

POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI
TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

M E C H A N I K A
W
L O T N I C T W I E

"ML-VII" 1996

WARSZAWA 1997

POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI
TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

M E C H A N I K A
W
L O T N I C T W I E

"ML-VII" 1996

pod redakcją Jerzego Maryniaka

WARSZAWA 1997

Organizatorzy Konferencji:

- Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej – Oddział Warszawski
- Podsekcja Aerodynamiki Lotniczej Sekcji Mechaniki Płynów Komitetu Mechaniki PAN
- Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej Politechniki Warszawskiej
- Wydział Uzbrojenia i Lotnictwa Wojskowej Akademii Technicznej w Warszawie
- Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych w Warszawie
- Instytut Lotnictwa w Warszawie
- Sekcja Lotnicza Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Mechaników Polskich

Komitet Naukowy:

prof.dr hab.inż. STANISŁAW DUBIEL
prof.dr hab.inż. ZBIGNIEW DŻYGADŁO
dr hab.inż. ZDOBYSŁAW GORAJ
prof.dr hab.inż. JERZY MARYNIAK
dr hab.inż. MACIEJ MRÓZ
dr hab.inż. IDZI NOWOTARSKI
dr hab.inż. WIESŁAW SOBIERAJ

Konferencje "MECHANIKA W LOTNICTWIE"

Ogólnopolskie konferencje "Mechanika w Lotnictwie" zostały zainicjowane w 1984 roku przez prof. dr hab. inż. Stanisława Dubiela i prof. dr hab. inż. Zbigniewa Dzygadłę z Wojskowej Akademii Technicznej oraz prof. dr hab. inż. Jerzego Maryniaka z ITLiMS Politechniki Warszawskiej, którzy stanowią niezmiennie Komitet Naukowy i Organizacyjny.

Zamiarem organizatorów było:

- stworzenie ogólnopolskiego forum stymulującego twórczo środowisko lotnicze różnych specjalizacji;
- ułatwienie i przyspieszenie przebiegu informacji o pracach naukowo-badawczych, konstrukcyjno-technologicznych i eksploatacji;
- integrowanie środowiska naukowo-technicznego różnych dyscyplin: lotnictwa, techniki raketowej i uzbrojenia;
- współpracę środowisk naukowych wyższych uczelni, instytutów naukowo-badawczych przemysłowych i wojskowych oraz przemysłu.

W siedmiu kolejnych konferencjach wzięło udział 417 Autorów z różnych ośrodków, którzy wygłosili łącznie 360 referatów, co wyszczególniono w tablicach.

Tablica 1. Referaty

| Tematyka | ML-I | ML-II | ML-III | ML-IV | ML-V | ML-VI | ML-VII | Suma |
|------------------------------|------|-------|--------|-------|------|-------|--------|------|
| | 1984 | 1986 | 1988 | 1990 | 1992 | 1994 | 1996 | |
| Modelowanie, identyfikacja | 2 | 3 | 8 | 5 | 0 | 8 | 5 | 31 |
| Dynamika lotu | 4 | 8 | 3 | 5 | 5 | 7 | 11 | 43 |
| Aerodynamika | 0 | 0 | 7 | 0 | 6 | 9 | 2 | 24 |
| Rakiety, pociski, bomby | 3 | 7 | 10 | 3 | 6 | 11 | 10 | 50 |
| Śmigłowce | 6 | 4 | 4 | 5 | 4 | 1 | 1 | 25 |
| Symulatory lotu | 2 | 3 | 3 | 5 | 0 | 6 | 1 | 20 |
| Flutter i drgania | 8 | 5 | 8 | 5 | 7 | 7 | 6 | 46 |
| Konstrukcja, materiały | 0 | 0 | 4 | 5 | 5 | 5 | 7 | 26 |
| Manewr bojowy, naprowadzanie | 1 | 1 | 6 | 4 | 5 | 6 | 4 | 27 |
| Stateczność, sterowanie | 4 | 11 | 3 | 6 | 7 | 12 | 7 | 50 |
| Dynamika silników, śmigła | 1 | 6 | 2 | 6 | 1 | 0 | 2 | 18 |
| Suma referatów | 31 | 48 | 58 | 49 | 46 | 72 | 56 | 360 |

Tablica 2. Autorzy

| Instytucja Autora | ML-I | ML-II | ML-III | ML-IV | ML-V | ML-VI | ML-VII | Suma |
|-----------------------|------|-------|--------|-------|------|-------|--------|------|
| ILot. | 6 | 11 | 4 | 7 | 9 | 11 | 14 | 62 |
| ITLiMS PW | 11 | 12 | 17 | 23 | 12 | 27 | 18 | 120 |
| ITWL | 4 | 7 | 6 | 3 | 3 | 2 | 5 | 30 |
| IDS-PZL W-wa Okęcie | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 4 | 1 | 7 |
| Pol. Rzeszowska | 2 | 0 | 5 | 0 | 0 | 4 | 5 | 16 |
| OBR-WSK PZL Mielec | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 5 |
| SZD-PZL Bielsko-Biała | 0 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| WAT | 13 | 12 | 20 | 11 | 19 | 24 | 30 | 129 |
| WSI Radom | 2 | 1 | 3 | 1 | 0 | 1 | 2 | 10 |
| WOSL Dęblin | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| WSK PZL Świdnik | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| IPPT PAN W-wa | 0 | 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 | 9 |
| Inne | 0 | 6 | 1 | 4 | 4 | 1 | 4 | 20 |
| Suma | 39 | 58 | 62 | 51 | 49 | 76 | 82 | 417 |

Wszystkie obrady na konferencjach miały charakter plenarny. Referaty były podzielone na sesje tematyczne co ułatwia prezentację i dyskusję. Obrady przebiegały w twórczej i żywej atmosferze nacechowanej życzliwością.

Prace przedstawione na konferencjach zostały opublikowane w wydawnictwach Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej.

Zarówno dotychczasowe konferencje jak i publikowane prace zyskały wysoką ocenę uczestników.

Zgodnie z dwuletnim cyklem w maju 1968 roku odbędzie się VIII Ogólnopolska Konferencja MECHANIKA W LOTNICTWIE "ML-VIII" 1968, na którą serdecznie zapraszają organizatorzy.

Jerzy Maryniak

Badanie modelu głowicy samonaprowadzającej z koordynatorem optycznym z modulacją amplitudowo-fazową w warunkach zakłóceń flarami

dr inż. Włodzimierz Borowczyk
Wojskowa Akademia Techniczna

Streszczenie

W pracy przedstawiono model matematyczny żyroskopowej głowicy optycznej przeznaczonej dla samonaprowadzającej się rakiety. Opracowany model matematyczny głowicy umożliwia badanie jakości pracy głowicy w warunkach występowania zakłóceń aktywnych (flary).

Model matematyczny zawiera: model układu optycznego wraz z tarca modulującą promieniowanie źródła, model toru elektronowego obróbki sygnału z detektora, model układu stabilizacji obrotów żyroskopu, model żyroskopu wraz z układem wytwarzającym moment wymuszający precesję żyroskopu.

Sygnałami wejściowymi dla powyższego modelu są kąty linii rakieta-cel w płaszczyźnie pionowej i poziomej wyliczane z rozwiązania równań kinematycznych metody proporcjonalnego zbliżenia w przestrzeni. Takie rozwiązanie umożliwia symulowanie zmiany położenia celu (źródła promieniowania) w przestrzeni jak w rzeczywistych warunkach naprowadzania rakiety na cel.

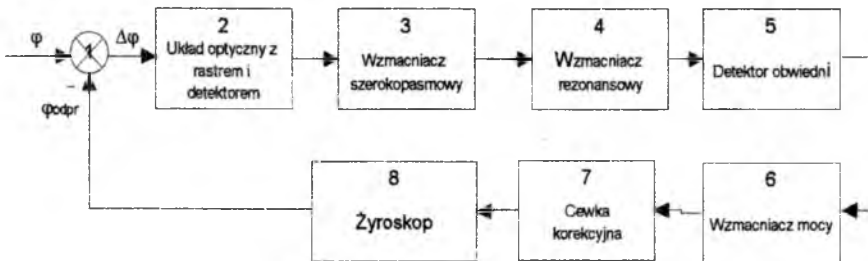
Wyniki badań opracowanego modelu uzyskano w wyniku symulacji modelu na komputerze w oparciu o program napisany w języku algorytmicznym C++. Uzyskane wyniki symulacji przedstawiono na wykresach, które mogą być pomocne do analizy skuteczności zakłóceń tego typu głowic przez flary o różnych energetycznych jaskrawościach i różnych prędkościach przemieszczania się względem celu.

1. Wstęp

Współczesne samoloty broniąc się przed rakietami przeciwlotniczymi z ciepłymi głowicami stosują wyrzucane z samolotu pułapki ciepłe w postaci flar, które są wysokotemperaturowymi źródłami ciepła.

W pracy zajęto się badaniem wpływu zakłóceń aktywnych w postaci flar na proces śledzenia żyroskopowej głowicy śledzącej z rastrem dla modulacji amplitudowo-fazowej.

Koordynatory śledzące składają się z obiektywu, rastrowego analizatora (tarczy składającej się z sektorów przezroczystych i nieprzezroczystych o odpowiednim kształcie), detektora, toru elektronowego oraz elementu wykonawczego. Element wykonawczy śledzącego koordynatora jest żyroskopem o trzech stopniach swobody. Schemat blokowy żyroskopowej głowicy śledzącej przedstawia rysunek 1.



Rys. 1. Schemat blokowy żyroskopowego koordynatora śledzącego

Układ optyczny koordynatora przekształca przestrzenny rozkład energetycznej luminancji, sprowadzając go do rozkładu na płaszczyźnie ogniskowej układu optycznego. W płaszczyźnie ogniskowej umieszcza się analizator rastrowy. Strumień promieniowania elektromagnetycznego, zmodulowany przez analizator, pada na detektor, który zamienia strumień promieniowania na sygnał elektryczny. Sygnał elektryczny jest następnie obrabiany w torze elektronowym, z którego wydziela się informację o współrzędnych biegunowych promieniującego obiektu. Rastrowe analizatory obrazu stosowane są przede wszystkim w optycznych i optyczno-elektronowych koordynatorach. Rozwiązują one trzy podstawowe zadania:

- ♦ przekształcenie przestrzennego rozkładu strumienia promieniowania w funkcję czasu;
- ♦ wydzielenie sygnału użytecznego od obiektu z tła tj. przeprowadzenie przestrzennej filtracji;
- ♦ określenie współrzędnych obiektu w układzie współrzędnych biegunowych.

Do realizacji tych zadań stosuje się różne rodzaje analizatorów, które można podzielić na: modulujące analizatory obrazu bez rozkładu obrazu z jednym odbiornikiem; mozaikowe analizatory obrazu; rastrowe analizatory obrazu.

Pierwotną obróbkę informacji zapewnia zespół składający się z: obiektywu, rastrowego analizatora i detektora. Zespół ten zapewnia przekształcenie przestrzennego rozkładu energetycznej jaskrawości na sygnał elektryczny będący funkcją czasu.

Wtórą obróbkę informacji zapewnia tor elektronowy, który nie tylko przekształca sygnał elektryczny, ekwiwalentny przestrzennej filtracji ale zapewnia stłumienie szumów odbiornika

Podstawowym zadaniem koordynatorów śledzących w raketach jest pomiar parametru sterowania rakieta. W przypadku samonaprowadzających się raket, dokładność ich naprowadzania na cel zależy głównie od dokładności pracy śledzącego koordynatora - śledzącej głowicy. W celu zbadania wpływu koordynatora na proces naprowadzania rakiety należy dysponować modelem matematycznym koordynatora śledzącego i całej żyroskopowej głowicy śledzącej. Model głowicy składa się: z modelu układu optycznego, modelu analizatora (rastra), modelu żyroskopu, modelu układu stabilizacji obrotów żyroskopu, modelu układu toru elektronowego obróbki sygnału odbiornika, oraz modelu układu wytwarzającego moment wymuszający precesję.

Model matematyczny całej śledzącej głowicy pozwoli na badanie wpływu poszczególnych parametrów głowicy na dokładność określania współrzędnych promieniującego obiektu oraz prędkości kątowej śledzenia, która jest parametrem sterowania w pasywnych systemach samonaprowadzania raket przeciwlotniczych małego zasięgu. Uzyskany w ten sposób model matematyczny głowicy samonaprowadzającej można połączyć z modelem pozostałej części systemu sterowania rakieta i badać wpływ parametrów głowicy samonaprowadzającej na dokładność samonaprowadzania rakiety.

Źródłem promieniowania elektromagnetycznego dla tego typu głowic jest samolot znajdujący się na bardzo dużej odległości od koordynatora. Na dużych odległościach obraz celu tworzony przez układ optyczny przekształca się w plamkę aberracyjną, której wielkość i kształt wpływa na dokładność pracy koordynatora. Znając rozkład energii w plamce aberracyjnej, kształt tarczy modulującej oraz czułość detektora, można wyznaczyć sygnał elektryczny na wyjściu detektora przy założeniu, że na tarczę nie pada promieniowania tła.

2. Model układu optycznego i analizującego rastra

Przestrzeń przedmiotów, obserwowana przez układ optyczny posiada określony rozkład energetycznej jaskrawości $B(x,y,z;\gamma,\vartheta;\lambda,t)$, zależny od przestrzennych współrzędnych punktu (x,y,z) , kątów obserwacji w azymucie γ , kącie podniesienia ϑ , długości fali λ i czasu t . Rozkład ten w pełni charakteryzuje źródło promieniowania. Z punktu widzenia zadań optycznego namiaru należy rozróżnić promieniowanie użyteczne, niosące informację o obecności, położeniu i przemieszczaniu obiektu od zakłócającego promieniowania tła.

Pasywne układy optyczne mają do czynienia z nieskoherentnymi źródłami promieniowania obiektu i promieniowaniem odbitym od obiektu, dlatego pod pojęciem

energetycznej jaskrawości rozumie się strumień z jednostkowej powierzchni w jednostkowym kącie przestrzennym na jednostkę długości fal.

Dla układów optycznych stosowanych w głowicach śledzących kąty γ i ν mało zmieniają się w granicach pola widzenia, dlatego przyjmuje się wartość średnią. Z zasady przyrządy pelengacyjne tworzą obraz przestrzeni przedmiotów w płaszczyźnie ogniskowej obiektywu. Z uwzględnieniem powyższego zamiast trzech współrzędnych promieniującego punktu x, y, z można rozpatrywać dwie kątowe współrzędne α i β lub odpowiadające im współrzędne prostokątne w płaszczyźnie ogniskowej x_0, y_0 .

Biorąc powyższe pod uwagę ogranicza się do rozpatrywania dwuwymiarowego statycznego pola energetycznej jaskrawości: $B(x_0, y_0)$. Część należąca do obiektu niamiaru oznaczmy przez $B_c(x_0, y_0)$. Obiekty mogą posiadać różnorodny rozkład jaskrawości na płaszczyźnie. Przy rozpatrywaniu zadań śledzenia obiektu uwzględnia się fakt, że wykrycie promieniującego obiektu odbywa się na dużych odległościach. Układ optyczny ze względu na niedostatki czułości i wymagania odnośnie rozmiarów wykonuje się o dużej jasności. Prowadzi to do tego, że aberracje (z uwzględnieniem rzeczywistych rozmiarów pola widzenia i szerokości widma) nie mogą być uznane jako pomijalnie małe wielkości. Taki układ optyczny nie jest zdolny do rozróżniania detali kształtu, mocno oddalonego obiektu śledzenia, widząc go jako świecący punkt. Kiedy rozmiary kątowe promieniującego obiektu są mniejsze od zdolności rozdzielczej układu optycznego, stosuje się model "punktowego źródła promieniowania".

W miarę zbliżania się obiektu do celu wymiary kątowe promieniującego obiektu są większe od zdolności rozdzielczej układu optycznego. Jednakże w takim przypadku sygnał od obiektu jest na tyle przewyższa sygnały od zakłóceń, że różnica między promieniującym obiektem punktowym a rzeczywistym obiektem jest nieistotna.

Do wyznaczenia odpowiedzi impulsowych układu optycznego i analizatora (tarczy modulacyjnej) wykorzystuje się model "punktowego" źródła promieniowania, który opisuje się za pomocą dwuwymiarowej funkcji Diraca.

Właściwości układu optycznego charakteryzuje się przy pomocy odpowiedzi impulsowej (odpowiedź na impuls przestrzenny) Funkcję tę nazywa się funkcją rozproszenia punktu i oznacza przez $g(x, y)$. Funkcja $g(x, y)$ jest jedną z ważniejszych charakterystyk układu optycznego. Przy pomocy funkcji $g(x, y)$ przedstawia się przy modelowaniu układ optyczny. Wielkość krążka rozproszenia określa zdolność rozdzielczą układu, tj. minimalną odległość między dwoma punktowymi obiektami, kiedy są one różniiane jako oddzielne obiekty. Do modelowania matematycznego wielkość krążka rozproszenia jest podawana przed producenta (projektanta) układu optycznego.

Jeśli obiekt znajduje się w punkcie o współrzędnych (x_g, y_g) , to jego obraz posiada rozkład oświetlenia, zależny od współrzędnych obiektu $g(x, y, x', y')$, gdzie $x' = M \cdot x_g$, $y' = M \cdot y_g$ a M - współczynnik transformacji współrzędnych przez układ optyczny, charakteryzujący skalę obrazu.

Odpowiedź impulsowa układu optycznego zależy od kierunku padania promieni na układ optyczny i jest niesymetryczną funkcją względem położenia punktowego źródła. W ogólnym przypadku funkcje rozkładu jaskrawości krążka rozproszenia mogą być różnych typów [1, 10, 11]. W pracy w oparciu o [1, 2] przyjęto unormowaną odpowiedź impulsową w postaci Gausoidy

$$g(x,y) = 1.25 \cdot r_0^2 \cdot \exp[-4r_0^{-2} \cdot (x^2 + y^2)] \quad (1)$$

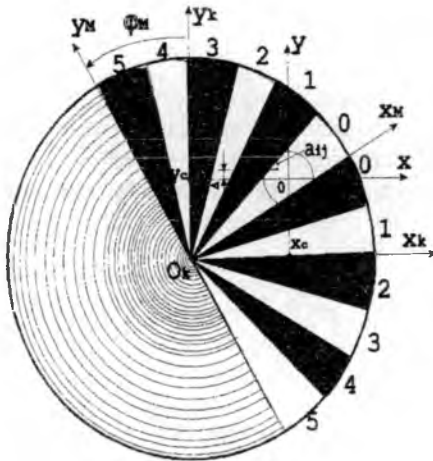
gdzie r_0 - promień plamki rozproszenia.

x, y - współrzędne punktów na plamce aberracyjnej

Opis układu optycznego przy pomocy odpowiedzi impulsowej $g(x,y)$ (1) jest opisem przestrzennego dwuwymiarowego filtra.

W celu określenia współrzędnych obiektu, obraz wytworzony przez układ optyczny poddaje się analizie przy pomocy specjalnych urządzeń nazywanych analizatorami zobrazowania. Analizatory zobrazowania umieszcza się w płaszczyźnie ogniskowej układu optycznego i odpowiednio przemieszcza względem obrazu. Przy takim wzajemnym przemieszczaniu strumień światła podlega modulacji. Często analizator obrazu jest jednocześnie odbiornikiem promieniowania.

W pracy zajęto się modelowaniem analizatora obrazu dla modulacji amplitudowo-fazowej pokazanego na rysunku 2.



Sygnal na wyjściu detektora przy założeniu że jego czułość S w całym polu widzenia jest stała jest równy

$$u = S \cdot \iint_D E_i(x, y) dx dy \quad (2)$$

gdzie $E_i(x,y)$ - oświetlenie w punkcie odbiornika o współrzędnych (x,y) ; D - powierzchnia oświetlonej części odbiornika lub przezroczystej części analizatora.

Przy złożonym kształcie analizatora obrazu całki nie można wyliczyć analitycznie i dlatego wyliczać się ją

Rys.2 Raster dla modulacji amplitudowo-fazowej numerycznie

$$u = S \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l E_i(x_i, y) \Delta x \Delta y \quad (3)$$

gdzie $E_i(x_i, y)$ - obraz obiektu w postaci dyskretnej z krokiem $\Delta x = \Delta y = \Delta$

W tym przypadku dla każdego punktu zobrazowania o współrzędnych (x_i, y_j) sprawdza się czy dany punkt znajduje się w obszarze D i sumowanie przeprowadza się tylko dla tych wartości obrazów które znajdują się w granicach obszaru D .

Do uzyskania dokładności około 10% należy wydzielić w krążku rozproszenia około 30 punktów [1].

3. Model toru elektronicznej obróbki sygnału detektora

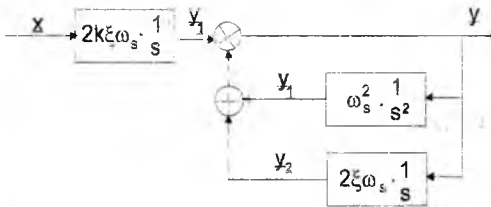
Model toru elektronicznego składa się z modelu wzmacniacza rezonansowego nastrojonego na częstotliwość nośną, detektora amplitudowego oraz wzmacniacza rezonansowego nastrojonego na częstotliwość obrotu żyroskopu o transmitancji. Własności dynamiczne filtru rezonansowego opisuje transmitancja (4).

$$G(s) = \frac{2 \cdot k \cdot \xi \cdot \omega_s \cdot s}{s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_s \cdot s + \omega_s^2} \quad (4)$$

gdzie: k - współczynnik wzmocnienia;
 ω_s - częstotliwość nastrojenia wzmacniacza;
 ξ - współczynnik tłumienia

Do zamodelowania takiego wzmacniacza rezonansowego opracowano rekurencyjny filtr cyfrowy metodą dyskretnej aproksymacji. Sens tej metody zawiera się w zamianę ciągłych liniowych układów ekwiwalentnymi impulsowymi, których zachowanie można opisać przy pomocy prostych rekurencyjnych zależności. W metodzie zamienia się operatory całkowania operatorami całkowania dyskretnego. Przekształcając zależność (4) dzieląc licznik i mianownik przez s^2 otrzymamy

$$Y(s) = X(s) \cdot \left[2k \cdot \xi \cdot \omega_s \cdot \frac{1}{s} \right] - Y(s) \cdot \left[\omega_s^2 \cdot \frac{1}{s^2} + 2 \cdot \xi \cdot \omega_s \cdot \frac{1}{s} \right] \quad (5)$$



W metodzie Raggazini - Bergera członów różnego rzędu mają różne transmitancje. Dla członów pierwszego i drugiego rzędu zależności są następujące [1]:

Rys. 3 Struktura rekurencyjnego filtru wzmacniacza rezonansowego

$$\frac{1}{s} = \frac{\Delta t}{2} \cdot \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}; \quad (6)$$

$$\frac{1}{s^2} = \frac{\Delta t^2}{3} \cdot \frac{1+4z^{-1}+z^{-2}}{(1-z^{-1})^2}$$

podstawieniu (6) do (5) otrzymuje się równanie opisujące dyskretny filtr rekurencyjny dla wzmacniacza rezonansowego

$$y[n] = \frac{a}{a_1} \cdot (x[n] - x[n-2]) - \frac{a_2}{a_1} \cdot y[n-1] - \frac{1+p}{a_1} \cdot y[n-2] \quad (7)$$

gdzie: $a = k \cdot \xi \cdot \omega_s \cdot \Delta t$; $b = \frac{\omega_s \cdot \Delta t^2}{6}$; $c = \xi \cdot \omega_s \cdot \Delta t$; $d = b + c$; $ee = 4 \cdot b$; $p = b - c$;

$$a_1 = 1 + d; \quad a_2 = ee - 2.$$

Model matematyczny detektora amplitudowego (obwiedni) składa się z szeregowego połączenia detektora kwadratowego i członu inercyjnego. Detektor kwadratowy podnosi chwilowe wartości sygnału o częstotliwości nośnej do kwadratu. Człon inercyjny o transmitancji (8) zamodelowano w oparciu o zależności rekurencyjne.

$$T \frac{dy}{dt} + y = x(t) \quad (8)$$

Zgodnie z zależnością W.A. Kotelnikowa wartość wejściowa $x(t)$, posiadająca ciągle widmo, może być przedstawiona za pomocą swoich dyskretnych wartości w punktach $t_n (n=0, 1, 2, \dots)$. Jeśli oznaczyć $x(t_n) = x_n$ równanie (7) przyjmie postać

$$T \frac{dy}{dt} + y = x_n \quad (9)$$

Przy $t_n \leq t < t_{n+1}$ $y(t) = x_n + C \cdot e^{-\frac{t}{T}}$, stąd dla $t = t_n$ uzyskamy $y_n = x_n + C \cdot e^{-\frac{t_n}{T}}$, a po wyznaczeniu stałej całkowania C równanie przyjmie ostateczną postać

$$y_{n+1} = x_n + (y_n - x_n) \cdot e^{-\frac{h}{T}} \quad (10)$$

gdzie: $h = t_{n+1} - t_n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$);

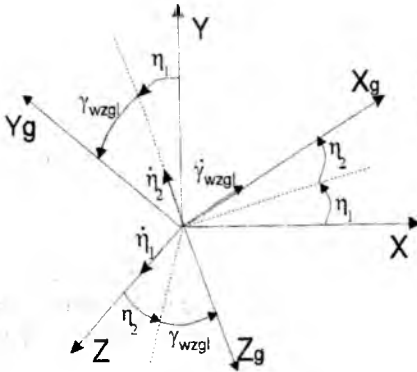
T - stała czasowa filtru

4. Model matematyczny żyroskopu wraz z układem podtrzymywania obrotów

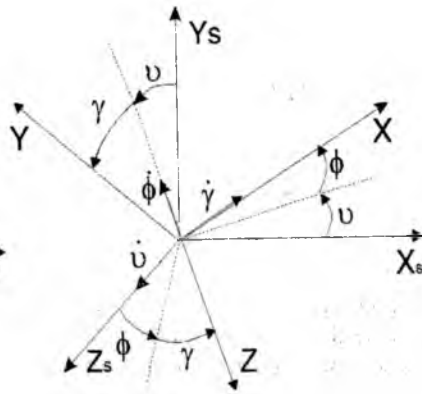
Do opisu żyroskopu wykorzystano trzy prawoskrętne układy współrzędnych:

- układ współrzędnych związany z nieruchomym układem startowym OX_sY_sZ_s;
- układ współrzędnych związany z korpusem rakiety OXYZ;
- układ współrzędnych związany z obracającym się wirnikiem żyroskopu OX_gY_gZ_g.

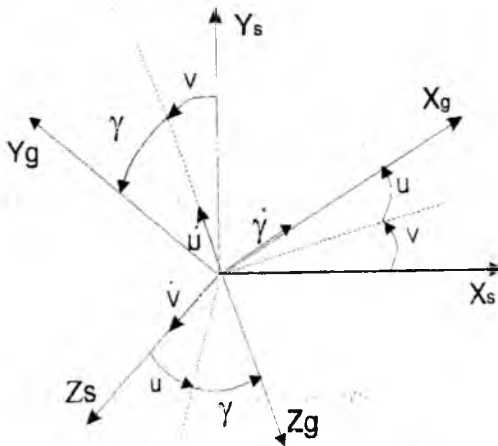
W modelu głowicy przyjęto celowo prawoskrętne układy współrzędnych. Przyczyną przyjęcia takich układów współrzędnych jest zamierzone połączenie modelu głowicy z modelem istniejącej rakiety, dla której znane są współczynniki aerodynamiczne określone w układzie prawoskrętnym.



