pochylić płytę względem poziomu, by kloc mógł się zsuwać po potrąceniu ruchem jednostajnym?

149. Ciało o masie 4 Kg. pragniemy wprawić w ruch do góry po równi, pochylonej pod kątem 50° względem poziomu, ze

stałem przyśpieszeniem $100 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$. Spółczynnik tarcia jest 0,2; $g = 980 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$. Jakiej siły, równoległej do równi pochyłej, należy do tego użyć?

150. Zbiornik cieczy połączony jest w dolnej swej części z poziomą rurką włoskowatą, otwartą u obu końców, przez którą sączy się ta ciecz pod ciśnieniem, spowodowanem przez jej własny ciężar. W jakiej zależności od lepkości będzie pozostawała ilość cieczy, wypływającej w jednostce czasu, jeżeli kolejno będziemy przerabiali doświaeczenie z różnemi cieczami, dbając, by za każdym razem wypływ zachodził przy tych samych warunkach.

151. W dnie naczynia walcowego zrobiony jest mały otworek, z którego zachodzi wypływ wody, znajdującej się w naczyniu. Znaleźć prędkość wypływu dla momentu, gdy poziom cieczy w naczyniu przypada o 90 cm. ponad otworkiem; $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$.

152. Jak wzrośnie prędkość wypływu w poprzedniem zadaniu, jeżeli w momencie wskazanym dodamy na powierzchnię wody w naczyniu zapomocą tłoka ciśnienie, wynoszące $10^6 \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}^2}$.

153. Z przyrządu, jak na rys. 274, wypływa woda, przytem w pewnym momencie wysokość ciśnienia wynosi 7 cm., wysokość zaś wytrysku 28 cm. Jaka jest w przybliżeniu prędkość średnia wody w rurze w tym momencie i jaki jest wydatek prądu?

$$\left(g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}\right).$$

154. Pompa powietrzna wyciąga na sekundę $^1/_5$ zawartości gazu, znajdującego się w zbiorniku. Jakie będziemy mieli ciśnienie gazu w zbiorniku po 1 minucie pompowania, jeżeli rozpoczęliśmy od ciśnienia, mierzonego słupem rtęci 740 mm.

155. Wytłumaczyć, dlaczego przy pompowaniu powietrza zwykłą pompą tłokową, poruszanie tłoków wymaga tem większego wysiłku, im dalej posunięte jest rozrzedzenie w opróżnianym zbiorniku?

CZĘŚĆ CZWARTA.

O cieple.

Rozdział I. O temperaturze i termometrach.

126. Zmysł ciepła.

W doświadczeniu codziennem mówimy o różnych ciałach, że są gorące, ciepłe, letnie, chłodne, zimne. Zamiast tych przymiotników można byłoby użyć jednego tylko słowa „ciepły“ z dodaniem pewnego wyrazu, oznaczającego stopniowanie.

W pierwszem przybliżeniu wnosimy o tem, czy ciało dane jest więcej lub mniej ciepłe, dotykając np. ciała ręką — posługujemy się wtedy jednym ze zmysłów, a mianowicie t. zw. zmysłem ciepła (nie należy go utożsamiać ze zmysłem dotyku).

Że wnioski nasze, oparte na danych owego zmysłu, mogą być błędne, przekonywa nas następujące, dawno już bardzo pomyślane doświadczenie: niech ktokolwiek zanurzy prawą rękę w wodzie z lodem, a lewą w wodzie o tyle gorącej, by jeszcze bez bólu można było w niej rękę utrzymać; jeżeli po paru minutach takiej kąpieli osoba ta wyjmie jednocześnie ręce z tych naczyń i zanurzy je obie w trzeciem naczyniu z taką wodą, jakiej zazwyczaj używamy do picia, wówczas, idąc za wskazaniem, dostarczonem przez prawą rękę, nazwie wodę w trzeciem naczyniu wodą ciepłą, idąc zaś za wskazaniem ręki lewej, nazwie tę samą wodę—wodą chłodną.

127. Pojęcie temperatury.

Wrzućmy kawałek gorącego żelaza do zimnej wody: woda będzie się stawała coraz cieplejsza, żelazo zaś coraz chłodniejsze; ciała te dążą do stania się jednakowo ciepłemi. Podobnie, jeżeli wlejemy do wody zimnej wodę gorącą, otrzymamy mieszaninę cieplejszą od pierwszej, chłodniejszą od drugiej. Powiadamy, iż w przykładzie pierwszym żelazo *oddaje ciepło* wodzie, przez co staje się chłodniejsze, woda zaś *pobiera* ciepło, przez co staje się cieplejsza. W drugim przykładzie woda gorąca oddaje ciepło, woda chłodna je pobiera; stąd ostatecznie tworzy się owa pośrednia pod względem cieplnym mieszanina.

Mówimy o ciałach, że pozostają w *połączeniu cieplnem*, jeżeli ciepło z jednego z ciał przechodzi na drugie. Powiadamy przytem, iż to ciało, które ciepło oddaje, posiada *temperaturę wyższą;* to zaś, które ciepło odbiera,—*temperaturę niższą.* Ustalenie połączenia cieplnego między ciałami o różnej temperaturze warunkuje w miarę przechodzenia ciepła z jednego ciała na drugie stopniowe *wyrównywanie się temperatur.*

Oczywiście to, cośmy powiedzieli o dwu ciałach, daje się uogólnić w stosunku do większej liczby ciał: o ile ciała te mają różną temperaturę, to po ustaleniu między niemi połączenia cieplnego ciała o wyższej temperaturze będą udzielały ciepła ciałom o niższej temperaturze, czego ostatecznym wynikiem będzie zrównanie się temperatur.

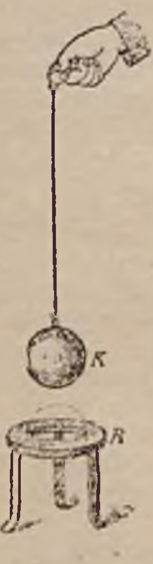
Temperaturą zatem nazywamy pewną swoistą własność ciał, której różnice warunkują przechodzenie ciepła z jednych ciał na drugie. Jeżeli więc po ustaleniu połączenia cieplnego między ciałami żadnemu z nich ciepła ani przybywa, ani ubywa, wówczas mówimy, iż ciała te posiadają temperaturę jednakową.

Zauważmy, iż używając powyżej zwrotu o oddawaniu lub pobieraniu ciepła przez ciała, nic bliższego narazie nie zakładamy o tem, czem jest owo ciepło; rozumiemy tylko, iż jest to coś, czego ciała zawierać mogą więcej lub mniej.

128. Zmiany własności ciał przy zmianach temperatury.

Wspomnieliśmy już, iż pierwszej informacji o tem, czy ciało jest ciepłe czy zimne, a więc—użyjmy już właściwego terminu—o temperaturze ciał dostarczyć nam może zmysł ciepła. Ponieważ jednak, jak widzieliśmy, wskazania tego zmysłu są bardzo niedokładne, usiłujemy je zastąpić przez wskazania innego zmysłu, któremu najwięcej dowierzamy, a mianowicie zmysłu wzrokowego. Opieramy się przytem na fakcie, iż wtedy, gdy temperatura ciała ulega zmianie, ulegają też zmianie wszystkie naogół własności ciała. W poszczególnych działach fizyki zapoznamy się z temi przez ciepło uwarunkowanemi zmianami własności ciał; tutaj wystarczy chociażby wskazać na jedną zmianę, znaną każdemu z nauki początkowej o przyrodzie, a mianowicie zmianę objętości. Objętość ciał powiększa się przeważnie przy wzroście temperatury, jakkolwiek znane są ciała, których objętość przytem się zmniejsza.

Rys. 287 przedstawia tak zwany przyrząd Gravesande'a: kula metalowa posiada średnicę cokolwiek mniejszą od wewnętrznej średnicy pierścienia metalowe-

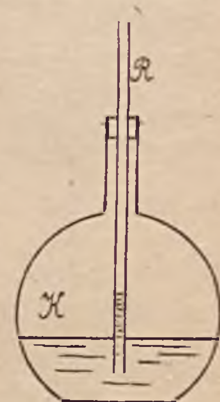


Rys. 287.

Rys. 288.

go, tak że swobodnie przechodzi przez ten pierścień, gdy ma tę samą, co on, temperaturę lub też niższą; gdy kulę potrzymamy czas pewien nad płomieniem palnika, nie ogrzewając jednocześnie pierścienia, kula przez pierścień nie przechodzi, co jednak znowu będzie czynić, gdy ostygnie.

Kolbka szklana (rys. 288) z przechodzącą szczelnie przez korek rurką tak wypełniona jest całkowicie cieczą (wodą, naftą, alkoholem), zabarwioną dla ułatwienia obserwacji, że poziom cieczy przypada w rurce na pewnej wysokości. Przyrząd ten posiada z początku temperaturę pokojową; gdy jednak zanurzymy kolbkę do gorącej wody, zauważymy, iż poziom cieczy w rurce najpierw nieco się obniży. potem zaś zacznie prędko się podnosić. Tłumaczymy sobie zjawisko to w następujący sposób: przy zetknięciu z gorącą wodą najpierw ogrzewa się naczynie szklane, przyczem pojemność jego wzrasta—stąd obniżenie się poziomu cieczy w rurce; następnie ogrzewa się i ciecz, a wznoszenie się jej poziomu w rurce świadczy o większej względnie rozszerzalności przy ogrzewaaiu cieczy, niż szkła.



Rys. 289.

Kolbka szklana (rys. 289) z przechodzącą szczelnie przez korek i sięgającą do samego prawie dna rurką szklaną zawiera tyle tylko zabarwionej cieczy, by dolny koniec rurki znajdował się pod jej poziomem. Wystarcza położyć rękę na kolbie, a poziom cieczy w rurze zaczyna się prędko podnosić. Proste to doświadczenie wykazuje znaczną rozszerzalność gazów przy ogrzewaniu: powietrze, zamknięte w kolbie ponad cieczą, ogrzane od ręki, rozszerza się, a przez to wtłacza ciecz do rurki.

129. Termoskop.

Weźmy rurkę szklaną z wydętą u jednego jej końca kuleczką i wypełnijmy ją naprzykład zabarwionym alkoholem (rys. 290). Zanotujmy sobie (zapomocą sznurka, gumki, skrawka papieru) położenie poziomu cieczy w rurce, gdy przyrząd nasz jest zanurzony w naczyniu z wodą. Jeżeli po wyjęciu przyrządu i włożeniu go do innego naczynia z wodą poziom cieczy pozostanie w tem samem miejscu rurki, świadczyć to będzie, oczywiście, iż woda w tem drugiem naczyniu posiada taką samą temperaturę jak w pierwszem. Gdyby przy włożeniu przyrządu do drugiego naczynia poziom cieczy w rurce się podniósł lub obniżył, wskazywałoby to, rzecz prosta, że woda w tem drugiem naczyniu ma temperaturę wyższą, względnie niższą. W ten sposób, nie uciekając się wcale do pomocy naszego zmysłu ciepła, a posługując się zmysłem wzroku, jesteśmy w stanie wnioskować o równości lub różnicy temperatur różnych ciał. Podstawę naszego wnioskowania stanowi przeświadczenie, iż przyrząd, przez nas użyty, pozostając w połączeniu cieplnem z wodą w jednem i drugiem naczyniu, posiada odpowiednio za każdym razem temperaturę tej czy tamtej wody.

Rys. 290.

Gdybyśmy ten sam przyrząd trzymali wciąż w jednem i tem samem naczyniu z wodą, wówczas dopókibyśmy nie zauważyli zmiany w położeniu poziomu cieczy w rurce, wnosilibyśmy, że woda w naczyniu posiada temperaturę niezmienną; przesunięcie się natomiast poziomu w rurce wskazałoby nam zmianę temperatury wody.

Wszelki przyrząd, pozwalający, podobnie jak użyty tutaj, stwierdzać równość lub nierówność temperatur różnych ciał, lub też zmiany temperatury jednego i tego samego ciała bez bliższego oznaczenia zanotowanych różnic lub zmian, nazywa się *termoskopem.*

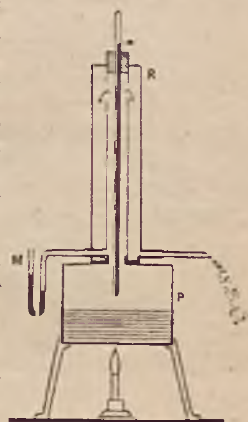
130. Termometr.

Opisany w poprzednim ustępie termoskop posiada poważne braki; już to chociażby, że rurka jego jest otwarta, warunkuje zmniejszanie się ilości zawartej w niem cieczy przez parowanie, przez co obniżanie się poziomu cieczy w rurce może być błędnie przypisane zmianom temperatury. Możemy wszakże na wskazanej zasadzie zbudować termoskop dokładniejszy. Weźmy w tym celu grubościenną rurkę o wąskim, na całej swej długości jednakowego przekroju kanale (z t. zw. rurek włoskowatych), a po wydmuchaniu na jednym jej końcu banieczki wypełnijmy ją czystą rtęcią, poczem zatopmy otwarty jej koniec tak, by nad powierzchnią rtęci w rurce nie było powietrza. W ten sposób otrzymamy termoskop dokładniejszy, którego użycie jest z poprzedniego jasne.

Niewiele jednak już trzeba, by od zbudowanego w ten sposób termoskopu rtęciowego przejść do znanego z praktyki codziennej *termometru* rtęciowego. Przez wielokrotne doświadczenie sprawdzić możemy, iż słupek rtęciowy należycie sporządzonego termoskopu staje zawsze w tem samem miejscu rurki, jeżeli termoskop zanurzamy w topniejącym lodzie; podobnież, poziom rtęci w rurce termoskopu zajmuje inne, ale również stałe miejsce, jeżeli termoskop umieszczamy w parze wody, wrzącej pod normalnem ciśnieniem atmosferycznem (t. j gdy wysokość słupa barometrycznego, odczytana w tym czasie, wynosi 760 mm.). Na tej zasadzie twierdzimy, iż temperatura topnienia lodu jest temperaturą stałą, i umawiamy się nazywać ją *temperaturą zera* *stopni*; twierdzimy również, że temperatura pary wody, wrzącej pod ciśnieniem normalnem, jest również temperaturą stałą, i umawiamy się nazywać ją *temperaturą stu stopni*.

Oto jak dalej zaznaczamy *stałe punkty* termometru. Termoskop rtęciowy, zbudowany jak podaliśmy przed chwilą, zanurzamy w topniejącym lodzie (rys. 291) i miejsce na rurce, przy którem zatrzymuje się ostatecznie słupek rtęci, zaznaczamy kreską, pisząc przy niej „zero" (0). Podobnie umieszczamy ten termoskop w parze wody wrzącej (rys. 292) (z przekroju przyrządu widać, iż jego ściany podwójne z odpowiedniemi otworami zabezpieczają parę, w której mieści się termoskop, od oziębienia się przez zetknięcie z otaczającem powietrzem), a jednocześnie odczytujemy stan barometru; jeżeli ciśnienie jest normalne, to miejsce rurki, przy którem zatrzymuje się poziom rtęci, zaznaczamy kreską, pisząc przy niej „sto" (100). W ten sposób właśnie zaznaczamy na sporządzanym termometrze dwa jego stałe punkty (0° i 100°). Następnie odległość między kreskami 0 i 100 dzielimy na sto równych części, prowadząc dalej taką samą podziałkę poniżej kreski 0 i powyżej kreski 100. Teraz mamy już z termoskopu sporządzony termometr z jego *skalą*. Jeżeli przygotowany w ten sposób przyrząd, umieszczony w tym czy innym ośrodku, wskazuje końcem słupka rtęciowego siódmą podziałkę poniżej zera, dwunastą podziałkę poniżej zera, piętnastą podziałkę powyżej zera, czterdziestą siódmą powyżej zera i t. d., to powiadamy, jak to nam dobrze jest znane z doświadczenia codziennego, iż temperatura ośrodka badanego wynosi —7° (minus siedem stopni), —12°, +15°, +47° i t. d. (zamiast +15°, +47° pisze się zwykle z opuszczeniem znaku + krótko 15°, 47°).

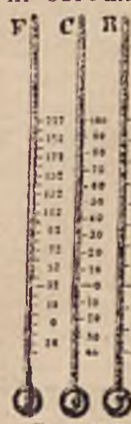
Rys. 291.



Rys. 292.

Opisując sporządzanie termometru, mieliśmy na myśli podkreślenie przedewszystkiem zasady tego sporządzania; w szczegóły techniczne produkcji termometrów, zwłaszcza produkcji masowej, fabrycznej wdawać się tu nie mamy poco.

Skalę termometryczną, przed chwilą opisaną, a przyjętą we wszystkich badaniach naukowych, nazywamy



Rys. 293.

skalą Celsjusza, oznaczając temperatury krótko w następujący sposób: — 7° C., 15° C., i t. d. Oprócz tej skali znana jest skala Reaumura (skrócenie R.), różniąca się od poprzedniej tem, że temperatura pary wrzącej wody oznacza się przez 80, a nie przez 100 (zatem 1 stopień R. wynosi $^5/_4$ stopnia C., jeden zaś stopień C. wynosi $^4/_5$ stopnia R.). Poza tem w Anglji i w Ameryce używa się skali Fahrenheita (skrócenie F.); temperatura topnienia lodu oznacza się na niej przez 32 temperatura zaś pary wrzącej wody przez 212; widoczne jest odrazu, iż 1 F. = $^5/_9$ C. = $^4/_9$ R. Na rys. 293 mamy termometry ze skalami C. R. i F.

131. Różne rodzaje termometrów.

Jeżeli naczyńko termometryczne posiada większą pojemność a więc zawiera więcej rtęci, jednocześnie zaś kanał rurki jest węższy, wówczas odległość między kreskami, oznaczającemi stopnie jest większa; przeciwnie, im większy jest przekrój kanału rurki, a im mniejsza jednocześnie pojemność naczyńka, tem długość ta jest mniejsza. Przy dość znacznej długości podziałki, stopniowej można ją dzielić na części — w ten sposób robią się termometry z podziałką na dziesiąte części stopnia, a nawet na setne. Wogóle granice skali termometrycznej oraz wielkość podziałek używają się rozmaite, zależnie od celu, do którego termometr jest przeznaczony. Tak np. termometr lekarski posiada skalę mniej więcej od 35 stopni do 42 (w tych bowiem granicach może się wahać temperatura ciała ludzkiego) z podziałką na dziesiąte części stopnia.

Termometr lekarski jest t. zw. *maksymalny* — słupek rtęci nie opada, gdy zetknięcie termometru z ciałem człowieka badanego ustaje; osiąga się to przez zwężenie kanału rurki w miejscu jej połączenia z naczyńkiem termometrycznem: rozszerzając się przy ogrzewaniu rtęć przeciska się przez to zwężenie i wchodzi do kanału; cofnąć się wszakże sama nie może, słupek bowiem przerywa się w tem miejscu; wpędza się rtęć z powrotem do naczyńka przez znane z doświadczenia codziennego wstrząsanie termometru. Na takim termometrze niema zatem podanych wyżej stałych punktów 0° i 100° i wskazania jego sprawdzają się przez porównanie z tak zwanym termometrem normalnym (patrz ustęp 132).

Termometry rtęciowe nie mogą być używane poniżej temperatury —39° C. w tej bowiem temperaturze rtęć krzepnie; termometrów rtęciowych ze szklanemi naczyniami nie używa się też powyżej 500° C., w tej bowiem temperaturze szkło mięknie albo nawet się topi. Ostatniemi względnie czasy zaczęto robić termometry rtęciowe z kwarcu tak samo przezroczystego jak szkło, lecz znacznie trudniej topliwego. Skala termometrów kwarcowych z rtęcią przekracza nieco 700° C. Termometry rtęciowe do wyższych temperatur posiadają w rurce ponad powierzchnią rtęci gaz, np. bezwodnik węglowy, którego ciśnienie zapobiega wrzeniu rtęci (p. niżej ustęp o wrzeniu).

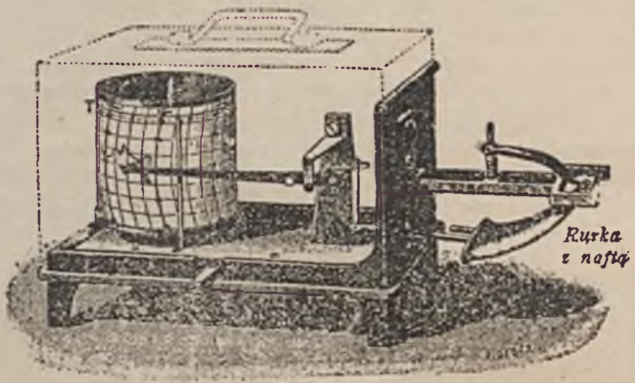
W obserwacjach meteorologicznych ważne jest zanotowanie najwyższej i najniższej temperatury powietrza w określonym czasie, zazwyczaj w ciągu doby. Osiąga się to przez użycie termometru maximum i minimum o następującej konstrukcji (rys. 294): rurka termometryczna zgięta jest, jak to widać z rysunku, i zawiera w środkowej części słup rtęci; część rurki u jednego z jej zatopionych końców wypełniona jest całkowicie alkoholem, część u drugiego końca także jest wypełniona alkoholem, ale niezupełnie, tak iż kuleczka zawiera pęcherzyk gazu. Gdy temperatura się podnosi, ciecze się rozszerzają, co powoduje przesunięcie się słupa rtęci w kierunku kuleczki z pęcherzykiem gazu — gaz bowiem jest łatwo ściśliwy; gdy temperatura opada, następuje kurczenie się cieczy, a jednocześnie gaz, rozprężając się,

Rys. 294.

popycha słup rtęci w kierunku przeciwnym. Skala termometru znaczy się przez porównanie z termometrem zwykłym. Dla zanotowania najwyższej i najniższej temperatury w pewnym czasie należy zauważyć, do której podziałki przesuwa się jeden koniec słupa rtęci oraz drugi podczas owych ruchów tego słupka. Daje się to zrobić w ten sposób, że w kanale termometru umieszcza się w alkoholu dwa pręciki żelazne ze zgrubieniami na końcach tak, by dotykały obu końców słupka rtęci; gdy rtęć przesuwa się czy to w jedną, czy drugą stronę, popycha odpowiednio jeden lub drugi pręcik; gdy się cofa, pręciki pozostają na miejscu, ruchy ich bowiem są utrudnione przez lekkie tarcie, które napotykają w kanale. Robi się więc tak: kładzie się termometr poziomo; zapomocą zbliżonego do rurki termometrycznej magnesu przesuwa się pręciki żelazne tak, by dotknęły obu końców słupa rtęciowego i pozostawia się przyrząd np. na 24 godziny; potem z położeń pręcików odczytujemy na skali, jaka w czasie tym była temperatura najwyższa i najniższa.

Zamiast rtęci można użyć innej cieczy termometrycznej; tak np. używają się termometry alkoholowe tam, gdzie temperatura spada poniżej —39° C. (na Syberji), alkohol bowiem krzepnie w znacznie niższej temperaturze niż rtęć.

W innem miejscu zapoznamy się z termometrami, zbudowanemi na odmiennych nieco zasadach; stosują się one zwłaszcza do wyznaczania bardzo niskich i bardzo wysokich temperatur. Zauważmy przy sposobności, że termometry, służące do wyznaczania wysokich temperatur, noszą ogólną nazwę *pirometrów*.



Rys. 295.

Są także termometry, które czy to w sposób mechaniczny (zapomocą pióra), czy to fotograficzny notują bez przerwy swoje wskazania na taśmie, poruszanej przez mechanizm zegarowy. Takie termometry zapisujące noszą nazwę *termografów* (rys .295; p. ust. 98, gdzie mowa o barografach, a także ust. 135).

132. Termometr normalny.

Jeżeli zrobimy kilka termometrów podług podanej wyżej zasady, używając do każdego z nich innego gatunku szkła, to się przekonamy o następującej ciekawej rzeczy. Wszystkie te termometry, zanurzone w topniejącym lodzie, będą wskazywały zgodnie 0°; podobnie będą pokazywały wszystkie zgodnie 100° w parze wody, wrzącej pod normalnem ciśnieniem. Inaczej być nie może, w jednakowy bowiem sposób punkty stałe były na nich zaznaczone. Jeżeli jednak umieścimy te wszystkie termometry w ośrodku, którego temperatura nie jest ani 0° ani 100°, to naogół termometry dadzą wskazania niezgodne z sobą. Jeżeli będziemy porównywali w podobny sposób termometry, wypełnione różnemi cieczami (rtęcią, alkoholem), lub termometry rtęciowe ze zbudowanemi na innych zasadach, o których zaledwie wspominaliśmy, to się okaże, że wskazania termometrów będą zgodne jedynie w punktach stałych, jednakowo przez nas na wszystkich termometrach zaznaczonych; poza tem wskazania ich będą się różniły.

Fakt ten właściwie nie powinien nas dziwić: wszak, posługując się różnemi materjałami jako ciałami termometrycznemi, otrzymalibyśmy zupełną zgodność rezultatów jedynie w tym razie, gdyby zmiany, jakim podlegają własności tych materjałów przy zmianach temperatury, zachodziły wszystkie na jedną modłę; tymczasem jest rzeczą daleko prawdopodobniejszą, iż ciała różne posiadają pod tym względem pewną indywidualność przeto i przewidywanie owej zgodności byłoby całkiem nieusprawiedliwione.

Z drugiej strony fakt powyższy jest dla nas niesłychanie niewygodny, każdy bowiem termometr, ściśle biorąc, wskazuje poza punktami stałemi inne temperatury w sposób zupełnie swoisty, a nawet wskutek pewnych zmian, zachodzących w budowie wewnętrznej materjału termometrycznego (szkła w termometrach rtęciowych), te punkty stałe z biegiem czasu ulegają przesunięciu, co pociąga za sobą błędne wskazania. W jakiż więc sposób posługiwać się można termometrami? Na to jest jedna tylko rada i tą drogą istotnie idziemy. Jeden określony typ termometru obieramy za *normalny;* za taki termometr normalny przyjmujemy termometr gazowy, o którym będzie mowa w ust. 145. Wszystkie zaś inne termometry porównywamy z tym normalnym albo bezpośrednio, albo za pośrednictwem innych, uprzednio porównanych, i zaopatrujemy w świadectwa, zawierające t. zw. *poprawki*— poprawkę odpowiednią należy dodać do tego, co pokazuje termometr, względnie odjąć, aby otrzymać wskazanie należyte. Wobec wspomnianych wyżej zmian, zachodzących z biegiem czasu, w budowie wewnętrznej materjału termometrycznego, co parę lat termometr każdy winien być porównany z normalnym.

W ten sposób osiągamy, że wyznaczenia termometryczne, dokonywane w różnych czasach przez różnych ludzi przy pomocy różnych termometrów, dają się porównywać ze sobą.

Ćwiczenia i zadania.

156. Ile stopni w skali C. wynosi 18°R., 50°R., 64°F.,12°F.?
157. Ilu stopniom skal R. i F. odpowiada 15°C., 24°C., 49°C.?
158. Termometry F. i C., zanurzone w pewnej cieczy, dają zgodne co do liczby stopni odczytania. Jaką temperaturę posiada dana ciecz?
159. Termometry F. i C. zanurzone są w pewnej cieczy, przyczem odczytanie na termometrze F. daje 2 razy taką liczbę stopni, jak odczytanie na termometrze C. Jaka jest temperatura danej cieczy?
160. Jakie braki posiadałby termometr, zbudowany na wzór rtęciowego, gdybyśmy jako cieczy termometrycznej użyli wody?

Rozdział II. O spółczynnikach rozszerzalności.

133. Spółczynnik rozszerzalności linjowej.

Przypuśćmy, iż długość pręta metalowego np. miedzianego w temperaturze 0^0 (w kąpieli wody z lodem) wynosi l_0; przypuśćmy, iż długość tegoż pręta w temperaturze t^0 (w kąpieli o temperaturze t^0) wynosi l, przyczem, jak wiemy, $l > l_0$, jeżeli $t > 0$. W takim razie *bezwzględny przyrost* długości pręta przy zmianie temperatury od 0^0 do t^0 jest

$$l - l_0.$$

Przyrost ten mierzy się w jednostkach długości np. centymetrach lub milimetrach i w danych granicach zmiany cieplnej jest tem większy, im dłuższy jest pręt.

Przyrostem względnym długości pręta nazywamy stosunek jej przyrostu bezwzględnego do długości początkowej, t. j. (por. ust. 88, gdzie mowa była o mierzeniu odkształcenia)

$$\frac{l - l_0}{l_0}.$$

Przyrost względny wyraża się liczbą oderwaną i wskazuje, o jaką część swej długości początkowej pręt się wydłużył; wartość tej długości początkowej nie ma tu więc znaczenia, tak samo bowiem przy danej zmianie cieplnej miedziany pręt metrowy wydłuży się np. o $\frac{1}{1000}$ swej długości początkowej, t. j. o 1 mm., jak miedziany pręt $\frac{1}{2}$ metrowy o $\frac{1}{1000}$ swej długości, t. j. o $\frac{1}{2}$ mm.

Jeżeli otrzymany przyrost względny podzielimy przez liczbę stopni, o które temperatura pręta wzrosła, t. j. przez t, otrzymamy wyrażenie

$$\lambda = \frac{l - l_0}{tl_0}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

które daje nam tak zwany *średni spółczynnik rozszerzalności linjowej* materjału pręta w granicach temperatur od 0^0 do t^0; spółczynnik ten λ wskazuje, o jaką część swej długości początkowej pręt się przeciętnie wydłuża lub skraca przy wzroście, względnie zniżeniu temperatury o 1^0.

Gdybyśmy dany pręt ogrzali od 0^0 do t_1^0 i dalej uczynili tak samo, jak przed chwilą powiedziano, tobyśmy znaleźli wartość średniego spółczynnika rozszerzalności linjowej danego materjału, z którego pręt jest zrobiony, w granicach temperatur od 0^0 do t_1^0. Podobnie, ogrzewając pręt od t_1^0 do t_2^0, moglibyśmy znaleźć wartość średniego spółczynnika rozszerzalności linjowej danego materjału w granicach od t_1^0 do t_2^0.

Okazuje się z pomiarów dokonanych, że dla różnych ciał stałych liczby, które się otrzymują na wartość średniego spółczynnika rozszerzalności linjowej, tak mało przeważnie zależą od granic temperatur, w których badanie zostało dokonane, że można mówić poprostu o *spółczynniku rozszerzalności linjowej* danego materjału bez podawania tych granic, t. j. można przyjmować (o ile nie chodzi o wielką dokładność), iż spółczynnik rozszerzalności linjowej tego czy innegoz ciał stałych jest jednakowy w różnych temperaturach.

Oto tablica kilku wartości spółczynników rozszerzalności linjowej.

Miedź	$\lambda = 0{,}000017$
Mosiądz	0,000019
Żelazo	0,000012
Stal	0,0000105
Cynk	0,000029
Platyna	0,000009
Inwar (stop 64,3% stali i 35,7% niklu) ok.	0,0000009
Szkło (przeciętnie)	0,000009
Kwarc ∥ do osi	0,0000074
" ⊥ " "	0,0000137.

Dla miedzianego pręta zatem wydłużenie przy ogrzaniu o 1^0 C. wynosi 0,000017 długości początkowej; np. pręt miedziany długości metrowej w pewnej temperaturze wydłuża się przy ogrzaniu o 1^0 zaledwie o 0,017 mm.; dlatego, by ten sam pręt wydłużył się o 1 mm., należałoby go ogrzać mniej więcej o 60^0 powyżej temperatury początkowej.

Ciekawe jest i ważne, że spółczynnik rozszerzalności dla platyny i różnych gatunków szkła jest mniej więcej ten sam; skutkiem tego platyna wyjątkowo dobrze nadaje się do stapiania ze szkłem, w miejscu bowiem spojenia przy zmianach temperatury szkło i platyna rozszerzają się jednakowo, co zapobiega pękaniu szkła w tem miejscu. Wyjątkowo mała wartość λ dla inwaru czyni stop ten nadającym się znakomicie do wyrobu przedmiotów, których długość ma jak najmniej ulegać wpływom zmian temperatury, jak np. wzorcowe metry, wahadła do zegarów i t. d.

Ze wzoru (1) łatwo daje się otrzymać następujący ważny i często używany wzór

$$l = l_0 (1 + \lambda t) \qquad \text{. . . . . (2)}$$

Wzór ten pozwala obliczyć długość przedmiotu w dowolnej temperaturze, jeżeli znana jest jego długość w 0^0 oraz spółczynnik rozszerzalności linjowej materjału, z którego jest zrobiony; czynnik $(1+\lambda t)$ nosi nazwę *dwumianu rozszerzalności linjowej.*

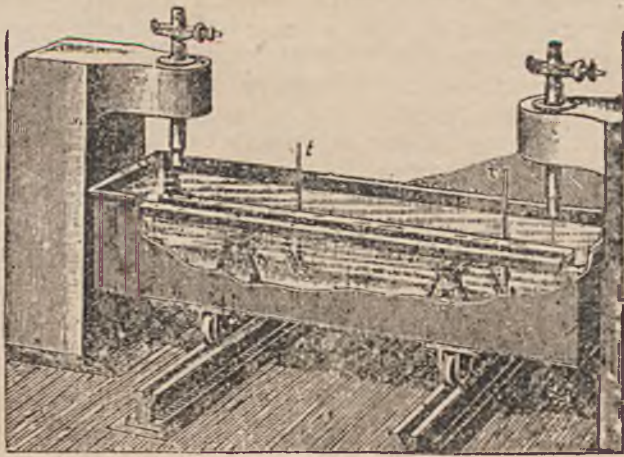
Przytoczone w powyższej tablicy ciała z wyjątkiem kwarcu należą do t. zw. *równokierunkowych (izotropowych),* t. j. posiadających jednakowe własności we wszystkich kierunkach. Długość jakiegokolwiek przedmiotu, wyrobionego z takiego materjału, wzięta w tym czy innym kierunku, zmienia się przy zmianach temperatury jednakowo (mamy na myśli *zmianę względną*): przeto kształt przedmiotu nie ulega zmianie, np. kula pozostaje kulą. Inaczej rzecz się ma z ciałami *różnokierunkowemi (anizotropowemi),* jakiemi jest większość kryształów; ciała te mają w różnych kierunkach własności wogóle różne, między innemi różne spółczynniki rozszerzalności linjowej. Zwracamy uwagę na dane w powyższej tablicy, dotyczące kwarcu (kryształu skalnego); mamy tu właśnie przykład ciała różnokierunkowego: w jednym kierunku (równolegle do t. zw. osi—bliżej to określimy w nauce o świetle) spółczynnik rozszerzalności linjowej jest prawie 2 razy mniejszy, niż w kierunku prostopadłym do tamtego. Niech czytelnik pomyśli, jaką postać przyjmie bryła z kwarcu, mająca w pewnej temperaturze kształt dokładnie kulisty, jeżeli temperatura wzrośnie, wzgl. się obniży.

134. Wyznaczanie spółczynników rozszerzalności linjowej.

Jak widać z poprzedniego ustępu, wyznaczanie spółczynników rozszerzalności linjowej wymaga dokładnego mierzenia długości, a jednocześnie dokładnego wyznaczania temperatury, której ta czy inna długość odpowiada. Otrzymanie dobrych rezultatów zależy od dokładności przyrządów oraz umiejętności badacza.

Rys. 296 przedstawia używany do tego przyrząd t. zw. *komparator*—na mocnych słupach osadzone są mikroskopy z ruchomemi (przy pomocy mikrometrów) w polu widzenia krzyżami z pajęczyny; punkty przecięcia krzyży nastawia się na końce badanego pręta lub na zrobione na nim kreski, podczas gdy pręt znajduje się w odpowiedniej kąpieli; wydłużenie wyznacza się ze znajomości skoku śruby mikrometrycznej, poruszającej krzyż.

Oto jednak w jaki prosty względnie sposób można otrzymać dość poprawną wartość spółczynnika rozszerzalności linjowej. Rys. 297 przedstawia poziomą rurę z badanego materjału np. miedzi, mosiądzu, co najmniej dwumetrowej długości, owiniętą szczelnie taśmą wojłokową. W A rura osadzona jest w ten sposób na metalowym słupku pionowym, iż może się dokoła niego jak dokoła osi obracać w kierunku poziomym. W B przytwierdzone jest prostopadle do rury ostrze stalowe, zwrócone ku dołowi. Pod ostrzem przytwierdzamy na stole polerowaną płytkę metalową (miedzianą, mosiężną), na której, wykonywając rurą niewielki ruch jakgdyby cyrklem, kreślimy ostrzem cienką rysę; mierzymy odległość między osią obrotu rury oraz miejscem przytwierdzenia ostrza, notujemy jednocześnie temperaturę pokojową,



Rys. 296.

która jest zarazem temperaturą rury, o ile ta przez dłuższy czas pozostawała w pokoju, nie podlegając ogrzewaniu. Następnie po zagotowaniu w kociołku wody przepuszczamy przez rurę w ciągu dłuższego czasu parę wrzącej wody, by ogrzać rurę w ten spo

Rys. 297.

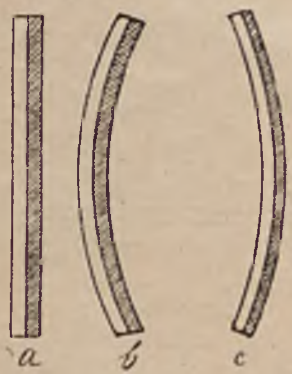
sób do 100° C. (przypuszczamy dla uproszczenia sprawy, że ciśnienie atmosferyczne jest normalne) — po wyjściu z rury para odpływa do zbiornika z wodą, gdzie się skrapla (zbiornik ten nie jest przedstawiony na rysunku); rura metalowa otoczona jest wojłokiem, aby nie stygła przez zetknięcie z otaczającem powietrzem. Jeżeli teraz znowu wykonamy niewielki ruch rurą jakby cyrklem i znowu zakreślimy cienką kreskę na płytce, która pozostała na stole nieruchoma, nowa kreska przypadnie w pewnej odległości od poprzedniej, rura bowiem skutkiem ogrzania wydłużyła się. Mierząc odległość między zakreślonemi na płytce rysami przy pomocy skali milimetrowej i lupy (oceniając na oko dziesiąte części milimetra), będziemy mieli dość dokładnie zmierzony przyrost bezwzględny długości tej części rury, którą zmierzyliśmy uprzednio (od osi obrotu do ostrza); ponieważ zanotowaliśmy temperaturę początkową i końcową, a zatem wiemy, o ile stopni rura została ogrzana, mamy wszystkie dane do obliczenia spółczynnika rozszerzalności linjowej materjału rury.

P r z y k ł a d. Rura mosiężna; odległość od osi obrotu do ostrza 248,5 cm.; temperatura pokoju 18° C., zatem przyrost temperatury 82°. Odległość między kreskami 3,8 mm. = 0,38 cm.

$$\lambda = \frac{0{,}38}{248{,}5.82} = 0{,}000019.$$

135. Termoskop i termometr metalowy. Termograf.

Spajamy ze sobą dwa pręty — miedziany i żelazny, które posiadają w temperaturze t długości równe, a przez to, przylegając do siebie, przedstawiają prostolinjowy pręt, jak na rys. 298 *a* (miedź



Rys. 298.


Rys. 299.


Rys. 300.

z lewej strony). Jeżeli ten pręt ogrzejemy do temperatury $t_1 > t$, wygnie się tak, jak na rys. 298 *b*, miedź bowiem ma większy spółczynnik rozszerzalności, niż żelazo. O ileby było $t_1 < t$, pręt wygiąłby się tak, jak to przedstawia rys. 298 *c*.

Z faktu powyższego skorzystać możemy dla zbudowania termoskopu metalowego. W rzeczy samej, o ile jeden koniec pręta będzie unieruchomiony, drugi jego koniec przy zmianach temperatury, a więc przy wskazanem wyżej wyginaniu się może poruszać wskazówkę, przesuwającą się na odpowiednio umieszczonej skali (rys. 299). Można zaznaczyć na tej skali w sposób, już nam znany, punkty stałe, przechodząc tą drogą od termoskopu do termometru metalowego. Rys. 300 przedstawia termometr metalowy, zbudowany na takiej zasadzie; jego ciałem termometrycznem jest sprężyna w postaci spirali z dwu spojonych ze sobą tasiem z różnego metalu; jeden koniec jej umocowany jest nieruchomo, drugi podczas skręcania się i rozkręcania przy zmianach temperatury posuwa wskazówkę nad podziałką.

Termograf, o którym wspomnieliśmy w ust. 131, można zbudować na tej samej zasadzie — pióro, wprawiane w ruch przez swobodny koniec takiego pręta z dwu metali kreślić będzie krzywą na taśmie papierowej, nawiniętej na bęben i zaopatrzonej w odpowiednią kratkę: bęben przy pomocy mechanizmu zegarowego wykonywać winien ruchem jednostajnym jeden obrót całkowity w ciągu określonego czasu (doby, tygodnia). Zwykle jednak w termografach wyzyskuje się niejednakową rozszerzalność ciał stałych i cieczy i taki właśnie termograf przedstawiony jest nu rys. 295: widzimy tam rurkę metalową, wypełnioną cieczą; jeden koniec rurki jest unieruchomiony; gdy temperatura się podnosi, ciśnienie wewnątrz wzrasta: ciecz bowiem jest bardziej rozszerzalna, niż rurka i rurka się wygina, poruszając swym swobodnym końcem przy pomocy odpowiednich drążków wskazówkę; gdy temperatura się obniża, ciśnienie w rurce spada i dzięki sprężystości rura wygina się swobodnym końcem w przeciwną stronę.

136. Spółczynnik rozszerzalności objętościowej.

Przypuśćmy, iż v_0 oznacza objętość ciała w 0^0, v zaś objętość tegoż ciała w t^0. *Przyrost bezwzględny* objętości przy zmianie temperatury od 0^0 do t^0 wynosi zatem

$$v - v_0$$

i wyraża się, oczywiście, w jednostkach objętości np. w cm.³; w granicach danej zmiany temperatury przyrost ten jest tem większy, im większa jest objętość ciała.

