

$$I_2 = \int_0^{\infty} (e(t) - e_u)^2 dt, \quad (7.30)$$

$$I_3 = \int_0^{\infty} |e(t) - e_u| dt, \quad (7.31)$$

gdzie: e_u - uchyb ustalony.

Dla typowych układów regulacji minimalną wartość I_1 otrzymuje się dla najkrócej trwającego przebiegu aperiodycznego $e(t)$, a minimalną wartość I_3 dla najkrótszego przebiegu z przeregulowaniem $\kappa \approx 0,2$.

7.4. PROJEKTOWANIE UKŁADÓW AUTOMATYCZNEJ REGULACJI

Synteza układu regulacji automatycznej ogranicza się zwykle do wyboru elementu pomiarowego, regulatora i elementu wykonawczego oraz wyznaczenia nastaw regulatora zapewniających wymaganą jakość regulacji. W przypadku układów o jednym wejściu i jednym wyjściu jakość regulacji najwygodniej jest określić na podstawie logarytmicznych charakterystyk częstotliwościowych układu otwartego, które otrzymuje się w prosty sposób przez sumowanie odpowiednich charakterystyk obiektu i regulatora. Podczas projektowania należy więc dobrać takie charakterystyki logarytmiczne regulatora, które po zsumowaniu ze znanymi charakterystykami obiektu zapewnią pożądany kształt charakterystyk układu otwartego, scharakteryzowany przez następujące wielkości:

- wartość $M(0)$, od której zależy uchyb ustalony,
- pulsację przecięcia ω_m , będącą oszacowaniem pulsacji granicznej, od której zależy czas regulacji,
- zapas modułu i zapas fazy, od których zależy przeregulowanie κ oraz szczyt rezonansowy ΔM_r .

Znając charakterystyki częstotliwościowe obiektu oraz wymagania dotyczące jakości regulacji można stosunkowo łatwo ocenić przydatność poszczególnych typów regulatorów analizując ich charakterystyki częstotliwościowe przedstawione w tablicy 7.1. Przy stosowaniu regulatora typu P charakterystyka fazowa układu otwartego nie ulega zmianie, a charakterystyka amplitudowa ze

wzrostem wzmocnienia k_p przesuwają się równolegle do góry, powodując zwiększenie pasma przenoszenia (wzrost ω_m) oraz zmniejszenie uchybu ustalonego (wzrost $M(0)$) i zwiększenie przeregulowania (zmniejszenie zapasu stabilności). Dlatego też niemożliwe jest jednocześnie zapewnienie dużej dokładności statycznej i małych oscylacji podczas procesów przejściowych.

Regulator typu I powoduje przesunięcie do dołu charakterystyki fazowej o 90° oraz zwiększenie ujemnego nachylenia charakterystyki amplitudowej o 20 dB na dekadę. Zapewnia to sprowadzenie do zera uchybu ustalonego, ale równocześnie bardzo zmniejsza pulsację graniczną, czyli zwiększa czas regulacji. Lepsze efekty daje stosowanie regulatora PI, który w zakresie niskich częstotliwości zachowuje się jak regulator I, a przy częstotliwościach wyższych jak regulator P. Pasma przenoszenia oraz pasmo tłumienia zakłóceń układu z regulatorem PI, ze względu na wprowadzone ujemne przesunięcie fazowe, są na ogół węższe niż układu z regulatorem P o tym samym zapasie stabilności.

W przypadku, kiedy wymagane jest szerokie pasmo przenoszenia, a równocześnie dopuszczalny jest pewien uchyb ustalony, można stosować regulator PD. Regulator ten, wprowadzając dodatnie przesunięcie fazowe, powoduje wzrost zapasu stabilności, dzięki czemu można stosować większe wzmocnienie, a tym samym uzyskiwać mniejszy uchyb ustalony i szersze pasmo przenoszenia niż w przypadku regulatora P.

Najbardziej złożony i najdroższy regulator typu PID łączy zalety regulatorów PI i PD.

Do wyznaczenia nastaw regulatorów wykorzystywane są różne nomogramy i wykresy pozwalające określać niektóre wskaźniki jakości regulacji na podstawie charakterystyk częstotliwościowych układu otwartego. Najbardziej rozpowszechniony jest wykres Nicholasa umożliwiający wyznaczanie logarytmicznych charakterystyk częstotliwościowych układu zamkniętego na podstawie danych charakterystyk logarytmicznych układu otwartego.

Niekiedy dokładne wyznaczenie charakterystyk częstotliwościowych obiektu regulacji jest niemożliwe do zrealizowania ze względów technicznych. W takich przypadkach własności obiektu określa się w sposób przybliżony na podstawie wyznaczonej doś-

wiadczalnie charakterystyki skokowej. Obiekty, których charakterystyki skokowe mają charakter aperiodyczny, są w przybliżeniu traktowane jako elementy dynamiczne pierwszego rzędu z opóźnieniem. Zależnie od tego, czy charakterystyka skokowa dąży do wartości ustalonej, czy do nieskończoności, wyróżnia się obiekty statyczne o transmitancji

