



M

Zbigniew Buśko
Krzysztof Jaworek
Krzysztof Kędzior
Kazimierz Nazarczuk
Andrzej Olędzki

**zarys
dynamiki
i automatyki
układów**

praca zbiorowa pod redakcją
Andrzeja Olędzkiego



WYDAWNICTWA POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ
WARSZAWA 1991

SKRYPTY WPW DLA KIERUNKU MECHANIKA

w y d a n e

- Praca zbiorowa pod redakcją K. FERENCA. Spawalnictwo. Laboratorium, 1989, ark. wyd. 7,43, cena zł 1500.-
- WŁOSIŃSKI W. Spajanie materiałów, 1989, ark. wyd. 8,96, cena zł 1600.-
- BIDZIŃSKI J., LASSOTA W., OLECHOWICZ J., ŻEBROWSKI Z. Ćwiczenia laboratoryjne z mechaniki płynów, 1989, ark. wyd. 4,56, cena zł 1200.-
- MILLER A. Teoria maszyn wirnikowych. Zagadnienia wybrane. Wyd. 2, 1989, ark. wyd. 8,40, cena zł 1600.-
- FILIPOWSKI R., MARCINIAK M. Technologia maszyn i obrabiarki, 1989, ark. wyd. 20,7, cena zł 6000.-
- KOCHAŃSKI S. Wybrane zagadnienia z podstaw projektowania broni strzeleckiej. Wyd. 2, 1989, ark. wyd. 5,98, cena zł 1200.-
- SZCZEPAŃSKI C. Symulatory lotu, 1990, ark. wyd. 8,4, cena zł 8000.-
- ŚNIADKOWSKI Z. Podstawy teoretyczne badań doświadczalnych. Wyd. 2, 1990, ark. wyd. 11,27, cena zł 4500.-
- KOCHAŃSKI S. Badanie broni strzeleckiej. Laboratorium, 1990, ark. wyd. 6,83, cena zł 8200.-
- MRUGALSKI Z. Zespoły funkcjonalne urządzeń zegarowych i tachometrycznych. Wyd. 2 rozszerzone, 1990, ark. wyd. 15,23, cena zł 20000.-
- KRAMAREK W., PASEK Z., SKARBOWSKI T. Laboratorium napędów hydraulicznych, 1990, ark. wyd. 5,32, cena zł 7000.-
- LEWIŃSKI J., WILCZYŃSKI A.P., WITEMBERG-PERZYK D. Podstawy mechaniki. Statyka i wytrzymałość materiałów, 1991, ark. wyd. 15,37, cena zł 16000.-
- Praca zbiorowa pod redakcją J. OSIŃSKIEGO. Wspomagane komputerowo projektowanie podstaw konstrukcji maszyn, 1991, ark. wyd. 8,49, cena zł 11000.-
- MIELCZAREK W., MIESZKOWSKI J., PASEK Z., SKARBOWSKI T., WROTNY L.T. Projektowanie napędów obrabiarek. Obliczenia konstrukcyjne, 1991, ark. wyd. 15,56, cena zł 20500.-
- LITWIŃCZYK M., SELEROWICZ W., SKRZYŃSKI S., TARNOGRODZKI A. Ćwiczenia laboratoryjne z mechaniki płynów, 1991, ark. wyd. 8,62, cena zł 13000.-
- PAWŁOWSKI J. Elementy teorii mechanizmów. Wyd. 3 zm., 1991, ark. wyd. 11,14, cena zł 15600.-
- RAWSKI F., BOCHEŃSKI C. Układy zasilania silników spalinowych, 1991, ark. wyd. 6,75, cena zł 9500.-
- BARTKIEWICZ J. Maszynoznawstwo, 1991, ark. wyd. 6,08, cena zł 8500.-
- KUJAWSKI D. Trwałość zmęczeniowa metali, 1991, ark. wyd. 7,48, cena zł 15000.-
- Praca zbiorowa pod redakcją J. WITKOWSKIEGO. Zbiór zadań projektowych z podstaw konstrukcji maszyn. Cz. I. Podstawy obliczeń, 1990, ark. wyd. 15,59, cena zł 18000.- Cz. II. Podstawy projektowania, 1990, ark. wyd. 10,67, cena zł 12000.-
- SENKARA J., WINDYGA A. Podstawy teorii procesów spajania, 1991, ark. wyd. 6,45, cena zł 8400.-
- CZYŻYKOWSKI M., LUBOWICZ M., WIEPRZKOWICZ B. Zbiór zadań z wybranych działów matematyki, 1991, ark. wyd. 6,18, cena zł 9000.-
- GOGÓL W. Wymiana ciepła. Tablice i wykresy. Wyd. 7, 1991, ark. wyd. 10, cena zł 20000.-
- GOLATOWSKI T. Projektowanie procesów tłoczenia i tłoczników. Wybrane zagadnienia. Wyd. 3, 1991, ark. wyd. 8,96, cena zł 20000.-