Przyrostem względnym objętości nazywamy stosunek jej przyrostu bezwzględnego do objętości początkowej, t. j.

$$\frac{v - v_0}{v_0};$$

wyraża się on liczbą oderwaną i wskazuje, o jaką część swej początkowej wartości zmienia się objętość ciała przy danej zmianie cieplnej. Wielkość jego nie zależy od wartości początkowej objętości, podobnie jak to wytłumaczyliśmy w ust. 133 o względnym przyroście linjowym.

Dzieląc przyrost względny objętości przez liczbę stopni, o które zmieniła się temperatura, t. j. przez t, otrzymamy t. zw. *średni spółczynnik rozszerzalności objętościowej* danego materjału w granicach temperatury od 0^0 do t^0

$$\alpha = \frac{v - v_0}{t \,.\, v_0} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Spółczynnik ten α wskazuje, oczywiście, o jaką część wartości początkowej zmienia się przeciętnie objętość ciała przy zmianie temperatury o jeden stopień w granicach od 0^0 do t^0.

Dla ciał stałych wartość tego spółczynnika rozszerzalności objętościowej tak mało jest zależna od temperatury, w której się odbywa badanie, iż w wielu wypadkach uważać można, że ten spółczynnik jest stały dla danego ciała we wszystkich temperaturach. Inaczej rzecz się ma z cieczami, jak to wskazuje następująca tablica:

Alkohol etylowy		— 40⁰	0.00097
—	—	+ 10⁰	0.001051
—	—	30⁰	0.001081
Eter	—	10⁰	0.001518
—		20⁰	0.001561
Dwusiarczek węgla		— 30⁰	0.001115
—	—	+ 10⁰	0.001155
—		20⁰	0.001175
Gliceryna		10⁰	0.00049
Nafta		10⁰	0.0009
Rtęć		10⁰	0.00018180
—		20⁰	0.00018181
—		30⁰	0.00018183
—		40⁰	0.00018186
—		50⁰	0.00018189
—		60⁰	0.00018193
—		70⁰	0.00018198
—		80⁰	0.00018203
—		90⁰	0.00018209
—		100⁰	0.00018216
—		130⁰	0.00018241.

Względnie bardzo mało zależy od temperatury spółczynnik rozszerzalności rtęci; między innemi ta okoliczność przemawia za rtęcią jako cieczą termometryczną.

Ze wzoru (1) łatwo otrzymać następujący ważny i często używany wzór

$$v = v_0 (1 + \alpha t): \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

wzór ten pozwala obliczyć objętość ciała w dowolnej temperaturze, jeżeli znana jest jego objętość w 0^0 oraz znany spółczynnik rozszerzalności materjału, z którego ciało jest zrobione. Spółczynnik $(1+\alpha t)$ nazywa się *dwumianem rozszerzalności objętościowej.*

137. Zależność między spółczynnikami rozszerzalności linjowej i objętościowej.

Wystawmy sobie sześcian z jakiegokolwiek materjału równokierunkowego. Przypuśćmy, iż długość krawędzi sześcianu w 0^0 jest l_0, a objętość w 0^0 $v_0 = l_0^3$. W temperaturze t^0 długość krawędzi sześcianu będzie

$$l = l_0 (1 + \lambda t),$$

gdzie λ oznacza spółczynnik rozszerzalności linjowej materjału sześcianu. Objętość sześcianu w t^0 będzie $v = l^3$, lub też, jeżeli podstawimy na l jego wartość

$$v = l_0{}^3 (1 + \lambda t)^3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Inaczej wyrazić możemy objętość sześcianu w t^0 w następujący sposób

$$v = v_0 (1 + \alpha t), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

gdzie α oznacza spółczynnik rozszerzalności objętościowej materjału sześcianu. Porównywając wyrażenia (1) i (2) i uwzględniając, że $v_0 = l_0{}^3$, otrzymujemy

$$(1 + \alpha t) = (1 + \lambda t)^3,$$

$$1 + \alpha t = 1 + 3\lambda t + 3\lambda^2 t^2 + \lambda^3 t^3;$$

odejmując od obu części tej równości po 1 oraz odrzucając wyrazy z drugą i trzecią potęgą λ, jako bardzo małe (widzieliśmy z tablicy ust. 133, że λ jest wogóle bardzo małym ułamkiem), otrzymujemy

$$\alpha t = 3\lambda t,$$

i ostatecznie

$$\alpha = 3\lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

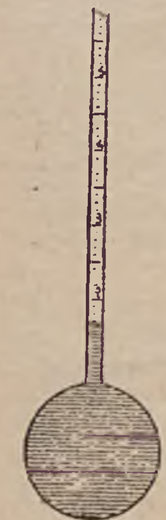
Dochodzimy w ten sposób do bardzo prostej i bardzo ważnej zależności między spółczynnikami rozszerzalności linjowej i objętościowej ciał równokierunkowych: *spółczynnik rozszerzalności objętościowej równa się potrójnemu spółczynnikowi rozszerzalności linjowej.*

Dodajmy ogólną uwagę, iż tam, gdzie się spotykamy z wyrażeniem „spółczynnik rozszerzalności" bez dodania „linjowej" czy „objętościowej", rozumieć należy spółczynnik rozszerzalności objętościowej.

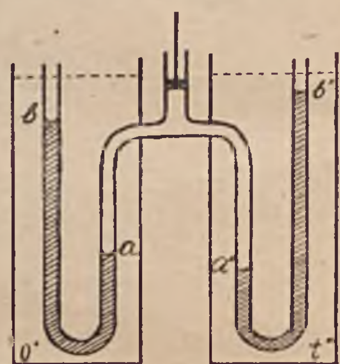
138. Wyznaczanie spółczynników rozszerzalności objętościowej.

Dla ciał stałych równokierunkowych nie mamy potrzeby stwarzać specjalnych sposobów wyznaczania spółczynników rozszerzalności objętościowej, umiejąc bowiem znaleźć spółczynnik rozszerzalności linjowej, otrzymujemy przez proste mnożenie tego ostatniego przez 3 spółczynnik rozszerzalności objętościowej. Tak np. dla miedzi $\lambda = 0{,}000017$, a zatem $\alpha = 0{,}000051$.

Dla cieczy natomiast musimy posiadać odpowiednie sposoby wyznaczania α. Biorąc kolbkę szklaną, której szyjka jest zaopatrzona w podziałkę i dokładnie wycechowana (rys. 301), możemy naczyńka tego użyć jako t. zw. *dilatometru*, t. j. przyrządu do mierzenia rozszerzalności. Nalewając do dilatometru cieczy i notując położenie jej poziomu w szyjce w danej temperaturze początkowej; ogrzewając następnie do określonej nowej temperatury i notując ponownie położenie poziomu cieczy w szyjce, możemy obliczyć spółczynnik rozszerzalności cieczy, jeżeli znamy spółczynnik rozszerzalności szkła dilatometru (wszak przy ogrzewaniu pojemność dilatometru wzrasta, co powoduje, że poziom cieczy w szyjce zajmuje położenie niższe, niż to, któreby zajmował, gdyby się samo naczynie dilatometru nie rozszerzało).



Rys. 301.



Rys. 302.

Oto jednak, w jaki sposób można wyznaczyć spółczynnik rozszerzalności cieczy, nie uwzględniając wcale rozszerzalności naczyń, zawierających ciecz. Rys. 302 wyobraża przyrząd, który do tego służy. Dwie rurki szklane, zgięte w kształcie litery U, połączone są ze sobą i z tłoczącą pompką powietrzną. Każda z tych rurek zawiera badaną ciecz, która w otwartych częściach rurek stoi wyżej, niż w częściach połączonych z pompką, jeżeli przy pomocy tej pompki wtłoczymy nieco powietrza. O ile temperatury kąpieli, w których są zanurzone rurki *ab* i *a'b'*, są jednakowe, wówczas wysokości słupów cieczy, równoważących w każdej z tych rurek nadwyżkę ciśnienia, muszą być, oczywiście, jednakowe. Jeżeli jednak kąpiel w prawem naczyniu ma temperaturę t^0, w lewem zaś 0° (woda z lodem), to równa w obu rurkach nadwyżka ciśnienia równoważy się słupami cieczy różnej wysokości, a mianowicie $h_t > h_0$, jeżeli $t > 0$, teraz bowiem gęstość cieczy badanej w obu rurkach zgiętych ab i $a'b'$ jest niejednakowa. Gęstość cieczy zmienia się odwrotnie proporcjonalnie do jej objętości, a zatem, oznaczając przez d_0 i v_0 odpowiednio gęstość i objętość cieczy badanej w 0^0, przez d i v zaś gęstość i objętość jej w temperaturze t^0, będziemy mieli

$$\frac{d}{d_0} = \frac{v_0}{v},$$

a ponieważ

$$v = v_0(1 + \alpha t),$$

gdzie α oznacza spółczynnik rozszerzalności, przeto

$$\frac{d}{d_0} = \frac{1}{1 + \alpha t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Z drugiej strony warunek równowagi cieczy w naczyniach połączonych (patrz ust. 94) daje nam

$$\frac{h_t}{h_0} = \frac{d_0}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Porównanie wzorów (1) i (2) daje nam

$$\frac{h_t}{h_0} = 1 + \alpha t, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

skąd

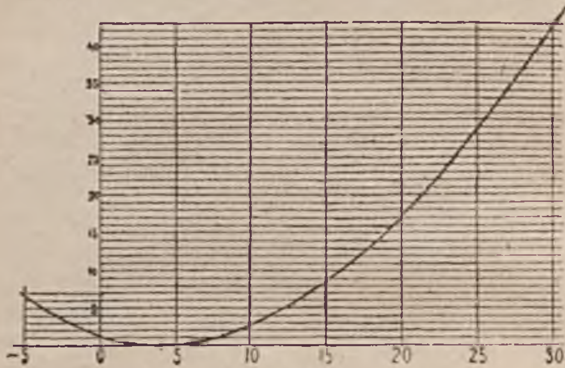
$$\alpha = \frac{h_t - h_0}{t h_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Jak widzimy, dla wyznaczenia α trzeba tylko zmierzyć dokładnie wysokości słupów h_0 i h_t oraz wyznaczyć temperaturę t kąpieli.

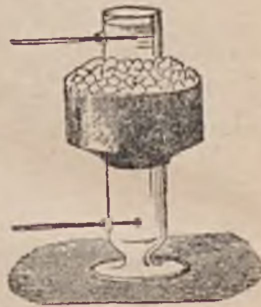
139. Rozszerzalność wody.

O ile ogrzewamy wodę, poczynając od temperatury pokojowej (np. 18^0 C.), objętość wody wzrasta, zmniejsza się natomiast przy oziębianiu, dopóki temperatura nie opadnie do 4^0 C. (właściwie do bardzo niewiele niższej od 4^0 C.); przy dalszem obniżaniu temperatury objętość wody zaczyna znów wzrastać, powiększając się dalej podczas krzepnięcia, t. j. w 0^0. Zmianę objętości wody przy stopniowej zmianie temperatury przedstawia krzywa na rys 303, gdzie osią odciętych jest oś temperatur, osią zaś rzędnych — oś objętości. Oczywiście, zmiany gęstości wody są odwrotnie proporcjonalne do zmian objętości.

Zatem 4^0 C. stanowi temperaturę największej gęstości wody. Ciekawą tę własność wody pokazać łatwo można przy pomocy przyrządu, wyobrażonego na rys. 304; słój szklany, do którego wlewa się wody w temperaturze pokojowej, otoczony jest koszem, zawierającym mieszaninę oziębiającą z soli i lodu. Woda w słoju oziębia się, co można obserwować zapomocą dwu termometrów, umieszczonych jeden wyżej, drugi niżej kosza. Najpierw termo-



Rys. 303.



Rys. 304.

metr dolny opada, podczas gdy górny prawie nie wykazuje zmian; gdy dolny zaczyna pokazywać 4°, dalsze jego opadanie ustaje i zaczyna opadać termometr górny (pamiętajmy, iż na dół podąża woda o większej gęstości).

Rozszerzanie się wody przy krzepnięciu jest zjawiskiem dobrze znanem; butelki, zakorkowane i wypełnione szczelnie wodą, pękają, gdy woda w nich krzepnie; krzepnąca woda rozsadza nawet naczynia grubościenne z lanego żelaza, o ile je szczelnie wypełnia (rys. 305 przedstawia kulę taką w przekroju); krzepnąc w szparach skalnych rozsadza skały.

Rys. 305.

Ta własność wody ma wielkie znaczenie w gospodarce przyrody. Gdyby lód posiadał gęstość większą, niż woda, opadałby w zamarzających rzekach, jeziorach na dno; zbiorniki więc wody po przemarznięciu raz do dna podczas chłodnej pory roku nie mogłyby odmarznąć w zupełności podczas pory ciepłej. W rzeczywistości, będąc mniej gęstym, niż woda, lód przykrywa tylko warstwą resztę cieczy, posiadającej w większych głębokościach temperaturę nie niższą od 4° C. Ma to decydujące znaczenie dla istot, zamieszkujących wodę*).

*) Bardzo ciekawe badania Tammanna wykazały, iż pod bardzo wysokiem ciśnieniem (przeszło 2000 atmosfer) i w odpowiedniej temperaturze (ok. — 30° C.) tworzyć się może lód o gęstości większej, niż gęstość wody.

140. Spółczynnik rozszerzalności gazów.

Przyrząd, przy którego pomocy zmierzyć możemy spółczynnik rozszerzalności gazów, przedstawiony jest na rys. 306. Rurka szklana *ABC* w kształcie litery U zaopatrzona jest w podziałkę na jednem ramieniu i we dwa kurki — jeden u góry na końcu ramienia z podziałką, drugi u dołu; ramię z podziałką osłonięte jest szerszą rurą szklaną, przez którą przy pomocy bocznych rurek przepuścić możemy we właściwym czasie strumień pary wrzącej wody. Robimy jak następuje. Trzymając dolny kurek zamknięty, górny zaś otwarty, nalewamy do rurki *ABC* rtęci (mniej więcej do połowy wysokości); rtęć staje przytem w obu ramionach na jednakowej wysokości, jak to się dzieje w naczyniach połączonych. Notujemy kreskę na której przypada rtęć w rurce, a także temperaturę pokojową (jest to zarazem temperatura powietrza, wypełniającego ramię *C* rurki nad rtęcią); zamykamy teraz kurek na *C* i przepuszczamy czas dłuższy strumień pary przez osłaniającą szerszą rurę, by ogrzać do 100^0 powietrze, zawarte w ramieniu C (zakładamy dla uproszczenia, iż wrzenie zachodzi pod normalnem ciśnieniem). Wytwarza się teraz różnica poziomów rtęci — w ramieniu *C* rtęć opada, w *A* zaś podnosi się; przez ogrzanie przeto zmieniliśmy i objętość i ciśnienie badanego gazu. Otwórzmy teraz, nie przerywając prądu pary, kurek w dolnej części *B* naszej rurki; rtęć zacznie się wylewać, a jej poziomy w obu ramionach rurki opadać, dążąc do zrównania się, zwiększa się bowiem przytem objętość zawartego w ramieniu C powietrza i zarazem zmniejsza się jego ciśnienie. Zamknijmy dolny kurek w chwili, gdy poziomy rtęci w obu ramionach się zrównają i zanotujmy kreskę, na której wówczas przypadnie rtęć w rurce. Będziemy teraz mieli powietrze, zamknięte w ramieniu *C*, w temperaturze 100^0, w zwiększonej w stosunku do pierwotnej objętości, ale pod tem samem ciśnieniem, co początkowo, t. j. w ten

Rys. 306.

sposób wyrugujemy zmianę ciśnienia i będziemy mieli do czynienia jedynie ze zmianą objętości. Zakładamy, iż ramię C z podziałką zostało zawczasu wycechowane, t. j. że podziałka została wystudjowana i wiemy, jakim objętościom odpowiadają kreski podziałki. Mamy zatem zanotować: 1) początkową temperaturę t powietrza, zamkniętego w ramieniu C, 2) końcową jego temperaturę 100^0, 3) początkową jego objętość v i 4) końcową jego objętość v'; posiadamy więc wszystkie dane, by podług wzoru

$$\alpha = \frac{v' - v}{(100 - t)\, v} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

obliczyć wartość spółczynnika rozszerzalności powietrza w granicach od t^0 do 100^0.

Moglibyśmy zacząć badanie w innej temperaturze, zamiast zaś kąpieli z pary wodnej, użyć jakiej innej, biorąc w ten sposób inną temperaturę końcową; moglibyśmy ramię C wypełnić nie powietrzem, ale np. wodorem, tlenem, bezwodnikiem węglowym, co wymagałoby tylko pewnego większego zachodu; musiałoby wszakże nas zastanowić, iż ze wszystkich tych pomiarów rezultat otrzymany na wartości spółczynników byłby prawie ten sam, różniąc się dla różnych gazów w tych samych mniej więcej granicach, w jakich różnią się poszczególne pomiary dla jednego i tego samego gazu skutkiem nieuniknionych błędów doświadczenia.

Gdybyśmy doświadczenie zaczęli w temperaturze 0^0, oznaczając początkową objętość gazu przez v_0, a skończyli w temperaturze t, gdy końcowa objętość wynosi v, mielibyśmy zamiast wzoru (1) następujący już nam znany

$$\alpha = \frac{v - v_0}{t \, . \, v_0} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Prosty przyrząd, któregośmy użyli, pozwala zrozumieć dostatecznie zasadę pomiaru, nie daje wszakże możności otrzymania ścisłych rezultatów. Stąd właśnie pozorny brak różnicy między poszczególnemi gazami. Lecz oto wyniki badań dokładnych, otrzymane przez najwprawniejszych badaczy:

				t	α
Powietrze	$p =$	1	atm.	100	0.00367
—	$p =$	20	„	100	0.00383
—	„	„	„	—103	0.00410
—	„	„	„	—145	0.00450
—	$p =$	50	„	100	0.00410
—	„	„	„	—103	0.00487
—	„	„	„	—135	0.00619
—	$p =$	100	„	100	0.00441
—	„	„	„	—103	0.00579

Wodór	$p =$	1 atm.	100	0.00366
	$p =$	100 „	100	0.00351
	$p =$	500 „	100	0.00278
	$p =$	1000 „	100	0.00219
Bezw. węglowy	$p =$	1 „	100	0.00371
	$p =$	3,32 „	100	0.00385
Azot	$p =$	1 „	100	0.00367
Tlenek węgla	$p =$	„ „	100	0.00367.

Jak widzimy, spółczynniki rozszerzalności różnych gazów zależą i od temperatur i od ciśnień; wszakże dla ciśnienia ok. 1 atm. i zwykłej temperatury przyjąć możemy w wielu wypadkach, iż wartość ta jest dla wszystkich gazów jednakowa, a mianowicie

$$\alpha = 0.00366\ldots = \frac{1}{273} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Pamiętajmy wszakże, iż w rzeczywistości żaden gaz dokładnie takiego spółczynnika rozszerzalności nie posiada, podobnie jak żaden gaz ściśle nie stosuje się do prawa Boyle-Mariotte'a.

141. Spółczynnik prężności gazów.

W doświadczeniu, któreśmy opisali w poprzednim ustępie, powietrze (lub inny gaz) zmienia po ogrzaniu objętość i ciśnienie, my zaś przez wylewanie rtęci rugujemy zmianę ciśnienia, pozostawiając jedynie zmianę objętości. Moglibyśmy wszakże zrobić inaczej i wyrugować zmianę objętości; w tym celu w chwili wytworzenia się różnicy poziomów po dostatecznem ogrzaniu gazu do 100^0 wlewajmy (nie otwierając, oczywiście, żadnego z kurków) do ramienia A rtęć dopóty, dopóki w ramieniu C rtęć nie podniesie się do tej kreski, na której stała w chwili rozpoczynania doświadczenia. W takim razie będziemy mieli powietrze w poprzedniej objętości (zaniedbamy przytem nieznaczne zwiększenie się pojemności rurki), ciśnienie zaś jego będzie większe—początkowo było równe atmosferycznemu, którego wartość znajdziemy, odczytując stan barometru; teraz będzie ono zwiększone o ciśnienie słupa rtęci, którego wysokość dana jest przez różnicę wysokości poziomów rtęci w obu ramionach przyrządu. Oznaczmy początkowe ciśnienie powietrza przez p, końcowe przez p', temperatury zaś jak poprzednio, a wzór podobny do (1) z poprzedniego ustępu

$$\beta = \frac{p' - p}{(100 - t)\, p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

da nam t. zw. średni *spółczynnik prężności* powietrza w granicach od t^0 do 100^0. Tu, oczywiście, $p' - p$ daje przyrost bezwzględny ciśnienia, $\frac{p' - p}{p}$ — przyrost względny. Spółczynnik prężności wskazuje, o jaką część swej wartości początkowej zmienia się ciśnienie gazu przy zmianie temperatury o 1^0, podczas gdy objętość gazu pozostaje niezmienna.

O ilebyśmy zaczęli doświadczenie w temperaturze 0^0, oznaczając ciśnienie początkowe gazu przez p_0, końcowe zaś w temperaturze t przez p, mielibyśmy zamiast wzoru (1) następujący:

$$\beta = \frac{p - p_0}{t \cdot p_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Dokładne pomiary dają:

			t	β
Powietrze	$p_0 =$	1 atm.	100	0.003665
	$p_0 =$	19,8 „	100	0.00386
	„ =	„ „	—145	0.00396
Wodór	$p_0 =$	1,3 „	100	0.003662
Azot	$p_0 =$	1 „	100	0.003668
Bezw. węglowy	$p_0 =$	0,024 „	100	0.00368
	$p_0 =$	1 „	100	0.00371
Tlen	$p_0 =$	1 „	100	0.003674
Tlenek węgla	$p_0 =$	1 „	100	0.003667.

Jak widzimy, wartości te tak mało różnią się od siebie, a także od wartości spółczynnika rozszerzalności pod stałem ciśnieniem, iż można w wielu wypadkach przyjmować:

$$\beta = \alpha = \frac{1}{273}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

t. j. uważać, że wszystkie gazy mają równe spółczynniki rozszerzalności pod stałem ciśnieniem (prawo *Charles'a*) i równe spółczynniki prężności w stałej objętości; wartości ich przyjąć można jako $= \frac{1}{273}$.

Pamiętać jednak należy, iż jest tak tylko w przybliżeniu i że do żadnego gazu naprawdę twierdzenie to ściśle się nie stosuje.

Łącząc tę uwagę z uwagą końcową ustępu poprzedniego, podkreślimy, iż *gazem doskonałym* fizycy nazywają taki gaz pomyślany (nie rzeczywisty), który podlega dokładnie prawom Boyle-Mariotte'a oraz Charles'a, t. j. dla którego każdy z dwu wspomnianych spółczynników $= \frac{1}{273}$.

W nauce o ruchu mieliśmy już sposobność zaznaczyć, jaką rolę odgrywa w fizyce idealizacja zjawisk; przez taką idealizację zjawisko upraszczamy, pozbawiamy je komplikujących szczegółów, a przez to łatwiej się w niem orjentujemy i przewidujemy. Naturalnie, idealizacja nie może się posuwać zbyt daleko; zjawisko pomyślane musi być bardzo bliskie rzeczywistego, inaczej bowiem wnioski, otrzymane z rozważania, nie będą się potwierdzały w doświadczeniu, a więc rozumowanie nasze nie będzie miało żadnej wartości. Wprowadzenie do fizyki pojęcia gazu doskonałego ma właśnie to znaczenie, iż wnioski, jego dotyczące, dają się stosować w znacznem przybliżeniu do gazów rzeczywistych.

142. Temperatura zera bezwzględnego.

Ze wzoru (2) ustępu 140 otrzymujemy dla gazu

$$v = v_0 (1 + \alpha t) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

ze wzoru zaś (2) ustępu poprzedniego z uwzględnieniem wzoru (3)

$$p = p_0 (1 + \alpha t) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

W obu tych wzorach $\alpha = \frac{1}{273}$; przytem pierwszy z nich pozwala obliczyć objętość gazu w dowolnej temperaturze przy znanej jego objętości w 0^0, drugi zaś pozwala obliczyć ciśnienie gazu w dowolnej temperaturze, przy znanem jego ciśnieniu w 0^0.

Napiszmy wzór (2), podstawiając na α jego wartość $\frac{1}{273}$ dla gazu doskonałego:

$$p = p_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right),$$

lub

$$p = \frac{p_0}{273} (273 + t) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Ze wzoru (3) widać, iż ciśnienie gazu w niezmiennej objętości wzrasta wraz ze wzrostem temperatury, zmniejsza się zaś wraz z obniżaniem się jego temperatury (zakładamy, iż w gazie doskonałym zmiany temperatury nie warunkują nic prócz zmian ciśnienia i objętości).

Żadne doświadczenia nie wykazują w gazach ciśnienia ujemnego; twierdzimy tedy, że najmniejsze ciśnienie gazu może być tylko *zero;* ze wzoru (3) wynika, iż w gazie doskonałym zaszłoby to w temperaturze $t = -273^0$ C. Tę temperaturę, leżącą w naszej skali o 273^0 poniżej temperatury topnienia lodu, przyjętej za 0^0 w praktyce codziennej, nazywamy *temperaturą zera bezwzględnego.*

W rozdziale o gazach wzmiankowaliśmy o kinetycznej teorji gazów; z punktu widzenia tej teorji ciśnienie gazu uwarunkowane jest przez ruch jego cząsteczek — jeżeli ciśnienie staje się mniejsze, tłumaczymy to sobie tem, że ruch ten staje się przeciętnie wolniejszy. Coby zatem oznaczała wartość ciśnienia, równa zeru? Oznaczałoby to, że ruch cząsteczek ustał w zupełności; temperatura więc zera bezwzględnego byłaby kresem zjawisk, mogących się rozgrywać w gazie doskonałym.

Temperatura bezwzględnego zera jest ideałem, do którego się zaledwie możemy zbliżać, nie mogąc, podobnie jak każdego ideału, osiągnąć. W doświadczeniach z gazami skroplonemi, o których będzie mowa niżej, udało się uzyskać temperaturę o jakie $2\frac{1}{2}^0$ zaledwie wyższą od temperatury zera bezwzględnego.

Niżej powrócimy jeszcze do pojęcia zera bezwzględnego, oświetlając je z innego stanowiska.

143. Temperatura bezwzględna.

Ustalając skalę temperatur, przyjęliśmy za zero stopni temperaturę topniejącego lodu, umawiając się uważać temperatury wyższe od 0^0 za dodatnie (+), niższe zaś za ujemne (—). Moglibyśmy wszakże obrać za 0^0 temperaturę inną — wszak to zupełnie od nas zależy (w skali np. Fahrenheita zero stopni leży niżej zera stopni skali Celsjusza); wówczas wypadłoby tylko dla oznaczenia każdej danej temperatury użyć odpowiednio większej lub mniejszej liczby.

Widzieliśmy w poprzednim ustępie, iż posuwając się ku temperaturom coraz niższym, dochodzimy do pewnego teoretycznego kresu, który nazwaliśmy temperaturą zera bezwzględnego. Znacząc wszystkie temperatury od tego zera bezwzględnego, mielibyśmy tylko temperatury dodatnie. Skala taka istotnie się używa, przyczem w ten sposób znaczona temperatura nosi nazwę *temperatury bezwzględnej*.

Ponieważ zero bezwzględne leży o 273 stopnie poniżej zera stopni, oznaczającego temperaturę topnienia lodu, przeto, oczywiście, liczba, wyrażająca w skali bezwzględnej pewną temperaturę, będzie o 273 większa od liczby, wyrażającej tę samą temperaturę w zwykłej skali Celsjusza.

W dalszym ciągu temperaturę bezwzględną będziemy oznaczali przez T, temperaturę zaś skali zwykłej przez t. Jeżeli więc $t = 10^0$, to odpowiednio $T = 283^0$; jeżeli $t = -20^0$, to $T = 253^0$; wogóle danej temperaturze t odpowiada $T = 273 + t$.

144. Równanie zasadnicze gazu doskonałego.

Przypuśćmy, iż v_0, i p_0 oznaczają odpowiednio objętość i ciśnienie danej ilości gazu w 0^0; niech v i p oznaczają odpowiednio objętość i ciśnienie tejże ilości gazu w t^0. Ilebyśmy ten gaz ogrzewali od 0^0 do t^0, nie pozwalając mu powiększyć swej objętości, wówczas w t^0 ciśnienie gazu byłoby jakieś inne p'. Zanotujmy sobie to wszystko w tabelce.

0^0	v_0	p_0
t^0	v	p
t^0	v_0	p'.

Pierwszy i trzeci wiersz tej tabelki podają wartości ciśnienia danego gazu p_0 i p' w temperaturach 0^0 i t^0 w niezmiennej objętości v_0; zgodnie zatem ze wzorem (2) ust. 142 możemy napisać

$$p' = p_0 (1 + \alpha t), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

gdzie $\alpha = \frac{1}{273}$.

Wiersze drugi i trzeci tabelki podają wartości różnych objętości i odpowiednich ciśnień gazu w stałej temperaturze t^0; zakładając, iż gaz jest doskonały, t. j. stosuje się ściśle do prawa Boyle-Mariotte'a, możemy napisać

$$pv = p'v_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Mnożąc odpowiednio lewe części równości (1) i (2) przez siebie, a prawe przez siebie, otrzymujemy ważny wzór,

$$pv = p_0 v_0 \, (1 + \alpha t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Wzór ten wiąże w jedną całość wzory (1) i (2) ust. 142, wyrażające zależność objętości i ciśnienia gazu doskonałego w t^0 od objętości i ciśnienia w 0^0.

Napiszmy zamiast α we wzorze (3) jego wartość $\frac{1}{273}$; będziemy mieli

$$pv = \frac{p_0 v_0}{273} (273 + t);$$

Zgodnie z tem, cośmy powiedzieli w poprzednim ustępie, $273 + t$ oznacza *temperaturę bezwzględną* T gazu. Mamy więc

$$pv = \frac{p_0 v_0}{273} T,$$

lub, oznaczając stałą wielkość $\frac{p_0 v_0}{273}$ *) przez A, otrzymujemy ostatecznie

$$pv = AT \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

W tej postaci t. zw. wzór Clapeyrona wyraża, iż iloczyn z objętości danej ilości gazu doskonałego przez jego ciśnienie jest

*) Objętość danej ilości gazu w 0^0 pod danem ciśnieniem jest zupełnie określona; zatem iloczyn $v_0 p_0$ jest wielkością stałą; stałym więc jest iloraz tego iloczynu przez 273.

proporcjonalny do temperatury bezwzględnej gazu. W stałej temperaturze ($T =$ const.) jest, oczywiście, $pv =$ const., co wyraża znane nam prawo Boyle-Mariotte'a (ust. 104).

W równaniu (4) lub też innej jego formie (3) zawarte jest wszystko, co się daje powiedzieć o zmianach objętości i ciśnienia gazu doskonałego, towarzyszących zmianom temperatury. Z tego powodu równanie to nazywa się równaniem zasadniczem gazu doskonałego. W szczególności, jak widzieliśmy przed chwilą, obejmuje ono jako przypadek szczególny prawo Boyle-Mariotte'a.

145. Termometr gazowy.

Rys. 307 wyobraża termometr gazowy. Gaz wypełnia naczynie n oraz część połączonej z niem rurki a_1 aż do poziomu rtęci w o. Przy zmianach temperatury (przez umieszczanie naczynia termometrycznego n w tej czy innej kąpieli) ciśnienie gazu ulega zmianie, podczas gdy jego objętość pozostaje bez zmiany — to ostatnie osiąga się przez podnoszenie lub obniżanie rurki a, połączonej przy pomocy kauczukowej rury z rurką a_1, i podtrzymywanie w ten sposób wypełniającej tę rurkę rtęci wciąż przy tym samym poziomie o. Rys. 308 przedstawia w powiększeniu to miejsce rurki — rtęć doprowadza się zawsze do zetknięcia z końcem ostrza, przytwierdzonego do ściany d. Przypuśćmy, iż ciśnienie gazu w termometrze wynosi p_0, gdy naczynie n mieści się w mieszaninie wody z lodem, mającej temperaturę 0^0 *). Przypuśćmy, iż ciśnienie tego gazu wynosi p, gdy naczynie n mieści się w parze wody, wrzącej przy znanych warunkach w 100^0. Zarówno p_0 jak p znajdujemy, mierząc ciśnienie barometryczne z dodaniem, wzgl. odjęciem ciśnienia słupa rtęci o wysokości równej odległości między poziomami rtęci w rurkach d i a termometru.

O ile przy pewnej zmianie cieplnej nastąpi zmiana ciśnienia

$$\frac{p - p_0}{100},$$

powiemy, iż zaszła zmiana temperatury o 1^0; o ile przy pewnej zmianie cieplnej zajdzie zmiana ciśnienia n-krotnie większa od zmiany, odpowiadającej 1^0, t. j.

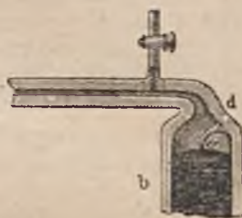
$$\frac{n\,(p - p_0)}{100}$$

*) Gaz w dalszej części rurki, nie otoczonej kąpielą, ma, oczywiście, temperaturę inną; przy wąskim jednak kanale rurki ta niewielka względnie ilość gazu w porównaniu z ilością gazu, zawartego w n, wywiera nieznaczne zakłócenie w doświadczeniu; wpływ ten daje się zresztą przez rachunek zupełnie usunąć.

powiemy, iż temperatura zmieniła się o n^0; przytem, oczywiście, zmniejszenie się ciśnienia wskazuje obniżenie się temperatury, zwiększenie się zaś ciśnienia — wzrost temperatury.

Gdybyśmy mieli w termometrze gaz doskonały, równym zmianom temperatury odpowiadałyby zawsze równe przyrosty ciśnień; gazy rzeczywiste zbliżone są jedynie własnościami do gazu doskonałego; każdy z nich przytem posiada pewną indywidualność: stąd wskazania termometrów powietrznego, wodorowego lub helowego będą się cokolwiek różniły, ale różnice te będą bezpo- równania mniejsze, niż różnice wskazań termometrów, opisywanych przez nas wyżej. Oto dlaczego termometry gazowe obieramy za normalne. Do tego dochodzi jeszcze okoliczność, iż gazem, jako ciałem termometrycznem, można się posługiwać w bardzo szerokich granicach temperatur—zarówno w temperaturach niskich jak wysokich, zwłaszcza jeżeli naczynie termometryczne zrobimy z trudnotopliwego materjału (np. porcelany).

Rys. 307.



Rys. 308.

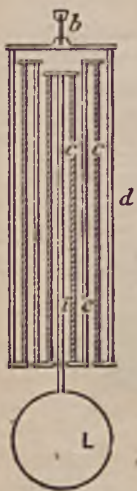
Ćwiczenia i zadania.

161. Pręt miedziany ma długość 2,14 m. w temperaturze 18^0 C. Jaka będzie długość tego pręta w temperaturze 100^0?

162. Przekrój zlewki szklanej wynosi 98 cm.^{2} w temperaturze 5^0. Jaki jest przekrój tej zlewki, gdy w niej wre woda, jeżeli ciśnienie jest normalne?

163. Bryła miedzi posiada objętość 428 cm.^{3} w temperaturze 18^0. Jaka będzie objętość tej bryły w temperaturze topniejącego lodu?

164. Pojemność kolby szklanej do kreski, zrobionej na szyjce, wynosi w temperaturze 15^0 dokładnie 1 litr. Jaka będzie objętość cieczy, mającej temperaturę 72^0 i wypełniającej kolbę do wymienionej kreski? (dla danego gatunku szkła $\alpha = 0{,}000009$).



Rys. 309

165. Dowieść, że wartość spółczynnika rozszerzalności linjowej nie zależy od użytej do mierzenia jednostki długości, natomiast zależy od obranej skali termometrycznej?

166. Ponieważ od długości wahadła zależy czas jego wahań, długość zaś wahadła zmieniać się może przy zmianach temperatury, przeto jeden ze sposobów skasowania tego szkodliwego wpływu polega na tem, że wahadłom nadają kształt, przedstawiony na rys. 309 — pręty i, e, d, oraz symetrycznie położone z drugiej strony są zrobione ze stali, pręty c, c' oraz symetrycznie położone z drugiej strony — z mosiądzu. Wytłumaczyć, dlaczego takie *wahadło kompensacyjne* nie zmienia długości przy zmianach temperatury, jeżeli się odpowiednio dobierze długość prętów, oraz zaprojektować konkretne wymiary takiego wahadła?

167. Wahadło zegara zrobione jest z żelaza; zegar daje dokładnie czas średni w temperaturze 22^0 C. Jaki będzie t. zw. ruch zegara w temperaturze 5^0? (czy zegar będzie się śpieszył, czy opóźniał, i o ile na dobę).

168. Na drucie stalowym długości 2 m. i średnicy 2,2 mm. zostało zawieszone ciało o masie 20 Kg.; $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$ (p. ust. 88). O ile stopni należałoby obniżyć temperaturę drutu, by posiadał przy tem obciążeniu początkową długość?

169. Mierzymy długość rurki mosiężnej w temperaturze 25^0 przy pomocy skali, zrobionej na stalowym pręcie i ścisłej dla 0^0. Jako wynik pomiaru otrzymujemy 2,27 m. Jaka jest dokładna długość mierzonej rurki w danej temperaturze oraz w 0^0.?

170. Odczytujemy wysokość słupa barometrycznego 752,6 mm. w temperaturze 17^0 C. Jaka jest ta wysokość, zredukowana do 0^0, jeżeli barometr posiada oprawę mosiężną, na której zrobiona jest skala?

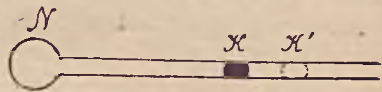
171. Dowieść, że, jeżeli spółczynnik rozszerzalności objętościowej określonego ciała jest α, wówczas zmiany gęstości tego ciała przy zmianach temperatury mogą być przedstawione przy niewielkich wartościach t wzorem $d_t = d_0\,(1 - \alpha t)$?

172. Gęstość rtęci w 0^0 jest 13,6. Jaka jest jej gęstość w temperaturze 130^0? (p. tabl. na str. 312).

173. Dilatometr (rys. 301), wypełniony rtęcią, pozwala wyznaczyć jako *pozorny* spółczynnik rozszerzalności rtęci $\frac{1}{6000}$, wiemy zaś, że spółczynnik rzeczywisty jest $\frac{1}{5500}$. Jaki jest spółczynnik rozszerzalności objętościowej szkła, z którego zrobiony jest dilatometr?

174. Kula szklana o pojemności dokładnie 50 cm.^{3} w temperaturze 0^0 połączona jest z długą pionową rurką szklaną o średnicy 2,5 cm. (wymiar dokładny w tejże temperaturze 0^0). Jeżeli wypełnimy kulę rtęcią tak, by sięgała dokładnie do początku rurki temperaturze 0^0, jak wysoko stać będzie rtęć w rurce w temperaturze 100^0?

175. Na rys. 310 mamy kulkę szklaną, połączoną z poziomą szklaną rurką, w której mieści się kropla rtęci, oddzielająca powietrze, zawarte w zamkniętej części przyrządu, od powietrza otaczającego. Opisać dokładnie, jak użyć można tego prostego przyrządu do wyznaczenia spółczynnika rozszerzalności powietrza.



Rys. 310.

176. Objętość gazu w temperaturze 28^0 pod ciśnieniem słupa rtęci 1024 mm. wynosi 5 litrów; jaka będzie objętość tego gazu w temperaturze 0^0 pod normalnem ciśnieniem 760 mm.

177. Czy w pokoju, w którym raz mamy temperaturę t^0, innym razem t'^0, mieszczą się za każdym razem te same ilości powietrza, jeżeli w obu razach ciśnienie barometryczne jest jednakowe? Jeżeli nie, jaka jest zmiana ilościowa?

178. Rozwiązać zadanie 177, zakładając, iż za pierwszym razem ciśnienie barometryczne jest b, za drugim b'. Jakie upraszczające założenie uczynimy przy rozwiązywaniu obu tych zadań?

179. Butelkę, zawierającą powietrze, wstawiono do wrzącej wody i po kilku minutach zatkano szczelnie korkiem. Jakie ciśnienie powietrza będziemy mieli w butelce, gdy po wyjęciu z kąpieli, oziębimy ją do 15^0 C.?

180. Balon szklany (por. ust. 105), wypełniony w temperaturze 0^0 czystym tlenkiem węgla pod ciśnieniem 735,7 mm., posiada masę 57,956 gr.; po najdokładniejszem zaś usunięciu z niego gazu masa jego wynosi 57,34 gr. Tenże balon, wypełniony wodą dystylowaną w 15^0, posiada masę 564,725 gr. Znaleźć gęstość normalną (w 0^0 i pod ciśnieniem 760 mm.) tlenku węgla?

0,0012547

Rozdział III. O mierzeniu ilości ciepła.

146. Pojęcie ilości ciepła.

Jeżeli nad płomieniem palnika umieścimy zlewkę szklaną, zawierającą—dajmy na to—500 gramów wody, temperatura wody będzie się stopniowo podnosiła. Pragnąc ogrzać wodę np. o 10^0 powyżej temperatury początkowej, musielibyśmy trzymać zlewkę nad palnikiem czas pewien. Czas ten byłby większy, gdybyśmy chcieli wywołać taką samą zmianę temperatury w większej ilości wody (np. 1000 gr.), mniejszy zaś, o ileby chodziło o ilość wody mniejszą (np. 250 gr.). Powiadamy, iż w pierwszym razie należałoby dostarczyć większej ilości ciepła, co właśnie osiąga się przez dłuższe trzymanie nad płomieniem, w drugim zaś chodziłoby o dostarczenie mniejszej ilości ciepła przez krótsze ogrzewanie.