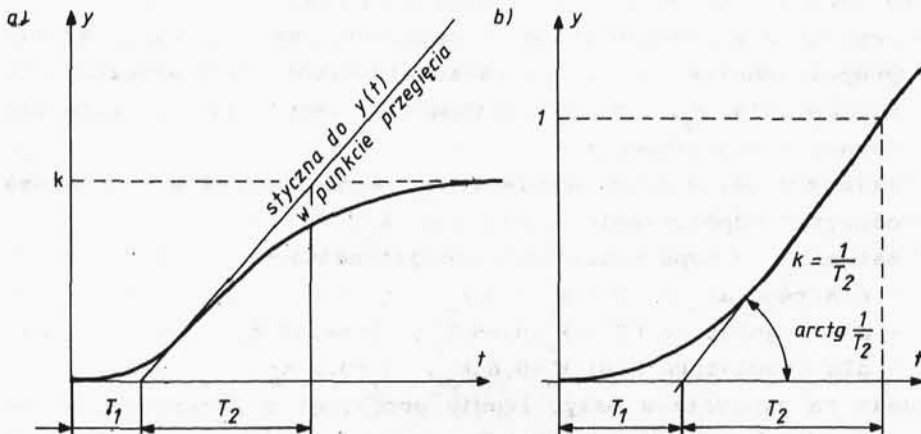
$$G_{st}(s) = e^{-T_1 s} \frac{k}{T_2 s + 1} \quad (7.32)$$

i astatyczne o transmitancji

$$G_{ast}(s) = e^{-T_1 s} \frac{k}{s}, \quad (7.33)$$

gdzie: T_1 - zastępcze opóźnienie obiektu, T_2 i k - zastępcza stała czasowa i współczynnik wzmocnienia obiektu.

Graficzne sposoby wyznaczania wartości parametrów k , T_1 i T_2 są pokazane na rys.7.9.



Rys.7.9. Sposoby wyznaczania parametrów zastępczych k , T_1 i T_2 dla obiektów: a) statycznego, b) astatycznego

Zależnie od wartości ilorazu $\tau = T_1/T_2$ zaleca się stosowanie różnych rodzajów regulacji. Niektórzy praktycy uważają, że dla:

- $\tau < 0,2$ można stosować regulację dwupołożeniową,
- $0,2 \leq \tau \leq 1$ należy stosować regulację ciągłą,
- $\tau > 1$ należy stosować regulację impulsową.

Dla wielu typowych obiektów wartości τ mieszczą się w przedziale $0,2 \div 0,7$ i dlatego regulatory PID o działaniu ciągłym są szeroko stosowane w przemyśle.

Dla typowych obiektów, tzn. statycznego i astatycznego, opracowano wiele reguł nastawiania regulatorów według wymaganych cech charakterystyki skokowej układu regulacji. Najczęstsze wymagania to:

- minimalny czas regulacji t_r przy $\kappa \approx 0$,
- minimalny czas regulacji przy $\kappa \approx 0,2$,
- minimalna wartość całki kwadratu uchybu I_2 .

W przypadku obiektów o znanych wartościach parametrów zastępczych k , T_1 i T_2 można korzystać ze specjalnych tablic podających optymalne, z uwagi na przedstawione wyżej kryteria, nastawy regulatorów²⁾.

Rozpowszechniona jest również zasada doświadczalnego nastawiania regulatorów, sformułowana przez Zieglera i Nicholasa, która może być stosowana po zainstalowaniu regulatora w układzie. Postępując zgodnie z tą zasadą należy:

- 1) regulator w badanym układzie regulacji nastawić na działanie proporcjonalne (P) i zwiększać stopniowo jego współczynnik wzmocnienia k_p , aż do wystąpienia oscylacji niegasnących (granica stabilności),
- 2) zmierzyć okres tych oscylacji t_0 , a na podziałce regulatora odczytać współczynnik wzmocnienia k_{p0} ,
- 3) zależnie od typu regulatora przyjąć nastawy:
 - dla regulatora P : $k_p = 0,5 k_{p0}$,
 - dla regulatora PI : $k_p = 0,45 k_{p0}$, $T_1 = 0,85 t_0$,
 - dla regulatora PID: $k_p = 0,6 k_{p0}$, $T_1 = 0,5 t_0$, $T_d = 0,125 t_0$.

Zasada ta zapewnia w przybliżeniu przebiegi z przeregulowaniem ok. 0,2 i minimalnym czasem regulacji t_r . W praktyce nastawy wyznaczone w ten sposób stanowią pierwsze przybliżenie nastaw optymalnych, których dokładne wartości ustala się doświadczalnie, np. metodą prób i błędów.

Obecnie przy projektowaniu układów regulacji korzysta się coraz częściej ze specjalnych programów komputerowych. Autorzy

²⁾ W ten sposób wyznaczone są nastawy regulatora w jednym z ćwiczeń laboratoryjnych z DAU.

tego skryptu opracowali np. program LOG4 o charakterze dydaktycznym, który jest wykorzystywany na mikrokomputerze klasy IBM PC do następujących zadań:

1. Wykreślanie logarytmicznych charakterystyk częstotliwościowych $M(\omega)$ i $\varphi(\omega)$ układu otwartego o transmitancji

$$G(s) = \frac{k e^{-T_1 s} (T_6 s + 1) (T_7 s + 1)}{(T_2 s + 1) (T_3 s + 1) (T_4 s + 1) [(T_5 s)^2 + 2\gamma T_5 s + 1] s^b}, \quad (7.34)$$

gdzie: k , γ oraz $T_1 + T_7$ oznaczają liczby rzeczywiste, b jest liczbą całkowitą.

2. Badanie stabilności układu na podstawie kryterium Nyquista.
3. Wykreślanie logarytmicznej charakterystyki amplitudowej układu zamkniętego $M_z(\omega)$ oraz wykresu $Q(\omega) = 20 \log |q(j\omega)|$, gdzie $q(j\omega)$ jest wskaźnikiem regulacji.
4. Wyznaczenie 3 dB pasma przenoszenia, pasma tłumienia zakłóceń (w którym $Q < 0$) oraz pulsacji rezonansowej ω_r i szczytu rezonansowego ΔM_r .