Rys.4. Orientacja układu współrzędnych związanego z żyroskopem względem układu związanego z rakieta



Rys.5. Orientacja układu współrzędnych związanego z rakieta względem układu startowego



Rys.6. Orientacja układu współrzędnych związanego z żyroskopem względem układu startowego

Przejścia z jednego układu współrzędnych do drugiego opisują macierze kosinusów kierunkowych. **B** jest macierzą kosinusów kierunkowych przejścia z układu $OX_s Y_s Z_s$ do układu $OXYZ$ (11). **C** jest macierzą kosinusów kierunkowych przejścia z układu $OX_s Y_s Z_s$ do układu $OX_g Y_g Z_g$ (12); **D** jest macierzą kosinusów kierunkowych przejścia z układu $OXYZ$ do układu $OX_g Y_g Z_g$ (13).

$$B = \begin{bmatrix} \cos \nu \cdot \cos \phi & \sin \nu \cdot \cos \phi & -\sin \phi \\ -\sin \nu \cdot \cos \gamma + & \cos \nu \cdot \cos \gamma + & \cos \phi \cdot \sin \gamma \\ + \cos \nu \cdot \sin \phi \cdot \sin \gamma & + \sin \nu \cdot \sin \phi \cdot \sin \gamma & \\ \sin \nu \cdot \sin \gamma + & -\cos \nu \cdot \sin \gamma + & \cos \phi \cdot \cos \gamma \\ + \cos \nu \cdot \sin \phi \cdot \cos \gamma & + \sin \nu \cdot \sin \phi \cdot \cos \gamma & \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$C = \begin{bmatrix} \cos \nu \cdot \cos u & \sin \nu \cdot \cos u & -\sin u \\ -\sin \nu \cdot \cos \gamma_g + & \cos \nu \cdot \cos \gamma_g + & \cos u \cdot \sin \gamma_g \\ + \cos \nu \cdot \sin u \cdot \sin \gamma_g & + \sin \nu \cdot \sin u \cdot \sin \gamma_g & \\ \sin \nu \cdot \sin \gamma_g + & -\cos \nu \cdot \sin \gamma_g + & \cos u \cdot \cos \gamma_g \\ + \cos \nu \cdot \sin u \cdot \cos \gamma_g & + \sin \nu \cdot \sin u \cdot \cos \gamma_g & \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$D = \begin{bmatrix} \cos \eta_1 \cdot \cos \eta_2 & \sin \eta_1 \cdot \cos \eta_2 & -\sin \eta_2 \\ -\sin \eta_1 \cdot \cos \gamma_{wzgl} + & \cos \eta_1 \cdot \cos \gamma_{wzgl} + & \cos \eta_2 \cdot \sin \gamma_{wzgl} \\ + \cos \eta_1 \cdot \sin \eta_2 \cdot \sin \gamma_{wzgl} & + \sin \eta_1 \cdot \sin \eta_2 \cdot \sin \gamma_{wzgl} & \\ \sin \eta_1 \cdot \sin \gamma_{wzgl} + & -\cos \eta_1 \cdot \sin \gamma_{wzgl} + & \cos \eta_2 \cdot \cos \gamma_{wzgl} \\ + \cos \eta_1 \cdot \sin \eta_2 \cdot \cos \gamma_{wzgl} & + \sin \eta_1 \cdot \sin \eta_2 \cdot \cos \gamma_{wzgl} & \end{bmatrix} \quad (13)$$

Macierz D zgodnie z teorią liniowego przekształcenia przestrzeni można wyliczyć zgodnie z zależnością

$$D = C \cdot B^T \quad (14)$$

Przy założeniu, że osi OXgYgZg są głównymi osiami inercji równania ruchu żyroskopu rzutowane na osi układu współrzędnych związanych z żyroskopem przyjmują postać:

$$\begin{aligned}
 I_{x_g} \cdot \dot{\omega}_{x_g} + (I_{z_g} - I_{y_g}) \cdot \omega_{y_g} \cdot \omega_{z_g} &= M_{x_g} \\
 I_{y_g} \cdot \dot{\omega}_{y_g} + (I_{x_g} - I_{z_g}) \cdot \omega_{x_g} \cdot \omega_{z_g} &= M_{y_g} \\
 I_{z_g} \cdot \dot{\omega}_{z_g} + (I_{y_g} - I_{x_g}) \cdot \omega_{x_g} \cdot \omega_{y_g} &= M_{z_g}
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

gdzie: $I_{x_g}, I_{y_g}, I_{z_g}$ - momenty bezwładności wirnika;

$\omega_{x_g}, \omega_{y_g}, \omega_{z_g}$ - rzuty prędkości kątowej wirnika na osi OXg, OYg, OZg;

M_x, M_y, M_z - rzuty momentu \vec{M}_g na osi OXg, OYg, OZg

W celu określenia kąтового położenia osi żyroskopu potrzebna jest znajomość kątów v, u i γ_g . Kąty te wylicza się z układu równań różniczkowych (17), wynikającego z rysunku 4.

$$\begin{aligned}
 \dot{\gamma} &= \omega_{x_g} + tg(u) \cdot \left[\omega_{x_g} \cdot \cos(\gamma_g) + \omega_{y_g} \cdot \sin(\gamma_g) \right] \\
 \dot{v} \cdot \cos(u) &= \omega_{x_g} \cdot \cos(\gamma_g) + \omega_{y_g} \cdot \sin(\gamma_g) \\
 \dot{u} &= \omega_{y_g} \cdot \cos(\gamma_g) - \omega_{x_g} \cdot \sin(\gamma_g)
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

4.1 Momenty działające na wirnik żyroskopu ze strony kardanowego zawieszenia

Wewnętrzna ramka żyroskopu waha się względem osi Z układu współrzędnych związanych z rakieta. Kąty wahanie ramek zawieszenia kardanowego pokrywają się z kątami namiaru η_1, η_2 (kąty między osią wzdłużną rakiety, a osią Xg żyroskopu. Wahanie osi żyroskopu wywołują momenty inercji, które oddziałują na wirnik żyroskopu. Oprócz tego ze strony zewnętrznej ramki na wirnik oddziałuje moment tarcia.

Moment działający na wirnik żyroskopu ze strony zawieszenia kardanowego żyroskopu zrzutowany na układ współrzędnych związanych z żyroskopem OXgYgZg przedstawia się następująco:

$$\begin{aligned}
 K_y &= \frac{\dot{\gamma}_R^2 \cdot D[1,1] \cdot D[1,2]}{\left\{ 1 - (D[1,3])^2 \right\}} \cdot \left\{ I_x - I_y + I_z \cdot \left[\frac{1 + (D[1,3])^2}{1 - (D[1,3])^2} \right] \right\} \cdot \sin \lambda_1 \\
 K_z &= \frac{\dot{\gamma}_R^2 \cdot D[1,1] \cdot D[1,2]}{\left\{ 1 - (D[1,3])^2 \right\}} \cdot \left\{ I_y - I_x + I_z \cdot \left[\frac{1 + (D[1,3])^2}{1 - (D[1,3])^2} \right] \right\} \cdot \cos \lambda_1
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 MKg_x &= -M_T \cdot \text{sign}(\dot{\gamma}_g) \\
 MKg_y &= K_y \cdot D[2,2] + K_z \cdot D[2,3] \\
 MKg_z &= K_y \cdot D[3,2] + K_z \cdot D[3,3]
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

gdzie: K_y, K_z - rzuty momentu od zawieszenia kardanowego na osi OX i OY,
 $\dot{\gamma}_R$ - prędkość kątowna obrotu rakiety wokół osi wzdłużnej.

4.2. Momenty działające na wirnik żyroskopu ze strony cewki korekcyjnej i cewek podtrzymywania obrotów żyroskopu

Przy określaniu momentów działających na wirnik żyroskopu ze strony cewki korekcyjnej i cewek podtrzymywania obrotów przyjęto następujące uproszczenia:

1) cewki rozbiegu i korekcyjna wytwarzają jednorodne pole magnetyczne, dla którego jest słuszna zasada superpozycji

$$\vec{\Phi} = \vec{\Phi}_r + \vec{\Phi}_k \tag{20}$$

gdzie $\vec{\Phi}$ - sumaryczny strumień;

$\vec{\Phi}_r$ - strumień cewek podtrzymujących obroty żyroskopu;

$\vec{\Phi}_k$ - strumień cewki korekcyjnej.

2) Wynik współdziałania pola wytwarzanego przez cewkę korekcji i strumień magnesu stałego wirnika może być przedstawiony zależnością wektorową

$$\vec{L} = k' \cdot (\vec{M} \times \vec{\Phi}) \tag{21}$$

gdzie \vec{M} - wektor indukcyjności magnesu stałego wirnika;

k' - współczynnik proporcjonalności, ustalany eksperymentalnie;

\vec{L} - moment sił działających na wirnik żyroskopu ze strony pola elektromagnetycznego

cewek podtrzymywania obrotów i cewkę korekcyjną.

W ogólnym przypadku strumień $\vec{\Phi}_r$ działa wzdłuż osi, odchylonej od osi wzdłużnej rakiety o kąt λ_2 , a strumień $\vec{\Phi}_k$ wzdłuż osi rakiety. Wtedy rzuty sumarycznego strumienia na osi układu związanego będą następujące

$$\begin{aligned}
 \Phi_x &= \Phi_k \\
 \Phi_y &= -\Phi_r \cdot \sin \lambda_2 \\
 \Phi_z &= \Phi_r \cdot \cos \lambda_2
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Po zrzutowaniu równań na osi układu związanego z wirnikiem żyroskopu uzyskuje się następujący wektor strumienia w układzie $Ox_g Y_g Z_g$.

$$\begin{bmatrix} \Phi_{x_g} \\ \Phi_{y_g} \\ \Phi_{z_g} \end{bmatrix} = \mathbf{D} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_x \\ \Phi_y \\ \Phi_z \end{bmatrix} \quad (23)$$

Równania na składowe momentu sumarycznego oddziaływającego na wirnik żyroskopu są następujące

$$\begin{aligned} L_{x_g} &= k \cdot \Phi_{z_g} \\ L_{y_g} &= 0 \\ L_{z_g} &= -k \cdot \Phi_{x_g} \end{aligned} \quad (24)$$

gdzie: $L_{x_g}, L_{y_g}, L_{z_g}$ - rzuty momentów oddziaływania na wirnik od cewek;

$$\begin{aligned} M_{x_g} &= MK_{x_g} + L_{x_g} - K_r \cdot \omega_{x_g} \\ M_{y_g} &= MK_{y_g} + L_{y_g} - K_r \cdot \omega_{y_g} \\ M_{z_g} &= MK_{z_g} + L_{z_g} - K_r \cdot \omega_{z_g} \end{aligned} \quad (25)$$

gdzie $k=k' \cdot M$ - stała;

$MK_{x_g}, MK_{y_g}, MK_{z_g}$ - składowe momentu działającego na wirnik ze strony zawieszania kardanowego

5. Badanie niesledzącego koordynatora w warunkach występowania zakłóceń aktywnych

W koordynatorach z modulacją amplitudo-fazową strumienia elektromagnetycznego sygnał wyjściowy jest pierwszą harmoniczną zmodulowanego sygnału. Amplituda zawiera informację o kątowej rozbieżności pomiędzy osią optyczną a kierunkiem na cel, natomiast faza określa płaszczyznę rozbieżności.

Dokładność określania współrzędnych kątowych dla tego typu koordynatorów zależy od od rozmiarów plamki aberracyjnej oraz od szerokości sektorów przezroczystych i nie przezroczystych. Opracowany model matematyczny i program komputerowy umożliwia zmianę wielkości plamki aberracyjnej oraz ilości sektorów.

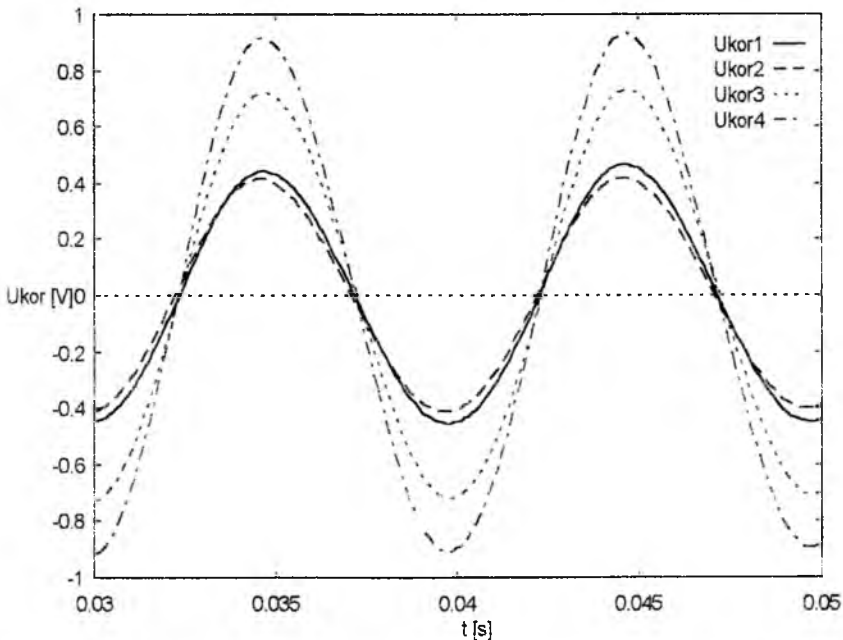
Rakiety przeciwlotnicze na współczesnym polu walki spotykają się z zakłóceniami aktywnymi tzw. flarami. Flary są to wysoko temperaturowe źródła promieniowania podczerwonego, mające skutecznie zakłócać naprowadzanie rakiety na samolot. Przy niewielkiej

powierzchni tego typu źródeł muszą posiadać wysoką temperaturę aby strumień promieniowania docierający do układu odbiorczego był niemniejszy od strumienia promieniowania od celu.

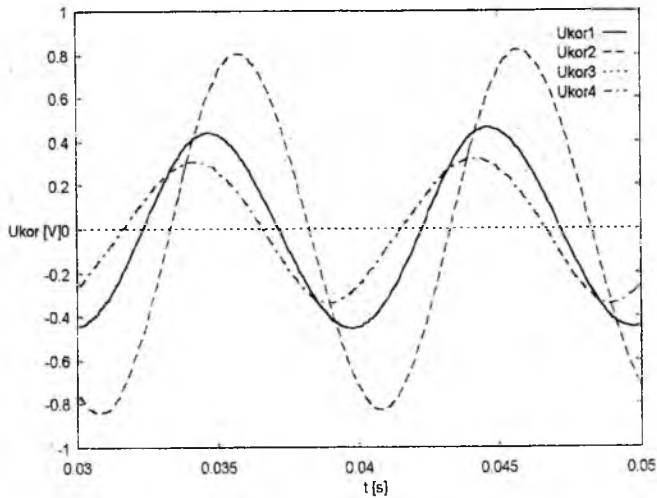
Koordynatory stosowane w raketach przeciwlotniczych mają niewielkie pole widzenia $1 \div 1.5^\circ$. W tak małym polu widzenia może oprócz samolotu znaleźć się 1 lub 2 flary. Interesujące jest jak będzie zmieniał się sygnał wyjściowy koordynatora w przypadku gdy w jego polu widzenia znajdują się flary. Opracowany model i program komputerowy umożliwia symulowanie więcej niż dwóch flar. Na rysunkach 7÷13 przedstawiono sygnały wyjściowe nieśledzącego koordynatora dla danych:

- średnica tarczy modulatoryjnej $d_t = 1.5$ [mm];
- średnica plamki aberacyjnej $r_0 = 0.05$ [mm];
- częstotliwość obrotu tarczy modulatoryjnej 100 [Hz];
- ilość par sektorów (przezroczystych i nieprzezroczystych) $i_s = 6$.

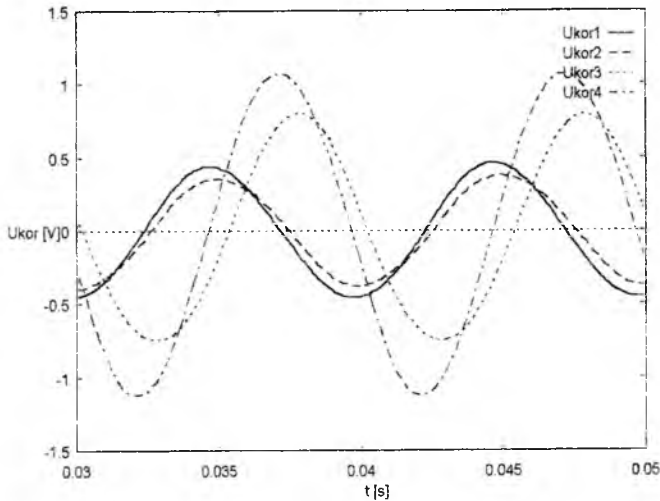
Krzywa wykreślona linią ciągłą na rysunkach 7 ÷ 13 dotyczy przypadku gdy w polu widzenia znajduje się tylko samolot. krzywe narysowane liniami przerywanymi dotyczą przypadku znajdowania się w polu widzenia głowicy celu i flary.



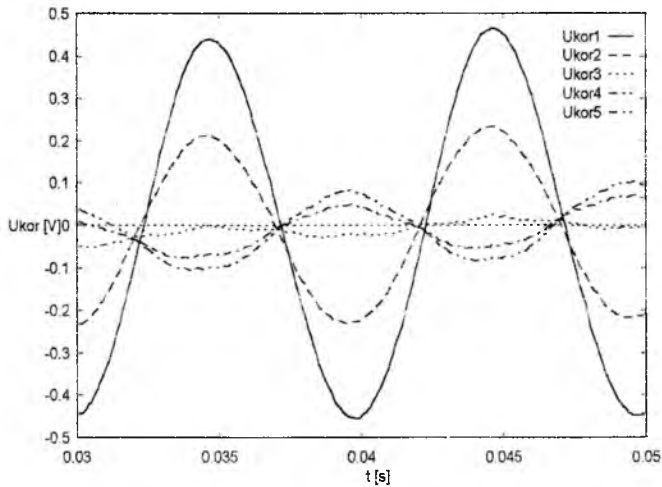
Rys.7. Sygnał korekcji dla przypadku znajdowania się dwóch źródeł promieniowania o jednakowej intensywności w polu widzenia głowicy: Ukor1 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0, y_{c2}=0$; Ukor2 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0.1, y_{c2}=0$; Ukor3 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0.2, y_{c2}=0$; Ukor4 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0.3, y_{c2}=0$;



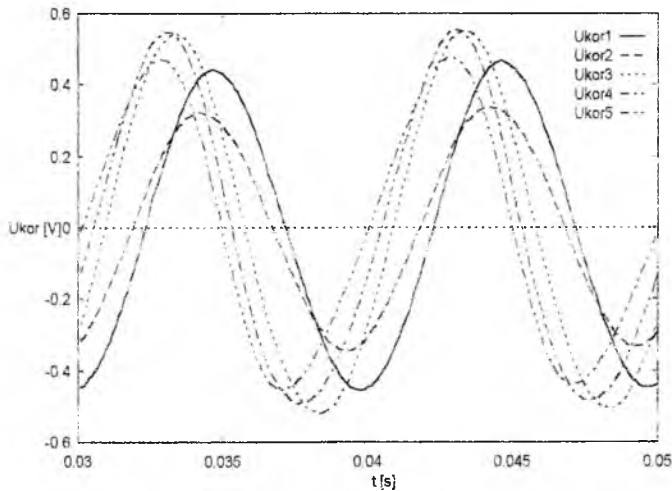
Rys.8 Sygnal korekcji dla przypadku znajdowania się dwóch źródeł promieniowania o jednakowej intensywności promieniowania w polu widzenia głowy: Ukor1 - $x_{c1}=0.3$, $y_{c1}=0$, $x_{c2}=0$; $y_{c2}=0$; Ukor2 - $x_{c1}=0.3$, $y_{c1}=0$, $x_{c2}=0.1$, $y_{c2}=0.1$; Ukor3 - $x_{c1}=0.3$, $y_{c1}=0$, $x_{c2}=0.2$, $y_{c2}=0.2$; Ukor4 - $x_{c1}=0.3$, $y_{c1}=0$, $x_{c2}=0.3$, $y_{c2}=0.3$;



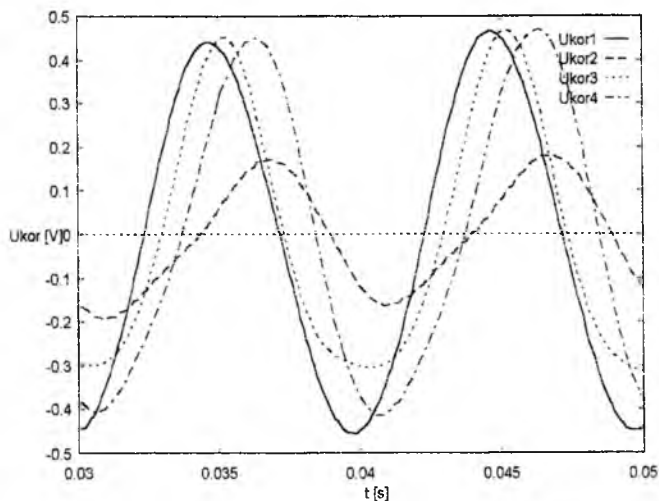
Rys.9 Sygnal korekcji dla przypadku znajdowania się dwóch źródeł o jednakowej intensywności promieniowania w polu widzenia głowy: Ukor1 - $x_{c1}=0.3$, $y_{c1}=0$, $x_{c2}=0$; $y_{c2}=0$; Ukor2 - $x_{c1}=0.3$, $y_{c1}=0$, $x_{c2}=0$, $y_{c2}=0.1$; Ukor3 - $x_{c1}=0.3$, $y_{c1}=0$, $x_{c2}=0$, $y_{c2}=0.2$; Ukor4 - $x_{c1}=0.3$, $y_{c1}=0$, $x_{c2}=0$, $y_{c2}=0.3$;



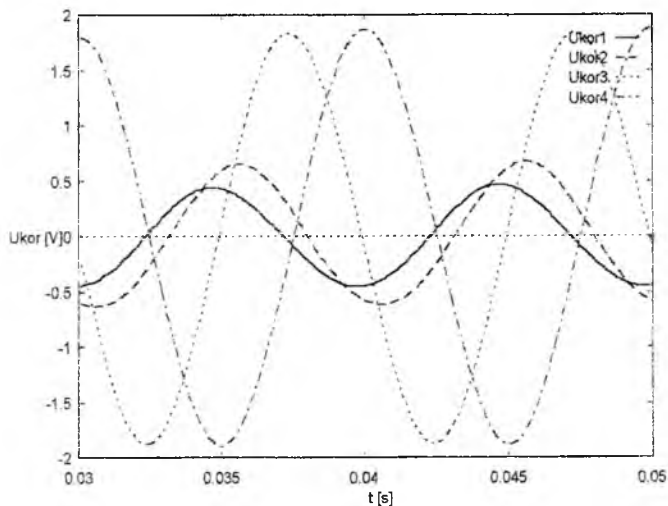
Rys.10. Sygnał korekcji dla przypadku znajdowania się dwóch źródeł o jednakowej intensywności promieniowania w polu widzenia głowy: Ukor1 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0, y_{c2}=0$; Ukor2 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=-0.1, y_{c2}=0$; Ukor3 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=-0.2, y_{c2}=0$; Ukor4 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=-0.3, y_{c2}=0$; Ukor5 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=-0.4, y_{c2}=0$



Rys.11 Sygnał korekcji dla przypadku znajdowania się dwóch źródeł o jednakowej intensywności promieniowania w polu widzenia głowy: Ukor1 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0, y_{c2}=0$; Ukor2 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=-0.1, y_{c2}=-0.1$; Ukor3 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=-0.2, y_{c2}=-0.2$; Ukor4 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=-0.3, y_{c2}=-0.3$; Ukor5 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=-0.4, y_{c2}=-0.4$



Rys.12. Sygnał korekcji dla przypadku znajdowania się trzech źródeł o jednakowej intensywności promieniowania w polu widzenia głowy: Ukor1 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0, y_{c2}=0$; Ukor2 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0.3, y_{c2}=0.3, x_{c3}=-0.3, y_{c3}=0.3$; Ukor3 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0.3, y_{c2}=0.3, x_{c3}=-0.3, y_{c3}=-0.3$; Ukor4 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0.3, y_{c2}=0.3, x_{c3}=0.3, y_{c3}=-0.3$



Rys.13. Sygnał korekcji dla przypadku znajdowania się dwóch źródeł o różnej intensywności promieniowania $I_2 > 2 \cdot I_1$ w polu widzenia głowy: Ukor1(I_1) - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0, y_{c2}=0$; Ukor2 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0.3, y_{c2}=0.3$; Ukor3 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=0, y_{c2}=0.3$; Ukor4 - $x_{c1}=0.3, y_{c1}=0, x_{c2}=-0.3, y_{c2}=-0.3$;

Z przedstawionych wykresów widać, że sygnały wyjściowe toru elektronowego (obwiedni) dla przypadku, gdy w polu widzenia znajdują się flary (Ukor2, Ukor3, Ukor4, Ukor5) różnią się od sygnału wyjściowego dla przypadku gdy w polu widzenia znajduje się tylko cel. Różnice między tymi sygnałami dotyczą zarówno amplitudy jak i fazy. Różnice między tymi sygnałami zależą zarówno od wzajemnego położenia obrazów celu i flary na tarczy modulatoryjnej jak i od różnicy intensywności promieniowania celu i flary w zakresie czułości widmowej detektora.

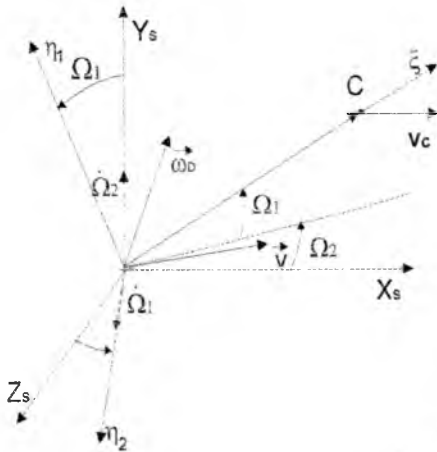
Różnice w sygnałach wyjściowych w przypadku aktywnych zakłóceń będą powodowały zwiększone błędy śledzenia lub spowodują zerwanie śledzenia.

6. Model kinematyki rakiety

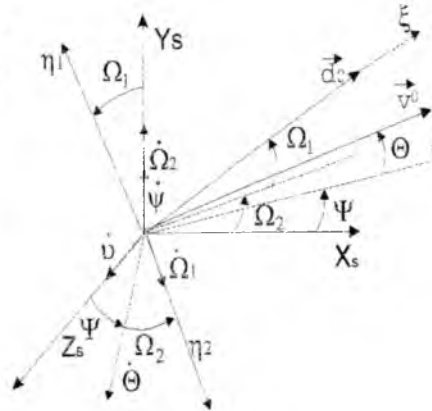
Położenie środka masy samonaprowadzającej się rakiety względem celu charakteryzuje się wektorem względnej odległości \vec{d} , a zmianę w czasie tego wektora opisuje się równaniem wektorowym rys. 25

$$\dot{\vec{d}} = \vec{v}_c - \vec{v} \tag{25}$$

Ruch rakiety jest wygodnie badać w układzie współrzędnych związanych z wektorem odległości, którego współrzędne katowe w układzie ziemskim pokrywającym się z OX_sY_sZ_s przez kąty Ω_1 i Ω_2 .