Gdybyśmy owe 500 gr. wody chcieli ogrzać nad tym samym płomieniem nie o 10^0, lecz o 20^0 lub 30^0 powyżej temperatury początkowej, musielibyśmy zlewkę dłużej trzymać nad palnikiem; rozumiemy to w ten sposób, iż więcej ciepła dostarczyć należy danemu ciału, jeżeli chcemy wywołać większą zmianę jego temperatury.

Gdy zachodzi zjawisko nie ogrzewania się, lecz oziębiania się ciała, a więc obniżania się jego temperatury, powiadamy, iż ciało przytem traci większe lub mniejsze ilości ciepła; zakładamy przytem, iż, jeżeli ciało, ogrzewając się w danych granicach temperatury np. od $t_1{}^0$ do $t_2{}^0$, pochłania pewną ilość ciepła, to, oziębiając się w tych samych granicach temperatury (t. j. od $t_2{}^0$ do $t_1{}^0$), traci tę samą ilość ciepła, jeżeli reszta warunków fizycznych, w których ciało się znajduje, pozostaje bez zmiany.

W ten sposób, nie zastanawiając się bliżej nad tem, czem jest ciepło, rozumiemy je jako pewną wielkość, jako coś takiego, co ciała mogą odbierać lub oddawać w większych lub mniejszych ilościach podlegających mierzeniu, o ile się ustali odpowiednią jednostkę.

147. Jednostka ilości ciepła: kalorja.

Że istotnie ciepło daje się mierzyć, pomyśleć to można chociażby w ten sposób, iż płomień danego palnika dostarcza ogrzewanemu ciału w równych czasach równych ilości ciepła; będzie to niedokładne, płomień ten bowiem zmienia się w zależności od ciśnienia gazu, prądów powietrznych i t. d.; nie mniej jednak będzie to takie samo mierzenie przybliżone, jak np. mierzenie długości przy pomocy sznurka lub taśmy, łatwo dających się rozciągać.

Ściśle sprawa załatwia się w ten sposób, iż za jednostkę ciepła obieramy tę jego ilość, która, będąc pochłonięta przez jednostkę masy wody dystylowanej, warunkuje ogrzanie się jej od $14^1/_2{}^0$ C. do $15^1/_2{}^0$ C., t. j. warunkuje podniesienie się jej temperatury o 1^0 przy 15^0 C. (15^0 jest tu temperaturą średnią); jeżeli przytem za jednostkę masy obieramy gram, wówczas określona w powyższy sposób jednostka ciepła nosi nazwę *kalorji gramowej* lub *małej*; o ile zaś przez jednostkę masy rozumiemy kilogram, jednostka ta nosi nazwę *kalorji wielkiej*. Napotykając słowo „kalorja“ bez dodania „wielka“ czy „mała“, rozumiemy kalorję gramową, ta bowiem jest przyjęta za jednostkę ilości ciepła w badaniach naukowych.

A zatem *kalorją nazywamy ilość ciepła, warunkującego ogrzanie 1 gr. wody dystylowanej o 1 stopień przy* 15^0 C. (od $14^1/_2{}^0$ C. do $15^1/_2{}^0$ C.).

Bliższe badania wykazują, iż ogrzanie danej ilości wody dystylowanej o 1^0 w różnych temperaturach warunkuje się bynajmniej nie przez równe ilości ciepła*). Np. innej ilości ciepła trzeba dla ogrzania 1 gr. wody od 0^0 do 1^0, innej ilości dla ogrzania od 20^0 do 21^0. Dlatego w ścisłem określeniu kalorji winna być wskazana pewna określona temperatura, jaką jest w danym razie 15^0 C. Oto tablica, wyjaśniająca tę rzecz dokładniej—podaje ona, ile kaloryj pochłania 1 gr. wody dystylowanej, ogrzewając się o 1^0 w różnych temperaturach (od $t^0 - {}^1/_2{}^0$ do $t^0 + {}^1/_2{}^0$).

w temp.	0^0	1,0083
„	10^0	1,0016
„	15^0	1,0000
„	20^0	0,9989
„	40^0	0,9971
„	60^0	0,9989
„	80^0	1,0022
„	100^0	1,0063.

Jak widzimy, różnice są nieznaczne i wymagają uwzględnienia tylko przy bardzo dokładnych pomiarach; w praktyce technicznej, a także szkolnej można przyjmować, iż kalorję stanowi ilość ciepła, warunkującą ogrzanie jednego grama wody dystylowanej o 1 stopień w jakiejkolwiek temperaturze między 0^0 a 100^0.

---

*) Można to zgóry przewidywać, pamiętając, jak określaliśmy stopień temperatury — nie braliśmy przytem pod uwagę indywidualnych własności ciał, które dopiero podlegają badaniu po ustaleniu skali temperatur.

Zgodnie z tem, cośmy powiedzieli w poprzednim ustępie, 1 gr. wody dystylowanej przy obniżeniu się temperatury o 1^0 traci 1 kalorję (jest to zupełnie ścisłe, jeżeli oziębienie to zachodzi w 15^0 C., t. j. jeżeli temperatura obniża się od $15\frac{1}{2}^0$ C. do $14\frac{1}{2}^0$ C.).

148. Mieszanie różnych ilości wody o różnych temperaturach.

Wlejmy do m_1 gr. wody w t_1^0 m_2 gr. wody w t_2^0; niech przytem $t_2 > t_1$; otrzymamy wówczas mieszaninę o pewnej temperaturze pośredniej t^0 $(t_2 > t > t_1)$. Owe m_2 gr. wody cieplejszej, wchodząc w skład mieszaniny, oziębi się przytem od t_2^0 do t^0, t. j. $(t_2 - t)$ stopni, tracąc, oczywiście, jak to wypada z rozważań poprzedniego ustępu, m_2 $(t_2 - t)$ kaloryj; zaś m_1 gr. wody chłodniejszej ogrzeje się od t_1^0 do t^0, t. j. o $(t - t_1)$ stopni, pochłaniając m_1 $(t - t_1)$ kaloryj. Zakładając, iż ciepło, utracone przez wodę cieplejszą, jest całkowicie pochłonięte przez wodę chłodniejszą (nie uwzględniając zatem udziału w tem zjawisku naczynia, zawierającego wodę, przedmiotów, pozostających w zetknięciu z naczyniem, w tem otaczającego powietrza), napiszemy

$$m_1 (t - t_1) = m_2 (t_2 - t),$$ — bilans ciepła

skąd

$$t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Przy dokładniejszej robocie należałoby uwzględnić co najmniej wpływ naczynia (porów. ust. następny).

Weźmy przykład liczbowy. Znajdźmy temperaturę mieszaniny, utworzonej z 500 gr. wody w temperaturze 15^0 C. i 300 gr. wody w 40^0 C.; zatem $m_1 = 500$ gr., $m_2 = 300$ gr., $t_1 = 15^0$ C., $t_2 = 40^0$ C.; czyli

$$t = \frac{500 \; . \; 15 + 300 \; . \; 40}{800} = 24^0{,}4 \, .$$

Jeżeli

$$m_1 = m_2 = m ,$$

wówczas

$$t = \frac{m(t_1 + t_2)}{2m} = \frac{t_1 + t_2}{2}, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

t. j. przy zmieszaniu dwu równych ilości wody temperatura mieszaniny stanowi średnią arytmetyczną z początkowych temperatur części składowych mieszaniny.

149. Ciepło właściwe.

Umieśćmy jednocześnie nad płomieniami dwu jednakowych palników dwie jednakowe zlewki szklane, z których jedna zawiera np. 500 gr. wody, a druga 500 gr. kwasu octowego. Jeżeli przed postawieniem tych zlewek nad palnikami temperatury obu cieczy były jednakowe, przekonamy się, iż po kilku minutach ogrzewania temperatura kwasu octowego będzie znacznie wyższa od temperatury wody. Dla przekonania się, iż fakt ten nie jest uwarunkowany przez pewną różnicę w palnikach, możemy powtórzyć doświadczenie, umieszczając zlewkę z wodą nad tym palnikiem, nad którym mieścił się poprzednio kwas octowy i odwrotnie — rezultat otrzymamy ten sam. Fakt ten możemy sobie tłumaczyć jedynie w ten sposób, że 1 gr. kwasu octowego, ogrzewając się o 1^0, pochłania mniej ciepła, niż 1 gr. wody; odpowiednio 1 gr. kwasu octowego, gdy się temperatura jego obniża o 1^0, traci mniej ciepła, niż 1 gr. wody przy takiem samem oziębieniu.

Proste to doświadczenie nasuwa nam myśl, że wogóle różne substancje pod tym względem mogą się różnić, że równe ich masy (np. 1 gr. wody, 1 gr. nafty, 1 gr. miedzi, 1 gr. żelaza i t. d.) pochłaniają różne ilości ciepła, gdy temperatura ich podnosi się w tych samych granicach, a odpowiednio i oddają różne ilości ciepła, gdy się temperatura ich jednakowo obniża.

Dochodzimy w ten sposób do ważnego bardzo pojęcia ciepła właściwego.

Jeżeli m gr. pewnej substancji, ogrzewając się od $t_1{}^0$ do $t_2{}^0$ (wzgl. oziębiając się od $t_2{}^0$ do $t_1{}^0$), pochłania (wzgl. traci) q kaloryj, wówczas stosunek

$$c = \frac{q}{m\,(t_2 - t_1)}$$

nazywamy *ciepłem właściwem* danej substancji w danych granicach temperatury (od $t_1{}^0$ do $t_2{}^0$).

Zatem ciepło właściwe danej substancji w t^0 wskazuje, ile kaloryj w danej temperaturze t^0 pochłania 1 gr. tej substancji, wzgl. oddaje, gdy temperatura jego w t^0 wzrasta o 1^0 (t. j. gdy się zmienia od $t^0 - \frac{1}{2}{}^0$ do $t^0 + \frac{1}{2}{}^0$), wzgl. obniża się o 1^0 (t. j. zmienia się od $t^0 + \frac{1}{2}{}^0$ do $t^0 - \frac{1}{2}{}^0$). Określając wyżej kalorję, przyjęliśmy przez to samo ciepło właściwe wody dystylowanej za równe *jedności* w 15^0 C. Podobnie jak dla wody, ciepło właściwe innych ciał jest naogół różne w różnych temperaturach. Oto tablica wartości ciepła właściwego niektórych ciał stałych i cieczy:

	c	$\frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}$
Kamienie —	0,2	
lód (od -20^0 do -1^0)	0,5	„
miedź (od 0^0 do 100^0)	0,093	„
mosiądz	0,094	„
żelazo	0,111	„
ołów	0,032	„
szkło	0,192	„
rtęć (od 0^0 do 100^0)	0,033	„
alkohol (0^0)	0,548	„
„ (od 16^0 do 30^0)	0,602	„

eter (od 0^0 do 30^0)	0,54	„
woda (15^0)	1,000	„

W tablicy uderzyć nas musi wysoka względnie wartość ciepła właściwego wody. Pewna masa wody, ogrzewając się w określonych granicach temperatury, pochłania znacznie więcej ciepła, a odpowiednio, oziębiając się w tych samych granicach temperatury, oddaje znacznie więcej ciepła, niż taka sama masa żelaza, miedzi. Fakt ten odgrywa wielką rolę w zjawiskach przyrody, np. różnica klimatów lądowego i morskiego od tego w znacznej mierze zależy; fakt ten znajduje także zastosowanie techniczne, np. przy ogrzewaniu wodnem (jeszcze dziś są koleje, na których wsuwają w zimie do przedziałów wagonowych rury z gorącą wodą; stygnąc, woda oddaje ciepło otoczeniu, czyli ogrzewa przedział; bryła żelaza o tej samej masie, stygnąc w tych samych granicach temperatury, oddałaby, jak to widzimy z powyższej tablicy, blisko 10 razy mniej ciepła).

150. Kalorymetr. Mierzenie ciepła właściwego ciał stałych i cieczy.

Rys. 311

Przyrządy, które służą do mierzenia ilości ciepła, w szczególności zaś do wyznaczania ciepła właściwego, nazywają się *kalorymetrami*. Urządzenia ich bywają różne. Rys. 311 przedstawia w przekroju jeden z najprostszych kalorymetrów, który najpierw rozpatrzymy w zastosowaniu do mierzenia ciepła właściwego ciał stałych. Naczynie o pojemności ok. 1 litra, zawierające określoną ilość np. M gr. wody dystylowanej, spoczywa na 3-ch niewielkich płytkach korkowych w innem naczyniu. Odważoną ilość m gr. ciała badanego, najlepiej w postaci rozdrobnionej (np. opiłek), trzymamy czas dłuższy w probówce, zatkanej kawałkiem waty, we wrzącej wodzie (ewent. innej kąpieli o stałej temperaturze). Po pewnym czasie, gdy już mamy pewność, że ciało posiada temperaturę tej kąpieli t_2^0, wyznaczamy przy pomocy termometru, podzielonego co najmniej na dziesiąte części stopnia, temperaturę wody w kalorymetrze t_1^0; wyjmujemy następnie probówkę z kąpieli, owijamy ją przygotowanym większym kawałkiem waty, otwieramy i wsypujemy zawartość do kalorymetru, wykonywając całą tę czynność jak najprędzej, by podczas tego przenoszenia temperatura badanego ciała nie spadła (wata wchłania przylegającą do probówki ciecz, chroni probówkę i zawarte w niej ciało od stygnięcia, a zarazem pozwala ująć dolną część probówki ręką bez narażenia jej na oparzenie). Teraz, mieszając wciąż wodę w kalorymetrze termometrem (używają się też specjalne mieszadła), obserwujemy wzrost jej temperatury, notując ostatecznie najwyższą wartość, gdy temperatura zaczyna opadać. Przypuśćmy, iż ta końcowa wartość temperatury jest t^0; jest to zarazem końcowa temperatura ciala badanego, nastąpiło tu bowiem zrównanie temperatur tego ciała i wody. Oznaczmy przez x nieznane ciepło właściwe ciała badanego; m gr. tego ciała, oziębiając się od t_2^0 do t^0, t. j. o $(t_2—t)$ stopni, traci $mx\ (t_2 - t)$ kaloryj; M gr. wody, ogrzewając się od t_1^0 do t^0, t. j. o $(t - t_1)$ stopni, pochłania $M\ (t - t_1)$ kaloryj. Przyjmując, iż w tym razie ciepło, utracone przez ciało badane, w zupełności zostało pochłonięte przez wodę kalorymetru, napiszemy

$$mx\ (t_2 - t) = M\ (t - t_1),$$

skąd

$$x = \frac{M\ (t - t_1)}{m\ (t_2 - t)}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

znajdujemy w ten sposób szukaną wartość ciepła właściwego.

Znajdźmy np. ciepło właściwe miedzi. 200 gr. opiłek miedzianych ogrzewamy, jak wyżej, we wrzącej wodzie; zatem $m = 200$ gr. $t_2 = 100^0$. Przypuśćmy, iż początkowa temperatura wody kalorymetru $t_1 = 14^0$, końcowa zaś $t = 17^0$; przytem masa tej wody $M = 500$ gr. Mamy więc

$$x = \frac{500\ .\ (17 - 14)}{200\ .\ (100 - 17)} = \frac{500\ .\ 3}{200\ .\ 83} = 0{,}09.$$

Rachunek powyższy wymagałby, podobnie jak w ustępie poprzednim, uwzględnienia tej okoliczności, że i naczynie kalorymetryczne się ogrzewa od t_1^0 do t^0, na co się zużywa część ciepła, oddanego przez ciało badane. Wszakże masa tego naczynia jest nieznaczna w porównaniu z masą wody, a i ciepło właściwe ciał stałych, jak to już wiemy, jest małe w porównaniu z ciepłem właściwem wody; dlatego to, zapoznając się z samą metodą, a nawet w wielu pomiarach technicznych, można nie wprowadzać poprawki, która niezbędna jest w pomiarach ścisłych*). Czytelnik z nauki początkowej o przyrodzie wiedzieć powinien, co się nazywa dobrym, a co złym przewodnikiem ciepła. Otóż korek, powietrze są to bardzo złe przewodniki ciepła — dlatego naczynie kalorymetryczne *izolowaliśmy* w opisany wyżej sposób. Dla lepszej izolacji cieplnej (lepszego odosobnienia) wody kalorymetru od otaczającego powietrza, dobrze jest przykryć kalory-

*) W rachunku można założyć, że naczynia kalorymetrycznego wcale niema, lecz że ilość wody kalorymetru jest nieco większa, niż w rzeczywistości; w rachunku zastępujemy naczynie kalorymetryczne, termometr, mieszadło — przez ich t. zw. równoważnik wodny, który się wyznacza raz na zawsze dla danego kalorymetru; równoważnik wodny wskazuje, ile gramów wody dystylowanej pochłania w danych warunkach tyleż ciepła, co naczynie kalorymetryczne wraz z mieszadłem, termometrem, ewent. przykrywą; w rachunku tę liczbę gramów dodajemy do masy wody, mieszczącej się w kalorymetrze.

metr po wrzuceniu doń badanego ciała grubą warstwą waty, przez którą przechodziłby swobodnie termometr, służący do obserwowania temperatury.

Im prędzej nastąpi zrównanie temperatur ciała badanego i wody kalorymetru, tem mniejsze będą owe szkodliwe straty ciepła w otoczeniu; właśnie dla przyśpieszenia wymiany ciepła między ciałem badanem a wodą, bierzemy to ciało w postaci sproszkowanej.

Rys. 312.

Rys. 312 przedstawia naczynie, w którem wygodnie ogrzać można do temperatury wrzącej wody badane ciało; naczynie to ma podwójne ściany, między któremi mieści się wrząca woda — ciało trzymamy w środkowej części czas dłuższy, zamykając otwór specjalną przykrywą.

Tego samego naczynia kalorymetrycznego użyć możemy do mierzenia ciepła właściwego cieczy. Wlewamy M gr. cieczy badanej do tego naczynia; ogrzewamy jak wyżej m gr. jakiejś substancji stałej o znanem cieple właściwem c do temperatury kąpieli t_2^0. Wyznaczamy temperaturę początkową t_1^0 badanej cieczy w kalorymetrze, wrzucamy owe m gr. ciała stałego i wyznaczamy temperaturę końcową t^0 po zrównaniu się temperatur. Oznaczmy ciepło właściwe cieczy przez x. W takim razie mamy

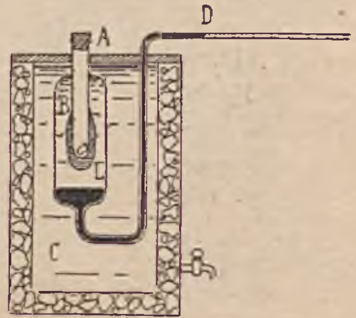
$$Mx\,(t - t_1) = mc\,(t_2 - t),$$

skąd

$$x = \frac{mc\,(t_2 - t)}{M\,(t - t_1)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Nie mamy ani możności, ani potrzeby zapoznawać się z najróżnorodniejszemi urządzeniami kalorymetrów, których liczba jest znaczna. Opiszemy tu jedynie kalorymetr Bunsena, który na szczególną uwagę zasługuje zarówno ze względu na prostą budowę, jak wysoką ścisłość dawanych wyników. Kalorymetr ten mamy przedstawiony na rys. 313. Próbówka szklana A wtopiona jest w szerszą rurę szklaną B, łączącą się u dołu z węższą rurką, zagiętą do góry, a następnie skierowaną poziomo (D). Szersza część przyrządu, otaczająca próbówkę, wypełniona jest szczelnie wodą dystylowaną, w dolnej zaś części mamy w niej rtęć, wypełniającą również rurkę D. Cały przyrząd zanurzamy w większem naczyniu z wodą, otoczoną tłuczonym lodem, tak że pozostaje odsłonięty jedynie otwór próbówki oraz pozioma rurka D — czynimy tak w celu doprowadzenia całego przyrządu do jednostajnej wszędzie temperatury 0^0.

Zapomocą odpowiedniego oziębienia próbówki (można umieścić w niej jaką mieszaninę oziębiającą, albo rozpylać nalany do niej eter — o sposobach oziębiania wogóle mówić będziemy niżej) zamrażamy część wody, mieszczącej się w naszym przyrządzie — tworzy się skorupa z lodu, otaczająca próbówkę, jak to widać na rysunku. Podczas krzepnięcia wody, jak wiemy, objętość jej wzrasta, co powoduje ciśnienie na rtęć i wtłaczanie jej do rurki *D*; z chwilą gdy ustanie tworzenie się lodu, słupek rtęci zatrzyma się w rurce *D* przy którejkolwiek podziałce skali milimetrowej, zrobionej na rurce: próbówkę wycieramy wewnątrz i zatykamy kawałkiem waty lub korkiem.



Rys. 313.

Ogrzejmy teraz bryłkę ciała o masie m i znanem cieple właściwem c w odpowiedniej kąpieli do określonej temperatury t i wrzućmy to ciało prędko do próbówki kalorymetru, zatykając otworek próbówki watą natychmiast po wrzuceniu. Zobaczymy, iż natychmiast słupek rtęci w *D* zaczyna się cofać, a po pewnym czasie zatrzymuje się na pewnej podziałce skali. Zjawisko to jest zrozumiałe. Wrzucone ciało oddaje ciepło, które lód pochłania, przez co się topi — topnieniu towarzyszy zmniejszanie się objętości, stąd cofanie się słupka rtęci. W chwili, gdy temperatura wrzuconego ciała staje się równa 0^0, ustaje dalsze oddawanie ciepła, a więc i owo cofanie się słupka rtęci. Jakkolwiek o zjawisku topnienia będziemy dopiero mówili niżej, wszakże czytelnik zgodzi się, jako z rzeczą poniekąd oczywistą, iż im więcej ciepła odda ciało wrzucone, tem więcej się stopi lodu, tem większy ruch wykona koniec słupka rtęci; a więc zgodzi się również z twierdzeniem, że, o ile założymy, iż przekrój rurki jest wszędzie jednakowy (co należy uprzednio sprawdzić, a nad czem się teraz nie zatrzymujemy), możemy uważać liczbę milimetrów, o którą słupek się cofa, za proporcjonalną do liczby kaloryj, które oddaje ciało, wrzucone do kalorymetru. Ta liczba kaloryj, zgodnie z tem, co już zostało wytłumaczone, jest znana; jeżeli liczba milimetrów, o którą cofnął się słupek rtęci, jest n, wówczas powiemy, iż cofnięcie się tego słupka o każdy milimetr świadczy o pobraniu przez

kalorymetr $\frac{m \cdot c \cdot t}{n}$ kaloryj . . . . (3)

Gdy teraz mamy oto w ten sposób wycechowany kalorymetr, możemy go użyć do zmierzenia nieznanego ciepła właściwego innego ciała; ważymy je, ogrzewamy w odpowiedniej kąpieli do określonej temperatury i wrzucamy do kalorymetru, jak wyżej, poczem notujemy, o ile milimetrów teraz cofa się rtęć w rurce *D*. Ta liczba milimetrów pozwala powiedzieć, ile kaloryj (p. wzór 3) oddało ciało, wrzucone do kalorymetru; z drugiej strony, jeżeli masa tego ciała jest m', początkowa temperatura t', nieznane zaś ciepło właściwe x, to liczba kaloryj oddanych jest $m'xt'$. Mamy więc wszystkie dane do znalezienia x. Jeżeli rurka D jest włoskowata, a zwykle tak się robi, nieznacznym ilościom stopionego lodu odpowiada znaczne względnie przesunięcie się słupka rtęci; przyrząd więc jest bardzo czuły. Poza tem masy ciał, użytych do badania, mogą a nawet muszą być małe (zależnie zresztą od przekroju rurki); stąd kalorymetr taki nadaje się do mierzenia ciepła właściwego takich ciał, któremi rozporządzamy w nieznacznych zaledwie ilościach. Jest to poza czułością jeszcze jedna poważna zaleta kalorymetru Bunsena.

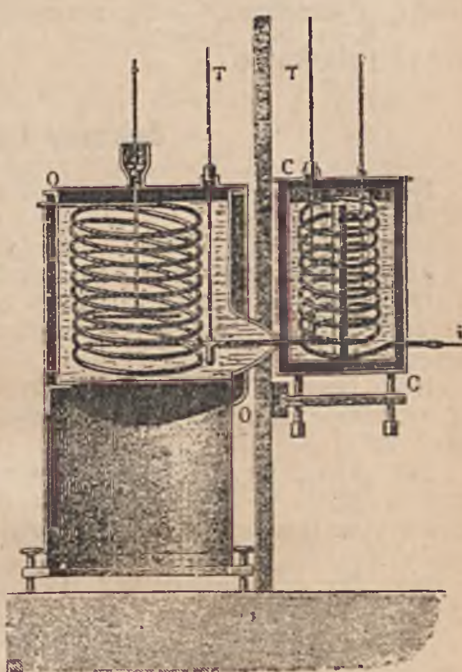
151. Ciepło właściwe gazów c_p i c_v.

W ust. 140 i 141 widzieliśmy, iż można ogrzewać gaz, pozostawiając przytem bez zmiany albo jego objętość, albo jego ciśnienie. W jednym i drugim razie jednostka masy danego gazu, ogrzewając się o 1^0 C., pochłania określoną ilość ciepła, co stanowi miarę ciepła właściwego gazu (i tu można mówić albo o przeciętnej wartości ciepła właściwego w pewnych szerszych granicach temperatury, albo — co będzie dokładniejsze — o wartości ciepła właściwego w pewnej określonej temperaturze). Okazuje się, iż ciepło właściwe każdego gazu pod stałem ciśnieniem jest większe, niż ciepło właściwe tegoż gazu w stałej objętości; jeżeli zatem pierwsze oznaczymy przez c_p, drugie zaś przez c_v, to będziemy mieli zawsze

$$c_p > c_v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Fakt ten daje się łatwo przewidzieć i uzasadnić, jak to wyjaśnimy niżej. Pomiar bezpośredni ciepła właściwego gazów w stałej objętości przedstawia bardzo wielkie trudności, które względnie niedawno udało się przezwyciężyć. Ogrzewanie np. gazu w zamkniętym balonie szklanym można uważać w przybliżeniu za ogrzewanie jego w stałej objętości, pojemność bowiem balonu przy ogrzewaniu zmienia się nieznacznie. Zdawałoby się, iż taki balon z gazem, ogrzany do pewnej określonej temperatury, umieścić można w odpowiednim kalorymetrze, a po zmierzeniu w sposób znany ilości oddanego przezeń ciepła wodzie kalorymetru obliczyć, ile z tego ciepła oddaje sam gaz, jeżeli się potrąci ciepło, oddane przez balon (masa balonu oraz ciepło, właściwe materjału, z którego jest zrobiony, muszą być znane). Pamiętajmy wszakże, iż masa zawartego w balonie gazu jest bardzo mała w porównaniu z masą balonu, jeżeli gaz nie jest bardzo zgęszczony (zgęszczenie przedstawia znów inne niewygody), że skutkiem tego zmiana cieplna, wywołana w wodzie kalorymetru przez gaz, stanowi mały ułamek zmiany, wywołanej przez balon. Im zaś mniejsza jest skala, w której występuje zjawisko, tem trudniej poddaje się ono pomiarowi, tem większy jest wpływ nieuniknionych błędów doświadczenia.

Bezporównania łatwiejszy jest pomiar ciepła właściwego gazu pod stałem ciśnieniem. Rys. 314 przedstawia przyrząd, który do tego służy. Gaz ze zbiornika wpływa do wężownicy, mieszczącej się w kąpieli *OO*, a stamtąd idzie przez wężownicę, mieszczącą się w kalorymetrze *CC*. Manometr (nie przedstawiony na rysunku) wskazuje, pod jakiem ciśnieniem gaz płynie; ciśnienie to można regulować i utrzymywać w stałej wartości. W kąpieli *OO* gaz przebywa w wężownicy tak długą drogę, iż możemy mieć pewność, że wypływa stamtąd, mając temperaturę tej kąpieli t_1^0. W kalorymetrze znów gaz oddaje ciepło wodzie i wypływa, mając temperaturę tej wody. Masę gazu, który przepływa najpierw przez kąpiel, a potem przez kalorymetr, znajdujemy, np. ważąc przed rozpoczęciem i po skończeniu doświadczenia zbiornik, z którego gaz czerpiemy. Wyznaczamy temperaturę kąpieli; wyznaczamy początkową i końcową temperaturę wody kalorymetru; ponieważ przytem i masa wody w kalorymetrze jest nam znana, mamy więc wszystkie dane do znalezienia wartości ciepła właściwego gazu pod tem ciśnieniem, które stale podczas doświadczenia wskazywał manometr (dla skrócenia nie mówimy tu o niezbędnych poprawkach).



Rys. 314.

Oto tablica wartości ciepła właściwego niektórych gazów pod stałem ciśnieniem (c_p) oraz stosunku $\frac{c_p}{c_v}$, o którego mierzeniu narazie nie mówimy:

	c_p	$\frac{c_p}{c_v}$
Bezwodnik węglowy $15^0 - 100^0$	0,202	1,31
Powietrze ($15^0 - 100^0$)	0,237	1,41
Azot ($0^0 - 200^0$)	0,244	1,41

Tlen (0° — 200°)	0,217	1,40
Wodór (20° — 100°)	3,409	1,40.

W tablicy tej uderzyć nas musi wyjątkowo wysoka wartość ciepła właściwego wodoru; po za tem nie może ujść naszej uwagi, iż stosunek $\frac{c_p}{c_v}$ dla różnych gazów posiada wartość mniej więcej jednakową.

Ćwiczenia i zadania.

181. Ile kaloryj pochłania 3 Kg. miedzi, ogrzewając się od 18° do 105°?

182. Ile ciepła udzielić należy 2 litrom wody, by ograć je od 15° do temperatury wrzenia pod ciśnieniem normalnem?

183. Jaką temperaturę mieć będzie mieszanina, utworzona z trzech litrów wody w temperaturze 42° z dwoma litrami wody w temperaturze 5°?

184. Ile zmieszać należy wody w temperaturze wrzenia z wodą w temperaturze 5°, by otrzymać 5 litrów wody w temperaturze 20°?

185. Do 2 Kg. wody w 30° wrzucamy 300 gr. miedzi, ogrzanych do 100°. W jakiej temperaturze będą te ciała, gdy się temperatury wyrównają (naczynia, zawierającego wodę, nie uwzględniamy)?

186. Naczynie miedziane, doskonale izolowane, posiada masę 72 gr. i zawiera 500 gr. wody w temperaturze 16°. Wrzucamy do wody kawałek miedzi o masie 68 gr., ogrzany do temperatury 100°. Jaka się ustali temperatura?

187. Naczynie prostego kalorymetru, jak na rys. 311, jest mosiężne i posiada masę 375 gr. Jaki jest równoważnik wodny tego kalorymetru?

188. W celu znalezienia równoważnika wodnego kalorymetru znajdujemy, że masa naczynia kalorymetrycznego jest 58,5 gr.; masa kalorymetru, wypełnionego wodą, jest 308,25 gr.; początkowa temperatura wody 12°, po wlaniu pewnej ilości wrzącej wody ustala się temperatura 15°,4, masa zaś kalorymetru wraz z tą nową zawartością wody wynosi 318,6 gr. Jaki jest szukany równoważnik?

189. 200 gr. miedzi w temperaturze 100° wrzucamy do 100 gr. alkoholu w temperaturze 8°, mieszczącego się w kalorymetrze miedzianym, którego masa jest 25 gr. Temperatura alkoholu podnosi się do 28°,5. Znaleźć ciepło właściwe alkoholu?

190. Do 100 gr. wody w temperaturze 10° zaczynamy stopniowo dolewać wodę w 100°. Przedstawić zapomocą wykresu temperaturę mieszaniny jako funkcję ilości dolanej gorącej wody?

191. W celu wyznaczenia temperatury pieca ogrzano w nim kulę platynową o masie 100 gr. i wrzucono ją do 500 gr. wody

w tem. 12^0, zawartej w miedzianym kalorymetrze o masie 117 gr. Temperatura wody podniosła się do $19^0,2$. Jaka jest temperatura pieca, jeżeli ciepło właściwe platyny $= 0{,}032 \frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}$?

192. Ile ciepła potrzeba, by ogrzać od $8^0,4$ do 12^0 powietrze w pokoju o wymiarach 7 m. $\times$ 5 m. $\times$ 4 m. (p. tabl. na str. 18); ciśnienie barometryczne mierzy się słupem rtęci 743 mm.?

fazy — stany skupienia

Rozdział IV. O zmianie faz.

152. Pojęcie o fazach.

Wodę nazywamy cieczą, jako z cieczą bowiem przeważnie zapoznajemy się z nią w życiu codziennem. Wiemy wszakże, iż można ją również nazywać ciałem stałem, gdy występuje w postaci lodu, a także ciałem gazowem, o ile mamy na myśli parę wodną. Powiadamy tedy, iż woda występuje w trzech *fazach*: stałej, ciekłej i gazowej. Bywa, iż wszystkie te trzy fazy istnieją równocześnie; np. w zimie, gdy zbiorniki wody bieżącej lub stojącej są zamarznięte, mamy w nich wodę w dwu fazach stałej i ciekłej, ponad niemi zaś w powietrzu zawarta jest zawsze w pewnej ilości para wodna, a więc mamy trzecią jej fazę — gazową. Udzielanie lub odbieranie wodzie ciepła warunkuje zmiany faz: przez ogrzewanie lodu topimy go na wodę, przez ogrzewanie wody zmieniamy ją na parę wodną; przeciwnie przez oziębianie pary skraplamy ją, a przez dalsze oziębianie otrzymujemy z niej lód. Bardzo wiele innych ciał występuje w tych samych fazach; parafina, wosk, naftalina, metale i t. d., które w potocznej mowie nazywamy ciałami stałemi, dają się topić, t. j. występują w fazie ciekłej, a także parują, t. j. przechodzą w fazę gazową. Zazwyczaj się myśli, iż faza ciekła jest niezbędnym etapem pośrednim pomiędzy fazą stałą a gazową. Nie jest to jednak słuszne, znamy bowiem dobrze bezpośrednie zmiany fazy stałej na gazową (i odwrotnie). Zjawisko tego rodzaju nosi nazwę *sublimacji* (bowiem między innemi ciałami własność tę wykazuje sublimat); sublimuje również lód — para wodna tworzy się bezpośrednio z lodu bez uprzedniego jego topnienia. Bardzo łatwo zaobserwować zjawisko sublimacji w następujący sposób. W długiej probówce szklanej umieszczamy nieco naftaliny i zanurzamy dolny koniec probówki w wodzie o temperaturze około 40° C., trzymając probówkę nieco pochyło, by górny jej koniec pozostawał wychylony na bok i w ten sposób nie ulegał ogrzewaniu przez ciepły prąd powietrza, unoszący się nad wodą. Po kilku minutach spostrzegamy na ścianach probówki w górnej jej części piękne kryształki, które występują w coraz to większej ilości w miarę trwania doświadczenia — to właśnie naftalina przechodzi podczas ogrzewania bezpośrednio z fazy stałej w gazową, w zetknięciu się zaś z chłodną ścianą górnej części rurki, odwrotnie, z fazy gazowej w stałą (próbówkę zatykamy przytem kawałkiem waty, by zapobiec uchodzeniu z niej pary naftaliny).

Gdy mamy w naczyniu roztwór nasycony jakiejkolwiek soli np. wodny roztwór soli kuchennej, na dnie pewną ilość soli nierozpuszczonej, nad roztworem zaś zawsze pewną ilość pary — powiadamy, iż dane w tym razie dwie substancje (woda i sól) występują w 3-ch fazach: sól nierozpuszczona, roztwór i para. Podobnie więc jak w wyżej przytoczonym przykładzie, rozróżnialiśmy pewne jednorodne części niejednorodnego układu (lód, wodę, parę), tak tu również wyodrębniamy jednorodne części niejednorodnego układu; części te graniczą ze sobą, dają się zarówno w myśli, jak doświadczalnie oddzielić środkami mechanicznemi — każdą taką jednorodną część oznaczamy mianem *fazy.*

153. Topnienie; temperatura topnienia.

Kawał lodu, leżący w zimie na dworze, gdy temperatura otaczającego powietrza wynosi np. — 10^0 C., posiada, oczywiście, tę samą temperaturę — 10^0 C. Wniesiony do pokoju ogrzewa się, temperatura jego wzrasta najpierw w warstwie powierzchniowej potem głębiej, lecz, gdy się podniesie do 0^0, przestaje dalej wzrastać, jednocześnie zaś w tej właśnie temperaturze 0^0 lód się topi. Łatwo to zaobserwować, rozporządzając termometrem i umieszczając ów kawał lodu w naczyniu, w któremby pozostawała tworząca się z lodu woda (chcąc otrzymać kawał lodu w temperaturze niższej od 0^0, nie krępując się taką czy inną temperaturą powietrza na dworze, możemy to osiągnąć przez umieszczenie tego kawałka lodu na czas pewien w mieszaninie mrożącej, o której mowa w ust. 164). Dopóki w tworzącej się z lodu wodzie pozostaje jeszcze niestopiony lód, temperatura tej mieszaniny zachowuje niezmienną wartość 0^0 i dopiero, gdy lód się całkowicie stopi, temperatura wody zacznie się podnosić. Niezbędnego do tych zmian ciepła dostarcza bezpośrednie otoczenie naczynia, w którem umieściliśmy lód: stół, na którem stoi, powietrze dookoła, a i samo naczynie również, zanim temperatura jego nie zrówna się z temperaturą zawartego w niem ciała.

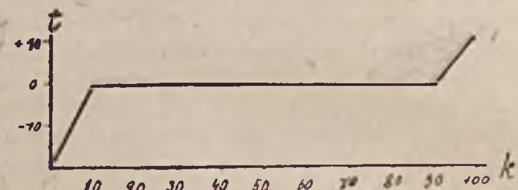
Zmiany temperatury, jakie zachodzą w powyższem zjawisku, najlepiej przedstawić wykreślnie. Rys. 315 daje nam odpowiedni wykres: na osi odciętych odmierzone tu są ilości dostarczonego lodowi ciepła; w kierunku osi rzędnych odmierzamy wartości temperatur. Na wykresie zaznacza się dobitnie owa niezmienność przez czas pewien temperatury, stanowiącej właśnie w danym razie temperaturę topnienia lodu.

Umieśćmy w szerszej próbówce nieco drobno utłuczonego tiosiarczanu sodowego (tak zwanego utrwalacza fotograficznego); wstawmy doń termometr i zanurzmy w kąpieli z wody wrzącej.

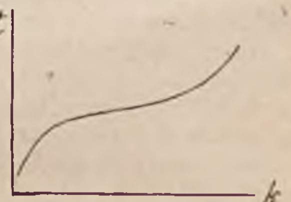
Odczytując termometr, stwierdzimy najpierw nieustanny wzrost temperatury; następnie w 48° C. temperatura przestanie wzrastać, a jednocześnie zauważymy, że ciało obserwowane przechodzi stopniowo z fazy stałej w ciekłą; wreszcie, gdy tiosiarczan całkowicie się stopi, termometr wykaże dalszy wzrost temperatury ciekłego już tiosiarczanu. Przedstawmy znowu zmiany temperatury graficznie, a otrzymamy wykres, podobny do wykresu na rys. 315; krzywa przy 48° staje się odcinkiem prostej, równoległej do osi odciętych. Jak dla lodu 0°, tak dla tiosiarczanu sodowego 48° C. jest temperaturą topnienia.

Zróbmy podobne doświadczenie z siarką, używając zamiast kąpieli wodnej kąpieli z oleju parafinowego, której temperaturę przy pomocy uregulowanego płomyka podtrzymywać będziemy mniej więcej w 140° C.; otrzymamy wykres, którego odcinek prosty, równoległy do osi odciętych, odpowiada temperaturze 115° C. — temperaturze topnienia siarki.

Próbując w podobny sposób wyznaczyć temperaturę topnienia wosku (w kąpieli z wody wrzącej), przekonywamy się, iż dla ciała tego nie zaznacza się ona tak wyraźnie, jak dla ciał wyżej rozpatrzonych: wykres temperatury (rys. 316) nie zawiera odcinka, równoległego do osi odciętych; w przegięciu krzywej dopatrywać się możemy śladu tego odcinka, uważając, iż odpowiednia rzędna przedstawia właśnie temperaturę topnienia. Z drugiej strony



Rys. 315.



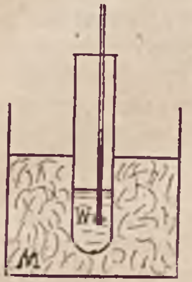
Rys. 316.

wiemy, iż topnienie wosku odbywa się inaczej, niż np. lodu — wosk mięknie stopniowo, przejście jego w ciecz pozbawione jest tej kontrastowości, jaka cechuje topnienie lodu.

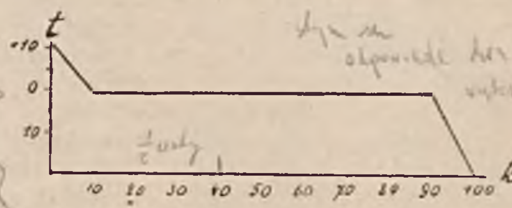
Różne substancje mają albo tak wyraźnie zaznaczoną temperaturę topnienia, jak lód, tiosiarczan sodowy, a zatem wykresy ich temperatur przy tym procesie są tego typu, co na rys. 315, albo temperatura ta nie jest wyraźnie zaznaczona, a zatem odpowiednie wykresy temperatur są tego typu, co na rys. 316. Pierwsze z tych ciał są to ciała *krystaliczne*.

154. Krzepnięcie; temperatura krzepnięcia.

Dostatecznie szeroką próbówkę z wodą (rys. 317) o temperaturze pokojowoj ze wstawionym do wody termometrem umieszczamy w mieszaninie mrożącej (lód tłuczony z solą). Mieszając wciąż wodę termometrem, odczytujemy co parę minut temperaturę. Z początku ona spada, jednak w 0° spadanie to ustaje, w wodzie zaś ukazują się kryształki lodu — woda stopniowo krzepnie. Dajmy krzepnącej wodzie unieruchomić wstawiony do niej termometr i nie przerywajmy odczytywania temperatur. Okazuje



Rys. 317.