Posługiwanie się programem LOG4 jest bardzo łatwe. Wywołuje się go rozkazem LOG4 <enter>. Na początku, wykonując polecenia ukazujące się na ekranie, wprowadza się wartości parametrów występujących we wzorze (7.34). Postać tego wzoru jest dostatecznie ogólna i obejmuje w zasadzie wszystkie spotykane w praktyce przypadki. Ostatnie polecenie dotyczy określenia maksymalnej pulsacji na wykreślanych charakterystykach częstotliwościowych obejmujących 3 dekadę. W typowych przypadkach wartość tej pulsacji można oszacować ze wzoru

$$\omega_{\max} = \frac{10}{T_{\min}}, \quad (7.35)$$

gdzie: T_{\min} jest najmniejszą ze stałych czasowych $T_2 + T_7$ (ale nie równych zero).

Po wprowadzeniu danych program jest realizowany i na ekranie wykreślane są charakterystyki częstotliwościowe oraz ukazują się napisy zawierające informacje o zapasach stabilności i niektórych wskaźnikach jakości regulacji.

Uwaga: Napisy oznaczające ω oraz $M(\omega)$ dla $\varphi = -180^\circ$ nie pojawiają się, jeżeli wykres $\varphi(\omega)$ jest bardzo stromy w otoczeniu tego punktu.

Sposób posługiwania się programem ilustruje zamieszczony przykład.

Przykład 7.1

Należy zaprojektować układ automatycznej regulacji obiektu o transmitancji

$$G_o(s) = \frac{k_o}{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)}, \quad (7.36)$$

gdzie: $k_o=100$, $T_2=0,05$ s, $T_3=0,125$ s, $T_4=0,2$ s.

Układ powinien spełniać następujące wymagania:

- uchyb ustalony przy jednostkowym wymuszeniu skokowym nie powinien przekraczać 2%,
- przeregulowanie $\kappa < 0,3$,
- czas regulacji $t_r \approx 0,5$ s przy strefie błędu $\Delta=5\%$.

Z warunku a) wynika minimalna wartość wzmocnienia k_p w przypadku regulatora P lub PD, którą można wyznaczyć korzystając ze wzoru (7.15): $\frac{1}{1+k} = 0,02$ skąd $k=49$, $k_p = k/k_o = 0,49$. W przypadku regulatora o działaniu całkującym uchyb ustalony będzie równy zeru przy dowolnym wzmocnieniu.

Warunek b) określa wartość dopuszczalnego szczytu rezonansowego wynikającego ze wzoru (7.24)

$$m_r = \frac{1}{1-\kappa} = \frac{1}{1-0,3} = 1,43; \quad \Delta M_r = 20 \log 1,43 = 3,1 \text{ dB}.$$

Wartość pulsacji granicznej (rezonansowej) przy założeniu przebiegów oscylacyjnych ($\Delta M_r > 0$) można oszacować ze wzoru (7.22) na podstawie warunku c)

$$\omega_r = \frac{3\pi}{0,5} = 19 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Logarytmiczne charakterystyki częstotliwościowe obiektu, wyznaczone przy użyciu programu LOG4 są przedstawione na rys. 7.10a. Można je traktować jako charakterystyki układu otwartego z regulatorem P o wzmocnieniu $k_p=1$. Układ taki po zamknięciu byłby niestabilny ponieważ wartości $M=0$ dB odpowiada kąt fazowy $\varphi=-227^\circ$, a kątowi $\varphi=-180^\circ$ odpowiada wartość $M \approx 19$ dB. Aby zapewnić stabilność układu, przy stosowaniu regulatora P, należałoby obniżyć charakterystykę amplitudową o ok. 20 dB, czyli zmniejszyć wzmocnienie do wartości $k_p=0,1$. Przy tak małym wzmocnieniu wartość uchybu ustalonego będzie większa od wartości dopusz-

czalnej. Poza tym pulsacja rezonansowa na granicy stabilności w przypadku stosowania regulatora P będzie równa pulsacji, przy której wartość charakterystyki fazowej obiektu wynosi -180° , tzn. $\omega_\phi \approx 17 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, a przy mniejszym wzmacnieniu zapewniającym stabilność będzie jeszcze mniejsza, co jest niedopuszczalne ze względu na wymagany czas regulacji. Oznacza to, że ani regulator P, ani regulator I lub PI nie zapewnią wymaganej częstotliwości granicznej.

Należy więc zbadać możliwość zastosowania regulatora PID lub PD. Nastawy regulatora PID można wstępnie oszacować metodą Zieglera-Nicholsa. Z charakterystyk częstotliwościowych obiektu wynika, że przy wzmacnieniu $k_{p0}=0,1$ (-20 dB) układ zamknięty z regulatorem P będzie na granicy stabilności, przy której spełniony jest warunek $\omega_r = \omega_m = \omega_\phi \approx 17 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, pozwalający określić okres oscylacji ze wzoru

$$t_0 = \frac{2\pi}{\omega_r} = 0,37 \text{ s}.$$

Dla tych wartości k_{p0} i t_0 otrzymuje się następujące nastawy regulatora PID: $k_p=0,06$, $T_1=0,185 \text{ s}$, $T_d=0,044 \text{ s}$.

