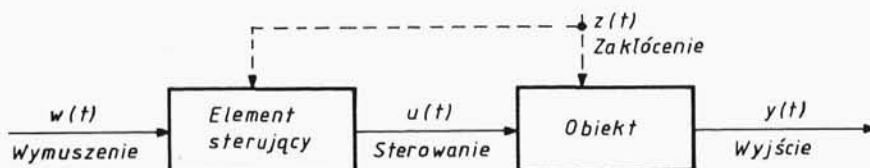


7. UKŁADY AUTOMATYCZNEJ REGULACJI

7.1. STEROWANIE I REGULACJA AUTOMATYCZNA

Celem sterowania, czyli zamierzonego oddziaływania na układ dynamiczny zwany obiektem, jest zwykle zapewnienie pożądanego stanu tego obiektu, mimo działania zakłóceń lub pożądanego przebiegu procesu w układzie. Rozróżnia się dwa podstawowe sposoby sterowania: sterowanie w układzie otwartym i sterowanie w układzie zamkniętym (ze sprzężeniem zwrotnym).



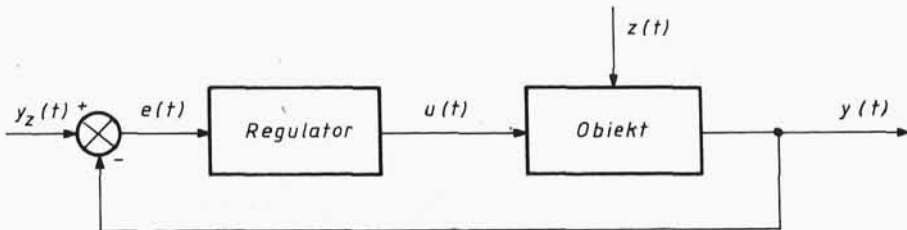
Rys.7.1. Zasada sterowania w układzie otwartym

Schemat blokowy otwartego układu sterowania przedstawiono na rys.7.1. Oprócz obiektu zaznaczono tu element sterujący, który wytwarza sygnał sterujący obiektem. Element sterujący nie otrzymuje żadnych informacji o aktualnym stanie obiektu, lecz co najwyżej o celu sterowania za pośrednictwem sygnału $w(t)$ i o zakłóceniach $z(t)$ działających na obiekt. W związku z tym sterowanie w układzie otwartym ma sens tylko wtedy, gdy na podstawie znajomości sygnału sterującego można z wystarczającą dokładnością przewidzieć zachowanie się układu. Może być ono stosowane do obiektów o dokładnie znanych modelach i stanach początkowych, na które nie działają żadne zakłócenia lub wyłączając zakłócenia o znanym przebiegu. Takimi obiektami są przede wszystkim układy cyfrowe opisane w rozdz.8, w których stosowanie dwuwartościowych (0 i 1) stanów oraz sygnałów całkowicie określa ich modele i praktycznie eliminuje wpływ zakłóceń. W urządzeniach mechanicznych o działaniu ciągłym spotyka się

często sterowanie położeniem w układzie otwartym realizowane za pomocą mechanizmów krzywkowych, np. w obrabiarkach i rozrządzie silników spalinowych.

Jeżeli nie są dokładnie znane własności obiektu lub przebiegi zakłóceń, bardziej celowe jest sterowanie ze sprzężeniem zwrotnym zwane regulacją.

Układem regulacji automatycznej nazywa się układ ze sprzężeniem zwrotnym, który samoczynnie zapewnia pożądany przebieg wybranych wielkości charakteryzujących proces, zwanych wielkościami regulowanymi. Schemat prostego układu regulacji o jednej wielkości regulowanej jest przedstawiony na rys.7.2. W tym schemacie wyróżnia się dwa elementy, tj. obiekt regulacji oraz regulator.



Rys.7.2. Zasada sterowania ze sprzężeniem zwrotnym

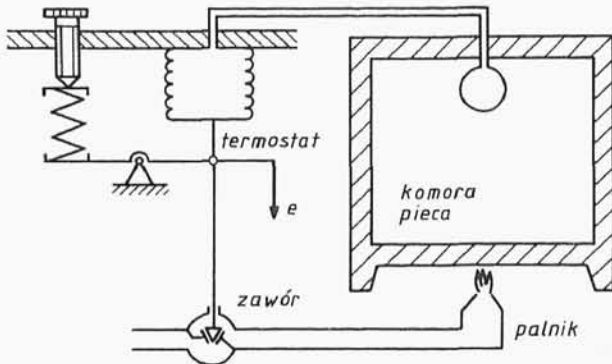
Aktualna wartość wielkości regulowanej $y(t)$ jest porównywana z wartością zadaną tej wielkości $y_z(t)$ na wejściu do regulatora. Różnica tych sygnałów

$$e(t) = y_z(t) - y(t), \quad (7.1)$$

zwana uchybem regulacji, jest przetwarzana w regulatorze na sygnał sterujący obiektem $u(t)$, tak aby mimo działania zakłóceń $z(t)$ układ dążył do zmniejszenia uchybu $e(t)$.

Cel regulacji jest określony charakterem sygnału zadającego $y_z(t)$. W przypadku gdy $y_z(t) = \text{const}$ (regulacja stałowartościowa) zadaniem układu jest kompensacja zakłóceń $z(t)$. Natomiast, gdy $y_z(t)$ jest z góry określoną funkcją czasu (regulacja programowa) lub gdy ma charakter nieprzewidziany z góry (regulacja nadążna), zadanie układu regulacji polega na zapewnieniu możliwie wiernego "kopiowania" sygnału $y_z(t)$ przez wielkość regulowaną $y(t)$.

Regulacja stałowartościowa jest stosowana m.in. w sieci energetycznej do stabilizowania napięcia i częstotliwości, a regulacja programowa w obrabiarkach sterowanych numerycznie i robotach przemysłowych. Przykładem regulacji nadążnej jest naprowadzanie na cel za pomocą radaru ognia artylerii przeciwlotniczej.