Rys. 318.

się, że po całkowitem skrzepnięciu wody temperatura otrzymanej bryły lodowej spada dalej poniżej 0°. Narysujmy wykres zmian temperatury (rys. 318). Widzimy w nim jakgdyby wykres z rys. 315 nawspak; tak jak tam część wykresu, równoległa do osi odciętych, odległością swą od niej daje nam temperaturę topnienia, tak tu taka sama część wykresu daje nam temperaturę krzepnięcia tej samej substancji. Temperatura przytem topnienia i krzepnięcia jest jedna i ta sama (0°) *).

Robiąc podobne doświadczenie z innemi substancjami, przyczem każdą z tych substancyj w fazie ciekłej umieścić należy w ośrodku o temperaturze odpowiednio niskiej (niższej od temperatury krzepnięcia), przekonywamy się, iż dla tego procesu wykresy są jakgdyby odwróceniem wykresów dla topnienia, a temperatury krzepnięcia są zawsze te same, co temperatury topnienia; wyraźnie się to zaznacza dla ciał krystalicznych, których wykresy posiadają charakterystyczny odcinek prostej, równoległy do osi odciętych.

W pewnych razach ciecz daje się oziębić poniżej temperatury krzepnięcia, a krzepnięcie wbrew oczekiwaniu nie następuje; takie *przechłodzenie* cieczy można przeważnie zaobserwować, wtedy tylko, gdy jest ona bardzo czysta, nie zawiera obcych domieszek, przytem nie ulega wstrząsaniu podczas oziębiania. Np. oziębiając ostrożnie wodę dystylowaną, można temperaturę jej obniżyć do — 10° C., a woda nie skrzepnie; wystarczy jednak wstrząsnąć wtedy ciecz lub wrzucić do niej kryształek lodu, a prędko pocznie krzepnąć, przyczem temperatura jej podniesie

*) Doświadczenie to ma na celu zapoznać czytelnika z charakterystycznemi cechami procesu krzepnięcia, nie zaś wyznaczyć temperaturę krzepnięcia wody, wzgl. topnienia lodu — ustalając skalę termometryczną, umówiliśmy się nazywać tę temperaturę 0° i odpowiednio znaczymy termometry.

się do 0°. Wyjątkowo łatwo daje się obserwować zjawisko przechłodzenia w tiosiarczanie sodowym; po stopieniu w próbówce pewnej ilości tiosiarczanu przez zanurzenie próbówki w gorącej (wyżej 50° C.) wodzie, pozwalamy ostygnąć ciekłemu tiosiarczanowi do temperatury pokojowej, a bynajmniej on przytem nie skrzepnie — możemy nawet dość mocno potrząsać próbówką. Jeżeli jednak wrzucimy wtedy do ciekłego tiosiarczanu kryształek tej substancji, ciecz zacznie prędko krzepnąć dokoła tego kryształka, jak dokoła ogniska i w krótkim czasie skrzepnie w całej swej masie, przyczem temperatura jej podniesie się do 48° C. (to podniesienie się temperatury wyczuwamy natychmiast ręką, w której trzymamy próbówkę).

Przy wyznaczaniu temperatury krzepnięcia różnych substancyj zwracać należy uwagę na to, by nie otrzymać zjawiska przechłodzenia; pamiętajmy wszakże, iż żadna substancja w fazie ciekłej nie może być przechłodzona, jeżeli znajduje się w niej choć odrobina tej samej substancji w fazie stałej. Wyznaczając np. obniżanie się temperatury ciekłego tiosiarczanu sodowego, moglibyśmy błędnie wnosić, iż temperatura jego krzepnięcia jest niższa od temperatury pokojowej; jeżeli jednak podczas stygnięcia ciekłego tiosiarczanu wrzucać doń będziemy kryształki stałego tiosiarczanu, krzepnięcie rozpocznie się bez wszelkiego opóźnienia i termometr wskaże nam dokładnie szukaną temperaturę.

155. Zależność topnienia i krzepnięcia od ciśnienia.

Mówiąc wyżej o zjawiskach topnienia i krzepnięcia, zakładaliśmy w milczeniu, iż zachodzą one pod zwykłem ciśnieniem atmosferycznem i że nieznaczne wahania tego ciśnienia nie wywołują dostrzegalnych różnic. Że jednak zjawiska te zależą od ciśnienia, łatwo to uzasadnić, a także stwierdzić doświadczalnie.

Większość ciał zmniejsza się w objętości podczas krzepnięcia, niektóre jednak ciała zwiększają przytem swą objętość — do tych ostatnich, należy, jak wiemy, woda. Ponieważ zwiększenie ciśnienia zewnętrznego ma jako bezpośredni skutek zmniejszenie objętości ciała, przeto jest rzeczą oczywistą, iż dla pierwszych ciał zwiększenie ciśnienia, że tak powiemy, sprzyja krzepnięciu, dla drugich zaś odwrotnie sprzyja topnieniu. Dla stopienia więc któregokolwiek z ciał pierwszej kategorji pod zwiększonem ciśnieniem, trzeba je ogrzać do wyższej temperatury, niż to potrzebne jest przy ciśnieniu normalnem; natomiast topnienie któregoś z ciał drugiej kategorji pod zwiększonem ciśnieniem zachodzi w niższej temperaturze, niż pod ciśnieniem normalnem. Doświadczenie potwierdza takie przewidywanie w zupełności; wyjaśnia to następująca tablica:

ciśnienie	1 Atm.	500 Atm.	1000 Atm.	2000 Atm.
lód	0°	—4°	—8,5°	—19°
siarka	120°	130°	143°	166°.

Na podstawie danych tej tablicy rozumiemy, iż wahania ciśnienia atmosferycznego, jako bardzo nieznaczne, nie mogą warunkować zmian dostrzegalnych w temperaturze topnienia ciał.

Wpływ ciśnienia na topnienie lodu wykazać można przy pomocy bardzo prostego doświadczenia, wyobrażonego na rys. 319. Przez podpartą na dwu końcach bryłę lodową przerzucamy drut, obciążony znacznym ciężarem np. odważnikami o masie kilku Kg. Drut ten wrzyna się coraz głębiej w lód, wreszcie przechodzi przezeń nawylot, pozostawiając wyraźny ślad rozcięcia bryły, pomimo iż na całem tem przecięciu bryła pozostaje spojoną. Pod ciśnieniem drutu lód się topi, przez co drut wchodzi w bryłę coraz głębiej; ponad drutem powstała woda w szparze krzepnie znowu — w ten sposób właśnie odbywa się rozcinanie bryły wraz z towarzyszącem mu spajaniem.

Rys. 319.

W ust. 89 mówiliśmy o lodowcach; rola ciśnienia w zjawisku *spływania* lodowców jest oczywista.

Rozumiemy też, dlaczego jest tak łatwe poruszanie się łyżwiarza na lodzie, sani na śniegu — powstająca skutkiem ciśnienia warstewka wody między łyżwą a taflą lodową, między płozami sani a śniegiem, zmniejsza znakomicie tarcie.

156. Ciepło topnienia.

Udzielanie ciepła ciału krystalicznemu, znajdującemu się w fazie stałej, warunkuje przyrost temperatury; zależność tych zmian temperatury od dopływu ciepła znana jest nam, jeżeli znana jest jego masa oraz ciepło właściwe. Gdy jednak temperatura, wzrastając, dosięga tej wartości, którą nazwaliśmy temperaturą topnienia, nie podnosi się dalej, pomimo iż ogrzewamy ciało — tutaj skutkiem udzielania ciału ciepła jest nie wzrost temperatury, lecz zmiana fazy stałej na ciekłą; ciało się topi. Dopiero gdy się stopi całkowicie, dalsze doprowadzanie ciepła warunkuje znowu przyrost temperatury, który dokładnie przewidzieć możemy, znając masę ciała oraz jego ciepło właściwe w fazie ciekłej.

Podczas topnienia zatem ciało pochłania pewną ilość ciepła; możemy powiedzieć, iż kosztem tego ciepła topnienie się odbywa. Ilość tego ciepła, pochłoniętego na topnienie, jest, oczywiście, tem większa, im większa jest masa ciała, poza tem zależeć musi od indywidualnych własności substancji.

By wywołać skrzepnięcie, t. j. przejście ciała z jego fazy ciekłej w stałą, oziębiamy ciało, odbieramy mu ciepło. Rozumiemy przytem, że, jeżeli dana masa podczas topnienia pochłania tyle a tyle kaloryj, to podczas krzepnięcia przy niezmiennych pozostałych warunkach fizycznych, oddaje tyleż kaloryj.

Stosunek liczby kaloryj, pochłoniętych przez ciało podczas topnienia, do masy ciała $\left(\frac{q}{m}\right)$ *nazywamy ciepłem topnienia;* liczbowo ten stosunek wyraża, ile kaloryj pochłania 1 gr. danej substancji podczas topnienia, względnie oddaje podczas krzepnięcia.

Znajdźmy ciepło topnienia lodu. Do kalorymetru, którego woda posiada masę M gr. i temperaturę t^0, wrzucamy kawałek lub kilka kawałków lodu, osuszonych bibułką przed samem wrzuceniem; temperatura tego lodu jest, oczywiście, 0^0, o ile czas pewien pozostawał on w pokoju i topniał na powierzchni. Mieszając wciąż wodę termometrem, odczytujemy na nim stopniowo coraz niższą temperaturę i notujemy najniższą temperaturę $t_1{}^0$, otrzymaną, gdy lód się całkowicie stopi. Ważenie kalorymetru przed wrzuceniem doń lodu oraz po stopieniu się jego, gdyśmy już zanotowali sobie temperaturę $t_1{}^0$, pozwala znaleźć masę m gr. wrzuconego lodu. Oznaczając przez x nieznane ciepło topnienia lodu, rozumujemy w następujący sposób: woda kalorymetru, oziębiając się od t^0 do $t_1{}^0$, traci $M(t-t_1)$ kaloryj; m gr. lodu, topniejąc, pochłania mx kaloryj; otrzymane z lodu m gr. wody ogrzewa się dalej od 0^0 do $t_1{}^0$, t. j. pochłania mt_1 kaloryj; przyjmując, iż ciepło, utracone przez wodę kalorymetru, pochłonięte jest całkowicie przez topniejący lód oraz powstałą z niego wodę, piszemy

$$M(t-t_1)=mx+mt_1,$$

skąd

$$x=\frac{M(t-t_1)-mt_1}{m} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Niech np. $M=500$ gr., $t=15^0$C.; $m=24$ gr., $t_1=10{,}7^0$; podstawiając do wzoru (1), mamy

$$x=\frac{500\,.\,4{,}3-24\,.\,10{,}7}{24}\,\frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}=79\,\frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}.$$

Na takiem samem rozumowaniu opiera się wyznaczanie ciepła topnienia innych ciał.

Oto tablica temperatur topnienia (pod normalnem ciśnieniem) oraz ciepła topnienia niektórych ciał (oczywiście, nie dla wszystkich wyznaczenia te są jednakowo łatwe i dają się otrzymać podanemi prostemi sposobami):

	Temp. topn.	Ciepło topn.		Temp. topn.	Ciepło topn.
Wodór	— 259		Ołów	327	5,6
Azot	— 210,5		Srebro	960	25
Alkohol	— 130,5		Złoto	1064	
Rtęć	— 38,8	2,77	Miedź	1083	
Lód	0^0	79,2	Żelazo	1505	
Wosk	69	42	Platyna	1750	
Cyna	232	14.6	Iryd	2360.	

Jak widzimy, ciepło topnienia lodu jest względnie bardzo znaczne; stopienie więc znacznych ilości lodu wymaga wielkich ilości ciepła; tłumaczy to nam wpływ klimatyczny śniegów i lodów.

punkt topliwości

157. Parowanie. Wrzenie.

Znamy dobrze zjawisko *wysychania* cieczy — woda, rozlana na stole, wysycha; ciecze w otwartych naczyniach zmniejszają się wciąż w swej ilości; owo wysychanie cieczy jest jej parowaniem, zmianą fazy ciekłej na gazową. W ust. 152 wskazaliśmy na to, że i ciała stałe parują (zjawisko sublimacji). Prawdopodobnie we wszelkiej temperaturze parują wszystkie ciała stałe i ciekłe; parowanie to zachodzi *na powierzchni ciała*.

W pewnych warunkach ciecz paruje nie tylko na powierzchni, ale w całej swej masie: tworzą się pęcherzyki pary *wewnątrz cieczy* i wydostają się z niej ponad powierzchnię. Ten szczególny rodzaj parowania o burzliwym charakterze nazywa się *wrzeniem cieczy*.

Pęcherzyki pary, wydostające się podczas wrzenia cieczy z jej wnętrza ponad powierzchnię, muszą przytem, oczywiście, pokonywać ciśnienie zewnętrzne, pod którem ciecz pozostaje, a które w zwykłych warunkach jest ciśnieniem atmosferycznem. Jest rzeczą tedy jasną, iż zjawisko wrzenia zależeć powinno od ciśnienia zewnętrznego.

158. Temperatura wrzenia.

Przypuśćmy, iż ciśnienie atmosferyczne jest normalne, t. j. wysokość słupa barometrycznego, zredukowana do 0^0, jest 76 cm. Jeżeli wodę o pokojowej temperaturze postawimy w zlewce nad palnikiem i w równych odstępach czasu wyznaczać będziemy jej temperaturę, stwierdzimy, iż temperatura ta podnosi się tylko dopóty, dopóki nie rozpocznie się wrzenie; podczas wrzenia temperatura zachowywać będzie niezmiennie wartość 100^0 (czytelnik pamięta, że właśnie, opierając się na tym fakcie stałości temperatury wrzenia pod niezmiennem ciśnieniem, oparliśmy wybór punktu 100° termometru). Rysując wykres temperatury w zależności od ilości dostarczonego ciepła, jak to robiliśmy wyżej, rozważając zjawisko topnienia (por. rys. 315), i tu znajdujemy w wykresie odcinek prostej, przebiegający równolegle do osi odciętych, a odpowiadający stałej w danych warunkach temperaturze wrzenia, jak tam odpowiadał temperaturze topnienia*).

Zanurzmy w wodzie wrzącej próbówkę z alkoholem i wyznaczajmy znowu przy pomocy termometru zmiany temperatury alkoholu; przekonamy się, iż temperatura będzie wzrastać do 78°,3, na tej zaś wartości się zatrzyma; jednocześnie zaś w tej temperaturze rozpocznie się i trwać będzie wrzenie alkoholu.

Podobne doświadczenie z eterem wykaże, że temperatura wrzenia eteru jest 34°,9 i t. d.

159. Zależność temperatury wrzenia od ciśnienia.

W ust. 157 zwróciliśmy już uwagę na to, że zjawisko wrzenia musi pozostawać w zależności od ciśnienia zewnętrznego. Zgóry możemy przewidzieć, jaka jest ta zależność. Im ciśnienie zewnętrzne jest mniejsze, tem mniejszy opór stawia ono wydostawaniu się pary z wewnętrznych części cieczy nazewnątrz: zwiększenie natomiast ciśnienia zewnętrznego utrudnia to wydostawanie się pary. Dlatego to, by otrzymać wrzenie pod zwiększonem ciśnieniem, ogrzać należy ciecz do temperatury wyższej niż ta, w której ciecz wre pod ciśnieniem normalnem Przeciwnie, pod ciśnieniem mniejszem od normalnego, temperatura wrzenia cieczy jest niższa**).

Umieśćmy pod kloszem pompy powietrznej zlewkę z wodą o temperaturze pokojowej; gdy ciśnienie pod kloszem zmniejszymy dostatecznie, woda w zlewce pocznie wrzeć, mając temperaturę zaledwie kilkunastu stopni. Jeszcze łatwiej doświadczenie to pójdzie z cieczą, mającą niższą, niż woda temperaturę wrzenia.

A oto jeszcze prostsze doświadczenie: zagotowujemy wodę w kolbce i po paru minutach jej wrzenia, gdy przypuszczać już

---

*) Dalszy ciąg wykresu, wyobrażający ponownie przyrost temperatury, otrzymalibyśmy, ogrzewając dalej parę, w którą zmienia się woda podczas wrzenia.

**) Czasem obserwuje się zjawisko t. zw. *przegrzania* się cieczy; np. woda dystylowana lub poprostu przegotowana może być ogrzana ostrożnie do temperatury wyższej, niż temperatura wrzenia, a zjawisko wrzenia nie następuje; wystarczy jednak wstrząśnienia albo wrzucenia do cieczy ciała obcego, a woda zagotowuje się gwałtownie, przyczem temperatura jej spada do wartości normalnej dla wrzenia. Takie przegrzanie wody bywa niebezpieczne dla kotłów parowych — wielka ilość pary, tworzącej się w chwili opóźnionego a gwałtownego zagotowania się wody, może rozsadzić kocioł.

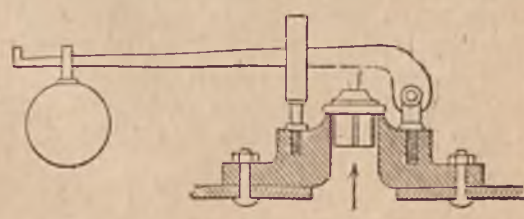
możemy, że nad powierzchnią wody w kolbie jest tylko para wodna, powietrze zaś zostało przez wydobywającą się wciąż parę wypędzone, zakorkowujemy kolbę, usuwając ją jednocześnie z ponad palnika (by się nie sparzyć, owijamy szyjkę kolby ręcznikiem lub watą). Odwróćmy teraz kolbkę tak, jak to przedstawiono na rys. 320, a spostrzeżemy, iż wrzenie nie ustaje, pomimo że wody dalej nie ogrzewamy; co ciekawsze, wrzenie odbywa się gwałtowniej, gdy kolbę polejemy chłodną wodą lub dotkniemy jej umoczoną w zimnej wodzie watą lub ręcznikiem. Para wodna nad powierzchnią wody w kolbie skrapla się, przy oziębianiu robi się jej tam mniej, a więc ciśnienie się zmniejsza; wrzenie wody odbywa się pod tem zmniejszonem ciśnieniem w temperaturze niższej od 100°.

Rys. 320.

Odpowiednio temperatura wrzenia wody jest wyższa pod ciśnieniem większem, niż normalne ciśnienie atmosferyczne.

Na górach, skutkiem mniejszego ciśnienia, temperatura wrzenia wody jest niższa od 100°. Z temperatury tej można wnosić o wysokości miejsca obserwacji ponad poziomem morza; na tem polega jeden ze sposobów mierzenia wysokości gór. Na wysokich górach nie można ugotować ro-

Rys. 321.



Rys. 322.

sołu, zaparzyć herbaty, wrząca bowiem tam woda posiada zbyt niską do tego temperaturę. Z drugiej strony, czasem, np. dla wydobycia części pożywnych z mięsa podczas przygotowywania buljonu, potrzeba mieć wodę o wyższej temperaturze, niż 100°;

dlatego proces ten odbywa się w zamkniętych kotłach, gdzie woda wre pod ciśnieniem zwiększonem. Rys. 321 przedstawia używany w podobnych razach kocioł Papina, zaopatrzony w manometr i termometr; w hermetycznej przykrywie widzimy (z lewej strony) t. zw. klapę bezpieczeństwa — o ile ciśnienie gromadzącej się wciąż przy wrzeniu pary wzrasta ponad pewną normę, para otwiera przytrzymywaną przez dźwignię (czasem sprężynę) zatyczkę i uchodzi nazewnątrz—oddzielne urządzenie tego szczegółu przedstawia rys. 322.

W machinach parowych, o których mowa będzie niżej, woda wre również pod ciśnieniem większem od atmosferycznego.

W następującej tablicy podane są temperatury wrzenia wody pod różnemi ciśnieniami.

pod ciśnieniem normalnem 100°

ciśnienie zwiększone			ciśnienie zmniejszone		
2	Atm.	120°,6	525	mm.	90°
5	„	152°,2	92	„	50°
10	„	180°,3	31,5	„	30°
15,3	„	200°	9,1	„	10°
57,1	„	270°	4,6	„	0°.
102	„	310°			

Jak widzimy, zależność od ciśnienia jest tu bezporównania większa, niż przy zjawisku topnienia; dlatego to przy określaniu temperatury 0° (ust. 130) nie wspominaliśmy nic o ciśnieniu, podkreśliliśmy je natomiast, mówiąc o 100°.

160. Ciepło parowania.

Ogrzewanie pod stałem ciśnieniem wody, posiadającej temperaturę wrzenia, jak widzieliśmy, nie wpływa wcale na zmianę temperatury, podtrzymuje natomiast tylko wrzenie; pochłanianie zatem przez wodę ciepła tutaj ma jako jedyny skutek parowanie. To samo, cośmy wyjaśnili na przykładzie z wodą, da się powiedzieć o wszystkich innych cieczach.

Stosunek ilości ciepła, pochłoniętego przez ciecz podczas jej przejścia w fazę gazową, do masy cieczy $\left(\frac{q}{m}\right)$ nazywa się *ciepłem parowania* w danej temperaturze pod danem ciśnieniem. Liczbowo ciepło parowania wskazuje, ile kaloryj pochłania 1 gr. cieczy, przechodząc w parę w danej temperaturze pod danem ciśnieniem.

Odwrotnie, biorąc parę cieczy w danej temperaturze i pod danem ciśnieniem, np. parę wodną w 100° pod normalnem ciśnieniem atmosferycznem, i oziębiając ją, t. j. odbierając jej ciepło, skroplimy ją. Ilość ciepła, którą przytem 1 gr. pary oddaje, zmieniając się na 1 gr. cieczy w tej samej temperaturze, jest ta sama, jaką 1 gram cieczy pochłania przy zmianie wręcz odwrotnej, którą tylko co rozpatrywaliśmy.

Aby znaleźć w przybliżeniu wartość ciepła parowania wody w 100^0 (pod normalnem ciśnieniem) możemy zrobić następujące proste doświadczenie, które tłumaczy rys. 323. Zagotowujemy wodę w kolbie *a* i czas pewien podtrzymujemy to wrzenie, by para, uchodząc przez rurkę *b*, ogrzała ją do temperatury, którą sama posiada, t. j. do 100^0C*). Wtedy, nie przerywając wrzenia podstawiamy pod koniec rurki *b* słój szklany *c* z wodą, by z zanurzonego końca rurki para wchodziła do wody i tam się skraplała, oddając swe „ciepło parowania" (słój osłaniamy ekranem, nie zaznaczonym na rys., przed bezpośredniem działaniem palnika i kolby z wrzącą wodą). Wiemy, iż w chwili rozpoczęcia doświadczenia w słoju było np M gr. wody w temperaturze t^0; niech po kilku minutach, gdy przerywamy połączenie rurki *b* ze słojem, temperatura wody jego wynosi t_1^0; ważenie zaś słoja przed i po doświadczeniu wykazuje, iż przybyło w nim m gr. wody, t. j. m gr. pary skropliło się i oziębiło do temperatury t_1^0. Oznaczając nieznane ciepło parowania wody w danej temperaturze przez x, rozumujemy w następujący sposób: m gr. pary w 100^0, skraplając się na m gr. wody w 100^0, oddaje mx kaloryj; m gr. wody, oziębiając się od 100^0 do temperatury końcowej t_1^0, oddaje $m\,(100-t_1)$ kaloryj, razem więc owe m gr. pary, skraplając się i stygnąc następnie do t_1^0, oddaje $\{mx + m\,(100-t_1)\}$ kaloryj, które to ciepło pochłania woda w słoju; ponieważ M gr. wody, ogrzewając się od t^0 do t_1^0, pochłania $M(t_1-t)$ kaloryj, przeto

Rys. 323.

$$mx + m\,(100 - t_1) = M\,(t_1 - t),$$

skąd

$$x = \frac{M\,(t_1 - t) - m\,(100 - t_1)}{m} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

*) Z początku zetknięcie pary z chłodną rurką warunkuje skroplenie pary — ściany rurki szklanej mętnieją, pokrywając się kropelkami wody; potem w miarę ogrzewania rurki zmętnienie to znika.

Przypuśćmy np., iż $M = 500$ gr., $m = 3{,}2$ gr., $t = 15^0$, $t_1 = 19^0$; podstawiając otrzymamy

$$x = 544 \frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}.$$

W rzeczywistości przy dokładnym pomiarze otrzymujemy na tę wartość 539.

W następującej tablicy podane są temperatury wrzenia pod normalnem ciśnieniem, oraz odpowiednie wartości ciepła parowania kilku różnych ciał.

	Temp. wrzenia pod norm. ciśn.	Ciepło parowania
Wodór	— $252^0{,}8$	62 $\frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}$
Azot	— $195^0{,}7$	48 „
Tlen	— $182^0{,}9$	51 „
Eter etylowy	+ $34^0{,}87$	90 „
Dwusiarczek węgla	+ 46^0	85 „
Alkohol etylowy	+ $78^0{,}26$	205 „
Woda	100^0	539 „
Rtęć	$357^0{,}25$	62 „

Godną uwagi jest tu wysoka względnie wartość ciepła parowania wody; na tej własności wody oparte jest ogrzewanie parowe — para wodna, skraplając się w rurach, oddaje przez ściany tych rur otaczającemu powietrzu znaczne ilości ciepła. Czy istotnie nie jest dla nas znakomite, że tę wysoką wartość ciepła parowania posiada właśnie ciało, tak rozpowszechnione i tak dla nas dostępne?

Obserwując zjawisko wrzenia pod innemi ciśnieniami, niż normalne i mierząc odpowiednie wartości ciepła parowania, przekonywamy się, że ciśnieniom mniejszym, a więc niższym temperaturom parowania, odpowiadają większe wartości ciepła parowania; przeciwnie, ciśnieniom większym, t. j wyższym temperaturom parowania — wartości mniejsze. Rezultaty tych pomiarów ciepła parowania wody ujęte są w następującej tablicy.

Temp.	Ciepło parow. wody	Temp.	Ciepło parow. wody
0^0	597 $\frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}$	150^0	504 $\frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}$
20^0	585 „	200^0	468 „
60^0	563 „	250^0	412 „
100^0	539 „	365^0	0 „

Zwracamy tu uwagę na szczególną temperaturę 365^0, przy której ciepło parowania wody równa się 0. O tej temperaturze, zwanej *krytyczną*, mowa będzie w następnym rozdziale, gdzie rozpatrzymy dokładniej własności par.

161. Parowanie odbywa się zawsze kosztem ciepła.

Gdy z pod kociołka lub zlewki, w których wre woda, usuwamy palnik, wrzenie ustaje; dla podtrzymywania zatem wrzenia konieczny jest nieustanny dopływ ciepła.

W doświadczeniu wszakże z wrzeniem pod ciśnieniem zmniejszonem (ust. 159) pod kloszem pompy nie stosowaliśmy specjalnego sposobu ogrzewania wody w zlewce. Powtarzając to samo doświadczenie, ale tym razem wstawiając do wody w zlewce termometr, przekonywamy się, iż temperatura jej podczas wrzenia obniża się — wrzenie więc odbywa się tu kosztem własnego ciepła cieczy.

Dlaczego jednak nie zachodzi to samo z wodą, wrzącą pod zwyklem ciśnieniem, gdy z pod naczynia, mieszczącego ją, usuwamy palnik? Łatwo to zrozumieć. Wrzenie kosztem ciepła własnego sprowadza obniżenie temperatury, pod danem zaś ciśnieniem, jak wiemy, wrzenie zachodzić może tylko w danej temperaturze. Pod kloszem natomiast temperatura wody wprawdzie spada, ale odpowiednio zmniejszamy wciąż ciśnienie, czyniąc możliwym proces wrzenia.

Możemy wykonać bardzo efektowne doświadczenie, posługując się pompą, działającą prędko np. rotacyjną. W naczyniu, pod kloszem obserwujemy nieustające wrzenie wody, po pewnym czasie woda ścina się w lód. Łatwiej jeszcze doświadczenie to udaje się z benzolem, którego temperatura krzepnięcia jest $4^0,5$ C.

Ale nie tylko wrzenie, lecz parowanie wogóle odbywa się kosztem ciepła, czego dowodem jest obniżanie się temperatury ciała parującego, o ile doń nie dopływają z otoczenia ilości ciepła, pokrywające te straty. Gdy rękę zwilżymy wodą, a jeszcze lepiej alkoholem lub eterem, uczuwamy chłód — parowanie cieczy odbywa się tu kosztem ciepła ręki (alkohol, a zwłaszcza eter parują prędzej, niż woda). Przechowywać wodę w lecie lepiej jest w glinianem niepolewanem naczyniu, niż w szklanem, jeżeli chcemy mieć wodę chłodną — sącząca się przez pory naczynia nazewnątrz woda paruje, co w zrozumiały już sposób obniża temperaturę zawartej w naczyniu wody.

Oto ciekawe doświadczenie z przyrządem, zwanym *krioforem* (rys. 324). Składa się on z dwu kul szklanych A i B, połączonych zgiętą rurką; mieści się w nim tylko woda, a nad jej powierzchnią para wodna; powietrze zaś przez dłuższe gotowanie wody przed zatopieniem przyrządu zostaje wypędzone. Przechylając odpowiednio kriofor, przelewamy całą niemal wodę do kuli A i ustawiamy go tak, by,

Rys. 324.

jak to wskazuje rys., kula *B*, w której zostało trochę wody, a poza tem para wodna, zanurzona była w mieszaninie mrożącej. W niskiej temperaturze tej mieszaniny (około —20° C.) para w kuli *B* skrapla się i krzepnie; ciśnienie więc tam spada i para, znajdująca się w kuli *A*, podąża przez łączącą rurkę do *B*, gdzie czeka ją również ostatecznie skrzepnięcie. W kuli *A* na miejsce pary, uchodzącej wciąż szybko do *B*, powstają z wody nowe i nowe ilości pary. To prędkie parowanie wody w *A* odbywa się kosztem własnego ciepła wody. Z otaczającego powietrza nie nadąża dopływać ciepło w tej ilości, by pokryć straty, wywołane przez parowanie; temperatura wody w *A* wciąż się obniża i wreszcie widzimy, iż woda ta ścina się, pokrywając się grubą warstwą lodu.

O własnościach par pomówimy obszerniej w rozdziale następnym.

162. Ciepło rozpuszczalności.

Mówiąc w części II o roztworach, zwracaliśmy już wtedy uwagę na zależność tworzenia się roztworu nasyconego od temperatury. Teraz wypada nam podkreślić wyraźniej zachodzące w roztworach procesy cieplne.

Gdy rozważamy rozpuszczanie się ciała stałego w cieczy, nietrudno jest dostrzec pewne podobieństwo tego procesu do topnienia — wszak i tu, podobnie jak przy topnieniu, tworzy się nowa faza, w której ciało stałe jako takie znika, a tworzy się ciecz o pewnych nowych własnościach. Podobieństwo jest tem większe, iż tworzeniu się roztworu towarzyszy zawsze pochłanianie ciepła. Tak np., gdy wrzucimy do wody sól kuchenną, w takiej ilości, by się utworzył roztwór nasycony, temperatura cieczy spadnie podczas rozpuszczania się więcej, niż o 2 stopnie. Rozpuszczeniu w wodzie azotanu amonowego w stosunku 60 części azotanu na 100 części wody towarzyszy obniżenie się temperatury prawie o 30 stopni. Ciekawe te fakty wskazują zarazem na różnicę między rozpuszczaniem się a topnieniem — topnienie odbywa się zawsze w określonej temperaturze kosztem ciepła, doprowadzonego z zewnątrz (gdyby zachodziło kosztem ciepła własnego, temperatura spadałaby, a zatem znikałby warunek niezbędny zachodzenia zjawiska), natomiast rozpuszczanie się może zachodzić w różnych temperaturach, a więc i kosztem ciepła własnego ciał, tworzących roztwór (stąd właśnie obniżanie się temperatury). Oczywiście, straty te możemy powetować, dostarczając tym ciałom ciepła, a przez to zapobiegając temu obniżaniu się temperatury; w związku z tem stoi fakt, że wyższym temperaturom odpowiada większa zawartość ciała rozpuszczonego w roztworze nasyconym.

Są wprawdzie wypadki, gdy tworzeniu się roztworu towarzyszy nie obniżenie się, lecz podniesienie się temperatury—ciepło się wywiązuje, a nie pochłania; przykładem pozorne rozpuszczanie się cynku w kwasie siarkowym. W tych jednak razach zachodzą pewne *zmiany chemiczne*, warunkujące owo wywiązywanie się ciepła. Gdy przez ogrzewanie odparujemy roztwór wodny soli kuchennej, z roztworu wykrystalizuje się sól; gdy natomiast ogrzewać będziemy kwas siarkowy, w którym „rozpuścił się“ cynk, nie otrzymamy już cynku, a wykrystalizuje się siarczan cynkowy.

Podobnie jak wyżej, wprowadziliśmy pojęcie ciepła topnienia i ciepła parowania, tak samo tu wprowadzić możemy analogiczne pojęcie *ciepła rozpuszczalności* — liczbowo będzie ono wyrażało, ile kaloryj pochłania 1 gr. danego ciała, rozpuszczając się w danej temperaturze (musi być ona podtrzymywana przez ogrzewanie!) w określonej ilości rozpuszczalnika. Wartość ciepła rozpuszczalności dla jednej i tej samej substancji jest zależna od rodzaju rozpuszczalnika, od jego ilości, a także od temperatury. Można przewidzieć, co potwierdza doświadczenie, iż ciepło to jest tem większe, im bardziej rozcieńczony roztwór otrzymujemy— wszak coraz większe rozcieńczanie jest wciąż dalej trwającem rozpuszczaniem się, a więc pochłania się przytem coraz więcej ciepła.

163. Krzepnięcie i wrzenie roztworów.

Ponieważ im wyższa jest temperatura, w której tworzy się roztwór nasycony, tem więcej roztwór ten zawiera substancji rozpuszczonej, przeto, jeżeli taki roztwór nasycony oziębiamy, wydziela się z niego substancja rozpuszczona i odpowiednio zmniejsza się zawartość jej w roztworze. To wydzielanie się czasem się opóźnia—powstaje roztwór *przesycony* dla danej temperatury; wszakże wystarczy wrzucenie najdrobniejszej bryłki danej substancji do takiego przesyconego roztworu, a nadmiar jej wydzieli się natychmiast, przyczem temperatura roztworu się podniesie (por. ust. 154, gdzie mowa była o cieczy przechłodzonej).

Jeżeli jednak oziębiać będziemy roztwór bardzo rozcieńczony, spowoduje to wydzielanie się nie substancji rozpuszczonej, lecz czystego rozpuszczalnika. Np. gdy zamarza roczyn wodny soli kuchennej (woda morska), wydziela się czysty lód. Temperatura krzepnięcia roztworów jest zawsze niższa od temperatury krzepnięcia czystego rozpuszczalnika, przytem to obniżenie jest tem większe, im bardziej jest roztwór stężony. W ten sposób, jeżeli zaczniemy oziębiać daną ilość jakiegoś roztworu rozcieńczonego i rozpocznie się krzepnięcie, nie będzie ono przebiegało w stałej temperaturze—w miarę wydzielania się zestalonego rozpuszczalnika roztwór stawać się będzie coraz bardziej stężony, dążąc do stanu nasycenia, a więc coraz niższą będzie jego temperatura krzepnięcia.

Ponieważ z drugiej strony, jak już wiemy, w coraz niższych temperaturach potrzeba coraz mniejszych ilości rozpuszczonej substancji dla otrzymania roztworu nasyconego, oziębianiu zaś roztworu nasyconego towarzyszy wydzielanie się rozpuszczonej substancji, przeto przewidywać możemy, iż w pewnej dostatecznie niskiej temperaturze dalsze oziębianie roztworu powodować będzie zarówno wydzielanie się z roztworu rozpuszczalnika, jak rozpuszczonej substancji — tu już dalej stężenie nie będzie ulegało zmianie, a więc i temperatura krzepnięcia będzie już stała.

Roztwór takiego stężenia, posiadający stałą temperaturę krzepnięcia, nazywa się roztworem *eutektycznym*. Temperatura ta jest, oczywiście, najniższa, w jakiej roztwór danej substancji w danym rozpuszczalniku może istnieć jako ciecz. Dla wodnego roztworu soli kuchennej temperatura ta jest prawie — 22° C.

Temperatura wrzenia roztworów jest pod tem samem ciśnieniem inna, niż czystego rozpuszczalnika. Podobnie jak w stosunku do stężenia temperatura krzepnięcia obniża się, tak temperatura wrzenia się podnosi. Np. temperatura wrzenia wodnego roztworu nasyconego soli kuchennej wynosi pod normalnem ciśnieniem 180° C.

164. Mieszaniny mrożące.

Przygotowywanie mieszanin mrożących opiera się na faktach, wyjaśnionych w poprzednim ustępie.

Gdy mieszamy tłuczony lód z solą, lód się topi, a zarazem stwierdzamy znaczne obniżenie się temperatury mieszaniny — to właśnie tworzy się roztwór wodny soli kuchennej (o niższej temperaturze krzepnięcia) kosztem własnego ciepła mieszanych tu ciał. Z poprzedniego wynika, iż tą drogą nie można otrzymać temperatury niższej od temperatury krzepnięcia roztworu eutektycznego, t. j. niższej od — 22°.

Mieszając ze śniegiem lub tłuczonym lodem nie sól kuchenną, lecz krystaliczny chlorek wapniowy otrzymać możemy mieszaninę mrożącą o temperaturze — 55° C.

Zatem mieszaniny mrożące są ciałami o temperaturze krzepnięcia niższej, niż temperatury krzepnięcia ich części składowych. Jest rzeczą ciekawą, że fakt podobny daje się obserwować w dziedzinie stopów metali. Godnym uwagi przykładem jest t. zw. stop Wooda, składający się z 1 części kadmu, 1 części cyny, 2 części ołowiu i 4 części bizmutu. Temperatury krzepnięcia, a więc i topnienia tych metali są następujące:

Kadm	320°
Cyna	231°,5
Ołów	327°
Bizmut	269°.

Tymczasem temperatura krzepnięcia i topnienia stopu tego wynosi zaledwie 67°! Łyżeczka, zrobiona z niego, stopi się, jeżeli zamieszamy nią gorącą herbatę!

Ćwiczenia i zadania.

193. Ile gr. pary wodnej w 100° wprowadzić należy do 16 Kg. wody w 0°, w której pływa kawał lodu o masie 4 Kg., by układ cały doprowadzić do temperatury 30°?

194. Ile kaloryj potrzeba, by 100 gr. wody w 15° ogrzać do temperatury wrzenia i, podtrzymując wrzenie, całkowicie zmienić na parę?

195. Rozwiązać poprzednie zadanie, zakładając, iż dane jest nie 100 gr. wody, lecz 100 gr. alkoholu?

196. Jakiemi liczbami dadzą się przedstawić wartości ciepła topnienia lodu i ciepła parowania wody w temperaturze wrzenia pod normalnem ciśnieniem, jeżeli temperaturę wyznaczać będziemy według skali F. lub R., określając odpowiednio jednostkę ciepła?

197. Wytłumaczyć, dlaczego termometr wykazuje natychmiast znaczne obniżenie się temperatury, gdy kuleczkę jego zwilżymy eterem, natomiast nie obserwujemy takiego zjawiska, zanurzając termometr w większej ilości eteru, którym zwilżaliśmy uprzednio kuleczkę?

198. Do 100 gr. wody w 14° wprowadzamy parę wrzącego alkoholu (schemat jak na rys. 323), skutkiem czego temperatura otrzymanego roztworu alkoholu staje się 23°. Iluprocentowy roztwór zostaje w ten sposób otrzymany?

199. Ile kaloryj potrzeba, by zmienić 10 gr. lodu w — 10° na parę w 140° (ciepło wł. pary pod stałem ciśnieniem $= 0{,}46 \frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}$)?

200. Ile potrzeba kaloryj, by 100gr. skrzepłej rtęci w temp.—39° zmienić całkowicie na parę w 350°? (ciepło topnienia rtęci $= 2{,}8 \frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}$; ciepło parowania w temp. wrzenia $= 62 \frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}$)?

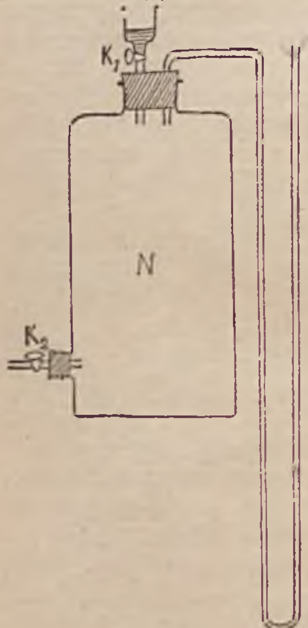
201. 500 gr. ołowiu, stopionego w temp. 327°, wlano do śniegu w 0°. Znaleźć ilość stopionego śniegu (ciepło topn. ołowiu $= 5{,}6 \frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}$, ciepło właściwe ołowiu $= 0{,}032 \frac{\text{kal.}}{\text{gr.}}$)?

202. 1 Kg. wody został przechłodzony do — 7°. Ile tej wody skrzepnie, gdy do niej wrzucimy kryształek lodu, wyjmując ją jednocześnie z mieszaniny mrożącej (drobną masę kryształka zaniedbujemy).

Rozdział V. O własnościach par.

165. Para nienasycona i nasycona.

Zbiornik szklany N (rys. 325) zaopatrzony jest u góry w otwór z lejkiem; ciecz, mieszczącą się w lejku, wpuszczać można do zbiornika, otwierając kurek k_1; przez rurkę, również zaopatrzoną w kurek k_2, łączyć można zbiornik z pompą powietrzną; połączony ze zbiornikiem manometr rtęciowy M pozwala mierzyć panujące w zbiorniku ciśnienie.



Rys. 325.