Rys.14. Wzajemne położenie układu związanego z wektorem odległości a układem ziemskim



Rys.15. Usytuowanie wektorów odległości wzajemnej i prędkości rakiety w układzie ziemskim

Równania kinematyczne samonaprowadzania rakiety po zrzutowaniu na ziemski układ współrzędnych opisuje układ równań różniczkowych

$$\dot{d} = v_c \cos \Theta_c \cos \Omega_1 \cos(\Psi_c - \Omega_2) + v_c \sin \Theta_c \sin \Omega_1 + \\ - v \cos \Theta \cos \Omega_1 \cos(\Psi - \Omega_2) + -v \sin \Theta \sin \Omega_1$$

$$d \cdot \dot{\Omega}_1 = v_c \sin \Theta_c \cos \Omega_1 - v_c \cos \Theta_c \sin \Omega_1 \cos(\Psi_c - \Omega_2) - v \sin \Theta \cos \Omega_1 + \\ - v \cos \Theta \sin \Omega_1 \cos(\Psi - \Omega_2) \\ d \cdot \dot{\Omega}_2 \cos \Omega_1 = v_c \cos \Theta_c \sin(\Psi_c - \Omega_2) - v \cos \Theta \sin(\Psi - \Omega_2) \quad (26)$$

Dla metody proporcjonalnego zbliżenia należy dodać równanie więzi w postaci

$$\ddot{v}^0 - k \cdot d^0 = 0 \quad (27)$$

gdzie k - skalar nazywany stałą proporcjonalnego zbliżenia (nawigacji);

$$\dot{v}^0 = \bar{\omega}_v; \quad d^0 = \bar{\omega}_d$$

Z równania wektorowego (20) i rysunku (14) wynikają dwa skalarnie równania

$$F_1 = \dot{\Theta} \cos(\Omega_2 - \Psi) - k \cdot \dot{\Omega}_1 = 0 \quad (28) \\ F_2 = \dot{\Psi} - k \cdot \dot{\Omega}_2 = 0$$

Po scałkowaniu równań (22) uzyskamy

$$\Theta = \Theta_0 + \frac{k}{\cos(\Omega_2 - \Psi)} (\Omega_1 - \Omega_{1_0}) \quad (29) \\ \Psi = \Psi_0 + k (\Omega_2 - \Omega_{2_0})$$

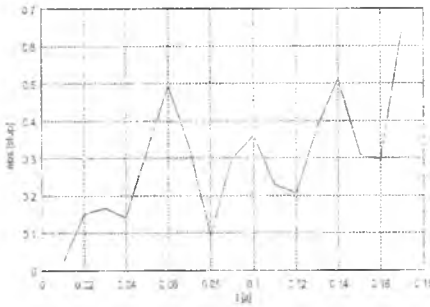
Układy równań (26) i (29) są kinematycznymi równaniami ruchu środka masy rakiety naprowadzanej metoda proporcjonalnego zbliżenia.

7. Badanie modelu żyroskopowej głowicy śledzącej w warunkach zakłóceń aktywnych

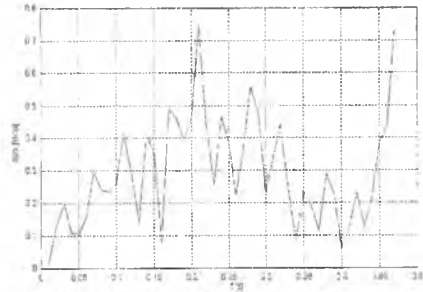
W celu zbadania jak zachowuje się żyroskopowa optyczna głowica śledząca w czasie śledzenia celu, stawiającego zakłócenia aktywne w postaci flar, uruchomiono pro-

gram komputerowy zawierający wyżej opisane modele: źródła, tarczy modukującej, toru elektroniki, żyroskopowej głowicy śledzącej wraz z układem podtrzymywania obrotów i układem wymuszającym precesję żyroskopu, model kinematyczny rakiety. Symulację śledzenia głowicy prowadzono dla przypadku znajdowania się w polu widzenia głowicy oprócz celu jednej lub dwóch flar o takiej samej energetycznej jaskrawości i różnych prędkościach ich przemieszczania względem celu. Wyniki symulacji komputerowej przedstawiono na rysunkach 16 ÷ 24

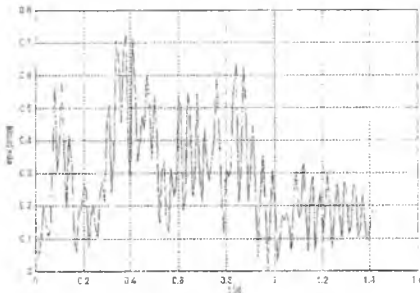
Zależności przedstawione na rysunkach 16 ÷ 19 dotyczą przypadku gdy w polu widzenia głowicy oprócz celu znajduje się flara oddalająca się od celu w taką stronę, że jej współrzędne $xc2=xc1-vxc2 \cdot t$, $yc2=yc1-vyc2 \cdot t$, gdzie $xc1$, $yc1$ - współrzędne celu na tarczy modulatoryjnej, $vxc2$, $vyc2$ - prędkości oddalania się flary od celu. Przyjęto ponadto, że energetyczna luminancja flary jest równa energetycznej luminancji celu. Ze względu na zmniejszenie czasu obliczeń przyjęto małą odległość początkową naprowadzania i stałą prędkość naprowadzania rakiety 570 [m/s].



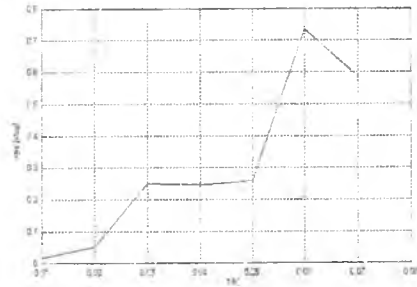
Rys.16. Zmiana błędu śledzenia w czasie śledzenia dla przypadku $vxc2=vyc2=0.5 \text{ }^\circ/\text{s}$; $xc2=xc1-vxc2 \cdot t$; $yc2=yc1-vyc2 \cdot t$



Rys.17. Zmiana błędu śledzenia w czasie śledzenia dla przypadku $vxc2=vyc2=1 \text{ }^\circ/\text{s}$; $kg=1$; $xc2=xc1-vxc2 \cdot t$; $yc2=yc1-vyc2 \cdot t$



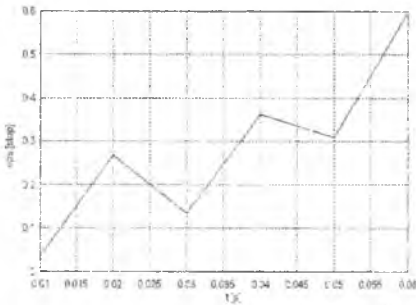
Rys.18. Zmiana błędu śledzenia w czasie śledzenia dla przypadku $vxc2=vyc2=2 \text{ }^\circ/\text{s}$; $xc2=xc1-vxc2 \cdot t$; $yc2=yc1-vyc2 \cdot t$



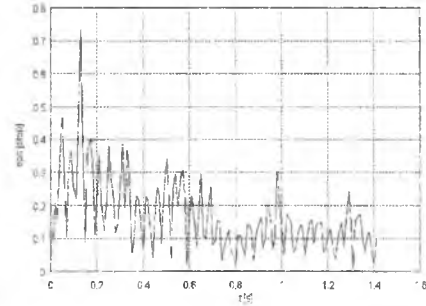
Rys.19. Zmiana błędu śledzenia w czasie śledzenia dla przypadku $vxc2=vyc2=5 \text{ }^\circ/\text{s}$; $xc2=xc1-vxc2 \cdot t$; $yc2=yc1-vyc2 \cdot t$

Czas samonaprowadzania dla przyjętych warunków początkowych wynosi około 1.4 [s]. Z przedstawionych na rysunkach 16 ÷ 19 zależności błędu śledzenia w czasie wynika, że tylko przy prędkości kątowej odchylenia się flary $2^\circ/\text{s}$, głowica śledzi cel do końca procesu samonaprowadzania tj. czasu $t=1.4$ s. Przyczyną takiego stanu rzeczy jest sposób wyliczania współrzędnych flary w układzie związanym z obracającym się żyroskopem. Przy wyliczanych prędkościach kątowych śledzenia $\dot{\Omega}_1$ i $\dot{\Omega}_2$ równych około $2^\circ/\text{s}$ następuje zerowanie się wartości x_{c2} i y_{c2} . W takim przypadku nie będzie sygnału sterującego od flary znajdującej się w środku pola widzenia.

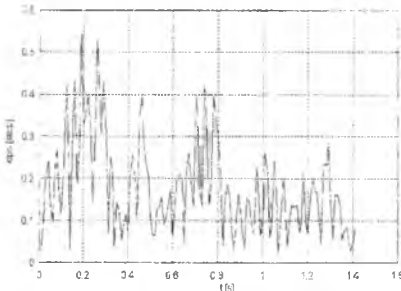
Zależności przedstawione na rysunkach 20 ÷ 24 dotyczą przypadku gdy flary oddalają się od celu w przeciwnym kierunku. Współrzędne położenia obrazu flary na tarczy modulatoryjnej obliczane są w modelu z zależności $x_{c2}=x_{c1}+v_{xc2}\cdot t$ i $y_{c2}=y_{c1}+v_{yc2}\cdot t$. Wyniki symulacji przedstawiono na rysunkach 20 ÷ 24.



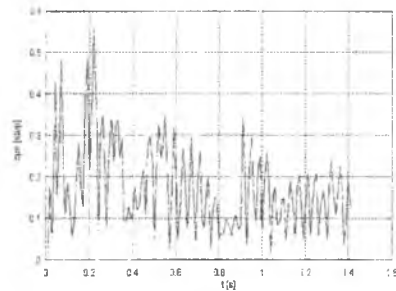
Rys.20 Zmiana błędów śledzenia w czasie śledzenia dla przypadku $v_{xc2}=v_{yc2}=0.5^\circ/\text{s}$; $x_{c2}=x_{c1}+v_{xc2}\cdot t$; $y_{c2}=y_{c1}+v_{yc2}\cdot t$



Rys.21 Zmiana błędów śledzenia w czasie śledzenia dla przypadku $v_{xc2}=v_{yc2}=1^\circ/\text{s}$; $x_{c2}=x_{c1}+v_{xc2}\cdot t$; $y_{c2}=y_{c1}+v_{yc2}\cdot t$



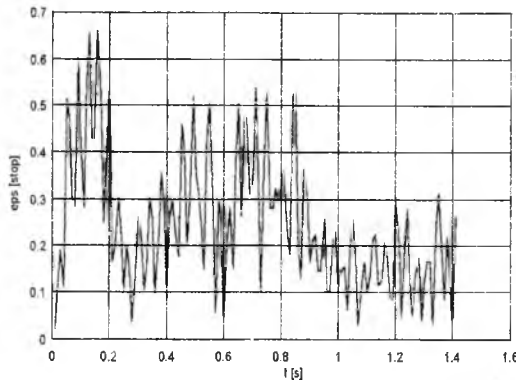
Rys.22 Zmiana błędów śledzenia w czasie śledzenia dla przypadku $v_{xc2}=v_{yc2}=2^\circ/\text{s}$; $x_{c2}=x_{c1}+v_{xc2}\cdot t$; $y_{c2}=y_{c1}+v_{yc2}\cdot t$



Rys.23 Zmiana błędów śledzenia w czasie śledzenia dla przypadku $v_{xc2}=v_{yc2}=3^\circ/\text{s}$; $x_{c2}=x_{c1}+v_{xc2}\cdot t$; $y_{c2}=y_{c1}+v_{yc2}\cdot t$

Dla przypadku gdy współrzędne flary są równe $x_2 = x_1 + v_{xc2} \cdot t$ i $y_2 = y_1 + v_{yc2} \cdot t$ (rysunki 20 ÷ 24) głowica śledzi cel do czasu spotkania rakiety z celem dla $v_{xc2} = v_{yc2} > 1^\circ/s$. Przyczyną takiego stanu rzeczy jest szybkie wychodzenie flary z pola widzenia układu optycznego głowicy. Na początku naprowadzania rakiety na cel prędkości kątowe linii rakieta - cel są duże. Przy dużych prędkościach kątowych śledzenia obraz celu znajduje się na skraju pola widzenia. Przemieszczanie się flary w kierunku skraju pola widzenia, powoduje, że wychodzi ona z pola widzenia układu optycznego i nie zakłóca śledzenia celu przez głowicę.

Z uzyskanych wyników wynika wniosek, że flary powinny być jednocześnie odpalane z samolotu w różnych kierunkach



Rys.24 Zmiana błędu śledzenia w czasie śledzenia dla przypadku $v_{xc2} = v_{yc2} = 5^\circ/s$ $x_2 = x_1 + v_{xc2} \cdot t$,
 $y_2 = y_1 + v_{yc2} \cdot t$

8. Wnioski

W oparciu o uzyskane wyniki obliczeń można wyciągnąć następujące wnioski:

- ◆ Energetyczna siła promieniowania flary musi być równa lub większa od energetycznej siły promieniowania samolotu;
- ◆ Samolot powinien odpalać jednocześnie przynajmniej dwie flary w przeciwnych kierunkach;
- ◆ Prędkość oddalnia się flar w kierunku poprzecznym do kierunku lotu samolotu powinna być możliwie niewielka. Zbyt duża prędkość oddalania przy małej maksymalnej prędkości śledzenia głowicy spowoduje, że głowica nie będzie mogła śledzić flary.
- ◆ Prawdopodobieństwo zerwania śledzenia przez głowicę nie posiadającą zabezpieczenia przed flarami jest bardzo duże, a zatem efektywność rakiet posiadających takie głowice jest niewielka;
- ◆ Do zabezpieczenia głowic przed flarami należy stosować specjalne sposoby selekcji fałszywych źródeł promieniowania np. selekcję widmową.

Literatura

1. Ju.M. Astatow, D.B. Wasiljew, Ju.I. Założniew. „*Teoria optiko-elektronnych slediaszczich sistem*”. Nauka. Moskwa 1988;
2. W.N. Borozdin „*Girokopiczeskije pribory i ustrojstwa sistem upravlenija*” Maszynostrojnie. Moskwa 1990;
3. W. Borowczyk „*Cyfrowe modelowanie rastrowych analizatorów obrazu*” Materiały I Krajowej Konferencji Awioniki Rzeszów- Jawor 1995. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej.
4. „Passive Electro-Optical Systems” Ed.S. Campana, „*The Infrared and Electro Optical Systems Hanbook*” vol. 5, 1993;
5. Micael C.Dudzik. Editor. „*Electro-Optical Systems Design, Analysis and Testing*”. Enviromental Research Institute Of Michigan 1993;
6. K.Gniadek „*Optyczne przetwarzanie informacji*” PWN Warszawa 1992;
7. I.E. Kazakov, D.I. Gładkov, Ł.Z. Kriksunov, A.P. Chartikov. „*Sistemy upravlenija i dinamika nawiedienija rakiet*”. Izdanie WWID im. prof. H.E. Żukowskiego. 1973
8. L.Z. Kriksunow. „*Sprawocznik po osnovam infrakrasnoj techniki*” Sovietskoje Radio. Moskwa 1978;
9. L.Z. Kriksunow. „*Aviacionnye sistemy informacii opticzeskiego diapazona*” Sprawocznik. Maszynostrojnie. Moskwa 1985;
10. W.L. Lewszin. „*Obrabotka informacii w opiczeskich sistemach pelengacii*” Maszynostrojnie. Moskwa 1978;
11. W.L. Lewszin. „*Prostranstwiennaja filtracja w opiczeskich sistemach pelengacii*”. Sovietskoje Radio. 1971;
12. M.M. Mirosznikow, „*Teoreticzeskije osnovy optiko-elektronnych priborow*” Maszynostrojnie. Leningrad. 1977;

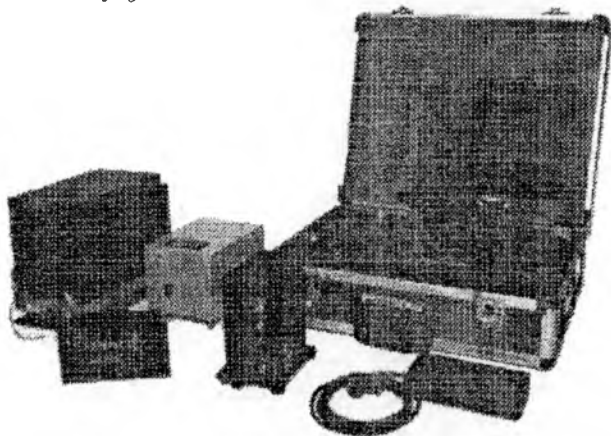


INSTYTUT TECHNICZNY WOJSK LOTNICZYCH

ZAKŁAD SAMOLOTÓW I ŚMIGŁOWCÓW ITWL
ul. Księcia Janusza 1
00-961 Warszawa, skr.poczt. 60
tel. 685-22-12, fax 36-44-71

POKLADOWY KATASTROFICZNY REJESTRATOR PARAMETRÓW LOTU S2-3a

Opierając się na wieloletnich doświadczeniach z zakresu miernictwa wielkości nieelektrycznych w lotnictwie Sił Zbrojnych i wykonanych w ITWL rejestratorach badawczych, w 1966 r. zakończono prace nad Pokładowym Katastroficznym Rejestratorem Parametrów Lotu S2-3a. Rejestrator S2-3a jest zamiennikiem stosowanego rejestratora BUR i przeznaczono go do montażu i eksploatacji na śmigłowcach W3 oraz samolotach AN-28 będących w użytkowaniu w lotnictwie Sił Zbrojnych.



W porównaniu z dotychczas stosowanymi rejestratorami BUR rejestrator S2-3a charakteryzuje się:

- wyższą jakością zapisu (zapis cyfrowy na pamięciach stałych);
- szybszym dostępem do zapisanych informacji (do 25 min. BUR, do 5 min. S2-3a);
- łatwością zainstalowania systemu deszyfracji na wszelkich lotniskach celem prowadzenia pełnej archiwizacji eksploatacji statku lotniczego;

- stosowaniem wdrożonego w lotnictwie Sił Zbrojnych systemu deszyfracji THETYS;
- instalacją rejestratora bez zmian istniejącej instalacji statku powietrznego;
- mniejszymi wymiarami i masą;
- nowocześniejszymi rozwiązaniami technicznymi.

Zapis informacji w rejestratorze prowadzony jest równolegle na dwu kasetach. Kasecie szybkiego dostępu (celem bieżącej oceny stanu technicznego oraz oceny techniki pilotażu) i kasecie zabezpieczonej przed skutkami katastrofy lotniczej (celem zbadania przestanek i przyczyn katastrofy lotniczej).

Podstawowe dane techniczno-taktyczne:

- czas rejestracji – ostatnie 12 h lotu;
- czas dostępu do zarejestrowanej informacji – max. 5 min.;
- liczba rejestrowanych parametrów:
 - * analogowych – 30
 - * dwustanowych – 48
 - * selsynowych – 3
 - * częstotliwościowych – 4
- części składowe:
 - * blok akwizycji S2-1a-2
 - * kaseca ochronna S2-3a-K
- wymiary i masa:
 - * blok akwizycji – 252×124×190 mm, 3 kg
 - * kaseca ochronna – 164×88×116 mm, 6 kg.

Cykl B+R realizacji tematu zakończono w grudniu 1996 przeprowadzeniem prób w locie, które w pełni potwierdziły zakładane parametry eksploatacyjne i stosowane rozwiązania techniczne.

Z doświadczeń Komisji Badania Wypadków Lotniczych wynika, że proponowany typ rejestratora będącego rozwinięciem rejestratora badawczego (zastosowanego na samolocie ORLIK) pozwala na wszechstronną i szybką ocenę przyczyn technicznych katastrofy.

LOTNICZE STRUKTURY KOMPOZYTOWE-PEWNE ASPEKTY DANYCH MATERIAŁOWYCH

dr inż. Piotr Czarnocki
ITLiMS Politechnika Warszawska

Streszczenie

Upraszczające założenie, że relacje między stałymi sprężystymi, dla orientacji zbrojenia względem obciążenia imię niż $\theta=0$, charakterystyczne dla pewnego kompozytu są prawdziwe w przypadku innego, zwykle prowadzi do istotnych błędów. Źródłem błędów przy wyznaczaniu stałych materiałowych może być także niewłaściwy dobór baz pomiarowych i umiejscowienia tensometrów oporowych. Jest to szczególnie istotne w przypadku kompozytów polimerowych zbrojonych tkaninami. Oddzielnym zagadnieniem są kryteria wytrzymałościowe. Korzystanie z najprostszego kryterium Maksymalnych Naprężeń Normalnych, dla pewnych stanów naprężeń daje wyniki zawyżone. Poniżej przedstawiono przykłady obrazujące wymienione problemy.

1. Wstęp

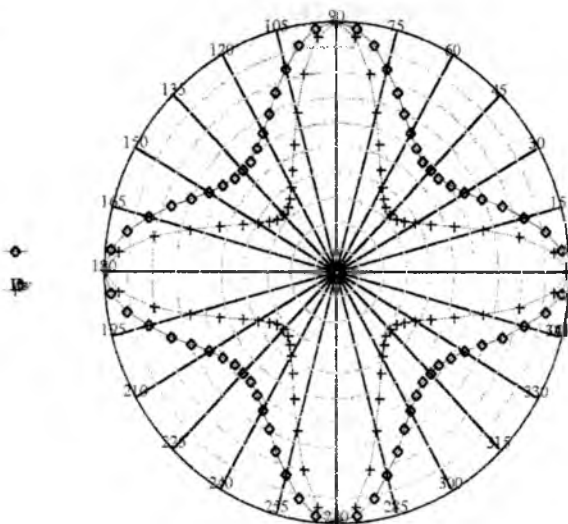
Z powodu braku wystarczającej bazy danych materiałowych, niektóre stałe sprężyste, potrzebne do obliczeń wytrzymałościowych, są uzyskiwane na drodze "ekstrapolacji przez analogię". Najczęściej ma to miejsce w odniesieniu do zależności modułu Younga, Kirchoffa oraz współczynnika Poissona od orientacji θ zbrojenia względem kierunku obciążenia. Zpomina się, że wielkości te są nie tylko funkcją kąta ale także stałych sprężystych, [1] np. dla kąta θ różnego od zera moduł $E_{\theta \neq 0}$ jest funkcją E_{11} , E_{22} , G_{12} i ν_{12} , [1].

W celu eksperymentalnego wyznaczenia właściwości mechanicznych, często są wykorzystywane pomiary tensometryczne. Procedura to wymaga podjęcia decyzji co do

wielkości baz pomiarowych. Jest to szczególnie ważne w przypadku kompozytów zbrojonych tkaninami, charakteryzującymi się znacznie większym stopniem heterogeniczności struktury niż kompozyty zbrojone włóknem prostym.

Poniżej zamieszczono kilka przykładów związanych z wymienioną problematyką.

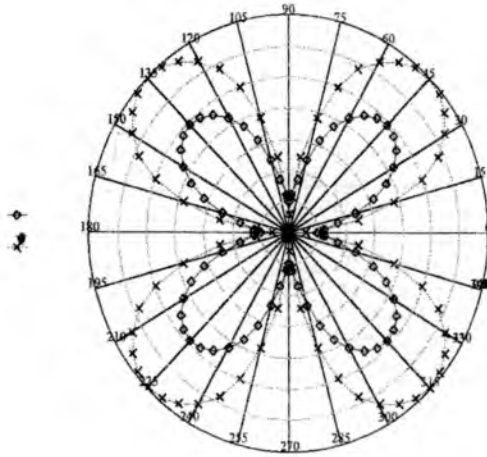
2. Wartości stałych sprężystych kompozytów zależnie od orientacji θ zbrojenia względem obciążenia.



Rys. 1 Kompozyt zbrojony pod kątem 0° i 90° . Zależność modułu Younga od orientacji θ zbrojenia względem obciążenia.

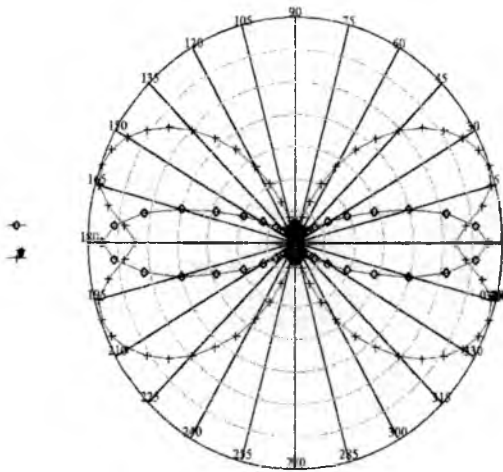
\diamond - kompozyt szklano-epoksydowy, $+$ - kompozyt węglowo-epoksydowy

Z powodu szerszego stosowania, łatwiej dostępne są dane dotyczące kompozytu szklano-epoksydowego. Przykładowo, z pomiarów wiadomo, że dla kompozytu zbrojonego symetryczną tkaniną szklaną $E_{11}=E_{0^\circ}=23000$ MPa oraz $E_{45^\circ}=12500$ MPa, a więc $E_{45^\circ}/E_{11} \cong 0.54$. Także z pomiarów wiadomo, że dla kompozytu zbrojonego symetryczną tkaniną węglową $E_{11}=E_{0^\circ}=50200$ MPa. "Ekstrapolowanie" stosunku E_{45°/E_{11} w odniesieniu do tego kompozytu wprowadzi istotny błąd. Rysunek 1 przedstawia wykresy $E = f(\theta)$ dla materiału o zbrojeniu węglowym i szklanym. Dla kompozytu węglowego $E_{45^\circ}/E_{11} \cong 0.31$ a więc należy przyjąć $E_{45^\circ} \cong 16000$ MPa a nie jak wynikałoby z "ekstrapolacji" 27100 MPa. Podobny błąd wystąpi w odniesieniu do współczynnika Poissona, rys.2. W przypadku jednokierunkowego zbrojenia, dodatkowo, należy zwrócić uwagę, że maksymalne wartości nie zawsze pojawiają się dla kątów 0° lub 45° , rys.3.



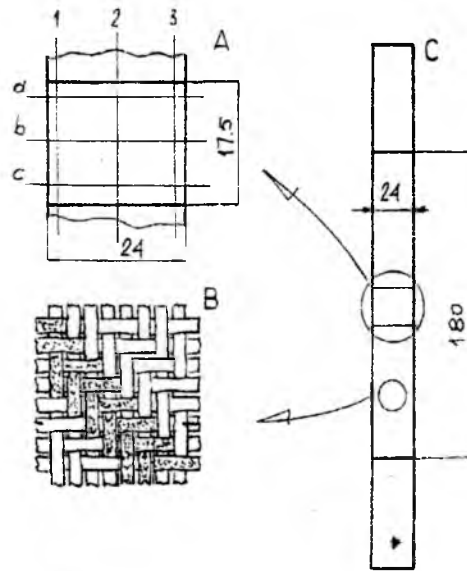
Rys.2. Kompozyt zbrojony pod kątem 0° i 90° . Zależność współczynnika Poissona od orientacji θ zbrojenia względem obciążenia.

\diamond - kompozyt szklano-epoksydowy, + - kompozyt węglowo-epoksydowy

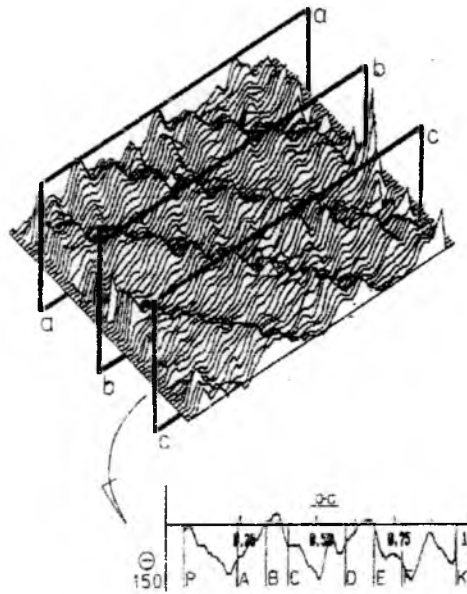


Rys.3. Zbrojenie jednokierunkowe, $\theta=0$ - kierunek równoległy do zbrojenia. Zależność współczynnika Poissona od orientacji θ zbrojenia względem obciążenia.