Rys.7.3. Schemat ideowy układu regulacji temperatury w piecu

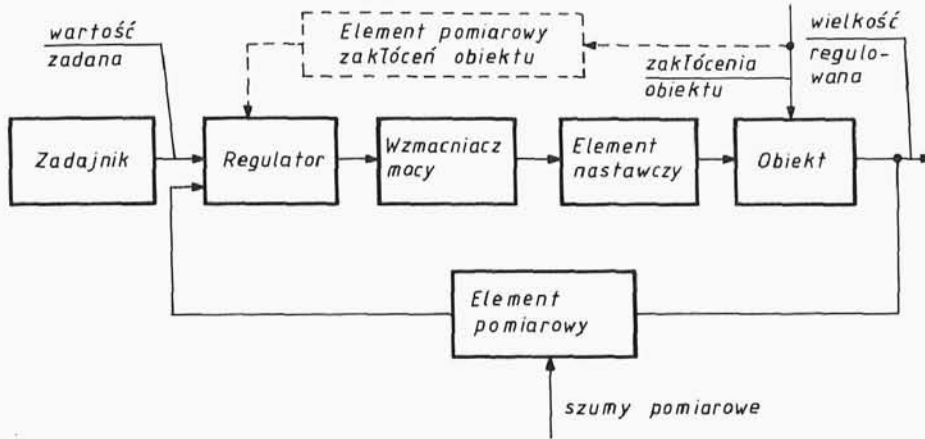
Na rys.7.3 przedstawiono schemat ideowy układu regulacji temperatury w komorze pieca opalanego gazem. Temperatura ta jest przetwarzana na zmiany ciśnienia w mieszk termostatu, który wywiera siłę na jedno ramię dźwigni. Na drugie ramię dźwigni jest wywierana siła reprezentująca wartość za-

dana, realizowana za pomocą sprężyny o nastawianym ugięciu wstępnym. W tym przypadku uchyb regulacji w postaci przemieszczenia dźwigni oddziałuje bezpośrednio na zawór sterujący dopływem gazu. W praktyce przemysłowej stosuje się zwykle układy bardziej skomplikowane.

Schemat blokowy typowego układu regulacji uwzględniający elementy funkcjonalne jest przedstawiony na rys.7.4. Oprócz obiektu i regulatora wyróżniono tu element pomiarowy wielkości regulowanej, zadajnik wprowadzający do regulatora wartość zadaną, wzmacniacz mocy i element nastawczy sterujący obiektem. Zaznaczono również sygnały zakłócające działające na obiekt oraz szумы pomiarowe powodujące zniekształcenia sygnału zawierającego informacje o wielkości regulowanej w torze sprzężenia zwrotnego.

Należy podkreślić, że w układzie ze sprzężeniem zwrotnym skorygowanie sygnału sterującego obiektem nie następuje bezpośrednio po wystąpieniu zakłócenia, lecz dopiero wtedy, gdy pojawiają się jego skutki w postaci uchybu regulacji. Dlatego też w niektórych układach regulacji mierzy się również ważniejsze za-

kłócenia i wyniki tych pomiarów wykorzystuje do sterowania obiektem (co pokazano na rys.7.4 linią przerywaną).



Rys.7.4. Schemat blokowy układu regulacji

7.2. OPIS I WŁASNOŚCI LINIOWEGO UKŁADU REGULACJI

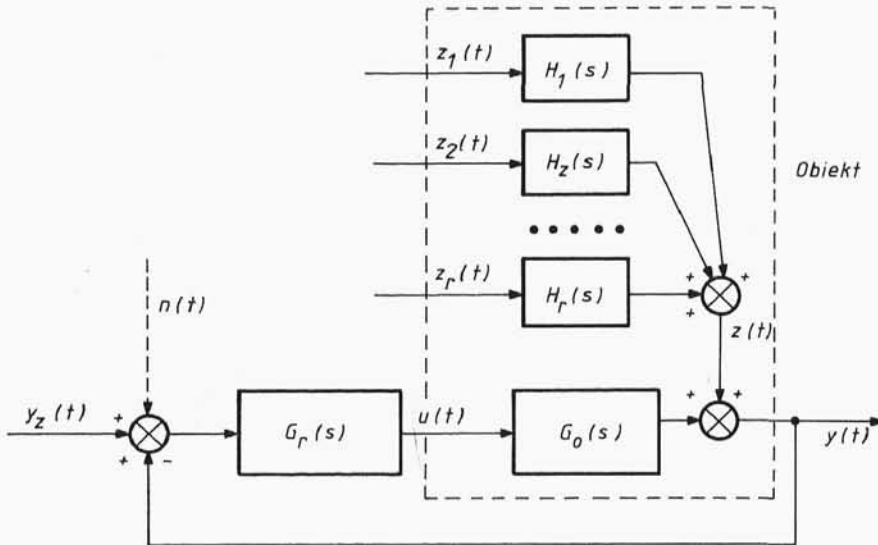
Ciągłe układy regulacji, przy niewielkich odchyleniach od stanu równowagi statycznej, można traktować jako liniowe i opisywać za pomocą transmitancji. Wymaga to jednak odpowiedniego dopasowania zakresów sygnałów wejściowych i wyjściowych wszystkich połączonych ze sobą elementów. Na przykład wartości ciśnienia na wyjściu regulatora pneumatycznego, sterującego poprzez siłownik odpowiednim zaworem na wejściu do obiektu, muszą się mieścić w zakresie odpowiadającym możliwym do zrealizowania otwarciom zaworu. Przy dużych odchyleniach od nominalnego punktu pracy, występujących podczas rozruchu lub spowodowanych bardzo dużymi zakłóceniami, warunki dopasowania zwykle nie są spełnione i układ nie może być traktowany jako liniowy.