Zbigniew Buśko
Krzysztof Jaworek
Krzysztof Kędzior
Kazimierz Nazarczuk
Andrzej Olędzki

**zarys
dynamiki
i automatyki
układów**

praca zbiorowa pod redakcją
Andrzeja Olędzkiego



WYDAWNICTWA POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ
WARSZAWA 1991

Opiniodawcy

doc. dr Jerzy Pułaczewski
prof. dr hab. Karol Tomaszewski



Opracowanie redakcyjne — mgr Kazimiera Kręc

Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej
ul. Nowowiejska 24, 00-665 Warszawa

Wyd. II popr. Nakł. 500+30. Ark. wyd. 15,46. Ark. druk. 19,0. Papier offset. kl. III 71 g.
Oddano do ZGPW 1991.11.18. Druk ukończono w styczniu 1992 r. Zamówienie nr 822/91

Zakład Graficzny Politechniki Warszawskiej, ul. Kopińska 12/16, 02-321 Warszawa

SPIS TRESCI

Przedmowa do wydania II	7
1. Wstęp	9
2. Modelowanie układów dynamicznych (K.Nazarczuk)	11
2.1. Pojęcia podstawowe	11
2.2. Opis matematyczny sygnałów	15
2.2.1. Przebieg sygnału	15
2.2.2. Widmo sygnału	20
2.3. Opis matematyczny procesów ciągłych w czasie	33
2.4. Symulacja komputerowa	36
2.5. Linearyzacja	42
2.6. Opracowywanie i weryfikacja modeli	44
3. Opis i analiza układów liniowych za pomocą transmitancji operatorowej i widmowej (K.Nazarczuk)	51
3.1. Przekształcenie Laplace'a	51
3.2. Transmitancja operatorowa i wyznaczanie odpowiedzi na typowe wymuszenia	57
3.3. Transmitancja widmowa, charakterystyki częstotliwości- ciowe i wyznaczanie odpowiedzi ustalonych na wymu- szenie harmoniczne	62
3.4. Przechodzenie sygnałów okresowych i nieokresowych przez układy liniowe	69
4. Opis matematyczny podstawowych elementów liniowych (K.Kędzior, K.Nazarczuk)	72
4.1. Podstawowe elementy liniowe	72
4.1.1. Uwagi ogólne	72
4.1.2. Element bezinercyjny (proporcjonalny)	72
4.1.3. Element inercyjny pierwszego rzędu	74
4.1.4. Element oscylacyjny	78