\diamond - kompozyt szklano-epoksydowy, + - kompozyt węglowo-epoksydowy



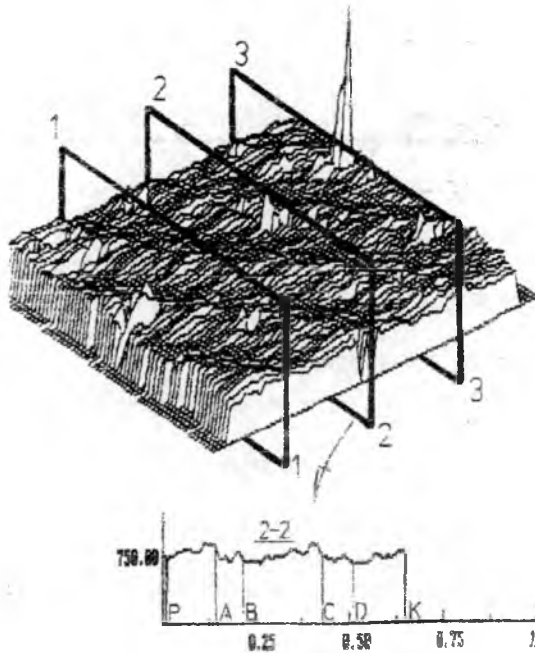
Rys.4. Obszar pomiarowy na próbce o zbrojeniu z tkanin węglowych o splocie satynowym. Fikcyjne tensometry znajdują się w przekroju 2-2 (odkształcenia ϵ_x) i w przekroju c-c (odkształcenia ϵ_y)



Rys.5. Profil odkształceń ϵ_x w przekroju c-c

3. Wybór bazy pomiarowej.

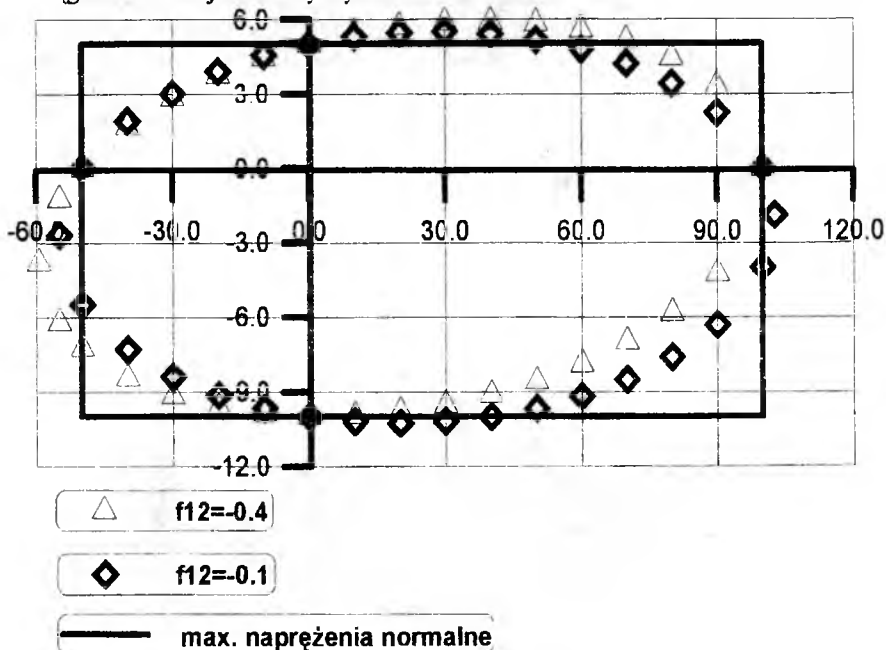
Rysunki 4 i 5 obrazują pola odkształceń ϵ_x i ϵ_y na powierzchni próbki kompozytu węglowo-epoksydowego zbrojonego tkaniną węglową, rozciąganej w kierunku poziomym y. (Pomiar wykonano metodą interferometrii siatkowej, [2]). Pole odkształceń ϵ_x (poprzecznych) wykazuje istotną niejednorodność, powodowaną przepłotami zbrojenia. Przypuśćmy, że w przekroju 2-2, na odcinkach P-B, B-C i C-K naklejono tensometry oporowe o bazach pomiarowych 5 mm oraz na odcinku A-D tensometr o bazie pomiarowej 10 mm. Zmierzone przy ich pomocy odkształcenia ϵ_y wyniosłyby odpowiednio: .000769, .000762, .000708 i .000720, (średnia wartość na odcinku P-K wynosi .00075). Natomiast, w przekroju b-b, tensometry umieszczone na odcinkach p-a, a-c, c-d, d-f, f-k, o bazie 5 mm i na odcinku b-f, o bazie 10 mm, wykazałyby odpowiednio: .000075, .000026, .000084, .000066, .000013 i .000064, (średnia wartość na odcinku p-k wynosi .000052). Wyznaczone wartości liczby Poissona, na podstawie pomiarów na odcinkach A-D i b-f, C-K i c-d, P-B i f-k oraz P-K i p-k byłyby równe odpowiednio: .064, .119, .017 i .069. Widac, że wartości te, zależnie od umiejscowienia fikcyjnego tensometru i bazy pomiarowej znacznie się różnią.



Rys.6. Profil odkształceń ϵ_y w przekroju 2-2

4. Kryteria wytrzymałościowe

Często z powodu braku dostatecznej ilości danych materiałowych stosowane jest Kryterium Maksymalnych Naprężeń Normalnych (MNN). Jest to najprostsze kryterium, wymagające jedynie znajomości wytrzymałości na rozciąganie i ściskanie w głównych kierunkach ortotropii. Nie uwzględnia ono interakcji naprężeń. Na rys.7. porównano wyniki jakich dostarcza kryterium MNN z wynikami otrzymanymi przy zastosowaniu kryterium Tsai-Wu. To ostatnie uważane jest za dające najlepsze wyniki[1]. Uwzględnia współdziałanie naprężeń normalnych. Wymaga jednak znajomości dodatkowej wielkości f_{12} która, np dla płaskiego stanu naprężeń, może być wyznaczona z próby dwuosiowego rozciągania oraz znajomości wytrzymałości na ścinanie.



Rys.7. Kryteria wytrzymałościowe MNN i Tsai-Wu

Literatura

1. R. M. Jones, Mechanics of Composite Materials, McGraw-Hill Co., s.54, 80-83
2. P. Czarnocki, L. Sałbut, "Pomiary odkształceń struktur kompozytowych zbrojonych tkaninami". XVI Sympozjum Mechaniki Eksperymentalnej Ciała Stałego, 1994, s. 52-55.

OKREŚLENIE CHARAKTERYSTYK AERODYNAMICZNYCH POCISKÓW NA PODSTAWIE DOŚWIADCZALNYCH BADAŃ W LOCIE

dr hab. inż. Józef GACEK
dr inż. Bogdan MACHOWSKI

Wojskowa Akademia Techniczna

Streszczenie

Przedstawiono koncepcję pomiaru oraz wyznaczenia na tej podstawie przyspieszeń liniowych środka masy oraz przyspieszeń kątowych ruchu obrotowego pocisków dookoła środka masy. Wykorzystując sformułowany na użytek pracy model matematyczny, dla przyjętego pocisku, przedstawiono procedurę określania podstawowych charakterystyk aerodynamicznych bazującą na wynikach wyznaczonych doświadczalnie składowych przyspieszeń liniowych i kątowych pocisku. Rozważania teoretyczne uzupełniono wynikami obliczeń uzyskanymi przy wykorzystaniu zaproponowanej procedury.

1. Wprowadzenie

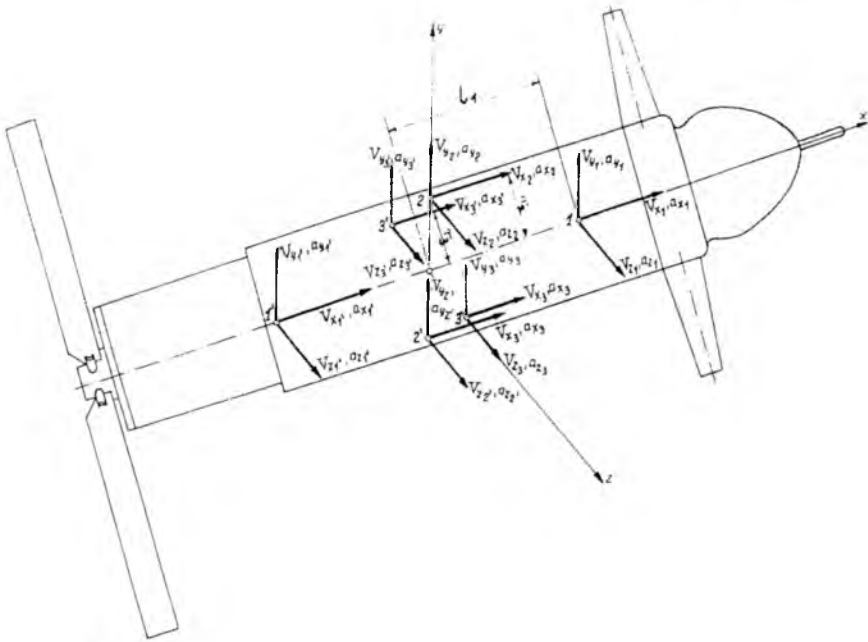
Rozwój współczesnej broni artylerii naziemnej ukierunkowany jest głównie na wzrost skuteczności oddziaływania pocisków na cel. Podstawowym wskaźnikiem tej skuteczności jest osiągnięcie przez pocisk odpowiedniego celu (punktu, obszaru, lub wycinka przestrzeni) z odpowiednio dużą dokładnością. Inaczej rzecz traktując dąży się do minimalizacji rozrzutu pocisków. Jednym z efektywnych sposobów prowadzących do zwiększenia celności pocisków jest korygowanie ich lotu na podstawie pomiaru współrzędnych urządzenia pomiarowe oraz komputerowe zabudowane na pokładzie pocisku. W szczególności wyniki pomiarów przyspieszeń pocisku mogą być podstawą do wyznaczenia bieżących wartości podstawowych charakterystyk aerodynamicznych pocisku. Charakterystyki

te mogą być z kolei wykorzystane do wyznaczenia przewidywanego toru metodą obliczeń przy zastosowaniu odpowiednich procedur i użyciu komputera pokładowego pocisku. To w efekcie końcowym zapewni doprowadzenie pocisku do celu (w obszar punktu spotkania, punktu rozprysku, punktu rozczalenia głowicy pocisku, punktu wybuchu, itp.) z dużo większą dokładnością w porównaniu z klasycznymi niekierowanymi pociskami artyleryjskimi i raketowymi.

2. Koncepcja pomiaru przyspieszeń pocisku

Określenie charakterystyk aerodynamicznych pocisku na podstawie pomiarów parametrów ruchu pocisków wymaga zastosowania odpowiedniej liczby czujników pomiaru składowych przyspieszeń liniowych środka masy pocisku oraz przyspieszeń kątowych ruchu obrotowego pocisku dookoła środka masy.

Schemat przyjętej koncepcji rozmieszczenia czujników do wyznaczania prędkości i przyspieszeń pocisku przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Schemat do wyznaczania składowych prędkości oraz przyspieszeń wybranych punktów pocisku.

Przyspieszenie dowolnego punktu pocisku traktowanego jako bryła sztywna określa się następująco:

$$a_{pi} = a_w + \varepsilon \times \bar{r}_w + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{r}_i) \quad (1)$$

gdzie:

- a_{gi} - przyspieszenie absolutne (bezwzględne) i-tego punktu pocisku,
- a_w - przyspieszenie względne wybranego punktu pocisku,
- Ω, ϵ - odpowiednio: prędkość kątowna oraz przyspieszenie kątowe ruchu obrotowego pocisku dookoła środka masy.

W związanym układzie współrzędnych 0xyz składowe przyspieszenia bezwzględne a_e określa się zależnościami:

$$\left. \begin{aligned} a_{xg} &= a_{wx} + \left(\omega_y^2 + \omega_z^2\right)x - \left(\epsilon_z + \omega_x\omega_y\right)y + \left(\epsilon_y - \omega_x\omega_z\right)z \\ a_{yg} &= a_{wy} - \left(\epsilon_z - \omega_x\omega_y\right)x + \left(\omega_x^2 + \omega_z^2\right)y - \left(\epsilon_x - \omega_y\omega_z\right)z \\ a_{zg} &= a_{wz} - \left(\epsilon_y - \omega_x\omega_z\right)x + \left(\epsilon_x - \omega_y\omega_z\right)y + \left(\omega_x^2 + \omega_y^2\right)z \end{aligned} \right\} (2)$$

W zależnościach (2) wielkości x, y, z są składowymi wektora położenia \vec{r}_i (w układzie związanym 0xyz) punktu, którego przyspieszenia wyznaczamy.

Przyjmijmy, że pomiar przyspieszeń liniowych w kierunku osi 0x, 0y i 0z (rys. 1) dokonywany jest w sześciu punktach, przy czym $l_1 = l_1'$,

$r_2 = r_2'$ i $r_3 = r_3'$. Przy tych założeniach współrzędne punktów 1, 1', 2, 2', 3, 3' na rys. 1. odpowiednio wynoszą:

$$\begin{aligned} 1 &(1, 0, 0); & 2 &(0, r, 0); & 3 &(0, 0, r) \\ 1' &(-1, 0, 0); & 2' &(0, -r, 0); & 3' &(0, 0, -r) \end{aligned}$$

Po wstawieniu współrzędnych wymienionych punktów do wzorów (2) otrzymuje się:

| | |
|--|--|
| <p><u>Dla punktu 1:</u></p> $\left. \begin{aligned} a_{x1} &= a_{wx} + \left(\omega_y^2 + \omega_z^2\right)l \\ a_{y1} &= a_{wy} + \left(\epsilon_z - \omega_x\omega_y\right)l \\ a_{z1} &= a_{wz} - \left(\epsilon_y + \omega_x\omega_z\right)l \end{aligned} \right\} (3)$ | <p><u>Dla punktu 1':</u></p> $\left. \begin{aligned} a_{x1'} &= a_{wx} - \left(\omega_y^2 + \omega_z^2\right)l \\ a_{y1'} &= a_{wy} - \left(\epsilon_z - \omega_x\omega_y\right)l \\ a_{z1'} &= a_{wz} + \left(\epsilon_y - \omega_x\omega_z\right)l \end{aligned} \right\} (4)$ |
|--|--|

| | |
|--|--|
| <p><u>Dla punktu 2:</u></p> $\left. \begin{aligned} a_{x2} &= a_{wx} + \left(\epsilon_z + \omega_x\omega_y\right)r \\ a_{y2} &= a_{wy} - \left(\omega_x^2 + \omega_z^2\right)r \\ a_{z2} &= a_{wz} - \left(\epsilon_x - \omega_y\omega_z\right)r \end{aligned} \right\} (5)$ | <p><u>Dla punktu 2':</u></p> $\left. \begin{aligned} a_{x2'} &= a_{wx} - \left(\epsilon_z + \omega_x\omega_y\right)r \\ a_{y2'} &= a_{wy} + \left(\omega_x^2 + \omega_z^2\right)r \\ a_{z2'} &= a_{wz} + \left(\epsilon_x - \omega_y\omega_z\right)r \end{aligned} \right\} (6)$ |
|--|--|

| | |
|--|--|
| <p><u>Dla punktu 3:</u></p> $\left. \begin{aligned} a_{x3} &= a_{wx} + \left(\epsilon_y - \omega_x\omega_z\right)r \\ a_{y3} &= a_{wy} - \left(\epsilon_x - \omega_y\omega_z\right)r \\ a_{z3} &= a_{wz} + \left(\omega_x^2 + \omega_y^2\right)r \end{aligned} \right\} (7)$ | <p><u>Dla punktu 3':</u></p> $\left. \begin{aligned} a_{x3'} &= a_{wx} - \left(\epsilon_y - \omega_x\omega_z\right)r \\ a_{y3'} &= a_{wy} + \left(\epsilon_x - \omega_y\omega_z\right)r \\ a_{z3'} &= a_{wz} - \left(\omega_x^2 + \omega_y^2\right)r \end{aligned} \right\} (8)$ |
|--|--|

Na podstawie wzorów (7) ÷ (11) można napisać:

$$a_{wx} = \frac{1}{2l}(a_{x1} + a_{x1'}) \quad (9)$$

$$a_{wy} = \frac{1}{2l}(a_{y1} + a_{y1'}) \quad (10)$$

$$a_{wz} = \frac{1}{2l}(a_{z1} + a_{z1'}) \quad (11)$$

$$\omega_y^2 + \omega_z^2 = \frac{1}{2l}(a_{x1} - a_{x1'}) \quad (12)$$

$$\varepsilon_z - \omega_x \omega_y = \frac{1}{2l}(a_{y1} - a_{y1'}) \quad (13)$$

$$\varepsilon_y - \omega_x \omega_z = \frac{1}{2l}(-a_{z1'} + a_{z1}) \quad (14)$$

$$\varepsilon_z + \omega_x \omega_y = \frac{1}{2r}(-a_{x2} + a_{x2'}) \quad (15)$$

$$\omega_x^2 + \omega_z^2 = \frac{1}{2r}(a_{y2} - a_{y2'}) \quad (16)$$

$$\varepsilon_x - \omega_y \omega_z = \frac{1}{2r}(a_{z2} - a_{z2'}) \quad (17)$$

$$\varepsilon_y - \omega_x \omega_z = \frac{1}{2r}(a_{x3} - a_{x3'}) \quad (18)$$

$$\varepsilon_x + \omega_y \omega_z = \frac{1}{2r}(-a_{y3} + a_{y3'}) \quad (19)$$

$$\omega_x^2 + \omega_y^2 = \frac{1}{2r}(a_{z3} - a_{z3'}) \quad (20)$$

Z równań (12), (16) i (20) można określić: ω_x^2 , ω_y^2 , ω_z^2 , natomiast na podstawie równań (13) i (15) można otrzymać:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{4l}(a_{y1} - a_{y1'}) + \frac{1}{4r}(-a_{x2'} + a_{x2}) \quad (21)$$

Na podstawie równań (14) i (18) otrzymuje się:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{4r}(-a_{z1'} + a_{z1}) + \frac{1}{4r}(-a_{x3} + a_{x3'}) \quad (22)$$

Z kolei na podstawie (17) i (19) otrzymano:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{4r} (a_{z2} - a_{z2'}) + \frac{1}{4r} (-a_{y2} + a_{y2'}) \quad (23)$$

Zaproponowana koncepcja lokalizacji czujników pomiarowych na pokładzie pocisku umożliwia sformułowanie stosunkowo prostych zależności do wyznaczania składowych przyspieszenia liniowego i kąтового pocisku w związanym układzie współrzędnych Oxyz.

Na podstawie wstępnej analizy zależności do określania składowych przyspieszeń liniowych i kątowych pocisku wydaje się prawdopodobnym, że minimalna liczba czujników winna wynosić 12.

Rozpatrywany pocisk charakteryzuje się płaszczyzną symetrii Oxy. Stąd celowym jest możliwe jak najdokładniejsze wyznaczenie prędkości ω_x i przyspieszenia a_z , które powinny być sprowadzone do zera (lot bez ślizgu). W takim przypadku wypadkowy wektor sił zewnętrznych działających na pocisk jest przyłożony w płaszczyźnie stycznej do toru, co jest korzystne z punktu widzenia dalszych rozważań.

3. Przyjęta koncepcja wyznaczania podstawowych charakterystyk aerodynamicznych zadanego pocisku na podstawie wyników pomiaru przyspieszeń w locie programowym

Rozważania zostaną prowadzone oddzielnie dla programowanego lotu podłużnego oraz programowanego lotu boczego pocisku. Stąd model matematyczny ruchu rozważanego pocisku w atmosferze ziemskiej można zapisać w postaci dwóch modeli matematycznych, a mianowicie [1,2]:

1. Modelu matematycznego programowanego ruchu podłużnego pocisku w postaci:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_x}{dt} &= \frac{P_x}{m} - \frac{(C_{x0} + C_x^{\alpha^2} \alpha^2) q_d S}{m} + g \sin \vartheta \\ \frac{dV_y}{dt} &= \frac{P_y}{m} + \frac{C_y^{\alpha} \alpha q_d S}{m} - g \cos \vartheta \\ \frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{m_z^{\alpha} \alpha q_d S b_A}{I_z} + \frac{m_z^{\delta w} \delta_w q_d S l_s}{I_z} - \frac{m_z^{\omega z} \omega_z q_d S L_p}{I_z} \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_z = \left(\frac{d\vartheta}{dt} \right)_{pr} \\ \frac{dx_g}{dt} &= V_x \cos \vartheta - V_y \sin \vartheta \\ \frac{dy_g}{dt} &= V_x \sin \vartheta + V_y \cos \vartheta \\ \vartheta(t) &= \vartheta_{pr}(t) \end{aligned} \right\} (25)$$

gdzie:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \vartheta(t) &= \vartheta(t) - \vartheta_{pr}(t); & V &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \\ \alpha &= \arctg \frac{V_y}{V}; & q_d &= \frac{\rho(h) V^2}{2} S \end{aligned} \right\} (26)$$

2. Modelu matematycznego programowanego ruchu bocznego pocisku w postaci:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_z}{dt} &= \frac{P_z}{m} - \frac{C_z^\beta \beta q_d S}{m} \\ \frac{d\omega_y}{dt} &= \frac{m_y^\beta \beta q_d b_A}{I_y} + \frac{m_y^{\delta_s} \delta_s q_d S l_s}{I_y} - \frac{m_y^{\omega_y} \omega_y q_d L_p}{I_y} \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_y \\ \frac{dz_s}{dt} &= -V_x \sin \psi + V_y \cos \psi \end{aligned} \right\} (27)$$

gdzie:

$$\Delta \psi(t) = \psi(t) - \vartheta_{pr}(t); \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_z^2}; \quad \beta = \arcsin \frac{V_z}{V} \quad (28)$$

Dla znanych składowych przyspieszeń liniowych i kątowych, np. wyznaczonych wg. metodyki przedstawionej w punkcie 2 niniejszego opracowania, podstawowe charakterystyki aerodynamiczne rozpatrywanego pocisku na pasywnej części toru w oparciu o równania (25) ÷ (28) można określać na podstawie zależności:

$$\left. \begin{aligned} C_{x0} &= \frac{\frac{dV_x}{dt} - g \sin \vartheta}{q_d S} \quad \alpha = 0; & C_x^{\alpha^2} &= \frac{\frac{dV_x}{dt} - g \sin \vartheta}{(\alpha)^2 q_d S} m \quad \alpha \neq 0 \\ C_y^\alpha &= \frac{-\frac{dV_y}{dt} + g \cos \vartheta}{\alpha q_d S} m \quad (\alpha \neq 0); & C_z^\beta &= \frac{\frac{dV_z}{dt}}{\beta q_d S} m \quad (\beta \neq 0) \\ m_z^\alpha - m_z^{\omega_z} &= \left(\frac{\frac{d\omega_z}{dt}}{\alpha q_d S b_A} - \frac{\frac{d\omega_z}{dt}}{\omega_z q_d S L_p} \right) I_z & & \left(\begin{array}{l} \alpha \neq 0 \\ \omega_z \neq 0 \end{array} \right) \\ m_y^\beta - m_y^{\omega_y} &= \left(\frac{\frac{d\omega_y}{dt}}{\beta q_d S b_A} - \frac{\frac{d\omega_y}{dt}}{\omega_y q_d S L_p} \right) I_y & & \left(\begin{array}{l} \beta \neq 0 \\ \omega_y \neq 0 \end{array} \right) \end{aligned} \right\} (29)$$

Dla ruchu podłużnego i bocznego wymienionych w punkcie 2 (rys.1) można przyjąć:

a) Dla prostoliniowego ruchu podłużnego:

$$\vartheta(t) = \vartheta_{pr}(t) = \text{const}; \quad \text{wtedy} \quad \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z = 0$$

b) Dla prostoliniowego ruchu bocznego:

$$\psi(t) = \psi_{pr}(t) = \text{const}; \quad \text{oraz} \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_y = 0$$

W przypadku, gdy znane są wartości przyspieszenia kąowego ruchu przechylenia ω_x (np. wyznaczone w prostoliniowym ruchu podłużnym lub bocznym) można wyznaczyć współczynnik tłumiącego aerodynamicznego momentu przechylającego $m_x^{\omega_x}$ wg. zależności:

$$m_x^{\omega_x} = \frac{d\omega_x}{\omega_x q_d S l_u} J_x \quad (30)$$

Wyrażenie (30) stosuje się w przypadku lotu programowanego bez ślizgu ($\alpha = \beta = 0$).

Zależności (27 + 30) zostaną wykorzystane podczas opracowania algorytmu z programu sterowanego lotu pocisku uwzględniającego określanie podstawowych charakterystyk aerodynamicznych danego pocisku.

Na wykresach rys.2 + 9 przedstawiono wyniki symulacji wg zaproponowanej metody; wykresy z rozszerzeniem a, zrealizowano dla modelu z czujnikami standardowymi, z rozszerzeniem b - dla czujników o podwyższonej o rząd dokładności. Na wykresach oznaczono: 1 - tor rzeczywisty, 2 - tor określony z wykorzystaniem zestawu czujników a, 3 tor określony z wykorzystaniem zestawu czujników b.

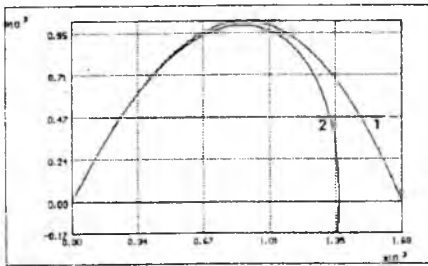
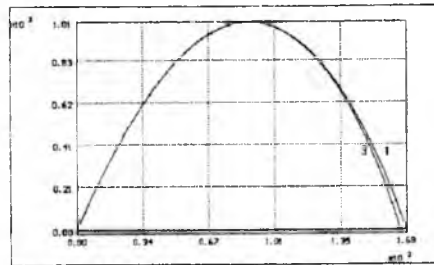
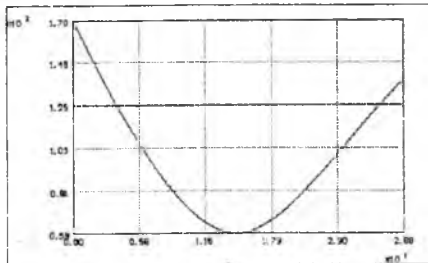
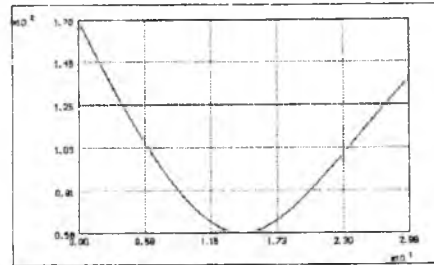
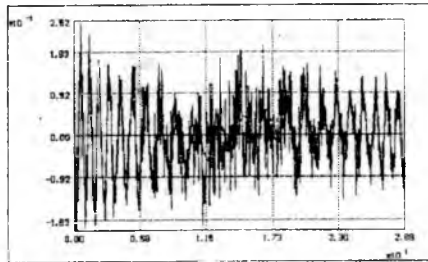
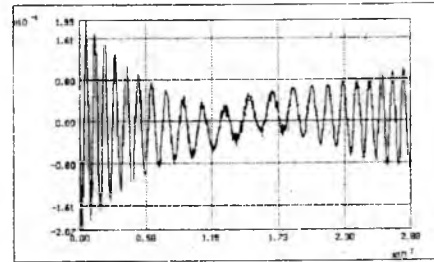
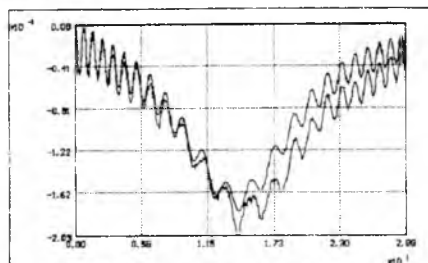
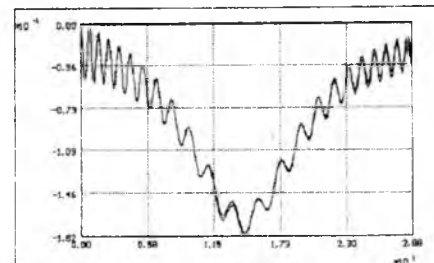
Badania symulacyjne wykazały istotny wpływ dokładności czujników pomiarowych na błąd określenia charakterystyk aerodynamicznych rozważanego pocisku.