Jeżeli układ regulacji jest traktowany jako liniowy, to jego schemat blokowy wygodnie jest przedstawić w postaci pokazanej na rys.7.5, przy następujących oznaczeniach:

$G_o(s)$ - transmitancja operatorowa obiektu z elementem nastawczym i wzmacniaczem mocy,

$G_r(s)$ - transmitancja operatorowa regulatora,

$H_1(s) \dots H_r(s)$ - transmitancje operatorowe odpowiadające poszczególnym zakłóceniom obiektu.



Rys.7.5. Schemat blokowy liniowego układu regulacji

Wydzielenie bloków odpowiadających różnym zakłóceniom jest celowe przy rozpatrywaniu procesów przejściowych wywołanych tymi zakłóceniami. W przypadku pieca opalanego gazem sygnałami zakłócającymi są m.in. zmiany temperatury otoczenia oraz wartości opałowej i ciśnienia gazu, przy czym na każde z tych zakłóceń obiekt reaguje inaczej.

W niektórych rozważaniach wygodnie jest zastąpić zakłócenia $z_1(t) \dots z_r(t)$ jednym zakłóceniem wypadkowym $z(t)$ sprowadzonym na wyjście obiektu. Przebieg tego zakłócenia można wyznaczyć doświadczalnie dokonując pomiaru wielkości wyjściowej obiektu $y(t)$ przy stałej wielkości sterującej $u(t)$.

Sygnał $n(t)$, oznaczony linią przerywaną na schemacie blokowym, reprezentuje szумы pomiarowe oraz błędy przetwarzania przetwornika pomiarowego i zadajnika, które powodują że sygnał na wejściu regulatora nie jest dokładnie równy uchybowi regulacji tzn. różnicy między wartością zadaną a wartością rzeczywistą wielkości regulowanej.

Do dalszych rozważań wprowadzimy pojęcie transmitancji układu otwartego

$$K(s) = G_r(s)G_o(s). \quad (7.2)$$

Z przyjętego schematu blokowego (rys.7.5) wynika następujący wzór

$$Y(s) = \frac{1}{1+K(s)} \left[\sum_{i=1}^r H_i(s) Z_i(s) \right] + [Y_z(s) + N(s)] \frac{K(s)}{1+K(s)}. \quad (7.3)$$

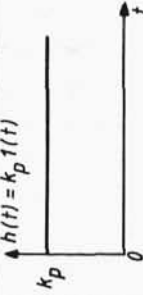
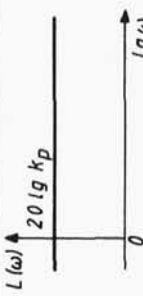
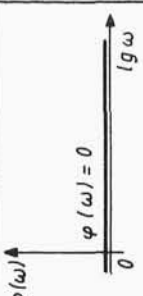
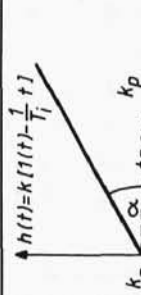

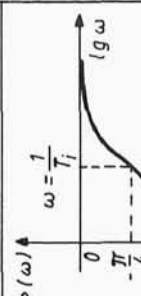
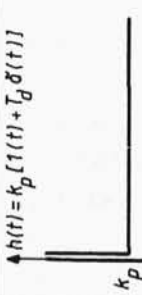

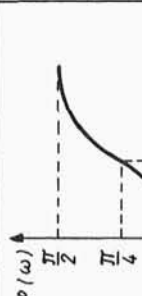
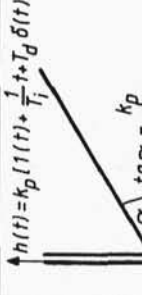

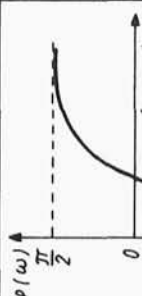
Z definicji uchybu (7.1) i (7.3) otrzymuje się

$$E(s) = \frac{1}{1+K(s)} Y_z(s) - \frac{1}{1+K(s)} \left[\sum_{i=1}^r H_i(s) Z_i(s) \right] - \frac{K(s)}{1+K(s)} N(s). \quad (7.4)$$

Ze wzorów tych można wyznaczyć przebiegi sygnału wyjściowego (wielkości regulowanej) $y(t)$ lub uchybu regulacji $e(t)$ dla danych przebiegów zakłóceń $z_i(t)$ i $n(t)$ oraz sygnału zadającego $y_z(t)$. Zwykle rozpatruje się oddzielnie szczególne przypadki wymuszeń i na tej podstawie dokonuje oceny własności układu regulacji. Własności te zależą przede wszystkim od transmitancji układu otwartego $K(s)$, będącej iloczynem transmitancji obiektu i regulatora. Projektowanie układu regulacji polega na takim doborze transmitancji regulatora dla zadanej transmitancji obiektu, aby otrzymana transmitancja układu otwartego zapewniała spełnienie przyjętych kryteriów dotyczących jakości regulacji.

W przemysłowych układach regulacji ciągłej wykorzystuje się zwykle uniwersalne regulatory liniowe realizujące w przybliżeniu następujące działania: proporcjonalne (P), całkujące (I) i różniczkujące (D). Znaczenie praktyczne ma pięć typów regulatorów oznaczonych symbolami P, I, PI, PD i PID, zależnie od tego, które z wymienionych wyżej działań podstawowych są przez nie realizowane. W tabelicy 7.1 zestawiono transmitancje operatorowe oraz charakterystyki skokowe i częstotliwościowe takich regulatorów. Dotyczą one tzw. regulatorów idealnych, stanowią więc przybliżony opis matematyczny regulatorów rzeczywistych. Parametry k_p , T_i oraz T_d występujące w związkach określających własności regulatorów mogą być zmieniane w szerokich granicach i są nazywane nastawami. Przez odpowiedni dobór nastaw zapewnia się pożądane własności regulatora. Parametr k_p nazywany jest współczynnikiem wzmocnienia, T_i - czasem zdwojenia (całkowania) a T_d - czasem wyprzedzenia (różniczkowania). W regulatorach PI oraz PD nastawy są niezależne, tzn. każdy z parametrów może być