4.1.5. Element różniczkujący	83
4.1.6. Element całkujący	87
4.1.7. Element opóźniający	89
4.2. Opis złożonych układów za pomocą schematów blo- kowych	90
4.2.1. Zasady budowy schematów blokowych	90
4.2.2. Przekształcanie schematów blokowych	94
5. Opis układów dynamicznych w przestrzeni stanu (Z.Buśko)	102
5.1. Zmienne stanu. Równanie stanu	102
5.2. Rozwiązywanie liniowych równań stanu	131
5.3. Związek transmitancji macierzowej z równaniami stanu	137
5.4. Sterowalność i obserwowalność układów liniowych	138
6. Stabilność układów dynamicznych (A.Olędzki)	142
6.1. Pojęcia i twierdzenia podstawowe	142
6.2. Druga metoda Lapunowa	144
6.3. Stabilność układów liniowych	152
6.3.1. Wiadomości uzupełniające; warunki konieczny i dostateczny stabilności układów liniowych	152
6.3.2. Kryterium Routha-Hurwitza	156
6.3.3. Kryterium Nyquista	159
7. Układy automatycznej regulacji (K.Nazarczuk)	172
7.1. Sterowanie i regulacja automatyczna	172
7.2. Opis i własności liniowego układu regulacji	175
7.3. Ocena jakości regulacji	180
7.3.1. Dokładność statyczna	180
7.3.2. Jakość dynamiczna	183
7.4. Projektowanie układów automatycznej regulacji	189
8. Liniowe układy dyskretne (K.Jaworek, K.Kędzior)	207
8.1. Wstęp	207
8.2. Próbkowanie i odtwarzanie sygnałów ciągłych; twierdzenie Kotielnikowa-Shannona	208

8.3. Opis ciągłych liniowych układów dynamicznych za pomocą równań różnicowych	209
8.4. Przekształcenie Z i jego własności	212
8.5. Wybrane własności przekształcenia Z	214
8.6. Odwrotne przekształcenie Z	216
8.7. Transmitancja impulsowa	218
8.8. Modele matematyczne dyskretnych członów podsta- wowych	219
8.9. Regulatory dyskretny	225
8.10. Stabilność liniowych układów dyskretnych	229
8.10.1. Podstawy teoretyczne	229
8.10.2. Kryterium Nyquista	230
8.10.3. Inne kryteria stabilności	232
8.11. Regulacja impulsowa	234
8.12. Dobór nastaw regulatorów dyskretnych	237
8.13. Wielowymiarowe układy dyskretny	241
8.13.1. Różnicowe równania stanu	241
8.13.2. Macierz transmitancji impulsowych	242
9. Zarys dynamiki układów stochastycznych (K.Jaworek, K.Kędzior)	246
9.1. Wstęp	246
9.2. Opis matematyczny sygnałów stochastycznych	246
9.2.1. Rozkład gęstości prawdopodobieństwa pierwszego rzędu	246
9.2.2. Stacjonarność sygnałów stochastycznych, hipoteza o ergodyczności	250
9.2.3. Rozkład prawdopodobieństwa drugiego rzędu	251
9.2.4. Parametry sygnałów stochastycznych	252
9.2.5. Współczynnik korelacji, funkcje korelacyjne	254
9.3. Gęstość widmowa mocy sygnału stochastycznego	260
9.4. Przenoszenie sygnałów stochastycznych przez układy dynamiczne	261
9.5. Szumy w układach dynamicznych	265
9.5.1. Szum biały	265
9.5.2. Szum wąskopasmowy	267

10. Układy nieliniowe automatycznej regulacji (A.Olędzki)	272
10.1. Uwagi wstępne	272
10.2. Podstawowe nieliniowości	272
10.3. Przekształcanie schematów blokowych układów nieliniowych	276
10.4. Analiza układów nieliniowych metodą przestrzeni fazowej	278
10.5. Analiza nieliniowych układów regulacji automatycznej przy użyciu komputera	287
11. Zarys teorii sterowania optymalnego (Z.Buśko)	289
11.1. Uwagi wstępne	289
11.2. Zasada maksimum	293
11.3. Metoda programowania dynamicznego	297
11.4. Programowanie dynamiczne - wersja ciągła	302

PRZEDMOWA DO WYDANIA II

Przedmiot o nazwie "dynamika i automatyka układów" (DAU) wprowadzono do obowiązującego na Wydziale Mechanicznym Energetyki i Lotnictwa planu studiów w roku 1983. Zastąpił on i uzupełnił nowymi treściami wykładany poprzednio przez wiele lat przedmiot "podstawy automatyki". Różnorodność specjalności, w jakich są kształceni studenci Wydziału MEiL i profil jego absolwenta stworzyły konieczność uwzględnienia w planie studiów przedmiotu bardziej dostosowanego do potrzeb Wydziału, niż typowy wykład o poprzedniej nazwie. Układy automatycznej regulacji nie są więc w tym przedmiocie tematem głównym ale potraktowano je jako szczególny przypadek układów dynamicznych.