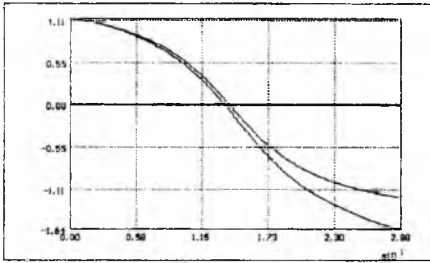
Przedstawione badania stanowią część prowadzonej aktualnie pracy. Kontynuację pracy będą stanowiły m.in. badania, wynikiem których powinno być:

- określenie liczby, dokładności pomiaru oraz sposobu rozmieszczenia czujników pomiarowych na pokładzie pocisku,
- częściowa weryfikacja zaproponowanej metody określenia charakterystyk aerodynamicznych pocisków na podstawie wyników badań doświadczalnych.

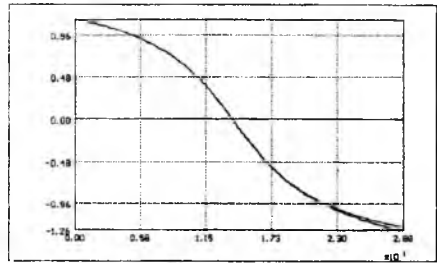
LITERATURA

- [1]. GACEK J., MACHOWSKI B. „Podstawy teoretyczne i procedury programowanego lotu pocisku z prowadzeniem pomiarów i określaniem charakterystyk aerodynamicznych”, Sprawozdanie z pracy n-b. WAT. Warszawa 1995 (niepublikowane).
- [2]. GACEK J. „Symulacyjna metoda identyfikacji parametrów lotu rakiety”, Biuletyn WAT nr 6 (454), Warszawa 1990.

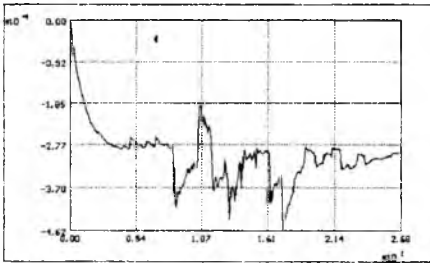
Rys. 2a. Wykres toru lotu pocisku $h=f(t)$.Rys. 2b. Wykres toru lotu pocisku $h=f(t)$.Rys. 3a. Wykres prędkości $V=f(t)$.Rys. 3b. Wykres prędkości $V=f(t)$.Rys. 4a. Wykres kąta natarcia $\alpha[\text{rad}]=f(t)$.Rys. 4b. Wykres kąta natarcia $\alpha[\text{rad}]=f(t)$.Rys. 5a. Wykres $\omega_2[\text{rad/s}]=f(t)$.Rys. 5b. Wykres $\omega_2[\text{rad/s}]=f(t)$.



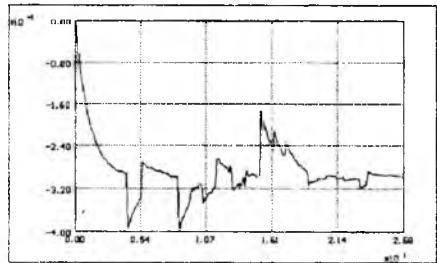
Rys. 6a. Wykres ϑ [rad]=f(t).



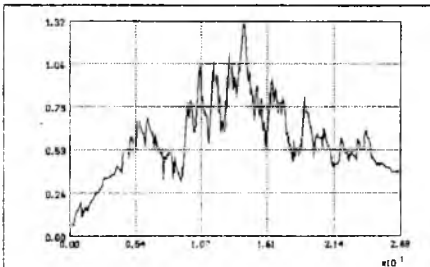
Rys. 6b. Wykres ϑ [rad]=f(t).



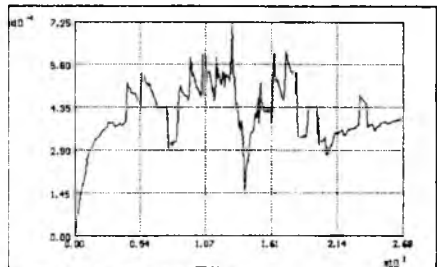
Rys. 7a. Wykres $m_z^\alpha=f(t)$.



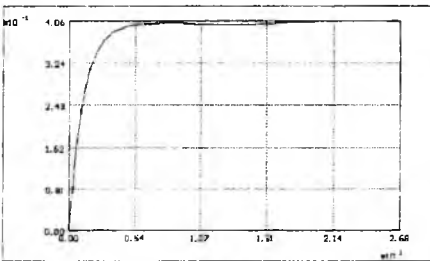
Rys. 7b. Wykres $m_z^\alpha=f(t)$.



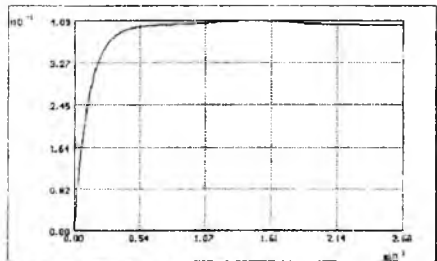
Rys. 8a. Wykres $c_\gamma^\alpha=f(t)$.



Rys. 8b. Wykres $c_\gamma^\alpha=f(t)$.



Rys. 9a. Wykres $c_{x0}=f(t)$.



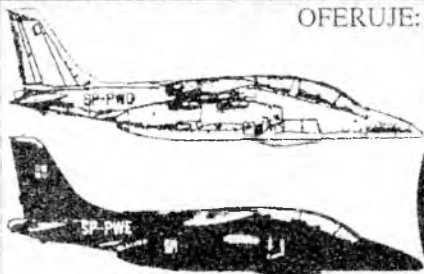
Rys. 9b. Wykres $c_{x0}=f(t)$.

KOMBINAT PZL-HYDRAL S.A.
PL 51-317 WROCLAW
ul. BIERUTOWSKA 57-59

PZL-HYDRAL S.A.



OFERUJE:



UKŁADY PALIWOWO-REGULACYJNE LOTNICZYCH SILNIKÓW

- TURBOŚMIGŁOWYCH
- TURBOODRZUTOWYCH
- TŁOKOWYCH

UKŁADY HYDRAULICZNE STEROWANIA LOTEM I MECHANIZACJI PŁATOWCA DO

- I-22 IRYDA
- TS-11 ISKRA
- AN-28
- AN-2
- W-3 W-3A SOKÓŁ
- MI-2

UKŁADY ELEKTRONICZNE STEROWANIA

PARAMETRAMI PRACY SYSTEMÓW HYDRAULICZNYCH



NAPĘDY HYDRAULICZNE STEROWANIA DZIAŁ PRZECIWLOTNICZYCH ARMAT CZOŁGOWYCH I ANTEN RADAROWYCH DO OBIEKTÓW

- Wróbel
- Turkus
- Jaguar
- Nida Bożena



FAX 071 252565 TLX 071 2216

TEL. 071 251834

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VII" 1996

SYMULACJA KOMPUTEROWA PROCESU NAPROWADZANIA RAKIETY PRZECIWLOTNICZEJ Z UWZGLĘDNIENIEM ZAKŁÓCENÍ

dr hab. inż. Józef GACEK,
dr inż. Bogdan MACHOWSKI,
mgr inż. Konrad SIENICKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

Streszczenie

W pracy przedstawiono metodykę badań teoretycznych procesu naprowadzania rakiety przeciwlotniczej (plot) na cele manewrujące. Rozważania teoretyczne uzupełniono wynikami analizy procesu naprowadzania rakiety hipotetycznej dalekiego zasięgu uzyskanymi metodą symulacji komputerowej.

Wstęp

Przedmiotem rozważań są wybrane aspekty analizy układu naprowadzania obiektów latających na cel ruchomy. Za podstawę przyjęto układ naprowadzania zdalnego rakiety klasy „ziemia-powietrze”. Układ ten potraktowano jako dynamiczny, w którym sygnały wejściowe generuje manewrujący cel, a sygnały wyjściowe opisują sterowany ruch rakiety [2,3].

Założono, że cel jest punktem materialnym o zadanej hipotezie przestrzennego ruchu [2,3], a rakieta, naprowadzana zdalnie metodą trzech punktów lub metodą połowicznego prostowania toru, wykonuje lot przestrzenny w rzeczywistej atmosferze.

Szczegółowemu badaniu poddano proces naprowadzania pod kątem analizy tzw. „sterowania docelowego”. Pod pojęciem *sterowania docelowego* rozumie się takie sterowanie, które dla zbioru z_0 w ograniczonym czasie

$$t_{gr.d} \leq t \leq t_{gr.g}$$

doprowadza do osiągnięcia zbioru docelowego z_{doc} .

Oznaczenia wielkości oraz układy odniesienia przyjęto według [5].

2. Analiza procesu naprowadzania rakiety przeciwpancernej metodą symulacji numerycznej

Badania dynamicznych właściwości procesu naprowadzania rakiety na cel manewrujący przeprowadzono zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku [1]. Badania prowadzone były w oparciu o algorytm opracowany na podstawie pracy [3].

Analizę procesu naprowadzania hipotetycznej rakiety przeciwlotniczej dalekiego zasięgu przeprowadzono dla zmieniających się warunków początkowych ruchu oraz ośrodka ruchu.

Dane te zawierały się w następującym zbiorze z_0 :

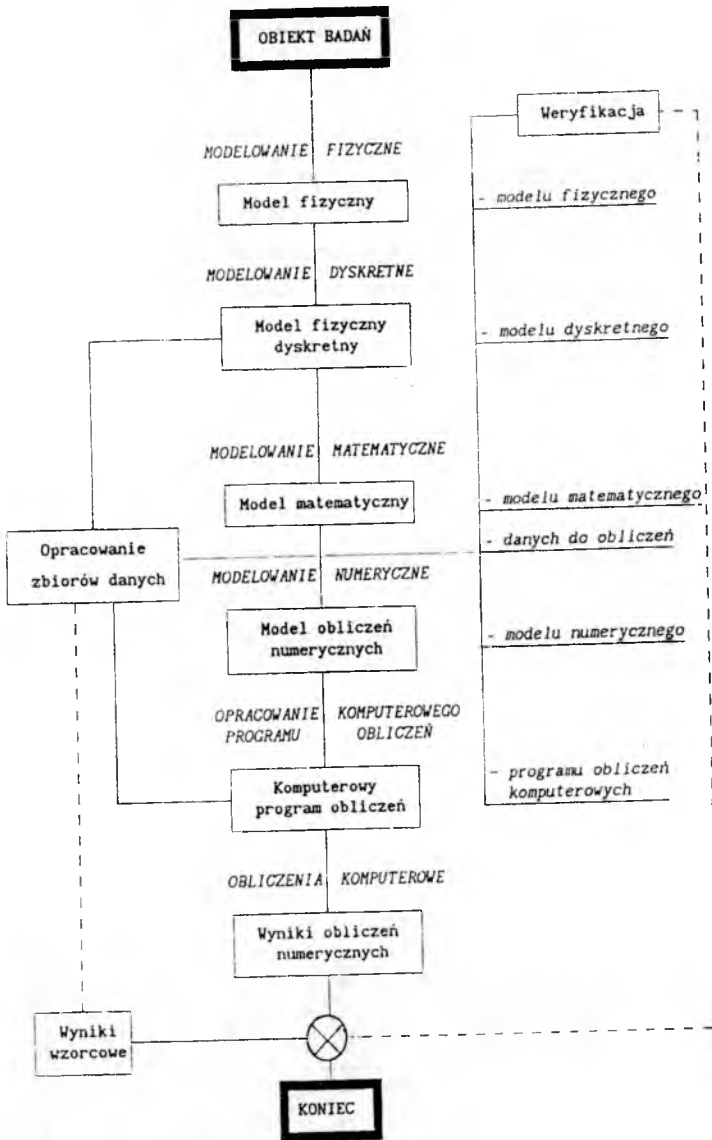
Rakieta: hipotetyczna rakietą plot dalekiego zasięgu;

Cel: samolot odrzutowy o następujących parametrach:

$$\begin{aligned} x_{gc0} &= 36000 \text{ [m]}, \\ y_{gc0} &= 9000 \text{ [m]}, \\ z_{gc0} &= 3000 \text{ [m]}, \\ v_{gc0} &= 300 \text{ [m]}, \\ \gamma_{c0} &= 180 \text{ [stop.]}, \\ \chi_{c0} &= 0 \text{ [stop.]} \end{aligned}$$

Podstawowe parametry ośrodka ruchu:

$$\begin{aligned} T_0 &= -40, 15, 40 \text{ [}^\circ\text{C]}, \\ \rho_0 &= 1,225 \text{ [kg/m}^3\text{]}, \\ g_0 &= 9,81 \text{ [m/s}^2\text{]}. \end{aligned}$$



Rys. 1. Schemat blokowy badania dynamicznych właściwości rakiety przeciwlotniczej metodą symulacji numerycznej

Schemat wprowadzania danych początkowych pokazano na rys. 2.

Możliwość opracowanego algorytmu polegająca na symulowaniu oraz analizie właściwości dynamicznych sterowanej rakiety plot przy uwzględnieniu rzeczywistych warunków ruchu zilustrowano na przykładzie analizy ruchu przy przyjęciu zmiennej temperatury powietrza (z zakresu możliwych do wystąpienia w praktyce), tzn. $T_0 = (-40), 15$ i $40[^\circ\text{C}]$.

Przykładowe wyniki otrzymane według zaproponowanej w [1] metodyki obliczeń zestawiono na rysunkach 3 ÷ 8. Poszczególne rysunki zawierają:

- Rys.3. Wykres zmiany uchybu liniowego rakiety w płaszczyźnie pionowej dla zmiennej temperatury początkowej (temperatury ładunku napędowego) $\Delta z_{gr}(t, T_0)$.
- Rys. 4. Wykres zmiany uchybu liniowego rakiety w płaszczyźnie poziomej dla zmiennej temperatury początkowej (temperatury ładunku napędowego) $\Delta y_{gr}(t, T_0)$.
- Rys. 5. Wykres zmiany kąta natarcia rakiety $\alpha(t, T_0)$.
- Rys. 6. Wykres zmiany kąta ślizgu rakiety $\beta(t, T_0)$.
- Rys. 7. Wykres zmiany przeciążeń normalnych $n_z(t, T_0)$.
- Rys. 8. Wykres zmiany przeciążeń poprzecznych $n_v(t, T_0)$.

Na rysunkach 3 ÷ 8 krzywe oznaczone poszczególnymi cyframi otrzymano dla parametrów lotu celu pokazanych na rysunku 2, a ponadto:

$$1 \rightarrow T_0 = (-40)[^\circ\text{C}],$$

$$2 \rightarrow T_0 = 15[^\circ\text{C}],$$

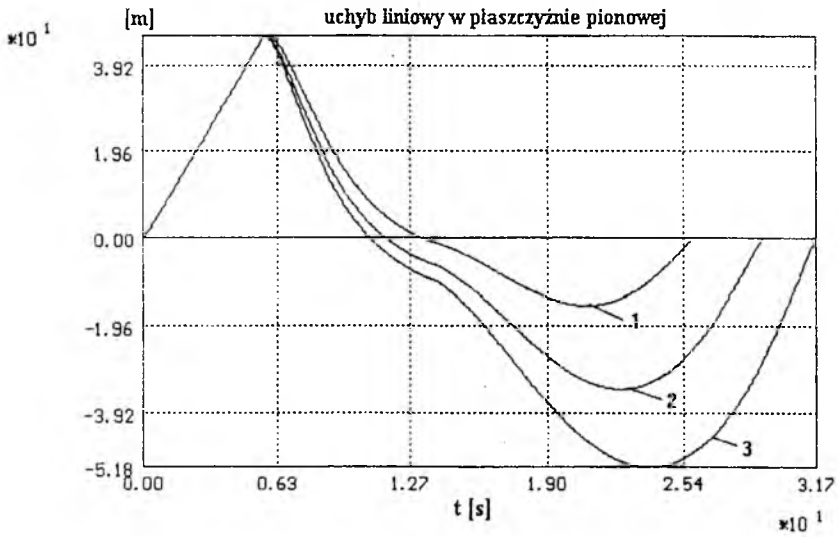
$$3 \rightarrow T_0 = 45[^\circ\text{C}].$$

Parametry początkowe procesu naprowadzania rakiety

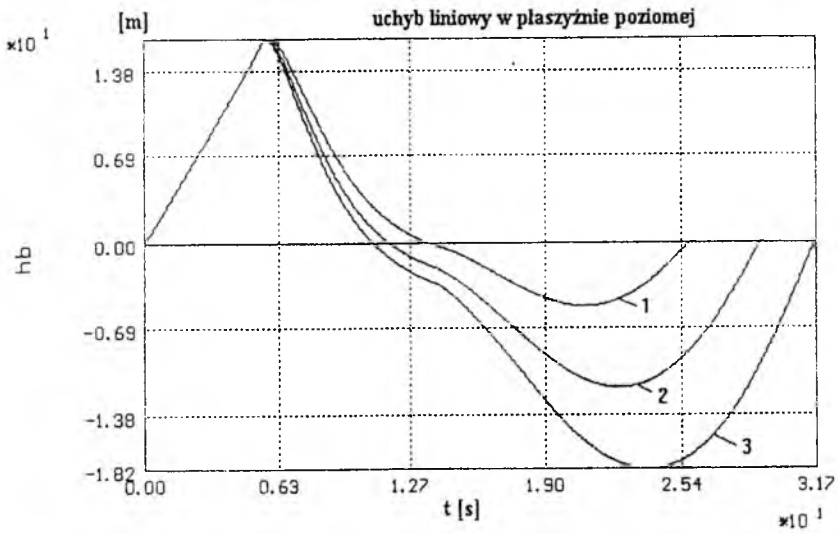
| Metoda naprowadzania | Parametry celu |
|---------------------------------------|-----------------------------|
| <input checked="" type="radio"/> - TP | $x_{g_c} = 36000$ [m] |
| <input type="radio"/> - PV | $h_{g_c} = 9000$ [m] |
| | $y_{g_c} = 3000$ [m] |
| | $v_{c_c} = 300$ [m/s] |
| | $\gamma_{c_c} = 180$ [deg] |
| | $\chi_{c_c} = 0$ [deg] |

Zakończ Anuluj

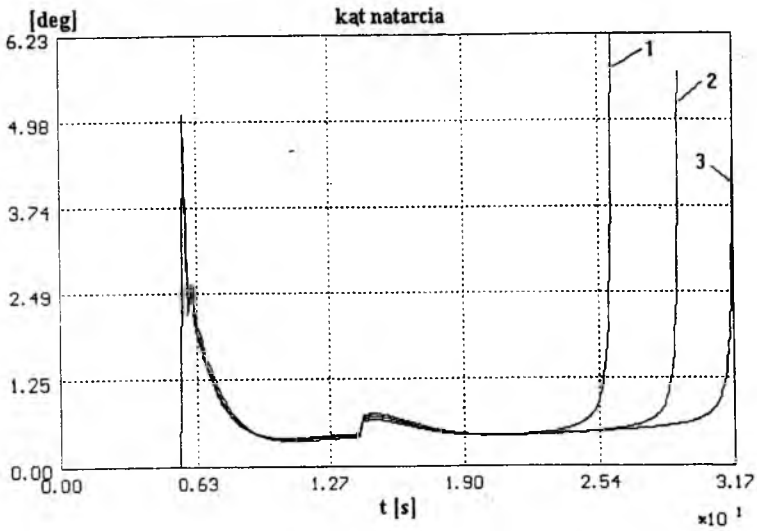
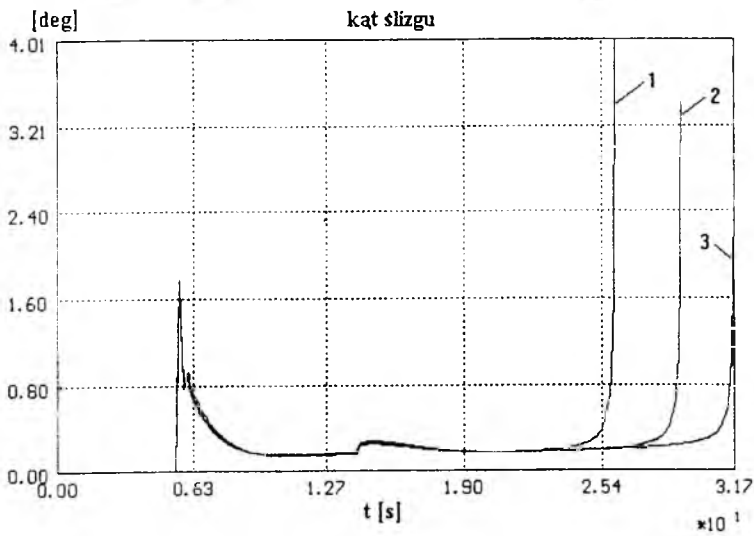
Rys. 2. Schemat wprowadzania danych początkowych

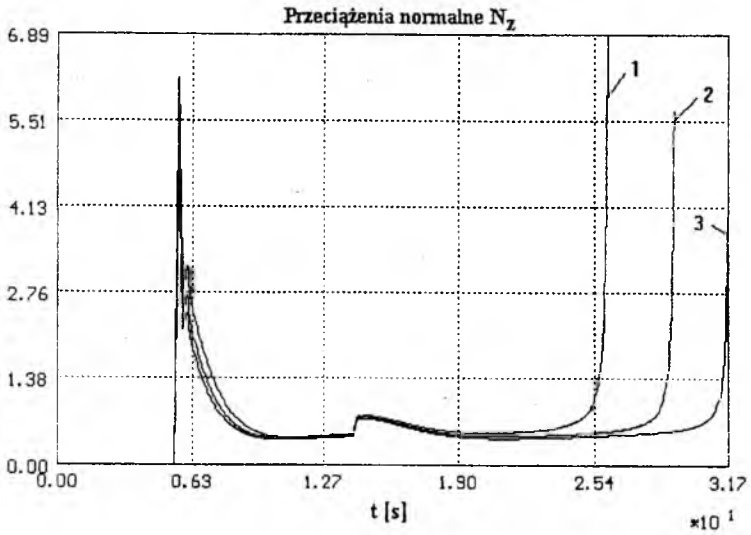


Rys. 3. Wykres funkcji $\Delta z_{gr}(t, T_0)$

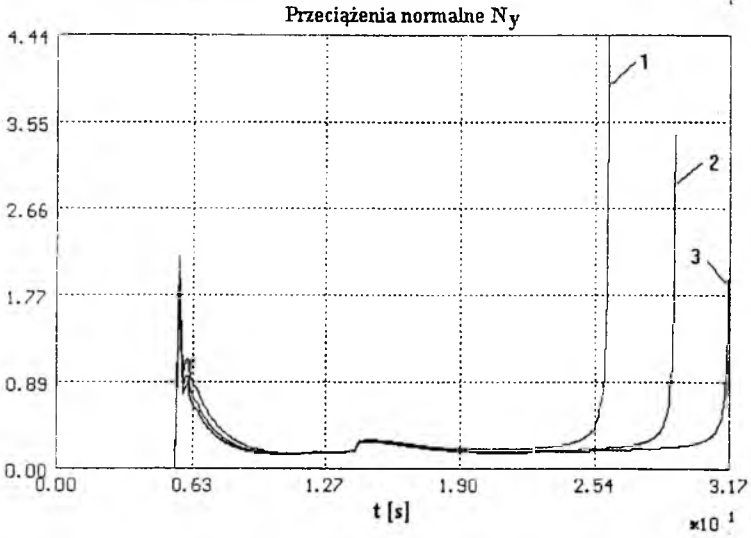


Rys. 4. Wykres funkcji $\Delta y_{gr}(t, T_0)$

Rys. 5. Wykres funkcji $\alpha(t, T_0)$ Rys. 6. Wykres funkcji $\beta(t, T_0)$



Rys. 7. Wykres funkcji $n_z(t, T_0)$



Rys. 8. Wykres funkcji $n_y(t, T_0)$

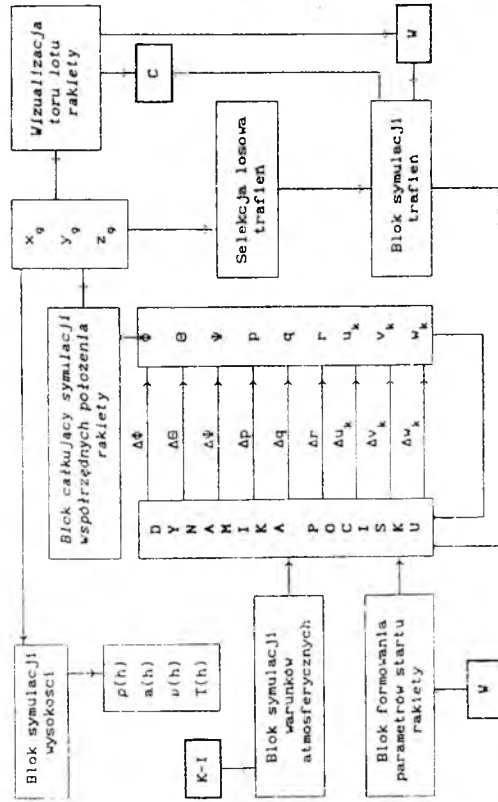
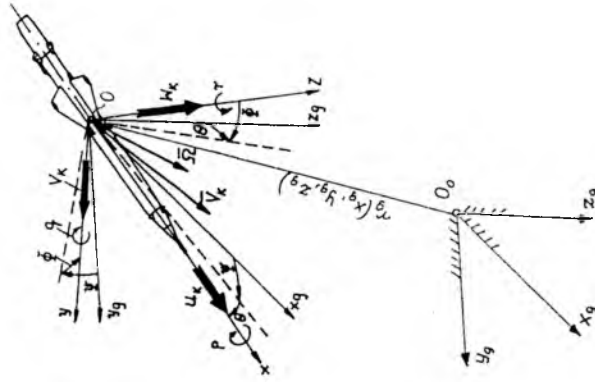
Wyniki przedstawione na rysunkach 3 ÷ 8 wykazują istotny wpływ temperatury początkowej (temperatury ładunku napędowego rakiety) T_0 na zmianę właściwości dynamicznych rakiety na torze lotu. Szczególnie uwiadczenia się to w przypadku uchybu pionowego i poziomego rakiety decydujących o powodzeniu naprowadzania w przypadku celu manewrującego.