Tablica 7.1

Typ regulatora	Transmitancja operatorowa $G(s)$	Charakterystyka skokowa	Logarytmiczna charakterystyka	
			amplitudowa	fazowa
proporcjonalny P	k_p	$h(t) = k_p \cdot 1(t)$ 	$L(\omega) \uparrow$ $20 \lg k_p$ 	$\varphi(\omega) \uparrow$ $\varphi(\omega) = 0$ 
proporcjonalno-integralny PI	$k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$	$h(t) = k_p \left(1(t) + \frac{1}{T_i} t\right)$ 	$L(\omega) \uparrow$ 	$\varphi(\omega) \uparrow$ 
proporcjonalno-różniczkujący PD	$k_p (1 + T_D s)$	$h(t) = k_p [1(t) + T_D \delta(t)]$ 	$L(\omega) \uparrow$ 	$\varphi(\omega) \uparrow$ 
proporcjonalno-integralno-różniczkujący PID	$k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s\right)$	$h(t) = k_p \left(1(t) + \frac{1}{T_i} t + T_D \delta(t)\right)$ 	$L(\omega) \uparrow$ 	$\varphi(\omega) \uparrow$ 

zmieniany za pomocą oddzielnego pokrętła. W uniwersalnych regulatorach (szczególnie pneumatycznych) typu PID występuje zwykle sprzężenie między nastawami. Oznacza to, że w takim regulatorze o transmitancji

$$G_r(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right), \quad (7.5)$$

zmiana położenia jednego z pokręteł wywołuje równoczesną zmianę wszystkich trzech parametrów k_p , T_i oraz T_d . Tylko przy szczególnych wartościach niektórych nastaw, np. gdy regulator jest wykorzystywany jako proporcjonalny ($T_i = \infty$, $T_d = 0$) lub proporcjonalno-różniczkujący ($T_i = \infty$), albo proporcjonalno-całkujący ($T_d = 0$), wartości pozostałych nastaw można zmieniać niezależnie.

Regulator ma zwykle postać układu ze sprzężeniem zwrotnym, zawierającym w torze głównym element proporcjonalny o bardzo dużym współczynniku wzmocnienia ($k_0 > 10^3$), a w pętli sprzężenia zwrotnego element o transmitancji $\frac{1}{G_r(s)}$. Transmitancja takiego układu równa się

$$G(s) = \frac{k_0}{1 + \frac{k_0}{G_r(s)}} = \frac{1}{\frac{1}{k_0} + \frac{1}{G_r(s)}} \approx G_r(s). \quad (7.6)$$

Jeżeli w pętli sprzężenia zwrotnego umieści się np. element inercyjny o transmitancji $\frac{k}{Ts+1}$, to uzyskany tak regulator ma transmitancję

$$G_r(s) = \frac{1}{k}(1+Ts),$$

typu PD o nastawach $k_p = \frac{1}{k}$ i $T_d = T$.

Analizę własności liniowego układu regulacji przeprowadza się zwykle na podstawie wzorów (7.3) i (7.4) określających transformaty przebiegów wielkości regulowanej $y(t)$ oraz uchybu $e(t)$ przy dowolnych wymuszeniach. Wzory te wygodnie jest przedstawić w postaci

$$Y(s) = G_o(s)Z(s) + G_z(s)[Y_z(s) + N(s)], \quad (7.7)$$

$$E(s) = G_o(s)[Y_z(s) - Z(s)] - G_z(s)N(s), \quad (7.8)$$

gdzie:

$$Z(s) = \sum_{i=1}^r H_i(s) Z_i(s), \quad (7.9)$$

$$G_e(s) = \frac{1}{1+K(s)}, \quad (7.10)$$

$$G_z(s) = \frac{K(s)}{1+K(s)} = K(s)G_e(s). \quad (7.11)$$

$Z(s)$ jest transformatą wypadkowego zakłócenia $z(t)$ sprowadzonego na wyjście obiektu (rys.7.5). Funkcja $G_e(s)$ nazywa się transmitancją uchybową, a funkcją $G_z(s)$ transmitancją układu zamkniętego lub transmitancją nadążania. Obie te transmitancje można wyznaczyć na podstawie transmitancji układu otwartego $K(s)$. Warto zwrócić uwagę, że równanie charakterystyczne układu zamkniętego ma postać

$$L(s) + M(s) = 0, \quad (7.12)$$

gdzie: $L(s)$ i $M(s)$ są wielomianami występującymi w liczniku i mianowniku układu otwartego $K(s)$.

7.3. OCENA JAKOŚCI REGULACJI

7.3.1. Dokładność statyczna

Układowi regulacji stawia się różne wymagania zależne od ich przeznaczenia, przy czym podstawowym wymaganiem jest stabilność. Dalsze rozważania będą dotyczyły układów stabilnych.

Wymagania dotyczące dokładności statycznej formułowane są w postaci dopuszczalnych wartości uchybu regulacji w stanie ustalonym. Uchyb ustalony można wyznaczyć ze wzoru (7.4) na podstawie twierdzenia granicznego rachunku operatorowego

$$e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s). \quad (7.13)$$

Transformata uchybu $E(s)$ jest sumą trzech składników, z których pierwszy zależy od sygnału zadającego $y_z(t)$, drugi - od zakłóceń obiektu $z_1(t)$, a trzeci (często pomijany) - od szumów i błędów pomiarowych $n(t)$. Można więc wyznaczyć oddzielnie składniki uchybu ustalonego odpowiadające ustalonym wartościom każdego z tych wymuszeń jako y_{zu} , z_{1u} oraz n_u . Pierwszy z tych

składników wyraża się wzorem

$$e_{1u} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{y_{zu}}{s} \frac{1}{1+K(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} y_{zu} \frac{1}{1+K(s)} \quad (7.14)$$

i jest równy zero tylko wtedy, gdy $\lim_{s \rightarrow 0} K(s) = \infty$, tzn. kiedy transmitancja układu otwartego ma bieguny zerowe, czyli układ otwarty zawiera elementy całkujące połączone szeregowo z elementami o skończonym wzmocnieniu. Układ zawierający elementy całkujące, który zapewnia zerową wartość uchybu określonego wzorem (7.14) jest nazywany układem astatycznym.