Wypompujmy powietrze ze zbiornika N, podczas gdy kurek k_1 jest, oczywiście, zamknięty. Przy dobrej pompie i szczelnych kurkach ciśnienie to doprowadzić możemy do wartości, mierzonej słupem rtęci jednego, najwyżej paru mm. ($b—h$, jeżeli b oznacza wysokość słupa barometrycznego, zaś h — różnicę poziomów rtęci w M). Zamknijmy teraz kurek k_2, a otwierając ostrożnie na chwilę k_1, wpuśćmy z lejka do zbiornika N parę kropel mieszczącego się w lejku eteru. Wpuszczona ciecz natychmiast zniknie dla naszego oka — zmieni się na parę, a obniżenie się słupka rtęci w lewem ramieniu manometru z towarzyszącem temu wzniesieniem rtęci w prawem pozwoli nam wyznaczyć prężność pary eteru w zbiorniku N. Otwórzmy znów na chwilę kurek k_1 i wpuśćmy znowu parę kropel eteru; i znowu wpuszczony do zbiornika eter natychmiast wyparuje, a nowe przesunięcie się rtęci w manometrze pozwoli nam ocenić zwiększoną wartość ciśnienia pary eteru. Gdy w ten sposób postępować będziemy dalej, przekonamy się, iż po dojściu prężności pary eteru do jakichś 400 mm. (zależy to, jak dalej będzie mowa, od temperatury) dalsze wpuszczanie eteru przez kurek k_1 nie będzie miało swym skutkiem zwiększania się ciśnienia; zarazem wpuszczany teraz eter nie będzie się ulatniał, jak to się działo z jego pierwszemi porcjami, lecz będzie się zbierał na dnie zbiornika, tworząc ciekłą warstwę.

Robiąc takie samo doświadczenie z alkoholem, wodą i t. p. w takiej samej temperaturze pokojowej, otrzymamy ten sam wynik z jego strony jakościowej, ilościowo zaś różniący się tem, że owa największa wartość prężności pary będzie znacznie mniejsza, niż dla eteru (dla alkoholu około 40 mm., dla wody około 15 mm.).

Z doświadczeń tych wynika, iż w danej ograniczonej przestrzeni w danej temperaturze nie mogą się mieścić dowolne ilości pary tej czy innej cieczy; że tworzeniu się nowych ilości pary kładzie się kres, gdy prężność pary dosięga określonej dla każdej cieczy wartości. Gdy kres ten jest osiągnięty, powiadamy, że para jest *nasycona*; gdy natomiast ciśnienie pary nie dosięga jeszcze owej granicznej wartości, a więc gdy jeszcze możliwe jest tworzenie się nowej ilości pary, a przez to wzrost jej ciśnienia, parę nazywamy *nienasyconą* albo — dla powodów, które niżej wyjaśnimy — *przegrzaną*.

166. Prężność pary nasyconej; zależność tej prężności od temperatury.

Weźmy szereg rurek barometrycznych *A B C D*; we wszystkich słupy rtęci są jednakowej wysokości, w każdej zaś nad powierzchnią rtęci znajduje się para rtęci. Wprowadźmy do rurki *B* z pod spodu przy pomocy pipetki trochę wody tak, by woda ta wypłynęła na powierzchnię rtęci w rurce; słup rtęci natychmiast się obniży o jakie 1,5 cm. (rys. 326). Woda po przedostaniu się do owej „próżni Torricelli'ego" paruje dopóty, dopóki się nie otrzyma para nasycona. Dlatego wprowadzamy nieco więcej wody, by pozostała na powierzchni rtęci warstewka wody obecnością swą świadczyła, że para ponad nią jest nasycona (gdyby wprowadzona do rurki woda całkowicie wyparowała, nie moglibyśmy powiedzieć, czy para jest *już* nasycona, czy też nie). Paromilimetrowa warstewka wody ciężarem swym nie może, oczywiście, spowodować tak znacznego obniżenia się rtęci w rurce *B* (niech czytelnik przypomni sobie, jaka jest gęstość rtęci i jakiemu to słupowi rtęci równoważny jest dany słupek wody); obniżenie się poziomu rtęci wskazuje, jaka jest wartość *prężności pary nasyconej* wody.

Rys. 326.

Podobnie, wprowadzając do rurki *C* alkohol, do *D* eter, w dostatecznych ilościach, by po utworzeniu się pary nasyconej pozostawała na powierzchni rtęci warstewka tych cieczy, możemy znaleźć, czemu się równa prężność pary nasyconej alkoholu, eteru w danej temperaturze.

Gdy taką rurkę barometryczną, w której części górnej mieści się para danej substancji ponad warstewką tej samej substancji w fazie ciekłej, otoczymy szerszą rurą, zawierającą kąpiel wodną lub inną w żądanej temperaturze, będziemy mogli badać zależność prężności pary nasyconej danej substancji od temperatury. Do takiego celu służy przyrząd, przedstawiony na rys. 327; ma on kształt barometru lewarowego — w szerszem ramieniu z prawej strony mamy na powierzchni rtęci warstewkę wody, w lewem wysokiem ramieniu nad powierzchnią rtęci mamy t. zw. próżnię Torricelli'ego; oba ramiona są zatopione. Prawe ramię jest otoczone szerszą rurą, przez którą przepuszczamy parę wrzącej wody, otrzymując w ten sposób w danem ramieniu parę nasyconą wody w coraz wyższej temperaturze; wznoszenie się rtęci w lewem ramieniu pozwala obserwować wzrost badanej prężności. Okazuje się, iż w niższych temperaturach słup rtęci w rurce barometrycznej obniża się, t. j. prężność pary nasyconej jest mniejsza, a zarazem część pary się skrapla; przeciwnie w wyższych temperaturach słup rtęci w lewem ramieniu się podnosi, prężność więc pary nasyconej jest większa — tworzy się więcej pary, mniej zaś pozostaje substancji w fazie ciekłej w prawem ramieniu

Rys. 327.

Oto rezultaty dokładnych pomiarów dla kilku cieczy.

	t	Prężność pary nasyconej	
Woda	-10^0 (przechłodzona!)	2,16	mm.
	0^0	4,58	„
	20^0	17,36	„
	50^0	92,0	„
	100^0	760,0	„
	150^0	3568,7	„
	200^0	11647	„
Alkohol etylowy	0^0	12,7	„
	20^0	44,0	„
	50^0	221,0	„
	$78^0,26$	760,0	„
	100^0	1695,0	„

Rtęć	0°	0,0002 mm.
	20°	0,0013 „
	50°	0,013 „
	100°	0,285 „
	300°	242,2 „
	357°,25	760,0 „
	400°	1588,0 „
Eter etylowy	0°	184,9 „
	20°	442,4 „
	34°,87	760,0 „
	50°	1276,1 „
	100°	4859,0 „

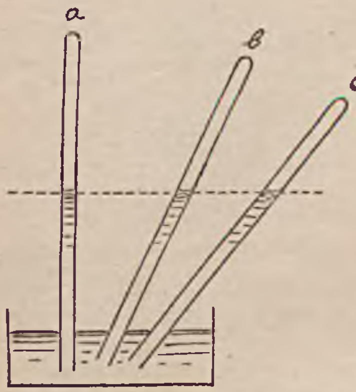
Nie może ujść naszej uwagi, iż dla wody w 100°, dla eteru w 34°,9, dla alkoholu w 78°,3, t. j. dla wszystkich tych cieczy w temperaturach, które, jak wiemy, są temperaturami ich wrzenia pod *normalnem* ciśnieniem, prężność pary nasyconej równa się 760 mm., t. j. równa się normalnemu ciśnieniu atmosferycznemu. Zatem *prężność pary nasyconej każdej cieczy podczas jej wrzenia równa się ciśnieniu zewnętrznemu.* Jest to zupełnie zrozumiałe, jeżeli przypomnimy sobie, w jakim stosunku ciśnienie zewnętrzne pozostaje do zjawiska wrzenia.

Teraz zrozumiałem się również staje ta znaczna wartość prężności pary nasyconej eteru w porównaniu z prężnością pary nasyconej wody, alkoholu, która uderzyć nas musiała podczas doświadczeń, opisanych w uprzednim ustępie, a także na początku niniejszego. W temperaturze pokojowej eter jest bezporównania bliżej swej temperatury wrzenia (34°,9), niż alkohol (78°3) lub woda (100°).

167. Prężność pary nasyconej danej substancji zależy tylko od temperatury.

Wprowadzamy do rurki barometrycznej sposobem wyżej podanym taką ilość eteru, by po utworzeniu się jego pary i znanem już nam obniżeniu się słupka rtęci pozostała na powierzchni rtęci warstewka ciekłego eteru. Będziemy więc mieli w rurce parę nasyconą eteru. Jeżeli rurkę z położenia pionowego *a* (rys. 328) przechylimy w położenie *b* lub *c*, rtęć w rurce przesunie się tak, że objętość pary się zmniejszy; wszakże wysokość poziomu rtęci w rurce względem poziomu rtęci w naczyniu pozostanie bez zmiany, co świadczy, że ciśnienie pary nie ulega przytem zmianie. Spostrzegamy zarazem, że, im mniejsza jest objętość pary, tem grubsza jest warstewka ciekłego eteru na powierzchni rtęci. Podniesienie rurki do położenia pionowego *a* sprowadza objętość pary i grubość warstewki ciekłej do wartości pierwotnej.

Procesy, które zachodzą w niezmiennej temperaturze, nazywamy *izotermicznemi*. Ponieważ w naszem doświadczeniu temperatura pary nie ulega zmianie, przeto rezultat jego możemy wyrazić w ten sposób, iż izotermiczne zmniejszanie objętości pary nasyconej ma jako jedyny skutek skraplanie się tej pary — ciśnienie zmniejszonej ilości pary w zmniejszonej objętości pozostaje bez zmiany; przeciwnie izotermiczne zwiększanie tej objętości przy zasobie tej samej substancji w fazie ciekłej ma za skutek przejście pewnej ilości cieczy w fazę gazową, przyczem znowu większa ilość pary w większej objętości wywiera takie samo ciśnienie, jakie para wywierała przedtem. Prężność więc pary nasyconej danej substancji w danej temperaturze jest wielkością zupełnie określoną, zależną tylko od temperatury (nie od objętości!).



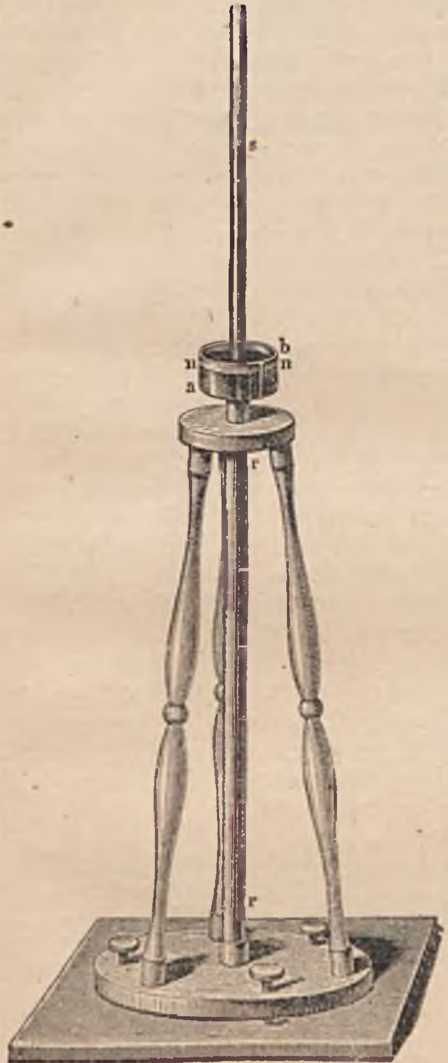
Rys. 328.

168. Prężność pary nienasyconej zależy od jej objętości.

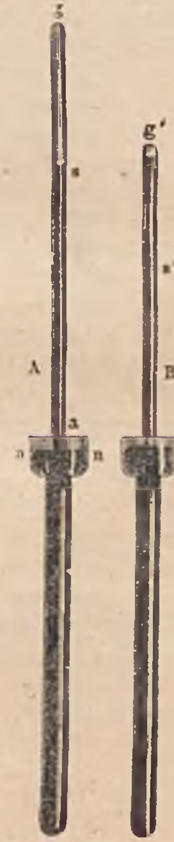
Fakt, że prężność pary nasyconej danej substancji zależy tylko od temperatury, daje się bardzo dogodnie wykazać zapomocą doświadczenia z następującym przyrządem, który może jeszcze służyć do ustalenia innych faktów i z tego względu zasługuje na poznanie. Rurkę barometryczną ok. 1 m. długości wstawiamy nie do płytkiego naczynia z rtęcią, lecz do wysokiego naczynia walcowego z rtęcią, w którem rurka daje się zanurzać dowolnie głęboko

Wypełniamy rurkę rtęcią, zanurzamy jej otwarty koniec w rtęci zbiornika, i zapomocą pipetki wprowadzamy do rurki parę kropel badanej cieczy, np. eteru. Rtęć w rurce opada, wskazując obniżeniem się w stosunku do wysokości słupa barometrycznego wartość prężności pary eteru w rurce (rys. 329*a*). Jeżeli wpuściliśmy tyle cieczy, że na powierzchni rtęci daje się widzieć warstewka ciekłego eteru, mamy pewność, iż para jest nasycona. Jeżeli teraz będziemy zanurzali rurkę coraz głębiej, słupek ciekłego eteru na powierzchni rtęci stawać się będzie coraz większy — para się skrapla; wszakże wysokość słupa rtęci w rurce nie ulega przytem zmianie — prężność pary eteru pozostaje niezmienna. Jeżeli będziemy rurkę podnosili do góry, słupek eteru ciekłego będzie malał — coraz więcej pary będzie się tworzyło, wypełniając większą objętość rurki; ale znowu słup rtęci w rurce będzie pozostawał ten sam (rys. 329*b*) — prężność pary pozostaje ta sama.

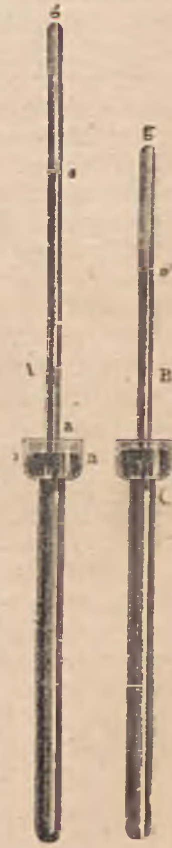
Gdybyśmy wykonali to samo doświadczenie w innej temperaturze (może być inna temperatura w pokoju, w którym to robimy, albo umieścimy przyrząd w odpowiedniej kąpieli), otrzymamy podobny wynik, tym razem jednak słup rtęci w rurce będzie miał inną wysokość — para nasycona eteru w innej temperaturze posiada inną prężność. Wreszcie zamiast eteru badać moglibyśmy inną ciecz, np. wodę, alkohol.



Rys. 329 *a*.



Rys. 329 *b*.



Rys. 329 *c*.

Wszystko idzie tu w sposób już nam znany, ale tylko dopóty, dopóki na powierzchni rtęci w rurce dostrzegamy warstewkę cieczy. Lecz oto ślady tej warstewki przy odpowiedniem podniesieniu rurki znikają; słupek rtęci wciąż pozostaje jeszcze tej samej wysokości — eter wyparował całkowicie, mamy jednak wciąż jeszcze parę nasyconą. Co będzie, gdy teraz rurkę w dalszym ciągu będziemy podnosili do góry? Objętość, zajmowana przez parę wzrasta, ale niema już cieczy, z której mogłyby się tworzyć nowe ilości pary; to też para przestaje być nasyconą, a jednocześnie widzimy, iż słupek rtęci w rurce wznosi się ku górze w miarę wysuwania rurki. Świadczy to, iż w miarę zwiększania objętości pary nienasyconej, prężność jej maleje i z wysokości słupa rtęci w rurce oraz ciśnienia barometrycznego łatwo wnosić możemy o wartości tej zmiany. Rys. 329 *c* przedstawia nam właśnie doświadczenie w tym wypadku, gdy para eteru w rurce jest nienasyconą. Czytelnik się domyśla, co sprawdzić natychmiast można doświadczalnie, iż, o ile zaczniemy rurkę znów obniżać, wsuwając ją coraz głębiej do szerszego naczynia z rtęcią, słupek rtęci w rurce pocznie się obniżać, co świadczyć będzie o wzroście prężności pary nienasyconej w miarę zmniejszania jej objętości, aż wreszcie otrzymamy pierwotną wysokość słupka rtęci, w chwili, gdy doprowadzimy parę do tej objętości, w której stanie się nasycona. Poczynając od tego momentu przy dalszem obniżaniu rurki wysokość słupka rtęci nie będzie ulegała zmianom, tylko na powierzchni rtęci w rurce tworzyć się będzie coraz większa warstewka cieczy. Podkreślmy, iż, dając powyższy opis doświadczenia, zakładamy, iż dokonywa się ono w pewnej stałej temperaturze. W każdej innej temperaturze przebieg zjawiska będzie jakościowo ten sam, ilościowo jednak inny.

Należy zauważyć, iż, rozpoczynając doświadczenie, wpuścić należy do rurki niezbyt wielką ilość cieczy, inaczej bowiem nawet przy całkowitem niemal wysunięciu rurki z naczynia szerszego mieć będziemy parę nasyconą. Z drugiej strony, jeżeli nam chodzi wyłącznie o badanie pary nienasyconej, wpuścić możemy odrazu odpowiednio małą ilość cieczy. W szczegółach tych łatwo się podczas doświadczenia orjentować.

A więc, o ile zmiana objętości pary nienasyconej nie czyni jeszcze z niej pary nasyconej w danej temperaturze (nastąpić to, oczywiście, może tylko przy zmniejszaniu objętości), to te zmiany izotermiczne objętości wywołują zmiany prężności w ten sposób, że przy zmniejszeniu objętości prężność wzrasta, przy zwiększeniu zaś — maleje.

Badania dokładne wykazują, że im dalej para się znajduje od stanu nasycenia, tem bliżej zmiany izotermiczne jej objętości i prężności dają się wyrazić przez wzór Boyle-Mariotte'a, t. j. tem bliżej zależność prężności od objętości daje się traktować jako odwrotna proporcjonalność.

Jeżeli gazy, jak powietrze, wodór, tlen dość blisko, jak widzieliśmy, stosują się do prawa Boyle-Mariotte'a, nasuwa to nam myśl, że i one są parami pewnych substancyj, przytem parami dalekiemi od stanu nasycenia.

169. Dlaczego para nienasycona inaczej nazywa się przegrzaną.

Przypuśćmy, iż nad powierzchnią rtęci w rurce barometrycznej znajduje się taka ilość pary eteru, iż przy danem położeniu rurki (rys. 329) para ta jest nasyconą (na powierzchni rtęci dostrzegamy cienką warstewkę eteru); przy podniesieniu rurki, t. j. przy zwiększeniu objętości pary czynimy z niej parę nienasyconą (na powierzchni rtęci niema śladów cieczy; prężność zaś pary staje się mniejsza, o czem świadczy pewne zwiększenie się słupa rtęci w rurce).

Jeżeli jednak rurkę w jej położeniu pierwszem otoczymy drugą szerszą rurą, by przez zastosowanie odpowiedniej kąpieli*) ogrzać mieszczącą się w rurce parę nasyconą eteru, przekonamy się, że poziom rtęci w rurce przytem się obniży, ślady cieczy na powierzchni rtęci znikną, pomiar zaś prężności pary wykaże naogół, że jest ono mniejsze, niż ciśnienie pary nasyconej eteru w temperaturze użytej kąpieli — przypadkiem chyba otrzymamy parę nasyconą w tej nowej temperaturze, co zresztą sprawdzić można przez obniżanie rurki, jak wyżej. Przez ogrzanie zatem zmieniamy tu parę, która była nasyconą w pewnej temperaturze na parę nienasyconą w temperaturze wyższej (w tej nowej temperaturze musielibyśmy mieć więcej cieczy w rurce, by się z niej mogła utworzyć para nasycona); stąd właśnie parę nienasyconą inaczej nazywamy *przegrzaną.*

Nasuwa się tu nam mimowoli myśl, iż odwrotnie *przez oziębianie* zmienić możemy parę, która była nienasyconą w wyższej temperaturze, na parę nasyconą w niższej temperaturze. Istotnie, jeżeli rurkę, zawierającą nienasyconą parę eteru, w odpowiedni sposób oziębimy, spostrzeżemy, iż słupek rtęci w rurce się podniesie, na powierzchni rtęci ukaże się warstewka skroplonego eteru, pomiar zaś ciśnienia pary wskaże wartość, odpowiadającą temperaturze kąpieli.

170. Parowanie cieczy w obcej dla niej atmosferze.

Gdy nad powierzchnią cieczy w zamkniętem naczyniu niema ani powietrza, ani innych gazów lub par, wówczas tworzy się, jak wiemy, nad nią atmosfera z jej własnej pary; parowanie jej zachodzi wtedy, że tak powiemy, w najkorzystniejszych warunkach, nie napotykając żadnych przeszkód ze strony ciał obcych.

Gdy wprowadzamy ciecz do rurki barometrycznej, jak to robiliśmy w powyższych doświadczeniach, paruje ona tam gwałtownie, trafia bowiem niemal do próżni — nieznaczna ilość pary rtęci,

---

*) Np. przepuszczanie przez szeroką rurę wody w określonej temperaturze.

która się znajduje w t. zw. „próżni Torricelli'ego", wywiera ciśnienie bardzo małe. Powstaje pytanie, jak parują ciecze, gdy mieści się nad niemi atmosfera nie z ich tylko własnej pary utworzona? Badać podobne zjawisko możemy, albo wprowadzając do rurki barometrycznej, zawierającej już jakąś parę, inną substancję ciekłą, albo przy pomocy przyrządu, jak na rys. 325, z którego możemy nie usuwać powietrza lub też do którego po usunięciu powietrza kolejno wprowadzać możemy różne ciecze. Okazuje się, że parowanie cieczy w obcej atmosferze odbywa się tylko wolniej, niż w próżni, wszakże to wszystko, czegośmy się wyżej dowiedzieli o tworzeniu się par nasyconych i nienasyconych, pozostaje i tutaj słuszne. I w tych warunkach, gdy np. nad powierzchnią cieczy w zamkniętem naczyniu mieści się obca atmosfera, ilość pary, powstałej z tej cieczy i mieszającej się z tą atmosferą, wzrasta dopóty, dopóki prężność tej pary nie dosięgnie wartości, jaką ma prężność pary nasyconej w danej temperaturze; ostatecznie więc nad powierzchnią cieczy w tem naczyniu zbierze się tyleż pary danej cieczy, ileby się jej tam zebrało w tej samej temperaturze, gdyby tej obcej atmosfery nie było wcale. Różnica będzie polegała tylko na prędkości procesu parowania. Tworząca się ponad cieczą para dołącza swe ciśnienie na ciecz do ciśnienia, wywieranego przez tę obcą atmosferę, ale wielkość tego ciśnienia pary nie zależy od tego, czy po za tem jest ciśnienie innego ciała gazowego na ciecz, czy niema. Spotykamy się tu znowu z *prawem Daltona* (porów. ust. 107), a mianowicie, że ciśnienie, wywierane przez mieszaninę par równa się sumie ciśnień poszczególnych par, składających mieszaninę (dodajmy, o ile te pary nie dają ze sobą żadnych połączeń chemicznych).

Znajomość tego, jak zachodzi parowanie cieczy w obcej dla niej atmosferze, ważna jest dla nas z tego względu, iż bardzo często, jeżeli nie przeważnie, w doświadczeniu naszem mamy do czynienia z parowaniem cieczy w otaczającem nas powietrzu.

171. Para może się skraplać nie inaczej jak przechodząc przez stan nasycenia.

Z tego, czegośmy się dowiedzieli w poprzednich ustępach, wyciągamy ważny wniosek, że przejście jakiejkolwiek substancji z fazy gazowej w ciekłą nie może się odbyć z pominięciem stanu nasycenia. Tylko para nasycona daje się skroplić, czy to przez zniżenie temperatury, czy też zmniejszenie objętości; gdy natomiast chodzi o skroplenie substancji, danej nam w postaci pary nienasyconej, musimy z niej wpierw przez oziębianie lub zmniejszanie jej objętości uczynić parę nasyconą, a wtedy dopiero nastąpić może skroplenie.

Przypuśćmy, iż w rurce barometrycznej, jak wyżej, mamy parę nasyconą — na powierzchni rtęci mieści się warstewka cieczy. Jeżeli z położenia pionowego *a* jak na rys. 328 przechylamy rurkę do położenia *b*, ilość cieczy w rurce wzrasta, jak wiemy, t. j. izotermiczne zmniejszenie objętości pary powoduje jej częściowe skroplenie. Możemy jednak otrzymać skroplenie danej pary nasyconej inaczej, a mianowicie przez oziębienie jej. Jeżeli rurkę w jej położeniu pionowem *a* otoczymy szerszą rurą i, stosując odpowiednią kąpiel, obniżymy temperaturę pary, spostrzeżemy, iż rtęć w rurce się wzniesie, na powierzchni zaś rtęci warstewka cieczy stanie się grubszą: to część pary się skropli, a ciśnienie jej spadnie do wartości, odpowiadającej tej niższej temperaturze.

Jeżeli dana jest nam para nienasycona, to, jak widzieliśmy w ust. 168 i 169, możemy z niej uczynić parę nasyconą, czy to zmniejszając jej objętość, czy też zniżając jej temperaturę; skraplać się wszakże będzie i tu para już *nasycona*.

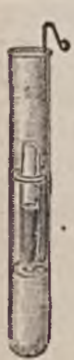
Powstaje pytanie, czy z pary nienasyconej można zawsze jednym albo drugim sposobem, t. j. przez zmniejszenie jej objętości lub obniżenie temperatury otrzymać parę nasyconą? Rozstrzygnięcie tego pytania jest bardzo ważne, tą drogą bowiem wyjaśniamy gruntownie kwestję skraplania par wogóle. Pożądaną odpowiedź znajdziemy, poznając, czem jest t. zw. *temperatura krytyczna*, o której przelotnie wspomnieliśmy na str. 352.

172. Temperatura krytyczna.

Znamy już zależność między temperaturą wrzenia cieczy a tem ciśnieniem zewnętrznem, pod którem ciecz pozostaje (p. str. 348—350). Wiemy więc, że, jeżeli doprowadzimy ciecz do temperatury, w której pocznie ona wrzeć pod danem ciśnieniem. i zwiększymy to ciśnienie, to wrzenie ustanie; chcąc, by wrzenie odbywało się pod tem zwiększonem ciśnieniem, musielibyśmy ogrzać ciecz do temperatury odpowiednio wyższej; o ilebyśmy znowu zwiększyli ciśnienie na ciecz w tej wyższej temperaturze, znów powstrzymalibyśmy proces wrzenia, a dla otrzymania go musielibyśmy ogrzać ciecz do jeszczej wyższej temperatury i t. d. Zamiast takich zmian kolejnych temperatury i ciśnienia, odbywających się, że tak powiemy, *skokami*, możemy otrzymać podobny proces o nieprzerwanym charakterze, ogrzewając ciecz w naczyniu zamkniętem: podnosimy tu temperaturę cieczy, zwiększająca się zaś skutkiem parowania ilość jej pary nad powierzchnią cieczy daje rosnące wciąż ciśnienie na jej powierzchnię.

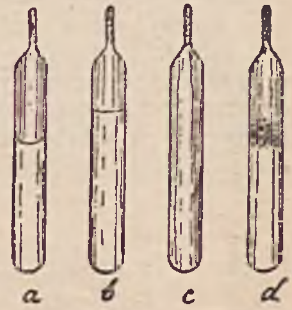
Z wielu względów zależy na rozstrzygnięciu pytania, czy jesteśmy w stanie powstrzymać w ten sposób proces wrzenia cieczy w każdej temperaturze, stosując tylko odpowiednio wielkie ciśnienie, a właściwie chodzi nam o odpowiedź na pytanie, czy wogóle substancję można utrzymać w jej fazie ciekłej we wszelkiej temperaturze, stosując tylko odpowiednio wielkie ciśnienie. Odpowiedź na to pytanie daje następujące zarówno proste jak piękne doświadczenie.

Rurkę szklaną 7 — 8 cm. długości i ok. 1 cm. średnicy przy jakichś $1^1/_2$ — 2 mm. grubości ścian wypełniamy częściowo eterem, a po zagotowaniu eteru i wypędzeniu przez jego parę powietrza z rurki zatapiamy ją tak, by nad powierzchnią eteru w rurce pozostawała tylko para eteru. Rurkę tę zanurzamy na podstawce drucianej albo wprost na sznurku w dość szerokiej próbówce (rys. 330), zawierającej olej waselinowy. Ogrzewając ostrożnie olej, ogrzewamy przez to samo stopniowo eter w zamkniętem naczyniu, poddając w ten sposób ciecz rosnącemu wciąż ciśnieniu jej pary nasyconej. Obserwować to, co dzieje się w rurce, możemy albo bezpośrednio, albo rzucając przy pomocy latarni obraz rurki na ekran, co przedstawia tę wygodę, 1° że obserwacji dokonywać może naraz większa liczba osób, 2° że przez osłonięcie próbówki blaszaną zasłoną z wąskiemi niezbędnemi dla przejścia światła okienkami i przez obserwację zjawiska z większej odległości nie narażamy się na skutki ewentualnego pęknięcia rurki, które nastąpić może przy zbytnim wzroście ciśnienia wewnątrz rurki, jeżeli rurka nie jest dość mocna.



Rys 330.

To, co kolejno dostrzegamy, daje się opisać, jak następuje. Z początku, w temperaturze pokojowej wyraźnie się zarysowuje wklęsła powierzchnia eteru, oddzielająca ciecz od jej pary — różnica cieczy i pary pod względem optycznym warunkuje, iż ciecz zaznacza się na ekranie szeroką, para zaś wąską smugą świetlną (rys. 331 *a*). W miarę jak temperatura wzrasta, powierzchnia cieczy podnosi się w rurce — ciecz się rozszerza; zarazem powierzchnia staje się coraz bardziej płaską (o czem to świadczy)?, smuga świetlna, którą nam daje ciecz na ekranie, robi się węższa, smuga zaś pary — szersza (rys. 331 *b*). Rozumiemy, iż przy rozszerzaniu się cieczy skutkiem ogrzewania następuje zmniejszenie się jej gęstości; przeciwnie gęstość pary skutkiem zwiększania się jej ilości nad powierzchnią cieczy staje się większa; fazy ciekła i gazowa stopniowo jakgdyby się zbliżają ku sobie własnościami, co między innemi objawia się w zmniejszaniu się różnicy ich własności optycznych (coraz mniejsza różnica w szerokości smug, dawanych na ekranie przez ciecz i parę). Wreszcie przy dalszem ogrzewaniu osiągamy temperaturę, w której różnica między fazą ciekłą a gazową danej substancji znika zupełnie — znika charakterystyczna swobodna powierzchnia cieczy i rurka cała przedstawia się jako wypełniona jednolitą substancją (rys. 331 *c*). Przed nastąpieniem tego momentu dostrzegamy w pobliżu istniejącej jeszcze powierzchni cieczy wyraźne objawy wrzenia. Dochodzimy więc do pewnej temperatury (notując podczas doświadczenia temperaturę oleju, wyznaczamy tę charakterystyczną jej wartość), w której, nie zważając na to, iż ciśnienie pary, nagromadzonej stopniowo w rurce, musi być bardzo znaczne, ciśnieniem tem nie możemy utrzymać pozostałej części substancji w jej fazie ciekłej. Jak wypada nazwać to, co teraz mamy w rurce: parą czy cieczą? użyć możemy jednej i drugiej nazwy, przy danych bowiem warunkach nastąpiło wyrównanie własności cieczy i pary; powyżej znalezionej tu temperatury różnica faz ciekłej i gazowej nie istnieje wcale, zatem obie nazwy są tu na miejscu. W większości wszakże wypadków tę swoistą fazę substancji nazywają fazą gazową albo parą, a to z powodu, że nie cechuje jej charakterystyczna dla fazy ciekłej *powierzchnia swobodna*.



Rys. 331.

Wróćmy jednak do doświadczenia. Potem, jak nastąpiło owo zrównanie się faz ciekłej i gazowej, chwilę jeszcze trzymamy palnik pod próbówką, by temperatura kąpieli jeszcze się cokolwiek podniosła, a następnie palnik usuwamy i obserwujemy, co nastąpi podczas stygnięcia kąpieli. I oto w pewnym momencie, który, jak możemy się przekonać, odpowiada tej samej charakterystycznej temperaturze, na jasnej smudze obrazu naszej rurki zjawia się gęsty kłębiący się obłok (rys. 331 *d*), który stopniowo się rozprasza, i oczom naszym ukazuje się znów płaska swobodna powierzchnia cieczy, zarysowującej się na ekranie jako smuga cokolwiek szersza od smugi nad tą powierzchnią, dawanej przez parę. W miarę obniżania się temperatury smugi te świetlne coraz bardziej różnią się szerokością; poziom cieczy wciąż się obniża i staje się stopniowo wklęsły — słowem, w porządku odwrotnym powraca wszystko do tego stanu, jaki mieliśmy na początku doświadczenia (najpierw rys. *b*, potem rys. *a*).

Podobne doświadczenie możemy wykonać z inną cieczą w odpowiedniej kąpieli i znów się przekonamy, że i dla tej cieczy istnieje pewna (odmienna od poprzedniej) charakterystyczna temperatura, w której znika różnica między fazami ciekłą i gazową, t. j. powyżej której dana substancja nie może istnieć w tych dwu fazach, a występuje w jednej tylko swoistej.

Te właśnie temperatury charakterystyczne, w których znika różnica faz ciekłej i gazowej różnych substancyj, nazywają się *temperaturami krytycznemi* tych substancyj.

Jasne jest, na co zresztą zwracaliśmy już uwagę, iż ciśnienie, pod którem pozostaje ciecz w rurce w tego rodzaju doświadczeniach (prężność pary nasyconej), rośnie wraz z temperaturą i przy jej wartości krytycznej dosięga pewnej charakterystycznej wielkości; jest to t. zw. *ciśnienie krytyczne*. Nie potrzebujemy chyba tłumaczyć, iż przedstawia ono graniczną wartość ciśnienia, któremu poddać należy substancję tuż poniżej temperatury jej krytycznej, by utrzymać ją w fazie ciekłej. Inaczej, jest to graniczna wartość prężności pary nasyconej dla temperatury, powyżej której dana substancja już jako para nasycona istnieć nie może.

Dokładne pomiary, w których szczegóły tu wchodzić nie będziemy (zwłaszcza nie podajemy sposobów mierzenia prężności krytycznych), dają następujące wartości na temperatury krytyczne i ciśnienia krytyczne dla różnych ciał.

	Temperatura krytyczna	Ciśnienie krytyczne
Woda	$+ 365^0,0$	200,5 Atm.
Eter etylowy	$+ 193^0,8$	35,6 „
Bezwodnik węglowy	$+ 31^0,35$	72,9 „
Tlen	$- 118^0,8$	50,8 „
Azot	$- 145^0,1$	33,6 „
Wodór	$- 241^0$	19,4 „
Hel	$- 268^0$	2,8 „

Jak widzimy z tablicy, w rurce z eterem w powyższem doświadczeniu w chwili, gdy eter dosięga temperatury krytycznej $193^0,8$, panuje ciśnienie ok. 36 atmosfer; przy dalszem ogrzewaniu ciśnienie to jeszcze wzrasta; dlatego zwracaliśmy uwagę na konieczność zachowania pewnych ostrożności podczas doświadczenia.

Teraz powinny być zrozumiałe także zmiany, którym ulega wartość ciepła parowania cieczy wraz ze zmianami temperatury (str. 352 — tablica ciepła parowania wody). Im temperatura jest wyższa, tem mniej różnią się fazy ciekła i gazowa danej substancji; w temperaturze krytycznej różnica ta znika zupełnie. W temperaturze więc krytycznej niema już właściwie mowy o parowaniu, zatem ciepło parowania ma wartość *zero*; dla temperatur niższych ciepło parowania jest tem większe, im dalej temperatura ta leży poniżej temperatury krytycznej.

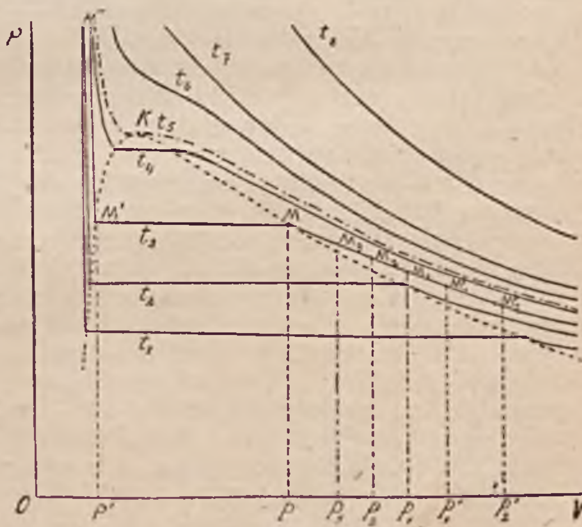
173. Niezbędny warunek dla otrzymania fazy ciekłej.

Widzieliśmy wyżej, że przez izotermiczne zmniejszanie objętości pary nasyconej osiągamy skraplanie jej. Im wyższa jest temperatura, tem większa jest prężność pary nasyconej, tem większego potrzeba ciśnienia zewnętrznego, by spowodować zmniejszenie się objętości pary, a co za tem idzie — skroplenie. Dla skroplenia pary nasyconej wody w temperaturze 20^0 C. wystarczy stosować ciśnienie równe mniej więcej $^1/_{40}$ ciśnienia atmosferycznego (patrz tabl. na str. 360 i 361); dla otrzymania tego samego w 100° C. należy już użyć ciśnienia 1 atmosfery; w temperaturach wyższych potrzebne jest ciśnienie jeszcze większe, a gdy zbliżamy się do temperatury krytycznej wody (365°), ciśnienie niezbędne przekracza wartość 200 atmosfer.

Powyżej temperatury krytycznej, jak widzieliśmy, nie może być mowy o skraplaniu; mając zatem czy to wodę, czy to inną substancję w temperaturze wyższej niż krytyczna, nie jesteśmy w stanie otrzymać substancji tej w fazie ciekłej, chociażbyśmy stosowali największe dostępne naszemu doświadczeniu ciśnienia. Niezbędnym zatem warunkiem skroplenia pewnej substancji, danej nam w fazie gazowej, jest to, *by temperatura jej była niższa od krytycznej*. Stosując wtedy odpowiednio wielkie ciśnienie (zależnie od temperatury), otrzymamy pożądane skroplenie. W razie zaś, gdybyśmy nie rozporządzali ciśnieniami powyżej pewnej wartości, dopomóc sobie możemy przez oziębienie danej substancji do takiej temperatury, w której ciśnienie, jakiem rozporządzamy, okaże się wystarczające.

174. Wykreślne przedstawianie własności par.

Zastosujmy znany już nam sposób wykresów do przedstawiania własności par. Odmierzajmy na osi odciętych objętość (v), na osi zaś rzędnych ciśnienia (p). Przypuśćmy, iż mamy w naczyniu walcowem pod tłokiem parę przegrzaną (nienasyconą) w pewnej temperaturze t; przypuśćmy, iż prężność tej pary jest p_1, podczas gdy jej objętość jest v_1. Odmierzmy (rys. 332) spółrzędne $OP_1 = v_1$ i $P_1M_1 = p_1$; znajdziemy w ten sposób punkt M_1—punkt ten będzie reprezentował swemi spółrzędnemi dany stan pary. Zmniejszajmy teraz objętość pary, wsuwając do naczynia tłoki, nie zmieniając przytem temperatury pary (w tym celu wystawić sobie możemy, iż naczynie, zawierające parę, mieści się w obszernej kąpieli o stałej temperaturze); wiemy już, iż zmiany takie, zacho-



Rys. 332.

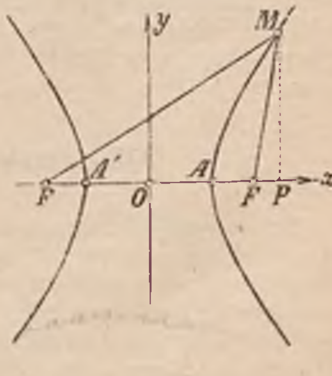
dzące w stałej temperaturze, nazywają się *izotermicznemi*. Zmniejszeniu objętości do wartości $v_2 = OP_2$ odpowiadać będzie większa prężność $p_2 = M_2P_2$, którą odczytamy na manometrze, złączonym z naszem naczyniem. Podobnie, gdybyśmy jeszcze zmniejszyli objętość pary do wartości $v_3 = OP_3$, prężność wzrosłaby do wartości M_3P_3. Odwrotnie, gdybyśmy tłok podnosili, dając parze możność rozszerzania się izotermicznie, prężność pary zmiejszałaby się, i tak jak wyżej punkty M_2, M_3, tak teraz np. punkty M_1', M_2' reprezentowałyby swemi spółrzędnemi odpowiadające sobie wartości objętości i prężności pary. Łącząc wszystkie znalezione punkty M_2' M_1' M_1 M_2 M_3..., otrzymalibyśmy pewną krzywą, która wykreślnie przdstawiłaby całość zachodzących tu kolejno izotermicznych zmian.

Idźmy jednak dalej. Oto gdy, zmniejszając stopniowo objętość pary przez obniżanie tłoka w naczyniu, stwierdzamy stopniowy wzrost prężności, dochodzimy wreszcie do pewnej prężności, która dalej nie wzrasta, jakkolwiek w dalszym ciągu obniżamy tłok, a więc zmniejszamy objętość pary. Tę graniczną wartość prężności przedstawia na rysunku rzędna MP—od punktu M poczynając, krzywa nasza zmienia się na prostą, przebiegającą równolegle do osi objętości. Co to znaczy? Oto, zmniejszając stopniowo objętość pary, doprowadziliśmy ją do takiej objętości (OP), w której stała się z przegrzanej nasyconą; dalszemu zmniejszaniu objętości towarzyszy jedynie skraplanie się pary — prężność pary nasyconej pozostaje niezmienna, zmniejsza się tylko jej ilość, wzrasta jednocześnie ilość tworzącej się z niej cieczy; wreszcie dochodzimy do momentu, gdy para się skrapla całkowicie—mamy wtedy pod tłokiem tylko ciecz. Jeżeli w dalszym ciągu zmniejszać będziemy objętość, wpychając tłok w głąb naczynia, manometr wykaże znów wzrost ciśnienia i to znaczny — od punktu M', który odpowiada właśnie temu momentowi całkowitego skroplenia, krzywa nasza wznosi się bardzo stromo ku górze: wiemy już, iż ciecze są bardzo mało ściśliwe, zatem nieznaczne zmniejszenie się objętości cieczy da się osiągnąć jedynie znacznym wzrostem ciśnienia.