3. Podsumowanie i wnioski końcowe

Przeprowadzona analiza właściwości dynamicznych rakiety przeciwlotniczej w systemie naprowadzania na cel manewrujący umożliwiła uzyskanie interesujących wyników dotyczących zarówno dynamiki rakiety w ruchu postępowym i obrotowym (dokoła środka masy), jak również sposobu zmian parametrów określających wzajemne położenie rakiety i celu. Z tych względów opracowana metoda symulacji komputerowej może znaleźć zastosowanie m. in. w procesach konstrukcyjnych i modernizacyjnych rakiet, podczas wyznaczania stref rażenia i startu istniejących oraz nowooprojektowanych rakiet przeciwlotniczych, itp.

W szczególności zaproponowana metoda badań może stanowić podstawowy element algorytmów nowoczesnych symulatorów do szkolenia obsługi rakietowych systemów przeciwlotniczych. Uproszczony schemat zaproponowanego symulatora tego rodzaju przedstawiono na rysunku 9.

Przedstawiona metodyka badań teoretycznych została częściowo zweryfikowana na podstawie dostępnych Autorom opracowaniom, wyników badań doświadczalnych w locie na obiektach (rakietach) rzeczywistych.



K-I - kontroler-instruktor;
 V - wyrzutnia;
 C - cel powietrzny.

Rys. 9. Uproszczony schemat symulatora naprowadzania rakiety przeciwołtniczej na cel ruchomy

Literatura

1. GACEK J. „*Modelowanie i badanie dynamicznych właściwości obiektów balistycznych*”, Rozprawa habilitacyjna, Wydaw. WAT, Warszawa 1992;
2. GACEK J., MACHOWSKI B., SIENICKI K. *Analiza samonaprowadzania rakiety przeciwlotniczej metodą symulacji komputerowej*”, Materiały IV Konferencji Naukowej „Sterowanie i regulacja w radiolokacji i obiektach latających”, Biuletyn WOSR nr 2(15), str. 143 ÷ 150, Jelenia Góra 1993;
3. GACEK J., MACHOWSKI B., MROZ M. „*Modelowanie procesu naprowadzania obiektu latającego na cel manewrujący*”, Materiały VI Konferencji Naukowej „Modelowanie w lotnictwie”, MTiS, Zeszyt Materiały VI Konferencji Naukowej ML, Warszawa 1994;
4. MARYNIAK J. „*Modelowanie fizyczne i matematyczne w dynamice obiektów ruchomych*”, Materiały XXVI Sympozjonu „Modelowanie w Mechanice nr 54, Gliwice-Kudowa, 1987;
5. *Polska Norma PN - 93, Mechanika samolotów i szybowców L-01010 do L-01010.10.*

DOBÓR METODY CAŁKOWANIA RÓŻNICZKOWYCH RÓWNAŃ RUCHU ZAPISANYCH Z ZASTOSOWANIEM ALGEBRY KWATERNIONÓW

dr inż. Tomasz GOETZENDORF-GRABOWSKI

*Inżynier Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Politechnika Warszawska*

Streszczenie

Praca zawiera przegląd metod numerycznych (procedur) całkowania równań numerycznych zwyczajnych. Przedstawiono wyniki testów dla równań typu „stiff”. Szczególny nacisk położono na koszt obliczeń. Pokazano zarys modelu kwaternionowego i specyficzne wymagania tego modelu z punktu widzenia obliczeń numerycznych. Przeprowadzono szereg symulacji numerycznych dla samolotu I-22, którego model matematyczny został zapisany z użyciem algebry kwaternionów. Przedstawiono koszt obliczeń mierzony liczbą wywołań procedury prawych stron (LWF) oraz błąd normowania kwaternionów. Dokonano próby selekcji metody (procedury) numerycznej z punktu widzenia powyższych kryteriów.

1. Wstęp

Równania ruchu obiektu latającego są równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Tworzą one układ 12 równań (6 dynamicznych równań ruchu i 6 związków kinematycznych). Równania te i ich wyprowadzenie jest dobrze znane i można je znaleźć w wielu pracach np. [1,2]. Układ ten może być rozszerzany o równania zespołu napędowego, równania układów sterowania itp. Prawe strony tych równań zawierają szereg współczynników, których zależność od parametrów lotu opisują funkcje bardzo różnej postaci. Z punktu widzenia metod numerycznych równania ruchu są generalnie źle uwarunkowane, co powoduje określone trudności przy ich całkowaniu. Wymagania wobec metod numerycznych, w przypadku równań ruchu, są szczególnie, gdyż współczesne

obiekty latające bywają niestateczne a wyniki całkowania nie mogą budzić wątpliwości czy uzyskana niestabilność ma charakter numeryczny czy jest własnością zamodelowanego obiektu.

Zapis „klasyczny” [1] związków kinematycznych, to znaczy przy pomocy kątów Eulera, ma kilka podstawowych wad, między innymi istnienie osobliwości uniemożliwiających obliczanie w procesie symulacji numerycznej niektórych manewrów oraz konieczność obliczania wielu funkcji trygonometrycznych, które dodatkowo pogarszają dokładność i stabilność rozwiązania. Związki kinematyczne można jednak zapisać inaczej np. z zastosowaniem algebry kwaternionów [3,4]. Zapis ten nie posiada wcześniej wymienionych wad, jednak posiada dodatkowe wymagania, które zostaną podane poniżej.

Z powyższych uwarunkowań wynika, że równania ruchu powinny być traktowane jako równania „sztywne” (stiff), choć zapewne nie zawsze takie są. Niniejsza praca zawiera badania różnych metod i konkretnych procedur całkowania numerycznego równań różniczkowych zwyczajnych pod kątem ich przydatności do równań typu „stiff” oraz do równań ruchu zapisanych z zastosowaniem algebry kwaternionów. Przedstawiono również poglądy literaturowe na temat metod całkowania tego typu równań różniczkowych oraz doświadczenia autora z prób stosowania różnych metod do całkowania równań ruchu samolotu.

2. Poglądy literaturowe

Studia literaturowe mające na celu znalezienie odpowiedzi na pytanie jaka metoda będzie najlepsza skazane są na niepowodzenie, z kilku względów. Po pierwsze ogólna odpowiedź na tak postawione pytanie nie istnieje a żadna pozycja książkowa czy nawet artykuł nie da odpowiedzi na pytania bardzo szczegółowe. Ponadto poszczególne pozycje literaturowe w dziedzinie metod numerycznych zawierają poglądy rozbieżne. Wynika to pośrednio z powstawania coraz to nowych prac w tymże zakresie i opracowywania nowych metod lub rozwoju metod istniejących. Trudności występujące przy rozstrzygnięciu tak postawionych pytań dobrze obrazuje cytat z przedmowy do książki Forsythe'a, Malcolma i Moler'a [5]: „Opracowanie dwóch dobrych procedur jest znacznie łatwiejsze niż rozstrzygnięcie, która z nich jest lepsza”.

Metody całkowania równań różniczkowych dzieli się zasadniczo na metody typu Rungego-Kutty oraz metody ekstrapolacyjno-interpolacyjne (predyktor-korektor). Oprócz tego istnieje kilka innych rodzajów metod mającymi jednak swe źródło w dwóch wcześniej wymienionych. Zasadnicze prace prowadzone obecnie są próbami udoskonalenia istniejących algorytmów, dopasowaniu ich do konkretnej klasy zagadnień lub stworzenia algorytmów, które mają zdolność dostosowywania parametrów danej metody do klasy zagadnienia z jaką mają do czynienia. Przykładem pierwszego podejścia jest zmodyfikowana metoda punktu środkowego (metoda Gragga), która wraz z ekstrapolacją Richardsona zmniejsza wady (nie dokładność) metody Eulera przy zachowaniu zalet w postaci niskiego kosztu obliczeniowego na jeden krok. Algorytm ten rozbudowany o kontrolę błędów został rozwinęty przez Bulirsch'a i Stoer'a [6, §7.2.14]. Przykładem podejścia drugiego jest algorytm Gear'a [7], polegający na wyborze metody (wstecznego różniczkowania lub Adamsa) i doboru parametrów tych metod (np. stopnia wielomianu

interpolacyjnego) w zależności od stopnia „sztywności równań”, który można zdefiniować jako stosunek największej co do modułu wartości własnej macierzy Jacobiego do najmniejszej co do modułu wartości własnej. Algorytm ten doczekał się również wielu modyfikacji i udoskonaleń [8,9].

Autorzy monografii dotyczących metod numerycznych [6,10,11], jak i pracy [12] poświęconej tylko równaniom różniczkowym zwyczajnym zgodnie twierdzą, że najlepszą (i wg. niektórych jedyną) metodą do skutecznego całkowania „sztywnych” równań różniczkowych zwyczajnych jest metoda Gear'a, zwłaszcza z algorytmem wstecznego różniczkowania. Wysoko oceniane są również metody typu predyktor-korektor ale już z wieloma zastrzeżeniami. Metody typu Rungego-Kutty traktowane są jako klasyczne i będące w cieniu dokonań ostatnich 10-15 lat ale podkreśla się ich dużą dokładność, zwłaszcza dla metod wyższego rzędu.

3. Doświadczenia z całkowaniem równań ruchu samolotu I-22 Iryda.

W trakcie budowy pierwszego polskiego symulatora lotu do samolotu I-22 Iryda pojawił się problem doboru właściwej metody całkowania równań ruchu. Ze względu na moc obliczeniową ówczesnych komputerów (lata 1987-88), na pierwszy plan wysuwał się problem kosztu (czasu) obliczeń. Podjęto więc prace [13], których niektóre wyniki oraz wnioski warto tu przytoczyć.

Prace rozpoczęto od prób zastosowania metody Eulera jako metody o najmniejszych kosztach obliczeniowych przy stałym kroku całkowania. Metoda ta okazała się za mało dokładna. Podobne wyniki uzyskano z metodą punktu środkowego i metodą Gragga. Próby stłumienia oscylacji numerycznych poprzez wygładzanie wartości funkcji nie dały pozytywnych rezultatów. W następnym etapie zastosowano metody typu predyktor-korektor Adamsa-Bashfortha oraz metodę Adamsa-Moultona. Metody te odrzucono ze względu na to, że zapewniały zbieżność przy kroku całkowania poniżej 0.02s. Bardziej stabilna okazała się inna metoda wielokrokowa - metoda Milne'a-Hamminga, która jakkolwiek znacznie lepsza od poprzedniej, również nie spełniała wymagań zbieżności przy odpowiednio dużym kroku ($h=0.04$ s) całkowania. W toku przeprowadzonych prób okazało się, że najlepsze rezultaty daje metoda Ralstona III rzędu [14]. Jest to metoda typu Rungego-Kutty, którą definiują następujące zależności:

$$\begin{aligned} y_{n+1} - y_n &= \frac{2}{9}k_1 + \frac{1}{3}k_2 + \frac{4}{3}k_3 \\ k_1 &= h_n f(x_n, y_n) \\ k_2 &= h_n f(x_n + \frac{1}{2}h_n, y_n + \frac{1}{2}k_1) \\ k_3 &= h_n f(x_n + \frac{3}{4}h_n, y_n + \frac{3}{4}k_2) \end{aligned} \quad (1)$$

Metoda ta dawała dobre rezultaty dla kroku całkowania $h=0.05$ s i w zakresie przeprowadzanych symulacji ruchu nie dawała złych (rozbieżnych wyników).

Należy zaznaczyć, że przedstawione powyżej poszukiwania zakładały, że metody całkowania muszą charakteryzować się małym kosztem obliczeń, którego wyznacznikiem była liczba wołań procedury prawych stron w jednym kroku obliczeniowym. Metody, z

założenia, te nie szacowały błędów obliczeń i nie korygowały kroku wewnątrz procedury. Wcześniej stosowana metoda Rungego-Kutty V rzędu z szacowaniem błędów metodą Mersona (procedura KUME) dawała bardzo dobre rezultaty, nie spełniając wymogów szybkości obliczeń. Wzrost mocy obliczeniowej współczesnych komputerów skłania do powtórnego przyjrzenia się tej procedurze.

4. Wyniki testów dla równań typu „stiff”

Aby ustalić skuteczność różnych metod w całkowaniu równań typu „stiff” wykonano szereg testów z prostymi równaniami, o których wiadomo, że są źle uwarunkowane. Przetestowano metody stało krokowe: Ralstona III rzędu (procedura RALSTON3) oraz zmodyfikowaną metodę punktu środkowego (metoda Gragga - procedura MMID) oraz metody zmiennie-krokowe: Rungego Kutty V rzędu (procedury KUME oraz RKQS), metodę Gragga z doбором kroku wg algorytmu Bulirscha-Stoera (BSSTEP) i dwie metody opracowane specjalnie dla zadań „sztywnych”: metodę Bulirscha-Stoera (STIFBS) oraz metodę Rosenbrocka bazującą na półjawnej metodzie punktu środkowego (STIFF). Ponadto testom poddano kilka procedur opartych na algorytmie Geara - procedurę DGEAR z biblioteki IMSL pakiet MEBD [8,15] realizujący rozszerzony algorytm wstecznego różniczkowania, pakiet EPISODE [9] będący rozwinięciem algorytmu Geara, procedurę VODE [16] będącą rozwinięciem pakietu EPISODE oraz VODEPK [17] bazującą na wcześniejszej VODE z zastosowaniem metody Kryłowa do rozwiązywania układów liniowych. Procedury MMID, RKQS, STIFF, STIFBS oraz BSSTEP są opisane w pracy [18]. Wszystkie obliczenia wykonano w pojedynczej precyzji przy użyciu kompilatora Microsoft Fortran Power Station v.1.0.

4.1 Metody stało krokowe

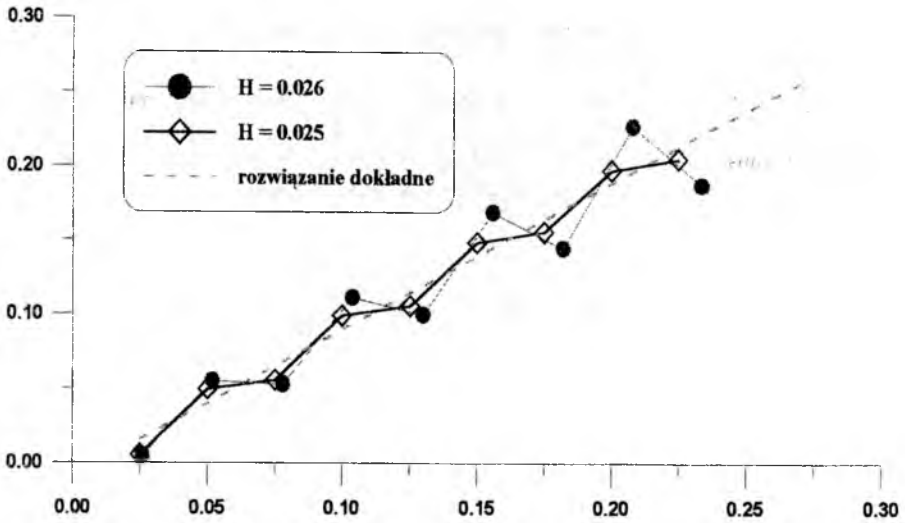
Metody stało krokowe poddano testowi polegającemu na rozwiązaniu równania:

$$\frac{dy}{dt} = 100(\sin t - y(t)) \quad (2)$$

którego rozwiązanie dokładne ma postać:

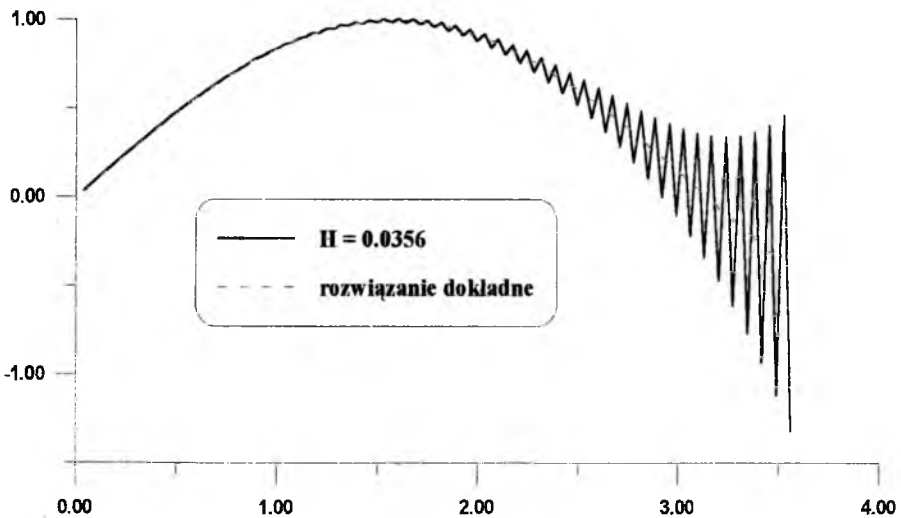
$$y(t) = (\sin t - 0.01 \cos t + 0.01e^{-100t}) / 1.0001 \quad (3)$$

Procedura RALSTON3 okazała się mniej stabilna wykazując brak stateczności dla kroku $h > 0.025$ (Rys.1).



Rys.1 Utrata stabilności rozwiązania w metodzie Ralstona

Metoda Gragga okazała się w przypadku równania (2) lepsza i wykazywała utratę stabilności przy kroku $h=0.0356$ - Rys.2.



Rys.2. Utrata stabilności rozwiązania w metodzie Gragga

Na uwagę zwraca fakt, że metoda Gragga dała lepsze rezultaty od metody Ralstona w przypadku równania testowego, odwrotnie niż podczas doświadczeń z całkowaniem równań ruchu (Rozdz.2).

4.2 Metody z kontrolą kroku całkowania

Metody zmiennie-krokowe poddano testowi polegającemu na rozwiązaniu równania (2), dla którego przyjęto zewnętrzny krok całkowania równy $h=0.1$ przy zadanej dokładności obliczeń $\text{eps}=0.001$. Poddano je również testowi na równaniu (4) z zewnętrznym krokiem całkowania $h=0.05$ przy dokładności zadanej $\text{eps}=0.001$ [12]:

$$\frac{dy}{dt} = \Lambda(y(t) - f(t)) + \frac{df}{dt} \quad (4)$$

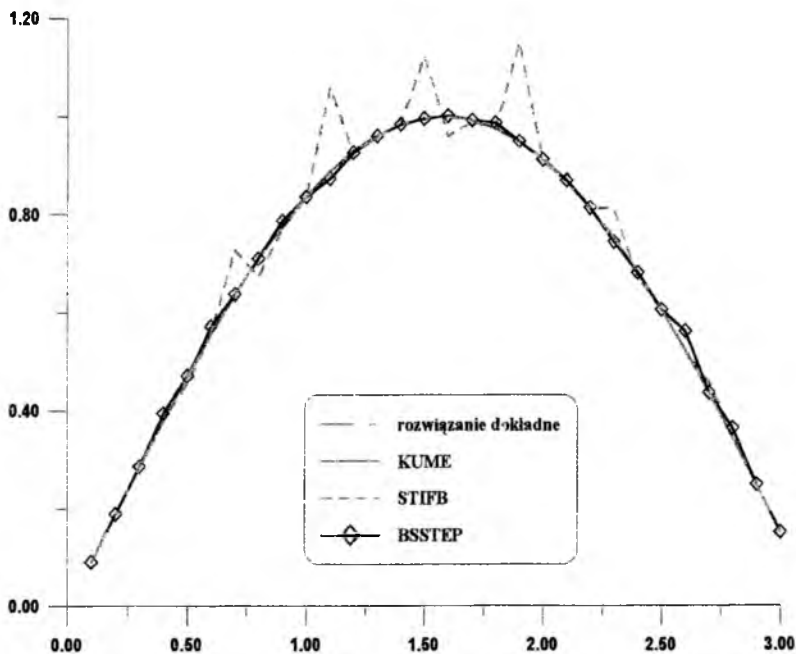
gdzie:

$$f(t) = \frac{3}{1 + 2e^{-t/10}} \quad (5)$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{f(t)}{10} \left(1 - \frac{f(t)}{3}\right) \quad (6)$$

którego rozwiązanie dokładne ma postać:

$$y(t) = e^{-\Lambda t} + f(t) \quad (7)$$



Rys.3 Niestabilności rozwiązania równania (4) dla $\Lambda=500$

Współczynnik Λ pełni tu rolę „stopnia sztywności” równania. Czym większe Λ tym równanie jest gorzej uwarunkowane. Przy obliczeniach szczególną uwagę zwrócono na koszt obliczeń mierzony liczbą wywołań procedury prawych stron (LWF).

O ile wszystkie równania dobrze radzą sobie z przypadkiem dla $\Lambda=1$ to już przy $\Lambda=500$ procedury BSSTEP oraz STIFBS wykazują się znaczną niedokładnością o trudnej do zdefiniowania postaci Rys.3. Procedury RKQS oraz STIFF podobnie jak pokazana na Rys.3 KUME zachowywały się poprawnie. Przy obliczeniach dla $\Lambda=1000$ procedury BSSTEP oraz STIFBS okazały się całkowicie rozbieżne, natomiast obie procedury bazujące na metodzie Rungego-Kutty oraz procedura STIFF okazały się wystarczająco dokładne, przy czym procedura STIFF wykazała się najmniejszym wzrostem kosztu obliczeń wraz ze wzrostem Λ . Wszystkie procedury bazujące na algorytmie Gears (DGEAR, MEBD, EPISODE, VODE, VODEPK) dały wyniki poprawne, jednak jedynie DGEAR miał koszt obliczeniowy zgodny z oczekiwaniami. Koszt obliczeń pozostałymi procedurami bazującymi na algorytmie Gears był bardzo wysoki i praktycznie dyskwalifikował te procedury.

Koszt obliczeń mierzony liczbą wywołań procedury prawych stron (LWF) dla każdej z procedur został podany w Tabeli 1. Kolejne kolumny pokazują wyniki otrzymane przy rozwiązywaniu równania (4) dla trzech różnych wartości Λ oraz równania (2). Dla algorytmu Gears została uwzględniona jedynie procedura DGEAR w dwóch wariantach - dla metody Adamsa oraz dla metody wstecznego różniczkowania (BDF).

Tabela 1

| metoda | LWF | $\Lambda=1$ | $\Lambda=500$ | $\Lambda=1000$ | 100(sin x -y) |
|-------------|---------|-------------|---------------|----------------|-----------------|
| KUME | min | 5 | 45 | 90 | 15 |
| | max | 5 | 95 | 140 | 40 |
| | średnia | 5 | 53.2 | 98.45 | 27 |
| RKQS | min | 6 | 46 | 98 | 17 |
| | max | 6 | 75 | 122 | 184 |
| | średnia | 6 | 62.64 | 104.67 | 26.09 |
| STIFF | min | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | max | 3 | 103 | 115 | 1607 |
| | średnia | 3 | 21.02 | 39.21 | 27.07 |
| STIFBS | min | 9 | 19 | xx | 9 |
| | max | 9 | 197 | xxx | 182 |
| | średnia | 9 | 132.8 | xxx | 55.81 |
| BSSTEP | min | 7 | 59 | xx | 7 |
| | max | 7 | 129 | xxx | 153 |
| | średnia | 7 | 81.28 | xxx | 41.82 |
| DGEAR-BDF | min | 1 | 2 | 2 | 2 |
| | max | 8 | 52 | 55 | 19 |
| | średnia | 1.11 | 4.3 | 4.47 | 5.45 |
| DGEAR-ADAMS | min | 1 | 29 | 56 | 2 |
| | max | 6 | 74 | 123 | 18 |
| | średnia | 1.05 | 47.82 | 95.06 | 10.1 |

Otrzymane wyniki pokazały, że metoda Adamsa z algorytmem Geara ma podobny koszt jak obydwie procedury bazujące na metodzie Rungego-Kutty, natomiast metoda wstecznego różniczkowania ma koszt zdecydowanie najmniejszy z wszystkich badanych - w większości wypadków o rząd mniejszy.

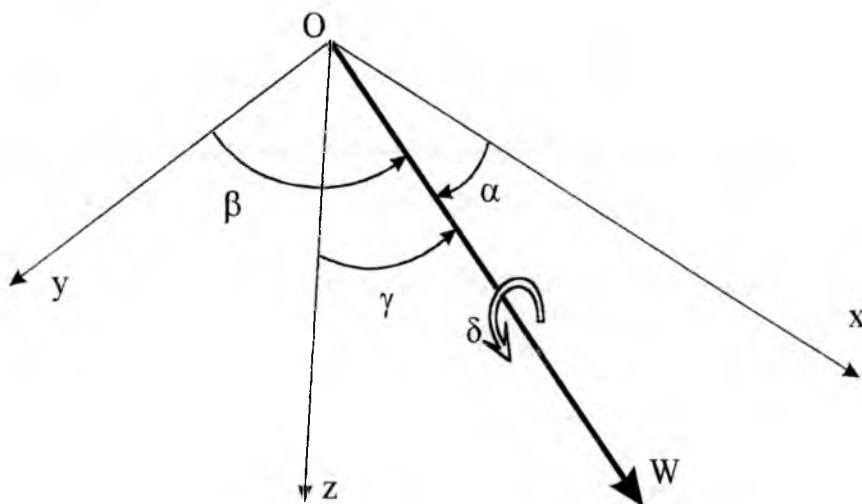
Warto w tym miejscu przytoczyć również wyniki całkowania równania (12) przedstawione w pracy [6] procedurą DIFSUB (algorytm Geara), metodą Adamsa (algorytm Shampine'a i Gordona) - procedura DESTEP, metodą ekstrapolacyjną - procedura GBS (wg Bulirscha i Stoera) oraz metodą Rungego-Kutty - Fehlberga (RKF45). Wyniki uzyskane przez autorów pracy [6] wykazują, że jedyny sprawny algorytm to metoda wstecznego różniczkowania w procedurze DIFSUB. Pozostałe metody w tym metoda Adamsa w procedurze DIFSUB dla $\Lambda=1000$ nie pozwalały zakończyć obliczeń w przedziale $t=(0,5)$. Jak widać zatem różnice między uzyskanymi rezultatami a danymi literaturowymi są znaczne.

5. Całkowanie równań ruchu

Wyniki obliczeń dla równań testowych pozwoliły na wstępną eliminację kilku procedur, dla pozostałych wyniki, zwłaszcza koszty obliczeń, były dość zaskakujące. Konieczna była zatem weryfikacja na modelu dla którego metody te miały być zastosowane. Rozdział niniejszy zawiera krótką charakterystykę modelu „kwaternionowego” oraz wyniki obliczeń testowych.

5.1. Podstawy zapisu modelu „kwaternionowego”

Do opisu położenia samolotu w zapisie przy pomocy kątów Eulera służą trzy wielkości: Φ - kąt przechylenia, Θ - kąt pochylenia oraz Ψ - kąt odchylenia. Przy zastosowaniu algebry kwaternionów wykorzystujemy cztery wielkości: cosinusy kierunkowe osi samolotu oraz obrót względem tej osi - Rys.4.



Rys.4 Położenie osi obrotu W w nieruchomym układzie współrzędnych.