Z uwagi na działanie całkujące, regulator PID zapewni zerową wartość uchybu ustalonego, natomiast wymagania dotyczące częstotliwości granicznej i szczytu rezonansowego można sprawdzić za pomocą programu LOG4. W tym celu wzór (7.5) opisujący transmitancję regulatora PID wygodnie jest przedstawić w postaci

$$G_r(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_1 s} + T_d s \right) = \frac{k_1 (T_8 s + 1) (T_7 s + 1)}{s}. \quad (7.37)$$

Z porównania obu stron tożsamości (7.37): $T_1 T_d = T_8 T_7$, $T_8 + T_7 = T_1$ wynika, że

$$k_1 = k_p / T_1, \quad (7.38)$$

$$T_8 = T_1 \frac{1 + \sqrt{1 - 4T_d/T_1}}{2}, \quad (7.39)$$

$$T_7 = T_1 \frac{1 - \sqrt{1 - 4T_d/T_1}}{2}. \quad (7.40)$$

Podstawiając wartości nastaw regulatora do wzorów (7.38)+(7.40) otrzymuje się: $k_1=0,324$, $T_6=0,114$, $T_7=0,071$. Transmittancja układu otwartego wyraża się więc wzorem

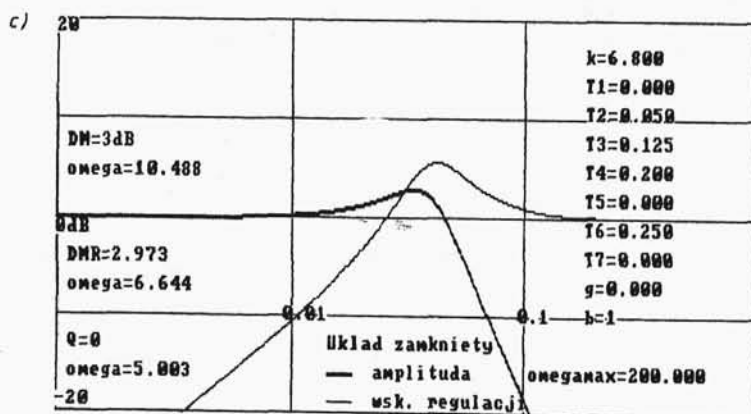
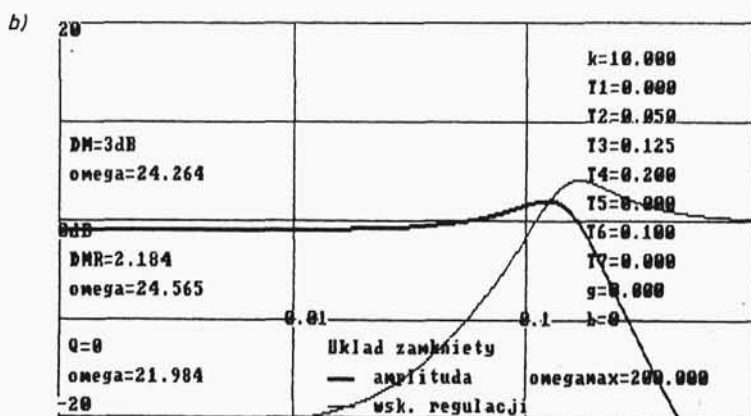
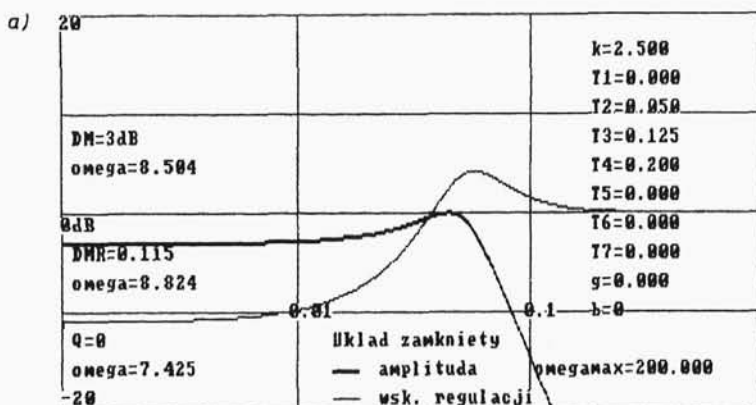
$$K(s) = G_o(s)G_r(s) = \frac{k_0 k_1 (T_6 s + 1) (T_7 s + 1)}{(T_2 s + 1) (T_3 s + 1) (T_4 s + 1) s}, \quad (7.41)$$

który jest szczególnym przypadkiem wzoru (7.34) występującego w programie LOG4. Wprowadzając do tego programu wartości parametrów: $k=k_0 k_1=32,4$, $b=1$ oraz stałe czasowe obiektu T_2 , T_3 i T_4 i regulatora T_6 i T_7 otrzymuje się charakterystyki częstotliwościowe układu otwartego (rys.7.10b) wskazujące, że zapas fazy jest mniejszy od 30° oraz charakterystykę amplitudową układu zamkniętego (rys.7.10c), z której wynika, że nastawy wyznaczone metodą Zieglera-Nicholsa nie zapewniają w rozważanym przypadku wymagań dotyczących częstotliwości rezonansowej i szczytu rezonansowego. Aby zwiększyć zapas fazy oraz częstotliwość graniczną podczas kolejnych prób zmieniano stałe czasowe T_6 i T_7 oraz współczynnik wzmocnienia k we wzorze (7.34), otrzymując po kilku próbach odpowiedni przebieg charakterystyki amplitudowej układu zamkniętego przedstawiony grubą linią na rys.7.10d.