Wykreślona krzywa zmian izotermicznych ciśnienia i objętości, którą to krzywą nazywamy *linją izotermiczną* albo *izotermą*, przedstawia nam niezmiernie obrazowo całość opisanego zjawiska. Gdybyśmy powtórzyli doświadczenie w innej stałej temperaturze, otrzymalibyśmy podobną krzywą, ale już przebiegającą inaczej względem osi spółrzędnych. Rys. 332 przedstawia właśnie układ izoterm dla różnych temperatur, odnoszący się do bezwodnika węglowego — wyższym temperaturom odpowiadają izotermy, dalej położone od osi spółrzędnych. W układzie tym zwraca naszą uwagę, iż odcinki izoterm, równoległe do osi objętości, są tem krótsze, im wyższej temperaturze odpowiada dana izoterma— tem ciaśniejsze są granice objętości, w których dana substancja pozostaje w dwu fazach: ciekłej i gazowej. Wreszcie dla pewnej izotermy odcinek ten znika zupełnie, zamiast niego mamy na zagięciu krzywej tylko punkt K. Punkt ten zatem wyobraża taki stan danej substancji, w którym znika współczesne istnienie jej w dwu fazach; jest to właśnie punkt krytyczny, a temperatura, która odpowiada izotermie, na której ten punkt leży, jest właśnie temperaturą krytyczną. To, co nazywamy skraplaniem, zachodzi tedy jedynie w dziedzinie, objętej na naszym wykresie przez linję kropkowatą $M'KM$; poza tą linją mamy z jednej strony fazę gazową, z drugiej—tylko fazę ciekłą. Im temperatura, dla której bierzemy izotermy, leży wyżej od temperatury krytycznej, tem prawidłowsze kształty przybierają izotermy, dążąc do stania się hiperbolami*). Gazy takie, jak powietrze, wodór, tlen, azot i t. d., brane w zwykłych temperaturach pokojowych, pozostają bardzo daleko od stanu krytycznego — ich temperatury krytyczne są bardzo niskie; to też ich zmiany izotermiczne, przedstawione wykreślnie, reprezentowane są przez dokładne niemal hiperbole, zbliżające się asymptotycznie do osi objętości i ciśnień; wykres taki odpowiada właśnie zależności, wyrażonej w przybliżeniu prawem Boyle-Charles'a przez wzór $pv = RT$. Proponujemy czytelnikowi sporządzenie sobie wykresu tego równania, zakładając na T jakąś stałą wielkość.

175. Skraplanie gazów.

Poddając bezwodnik węglowy w zwykłej temperaturze pokojowej ciśnieniu około 55 Atm., skraplamy ten gaz i otrzymujemy zupełnie przezroczystą, bardzo ruchliwą ciecz. Ten ciekły bezwodnik węglowy jest bardzo rozpowszechniony w handlu i przechowuje się w grubościennych cylindrycznych bańkach stalowych; nad cieczą w cylindrze znajduje się *para nasycona* bezwodnika węglowego w danej temperaturze; wywiera ona ciśnienie, równe temu, pod którem się w tej temperaturze bezwodnik węglowy skrapla, t. j. ok. 55 Atm. Jeżeli otworzymy kurek, gdy cylinder odwrócony jest tym kurkiem do góry, gazowy bezwodnik węglowy będzie się z impetem wydostawał z cylindra; gdy wszakże odwrócimy cylinder kurkiem ku dołowi i wtedy go otworzymy, z cylindra



Rys. 333.

*) Hiperbolą nazywa się krzywa, mająca tę własność, że dla każdego jej punktu różnica odległości $(F_1M - FM)$ tego punktu od dwu stałych punktów F_1 i F, zwanych ogniskami, jest wielkością stałą (por. określenie elipsy w ust. 47). Rys. 333 przedstawia hiperbolę; składa się ona z dwu gałęzi, biegnących w nieskończoność.

wytryskać będzie ciekły bezwodnik węglowy, który, parując gwałtownie pod zmniejszonem dla niego ciśnieniem (ciśnienie spada od 55 Atm. do 1 Atm.) i skutkiem tego oziębiając się (o tem mowa niżej), natychmiast będzie przechodził w fazę stałą, będąc w tej skrzepłej postaci uderzająco podobny do śniegu. Temperatura skrzepłego bezwodnika węglowego wynosi — 57°; dolewając doń eteru, otrzymujemy mieszaninę mrożącą o temperaturze ok. —80°. Ów śnieg na powietrzu paruje gwałtownie; mamy tu jeden z pięknych przykładów zjawiska sublimacji.

Próby skraplania powietrza, tlenu, azotu, wodoru przez samo poddawanie tych gazów ciśnieniu nie dały żadnych wyników, pomimo olbrzymich wartości stosowanych ciśnień. Niepowodzenia te zrodziły wyobrażenie, iż wymienione gazy są „gazami trwałemi“, że nie poddają się one skropleniu. Potem jednak, gdy fizyk angielski Andrews dokonał swych epokowych badań i ustalił pojęcie temperatury krytycznej, mniemanie o istnieniu gazów trwałych prysło. Zrozumiano, że, jeżeli bezwodnik węglowy daje się skroplić pod odpowiedniem ciśnieniem w zwykłej temperaturze pokojowej, dzieje się tak dlatego, że jego temperatura krytyczna leży powyżej tej temperatury pokojowej; jeżeli z drugiej strony owe domniemane gazy trwałe nie dają się skroplić w taki sam sposób, wskazuje to, iż temperatury krytyczne tych ciał leżą poniżej temperatur, w których stosowano ciśnienia. Istotnie w tablicy na str. 370 widzimy, iż temperatura krytyczna bezwodnika węglowego jest + 31,°35, zaś np. tlenu — 118,°8, wodoru — 241°. Chcąc zatem skroplić tlen, musimy przedewszystkiem obniżyć jego temperaturę poniżej — 119°, wodór zaś oziębić do temperatury co najmniej — 241°. Dopiero więc kombinacja ciśnienia z odpowiedniem oziębieniem sprowadzić tu może wynik pożądany. Istotnie, tą drogą skroplono wszystkie gazy, łącznie z najoporniejszym ze znanych nam gazów, mającym najniższą temperaturę krytyczną (— 268°), helem.

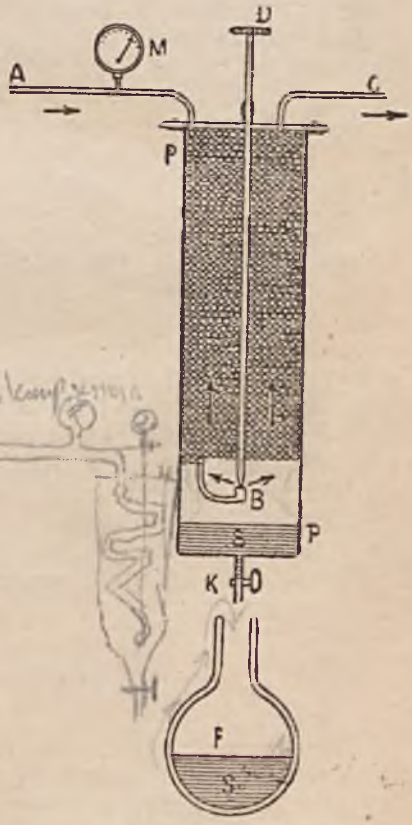
Przy tych właśnie badaniach nad skraplaniem gazów osiągnięto wzmiankowaną wyżej temperaturę, odległą o parę stopni zaledwie od zera bezwzględnego. Badania własności ciał przy tych niskich temperaturach odkryło przed nami nowe nieznane przedtem horyzonty.

176. Przyrząd do skraplania powietrza.

Rozwiązanie zagadnienia o skraplaniu gazów, zapoczątkowane skropleniem powietrza przez profesorów Wszechnicy Jagiellońskiej Wróblewskiego i Olszewskiego (r. 1883), posiada nie tylko wielką doniosłość naukową, ale i praktyczną. Szczególnie szerokie zastosowanie znalazło skroplone powietrze, przedewszystkiem jako źródło tlenu. Rzuciwszy okiem na tablicę na str. 370, widzimy, iż z dwu głównych składników powietrza azot jest, że tak powiemy, lotniejszy — jeżeli w jaki sposób otrzymamy ciekłe powietrze, będzie ono wrzało pod zwykłem ciśnieniem atmosferycznem kosztem własnego ciepła (straty te będą pokrywane przez dopływające z otoczenia ciepło, czemu usiłujemy przeszkodzić. umieszczając tę interesującą ciecz w odpowiednich wysrebrzonych naczyniach szklanych o podwójnych ścianach, z pomiędzy ktorych usunięto powietrze — są to t. zw. naczynia Dewara (czyt. Diuara) (rys. 334) — o zasadzie budowy tych naczyń będzie mowa w rozdz. o ruchu ciepła. Azot, mający temperaturę krytyczną niższą, parować będzie prędzej od tlenu; w ten sposób ciecz otrzymana będzie coraz obfitsza w tlen. Można jeszcze w specjalny sposób przyśpieszyć parowanie azotu, by otrzymać w jak najkrótszym czasie czysty tlen (powietrze zawiera wprawdzie inne jeszcze składniki; niektóre z nich jednak są w niem w znikomej ilości, inne, jak para wodna, bezwodnik węglowy, siarkowodór, są usuwane zapomocą odpowiednich zabiegów). Otrzymanym tlenem na bijają bańki stalowe, takie jak te, które się używają do bezwodnika węglowego.

Rys. 334.

Jest parę różnych cokolwiek machin, pozwalających otrzymywać w większych ilościach powietrze skroplone (te same machiny z pewnemi modyfikacjami mogą być użyte i do skraplania innych gazów). Poprzestaniemy tu na wyjaśnieniu budowy przyrządu Hampsona, przedstawionego schematycznie na rys. 335. Przez rurę A tłoczy się zapomocą pompy zgęszczającej (kompresora) powietrze, zgęszczone mniej więcej do 200 Atm.. do wąskiej zwiniętej rurki miedzianej, mieszczącej się w metalowej osłonie PP i kończącej się wylotem B. Śruba D, zakończona stożkową zatyczką, wchodzącą w otwór B, pozwala przymykać mniej lub więcej ten otwór. Jeżeli pozostawimy malutką zaledwie szparkę, wewnątrz rurki miedzianej panować będzie niemal takie ciśnienie, jak to, pod którem



Rys. 335.

się wtłacza powietrze do rurki, i dopiero przy wydostawaniu się z tej szparki powietrze rozprężać się będzie nagle do 1 Atm., co spowoduje jego oziębienie. To ochłodzone powietrze uchodzi między zwojami rurki i przez *C* wydostaje się nazewnątrz, ale po drodze oziębia powietrze, dalej tłoczone przez rurkę ku *B*, które, również rozprężając się, oziębia się zkolei do niższej jeszcze temperatury i t. d. W ten sposób wydostające się z *B* powietrze posiada coraz to niższą temperaturę (cała wartość wynalazku polega właśnie na tem, że potrzebne oziębianie osiąga się tu przez rozprężanie i niema potrzeby stosować żadnych zewnętrznych środków ziębiących, jak to czyniono przy pierwszych próbach skraplania powietrza). Wkońcu temperatura spada do wartości temperatury wrzenia gazu pod normalnem ciśnieniem i gaz uchodzi z *B* skroplony częściowo; otrzymana ciecz zbiera się w dolnej części naczynia zewnętrznego *PP*, skąd przez kurek *K* może być wylana do podstawionego naczynia Dewara *F*.

Jest rzeczą godną uwagi (poprzestajemy tu wyłącznie na podkreśleniu faktu), iż przy takiem rozprężaniu się, jak tutaj nie każdy gaz się oziębia; np. wodór ogrzewa się. Okazuje się jednak, iż jeżeli początkowo oziębimy wodór do temperatury niższej od -80^0, to i on pocznie zachowywać się przy rozprężaniu się tak jak powietrze. Tą drogą właśnie wodór został skroplony przez Dewara.

Z powietrzem ciekłem daje się wykonać szereg interesujących doświadczeń. Gdy doń zanurzymy kawałek rurki kauczukowej, twardnieje ona i staje się tak krucha, iż się rozpryskuje pod uderzeniem młotka. Ołów, zanurzony w ciekłem powietrzu, nabiera innych własności sprężystych — dzwonek z ołowiu nie dzwoni w zwykłej temperaturze, natomiast, gdy go potrzymamy czas pewien w ciekłem powietrzu, wydaje wyraźne dźwięki. Wata, zwilżona ciekłem powietrzem i pokryta sproszkowanym węglem, daje przy zapaleniu jej efektowny wybuch (przypominamy, iż powietrze skroplone jest bogatsze w tlen, niż powietrze zwykłe). Gdy do naczynia, wypełnionego tą ruchliwą niebieskawą cieczą, wrzucamy tlejący papieros, spala się efektownie. Nalana do ciekłego powietrza rtęć krzepnie natychmiast i t. d.

Ćwiczenia i zadania.

203. Bezpośrednio odczytana wysokość słupa barometrycznego w temperaturze 20^0 przy pomocy skali mosiężnej wynosi 749 mm. Wyznaczyć wartość ciśnienia atmosferycznego, redukując odczytaną wysokość do 0^0 i uwzględniając prężność pary rtęci w rurce barometrycznej?

204. Do rurki barometrycznej wpuszczono, jak w doświadczeniach, o których mowa na str. 359, najpierw wody, a potem

alkoholu w takiej ilości, iż na powierzchni rtęci po ustaleniu się równowagi pozostała cienka warstewka roztworu wodnego alkoholu: doświadczenia dokonano w temperaturze 20°. O ile się obniżył słup rtęci?

205. Do rurki barometrycznej, jak w zadaniu poprzedniem, wprowadzony został eter, poczem słup rtęci obniżył się o 30,5 cm.; doświadczenie zostało dokonane w 20°. Czy para eteru w rurce jest nasycona? Czy na powierzchni rtęci da się obserwować warstewka ciekłego eteru?

206. Na szczycie pewnej góry woda wre przeciętnie w temperaturze 92°. Co uczynić ma ten, ktoby chciał tam w celu należytego ugotowania pokarmu otrzymać wodę, wrzącą w 100°.

207. Temperatura krytyczna etylenu wynosi $+ 9^0{,}5$, ciśnienie zaś krytyczne 50,7 Atm. Podać warunki, jakim winno się uczynić zadość w celu skroplenia etylenu.

Rozdział VI. O wilgotności powietrza.

177. Wilgotność powietrza bezwzględna i względna.

Powietrze zawiera zawsze mniejsze lub większe ilości pary wodnej, która, zgodnie z prawem Daltona, warunkuje pewną nieznaczną naogół część ciśnienia atmosferycznego. Para wodna w powietrzu może być nienasycona lub nasycona, zależnie od ilości i wielkości zbiorników wody w danej miejscowości, oraz od temperatury powietrza, opadów, wiatrów (same opady warunkują się skraplaniem, wzgl. krzepnięciem pary w górnych warstwach atmosfery w określonej temperaturze).

Mokre przedmioty schną prędko, zwłaszcza na przewiewie, w powietrzu suchem, t. j. właściwie zawierającem parę daleką od stanu nasycenia; trudno je natomiast wysuszyć przy parze nasyconej w powietrzu np. po dłuższym deszczu. W mieszkaniach, podczas gdy mamy w nich parę wodną nienasyconą, otrzymujemy nieraz skroplenie jej na przedmiotach w temperaturze niższej niż temperatura pokojowa: na szybach okien, które się pocą lub pokrywają szronem, na szkłach binokli lub okularów u osób, wchodzących w zimie do pokoju ze dworu. Znajdująca się w powietrzu para ma wszędzie w pokoju prężność jednakową; podczas gdy prężność ta dla danej temperatury pokojowej jest mniejsza niż prężność pary nasyconej w tej temperaturze (dlatego właśnie para jest nienasycona), ta sama prężność jest większa, niż prężność pary nasyconej w temperaturze niższej, którą przybiera powietrze w bezpośredniem zetknięciu z przedmiotem chłodnym; dlatego to w bezpośredniem sąsiedztwie z takim przedmiotem para nienasycona staje się nasyconą i część jej się skrapla.

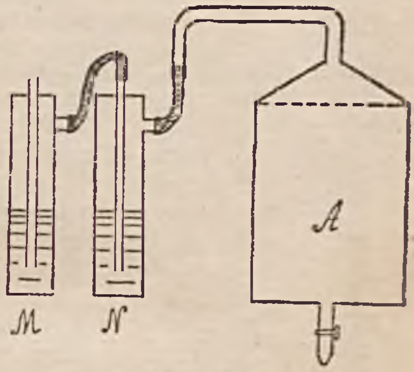
Ilość pary wodnej, zmierzona w gramach, a przypadająca na 1 m.^{3} powietrza, daje nam miarę t. zw. *wilgotności bezwzględnej.*

Stosunek ilości pary wodnej, mieszczącej się w danej objętości powietrza, do ilości pary wodnej, która byłaby nasyconą w danej objętości i danej temperaturze, stanowi miarę t. zw. *wilgotności względnej* powietrza. Wilgotność zatem względna mierzy się zazwyczaj ułamkiem właściwym; wartość 0 posiada wilgotność powietrza bezwzględnie suchego, t. j. nie zawierającego zupełnie pary wodnej; wartość 1 odpowiada wypadkowi, gdy w powietrzu mamy parę nasyconą. Mnożąc daną wartość wilgotności względnej przez 100, wyrażamy ją w procentach; zamiast mówić, iż wilgotność wynosi $^3/_4$, oznaczamy ją przez 75%; przy parze nasyconej w powietrzu mamy 100% i t. d.

Organizm nasz nie znosi suchego powietrza; gdy wilgotność jest poniżej 50%, powietrze jest dla nas, praktycznie rzecz biorąc, suche i wpływa szkodliwie; wartość wilgotności najkorzystniejsza z punktu widzenia higjeny jest ok. 70%.

178. Mierzenie wilgotności bezwzględnej powietrza.

Jeżeli ze zbiornika *A* (rys. 336), zwanego *aspiratorem*, wypuszczamy wodę przez mieszczący się u dołu kurek, górną rurką musi dopływać powietrze, inaczej bowiem woda przestanie wyciekać (dlaczego?). Połączmy rurkę tę z suszarkami, jak to przedstawia rysunek, zawierającemi kwas siarkowy. W takim razie podczas wypływu wody z aspiratora przez rurki wpłynie do aspiratora ilość powietrza o objętości, równej objętości wody, która wypłynęła; przytem zawarta w powietrzu para wodna będzie pochłonięta przez kwas siarkowy w suszarkach. Przypuśćmy, że wypływa z aspiratora 10 litrów wody; jeżeli przedtem i potem zważymy suszarki, to przyrost ich masy wskaże w gramach zawartość pary wodnej, przypadającej na te 10 litrów powietrza. Stąd można obliczyć ilość pary wodnej, przypadającej na 1 m.^{3}, t. j. znaleźć bezwzględną wilgotność powietrza.



Rys. 336.

Gdybyśmy wpuszczali przez suszarki do aspiratora powietrze, nasycone parą wodną (można to uczynić np., dając mu przechodzić przed wejściem do suszarek przez tak samo jak te suszarki zbudowane przyrządy, zawierające zamiast kwasu siarkowego wodę), moglibyśmy w sposób już wytłumaczony wyznaczyć, ile gramów pary wodnej zawiera 1 m.^{3} powietrza, nasyconego parą w danej temperaturze.

Nie wdając się w szczegóły, dotyczące takich wyznaczeń w różnych temperaturach, możemy zrozumieć, jak daje się ułożyć tablica następująca, która podaje, ile gr. pary wodnej zawiera 1 m.^{3} powietrza, nasyconego parą w danej temperaturze *t*:

t	gr.	*t*	gr.	*t*	gr.
—3°	4	5°	6,8	13°	11,3
—2	4,2	6	7,2	14	12,0
—1	4,5	7	7,7	15	12,8
0	4,9	8	8,2	16	13,6
1	5,2	9	8,8	17	14,4
2	5,6	10	9,4	18	15,3
3	5,9	11	10,0	19	16,2
4	6,4	12	10,6	20	17,2.

179. Mierzenie wilgotności względnej powietrza.

Umiejąc mierzyć wilgotność bezwzględną powietrza i mając tablicę, podaną w końcu ustępu poprzedniego, możemy znaleźć i wilgotność względną w następujący sposób. Przypuśćmy, iż wilgotność bezwzględna wynosi $9 \frac{gr.}{m.^3}$; jeżeli temperatura powietrza jest 14^0, odczytujemy w tablicy, iż odpowiednio do tej temperatury przy parze nasyconej wilgotność bezwzględna byłaby $12 \frac{gr.}{m.^3}$. Zatem wilgotność względna jest $^9/_{12}$ czyli $^3/_4$; w procentach stanowi to, oczywiście, 75%.

Inaczej znaleźć możemy wilgotność względną, stosując metodę „punktu rosy“. Posrebrzone metalowe naczyńko zawiera eter (rys. 337); wdmuchując pompką powietrze do eteru, przyśpieszamy jego parowanie i warunkujemy tem obniżanie się jego temperatury, co notować możemy przy pomocy termometru. W określonej chwili na posrebrzonej ściance naczyńka ukazują się kropelki rosy; chodzi właśnie o zanotowanie temperatury eteru, a więc i naczynia, w tym momencie ukazania się rosy. W ust. 177 wyjaśniliśmy, iż podobne skraplanie się pary wodnej na powierzchni przedmiotu, chłodniejszego od otaczającego powietrza, wskazuje, iż para wodna, zawarta w powietrzu w pobliżu tego przedmiotu staje się nasyconą. Niech np. rosa ukazuje się, gdy termometr zanurzony w eterze wskazuje 7^0; w temperaturze zatem 7^0 para wodna, zawarta w powietrzu, staje się nasyconą, a z tablicy poprzedniego ustępu odczytujemy, iż w takim razie na 1 m.³ powietrza przypada 7,7 gr. pary. Jeżeli temperatura powietrza (wyznaczona zapomocąinnego termometru), jest 14^0, to, jak wypada z tejże tablicy, 1 m.³ powinien zawierać 12 gr. pary wodnej, jeżeli ta ma być parą nasyconą. Wilgotność względna wynosi zatem $\frac{7,7}{12} \cdot 100 = 64\%$.

Rys. 337.

Wilgotność względną powietrza można inaczej określić jako stosunek prężności pary wodnej, znajdującej się w powietrzu, do prężności pary nasyconej w danej temperaturze. Zamiast tablicy na str. 379 możemy wziąć następującą tablicę prężności:

t	*p*	*t*	*p*	*t*	*p*
— 3⁰	3,67 mm.	5⁰	6,51 mm.	13⁰	11,14 mm.
— 2	3,95 „	6	6,97 „	14	11,88 „
— 1	4,25 „	7	7,47 „	15	12,67 „
0	4,57 „	8	7,99 „	16	13,51 „
1	4,91 „	9	8,55 „	17	14,40 „
2	5,27 „	10	9,14 „	18	15,33 „
3	5,66 „	11	9,77 „	19	16,32 „
4	6,07 „	12	10,43 „	20	17,36 „

Porównywając tę tablicę z poprzednią, widzimy, iż liczby są w obu bardzo podobne. Rachunek dla przytoczonego przed chwilą przykładu daje

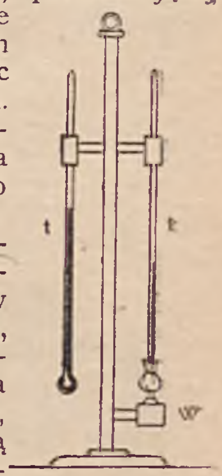
$$\frac{7,47}{11,88} \cdot 100 = 63\%;$$

różnica z poprzednim wynikiem praktycznie nie ma znaczenia.

Największą trudność w doświadczeniu przytoczonem stanowi dostrzeżenie pierwszych oznak rosy i odczytanie właściwej temperatury; naczyńko ma powierzchnię posrebrzoną właśnie dlatego, by łatwiej było dostrzec to ukazywanie się rosy.

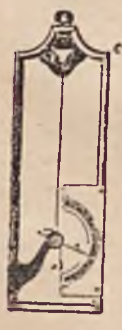
Przyrządy, które służą do mierzenia wilgotności powietrza, nazywają się *higrometrami;* o ile zaś wskazują tylko zmiany wilgotności bez zaznaczenia ilościowej strony zjawiska — *higroskopami.* Przyrząd, przedstawiony na rys. 337, nazywa się higrometrem Lambrechta.

Jak widzimy, pomiar wilgotności jest rzeczą zbyt skomplikowaną, by mógł znaleźć zastosowanie w życiu codziennem; dlatego to zbudowano przyrządy, które prowadzą prędzej do celu, jakkolwiek często dokładność ich pozostawia wiele do życzenia. Wstęga z papieru, warstewka żelatyny, włos odtłuszczony zmieniają długość przy zmianach wilgotności powietrza (wchłaniając wodę lub tracąc ją przy wysychaniu). Wstęga mosiężna zwinięta spiralnie, pokryta z jednej strony (zewnętrznej) zelatyną i przytwierdzona na jednym końcu, wykonywa ruch drugim końcem; ruch ten może być udzielony wskazówce, przesuwającej się na podziałce, na której przez odpowiednie wycechowanie podane są odrazu w procentach wartości wilgotności względnej—nie pozostaje nic ponad odczytanie liczby, na której stoi wskazówka.



Rys. 339.

Przyrząd ten jest niedokładny i stanowi właściwie higroskop; wskazania jego zależne są od zmian nie tylko wilgotności, ale i temperatury*).



Rys. 338.

Dobre względnie rezultaty daje higrometr włosowy (rys. 338); włos, przytwierdzony jednym końcem i obciążony na drugim, okręcony jest na walcu, złączonym ze wskazówką; za pośrednictwem walca wskazówka porusza się przy zmianach długości włosa, zaznaczając na podziałce z odpowiednią numeracją wartość wilgotności względnej. Tego rodzaju higrometry wska-

*) Czytelnik widział zapewne przyrządy, w których kapucyn np. chowa się do budki lub nasuwa kaptur podczas deszczu, a właściwie podczas zwiększającej się wilgotności względnej powietrza; ruchy kapucyna lub jego kaptura w takich higroskopach dokonywają się podobnie, jak ruchy wskazówki.

zówkowe wymagają cechowania i sprawdzania przez porównanie otrzymywanych z ich pomocą rezultatów z wynikami dokładnych pomiarów, dokonywanych wyżej podanemi sposobami.

Bardzo rozpowszechnionym, zwłaszcza w praktyce meteorologicznej, jest t. zw. *psychrometr* Augusta (rys. 339). Z dwu termometrów, mających podziałki na dziesiąte części stopnia, jeden ma naczyńko z rtęcią owinięte gazą, zwilżoną w wodzie; skutkiem parowania wody, zawartej w gazie, termometr ten wskazuje temperaturę niższą, niż termometr suchy, i różnica ta jest, oczywiście, tem większa, im powietrze jest suchsze, im przeto prędzej woda paruje (gdyby powietrze zawierało parę wodną nasyconą, oba termometry wskazywałyby jednakowo, wilgotna bowiem gaza nie wysychałaby). Do przyrządu tego ułożona jest specjalna tablica psychrometryczna, z której, podług wskazań obu termometrów, odrazu się odczytuje wartość wilgotności względnej.

Ćwiczenia i zadania.

208. Dlaczego szyby w oknach pokrywają się w zimie lodem? Jakiemi sposobami daje się temu zapobiec?

209. Na higrometrze Lambrechta rosa ukazuje się, gdy termometr wskazuje $8^0,5$; temperatura powietrza jest 18^0. Znaleźć wartość wilgotności względnej?

210. W jaki sposób można sprawdzić kupiony w sklepie i niezaopatrzony w odpowiednie świadectwo higrometr wskazówkowy?

Rozdział VII. O ruchu ciepła.

180. Przewodzenie i unoszenie ciepła.

Mówiliśmy wyżej często o udzielaniu ciepła przez jedne ciała innym ciałom; nie zastanawialiśmy się jednak bliżej nad tem, jak ten proces się odbywa. Uczynimy to teraz.

Jeżeli pręt metalowy zanurzymy jednym końcem w płomieniu, a drugim w naczyniu z lodem, wywołamy tem topnienie lodu; doprowadzamy tu zapomocą owego pręta ciepło płomienia do lodu; mówimy, że pręt *przewodzi* ciepło, że jest *przewodnikiem* ciepła, że przez pręt przechodzi *prąd cieplny*.

Inaczej rzecz się ma, gdy np. ogrzewamy wodę w zlewce, trzymając ją nad płomieniem palnika. Jeżeli do wody domieszamy trochę jakiejś zawiesiny, np. drobnych opiłek, spostrzeżemy, iż w wodzie tworzą się prądy — z dołu woda unosi się ku górze, natomiast górne warstwy opadają; ruchy te uwarunkowane są różnicą gęstości cieczy, ogrzanej u dołu, zimniejszej u góry. Lecz ogrzana ciecz, podnosząc się do góry, unosi ze sobą zawarte w niej ciepło. Podobnie, gdy napalimy w piecu, w powietrzu, wypełniającem pokój, tworzą się prądy—powietrze, ogrzewając się w zetknięciu z piecem, podąża do góry, dołem zaś dopływa do pieca powietrze chłodniejsze, opadające z góry; i tu znowu powietrze unosi ze sobą zawarte w niem ciepło.

Tego rodzaju ruch ciepła wraz z ciałami, zawierającemi to ciepło, nazywamy *unoszeniem ciepła.*

Unoszenie ciepła jest zjawiskiem bardzo pospolitem, a zarazem ważnem (wystarczy przypomnieć znaczenie klimatyczne prądów morskich — Golfstrom, Kuro-Siwo, wiatrów wschodnich u nas w lecie i zimie i t. d.); wszakże o własnościach cieplnych różnych ciał, biorących udział w tem unoszeniu, zjawisko to nas nie informuje.

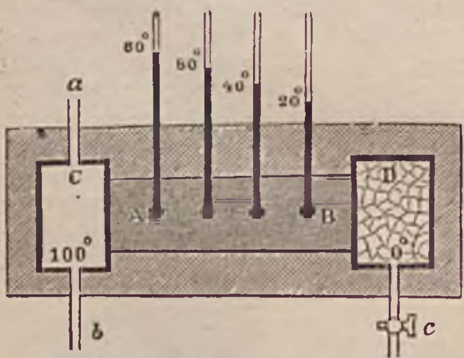
Rys. 340.

Gdy natomiast rozważać będziemy przewodzenie ciepła w różnych ciałach, drogą prostego bardzo doświadczenia przekonamy się, iż pod tym względem różne ciała wyraźnie się różnią.

Rys. 340 przedstawia t. zw. przyrząd Ingenhouse'a; przez ścianę boczną naczynia, do którego nalewamy wrzącej wody, przetknięty jest szereg pokrytych woskiem prętów z różnych materjałów (miedziany, żelazny, cynkowy, szklany, drewniany). Po chwili dostrzegamy, iż wosk zaczyna się topić na prętach, i, podczas gdy na miedzianym topnienie dojdzie już do końca pręta, na żelaznym stopi się wosk zaledwie na nieznacznej części, a na drewnianym nawet śladu topnienia nie zauważymy. Powiemy tedy, iż miedź jest lepszym przewodnikiem ciepła, niż żelazo, to ostatnie zaś lepszym, niż drzewo. Możemy ułożyć tablicę użytych do doświadczenia materjałów w porządku coraz gorszego lub coraz lepszego przewodnictwa.

Dokładne badanie przewodnictwa polega na wyznaczaniu ilości ciepła, przechodzącego w określonym czasie przez przekrój pręta. Ilość ta jest tem większa przy pozostałych niezmiennych warunkach, im większy jest przekrój pręta s im większy czas τ, w ciągu którego trwa prąd cieplny; poza tem jest proporcjonalna do t. zw. *spadu temperatury*, t. j. do stosunku $\frac{t_2-t_1}{l}$ różnicy temperatur w dwu punktach pręta do odległości l między temi punktami.

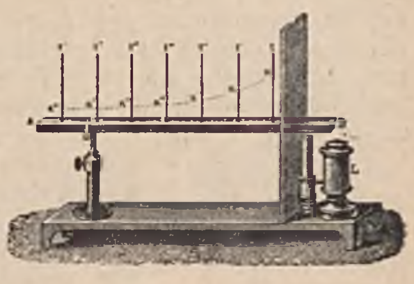
Dotykając ręką pręta, zanurzonego jednym końcem w płomieniu, drugim w lodzie, stwierdzamy, że pręt ten jest tem gorętszy, im bliżej płomienia go dotykamy. Dokładniej rzecz można zbadać tak, jak to jest przedstawione na rys. 341; w pręcie badanym AB porobione są otworki, wypełnione rtęcią, w którą się wkładają termometry; jeden koniec pręta przytyka do ściany naczynia metalowego C, przez które nieustannie płynie prąd pary wrzącej wody, a więc ten koniec pręta utrzymywany jest stale w temperaturze 100^0; drugi koniec pręta przytyka do ściany naczynia metalowego D, wypełnionego topniejącym lodem, a więc mającego stałą temperaturę 0^0. Całość tego urządzenia osłonięta jest dookoła złym przewodnikiem ciepła, by uniknąć utraty ciepła przez ściany boczne pręta. Po pewnym czasie wskazania termometrów się ustalą i stwierdzimy tu jednostajny spad temperatury — jeżeli otworki z termometrami przypadają w równych odległościach od siebie i od końców pręta, termometry będą wskazywały tak, jak to zaznaczono na rysunku. O ilości ciepła, przechodzącego przez pręt w określonym czasie, wnosić możemy z ilości stopionego w tym czasie lodu, innemi słowy z tej ilości wody, którą zbierzemy,



Rys. 341.

otwierając kurek c. Jak już powiedzieliśmy, ilość ta jest proporcjonalna do przekroju pręta s, do czasu τ i do spadu temperatury $\frac{t_1-t_2}{l}$, t. j.

$$q=k\frac{t_1-t_2}{l}s.\tau \quad . \quad . \quad (1)$$



Rys. 342.

Tu k jest pewnym spółczynnikiem proporcjonalności, różnym dla różnych substancyj. Przedstawia on t. zw. *przewodnictwo właściwe* materjału pręta; im większą wartość ma k, tem lepszym przewodnikiem jest dany materjał. Gdybyśmy pręta badanego nie izolowali dokładnie, a zrobili tak, jak to przedstawione jest na rys. 342, nie mielibyśmy już jednostajnego spadu temperatury, a to wskutek komplikacji, zachodzącej dzięki utracie ciepła przez ściany boczne pręta. Tu spad temperatury daje się przedstawić wykreślnie przez linję krzywą, zaznaczoną na rysunku, a nie przez linję prostą, jaka odpowiadałaby rysunkowi 341. Wyrażenie $\frac{t_1-t_2}{l}$ nie będzie tu miało wartości stałej dla poszczególnych części pręta.

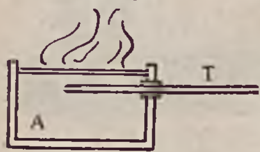
Oto tablica, zawierająca wyniki pomiarów naogół bardzo kłopotliwych i wymagających wielkiej wprawy. W szczegóły się nie wdajemy; pomijamy zupełnie sposoby dokładnego mierzenia przewodnictwa cieczy i gazów, w których to ciałach utrudnia pomiar niemożliwe do uniknięcia unoszenie ciepła. A więc, jeżeli mierzymy q w kalorjach, l w cm., t w stopniach, s w cm.^{2}, τ w sek., otrzymujemy na k następujące liczby:

	k		k		k
Srebro	1,15	Szkło	0,002	Nafta	0,0004
Miedź	1,04	Drzewo	0,0003	Wodór	0,0003
Żelazo	0,21	Woda	0,0012	Bezw. węgl.	0,00003.

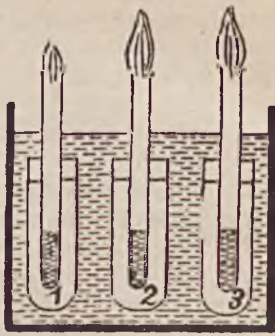
Najlepszemi przewodnikami są metale, z tych zaś srebro. Ciecze naogół są gorszemi przewodnikami, niż ciała stałe, gazy — gorszemi, niż ciecze; z gazów wodór jest względnie dobrym przewodnikiem.

Gdy chodzi o izolowanie jakiego ciała od dopływu doń ciepła, względnie od utraty przezeń ciepła, otaczamy ciało złemi przewodnikami. Wata, futro są bardzo dobremi izolatorami, gdyż między włoskami zawierają powietrze.

Rys. 343 przedstawia przyrząd, który w prosty sposób wykazać może złe przewodnictwo wody. Przez ścianę naczynia blaszanego, zawierającego wodę, wstawiony jest termometr tak, że jego naczyńko z rtęcią przypada tuż pod powierzchnią cieczy. Na wodę nalewamy nieco eteru i zapalamy — pomimo iż naczyńko termometru jest przedzielone od płomienia cienką tylko warstewką cieczy, termometr nie wykazuje prawie przyrostu temperatury (ciecz ogrzewa się tu od góry, a więc unika się w ten sposób powstawania prądów, unoszących ciepło).



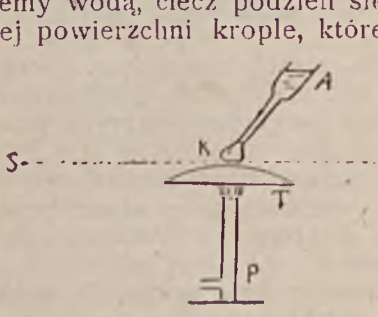
Rys. 343.



Rys. 344.

Rys. 344 przedstawia urządzenie, pozwalające zauważyć, iż wodór jest lepszym przewodnikiem ciepła, niż powietrze. W próbówkach mieści się eter; próbówki te zatopione są w szerszych bańkach szklanych, z których w pierwszej od lewej strony mieści się powietrze, w drugiej wodór o prężności, równej ciśnieniu atmosferycznemu, w trzeciej wreszcie wodór rozrzedzony. Jeżeli wszystkie trzy przyrządy zanurzymy w gorącej wodzie, eter pocznie silniej parować i parę tę można zapalić u wylotu próbówki. Mniejszy płomień na pierwszej rurce świadczy, że przez powietrze dopływa mniej ciepła do eteru (mniej się tworzy pary eteru), niż przez wodór. Z drugiej strony niemal zupełna równość płomieni na drugiej i trzeciej rurce świadczy, iż w szerokich granicach przewodnictwo gazu nie zależy od jego gęstości. Co innego wprawdzie, jeżeli gaz jest bardzo rozrzedzony; wtedy daje się zauważyć znaczne zmniejszenie się przewodnictwa (wszak w próżni nie może być mowy o przewodnictwie!) — właśnie dlatego w naczyniu Dewara z pomiędzy ścian usuwa się jak najdokładniej powietrze, by uniknąć dopływu ciepła z otoczenia drogą przewodnictwa.

Złem przewodnictwem gazów tłumaczy się następujące ciekawe zjawisko. Gdy rozżarzoną do czerwoności płytę metalową polejemy wodą, ciecz podzieli się na niespokojnie poruszające się po tej powierzchni krople, które czas dłuższy będą tak pozostawały na płycie, nie parując prędko w zetknięciu z gorącym metalem, jakbyśmy mogli tego oczekiwać. Uważna obserwacja wykazuje, iż każda taka kropla (mówimy, iż ciecz znajduje się tu w stanie *sferoidalnym*) nie dotyka bezpośrednio metalu, lecz przedzielona jest od niego warstewką wciąż odnawiającej się pary, która chroni resztę cieczy od zbyt pręd-



Rys. 345.

kiego dopływu ciepła, a więc właśnie zapobiega prędkiemu parowaniu. Jeżeli, jak na rys. 345, puszczać będziemy ostrożnie z pipetki wodę na rozżarzony przez płomień palnika gazowego a odwrócony dnem do góry tygiel żelazny, z łatwością stwierdzimy, iż między kroplą a tyglem przechodzi swobodnie światło z odpowiednio umieszczonego źródła światła S. Gdy płyta metalowa nie jest tak rozżarzona, by się odrazu utworzyła ta ochronna warstewka pary, ciecz styka się bezpośrednio z metalem i niemal momentalnie paruje. W odlewniach robotnicy pokazują zwiedzającym osobom efektowne doświadczenie — zanurzają rękę po łokieć w stopionej masie metalu; niech czytelnik sam wytłumaczy to doświadczenie, uwzględniając, iż zazwyczaj robotnik przedtem zanurza rękę w wodzie, chyba że bez tego ma rękę dość wilgotną.

181. Promieniowanie.

Do faktów najbardziej popularnych należy ten, że *słońce grzeje*, t. j., że słońce dostarcza ciepła. W jaki sposób? Co jest tym przewodnikiem, po którym to ciepło do nas dochodzi; albo w jakiej to substancji tworzą się prądy, unoszące ku nam ciepło słoneczne? Wiemy z całą pewnością, iż między ziemią a słońcem niema żadnego pomostu materjalnego, w którym mogłoby zachodzić przewodzenie lub unoszenie ciepła. Jakże jednak przez tę *próżnię* przedostaje się do nas ciepło słońca? Dzieje się to przez *promieniowanie*. Słońce promieniuje, wysyłając między innemi rodzajami promieniowania światło. Promieniowanie jest czemś zgoła innem od ciepła. Promieniowanie rozchodzi się w próżni, podczas gdy ciepło może być i rozchodzić się tylko w ośrodkach materjalnych. Ruch ciepła, o ile zachodzi, odbywa się naogół bardzo powoli (uprzytomnijmy sobie, jak prędko uczujemy, iż ciepło dochodzi przez pręt metalowy do naszej ręki, w której trzymamy jeden koniec pręta, podczas gdy drugi zanurzamy w płomieniu); tymczasem promieniowanie rozchodzi się z olbrzymią prędkością — w próżni prędkość ta wynosi 300000 $\frac{\text{Km.}}{\text{sek.}}$, jak o tem mowa będzie niżej.