Kwaterniony (parametry Eulera) definiujemy następująco:

$$\begin{aligned}
 e_0 &= \cos \frac{\delta}{2}; & e_1 &= \cos \alpha \sin \frac{\delta}{2}; \\
 e_2 &= \cos \beta \sin \frac{\delta}{2}; & e_3 &= \cos \gamma \sin \frac{\delta}{2};
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Parametry te muszą spełniać dodatkowe równanie wiążące:

$$e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 1
 \tag{9}$$

Związki kinematyczne pomiędzy prędkościami i quasi prędkościami są następujące:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}
 \tag{10}$$

gdzie:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} e_0^2 + e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 & 2(e_1e_2 - e_0e_3) & 2(e_0e_2 + e_1e_3) \\ 2(e_0e_3 + e_1e_2) & e_0^2 - e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 & 2(e_2e_3 - e_0e_1) \\ 2(e_1e_3 - e_0e_2) & 2(e_0e_1 + e_2e_3) & e_0^2 - e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Związki kinematyczne dla parametrów Eulera są następujące:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & P & Q & R \\ -P & 0 & -R & Q \\ -Q & R & 0 & -P \\ -R & -Q & P & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Podstawowym problemem obliczeniowym w modelu kwaternionowym jest spełnienie równania wiążącego (8). W tym celu wprowadza się tzw. poprawianie kwaternionów, którego algorytm ma postać:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & P & Q & R \\ -P & 0 & -R & Q \\ -Q & R & 0 & -P \\ -R & -Q & P & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} - k \cdot E \cdot \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

gdzie:

k - stały współczynnik,

E - wskaźnik naruszenia równania wiążącego:

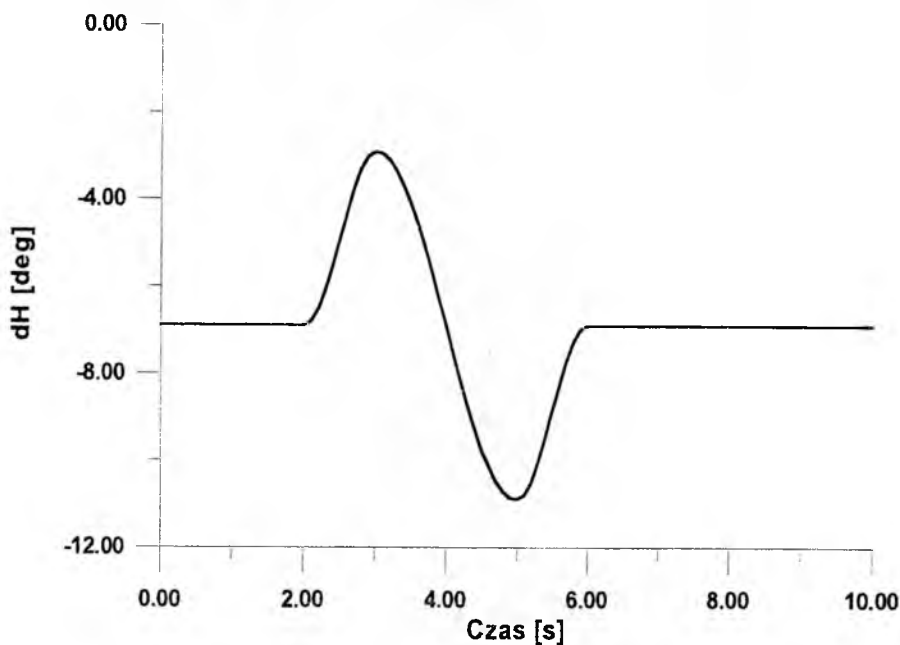
$$E = e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 - 1 \quad (14)$$

Wskaźnik E , nazywany również błędem normowania kwaternionów jest zatem istotną wielkością określającą jakość całkowania numerycznego równań ruchu. Został on przyjęty jako podstawowa miara dokładności obliczeń.

5.2 Wyniki obliczeń

Obliczeniom został poddany model dynamiki samolotu I-22 Iryda zapisany z zastosowaniem algebry kwaternionów. Wykonano obliczenia dla szeregu warunków początkowych z różnymi funkcjami sterowania. Do prezentacji przyjęto cztery przypadki:

1 - lot po prostej ($V_0=500\text{km/h}$, $H=1000\text{m}$), pierwsze 2 sekundy lot odbywał się w warunkach równowagi po czym następowało wychylenie steru kierunku zgodnie z funkcją pokazaną na Rys.5.



Rys.5 Funkcja wychylenia steru wysokości

2 - lot w zakręcie prawidłowym ze współczynnikiem obciążenia $N_z=2$, pozostałe elementy jak w przypadku 1,

3 - warunki początkowe takie jak w punkcie 2., przy czym zamiast steru wysokości, wychylone zostały lotki; charakter sterowania był taki sam jak dla steru wysokości.

4 - lot w zakręcie (jak w p.2) - wychylone zostają jednocześnie trzy powierzchnie sterowe (ster wysokości, kierunku i lotki); funkcja sterowania miała postać taką jak na Rys.5.

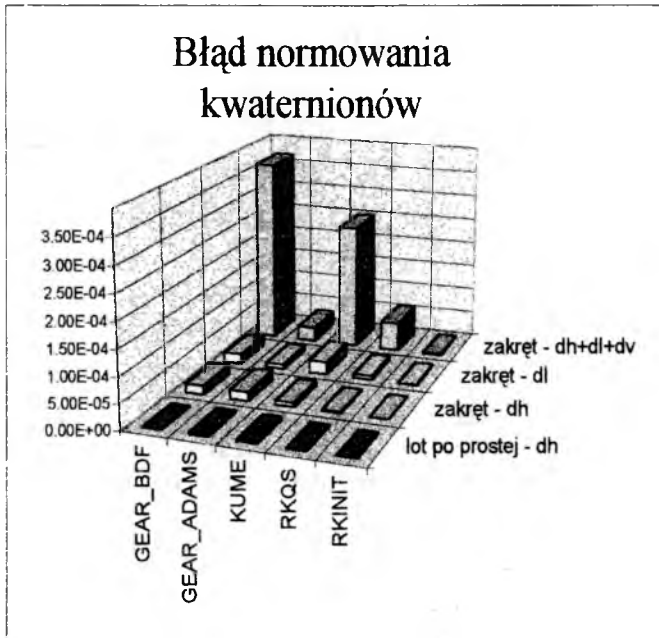
Wszystkie obliczenia wykonano w pojedynczej precyzji, przy zewnętrznym kroku całkowania $h=0.1\text{s}$.

Rezultaty obliczeń były zupełnie nieoczekiwane. Metody, które najlepiej zachowywały się przy równaniach testowych tzn. metoda Rosenbrock'a (STIFF) oraz metoda wstecznego różniczkowania (BDF) z algorytmem Geara (DGEAR) wykazały się

znacznie większym kosztem obliczeniowym (zwłaszcza STIFF) niż pozostałe, a błąd normowania kwaternionów był również nieoczekiwanie wysoki. Po pierwszych badaniach zdecydowano zaniechać prób z procedurą STIFF, natomiast ze względu na bardzo dobre wyniki dla procedur bazujących na metodzie Rungego-Kutty, zdecydowano się na dołączenie do testów jeszcze jednej procedury stosującej tę metodę - RKINIT z biblioteki procedur matematycznych Mathlib. Wyniki obliczeń zamieszczono w tabelach oraz zaprezentowano w postaci wykresów słupkowych.

Tabela 2.

| METODA | lot po prostej - dh | zakręt - dh | zakręt - dl | zakręt - dh+dl+dv |
|------------|---------------------|-------------|-------------|-------------------|
| GEAR_BDF | 1.13E-06 | 1.70E-05 | 1.81E-05 | 3.66E-04 |
| GEAR_ADAMS | 3.66E-06 | 1.73E-05 | 7.84E-06 | 2.73E-05 |
| KUME | 3.65E-06 | 7.72E-06 | 2.41E-05 | 2.48E-04 |
| RKQS | 1.06E-06 | 2.27E-06 | 7.37E-06 | 5.69E-05 |
| RKINIT | 1.23E-07 | 1.30E-07 | 2.27E-07 | 1.65E-06 |

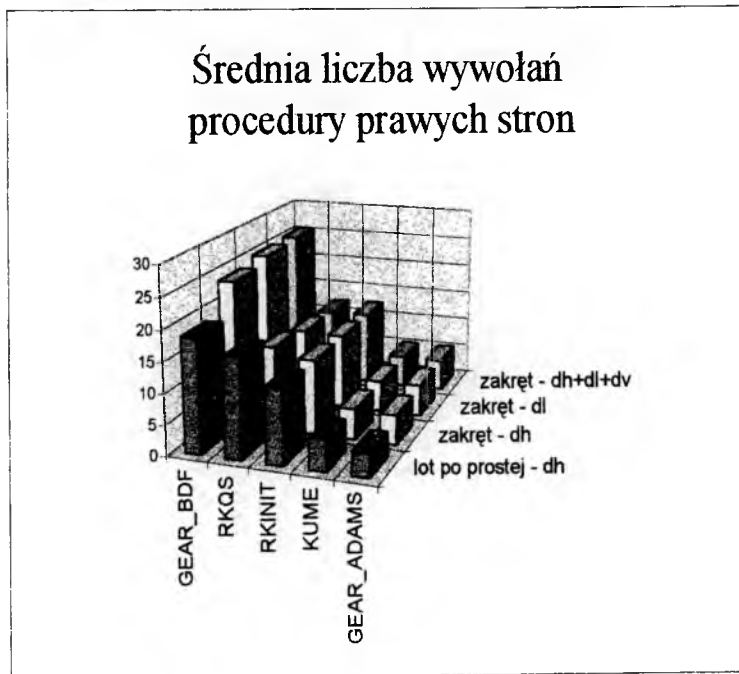


Rys. 6

Tabela 2. i Rys.3 pokazują maksymalny błąd normowania kwaternionów dla każdej z 5 testowanych procedur, dla 4 zdefiniowanych wcześniej przypadków obliczeniowych. Jak widać bezkonkurencyjna jest tutaj procedura RKINIT dając błąd mniejszy przynajmniej o rząd od pozostałych. Na uwagę zwracają również pozostałe procedury Rungego-Kutty oraz algorytm Gears dla metody Adamsa.

Tabela 3.

| METODA | lot po prostej - dh | zakręt - dh | zakręt - dl | zakręt - dh+dl+dv |
|------------|---------------------|-------------|-------------|-------------------|
| GEAR_BDF | 18.6 | 23.92 | 25.05 | 25.39 |
| RKQS | 16.27 | 13.66 | 12.49 | 12.11 |
| RKINIT | 12.26 | 12.26 | 12.26 | 12.26 |
| KUME | 5 | 5 | 5 | 5.12 |
| GEAR_ADAMS | 3.85 | 4.84 | 5.11 | 5.15 |



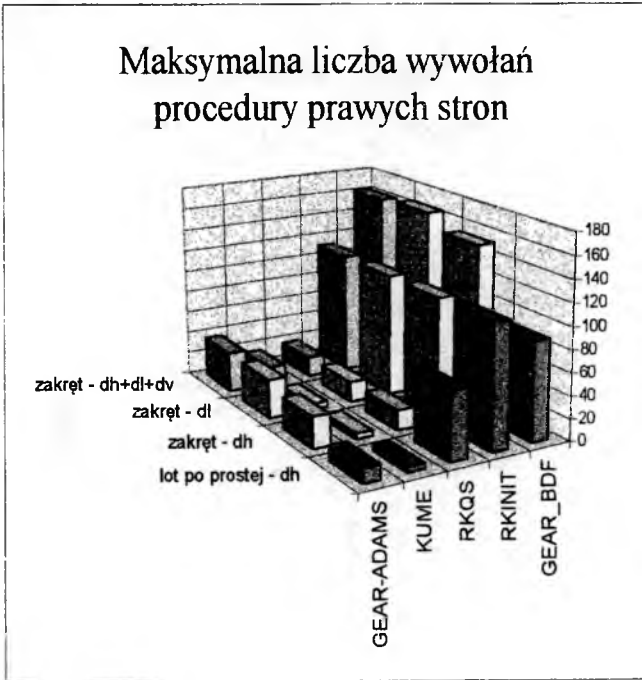
Rys. 7

Tabela 3 i Rys.4 przedstawiają koszt obliczeń, którego miarą jest średnia liczba wywołań procedury prawych stron na jeden zewnętrzny krok całkowania. Przy takiej ocenie najlepsze wydają się być metoda Adamsa z algorytmem Geara oraz procedura KUME realizująca metodę Rugego-Kutty z szacowaniem błędów metodą Mersona. Ponownie bardzo niekorzystnie wypadła metoda wstecznego różniczkowania (BDF).

Tabela 4 i Rys.5 przedstawiają koszt obliczeń, za którego miarę przyjęto maksymalną liczbę wywołań procedury prawych stron. W tym przypadku bezkonkurencyjna wydaje się procedura KUME. Wyniki porównawcze pozostałych metod są zbliżone do ocen wg poprzedniego kryterium.

Tabela 4.

| METODA | lot po prostej - dh | zakręt - dh | zakręt - dl | zakręt - dh+dl+dv |
|------------|---------------------|-------------|-------------|-------------------|
| GEAR-ADAMS | 13 | 28 | 35 | 36 |
| KUME | 5 | 5 | 5 | 15 |
| RKQS | 61 | 18 | 18 | 18 |
| RKINIT | 111 | 111 | 111 | 111 |
| GEAR_BDF | 88 | 152 | 165 | 162 |



Rys. 8

6. Podsumowanie

Otrzymane wyniki skłaniają do wyboru procedur bazujących na metodzie Rungego-Kutty, do całkowania równań ruchu. Procedury te wykazują się bardzo niskim błędem normowania kwaternionów (z wyjątkiem KUME) oraz stosunkowo niskim kosztem. Szczególną uwagę zwraca procedura RKINIT, dla której zarówno koszt obliczeniowy jak i błąd normowania wykazuje się niewielkimi zmianami wraz z warunkami symulowanego lotu. Maksymalny koszt obliczeń występował w pierwszym kroku, a po 3 krokach ustalał się. Niezłe wyniki otrzymano również dla metody Adamsa. Metoda daje mniejszy błąd niż procedury KUME i RKQS a średni koszt obliczeń ma najmniejszy. Metoda ta wykazuje się jednak stosunkowo dużą wrażliwością na zmiany warunków lotu, wymaga zatem dalszego testowania.

Literatura

1. MARYNIAK J., *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Seria Mechanika, Z.32, Wyd.P.W., Warszawa 1975.
2. GORAJ Z., *Obliczenia sterowności równowagi i stateczności samolotu w zakresie poddźwiękowym*, Wyd.P.W., Warszawa 1984.
3. GAJDA J., *Zastosowanie kwaternionów w algorytmach wyznaczania orientacji przestrzennej obiektów ruchomych*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, Tom 28, 3-4, 1990, PWN Warszawa 1990, pp. 583-592.
4. GOSZCZYŃSKI J.A., MARYNIAK J., NIEPSUJ P., *Modelowanie matematyczne przestrzennego ruchu samolotu z wykorzystaniem algebry kwaternionów*, XXXV Sympozjon „Modelowanie w Mechanice”, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Technicznej, Nr 2, 1996, Wyd. Katedry Mechaniki Technicznej Politechniki Śląskiej, Gliwice 1996, pp. 67-72.
5. FORSYTHE G.E., MALCOLM M.A., MOLER C.B., *Computer Methods for Mathematical Computation*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1977
6. STOER J., BULIRSCH R., *Introduction to Numerical Analysis*, Springer-Verlag, New York 1983 (wyd. polskie: Wstęp do analizy numerycznej, PWN, Warszawa 1987)
7. GEAR C.W., *Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1971
8. CASH J.R., *The integration of stiff initial value problems in O.D.E.s using modified extended backward differentiation formulae*, Computing and Mathematics with Applications, 9, 1983, pp. 645-657.
9. BYRNE G.D., HINDMARSH A.C., *A polyalgorithm for the numerical solution of ordinary differential equations*, ACM Transactions on Mathematical Software, 1 (1975), pp. 71-96.
10. BJÖRCK Å., DAHLQUIST G., *Numerical Methods*, Practice-Hall, 1974 (wyd. polskie: Metody numeryczne, PWN, Warszawa 1983)
11. FORTUNA Z., MACUKOW B., WĄSOWSKI J., *Metody Numeryczne*, WNT, Warszawa 1982
12. KRUPOWICZ A., *Metody numeryczne zagadnień początkowych równań różniczkowych zwyczajnych*, PWN, Warszawa 1986
13. MARYNIAK J. i inni: *Optymalizacja i uzupełnienie programu obliczeń numerycznych symulatora lotu przez zastosowanie transformacji Laplace'a dla układów dyskretnych i przyspieszenie całkowania numerycznego (Część II)*, Sprawozdanie ZNB DOR nr 162/87, Warszawa 1987 (niepublikowane)
14. RALSTON A., *A First Course in Numerical Analysis*, McGraw-Hill, Inc, London 1965 (wyd. polskie: Wstęp do analizy numerycznej, wyd.III, PWN 1983)
15. CASH J.R., CONSIDINE S., *An MEBDF code for stiff initial value problems*, ACM Transactions on Mathematical Software, 1992, pp.142-158.
16. BROWN P.N., BYRNE G.D., and HINDMARSH A.C., *VODE, A Variable-Coefficient ODE Solver*, SIAM Journal of Scientific and Statistical Computation., 10 (1989), pp.1038-1051.
17. BYRNE G.D., *Pragmatic Experiments with Krylov Methods in the Stiff ODE Setting, Computational Ordinary Differential Equations*, J. Cash and I. Gladwell, eds., Oxford University Press, Oxford, 1992, pp. 323-356.

- 18 PRESS W.H., VETTERLING W.T., TEUKOLSKY S.A., FLANNERY B.P., *Numerical Recipes in FORTRAN - The Art of Scientific Computing, 2nd Edition*, Cambridge University Press, 1992

Praca wykonana w ramach projektu badawczego KBN nr 9 T12C 006 08

SYSTEMY POPRAWY STATECZNOŚCI SAMOLOTÓW, PRZY ZMIENIAJĄCYM SIĘ POŁOŻENIU PUNKTU NEUTRALNEGO STATECZNOŚCI

dr inż. Tomasz GOETZENDORF-GRABOWSKI

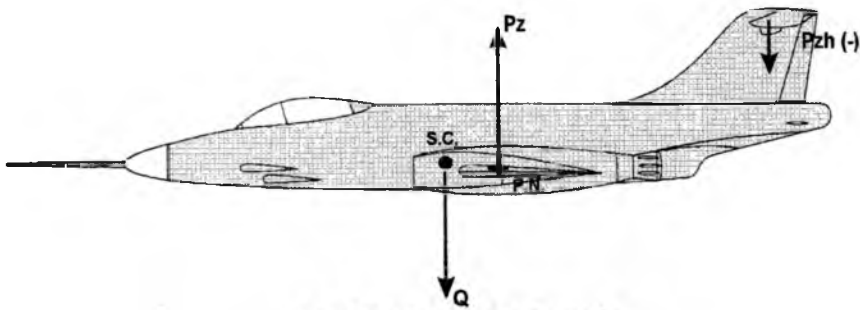
*Institut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Politechnika Warszawska*

Streszczenie

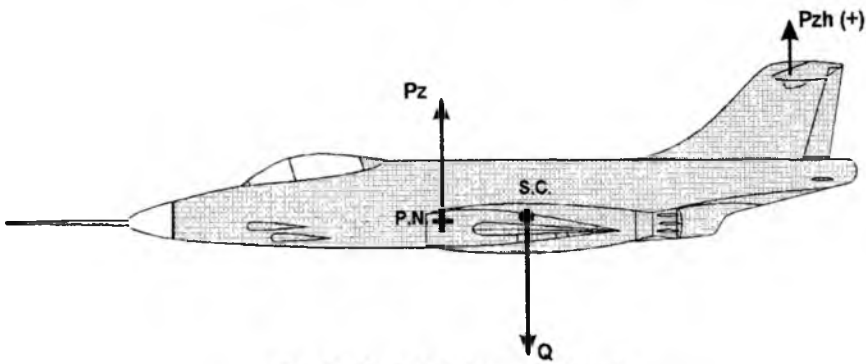
Praca przedstawia systemy poprawy stateczności dla samolotów statecznych i niestatecznych statycznie. Pokazano model matematyczny dla ruchów symetrycznych uzupełniony o układy sterowania. Przedstawiono wyniki obliczeń wartości własnych oraz częstości i tłumień drgań sztywnych samolotu dla układu statecznego i niestatecznego statycznie. Wykonano również symulację numeryczną przypadku niestatecznego z włączony i wyłączonym układem SAS. Samolotem testowym był MiG-21.

1. Wstęp

Współczesne samoloty bojowe są często projektowane jako samoloty z małym zapasem stateczności lub jako niestateczne. Jest to spowodowane głównie potrzebą zwiększenia ich manewrowości. Dodatkowym efektem jest poprawa bilansu siły nośnej. W układach statecznych statycznie (Rys.1) punkt neutralny stateczności znajduje się za środkiem ciężkości. Układ taki dla zapewnienia równowagi momentów pochylających wymaga ujemnej siły nośnej na usterzeniu wysokości, proporcjonalnej do zapasu stateczności. Układy niestateczne (Rys.2) charakteryzują się dodatnią siłą nośną na usterzeniu wysokości, zatem bilans siły nośnej jest korzystniejszy. Własności układu niestatecznego są również bardzo atrakcyjne dla samolotów komunikacyjnych, ze względu na możliwość zmniejszenia zużycia paliwa (ok. 5-10%).

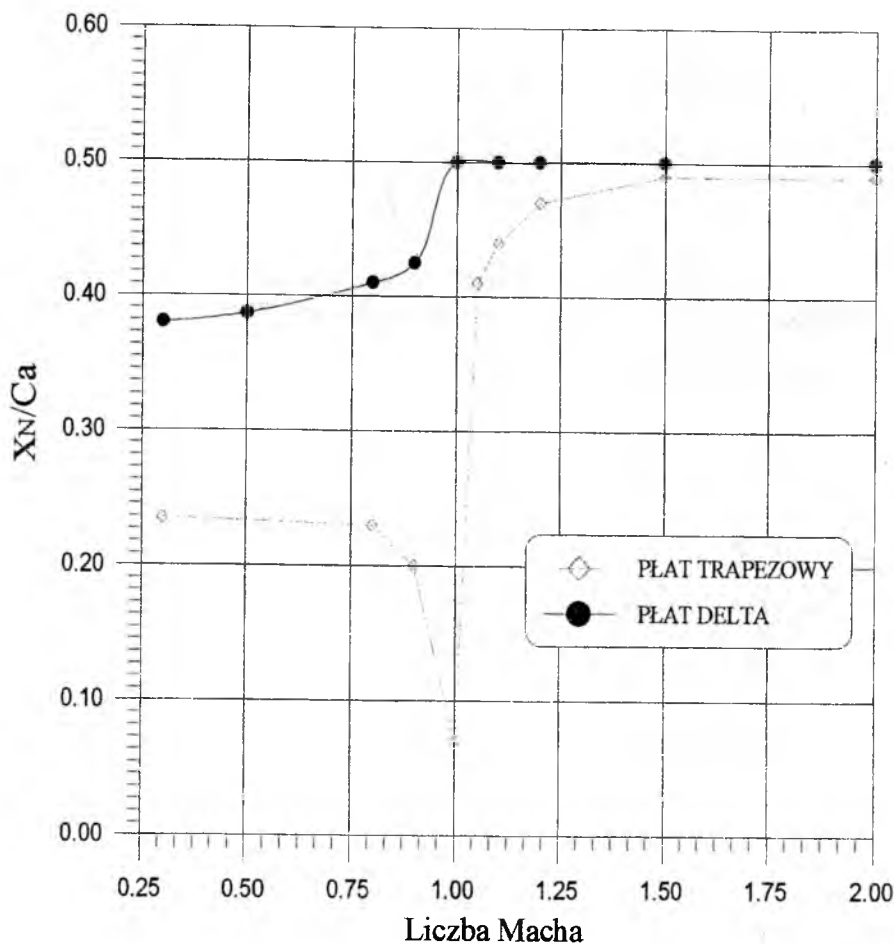


Rys.1 Układ stateczny statycznie



Rys.2 Układ niestateczny statycznie

Układy niestateczne lub o zmniejszonym zapasie stateczności wymagają oczywiście układów sztucznie poprawiających stateczność (SAS - Stability Augmentation System). Systemy te powinny zwiększać tłumienie drgań własnych - dla ruchów symetrycznych szczególnie istotna jest poprawa drgań krótkookresowych (oscylacji szybkich) - w układach statecznych oraz zmienić charakter tych drgań z rozbieżnych na tłumione w układach niestatecznych. Należy w tym miejscu podkreślić, że zapas stateczności nie jest wielkością stałą dla danego samolotu i może się zmieniać wraz z prędkością lotu. Rys.3 [1] pokazuje zmianę położenia punktu neutralnego w funkcji liczby Macha dla płata trapezowego bez skosu oraz dla płata typu Delta. Jak widać wędrówka punktu neutralnego może być bardzo duża zarówno w kierunku zwiększania jak i zmniejszania zapasu stateczności.



Rys.3 Położenie punktu neutralnego stateczności w funkcji liczby Macha

2. Model matematyczny

Model fizyczny samolotu w locie przestrzennym oraz wyprowadzenie równań ruchu i ich linearyzacje można znaleźć w wielu pracach [3,4]. W niniejszej pracy ograniczono się jedynie do przedstawienia modelu matematycznego liniowego. Wektorowe równanie stanu dla takiego modelu ma postać:

$$\dot{x} = Ax + Du \tag{1}$$

gdzie:

x - wektor stanu
 u - wektor sterowania

macierz stanu:

$$A = M^{-1} \times B \quad (2)$$

Ponieważ w pracy ograniczono się do ruchów symetrycznych, macierze sztywności i bezwładności oraz wektor stanu zostaną rozpisane dla kanału podłużnego.

macierz sztywności:

$$B = \begin{bmatrix} Xu & Xw & Xq + mW_o & -mg \\ Zu & Zw & Zq + mU_o & 0 \\ Mu & Mw & Mq + m(xU_o + zW_o) & mgz \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

macierz bezwładności:

$$M = \begin{bmatrix} m & Xwp & -mz & 0 \\ 0 & m - Zwp & mx & 0 \\ -mz & -Mw + mx & Jy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

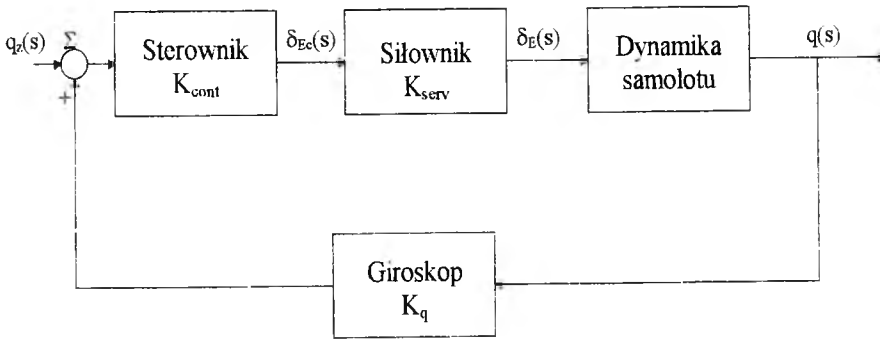
Wektor stanu dla ruchu w kanale podłużnym ma postać:

$$x = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

Wyznaczenie wartości własnych macierzy A (2) oraz wektorów własnych pozwala na wyznaczenie postaci drgań sztywnych samolotu oraz wielkości charakteryzujących te drgania, czyli okresu i czasu stłumienia do połowy. O ile częstość i tłumienie drgań jest niezadowolające z punktu widzenia stateczności dynamicznej samolotu (dla pewnych postaci drgań są stawiane konkretne wymagania dotyczące tych wielkości), należy zastosować układ poprawiający stateczność. Jego parametry można wyznaczyć z żądania aby współczynniki częstości i tłumienia (części urojona i rzeczywista wartości własnej) mieściły się w zadanych granicach lub osiągały konkretne wartości.