Współczesny stan wiedzy z zakresu teorii sterowania i dynamiki układów dynamicznych stwarza duże trudności w doborze tematyki wykładów, którą w ograniczonym czasie można przekazać słuchaczowi. Powinny w niej znaleźć się niezbędne elementy teorii klasycznych i te działy nowsze, które odpowiadają obecnym i przyszłym potrzebom techniki. Dwie pozycje literaturowe, odpowiadające potrzebom DAU - przetłumaczone na język polski: podręcznik akademicki R.M.Cannona (Dynamika układów fizycznych, WNT, Warszawa 1971) oraz monografia Y.Takahashi, M.J.Rabins, D.A.Auslander (Sterowanie i systemy dynamiczne, WNT, Warszawa 1976) są już dawno wyczerpane. Powstały ponadto przeszło 20 lat temu i nie zawierają tych elementów współczesnej automatyki cyfrowej, które pojawiły się wraz z rozwojem i upowszechnieniem np. mikroprocesorów. W początkowym okresie wykładania DAU zachodziła więc potrzeba korzystania z różnych źródeł (ponad 20 pozycji). Było to oczywistym utrudnieniem dla studentów ale również i dla wykładowców przedmiotu. Zespół autorów tego skryptu, prowadzących zajęcia z DAU, był więc w pewnym sensie



zmuszony do opracowania w krótkim czasie pierwszego przybliżenia niezbędnego materiału drukowanego. Powstało w ten sposób wydanie I (rok 1988), które obecnie przedstawiamy Czytelnikowi w poprawionej i uzupełnionej wersji. Autorzy zdają sobie sprawę z niedoskonałości tej pracy i będą wdzięczni Czytelnikom za wszelkie uwagi, które przyczynią się do ulepszenia ewentualnych, następnych wydań. (Uwaga ta, pochodząca z wydania I jest również nadal aktualna w wydaniu II).

Skrypt przeznaczony jest dla większości specjalności kierunku mechanika, a ponadto dla kierunku Podstawowe Problemy Techniki (specjalność - Mechanika Stosowana), a częściowo również dla kierunku Automatyka i Robotyka. Uwzględnia głównie potrzeby przyszłych konstruktorów kształconych na Wydziale Mechanicznym Energetyki i Lotnictwa PW, gdzie przedmiot DAU wykładany jest dla wszystkich studentów na sem. V i VI - po 2 godziny (łącznie wykładów i ćwiczeń).

Do opracowania II wydania tego skryptu przystąpiliśmy po ok. 4 latach gromadzenia doświadczeń dydaktycznych w zakresie przedmiotu DAU. Doprowadziło to do usunięcia pewnych partii materiału wydania I i wprowadzenia pewnych zmian w tych rozdziałach, które pozostawiono. Poprawione zostały również te fragmenty skryptu, na których zauważalne piętno odcisnął pośpiech związany z opracowaniem wydania I. Usunięte zostały również dostrzeżone błędy wydania I.

Programy komputerowe zostały zaktualizowane, rozszerzone i uzupełnione. Dostosowano je do powszechnie stosowanego obecnie sprzętu mikrokomputerowego klasy IBM PC. Wiele programów jest własnych. Osoby zainteresowane mogą uzyskać nieodpłatnie ich kopie po dostarczeniu czystych dyskietek do Zakładu Teorii Maszyn i Robotów Wydziału MEiL PW. Niektóre problemy rozwiązano przy użyciu handlowych programów, znanych również w kraju. Nazwy tych programów zostały wymienione.

A.Oleǳki
grudzień 1990

1. WSTĘP

Układem nazywa się dowolny zbiór powiązanych ze sobą elementów o określonym przeznaczeniu. Jest to pojęcie ogólne dotyczące zarówno obiektów rzeczywistych jak i abstrakcyjnych. Mówi się więc o układach biologicznych, ekonomicznych, technicznych oraz o układach relacji matematycznych.