W przypadku układów statycznych (bez elementów całkujących) $\lim_{s \rightarrow 0} K(s) = k$, gdzie k jest wzmocnieniem układu otwartego. Te same określenia odnoszą się również do obiektów, tzn. w przypadku obiektu astatycznego $\lim_{s \rightarrow 0} G_o(s) = \infty$, a w przypadku obiektu statycznego $\lim_{s \rightarrow 0} G_o(s) = k_o$, gdzie k_o jest wzmocnieniem obiektu.

Dla układów statycznych uchyb ustalony wywołany ustaloną zmianą wartości zadanej y_{zu} wyraża się wzorem

$$e_{1u} = y_{zu} \frac{1}{1+k}. \quad (7.15)$$

Można zmniejszyć jego wartość zwiększając współczynnik wzmocnienia k . Możliwość ta jest jednak ograniczona ze względu na stabilność układu.

Drugi ze składników uchybu ustalonego zależy od transmitancji obiektu względem zakłócenia oznaczonej na schemacie blokowym jako $H_1(s)$. Dla uproszczenia uwzględnia się tylko jedno zakłócenie o wartości ustalonej z_u i zakłada, że $H_1(s) = G_o(s)$. Wówczas

$$e_{2u} = - \lim_{s \rightarrow 0} z_u \frac{G_o(s)}{1+G_r(s)G_o(s)} = - \lim_{s \rightarrow 0} z_u \frac{1}{\frac{1}{G_o(s)} + G_r(s)}, \quad (7.16)$$

a jego wartość jest równa zero tylko wtedy, gdy $\lim_{s \rightarrow 0} G_r(s) = \infty$, tzn. gdy regulator ma własności całkujące, np. jest typu I, PI lub PID.

W układach regulacji wyposażonych w regulatory P lub PD występuje uchyb ustalony o wartości określonej wzorami:

$$e_{2u} = - z_u \frac{1}{k_p} - \text{w przypadku obiektów astatycznych}$$

oraz

$$e_{2u} = - z_u \frac{k}{1+k \cdot k_p} - \text{w przypadku obiektów statycznych,}$$

gdzie: k_p - współczynnik wzmocnienia regulatora, k - współczynnik wzmocnienia obiektu.

Również w tym przypadku istnieje pewna, ale ograniczona względami stabilności, możliwość zmniejszenia uchybu statycznego poprzez zwiększenie wzmocnienia regulatora.

Trzeci ze składników wyraża się wzorem

$$e_{3u} = - \lim_{s \rightarrow 0} n_u \frac{K(s)}{1+K(s)}, \quad (7.17)$$

a jego wartość wynosi: $-n_u$ w przypadku układu astatycznego oraz $-n_u \frac{k}{1+k}$ w przypadku układu statycznego o współczynniku wzmocnienia k . Oznacza to, że uchybu ustalonego wywołanego ustaloną wartością szumu lub błędu pomiarowego n_u nie można wyeliminować całkowicie.

Przeprowadzona analiza dokładności statycznej jest wystarczająca dla układów regulacji stałowartościowej. Odrębnego omówienia wymaga zagadnienie dokładności układów regulacji nadążnej (serwomechanizmów) w przypadku szybko zmieniających się wymuszeń.

Układ zamknięty nazywa się astatycznym m -tego rzędu, jeżeli układ otwarty zawiera m szeregowo połączonych elementów całkujących, tzn. jego transmitancję można przedstawić w postaci

$$K(s) = \frac{k}{s^m} \frac{M(s)}{N(s)}, \quad (7.18)$$

przy czym: $\lim_{s \rightarrow 0} M(s) = \lim_{s \rightarrow 0} N(s)$.

Można wykazać, że układ astatyczny m -tego rzędu odtwarza bez uchybu tylko te wymuszenia, których pochodne począwszy od m -tej są równe zeru dla dostatecznie dużego czasu. Na przykład w przypadku wymuszenia liniowo narastającego $y_z = vt$ dla zapewnienia $e_{1u} = 0$ konieczny jest astatyzm drugiego rzędu, w przypadku wymuszenia parabolicznego $y_z = at^2$ - astatyzm trzeciego rzędu itd. Wymagania te zwykle są niemożliwe do spełnienia bez dodat-

kowych członów korekcyjnych, ponieważ już po wprowadzeniu dwóch elementów całkujących połączonych szeregowo układ staje się strukturalnie niestabilny.

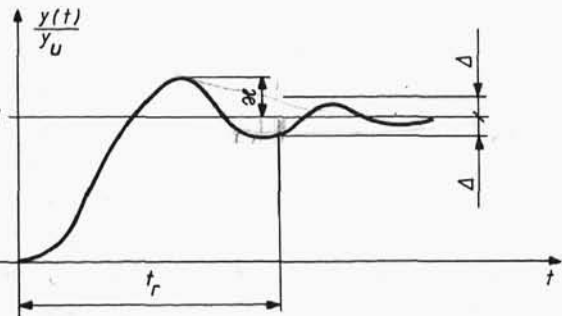
7.3.2. Jakość dynamiczna

Oprócz wymagań dotyczących stabilności i dokładności statycznej żąda się od układów regulacji dobrej jakości dynamicznej. Jest to pojęcie dość szerokie, które obejmuje m.in.: charakter i czas zanikania procesów przejściowych, wartości maksymalnych uchybów, a także pasma częstotliwości, w których zachodzi wystarczająco dokładne odtwarzanie sygnałów wymuszających lub tłumienie zakłóceń. Jakość dynamiczną określa się zwykle za pomocą wskaźników liczbowych odnoszących się do niektórych cech charakterystyki skokowej lub charakterystyk częstotliwościowych układu zamkniętego o transmitancji $G_z(s)$ opisanej wzorem (7.11). Na podstawie odpowiedzi układu zamkniętego na skokowy sygnał wymuszający określa się czas regulacji t_r oraz przeregulowanie κ , w sposób przedstawiony na rys.7.6.