W rozdziale następnym omówimy szczegółowo przemiany pracy mechanicznej na ciepło (np. ogrzewanie ciał przez tarcie) i odwrotnie — ciepła na pracę mechaniczną, czego przykładem jest machina parowa. Skoro ciepło może z pracy powstać i w pracę się zamienić, jest całkiem uzasadnione traktowanie ciepła jako energji. Lecz nie tylko z pracy mechanicznej ciepło może powstać i nie tylko w pracę mechaniczną może się przeistoczyć. Z ciepła powstawać może promieniowanie i odwrotnie —

— jak to zaraz wytłumaczymy — promieniowanie może się w ciepło przekształcać.

Promieniowanie rozchodzić się może nie tylko w próżni, ale i w ośrodkach materjalnych, przytem te ośrodki bywają w rozmaitym stopniu *przezroczyste*. Im mniej jest ośrodek przezroczysty, tem — powiadamy — pochłania on więcej rozchodzącej się w nim energji promienistej. Powietrze, otaczające ziemię, jest dość przezroczyste, to też nieznaczna część promieniowania słonecznego zostaje w powietrzu pochłonięta, reszta dochodzi do ziemi, przytem częciowo się odbija od powierzchni ziemi i znowu poprzez atmosferę ziemską uchodzi w przestwory wszechświatowe, częściowo przenika w nieprzezroczystą ziemię i zostaje pochłonięte. Otóż z tego promieniowania pochłoniętego tworzy się znowu ciepło — ciało, pochłaniające promienie, ogrzewa się. Ponieważ powietrze mało pochłania promieniowania, przeto i mało ciepła tworzy się przy przejściu przez powietrze — powietrze pozostaje chłodne. Ziemia natomiast pochłania całkowicie promieniowanie, które nie zostało od jej powierzchni odbite—stąd ogrzewanie się ziemi pod naświetlaniem jej przez słońce. Od ziemi dopiero ogrzewa się stykające się z nią powietrze; stąd, im dalej od powierzchni ziemi, im wyżej, tem powietrze jest chłodniejsze. A zatem ogrzewanie ziemi przez słońce zachodzi w ten sposób, iż z ciepła słonecznego tworzy się promieniowanie, które przez próżnię dochodzi do ziemi i tu przy pochłanianiu znowu przekształca się na ciepło.

Podobnie, gdy w pewnej odległości od dobrze ogrzanego pieca lub innego gorącego przedmiotu trzymamy rękę, doznajemy wrażenia cieplnego i wnioskujemy, że piec lub ów przedmiot jest ciepły. Jeżeli między ręką a piecem stoi zasłona, np. kawałek tektury, wrażenia tego nie doznajemy, zachodzi jednak ono natychmiast, gdy ową zasłonę usuwamy. I tu gorące ciało (piec) promieniuje, promieniowanie przez przezroczyste powietrze dochodzi do naszej ręki (nie dochodzi przez nieprzezroczystą tekturę); częściowo następnie zostaje od ręki odbite, częściowo pochłonięte — z tej części pochłoniętej tworzy się ciepło, warunkujące ogrzewanie się ręki.

Poprzestajemy na tej krótkiej wzmiance o promieniowaniu i przemianach jej na ciepło i odwrotnie. Zjawisku promieniowania poświęcimy dalej specjalną część niniejszej książki.

Ćwiczenia i zadania.

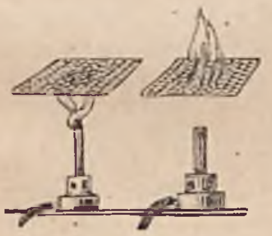
211. Uwzględniając rozmaitą wartość przewodnictwa cieplnego, wytłumaczyć, dlaczego różne ciała, mające tę samą temperaturę np. mieszczące się czas dłuższy w tym samym pokoju, wydają się nam niejednakowo ciepłemi, gdy ich dotykamy ręką. W jakiej

temperaturze przedmioty metalowe zdają się być chłodniejszemi, a w jakiej cieplejszemi od przedmiotów drewnianych?

212. Chcąc zachować czas dłuższy kawałek lodu w pokoju umieszczamy go w trocinach. Dlaczego? Czy dobrze byłoby owinąć ten kawałek w tym samym celu watą?

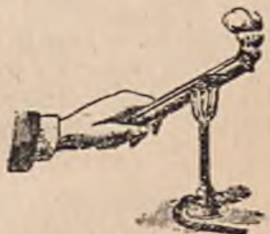
213. Jeżeli, puściwszy gaz z palnika, nad którym trzymamy siatkę metalową, zapalimy gaz nad siatką, płomień będzie jakgdyby przytłoczony, nie mogąc sie przedostać ponad siatkę; jeżeli natomiast zapalimy gaz nad siatką, pod siatką dopływający wciąż gaz się nie zapali (rys. 346). Wytłumaczyć te zjawiska.

214. Jednem z niebezpieczeństw, na które narażony jest górnik, jest wybuch gazów piorunujących. Dla zapobieżenia nieszczęściu górnicy używają tam, gdzie niema oświetlenia elektrycznego, lampek Davy'ego (rys. 347); w lampce takiej płomień osłonięty jest siatką metalową. Wytłumaczyć, na czem właściwie polega bezpieczeństwo takiej lampki?



Rys. 346.

Rys. 347.



Rys. 348.

215. Jeżeli na dnie próbówki z wodą umieścimy kawałek lodu, przytrzymując go tam np. kawałkiem metalu, a następnie trzymać będziemy próbówkę nad palnikiem tak, jak to przedstawia rys. 348, zagotujemy wodę w górnej części próbówki, co nie pociągnie za sobą jednoczesnego stopienia lodu, mieszczącego się niżej. Wytłumaczyć to zjawisko.

216. Powierzchnia szyby szklanej, przypadająca w pokoju, pozostaje w temperaturze 15°; powierzchnia jej nazewnątrz pozostaje w temperaturze —10°. Szyba ma 4 mm. grubości, 1,5 m. wysokości i 1 m. szerokości. Ile ciepła traci na dobę pokój przez przewodnictwo w szybie w tych warunkach? (zakładamy, że temperaturę w pokoju podtrzymujemy w tej samej wartości, jak również temperatura nazewnątrz nie ulega zmianie).

217. Kwadratowa płytka miedziana o krawędzi 20 cm. i grubości 5 cm. przedziela dwa naczynia, z których w jednem mieści

się lód, a przez drugie płynie para wrzącej wody. Ile lodu stopi się w ciągu godziny w pierwszem z tych naczyń i ile pary się skropli w drugiem?

218. W jakim celu ustawiają ekrany przed piecami lub kominkami?

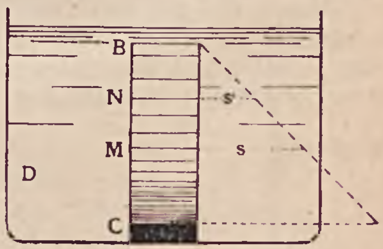
219. W jakim celu posrebrzamy ściany naczyń Dewarowskich, czyniąc je w ten sposób dobrze odbijającemi promieniowanie?

Rozdział VIII. Wiadomości uzupełniające o dyfuzji i roztworach.

182. Prawo dyfuzji.

Jeżeli na dnie słoja, wypełnionego wodą, umieścimy dostateczną ilość siarczanu miedzi lub innej jakiej soli i pozostawimy słój ten w spokoju, sól przenikać będzie z biegiem czasu do coraz wyższych warstw cieczy, o czem w przypadku siarczanu miedzi łatwo wnosić można ze zmian zabarwienia cieczy — najciemniejszego u dołu i coraz jaśniejszego u góry. Nawet pobieżnie robiona obserwacja wskazuje, iż zjawisko to zachodzi powoli; szereg miesięcy wypadnie czekać, zanim się utworzy jednolicie stężony roztwór w całym słoju. Jeżeli sól umieścimy nie na dnie naczynia, lecz w górnej warstwie wody, np. w przytwierdzonej tam odpowiednio siatce, przekonamy się iż względnie bardzo prędko utworzy się jednolicie zabarwiony roztwór. Tu wszakże rzecz się dzieje w ten sposób, iż tworzący się u góry roztwór, jako mający gęstość większą, niż czysta woda, opada i miesza się z resztą cieczy; nie mamy wię tu czystego zjawiska dyfuzji: jest ono skomplikowane przez powstające prądy w cieczy.

Chcąc zbadać prawo dyfuzji, bierzemy słój z wodą, na którego dnie leży dostateczna ilość siarczanu miedzi, i wstawiamy do większego naczynia z wodą, wciąż odświeżaną (rys. 349). Po pewnym dłuższym czasie ustala się zarówno zabarwienie, stopniowo znikające od dołu ku górze, jak i odpowiający temu zabarwieniu rozkład stężenia roztworu w słoju. Na dnie mamy wtedy, oczywiście, roztwór stężony, stężenie maleje w coraz wyżej położonych warstwach; wreszcie w górnej warstwie, stykającej się z wodą w większem naczyniu zewnętrznem, stężenie jest równe zeru — tu bowiem wciąż dopływa świeża woda. Obserwując rzecz dłużej, stwierdzamy, iż ilość soli, pozostającej jeszcze nierozpuszczoną na dnie słoja, wciąż się zmniejsza. Swiadczy to, iż cząsteczki soli wędrują nieprzerwanie od dołu ku górze, dążąc od miejsca o większem stężeniu do miejsca o stężeniu mniejszem; w ten sposób wreszcie mogłoby nastąpić



Rys. 349.

zrównanie stężeń w różnych miejscach, gdyby nie to, że w sztuczny sposób podtrzymujemy różnicę. Zjawisko to przypomina nam ogromnie wędrówkę ciepła w pręcie od miejsca o wyższej temperaturze ku miejscu o temperaturze niższej, co pociągałoby za sobą zrównanie temperatur w tych miejscach, gdyby w jakiś sposób różnice temperatury nie były podtrzymywane.

Podobnie jak w przypadku prądu cieplnego rozważaliśmy ilości ciepła, które w określonym czasie przechodzą przez dany przekrój pręta przy danym spadzie temperatury, tak w przypadku dyfuzji rozważać musimy ilości dyfundującej substancji, przechodzącej przez dany przekrój słoja w danym czasie przy danym spadzie stężenia. Co jednak rozumieć należy przez *spad stężenia*? Łatwo to pojąć, przypominając określenie spadu temperatury. Stężenie roztworu mierzymy stosunkiem ilości (w gramach) rozpuszczonej substancji do objętości (w cm^3) roztworu—liczbowo wyraża ono, ile gramów substancji rozpuszczonej przypada na 1 $cm.^3$ roztworu. Otóż, jeżeli przez s oznaczymy stężenie roztworu w pewnej odległości od dna, przez s' stężenie w warstwie wyżej położonej, przez l zaś odległość między obu temi warstwami, wówczas iloraz

$$\frac{s-s'}{l} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

przedstawi nam właśnie spad stężenia. W danem doświadczeniu, które przedstawia rys 349, spad stężenia jest, oczywiście, jednostajny i wyobrażony jest wykreślnie przez prostą linję kropkowaną.

Prawo dyfuzji daje się wyrazić wzorem zupełnie zgodnym z tym, w który ujęliśmy prawo przewodnictwa ciepła; mianowicie, jeżeli przez m oznaczymy ilość gramów pewnej substancji, przechodzącą przez przekrój δ słoja w czasie τ przy spadzie stężenia $\frac{s-s'}{l}$, to

$$m = k\frac{s-s'}{l}\delta\tau, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

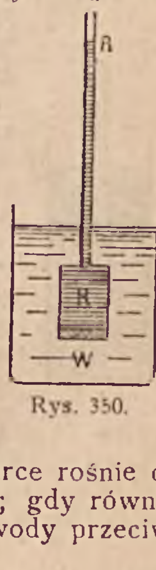
czyli ilość ta jest proporcjonalna względem wszystkich tych czynników. I tu mamy pewien spółczynnik proporcjonalności k; spółczynnik ten jest charakterystyczny dla danej substancji i danego rozpuszczalnika i dla różnych ciał ma wartości różne. Poprzestając na wytłumaczeniu samej zasady pomiaru i pojęcia *spółczynnika dyfuzji* i nie wdając się w szczegóły pomiarów, podajemy kilka liczb, podkreślając, iż wartości te w znacznej mierze zależne są od temperatury, w której zjawisko zachodzi (tę zależność od temperatury czytelnik zechce sobie sam wytłumaczyć na zasadzie poprzedniego).

Sól kuchenna w wodzie	(18°)	0,0000123
Cukier w wodzie	(18°)	0,0000040
Siarczan miedzi w wodzie	(10°)	0,0000024
Białko w wodzie		0,0000007
Wodór w powietrzu		0,634

Jak widzimy, spółczynniki dyfuzji są naogół małemi liczbami. Te ciała, dla których są one większe, a które wywierają wpływ na temperaturę wrzenia i krzepnięcia rozpuszczalnika, są to t. zw. *krystaloidy* — należą tu sole, kwasy. Dla *koloidów* (przykładem białko) spółczynniki te są mniejsze, niż dla krystaloidów, przyczem obecność ich ma wpływ znikomy na temperaturę krzepnięcia i wrzenia cieczy, w której są one zawarte. Dokładniejsze badanie wykazuje, że koloidy nie dają właściwych roztworów, jeno emulsje; stąd posługujemy się nawet specjalną nazwą roztworów *koloidalnych*. Są sposoby otrzymywania roztworów koloidalnych metali—srebra, złota; badania takich roztworów koloidalnych przy pomocy specjalnych metod optycznych, które pozwalały obserwować poszczególne cząstki zawiesiny, przyczyniły się niezmiernie do ugruntowania teorji kinetycznej materji.

183. Ciśnienie osmotyczne.

W ust. 110 podaliśmy opis doświadczenia (rys. 350), do którego wracamy teraz, zakładając, że naczynie zamknięte jest u dołu nie zwykłą błoną, a t. zw. błoną *półprzenikliwą*, t. j. taką, która jest przenikliwa dla wody, nieprzenikliwa natomiast dla cząsteczek ciała, rozpuszczonego w wodzie. Błony takie spotykamy w organizmach żywych, gdzie grają one wielką rolę. Sporządzać je sztucznie nauczył nas w drugiej połowie zeszłego stulecia znakomity uczony niemiecki M. Traube, który, rzecz ciekawa, potrafił swe badania naukowe w dziedzinie chemji i fizjologji łączyć z zawodem kupieckim. Błonki te wytworzyć możemy w porach płytek glinianych, zanurzając te płytki w roztworach siarczanu miedziowego i żelazocyjanku potasowego; następnie użyć można takiej płytki jako denka do przyrządu, przedstawionego na rys. 350. W doświadczeniu, jeżeli w rurce mamy np. roztwór cukru, a w naczyniu zewnętrznem czystą wodę, woda przenika do rurki, natomiast cukier nie przedostaje się nazewnątrz; wysokość słupa cieczy w rurce rośnie do pewnej granicy, przy której następuje równowaga; gdy równowaga zostaje osiągnięta, dalszemu wchodzeniu wody przeciw-



Rys. 350.

działa ciśnienie, panujące w rurce. Ciśnienie to nazywamy *ciśnieniem osmotycznem*, a miarą jego jest właśnie wysokość słupa w rurce. Ciekawe jest, że ciśnienie to zależy od stężenia roztworu oraz temperatury; przytem dla niektórych roztworów zależność ta przypomina nam niesłychanie zależność prężności gazów od ich gęstości oraz temperatury. Podobnie jak prężność gazów jest proporcjonalna do ich gęstości w stałej temperaturze (prawo Boyle-Mariotte'a), przyczem prawo to tem mniej jest ścisłe, im większa jest gęstość gazu, tak ciśnienie osmotyczne w stałej temperaturze roztworu niezbyt stężonego jest proporcjonalne do stężenia. Następnie, podobnie jak prężność gazu w stałej objętości wzrasta przy ogrzaniu o 1^0C. o $\frac{1}{273}$ swej wartości w temperaturze 0^0 (prawo Charles'a), t. j. wzrasta proporcjonalnie do temperatury bezwzględnej, tak ciśnienie osmotyczne roztworu powiększa się przy ogrzaniu o 1^0 o $\frac{1}{273}$ swej wartości w temperaturze 0^0, t. j. wzrasta proporcjonalnie do temperatury bezwzględnej (podkreślmy, o ile stężenie pozostaje niezmienne). Dodać jeszcze musimy, że są roztwory, do których wyłożone powyżej prawo nie stosuje się — np. wodne roztwory soli i kwasów; w tych razach zachodzą zjawiska bardziej złożone, o których będziemy mówili w nauce o elektryczności.

Jeżeli przyrząd, jak na rys. 350, zwany *osmometrem*, przykryjemy kloszem, będziemy mieli po pewnym czasie w kloszu ponad powierzchnią cieczy w naczyniu zewnętrznem i w rurce parę wody nasyconą. Wszakże na wysokości poziomu cieczy w rurce ciśnienie pary jest, oczywiście, mniejsze, niż na poziomie cieczy w naczyniu zewnętrznem, ten ostatni bowiem przypada niżej. Wynika stąd, co zresztą znane już było oddawna, że prężność pary nasyconej nad roztworem jest zawsze mniejsza, niż nad czystą wodą w tej samej temperaturze, że zatem temperatura wrzenia roztworu musi być wyższa, niż czystej wody, gdyż tylko w temperaturze wyższej prężność pary nasyconej nad roztworem osiągnie wartość, odpowiadającą wrzeniu.

Rys. 351.

Ciekawą analogję między ciśnieniem osmotycznem roztworów a prężnością gazów tłumaczy następujące, dające się pomyśleć, doświadczenie (rys. 351). Przypuśćmy, że w naczyniu walcowatem pod tłokiem półprzenikliwym mieści się roztwór, a nad tłokiem czysta woda. Woda przenika przez tłok i pcha go ku górze, podobnie jak pchałby go gaz, gdyby się mieścił pod tłokiem — tłok podnosi się, czemu możemy zapobiec, obciążając odpowiednio tłok. A więc podobnie jak gazy, i roztwory, otoczone czystą wodą, poniekąd się „rozprężają", dążąc do zwiększenia objętości.

220. W doświadczeniu, przedstawionem na rys. 349, słój ma przekrój 30 cm.^{2} i wysokość 50 cm.; na dnie słoja mamy stężony roztwór soli kuchennej. Ile soli przenika przez słój w ciągu doby nazewnątrz, jeżeli gęstość względna stężonego roztworu soli jest 1,29, jego zaś skład 35,9 gr. soli na 100 gr. wody?

221. Na dnie głębokiej sztolni wywiązuje się z ziemi bezwodnik węglowy. Jakie jest ciśnienie cząstkowe powietrza i bezwodnika węglowego w wysokości równej trzeciej części głębokości sztolni, licząc od dna do góry?

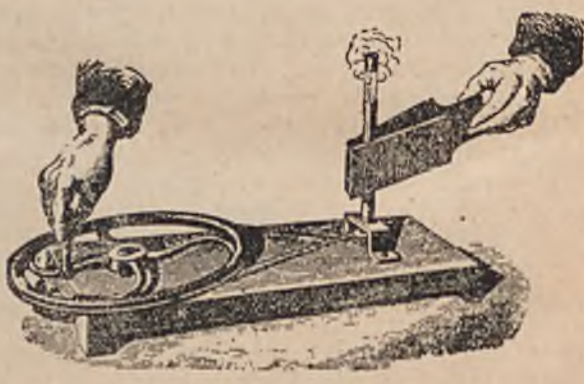
[illegible] — Robert Mayer
[illegible] 1838

Rozdział IX. O równoważności ciepła i innych rodzajów energji.

184. Dynamiczny równoważnik ciepła.

Jak już wspominaliśmy, ciała się ogrzewają, jeżeli je pocieramy lub uderzamy jedno o drugie; ze znajomości tego faktu robimy użytek, grzejąc sobie ręce przez pocieranie; przez szybko następujące po sobie uderzenia młota kowale potrafią rozżarzyć początkowo zimny kawałek żelaza do czerwoności; już w zamierzchłych czasach przedhistorycznych człowiek dziki rozniecał sobie ogień przez tarcie dwu kawałków drzewa jeden o drugi; tak niedawne jeszcze czasy, gdy się powszechnie posługiwano krzesiwem.

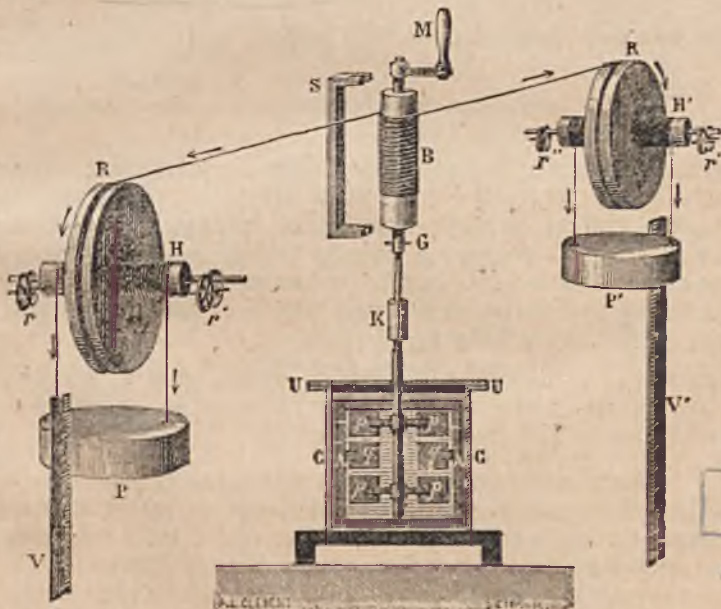
Oto proste a łatwe doświadczenie, wykazujące tworzenie ciepła przez tarcie. Na wirownicy (rys. 352) wprawiamy w ruch obrotowy zakorkowaną rurkę mosiężną, w której się mieści trochę eteru. Rurkę zaciskamy lekko w kleszcze, by wirowanie zachodziło z pokonywaniem tarcia. Po pewnym czasie para eteru wysadza korek—dowodzi to, iż w ten sposób doprowadzamy eter do wrzenia. Można zrobić inaczej: wstawić przez korek zwężoną u góry rurkę szklaną — wówczas wydostającą się z rurki parę eteru można zapalić; im prędzej rurka się obraca, tem wyższy otrzymujemy płomień przy reszcie warunków niezmiennych.



Rys. 352.

Już w końcu wieku XVIII zarysowywała się wyraźnie myśl, iż ciepło we wszystkich podobnych wypadkach powstaje kosztem pracy, którą się wykonywa, przezwyciężając tarcie ciał lub wprawiając je w ruch przez uderzenie; świtała też myśl o pewnej zależności ilościowej między ciepłem a pracą, z której ciepło powstaje. Myśl ta wszakże została dopiero wyraźnie sformułowana w epokowej rozprawie lekarza niemieckiego Roberta Mayera, nie odrazu zrozumianej i ocenionej należycie. Zależność jednak ilościowa między ciepłem a pracą mechaniczną podana została przez Mayera niedokładnie, nie rozporządzał on bowiem wystarczającemi do tego danemi (rozważania Mayera dotyczyły różnicy między ciepłem właściwem gazów w stałej objętości i pod stałem ciśnieniem, o czem będzie jeszcze mowa niżej). Po raz pierwszy zależność ta znaleziona została dokładnie przez przemysłowca i fizyka angielskiego Joule'a w r. 1843.

Joule użył innej metody, niż Mayer; oto na czem metoda ta polegała. W kalorymetrze *C* (rys. 353), zawierającym określoną



Rys. 353.

ilość wody lub rtęci, porobione są przegródki *q*, między któremi przechodzą skrzydła *p* młynka, obracającego się na osi pionowej i wprawianego w ruch przez dwa spadające ciężary *P* i *P'* za pośrednictwem sznurka, nawiniętego na oś. Skrzydła młynka przezwyciężają tarcie w cieczy; przegródki zaś *q* zapobiegają wprawieniu przez młynek całej masy cieczy w ruch. Jak wskazuje termometr (nie przedstawiony na rysunku), temperatura cieczy w kalorymetrze podnosi się, gdy młynek w niej się obraca;

z podniesienia się tej temperatury obliczyć łatwo możemy, ile tu ciepła powstaje z tarcia, skoro znamy masę cieczy w kalorymetrze oraz jej ciepło właściwe. Z drugiej strony, obserwując przy pomocy przystawionej skali (V, V'), jak spadają ciężary, poruszające młynek, wtedy, gdy w kalorymetrze cieczy niema oraz wtedy, gdy ona jest — w tym ostatnim razie poruszają się one z przyśpieszeniem mniejszem — obliczyć możemy, jaka część energji tych spadających ciał zostaje użyta na pokonanie tarcia w cieczy.

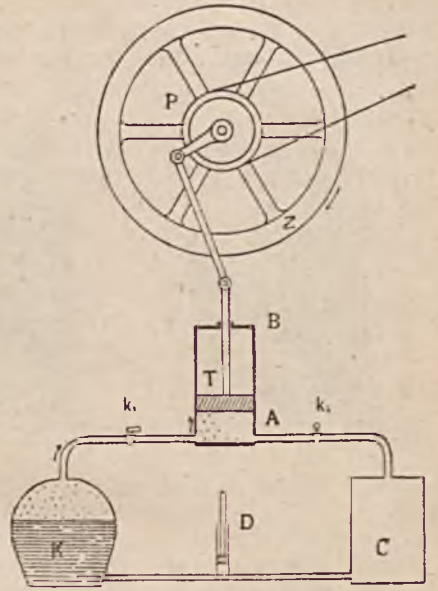
Okazuje się z wielokrotnych pomiarów, iż między ilością ciepła otrzymanego, a ilością pracy, zużytej na jego zdobycie, zachodzi stały zupełnie stosunek, wahający się w takich granicach, jakie warunkują się nieuniknionemi błędami doświadczenia; a mianowicie okazuje się, iż *na otrzymanie jednej kalorji wielkiej zużyć trzeba 426,8 Kgm pracy, lub że 1 kalorja mała otrzymuje się z pracy równej 4,19 dżulów.* Liczby te $\left(426{,}8 \ \frac{\text{kgm.}}{\text{kal. wielk.}}, \right.$ $\left. 4{,}19 \ \frac{\text{dżulów}}{\text{kal. mał.}} \right)$ noszą nazwę *dynamicznego równoważnika ciepła.*

Z pracy mechanicznej nie tylko daje się otrzymać ciepło; np. przy uderzeniu krzesiwa widzimy błysk — powstaje światło, inny jeszcze rodzaj energji; twierdzenie powyższe o równoważniku pracy i ciepła rozumieć należy tak, iż skoro z pracy mechanicznej powstaje *tylko ciepło*, wówczas z każdych $4{,}19 \cdot 10^7$ ergów tworzy się jedna mała kalorja, lub że z każdego erga powstaje $0{,}239 \cdot 10^{-7}$ kaloryj.

Odwrotnie, z ciepła powstawać może praca mechaniczna; przykładu na to dostarczają motory cieplne np. machina parowa, co rozważymy w poniższym ustępie.

Przy pomocy następującego prostego sposobu możemy wyznaczyć w przybliżeniu wartość dynamicznego równoważnika ciepła. Sporządzamy rurę z tektury o długości ok. 1 m. i średnicy 5—6 cm.; do obu końców rury dopasowujemy szczelnie wchodzące korki. Do rury tej wsypujemy ok. 500 gr. drobnego śrutu, a po zakorkowaniu odwracamy ją nagłym ruchem raz po raz to jednym, to drugim końcem do góry, nadając jej za każdym razem położenie pionowe, przyczem śrut spada i, uderzając o dolny korek, traci swą energję kinetyczną, która się zmienia na ciepło (por. koniec ust. 68). Dokonawszy prędko około 50 takich odwróceń, ogrzejemy śrut o parę stopni powyżej jego początkowej temperatury. Wyznaczając możliwie dokładnie masę śrutu, temperaturę jego na początku i końcu (przez proste wstawienie doń termometru z podziałką przynajmniej na $1/5$ stopnia) i wysokość spadu, oraz biorąc z tablic ciepło właściwe ołowiu, będziemy mieli wszystkie dane do wyznaczenia szukanego równoważnika.

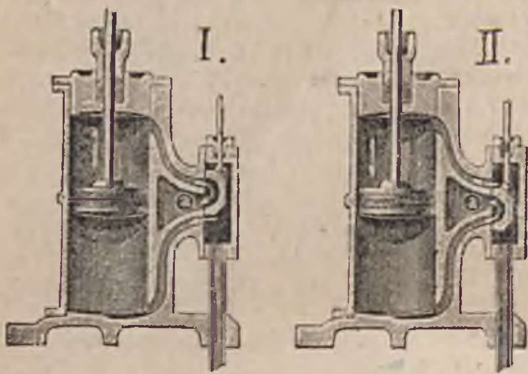
185. Przetwarzanie ciepła na pracę. Motory cieplne.



Rys. 354.

Rozpatrzmy działanie machiny parowej, najbardziej popularnego z pośród motorów cieplnych. Schematycznie urządzenie takiej machiny przedstawia rysunek 354. W kotle K mamy wodę, wrzącą pod ciśnieniem, wynoszącem kilka lub kilknaście atmosfer, a więc mającą temperaturę wyższą, niż 100^0. Nad powierzchnią wody znajduje się para wodna, wywierająca to właśnie ciśnienie. Gdy otworzymy kurek k_1, para podąży pod tłok, chodzący szczelnie w cylindrze, popchnie ten tłok do góry, pokonywając zewnętrzne ciśnienie atmosferyczne oraz tarcie. Gdy tłok w ten sposób podniesie się napewną wysokość, zamknijmy kurek k_1 i otwórzmy kurek k_2, przez co przestrzeń pod tłokiem w cylindrze zostanie połączona z t. zw. chłodnicą C, t. j. ze zbiornikiem, gdzie w odpowiedni sposób (np. przez polewanie strumieniem zimnej wody) para będzie się ochładzała, skropli się i ciśnienie jej spadnie skutkiem tego poniżej ciśnienia atmosferycznego; wtedy tłok pod działaniem ciśnienia atmosferycznego zostanie przesunięty w dół. Zamknijmy teraz kurek k_2 i otwórzmy znowu kurek k_1 — poczem powtarzajmy tę czynność wiele razy. Otrzymamy w ten sposób kolejne ruchy tłoka w górę i w dół, co możemy wyzyskać np. tak, iż wprawimy w ruch obrotowy (jak to nam wskazuje rys. 354) koło machiny, połączone z tym czy innym mechanizmem przy pomocy pasa bez końca. W machinach prawdziwych rolę chłodnicy często odgrywa otaczające machinę powietrze, dokąd bezpośrednio z cylindra podąża para. Zamiast niewygodnego zamykania i otwierania kurków mamy tu automatyczne łączenie cylindra z kotłem i z otaczającem powietrzem przy pomocy t. zw. suwaka, poruszającego się wraz z tłokiem, co wyjaśnia rys. 355. Widzimy tam z prawej strony tłoka komorę, do której z dołu płynie przez rurę para; przy takiem położeniu suwaka jak na (I) para wchodzi pod tłok i podnosi go, para zaś z ponad tłoka płynie przez a do chłodnicy (uchodzi w powietrze); przy takiem położeniu jak na (II) przeciwnie para wchodzi od góry i popycha tłok ku dołowi, para zaś z dolnej części cylindra uchodzi przez a nazewnątrz.

Musimy się jednak zastanowić bliżej nad pytaniem, kosztem czego właściwie bierze się tutaj praca? Przedewszystkiem zwróćmy uwagę na to, iż w miarę działania machiny w kotle (rys. 354) pozostaje coraz mniej wody, coraz więcej natomiast jej się gromadzi w chłodnicy. Wszakże ogólna ilość tej cieczy nie zmniejsza się wcale; moglibyśmy np. zapomocą dodatkowej pompki *D* przeprowadzić wodę z chłodnicy do kotła i mielibyśmy znowu stan rzeczy taki, jak na początku. Łatwo zrozumieć, że moglibyśmy zamiast wody użyć innej cieczy, a działanie machiny, teoretycznie rzecz biorąc, byłoby takie samo. Słowem, rodzaj cieczy użytej nie ma tu właściwie znaczenia, ciecz bowiem tylko krąży w całym tym procesie, powracając po szeregu zmian znów do stanu początkowego i grając tylko rolę jakiegoś pośrednika. Na czem wszakże to pośrednictwo polega? A oto na czem. W kotle woda pobiera cieplo, niezbędne do zamiany jej na parę, która następnie idzie pod tłok; potem para wchodzi do chłodnicy i skrapla się tam, oddając przytem, jak wiemy, ciepło (chcąc utrzymać chłodnicę w stałej temperaturze, musielibyśmy ją, jak to już wzmiankowałem, w odpowiedni sposób oziębiać). Zatem określona ilość wody, przechodząc z kotła do chłodnicy, pobiera w kotle pewną ilość ciepła Q i oddaje chłodnicy pewną ilość ciepła q. Otóż okazuje się, co można udowodnić odpowiedniemi pomiarami i co istotnie zostało udowodnione, że że zawsze $Q > q$, t. j. przy tej wędrówce pary z kotła do chłodnicy znika gdzieś pewna ilość ciepła $Q - q$; *kosztem tego ciepła powstaje praca*, wykonywana przez motor. Co więcej, pomiary wykazały i tu równoważność ciepła i pracy: z każdej kalorji ciepła powstaje zupełnie określona ilość pracy, przytem liczby wypadają zgodne z podanemi w poprzednim ustępie.



Rys. 355.

186. Równoważność różnych rodzajów energji. Pierwsza zasada termodynamiki.

W ust. 66 określimy energję jako zasób pracy, w ust. 69 zaś podaliśmy ogólną zasadę wielkiej doniosłości, że praca nie ginie i nie tworzy się z niczego. W ten sposób wypowiedzieliśmy

t. zw. zasadę zachowania energji. Po tem, co zostało powiedziane w dwu poprzednich ustępach, możemy znacznie rozszerzyć pojęcie energji. W rzeczy samej, z pracy mechanicznej tworzy się, jak widzieliśmy, ciepło i to zawsze w ilości równoważnej, t. j. z każdego erga $0,239 . 10^{-7}$ kaloryj. Odwrotnie, o ile ciepło przetwarza się na pracę mechaniczną (i to *tylko* na pracę), zachodzi to tak samo w określonym stosunku ilościowym—z każdej kalorji tworzy się $4,19 . 10^{7}$ ergów. Zatem 1 erg jest równoważny $0,239 . 10^{-7}$ kalorjom, 1 kalorja zaś równoważna $4,19 . 10^{7}$ ergom. Jeżeli więc uzupełnimy dane poprzednio określenie i umówimy się nazywać energją zasób pracy lub tego, co jest pracy równoważne, to w takim razie powiemy, iż ciepło jest energją i mierzy się w tych samych jednostkach co energja, t. j. w jednostkach pracy (ergach, dżulach, Kgm.); zamiast mówić, iż dane jest nam 3 kalorje, możemy powiedzieć, iż dana nam jest energja cieplna w ilości 3 . 4,19 . 10^{7} ergów.

Wszakże z ciepła powstawać może nietylko praca mechaniczna. Oto wiemy już z rozdziału VII. że ciała kosztem ciepła promieniują — znika więc tutaj ciepło jako takie, wzamian powstaje promieniowanie. Rozszerzając wyżej powiedziane na ten przypadek, twierdzimy, iż, jeżeli zmiana taka zachodzi, z danej ilości ciepła powstaje zupełnie określona ilość owego promieniowania, t. j. że promieniowanie jest równoważne ciepłu, z którego powstaje. Mówiliśmy również, że, gdy ciało jakie nieprzezroczyste pochłania promieniowanie, ogrzewa się przytem; i tu da się zastosować twierdzenie o równoważności—znika pewna ilość energji promienistej, natomiast powstaje ciepło, przytem zamiana taka zachodzi zawsze w określonym stosunku. Widzimy więc, o ile było uzasadnione powiedzenie, jakiego użyliśmy w poprzednim rozdziale, iż promieniowanie jest jednym z rodzajów energji; wynika z tego, że i ten rodzaj energji mierzyć możemy w ustalonych już jednostkach — ergach. W dalszym ciągu czeka nas systematyczna nauka o elektryczności, ale i teraz każdy z czytelników wie, iż przy pomocy prądu elektrycznego otrzymać można i ciepło i światło i pracę mechaniczną (motory elektryczne, tramwaje). Otóż i tu pomiędzy prądem elektrycznym a pracą, ciepłem lub promieniowaniem, zachodzi równoważność, innemi słowy do szeregu różnych rodzajów energji doliczyć możemy energję elektryczną, ściślej mówiąc elektromagnetyczną; ten rodzaj energji również mierzy się w tych samych jednostkach pracy mechanicznej (erg, dżul, Kgm.).

Jak zobaczymy dalej, całokształt zjawisk, które rozważa fizyka, t. j. całokształt zjawisk fizycznych polega na przemianach energji z jednego rodzaju w inny; wyszczególniliśmy tymczasem następujące jej rodzaje: mechaniczną albo dynamiczną (z tą zawarliśmy już znajomość bliższą), cieplną, promienistą i elektromagnetyczną. Przytem ilekroć zmiana taka zachodzi i jeden rodzaj energji przekształca się w inny, liczba ergów, wyrażająca wartość pierwszej i drugiej, jest jedna i ta sama—nic z energji nie ginie i nic nowego nie powstaje. Najczęściej się zdarza, że przy zmianie takiej z jednego rodzaju tworzy się dwa nowe albo i więcej—wówczas suma tych równa się dokładnie pierwszej. Oto jak rozumieć należy w szerszem znaczeniu zasadę zachowania energji.

Twierdzenie, że ciepło jest równoważne pracy mechanicznej, względnie innego rodzaju energji, t. j. że z 1 kalorji daje się otrzymać ściśle określona ilość pracy (o ile z ciepła powstaje *tylko* praca), określona ilość energji promienistej (o ile z ciepła powstaje *tylko* energja promienista) i t. d. i odwrotnie 1 kalorja ciepła powstaje z przemiany określonej ilości pracy mechanicznej, ok· ślonej ilości energji promienistej i t. d.—twierdzenie to jest ·mą zasadą zachowania energji, ujętą pod kątem widzenia ·k cieplnych; w tej postaci zasada zachowania energji nosi *pierwszej zasady termodynamiki*, jako że termodynamiką ·ny teorję zjawisk cieplnych.

·lierzyć możemy tylko przyrosty energji, nie zaś jej wartość całkowitą. Pojęcie o energji wewnętrznej.

ro·l

w·lówiąc w ust. 68 o przemianach energji kinetycznej i potenz·nej w stosunku do zjawiska ruchu ciała, rzuconego pionowo po·óry, umówiliśmy się uważać energję potencjalną ciała, znajdują·ego się na powierzchni ziemi, za równą zeru; zastrzegliśmy się jednak, że jest to dowolna umowa—wszak ciało to może spadać z tego miejsca np. w głąb studni i wykonywać przytem pracę. Chodziło nam jedynie o podkreślenie, że, czyniąc taką umowę, wygodnie możemy wyznaczać przyrosty energji potencjalnej ciała, gdy zostaje ono podniesione na pewną wysokość względem powierzchni ziemi—ściśle tedy biorąc, gdy mówimy, że ciało o masie 1 Kg., podniesione na wysokość 1 m., posiada energję potencjalną 1 Kgm., wyrażamy tylko, że na wysokości 1 m. ciało to posiada energję o 1 Kgm. większą, aniżeli leżąc na powierzchni ziemi; co zaś do bezwzględnej wartości energji układu, który tworzy rozważane ciało wraz z ziemią, nic powiedzieć określonego nie możemy.

Podobnie rzecz się ma, gdy ciało zyskuje ciepło. Jeżeli np. ciało otrzymuje 1 kalorję, energja jego wzrasta o $4{,}19 \,.\, 10^7$ ergów; odwrotnie, gdy ciało ciepło traci, energja jego zmniejsza się. Natomiast na pytanie, jaka jest ogólna ilość zawartej w ciele energji np. w postaci cieplnej, odpowiedzi dać nie możemy, nie znamy bowiem sposobu rozpoczynania lub kończenia pomiaru tak, by o ciele badanem dało się powiedzieć, iż ciepła wcale nie posiada.

Gdy odkształcamy jakie ciało, np. zmniejszając przez ciśnienie jego objętość, wykonywamy pracę, która, jak wiemy, nie ginie; zatem zwiększamy tą drogą energję ciała i pracę tę może ciało oddać, powracając do swej pierwotnej objętości. Otóż przy takiem uciskaniu ciał, a więc przy ich zgęszczaniu, wiele z nich się ogrzewa, niektóre zaś oziębiają się (np. woda w temperaturze niższej od 4° C.). Jeżeli ciało podczas zgęszczenia ogrzewa się, otrzymane ciepło tworzy się kosztem części tej pracy, która zostaje wykonana na odkształcenie; wszakże poza tem zmienia się naogół ustrój wewnętrzny ciała i to zachodzi kosztem reszty tej wykonanej pracy (praca ta może być nam zwrócona przy znikaniu odkształcenia); mając na myśli przyrost energji ciała, towarzyszący owym naogół jeszcze mało znanym zmianom wewnętrznym w ciele, powiadamy ogólnikowo, że w tym razie wzrasta *energja wewnętrzna* ciała. Owej energji wewnętrznej również całkowicie zmierzyć nie możemy; możemy jedynie mierzyć jej przyrosty.