W dalszych rozważaniach będzie się w skrócie nazywać układem dowolny układ fizyczny, umownie wyodrębniony z otoczenia.

Przykładami z zakresu biologii są: układ nerwowy i układ narządów ruchu organizmu, a z zakresu techniki układ sterowania i układ napędowy maszyny.

Układy dostatecznie złożone, czyli układy układów, nazywa się systemami np. system łączności lub system energetyczny kraju.

Dynamika jest nauką zajmującą się procesami, czyli przebiegami zmian zachodzących w czasie w różnych układach pod wpływem warunków początkowych i oddziaływań zewnętrznych. W mechanice dynamika zajmuje się badaniem ruchu układów pod działaniem sił. Podstawowe, klasyczne zadania dynamiki dotyczą wyznaczania sił zapewniających założony przebieg ruchu układu lub na odwrót, wyznaczania ruchu układu dla założonego przebiegu sił.

W praktyce inżynierskiej rozwiązuje się również zadania z zakresu syntezy, polegające na tym, że mając dane siły należy skonstruować układ o takich własnościach, aby uzyskać założony przebieg ruchu.

Uogólnieniem ruchu są procesy zachodzące w dowolnych układach fizycznych (zmiany w czasie różnych wielkości fizycznych), a przyczyny tych procesów są uogólnieniem sił. Badaniem procesów zachodzących w układach o określonym charakterze fizycznym zajmują się wyspecjalizowane dyscypliny naukowe. Przykładami mogą tu być termodynamika i aerodynamika.

We współczesnej technice występują systemy zawierające układy o różnym charakterze fizycznym np. elektromechaniczne, hydrauliczne, pneumatyczne itp. Analiza i projektowanie takich

systemów wymaga stosowania jednolitych form opisu i metod badawczych.

W studium dynamiki dowolnego systemu, czy też układu fizycznego występują zwykle cztery etapy:

1. Idealizacja układu, polegająca na wyodrębnieniu istotnych jego cech. W etapie tym układ rzeczywisty jest zastępowany układem prostszym czyli tzw. modelem fizycznym. Jest to często model o parametrach skupionych, w którym np. rzeczywiste elementy mechaniczne są zastąpione przez skończony zbiór mas, sprężyn i tłumików.
2. Opracowanie modelu matematycznego tzn. sformułowanie związków (np. równań różniczkowych) opisujących procesy zachodzące w przyjętym modelu fizycznym.
3. Określenie własności dynamicznych układu na podstawie badań modelu matematycznego. Własności te pozwalają przewidywać przebiegi procesów wywołanych różnymi przyczynami.
4. Podjęcie ewentualnych decyzji projektowych zmierzających do zapewnienia pożądaných zmian w zachowaniu badanego układu.

W etapach 1+3 dokonywana jest analiza układu, a w etapie 4 - synteza.

Należy podkreślić, że procesy zachodzące w różnorodnych układach fizycznych są często opisywane przez te same modele matematyczne.

Realizacja dwóch pierwszych etapów może wymagać współpracy specjalistów z określonych dziedzin, znających specyfikę modelowanych zjawisk. Natomiast następne etapy, obejmujące badanie modeli matematycznych i podejmowanie na tej podstawie odpowiednich decyzji, odbywają się w obszarze nauki mającej charakter bardziej ogólny, czyli teorii sterowania.

Przez sterowanie rozumie się celowe oddziaływanie na przebiegi procesów. Teoria sterowania, zwana często cybernetyką, zajmuje się analizą dowolnych układów jako obiektów sterowania w oderwaniu od ich fizycznej i technicznej natury oraz syntezą algorytmów sterowania tymi układami.

Dziedziną nieco węższą od cybernetyki jest automatyka zajmująca się zagadnieniami automatycznego sterowania. Terminem "automatyka" określa się też potocznie zestaw urządzeń technicznych umożliwiających samoczynne sterowanie układami.