Czas regulacji jest to czas liczony od chwili wystąpienia wymuszenia skokowego do chwili, po której wielkość regulowana różni się od wartości ustalonej y_u mniej niż o założoną wartość Δ (zwykle od 1% do 5% wartości y_u).

Przeregulowaniem nazywa się maksymalną róż-

nicę między wartością chwilową a wartością ustaloną wielkości regulowanej, odniesioną do tej wartości ustalonej



Rys.7.6. Określenie czasu regulacji t_r i przeregulowania κ na podstawie charakterystyki skokowej

$$\kappa = \frac{y_{\max} - y_u}{y_u} \quad (\text{dla } y_u > 0). \quad (7.19)$$

Wartość κ jest tym mniejsza, im szybciej tłumione są oscylacje w procesie przejściowym; w przypadku przebiegu aperiodycznego $\kappa=0$.

Zwykle wymaga się, aby czas regulacji t_r i przeregulowanie κ nie przekraczały wartości dopuszczalnych. Wartości liczbowe wskaźników t_r i κ zależą od położenia pierwiastków równania charakterystycznego na płaszczyźnie zmiennej zespolonej s . Można wykazać, że w przybliżeniu czas regulacji spełnia związek

$$t_r = \frac{1}{|\operatorname{Re} s_m|} \ln \frac{1}{\Delta}, \quad (7.20)$$

gdzie $|\operatorname{Re} s_m|$ jest wartością bezwzględną części rzeczywistej pierwiastka położonego w lewej półpłaszczyźnie najbliższej osi urojonej, któremu odpowiada najwolniej zanikająca składowa (mod) procesu przejściowego. Jeżeli s_m jest pierwiastkiem rzeczywistym, to w procesie przejściowym najdłużej zanika składowa o przebiegu wykładniczym $Ce^{-s_m t}$, gdzie C jest wartością początkową tej składowej. Jeżeli s_m jest pierwiastkiem zespolonym (parą pierwiastków sprzężonych), to w procesie przejściowym najdłużej trwają tłumione oscylacje o pulsacji $\omega_m = |\operatorname{Im} s_m|$.

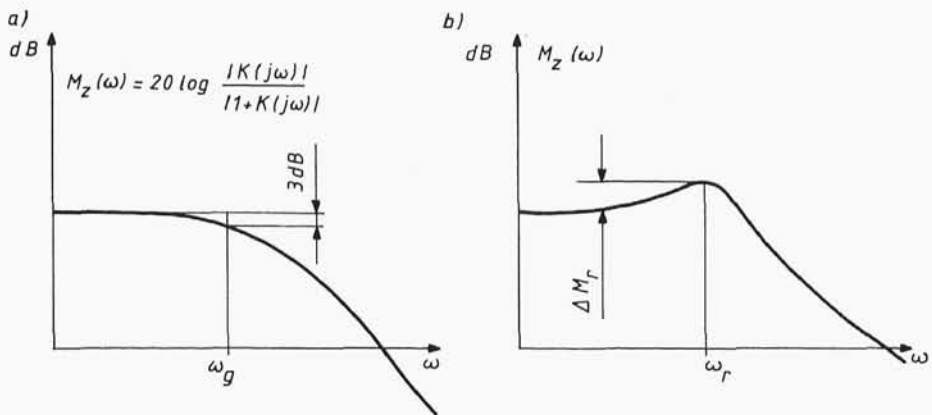
Przeregulowanie κ jest tym większe, im większa jest maksymalna wartość bezwzględna stosunku części urojonej do części rzeczywistej wśród wszystkich pierwiastków równania charakterystycznego. Zwykle o wartości przeregulowania decyduje para pierwiastków sprzężonych położona najbliższej osi urojonej.

Istnieje również wyraźny związek między wskaźnikami t_r i κ , a kształtem częstotliwościowej charakterystyki amplitudowej $M_z(\omega) = 20 \log |G_z(j\omega)|$ układu zamkniętego (rys.7.7). Zakres częstotliwości, w którym ta charakterystyka jest płaska nazywa się pasmem przenoszenia (nadażania), a pulsacja ω_g ograniczająca to pasmo nazywa się pulsacją graniczną układu.

Pulsacja graniczna jest określana w różny sposób, a jej wartość jest w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalna do czasu regulacji t_r . W przypadku charakterystyki amplitudowej bez rezonansu, tzn. malejącej w sposób monotoniczny, można oszacować czas regulacji, korzystając z przybliżonego związku [2]

$$t_r = \frac{3}{\omega_g}, \quad (7.21)$$

gdzie: t_r - czas regulacji dla $\Delta = 0,05y_u$, ω_g - częstotliwość graniczna określająca pasmo, w którym charakterystyka amplitudowa zmienia się nie więcej niż o 3 dB.



Rys.7.7. Typowe logarytmiczne charakterystyki amplitudowe układu zamkniętego: a) bez rezonansu, b) z rezonansem

Charakterystykę amplitudową z rezonansem określają dwa wskaźniki liczbowe: pulsacja rezonansowa ω_r oraz szczyt rezonansowy tzn. stosunek $m_r = |G_z(j\omega_r)| / |G_z(j0)|$ lub $\Delta M_r = 20 \log m_r = M_z(\omega_r) - M_z(0)$ w dB. Zwykle wymaga się spełnienia warunku $\Delta M_r \leq 3,5$ dB, czyli $m_r \leq 1,5$ i wtedy ω_r jest traktowana jako częstotliwość graniczna, a czas regulacji może być wyznaczony ze wzoru [2]

$$t_r = \frac{3\pi}{\omega_r}. \quad (7.22)$$

W wielu przypadkach pulsację graniczną można oszacować na podstawie logarytmicznej charakterystyki amplitudowej układu otwartego $M(\omega) = 20 \log |K(j\omega)|$. Charakterystyka amplitudowa układu zamkniętego wyraża się wzorem

$$|G_z(j\omega)| = \frac{|K(j\omega)|}{|1+K(j\omega)|}, \quad (7.23)$$

z którego wynika, że zakres częstotliwości, w którym spełniony jest warunek $|K(j\omega)| \gg 1$, jest pasmem przenoszenia układu zamkniętego, ponieważ w tym zakresie $|G_z(j\omega)| \approx 1$. W takich przypadkach przyjmuje się, że pulsacja graniczna równa się w przybliżeniu tzw. pulsacji przecięcia ω_m , określonej przez związek $M(\omega_m) = 0$ (logarytmiczna charakterystyka amplitudowa przecina oś odciętych).