Mając dane wartości $k_1=k/k_0$ oraz T_6 i T_7 można wyznaczyć odpowiednie nastawy regulatora PID ze wzorów (7.38)+(7.40), z których wynika, że

$$\begin{aligned} T_1 &= T_6 + T_7 = 1,1, \\ T_d &= T_6 T_7 / T_1 = 0,0909, \\ k_p &= k_1 T_1 = 0,121. \end{aligned}$$

Dla porównania przedstawiono na rysunkach 7.11a,b,c charakterystyki układu zamkniętego uzyskane przy stosowaniu regulatorów P, PD oraz PI wyznaczone przy nastawach zapewniających maksymalną szerokość pasma przenoszenia przy ustalonej wartości szczytu rezonansowego $\Delta M_r \approx 3$ dB. Warto zwrócić uwagę na to, że pulsacja rezonansowa jest ok. 4 razy mniejsza w przypadku regulatora PI oraz ok. 3 razy mniejsza w przypadku regulatora P w porównaniu z pulsacją rezonansową uzyskaną przy regulatorze PID. Regulator PD zapewnia wprawdzie dostatecznie wysoką częstotliwość rezonansową, ale z uwagi na mały współczynnik wzmocnienia nie zapewnia odpowiednio małego uchybu ustalonego.



Rys.7.11. Wykresy charakterystyki amplitudowej i modułu wskaźnika regulacji w skali logarytmicznej przy optymalnych nastawach regulatorów różnego typu:
 a) typ P, b) typ PD, c) typ PI

Przemysłowe układy regulacji stałowartościowej są zwykle mało wrażliwe na zmiany parametrów. W związku z tym nie ma potrzeby dokładnego wyznaczania nastaw regulatorów, tzn. parametrów k_p , T_d oraz T_i , a pokrętła zapewniające realizację tych nastaw mają bardzo zgrubną podziałkę. Z tego też powodu w rozważaniach wykorzystuje się uproszczone modele regulatorów, tzn. regulatory idealne, które w praktyce nie dają się zrealizować, ale stanowią dostatecznie dobre przybliżenie własności regulatorów rzeczywistych.

W przypadku układów regulacji nadeżnej i programowej regulatory PID zwykle nie zapewniają wystarczającej jakości regulacji. Przy projektowaniu takich układów często niezbędne jest opracowanie specjalnych regulatorów i członów korekcyjnych, a niekiedy wymagana jest również zmiana własności obiektu sterowania.

Przykład 7.2

Na rys.7.12 przedstawiono schemat blokowy układu do sterowania położeniem obiektu mechanicznego. Składa się on ze sterownika, siłownika i napędzanego obiektu o łącznej transmitancji

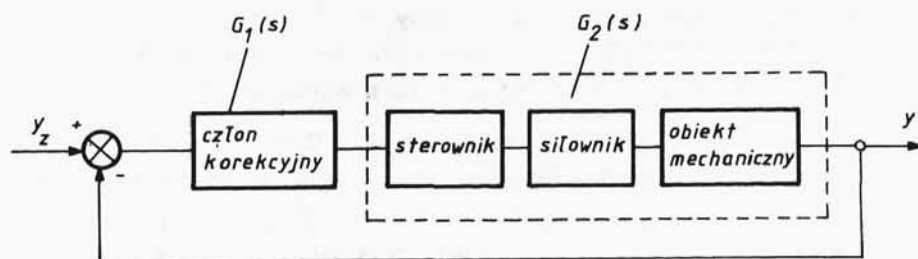
$$G_2(s) = \frac{k}{s[(T_s s)^2 + 2\gamma T_s s + 1]}, \quad (7.42)$$

gdzie: $T_s = 0,25$, $\gamma = 0,2$

oraz członu korekcyjnego różniczkowo-całkowego o transmitancji

$$G_1(s) = \frac{(T_6 s + 1)(T_7 s + 1)}{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}, \quad (7.43)$$

którego stałe czasowe spełniają warunek $T_2/T_6 = T_7/T_3$.



Rys.7.12. Schemat blokowy badanego serwomechanizmu położenia

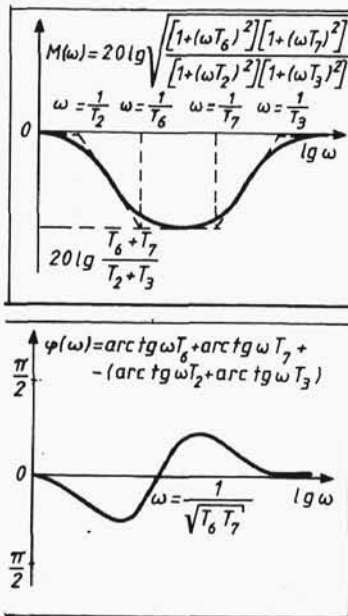
Należy dobrać wzmacnienie k oraz stałe czasowe członu korekcyjnego w ten sposób, aby wartość liczbowa uchybu ustalonego przy wymuszeniu $y_z(t) = vt \cdot 1(t)$, gdzie $v = \text{const}$, nie przekraczała 5% wartości liczbowej v , a szczyt rezonansowy nie przekraczał 3 dB ze względu na konieczność ograniczenia oscylacji.

W rozważanym przypadku uchyb ustalony wyraża się wzorem

$$e_u = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{v}{s^2} \frac{1}{1 + G_1(s) G_2(s)}.$$

Po podstawieniu wzorów na $G_1(s)$ i $G_2(s)$ otrzymuje się, że $e_u = \frac{v}{k}$ skąd $k=20$.