Wystawmy sobie, że uciskając jakieś ciało, które się przytem ogrzewa, wykonywamy L ergów pracy; przypuśćmy, iż udaje się nam wyznaczyć z pomocą odpowiedniego pomiaru kalorymetrycznego, iż powstaje przytem w ciele q kaloryj ciepła, co wobec znajomości dynamicznego równoważnika ciepła (A) wynosi $q \, . \, A = L'$ ergów. W żadnym razie nie może być $L < L'$, przeczyłoby to bowiem zasadzie zachowania energji, a nie znamy takich faktów, któreby upoważniały nas do wypowiadania jakichkolwiek wątpliwości co do słuszności tej wielkiej zasady. Zatem albo $L = L'$ i w takim razie całkowicie praca została zmieniona na ciepło, przytem energja wewnętrzna, w znaczeniu przed chwilą wyjaśnionem, zmianie nie uległa; albo $L' < L$ i w takim razie $L - L'$ stanowi właśnie przyrost owej energji wewnętrznej.


Rys. 356.

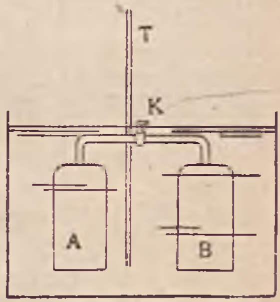
Ciekawe jest doświadczenie z t. zw. ogniwem pneumatycznem (rysunek 356); w mocnym grubościennym walcu szklanym, zamkniętym u jednego końca, suwa się chodzący w nim szczelnie tłok. Pod tłokiem znajduje się powietrze. Gdy nagłym ruchem wepchniemy głęboko tłok, przez co poddamy powietrze zgęszczeniu, ogrzeje się ono tak znacznie, iż przytwierdzony u spodu tłoka lont rozżarzy się. Jak zobaczymy dalej, bliższe badanie wykazuje, że w tym razie praca wykonana niemal całkowicie przetwarza się w ciepło. Zauważmy, iż proces ten przebiega tak szybko, że wytwarzające się ciepło nie ma, powiedzmy, czasu udzielenia się nawet otaczającej gaz osłonie, nie mówiąc już o dalej położonych ciałach; zmiana w gazie zachodzi *bez odpływu* ciepła. Takie procesy, które zachodzą całkowicie bez dopływu z zewnątrz lub odpływu ciepła nazewnątrz, noszą nazwę procesów *adiabatycznych*.

Jak już wspominaliśmy, woda w temperaturze niższej od 4^0 C. oziębia się, gdy ją poddajemy ciśnieniu; niema więc tu mowy o tem, by się tworzyło ciepło kosztem wykonanej pracy — przeciwnie znika jeszcze pewna ilość ciepła, które woda posiadała. Tu więc mamy wyraźny dowód, że przytem energja wewnętrzna wody wzrasta i to o ilość = pracy wykonanej + pracy, równoważnej znikającemu ciepłu.

O ile ciało przy zgęszczaniu ogrzewa się, przy rozprężaniu się jego następuje zmiana odwrotna — oziębianie. Powietrze, rozprężając się nagle, oziębia się (dlatego mówimy o „nagłej" zmianie, gdyż o ileby zachodziła ona powoli i stopniowo, utratę ciepła pokrywałoby ciepło, dopływające z otoczenia, a mieliśmy właśnie na myśli rozprężanie się adiabatyczne). Mając np. pod kloszem pompy powietrze, nasycone parą wodną (w tym celu wystarczy położyć pod kloszem kawał zwilżonej wodą waty), zauważymy tworzenie się mgły pod kloszem, gdy przez poruszanie tłoków pompy spowodujemy rozprężenie się powietrza, a co zatem idzie nagłe jego oziębienie. Podobnie w atmosferze naszej prądowi powietrza, wznoszącemu się do góry, towarzyszy rozprężanie się tego powietrza, a więc i oziębianie się — to też im wyżej nad powierzchnią ziemi, tem powietrze jest zimniejsze (przypomnijmy, cośmy mówili w ust. 181 o przezroczystości powietrza). Przeciwnie, prądom powietrznym, zstępującym w dół (prądy wstępujące i zstępujące warunkują się zniżką, względnie zwyżką ciśnienia atmosferycznego) towarzyszy ogrzewanie się — przykładem wiatry halne, spadające z gór w doliny.

188. Niezależność energji wewnętrznej gazów od gęstości. Ciepło właściwe gazów pod stałem ciśnieniem (c_p) i w stałej objętości (c_v).

Jak powiedzieliśmy w ust. poprzednim, gdy gaz zgęszczamy adiabatycznie, temperatura jego się podnosi. Należy jednak rozstrzygnąć pytanie, czy tu całkowicie praca, wykonana na zgęszczenie, przeistacza się w ciepło, czy też część tej pracy idzie ewentualnie na zwiększenie energji wewnętrznej gazu (porówn. przykład z wodą w ust. poprzednim)? W tym celu należałoby mierzyć pracę, użytą na zgęszczenie, i ciepło całkowite powstałe (t. j. tę ilość ciepła, którą należałoby odjąć gazowi, by wrócił do pierwotnej temperatury) i przekonać się na podstawie znanego już nam równoważnika dynamicznego ciepła, czy ilości te są równoważne; pomiary takie zostały istotnie dokonane i stwierdziły tę równoważność. Prościej rzecz tę rozstrzygnął Joule zapomocą następującego doświadczenia. Dwa metalowe zbiorniki jednakowej pojemności A i B (rys. 357) połączone są ze sobą rurką, zaopatrzoną w kurek K. W jednym zbiorniku, podczas gdy kurek K jest zamknięty, mamy gaz zgęszczony do dwudziestu kilku atmosfer, w drugim uczyniona jest przy pomocy pompy próżnia (oczywiście, nie idealna). Wszystko to jest umieszczone w kalorymetrze wodnym. Po zanotowaniu temperatury wody, gdy zbiorniki już czas dłuższy w wodzie pozostają, otwieramy kurek; gaz zgęszczony rozpręża się do objętości podwójnej, wypełniając zbiornik pusty. Okazuje się — i ustalenie tego stanowi właśnie cel doświadczenia, że termometr nie wykazuje przytem zmiany temperatury, t. j. że w tym procesie ilość ciepła, zawartego w gazie, nie ulega zmianie. Co z tego można wywnioskować? Otóż, gaz zgęszczony posiada pewną energję wewnętrzną; gdy się rozpręża, nie wykonywa tu żadnej pracy nazewnątrz (np. nie popycha tłoka, jak para w machinie parowej), a więc nic z tej energji ubyć w ten sposób nie może; z drugiej strony ciepło się też nie tworzy, o czem świadczy wskazanie termometru, a więc i pod tym względem nic z tej energji gazu nie ubywa; czyli w zwiększonej objętości gaz posiada dokładnie tę samą energję wewnętrzną co w objętości mniejszej, innemi słowy energja wewnętrzna gazu od jego gęstości nie zależy (prawo Joule'a).

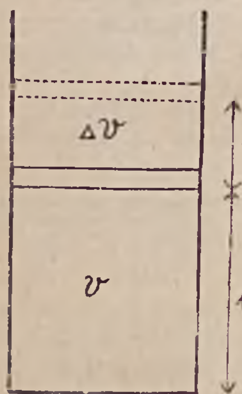


Rys. 357.

Czytelnika narazie może to zadziwić: wszak, powie, gaz zgęszczony może wykonać pracę, np. wypychając tłok z cylindra, w którym go zgęściliśmy. Wszakże, o ile takie rozprężanie się zachodzi adiabatycznie, gaz przytem się oziębia t. j zostaje tu wykonana praca kosztem ciepła, które gaz przytem traci (później gaz może wrócić znowu do temperatury pierwotnej, biorąc ciepło z otoczenia).

Prawo Joule'a należy traktować, tak samo jak prawo Boyle-Mariotte'a i Charles'a—nie dosłownie, lecz w przybliżeniu; większość gazów, rozprężając się tak, jak to przed chwilą opisaliśmy, oziębia się nieco — z tej własności korzystamy w przyrządzie Hampsona do skraplania gazów. Ciekawe jest, że wodór w tych warunkach w temperaturze pokojowej ogrzewa się, natomiast gdy go oziębimy do —80° C., wtedy zachowuje się tak samo jak inne gazy — znajomość tego faktu jest niezbędna, by się dało skroplić wodór metodą Hampsona.

W ust. 151 powiedzieliśmy, że ciepło właściwe gazów pod stałem ciśnieniem (c_p) jest większe, niż w stałej objętości (c_v)— wynika to wszak z prawa Joule'a. Wystawmy sobie gaz, zawarty w cylindrze (rys. 358) pod tłokiem, który, będąc doskonale dopasowanym do cylindra, chodzić w nim może bez tarcia, przyczem ciśnienie gazu równoważy się zewnętrznem ciśnieniem atmosferycznem. Jeżeli unieruchomimy tłok, wówczas dla ogrzania gazu o 1^0 trzeba będzie mu udzielić pewnej ilości ciepła. Gdy ogrzewać będziemy gaz bez unieruchomienia tłoka, będzie się tłok podnosił, pokonywając ciśnienie zewnętrzne t. j. gaz będzie wykonywał wtedy pewną pracę. W tym drugim przypadku dla ogrzania gazu o 1^0 trzeba będzie udzielić mu większej ilości ciepła, niż w pierwszym, powiększenie bowiem energji wewnętrznej gazu kosztem dostarczanego ciepła będzie w obu razach jednakowe (na zasadzie prawa Joule'a) i na to powiększenie energji zużyta zostanie w obu razach ta sama ilość ciepła; wszakże w drugim przypadku pewna dodatkowa ilość ciepła potrzebna jest na wykonanie pracy zewnętrznej przy podnoszeniu tłoka.



Rys. 358.

Przypuśćmy, że w cylindrze zawarte jest m gr. gazu, zajmującego w 0^0 objętość $v = l.s$, jeżeli przez l oznaczymy odległość tłoka od dna cylindra, przez s zaś pole przekroju cylindra. Przy ogrzaniu gazu w stałej objętości o 1^0 pobiera on $c_v m$ kaloryj; przy ogrzaniu go o 1^0 pod stałem ciśnieniem pobiera on $c_p m$ kaloryj, przyczem $c_p . m > c_v m$, różnica zaś $(c_p - c_v)m$ zgodnie z tem, cośmy przed chwilą wyjaśnili, jest właśnie ciepłem, zużytem na wykonanie pracy zewnętrznej, t. j. podniesienie tłoka. Obliczmy teraz tę pracę; równa się ona iloczynowi z siły przez drogę, na której praca zostaje wykonana. Jeżeli prężność gazu jest p, wówczas siła, działająca na tłok jest $p.s$; o ile oznaczymy przesunięcie tłoka przez Δl, praca wykonana będzie $p.s\Delta l$. Lecz $s.\Delta l$ jest to przyrost objętości przy ogrzaniu gazu o 1^0, zgodnie zaś z prawem Charles'a wynosi ten przyrost $\frac{1}{273}v_0$, gdzie v_0 jest objętością gazu w 0^0. Praca wykonana równa się zatem $\frac{pv_0}{273}$ i jest równoważna pochłoniętemu ciepłu $m(c_p - c_v)$. Oznaczając przez A dynamiczny równoważnik ciepła, napiszemy

$$Am(c_p - c_v) = \frac{pv_0}{273} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Biorąc określoną ilość gazu pod określonem ciśnieniem np. pod ciśnieniem 1 atmosfery, mamy wiadome m, p i v_0; jeżelibyśmy przytem znali c_p i c_v, moglibyśmy ze wzoru (1) znaleźć A, t. j. wyznaczyć dynamiczny równoważnik ciepła. Właśnie tą drogą szedł R. Mayer, o czem była mowa w ust. 184; ponieważ dane, któremi się posługiwał, były niedokładne i wartość na A wypadła niedokładnie; nie zmniejsza to wszakże jego historycznej zasługi. Trudności, z któremi jest połączone wyznaczanie ciepła właściwego gazu w stałej objętości c_v, oraz możność bardzo dokładnego otrzymania wartości dynamicznego równoważnika ciepła na innej drodze, pozwalają raczej na zużytkowanie w inny sposób wzoru (1), a mianowicie do wyznaczenia właśnie c_v według reszty danych.

189. Druga zasada termodynamiki. Rozpraszanie się energji.

Jak już mówiliśmy, pierwsza zasada termodynamiki jest we właściwy tylko sposób sformułowaną zasadą zachowania energji. Energja nie ginie i nie tworzy się z niczego. Skoro więc pewien rodzaj energji, np. energja dynamiczna, znika jako taka, wzamian powstaje inny rodzaj energji w ilości równoważnej: z pracy tworzy się ciepło, z ciepła—praca mechaniczna. Wszakże, jeśli mówimy, że, o ile zmiany takie zachodzą, dzieje się to zawsze z zachowaniem owej równoważności, nie rozstrzygamy jeszcze przez to, czy zmiany te zachodzić mogą w każdych warunkach, czy też w pewnych tylko szczególnych. Powstaje tedy pytanie, czy wystarcza samo istnienie określonej ilości pewnej energji, by dowolnie dała się ona zmienić na inny jej rodzaj, czy też zmiana taka wymaga spełnienia pewnych warunków.

Zastanowienie się prowadzi nas do wniosku, że jednak istnieją pewne warunki, ograniczające te zmiany i, skoro chcemy w ogólnem sformułowaniu ująć zjawiska przemian energji, nie można poprzestać na pierwszej jedynie zasadzie, t. j. na twierdzeniu o zachowaniu energji.

Oto np. dowiedzieliśmy się w ust. poprzednich, że gaz zgęszczony posiada taką samą energję, jak rozprężony do dowolnie małego ciśnienia, o ile tylko w tym drugim razie temperatura gazu jest taka sama. Wszakże wiemy, że z gazu zgęszczonego skorzystać możemy dla uzyskania pracy — rozprężając się, gaz może popchnąć tłok, wyrzucić pocisk i t. p., oziębi się przytem i właśnie ta praca wykonana, równoważna jest utraconemu przez gaz ciepłu. Ten sam gaz, rozprężony do małego bardzo ciśnienia i mający tę samą temperaturę co zgęszczony, ma wprawdzie taką samą energję, ale nie przedstawia ona tych korzyści co tam. Dlaczego? Wszak na to, by gaz mógł się rozprężyć, musi dokoła niego być ośrodek, gdzie panuje ciśnienie mniejsze; o ile tej *różnicy ciśnienia* nie będzie, ani rozprężania się nie będzie, ani pracy przez to wykonanej. Dla gazu zgęszczonego łatwo jest dobrać odpowiednio niskie ciśnienie w otaczającym go ośrodku, by energja jego została wyzyskana; natomiast im bardziej jest gaz rozprężony, tem staje się trudniejszem wytworzenie niezbędnej praktycznie i teorytycznie różnicy ciśnienia.

Zauważmy, że ruch gazu wytwarza się zawsze w kierunku od miejsca o ciśnieniu wyższem ku niższemu, nigdy zaś odwrotnie*); ostatecznie osiąga się zrównanie ciśnień. Im przeto mniejszą prężność posiada gaz, tem jest jego energja mniej pożyteczna w tem znaczeniu, że tem mniej daje się ona wyzyskać do wykonania jakiejś pracy. Nie tylko więc chodzi o to, by rozporządzać zawartą w gazie określoną *ilością* energji, ale trzeba jeszcze, by energja ta posiadała pewną *jakość;* w danym razie o jakości tej decyduje różnica ciśnień danego gazu i otaczającego go ośrodka, różnica, którą określić możemy jako pewne *napięcie.*

Przypatrując się uważnie schematowi na rys. 354 motoru cieplnego, widzimy odrazu, że, gdyby chłodnica miała tę samą temperaturę, co kocioł, nie byłoby tu niezbędnego warunku przechodzenia pary lub ogrzanego powietrza z kotła do chłodnicy, a więc nie byłoby i ruchu tłoka. Im mniejsza jest różnica tych temperatur, tem mniej korzystne są warunki przekształcania się ciepła na pracę i odwrotnie, a dowieść można, że, jeżeli przez T_1 oznaczymy w bezwzględnej skali temperatur temperaturę kotła, przez T_2 zaś temperaturę chłodnicy, stosunek ilości ciepła, przetworzonego na pracę, do ogólnej ilości ciepła, pobranego z kotła — jest to t. zw. *wydajność* motoru cieplnego — nie może być większy od $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$**) (pamiętajmy, że reszta ciepła oddaje się chłodnicy! wydajność wyraża się albo ułamkiem właściwym, albo w procentach). Nie dość więc jest mieć pewien zasób ciepła w kotle, trzeba jeszcze mieć chłodnicę o odpowiednio niskiej temperaturze na to, by móc przekształcać ciepło na pracę mechaniczną. Teoretycznie traktować możemy każde ciało jako kocioł — w każdem zawarta jest pewna ilość ciepła; na to jednak, by ciepło to można było wyzyskać dla otrzymania z niego pracy, trzeba ciało dane sprząc w pewien sposób z innem ciałem

*) Czytelnik, zastanawiający się nad mechanizmem budowy gazu, podanym w ust. 108, może zapytać, czy nie jest możliwe, by skutkiem ruchu cząsteczkowego zachodziły pewne wahania w gęstości gazu w poszczególnych miejscach zbiornika, t. j. by się wytwarzały lokalne krótkotrwałe bardzo zgęszczenia skutkiem zbiegającej się tam naraz przypadkowo większej liczby cząsteczek. Oczywiście, jest to możliwe i niewątpliwie zachodzi; jednak, gdy bierzemy pod uwagę większe ilości gazu jako całości, nie znamy wypadku, by gaz np. podążał ze zbiornika, gdzie panuje ciśnienie mniejsze, do zbiornika, gdzie jest ciśnienie większe.

**) Przypuśćmy, iż temperatura kotła = 150° (odpowiada to wrzeniu wody pod ciśnieniem ok. 5 atm.) temperatura zaś chłodnicy = 40°; zatem $T_1 = 423^0$, $T_2 = 313^0$; w takim razie wydajność teoretyczna będzie $\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{110}{423} = \text{ok. } \frac{1}{4}$. W rzeczywistości stosunek ten jest bezporównania mniejszy — świadczy to, że motory cieplne są bardzo mało ekonomiczne. I jeszcze jedną uwagę można uczynić. Oto, gdybyśmy mieli $T_2 = 0$, wówczas wydajność takiego teoretycznie pomyślanego motoru byłaby = 1. Jak widzimy, pojęcie bezwzględnego zera temperatur wiąże się ściśle z zagadnieniem, ujmowanem przez 2 zasadę termodynamiki. Bliższe wiadomości o tem czytelnik zdobędzie ewentualnie na wyższym poziomie nauki.

o temperaturze niższej — trzeba odpowiedniej chłodnicy. Im niższa jest temperatura kotła, tem trudniej taką chłodnicę dobrać, ewentualnie będzie ona bardzo kosztowna, jeżeli między nią a kotłem ma panować dostateczna różnica temperatur. Z drugiej strony ciepło, jak wiemy, przechodzi od ciał o temperaturze wyższej do ciał o temperaturze niższej, nigdy odwrotnie, i w ten sposób ostatecznie różnice temperatur ciał wyrównywają się. Zachodzi w tym wypadku podobieństwo do przykładu z gazem zgęszczonym. Jak tam różnica ciśnień, tak tu różnica temperatur jest niezbędnym warunkiem wyzyskania energji danej w celu otrzymania z niej pracy, t. j. przekształcenia jej na energję dynamiczną. I tu nie dość jest posiadać pewien zasób energji cieplnej, by móc z niego korzystać; i tu zależy nie tylko na ilości, ale i na jakości energji; i tu konieczne jest pewne *napięcie*, które w danym razie określa się przez różnicę temperatur, jak tam przez różnicę ciśnień.

Przekonamy się dalej, zapoznając się z innemi formami energji, że uwagi powyższe posiadają szersze znaczenie. Możemy więc w stosunku do zjawisk cieplnych wypowiedzieć zasadę, niezależną od zasady zachowania energji, a stanowiącą jej niezbędne uzupełnienie, że w zamkniętym układzie ciał, pozostających w jednej temperaturze, nie może zachodzić przemiana ciepła na pracę. Twierdzenie to stanowi t. zw *drugą zasadę termodynamiki.*

Uważny przegląd odbywających się dokoła nas zjawisk wskazuje na pewną kierunkowość tych zjawisk, a mianowicie na dążenie do zrównania wszelkich napięć, wszelkich różnic, określających te napięcia. W połączonych ze sobą zbiornikach gazu wyrównywają się ciśnienia; w pozostających ze sobą w połączeniu cieplnem ciałach o różnych temperaturach następuje zrównanie temperatur. Nie spotykamy natomiast samorzutnego przebiegu zjawiska w kierunku wręcz odwrotnym — ciało zimniejsze można pozbawić ciepła, oddając to ciepło ciału cieplejszemu, wymaga to jednak nakładu pracy zewnętrznej i proces taki nie może odbywać się samorzutnie. Znikanie zaś napięcia jest to znikanie warunku przekształcania się energji z jednej postaci w drugą, jest to więc zatem uniemożliwianie samego zjawiska przekształcania się. Stwierdzamy więc w przyrodzie tendencję do t. zw. rozpraszania się energji, połączonego z jej ubezwartościowieniem, jakkolwiek tendencja ta niezniszczalności energji nie zaprzecza.

W ust. 69 mówiliśmy o nieudanych próbach zbudowania perpetuum mobile, t. j. przyrządu, wytwarzającego pracę z niczego. Nie udało się zaprzeczyć zasadzie zachowania energji — innemi słowy pierwszej zasadzie termodynamiki. Nie możemy również zaprzeczyć i 2-ej zasadzie termodynamiki. Gdyby to było możliwe, nie potrzebowalibyśmy wytwarzać energji z niczego: dość byłoby czerpać energję cieplną z olbrzymich zbiorników, jakiemi są np. oceany lub otaczająca nas atmosfera. Wszakże, zgodnie z drugą zasadą termodynamiki byłoby to możliwe wtedy, gdybyśmy te „kotły“ umieli sprząc z odpowiedniemi chłodnicami, a sporządzenie takich chłodnic byłoby zbyt kosztowne—nie opłaciłoby się. Oto dlaczego nieprzebrane zaiste zapasy energji cieplnej pozostają dla nas niedostępne do wyzyskania. Pomyślany a niedający się urzeczywistnić przyrząd, który pozwalałby zużytkować energję cieplną ciał bez sprzęgania ich z chłodnicami, t. j. wbrew drugiej zasadzie termodynamiki, uczeni nazwali *perpetuum mobile drugiego rodzaju*, pozostawiając nazwę *perpetuum mobile pierwszego rodzaju* przyrządowi, zaprzeczającemu zasadzie pierwszej. Twierdzimy tedy, iż perpetuum mobile zarówno pierwszego jak drugiego rodzaju jest niemożliwe do urzeczywistnienia.

Ćwiczenia i zadania.

222. Chcąc wywabić na ubraniu plamy, powstałe od kropel stearyny, uczynimy to z dobrym skutkiem, mocno pocierając splamione miejsca kawałkiem suchej waty. Wytłumaczyć, w jaki sposób plamy zostają tu usunięte?

223. Ile pracy należy użyć celem stopienia przez tarcie 1 Kg. lodu w temperaturze 0°?

224. Kawał ołowiu spada z wysokości 10 m. w miejscu, gdzie $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, i ogrzewa się przy uderzeniu o podstawę. Znaleźć, o ile podnosi się temperatura ołowiu przy takiem uderzeniu, jeżeli założymy, że energja ruchu zmienia się tu całkowicie na ciepło?

225. Jaką prędkość powinna mieć kula ołowiana w 15°, aby się stopiła wskutek uderzenia o tarczę?

226. Metr sześcienny powietrza, odmierzony pod ciśnieniem atmosferycznem w temperaturze 15°, ogrzewa się wskutek zgęszczenia adiabatycznego do połowy objętości do 108°,6. Ile pracy wymaga podobne zgęszczenie?

227. Litr powietrza pod ciśnieniem atmosferycznem w temperaturze 0° ogrzewamy, nie zmieniając objętości, do 100°. O ile zwiększy się energja powietrza?

228. Litr powietrza pod normalnem ciśnieniem atmosferycznem w miejscu, gdzie $g = 981 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$, w temperaturze 0°, ogrzewamy do 100°, nie zmieniając ciśnienia. O ile zwiększy się energja powietrza?

229. W ust. 79 była wzmianka o kole rozpędowem motorów cieplnych. Opierając się na rozważaniu tych motorów w ust. 183, wytłumaczyć, dlaczego istotnie bez koła rozpędowe-

go otrzymywalibyśmy ruch obrotowy bardzo daleki od jednostajnego?

230. Temperatura kotła machiny parowej wynosi 121°, temperatura chłodnicy 40°; średnica tłoka 15 cm., długość skoku tłoka 35 cm., liczba zaś pełnych skoków tłoka na minutę 180. Cylinder z tłokiem jest typu, przedstawionego na rys. 355. Znaleźć teoretyczną dzielność machiny.

231. Motor gazowy o dzielności 3 *HP* zużywa 0,75 Kg. gazu na godzinę. Znaleźć wydajność motoru, jeżeli wiadomo, że przy spalaniu 1 Kg. gazu wytwarza się 6000 kaloryj wielkich.

232. Motor parowy o dzielności 100 *HP* posiada spółczynnik wydajności 16%. Ile węgla zużywa ten motor w ciągu godziny, jeżeli wiadomo, że spalenie 1 gr. węgla daje 7,5 kaloryj wielkich?

233. Jak widać z rys. schematycznego 354, każdemu pełnemu ruchowi tłoka w jedną i drugą stronę odpowiada jeden całkowity obrót połączonego z tłokiem koła. Pamiętając o tem, znaleźć dzielność lokomotywy o dwu cylindrach (chłodnicą jest otaczające powietrze), jeżeli przy ciśnieniu w kotle 10 Atm. porusza się ona z prędkością 45,2 $\frac{\text{Km.}}{\text{godz.}}$, przyczem średnica kół lokomotywy, połączonych z tłokami, wynosi 2 m., średnice tłoków po 40 cm. i długość skoku tłoków 60 cm.

---

234. Uzasadnić znaczenie klimatyczne lodowców.

235. Czy rodzaj gleby może mieć wpływ na wahania dzienne temperatury powietrza?

236. Wytłumaczyć, co głównie stanowi o różnicy klimatów morskiego i lądowego?

237. W jaki sposób mogą się tworzyć prądy morskie?

238. Dlaczego opady (deszcz, śnieg) tworzą się na pewnej wysokości ponad ziemią, a nie tuż przy ziemi? Czy tworzeniu się opadów sprzyjają prądy wstępujące powietrza, czy zstępujące? Jakie rozmieszczenie ciśnienia atmosferycznego sprzyja tworzeniu się opadów?

239. W jaki sposób powstaje rosa, szron?

240. Czy pochmurne niebo sprzyja utracie przez ziemię ciepła przez promieniowanie, czy też powstrzymuje tę utratę?

241. Gdyby ziemia była stale otoczona gęstemi chmurami, jakiby to miało wpływ klimatyczny?

ODPOWIEDZI NA ZADANIA.

1. O 0,0002 m. = 0,2 mm.
2. Z dokładnością $\frac{1}{20}$ cm. = 0,5 mm.
4. $\frac{1}{9}$ mm.
12. 30122 cm.^{3} = 30,122 dm^3.
13. 14429 gr. = 14,429 Kg.
14. 99. cm.
15. 5,27 $\frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^3}$ (Rachunek przybliżony. Na gęstość ziemi przyjęto średnio 5,5 $\frac{\text{gr.}}{\text{cm}^3.}$) .
16 $v = 5{,}25\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} = 3{,}15\ \frac{\text{m.}}{\text{min.}}$. Równanie: $l = 5{,}25$ t.
17. $v = 833\frac{1}{3}\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} = 833{,}(3)\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$. Parzysta liczba razy.
21. Po upływie 1,86 sek.
22. Nie mogą.
23. Ruch jednostajnie przyśpieszony. Rownania: $v = \frac{1}{4}\ t.,\ l = \frac{t^2}{8}$.
25. $v_0 = 2506\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} = 25{,}06\ \frac{\text{m.}}{\text{sek}}$
26. $t = 1{,}77$ sek.
27. a) $t = 4{,}62$ sek., b) 2,86 sek., c) 3,66 sek. i 2,23 sek.
28. Jedna składowa tworzy z wypadkową kąt = 30°, druga—kąt= = 90°.
30. $v_0 = 343{,}1\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek}}$.
31. a) 1-szy względem 2-go z prędkością $v = -\ 15\ \frac{\text{Km.}}{\text{godz.}}$, 2-gi względem 1-go z prędkością
$$v = 15\ \frac{\text{Km.}}{\text{godz.}};$$
b) 1-szy względem 2-go i odwrotnie z prędkością 75 $\frac{\text{Km.}}{\text{godz.}}$.
32. $v = 10{,}29\ \frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$.
33. $v = 8{,}834\ \frac{\text{Km.}}{\text{godz.}}$ w kierunku południowo-zachodnim pod kątem = 69°7′ względem południa.
34. W kierunku ruchu pociągu pod kątem = 32°38′ względem ściany wagonu.
35. $w = 5685\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$.
36. $f = 2625$ dyn.
37. $f = 524942$ dyn.
38. $w = 3333\frac{1}{3}\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2} = 3333{,}(3)\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$.
39. $m = 8 . 10^5$ gr. = 800 Kg.
40. $w = 15696\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}^2}$.
41. $t = 60$ sek. = 1 min.
42. $v = 44145\ \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$.
43. $m = 49050$ gr.
44. $h = 24{,}87$ m.
45. O.

46. Podlega działaniu siły stałej, równej ciężarowi jego ciała.

47. $f = 1181 \,.\, 10^4$ dyn.

48. $f = 4905 \,.\, 10^3$ dyn.

49. Ruch jednostajnie przyśpieszony pod działaniem siły, równej 143,572 dyn. i skierowanej ku północo-wschodowi pod kątem $= 6^0 58' 32''$ względem wschodu.

50. W jego środku ciężkości, t. j. w punkcie przecięcia się środkowych.

51. Środek masy znajduje się w odległości $= 61 \frac{1}{9}$ cm. od lewego końca pręta.

52. $f = 196 \,.\, 10^4$ dyn.

54. $f = 789568$ dyn.

56. $u = 78 \,.\, 10^3$ erg.

57. $u = 2943 \,.\, 10^9$ erg. $= 2943 \,.\, 10^2$ dżul.; dzielność $= 81{,}75 \,.\, 10^7 \frac{\text{erg.}}{\text{sek.}} = 81{,}75$ watów.

58. $u = 31556 \,.\, 10^5$ erg. $= 315{,}56$ dżul. $= 31{,}556$ Kgm.

59. $h = 12$ m.

60. $h = 102040{,}8$ cm. $= 1020{,}408$ m

61. $u = 173205 \,.\, 10^4$ erg. $= 173{,}205$ dżu l

62. $u = 981 \,.\, 10^8$ erg. $= 9810$ dżul. $= 981$ Kgm.

64. Dzielność $= 1 \frac{13}{15} HP = 1{,}87\, HP$

65. $u = 3375 \,.\, 10^2$ erg. $= 0{,}03375$ dżul $= 0{,}00344$ Kgm.

66. $P + K = 91374 \,.\, 10^5$ erg. $= 913{,}74$ dżul. $= 93{,}144$ Kgm.

67. $u = 36787500$ erg.

68. $u = 10^5$ erg.

69. $f = 64 \,.\, 10^7$ dyn.

70. $u = 192 \,.\, 10^7$ erg. $= 192$ dżul.

71. $v = 219{,}6 \frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$.

75. Np. dla $f = \frac{F}{10}$ można wziąć 5 bloków ruchomych we wspólnej oprawie i 5 nieruchomych również we wspólnej oprawie.

76. $i = 10{,}472 \frac{1}{\text{sek.}}$; $v = 1047{,}2 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}}$.

77. $n = 47{,}7$.

79. a) $\alpha = 10{,}47\ t$.
b) $\alpha = 5\ t$.; c) $\alpha = \frac{3}{20} t^2$.

80. $h = 3221$ cm.

81. $i : i_1 = r_1 : r = 1 : 2$; $v : v_1 = ir : i_1 r_1 = 1 : 1$ czyli. $v = v_1$.

82. Oś bąka zakreśla płaszczyznę poziomą, przechodzącą przez punkt oparcia.

83. gr. cm.^{2}.

84. Długość połowy pręta dzieli się na n (liczba nieskończenie wielka) równych części; masa każdej części k, długość dl. Wtedy moment bezwładności połowy pręta

$$I_1 = k \,.\, (dl)^2 + k(2dl)^2 + k(3dl)^2 + \ldots\ldots + k(ndl)^2 = k\,(dl)^2\,[1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2].$$

Ponieważ

$$n^2 = \frac{(n+1)^3}{3} - \frac{n^3}{3} - n - \frac{1}{3},$$

otrzymamy

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{(n+1)^3}{3} - \frac{n(n+1)}{2} - \frac{(n+1)}{3} = \frac{n^3}{3}$$

(n^3 jest liczbą nieskończenie wielką w porównaniu z pozostałemi wyrazami, które odrzucamy). Stąd

$$I_1 = \frac{k \,.\, (dl)^2 \,.\, n^3}{3} = \frac{kn(n \,.\, dl)^2}{3} = \frac{\frac{m}{2} \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2}{3} = \frac{ml^2}{24},$$

moment zaś bezwładności całego pręta $I = 2I_1 = \frac{ml^2}{12}$ gr. cm.^{2}.

85. $I = 2{,}67 \,.\, 10^5$ gr. cm.^{2}.

86. $K = \frac{Ii^2}{2} = 252661760$ erg.

87. $I = mr^2$ gr. cm.^{2}.

88. $u = 1591636 \,.\, 10^4$ erg.

89. $K = 17108{,}31 \,.\, 10^5$ erg. (Patrz rozwiąz. zad. № 84).

90. $h = 25{,}175$ cm.

92. $\frac{gr.\ cm.^2}{sek.^2}$.

93. $l = 80$ cm.

96. $t = 0{,}6803$ sek.

97. $l = 99{,}35$ cm.

98. $g_1 = 981{,}1 \frac{cm.}{sek.^2}$.

99. Nie ulega zmianie.

101. $p_1 = 48265{,}2 \frac{dyn.}{cm.^2}$, $p_2 = 32176{,}8 \frac{dyn.}{cm.^2}$, $p_3 = 40221 \frac{dyn.}{cm.^2}$.

102. Dla stali $f = 23561400$ dyn., dla mosiądzu $f = 8246680$ dyn.

103. $f = 180641425$ dyn.

105. $p = 507500 \frac{dyn.}{cm.^2}$.

106. Np. prasa, w której ramiona dźwigni są w stosunku 10 : 1, a średnice tłoków w stosunku 1:5.

107. $p = 2027923{,}2 \frac{dyn.}{cm.^2} = 2$ atm.

108. $p = 705568161{,}6 \frac{dyn.}{cm.^2}$.

109. $p = 1999052{,}37 \frac{dyn.}{cm.^2}$.

110. $p = 990239{,}22 \frac{dyn.}{cm.^2}$.

111. $h = 18$ m.

113. $h = 34.38$ cm.

114. $f_1 = 18447$ dyn, $f_2 = 14757{,}6$ dyn

115. $v = 60$ cm.³.

116. Stosunek równa się $\frac{d_2 - d}{d - d_1}$.

117. Nie przy każdej pozycji. Środek ciężkości ciała i środek ciśnienia hydrostatycznego winny leżeć na jednej pionowej.

118. $2r = 0{,}3258$ cm.

119. $p = 6995 \cdot 10^3 \frac{dyn.}{cm.^2}$.

120. 10 tonn.

121. $m = 106{,}3$ gr.

122. $M = \frac{md\ (d_1 - \delta)}{d_1\ (d - \delta)}$.

123. $h = 163{,}2$ mm.

125. $p_1 : p_2 = 1 : 512$.

126. $v = 53{,}76$ cm.³.

127. $p_1 = 1\frac{1}{3}$ Atm. $= 101{,}33$ cm., $p_2 = 0{,}8$ Atm. $= 60{,}8$ cm.

130. $M = 533$ Kg.

131. $m = 113137{,}5$ gr. $= 113{,}1375$ Kg.

132. $h = 0{,}14$ cm.

135. $\frac{dyn.}{cm.}$.

139. Rurka przeważy więcej lub mniej w zależności od gęstości cieczy i jej zdolności zwilżania ścianek.

140. $p_1 = 430{,}1 \frac{dyn.}{cm.^2}$, $p_2 = 1095{,}25 \frac{dyn.}{cm.^2}$

141. $v_1' = -0{,}2 \frac{m.}{sek.}$, $v_2' = 0{,}8 \frac{m.}{sek.}$.

142. $h = 5$ cm.

143. Kąt odbicia $= 53^0 30'$.

144. 1) $K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$ przed zderzeniem i po zderzeniu. 2) $K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$ przed zderzeniem i $K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$ po zderzeniu.

147. $c = 0{,}02$.

148. $\sphericalangle = 16^0 42'$.

149. $f = 2898764{,}8$ dyn.

151. $v = 420{,}4 \frac{cm.}{sek.}$.

152. Wzrośnie o $1414{,}25 \frac{cm.}{sek.}$.

153. Prędkość średnia $v = 248{,}275 \frac{cm.}{sek.}$

154. $h = 0{,}0011$ mm.

156. 18^0 R. $= 22^0{,}5$ C.; 50^0 R. $= 62^0{,}5$ C.; 64^0 F. $= 17\frac{7}{9}{}^0$ C. $= 17^0{,}78$ C.; 12^0 F $= -11\frac{1}{9}{}^0$ C. $= -11^0{,}11$ C.

157. 15^0 C. $= 12^0$ R. $= 59^0$ F.; 24^0 C. $= 19^0{,}2$ R. $= 75^0{,}2$ F.; 49^0 C. $= 39^0{,}2$ R. $= 120^0{,}2$ F.

158. $t = -40^0$ F. $= -40^0$ C.

159. $t = 160^0$ C. $= 320^0$ F.
161. $l = 2{,}143$ m.
162. $s = 98{,}17$ cm.^{2}.
163. $v_0 = 427{,}6$ cm.^{3}.
164. $v = 1{,}0016$ litrów.
165. $\lambda = \frac{l - l_0}{tl_0} = \frac{l - l_0}{l_0} \cdot \frac{1}{t}$
$\left(\frac{l - l_0}{l_0}\right)$ jest liczbą oderwaną).
167. Spieszy się o 8,8 sek. na dobę.
168. Należałoby obniżyć o $24^0{,}58$.
169. $l = 2{,}270595875$ m., $l_0 = 2{,}2695$ m.
170. $h_0 = 752{,}068$ mm.
171. $d : d_0 = \frac{m}{v} : \frac{m}{v_0} = \frac{v_0}{v} =$
$= \frac{v_0}{v_0(1+\alpha t)} = \frac{1}{1+\alpha t}$; $d = \frac{d_0}{1+\alpha t} =$
$= d_0(1+\alpha t)^{-1} = d_0(1-\alpha t)$.
172. $d = 13{,}265$.
173. $\alpha = 0{,}00001515$.
174. $h = 0{,}1575$ cm. $= 1{,}575$ mm.
176. $v = 6{,}11$ litr.
177. Nie te same. Za drugim razem ilość powietrza zmniejszy się, jeżeli $t' > t$, o $\frac{t'-t}{273+t'-t}$ część.
178. Jak w zad. 177. Ilość powietrza zmniejszy się o $\frac{b\,(273+t') - b'\,(273+t)}{b\,(273+t')}$ część.
179. $p = 0{,}77$ Atm.
180. $d_0 = 0{,}0012547$.
181. $Q = 24{,}273$ kalor. wielk.
182. $Q = 170$ kalor. wielk.
183. $t = 27^0{,}2$.
184. 0,79 litr.
185. $t = 30^0{,}96$.
186. $t = 17^0$.
187. 35,25 gr.
188. 7,8 gr.
189. $c = 0{,}625$.
191. $t = 1168^0{,}682$.
192. $Q = 146488$ kalor.
193. 1505 gr.
194. 62400 kalor.
195. $Q = 24308{,}252$ kalor.
196. a) 79,2 kalor. = 63,36 kalor. *R.* = = 142,56 kalor. *F.* b) 539 kalor. = = 431,2 kalor. *R.* = 970,2 kalor. *F.*
198. 3,46%.
199. $Q = 7416$ kalor.
200. $Q = 7763{,}7$ kalor.
201. $m = 101{,}4$ gr.
202. $m = 88{,}37$ gr.
203. $h = 749{,}194$ mm.
204. o 61,36 mm.
205. Nie jest nasycona. Nie da się obserwować.
206. Należy użyć kociołka Papina lub naogół zagotować wodę w zamkniętym kociołku pod większem ciśnieniem.
209. 54%.
211. W niskiej temperaturze — chłodniejsze, w wysokiej — cieplejsze.
216. $Q = 162 \cdot 10^6$ kalor.
217. Stopi się 378181 gr. lodu; skropli się 55570 gr. pary.
220. $m = 0{,}0826$ gr.
221. Ciśnienie powietrza $\frac{1}{3}$ Atm., bezwodnika węglowego $\frac{2}{3}$ Atm.
223. $u = 331848$ dżul.
224. O 0,7317^0.
225. $v = 36137 \frac{\text{cm.}}{\text{sek.}} = 361{,}37 \frac{\text{m.}}{\text{sek.}}$.
226. $u = 89860$ dżul.
227. Zwiększy się o 91,0168 dżul.
228. Zwiększy się o 91,2638 dżul.
230. Dzielność 3674 wat. = 5 HP (w przybl.).
231. 42%.
232. 52,71 Kg.
233. 5499 wat. = 7,5 HP (w przybl.).
240. Powstrzymuje utratę ciepła.

SKOROWIDZ.