Szczyt rezonansowy zależy od zapasu stabilności. Dla typowych układów przy zapasie modułu 6 dB i zapasie fazy $30^\circ+45^\circ$ wartość ΔM_r nie przekracza na ogół 3,5 dB. Na podstawie szczytu rezonansowego można oszacować przeregulowanie κ . W zakresie $1 \leq m_r \leq 2$ wartość κ spełnia przybliżony związek [1]

$$\kappa = \frac{m_r - 1}{m_r} = 1 - \frac{1}{m_r} = 1 - 10^{-\Delta M_r / 20}. \quad (7.24)$$

Duża szerokość pasma przenoszenia i mała wartość szczytu rezonansowego są wymagane przede wszystkim w układach regulacji nadążnej. Wierne odtworzenie przebiegu sygnału wymuszającego $y_z(t)$ jest bowiem możliwe tylko wtedy, kiedy jego pasmo jest węższe niż pasmo przenoszenia układu nadążnego.

W niektórych układach nadążnych przeregulowania są niedopuszczalne ($\kappa=0$), co jest równoznaczne z wymaganiem $\Delta M_r=0$.

Wygodnym kryterium oceny jakości dynamicznej układu jest wskaźnik regulacji

$$q(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{Y'(j\omega)}, \quad (7.25)$$

definiowany jako stosunek transformat Fouriera¹⁾ odpowiedzi na to samo wymuszenie układu zamkniętego $y(t)$ i układu otwartego $y'(t)$. Ze schematu blokowego przedstawionego na rys.7.5 i wzoru (7.3) wynika, że przy dowolnym wymuszeniu $z_1(t)$, $y_z(t)$ lub $n(t)$ wskaźnik regulacji wyraża się wzorem

$$q(j\omega) = \frac{1}{1+K(j\omega)}, \quad (7.26)$$

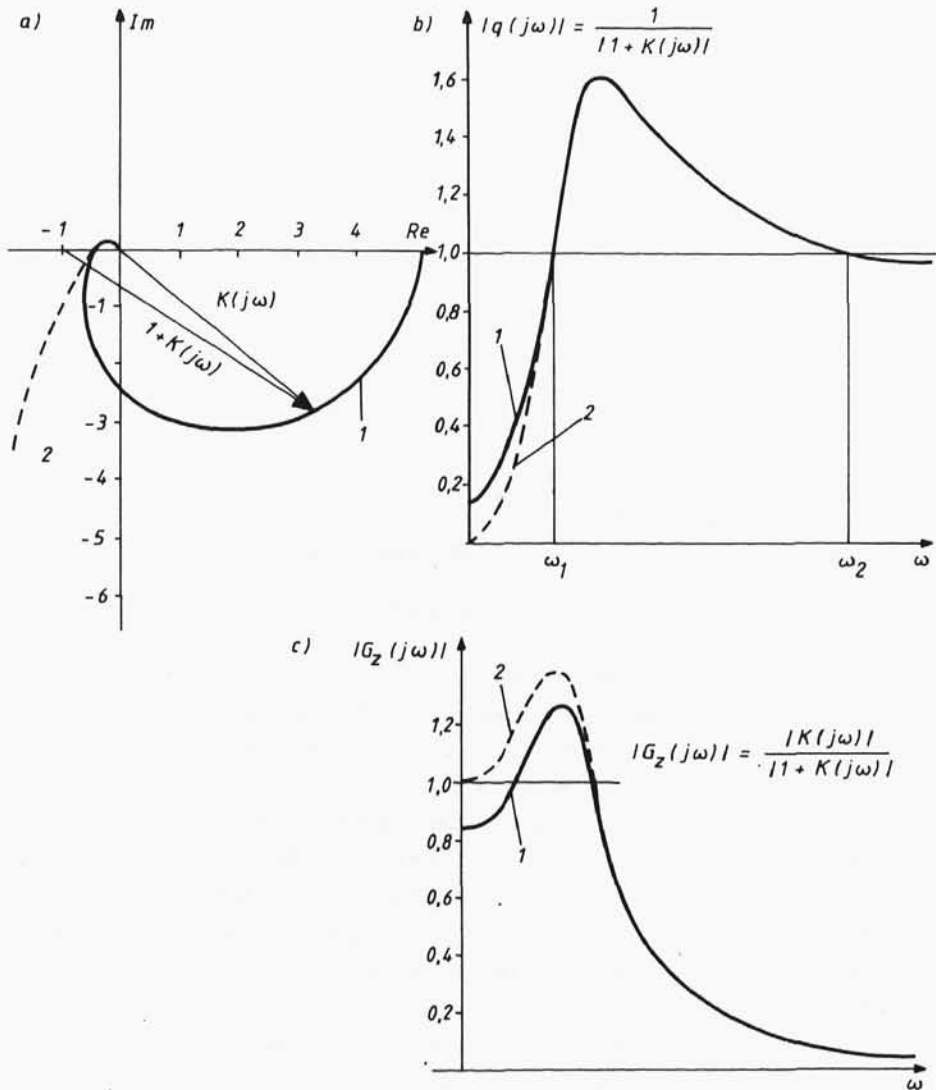
opisującym również widmową transmitancję uchybową $G_e(j\omega)$. Moduł wskaźnika regulacji

$$|q(j\omega)| = \frac{1}{|1+K(j\omega)|}, \quad (7.27)$$

oznaczający stosunek amplitud składowych harmonicznym sygnału wyjściowego i wymuszenia o pulsacji ω jest miarą zwiększenia efektywności tłumienia zakłóceń, uzyskanego dzięki sprzężeniu zwrotnemu. Wartość $|q(j\omega)|$ dla danej pulsacji ω można wyznaczyć