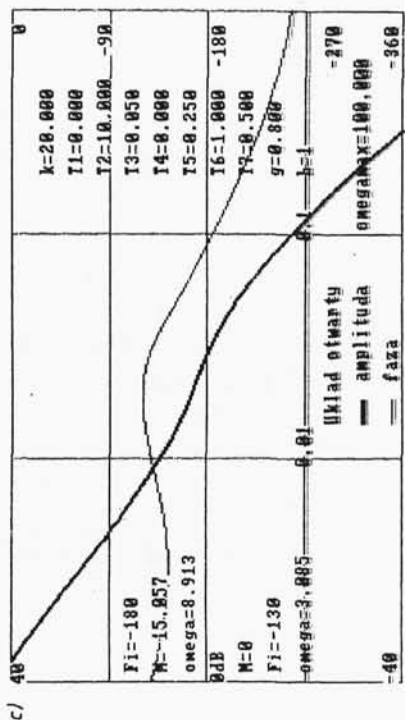
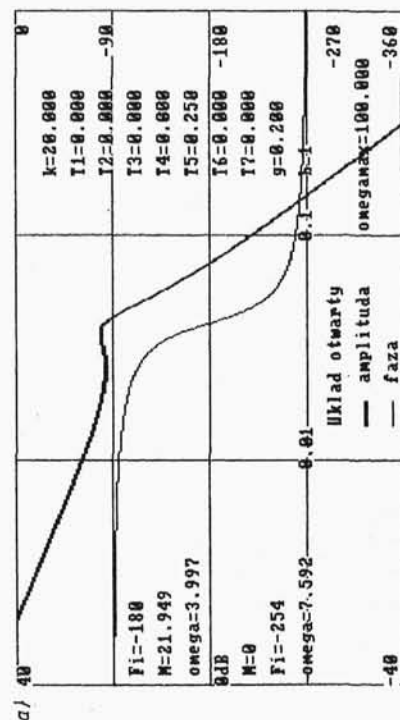
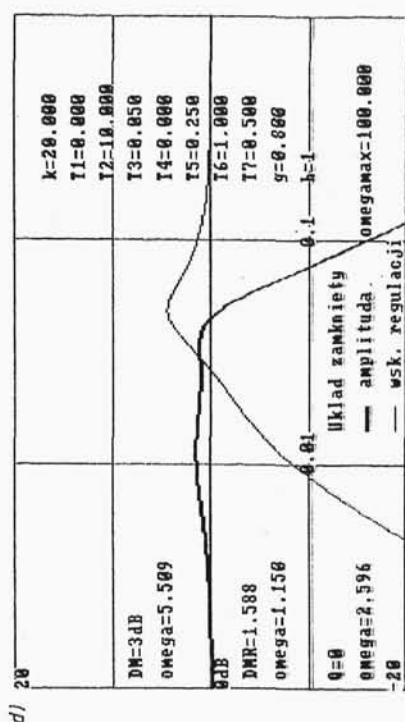
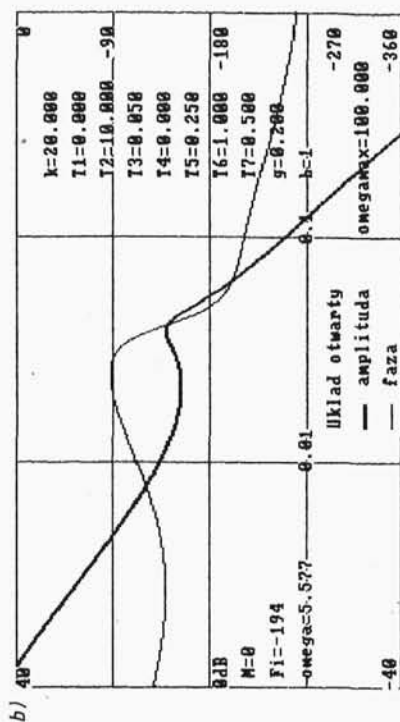
Logarytmiczne charakterystyki częstotliwościowe członu korekcyjnego są przedstawione na rys.7.13.



Rys.7.13. Charakterystyki logarytmiczne członu korekcyjnego: a) amplitudowa, b) fazowa

Charakterystyki częstotliwościowe układu otwartego bez członu korekcyjnego, wyznaczone przy użyciu programu LOG4 dla $k=20$, przedstawione są na rys.7.14a. Wynika z nich, że układ po zamknięciu będzie niestabilny. Charakterystyczne jest lokalne maksimum charakterystyki amplitudowej występujące przy pulsacji ok. $4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ wynikające z rezonansu mechanicznego siłownika wraz z napędzanym obiektem. Stałe czasowe członu korekcyjnego należy więc tak dobrać, aby maksymalne dodatnie przesunięcie fazowe wystąpiło przy $\omega \approx 4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, której odpowiada kąt fazowy układu otwartego wynoszący -180° a największy spadek wzmocnienia wystąpił przy częstotliwościach nieco niższych.

Po przyjęciu $T_2=10$, $T_3=0,05$, $T_6=1$, $T_7=0,5$ otrzymuje się charakterystyki przedstawione na rys.7.14b, z których wynika, że układ po zamknięciu byłby stabilny tylko wtedy, gdyby w układzie otwartym nie występował rezonans. Aby to zapewnić zwiększono współczynnik tłumienia siłownika przyjmując $\gamma=0,8$.