¹⁾ Niektórzy autorzy definiują wskaźnik regulacji jako stosunek modułów transformat Fouriera.

w sposób pokazany na rys.7.8a jako odwrotność modułu wektora $1+K(j\omega)$ na charakterystyce amplitudowo-fazowej układu otwartego. Typowy wykres modułu wskaźnika regulacji w funkcji pulsacji ω przedstawia rys.7.8b. Istotnym parametrem tego wykresu jest



Rys.7.8. Porównanie charakterystyk częstotliwościowych układu statycznego (1) i astatycznego (2): a) charakterystyka amplitudowo-fazowa układu otwartego, b) wykres modułu wskaźnika regulacji, c) charakterystyka amplitudowa układu zamkniętego

pulacja ω_1 ograniczająca pasmo tłumienia zakłóceń, w którym tłumienie układu zamkniętego jest większe niż układu otwartego. Najbardziej efektywne tłumienie zakłóceń, tzn. minimalna wartość $|q(j\omega)|$, występuje przy $\omega=0$ (w przypadku układów astatycznych $|q(j\omega)|=0$). Warto zwrócić uwagę, że w paśmie $\omega_1 < \omega < \omega_2$ układ zamknięty słabiej tłumie zakłócenia niż układ otwarty. Pasma to, określone przez warunek $|1+K(j\omega)| < 1$, występuje we wszystkich układach wyższego rzędu ($n>1$).

Maksymalna wartość $|q(j\omega)|$ występująca przy pulsacji, której odpowiada punkt charakterystyki amplitudowo-fazowej układu otwartego $K(j\omega)$ położony najbliżej punktu $-1, j0$, może być uważana za miarę zapasu stabilności.

W zakresie $\omega > \omega_2$ tłumienie zakłóceń w obydwu układach, zamkniętym i otwartym, jest praktycznie jednakowe.

Ze wzorów (7.8) i (7.10) wynika, że wskaźnik regulacji $q(j\omega) = G_o(j\omega)$ jest również stosunkiem transformaty Fouriera uchybu regulacji $E(j\omega)$ do transformaty wymuszenia $Y_z(j\omega)$ lub $Z(j\omega)$ i może być stosowany do oceny uchybów wywołanych tymi wymuszeniami. Nie dotyczy to jednak uchybów wywołanych szumami lub błędami pomiarowymi $n(t)$, ponieważ zachodzi związek

$$\frac{E(j\omega)}{N(j\omega)} = G_z(j\omega). \quad (7.28)$$

Oznacza to, że do oceny uchybów regulacji wywołanych szumami i błędami przetwornika pomiarowego należy wykorzystać transmitancję widmową układu zamkniętego i jego charakterystykę amplitudową (rys.7.8c). Z porównania tej charakterystyki z wykresem modułu wskaźnika regulacji (7.8b) wynika, że szumy pomiarowe mieszczące się w pasmie przenoszenia układu nie są w układzie tłumione tak intensywnie jak zakłócenia obiektu. Dlatego też przetwornik pomiarowy i cały tor sprzężenia zwrotnego powinny być zabezpieczone przed zakłóceniami, szczególnie o niskich częstotliwościach.

Należy dodać, że do oceny jakości regulacji stosuje się również wskaźniki całkowe, określane zwykle na podstawie charakterystyki skokowej. Najprostsze z tych wskaźników mają postać

$$I_1 = \int_0^{\infty} (e(t) - e_u) dt \quad (\text{dla } e(t) \text{ aperiodycznego}), \quad (7.29)$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} (e(t) - e_u)^2 dt, \quad (7.30)$$

$$I_3 = \int_0^{\infty} |e(t) - e_u| dt, \quad (7.31)$$

gdzie: e_u - uchyb ustalony.

Dla typowych układów regulacji minimalną wartość I_1 otrzymuje się dla najkrócej trwającego przebiegu aperiodycznego $e(t)$, a minimalną wartość I_3 dla najkrótszego przebiegu z przeregulowaniem $\kappa \approx 0,2$.

7.4. PROJEKTOWANIE UKŁADÓW AUTOMATYCZNEJ REGULACJI

Synteza układu regulacji automatycznej ogranicza się zwykle do wyboru elementu pomiarowego, regulatora i elementu wykonawczego oraz wyznaczenia nastaw regulatora zapewniających wymaganą jakość regulacji. W przypadku układów o jednym wejściu i jednym wyjściu jakość regulacji najwygodniej jest określić na podstawie logarytmicznych charakterystyk częstotliwościowych układu otwartego, które otrzymuje się w prosty sposób przez sumowanie odpowiednich charakterystyk obiektu i regulatora. Podczas projektowania należy więc dobrać takie charakterystyki logarytmiczne regulatora, które po zsumowaniu ze znanymi charakterystykami obiektu zapewnią pożądany kształt charakterystyk układu otwartego, scharakteryzowany przez następujące wielkości:

- wartość $M(0)$, od której zależy uchyb ustalony,
- pulsację przecięcia ω_m , będącą oszacowaniem pulsacji granicznej, od której zależy czas regulacji,
- zapas modułu i zapas fazy, od których zależy przeregulowanie κ oraz szczyt rezonansowy ΔM_r .

Znając charakterystyki częstotliwościowe obiektu oraz wymagania dotyczące jakości regulacji można stosunkowo łatwo ocenić przydatność poszczególnych typów regulatorów analizując ich charakterystyki częstotliwościowe przedstawione w tablicy 7.1. Przy stosowaniu regulatora typu P charakterystyka fazowa układu otwartego nie ulega zmianie, a charakterystyka amplitudowa ze