Rys. 7.14. Charakterystyki częstotliwościowe wyznaczone w przykładzie 7.2: a) układu otwartego bez korekcji, b) układu otwartego z członem korekcyjnym, c) układu otwartego z członem korekcyjnym i zwiększonym tłumieniem siłownika, d) układu zamkniętego przy tych samych danych jak na wykresie c

Uzyskano dzięki temu charakterystyki układu otwartego o wystarczających zapasach modułu i fazy przedstawione na rys.7.14c oraz charakterystykę amplitudową układu zamkniętego pokazaną na rys.7.14d, której szczyt rezonansowy nie przekracza wartości dopuszczalnej.

Przedstawione przykłady stanowią ilustrację tzw. częstotliwościowych metod projektowania, w których ocenę jakości regulacji przeprowadza się na podstawie charakterystyk częstotliwościowych. Jeżeli znany jest model matematyczny obiektu w postaci transmitancji lub równań stanu, to zależnie od indywidualnych upodobań stosowane są również inne metody projektowania układów regulacji, takie jak:

- metoda miejsc geometrycznych pierwiastków,
- metoda wskaźników całkowych,
- metoda przestrzeni stanu.

Dokładny opis tych metod można znaleźć w piśmiennictwie [1], [2] i [3].

Stosując metody symulacji komputerowej, można na etapie projektowania badać szczegółowo zachowanie się układów regulacji przy różnych wymuszeniach.

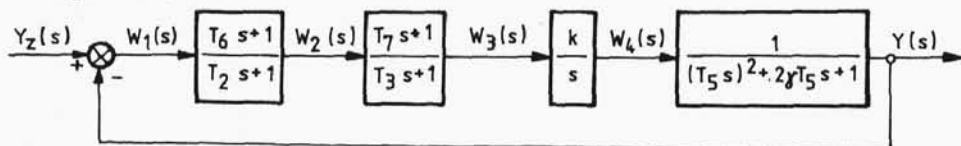
Przykład 7.3

Wykorzystując program symulacyjny DSP lub CSSP należy wyznaczyć przebiegi wielkości regulowanej $y(t)$ w układzie nadążnym z przykładu 7.2, dla kilku różnych wartości współczynnika tłumienia γ , przy wymuszeniu typu "ramp" określonym wzorem

$$y_z(t) = \begin{cases} vt & \text{dla } t \leq t_1, \\ vt_1 & \text{dla } t > t_1, \end{cases} \quad (7.44)$$

gdzie v i t_1 są stałymi parametrami.

Program DSP wymaga przedstawienia modelu matematycznego układu w postaci równań stanu. Aby wyznaczyć te równania wygodnie jest przedstawić schemat blokowy układu w postaci podanej na rys.7.15.



Rys.7.15. Schemat blokowy układu nadążnego

Na podstawie schematu blokowego można napisać następujące równania różniczkowe opisujące związki między sygnałami wejściowymi i wyjściowymi poszczególnych bloków

$$T_2 \dot{w}_2 + w_2 = T_6 \dot{w}_1 + w_1,$$

$$T_3 \dot{w}_3 + w_3 = T_7 \dot{w}_2 + w_2,$$

$$\dot{w}_4 = kw_3,$$

$$T_5^2 \ddot{y} + 2\gamma T_5 \dot{y} + y = w_4,$$

przy czym

$$w_1 = y_z - y.$$

Wprowadzając zmienne stanu

$$x_1 = T_2 w_2 - T_6 w_1,$$

$$x_2 = T_3 w_3 - T_7 w_2,$$

$$x_3 = w_4,$$

$$x_4 = \dot{y},$$

$$x_5 = y$$

i sygnał wejściowy

$$u = y_z,$$

otrzymujemy następujący układ równań stanu

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{T_2} x_1 - \frac{T_2 - T_6}{T_2} x_5 + \frac{T_2 - T_6}{T_2} u$$

$$\dot{x}_2 = \frac{T_3 - T_7}{T_2 T_3} x_1 - \frac{1}{T_3} x_2 - \frac{(T_3 - T_7) T_6}{T_2 T_3} x_5 + \frac{(T_3 - T_7) T_6}{T_2 T_3} u$$

$$\dot{x}_3 = \frac{k T_7}{T_2 T_3} x_1 + \frac{k}{T_3} x_2 - \frac{k T_6 T_7}{T_2 T_3} x_5 + \frac{k T_6 T_7}{T_2 T_3} u$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{T_5^2} x_3 - \frac{2\gamma}{T_5} x_4 - \frac{1}{T_5^2} x_5$$

$$\dot{x}_5 = x_4$$

oraz jedno równanie wyjścia

$$y = x_5.$$

Równania te oraz wzór (7.44) opisujący przebieg sygnału wyjściowego $u(t)=y_z(t)$ stanowią pełny model matematyczny badanego układu w postaci dogodnej do symulacji komputerowej. Na podstawie tego modelu opracowano segment DSPEQ programu symulacyjnego DSP, przyjmując następujące oznaczenia:

- zmienne stanu

$$x_i=Y[i], \text{ gdzie } i=1+5 \text{ jest numerem zmiennej,}$$

- zmienna wejściowa

$$u=f[1],$$

- parametry układu

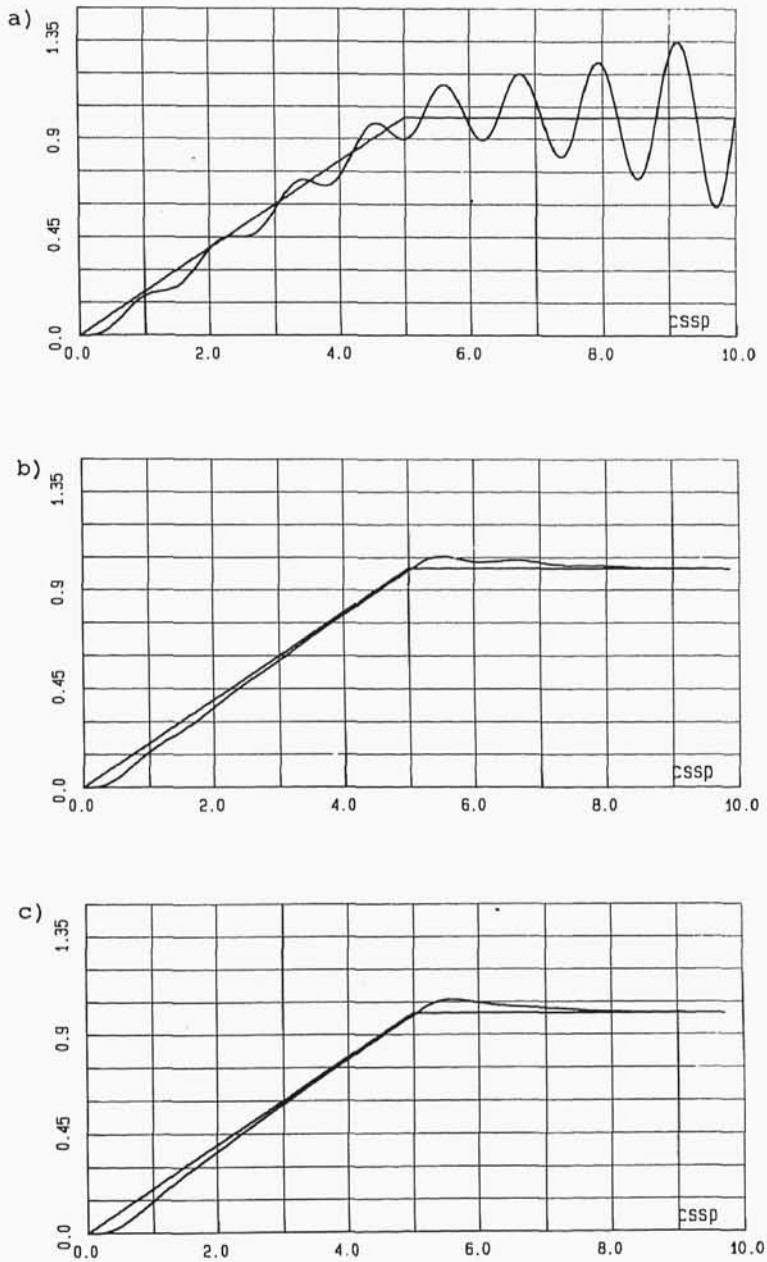
$$k=p[1], T_2=p[2], T_3=p[3], \gamma=p[4], T_5=p[5], T_6=p[6], T_7=p[7],$$

- parametry sygnału wejściowego

$$t_1=p[8], v=p[9].$$

Przykładowe wyniki badań symulacyjnych przedstawiono na rys.7.16 w postaci przebiegów sygnału wyjściowego $y(t)=x_5(t)$, wyznaczonych przy tym samym wymuszeniu $y_z(t)=u(t)$ określonym przez wzór (7.44) i wartości parametrów $t_1=5$ s i $v=0,2$ m·s. Podczas badań zmieniano tylko współczynnik tłumienia γ , a wartości pozostałych parametrów układu przyjęto takie same jak w przykładzie 7.2 (rys.7.14 b i c)

Wyniki badań symulacyjnych stanowią potwierdzenie wyników otrzymanych w przykładzie 7.2 inną metodą. Przy współczynniku tłumienia $\gamma=0,2$ układ jest niestabilny, a przy $\gamma=0,8$ otrzymuje się przebiegi $y(t)$ bez oscylacji. Warto jednak zwrócić uwagę, że przy nieco mniejszym tłumieniu, określonym wartością $\gamma=0,5$, występują wprawdzie oscylacje przebiegu $y(t)$, ale maksymalna wartość uchybu $y(t)-y_z(t)$, a tym samym i wartość przeregulowania, jest nieco mniejsza. Metodą symulacji komputerowej można więc dokładnie wyznaczyć wartość współczynnika tłumienia zapewniającą minimalne przeregulowanie, przy określonym wymuszeniu.



Rys.7.16. Przebieg regulacji nadążnej wyznaczony podczas symulacji układu przedstawionego na rys. 7.15 przy różnych wartościach współczynnika tłumienia: a) $\gamma=0,2$, b) $\gamma=0,5$, c) $\gamma=0,8$

Bibliografia

1. Amborski K., Marusak A.: Ćwiczenia z teorii sterowania, układy liniowe. WPW, Warszawa 1977.
2. Kaczorek T.: Teoria sterowania, t.I. PWN, Warszawa 1977.
3. De Larminat P., Thomas Y.: Automatyka, układy liniowe, t.3, WNT, Warszawa 1983.
4. Markowski A., Kostro J., Lewandowski A.: Automatyka w pytaniach i odpowiedziach. WNT, Warszawa 1979.
5. Niederliński A.: Systemy i sterowanie. PWN, Warszawa 1983.
6. Żelazny M.: Podstawy automatyki. PWN, Warszawa 1976.