3. Układy SAS

Układy SAS mogą mieć różną postać, w zależności od tego czy samolot jest „naturalnie” stateczny czy też nie. Ponadto układy SAS mogą mieć jeden (Rys.4) lub kilka sygnałów wejściowych (np. prędkość kątową pochylania, kąt natarcia, kąt pochylenia itp.). W przedstawionych przykładach ograniczono się do układów z jednym sygnałem wejściowym - prędkością kątową pochylania, zarówno dla układów statecznych i niestatecznych statycznie. Układ poprawy stateczności dla samolotów statecznych statycznie stabilizujący prędkość kątową pochylania q został pokazany na Rys.4.



Rys.4 Układ poprawy stateczności (SAS) stabilizujący prędkość kątową pochylania

Układ ten składa się z pętli sprzężenia zwrotnego, w której znajduje się giroskop pomiarowy o stałej K_q . Stałą tą dobiera się tak aby układ spełniał narzucone wymagania. Pozostałymi elementami układu są: dynamika samolotu, której transmitancję można wyznaczyć na podstawie znajomości macierzy stanu oraz moduły sterownika i siłownika. Transmitancję siłownika K_{serv} można zapisać w postaci:

$$K_{serv} = \frac{K_1}{s + K_2} \quad (6)$$

gdzie K_1 i K_2 są stałymi charakteryzującymi siłownik (np. hydrauliczny). Układ można opisać związkami:

$$\begin{aligned}\delta_{Ec} &= (K_q q + q_z) K_{cont} \\ K_1 \delta_{Ec} &= \dot{\delta}_E + K_2 \delta_E\end{aligned}\quad (7)$$

stąd pojawia się równanie uzupełniające równania ruchu samolotu:

$$\delta_E = (K_q q + q_z) K_{cont} K_1 - K_2 \delta_E \quad (8)$$

Macierze sztywności i bezwładności przybiorą zatem postać:

- macierz sztywności:

$$B = \begin{bmatrix} Xu & Xw & Xq + mW_o & -mg & X_{\delta_E} \\ Zu & Zw & Zq + mU_o & 0 & Z_{\delta_E} \\ Mu & Mw & Mq + m(xU_o + zW_o) & mgz & M_{\delta_E} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_1 K_q K_{cont} & 0 & -K_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

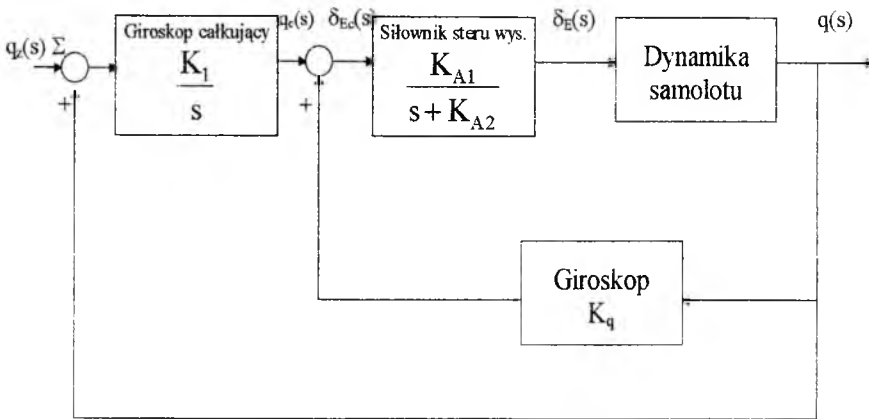
- macierz bezwładności:

$$M = \begin{bmatrix} m & Xwp & -mz & 0 & 0 \\ 0 & m - Zwp & mx & 0 & 0 \\ -mz & -Mw + mx & Jy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Wektor stanu zostanie powiększony o jedną zmienną δ_E (wychylenie steru wysokości) i otrzyma postać:

$$x = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \\ \delta_E \end{bmatrix} \quad (11)$$

Układ poprawy stateczności dla samolotów o ujemnym zapasie stateczności jest bardziej złożony - Rys.5. Ma on postać podwójnej pętli sprzężenia zwrotnego z dodatkowym elementem w postaci tzw. giroskopu całkującego.



Rys.5 Układ poprawy stateczności (SAS) dla samolotów niestatecznych statycznie

Układ można opisać związkami:

$$\dot{\delta}_E = K_{A1} \delta_{Ec} - K_{A2} \delta_E \quad (12a)$$

$$\delta_{Ec} = q_C + K_q q \quad (12b)$$

$$\dot{q}_C = K_1 q + K_1 q_{comm} \quad (12c)$$

stąd równanie różniczkowe dla wychylenia steru wysokości będzie miało postać:

$$\dot{\delta}_E = K_{A1}(q_C + K_q q) - K_{A2} \delta_E \quad (13)$$

Macierze sztywności i bezwładności przybiorą zatem postać:

- macierz sztywności:

$$B = \begin{bmatrix} Xu & Xw & Xq + mW_o & -mg & X_{\delta_E} & 0 \\ Zu & Zw & Zq + mU_o & 0 & Z_{\delta_E} & 0 \\ Mu & Mw & Mq + m(xU_o + zW_o) & mgz & M_{\delta_E} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{A1}K_q & 0 & -K_{A2} & K_{A1} \\ 0 & 0 & K_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

- macierz bezwładności:

$$M = \begin{bmatrix} m & Xwp & -mz & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m - Zwp & mx & 0 & 0 & 0 \\ -mz & -Mw + mx & Jy & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Wektor stanu zostanie powiększony o dodatkową zmienną q_C i otrzyma postać:

$$x = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \\ \delta_E \\ q_C \end{bmatrix} \quad (16)$$

4. Wyniki obliczeń

Obliczenia testowe wykonano na przykładzie samolotu MiG-21. Wyznaczono wartości własne dla samolotu statecznego statycznie (położenie środka ciężkości w 32% SCA) oraz dla samolotu z ujemnym zapasem stateczności (położenie środka ciężkości w 42% SCA). Dla obydwu przypadków obliczenia wykonano zarówno bez sterowania (bez SAS) jak i ze sterowaniem - układ SAS włączony. Współczynniki wzmocnienia części elementów układów sterowania przyjęto wg danych literaturowych a pozostałe wyznaczono z założenia aby oscylacje szybkie były dostatecznie silnie tłumione. Współczynniki te następnie zmodyfikowano tak, aby pozostałe postacie drgań były akceptowalne.

Przyjęto następujące parametry lotu:

kąt natarcia $\alpha = 27^\circ$

prędkość lotu $V=73$ m/s

- parametry układu SAS dla układów statecznych statycznie (Rys.4):

$K_1=K_2=10$ $K_q=0.4$

- parametry układu SAS dla układów niestatecznych statycznie (Rys.5):

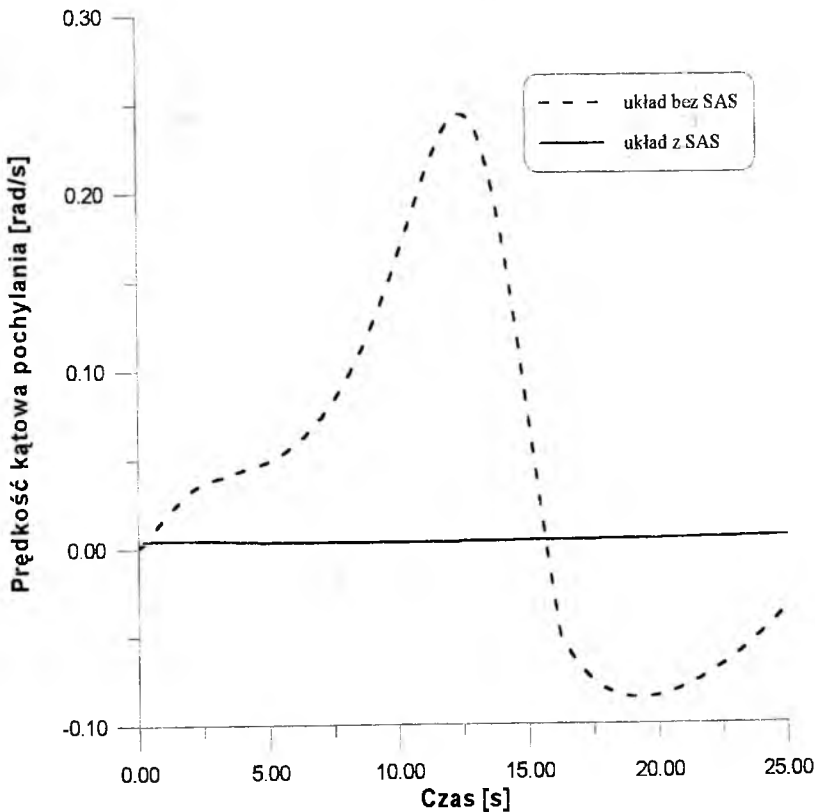
$K_{A1}=K_{A2}=10$ $K_q=0.7$ $K_1=5$

Wyniki obliczeń przedstawiono w Tabeli 1. Dla układu statecznego statycznie układ SAS zmniejsza czas stłumienia do połowy oscylacji szybkich o 40%. W układzie o ujemnym zapasie stateczności statycznej występują dwie postacie aperiodyczne, z których jedna jest rozbieżna. Układ SAS przywraca okresowy charakter tym postaciom drgań i zapewnia dobre tłumienie.

Tabela 1.

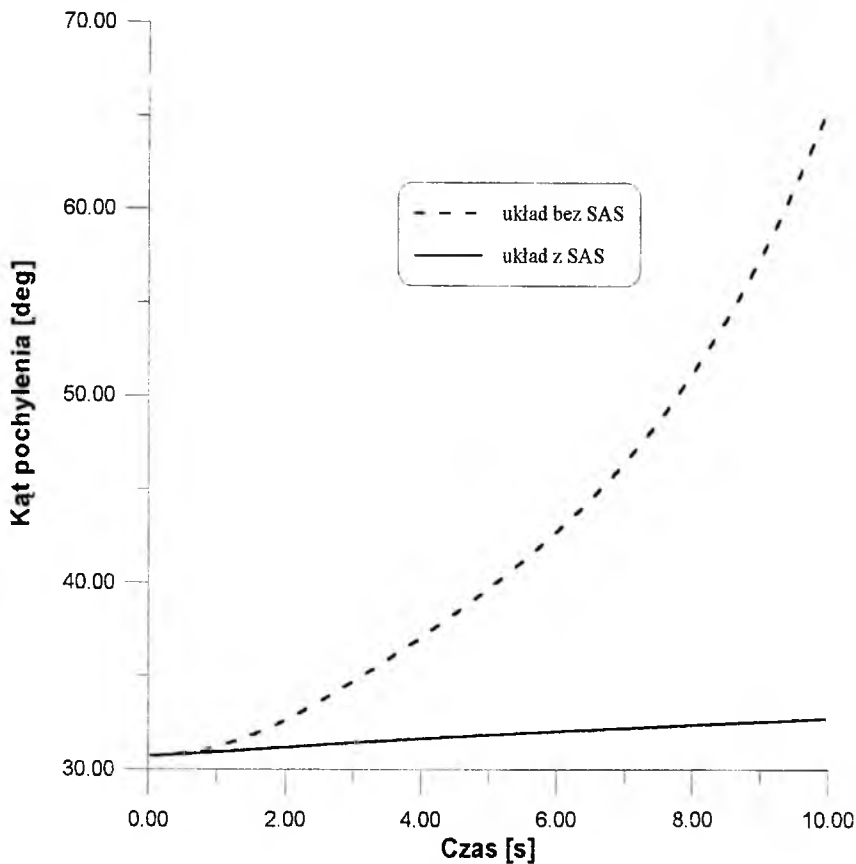
| Położenie S.C. | | 32 % SCA | | 42 % SCA | |
|----------------------|-------------------------------|------------------|------------------|-----------------|------------------|
| układ SAS (TAK/NIE) | | NIE | TAK | NIE | TAK |
| Fugoida | wartości | -0.015 - 0.154*i | -0.017 - 0.13*i | 0.004 - 0.109*i | -0.054 |
| | własne | -0.015 + 0.154*i | -0.017 + 0.13*i | 0.004 + 0.109*i | -0.733 |
| | okres [s] | 40.09 | 48.492 | 57.535 | xxx |
| | czas stłumienia $T_{1/2}$ [s] | 46.236 | 40.306 | 193.687 | 12.836 / 0.946 |
| Oscylacje szybkie | wartości | -0.423 - 0.445*i | -0.692 - 0.279*i | -1.855 | -0.155 - 1.783*i |
| | własne | -0.423 + 0.445*i | -0.692 + 0.279*i | 0.962 | -0.155 + 1.783*i |
| | okres [s] | 14.104 | 22.547 | xxx | 3.524 |
| | czas stłumienia $T_{1/2}$ [s] | 1.637 | 1.001 | 0.374 / -0.721 | 4.473 |

Druga część wyników to rezultaty symulacji numerycznej samolotu niestatecznego statycznie (środek ciężkości w 42%) z włączonym lub wyłączonym układem SAS. Obliczenia wykonano dla wysokości 4000m a pozostałe parametry przyjęto jak dla obliczeń postaci drgań. Układ nieliniowych dynamicznych równań ruchu uzupełniono równaniami (12c) i (13).

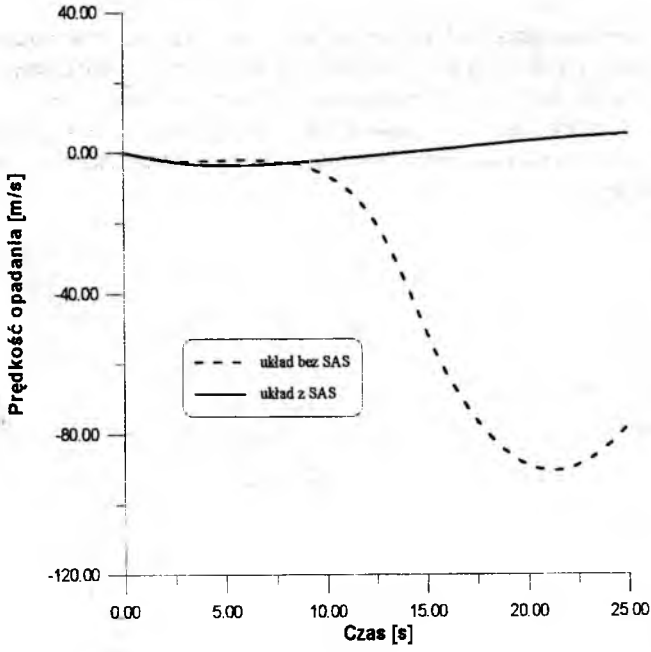


Rys.6

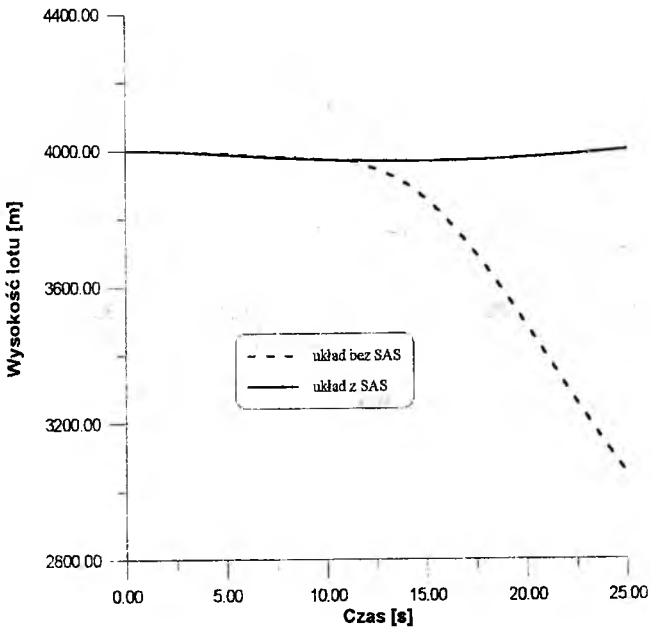
Rys. 6 przedstawia prędkość kątową pochylania w funkcji czasu, a więc wielkość, która była sygnałem sterującym układem SAS. Jak widać układ SAS bardzo silnie stabilizuje lot i tłumi oscylacje samolotu. Pozostałe wykresy pokazują wybrane parametry lotu w funkcji czasu. Rys.7 pokazuje kąt pochylecia, Rys.8 prędkość opadania samolotu a Rys.9 wysokość lotu. Wszystkie te wielkości dla samolotu bez układu SAS są silnie rozbieżne, natomiast układ SAS znakomicie je stabilizuje.



Rys. 7



Rys. 8



Rys. 9

5. Podsumowanie

W analizie dynamiki samolotów dobrze znane są takie pojęcia jak np. oscylacje szybkie, holendrowanie. Znane są również kryteria dotyczące tłumień dla poszczególnych drgań. W układach o zmniejszonej stateczności kryteria te nie są spełnione w sposób „naturalny” - spełnienie ich zapewniają układy SAS. Praca niniejsza jest próbą przełożenia języka automatyki dla której układy zaprezentowane w niniejszej pracy są dobrze znane (np. [5,6]) na język mechaniki lotu. Analizę stateczności samolotu należy bowiem współcześnie traktować również jako analizę stateczności układów sterowanych

Literatura

1. GOETZENDORF-GRABOWSKI T., *Wyznaczenie położenia punktów neutralnych stateczności metodą siatki rombowej*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Nr 1266, Seria Mechanika Z.121. Gliwice 1995, pp 111-116
2. MCLEAN D., *Automatic Flight Control Systems*. Prentice Hall International, London 1990
3. MARYNIAK J., *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Seria Mechanika, Z.32. Wyd.P.W., Warszawa 1975.
4. GORAJ Z., *Obliczenia sterowności równowagi i stateczności samolotu w zakresie poddźwiękowym*, Wyd.P.W., Warszawa 1984.
5. PEŁCZEWSKI W., *Teoria sterowania*, WNT, Warszawa 1980.
6. KACZOREK T., *Teoria sterowania i systemów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1993.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

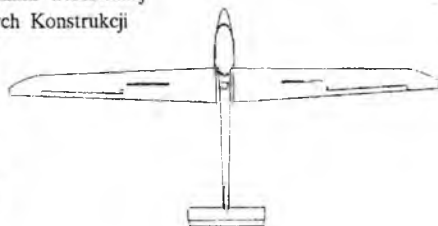
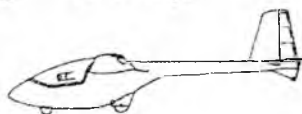
KONSTRUKCJE PROGRAMU ULS

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Zespół Naukowo-Badawczy Lotniczych Konstrukcji
Kompozytowych

ROK
OBLOTU

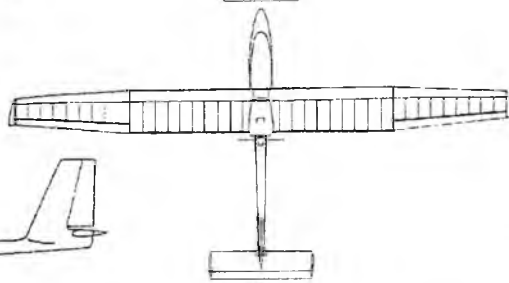
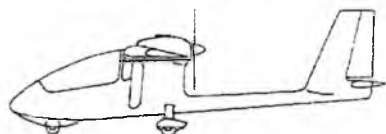
1992

PW-5 "Smyk"



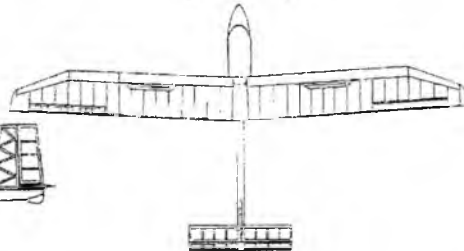
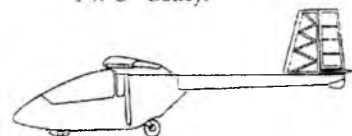
1990

PW-4 "Pelikan"



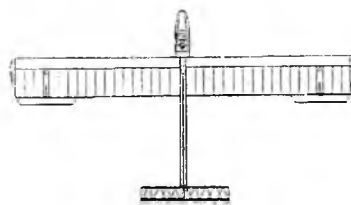
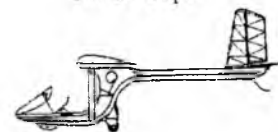
1988

PW-3 "Bakcyl"



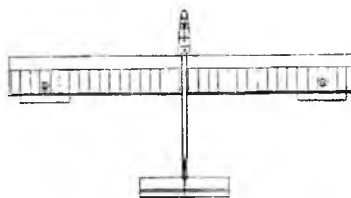
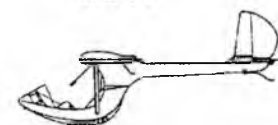
1985

PW-2 "Gapa"



1981

ULS-PW



ANALIZA DYNAMIKI DOBIEGU SAMOŁOTU Z SAMONASTAWNYM KÓŁKIEM OGONOWYM

Zdobysław Goraj
Politechnika Warszawska, ITLiMS

Streszczenie

Przedstawiono model matematyczny samolotu z samonastawnym kółkiem ogonowym w czasie dobiegu po pasie startowym, umożliwiający analizę stateczności bocznej. Zbadano różne modele sił i momentów działających na pneumatyki i przeanalizowano wpływ tych modeli na charakterystyki dynamiczne samolotu.

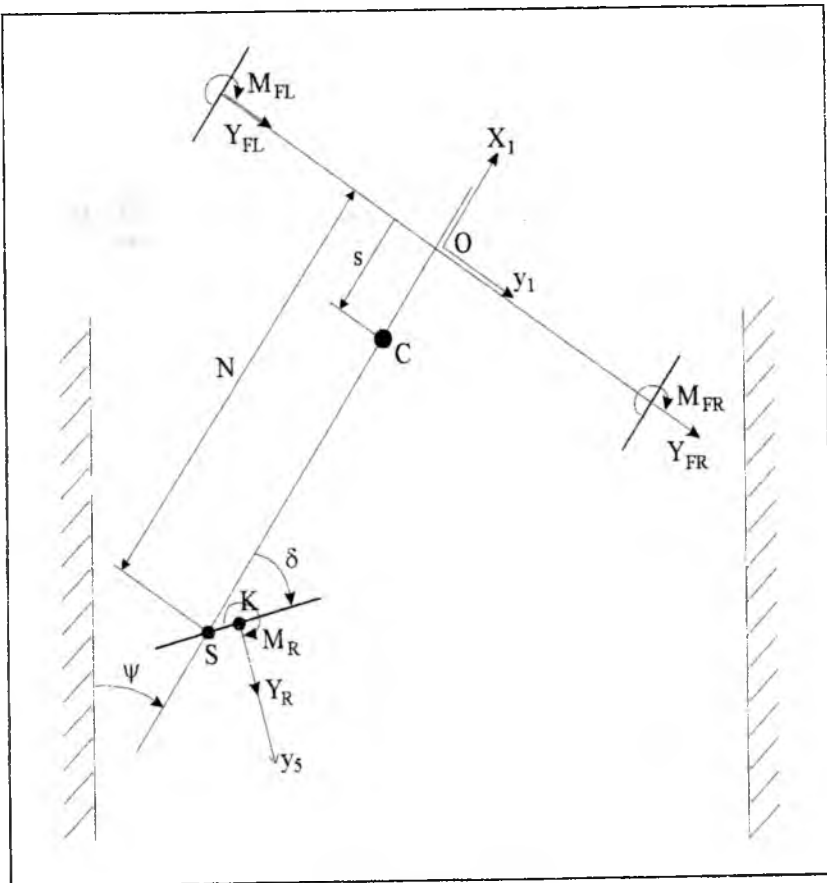
1. Wstęp

Pomimo, że podwozie z kółkiem ogonowym (nazywane dawniej podwoziem klasycznym) jest stosowane od początku rozwoju lotnictwa, to z uwagi na to, że stanowi układ z założenia niestateczny, wymaga uważnego zaprojektowania i troskliwej eksploatacji. W pracy będzie przedstawiony model fizyczny i matematyczny podwozia, umożliwiający analizę dynamiki samolotu na pasie startowym. Będą uwzględnione zmiany prędkości w kierunku ruchu oraz w kierunku prostopadłym do osi pasa, odchylenie samolotu od osi pasa oraz obroty samonastawnej goleni. Siły i momenty na pneumatykach zostaną obliczone zgodnie z teorią stacjonarną (jako zależne od kątów bocznego znoszenia) lub jako niestacjonarne (zależne od częstości drgań i tzw. długości relaksacji pneumatyka). Aby zbadać wrażliwość modelu ze względu na liczbę stopni swobody, współczynniki tłumienia oraz częstości kolejnych postaci drgań, obliczone z różnych modeli matematycznych (modeli cząstkowych), porównywano pomiędzy sobą. Przykładami takich modeli cząstkowych są czyste obroty tylnego kółka wokół osi goleni lub odchylenie i znoszenia całego samolotu bez obrotów tylnego kółka wokół osi goleni. Dla wszystkich modeli przeprowadzono analizę modalną drgań. Pozwoliło to na wybór właściwego modelu fizycznego i matematycznego do analizy dynamiki podwozia, takiego który odwzorowuje istotne cechy zjawiska, a jednocześnie jest najprostszy w sensie liczby stopni swobody

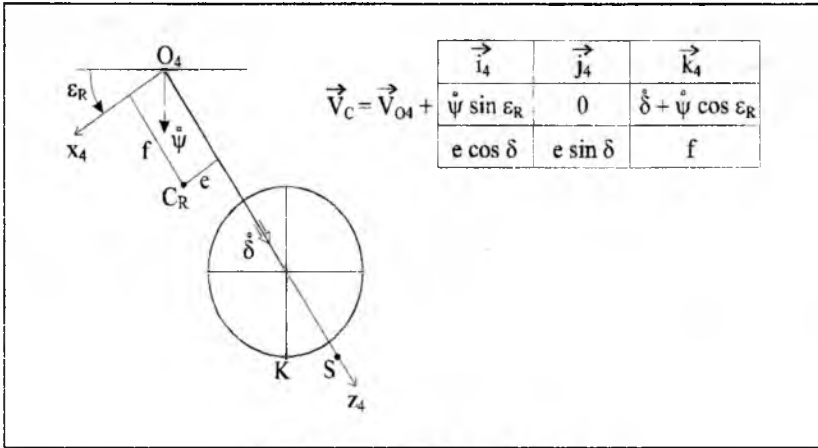
i zapisu matematycznego. W zakończeniu pracy przedstawiono analizę wpływu najważniejszych parametrów konstrukcyjnych podwozia na jego charakterystyki dynamiczne. W szczególności zbadano wrażliwość stateczności ruchu ze względu na sztywność skrętną kółka ogonowego w ruchu względem osi gołeni. Przedstawiona praca jest kontynuacją wcześniejszych prac autora [1,4,5], które dotyczyły analizy stateczności samolotu z przednim kółkiem na pasie startowym. Siły i momenty działające na pneumatyki przyjęto według modelu Pacejki [2,6].

2. Wyprowadzenie równań ruchu samolotu

Do rozważań przyjęto układy współrzędnych pokazane na Rys.1 (układ $0x_1y_1z_1$ związany z podwoziem głównym) i na Rys.2 (układ $0x_4y_4z_4$ związany z kółkiem ogonowym).



Rys.1. Ślady kół samolotu w rzucie z góry



Rys.2. Geometria tylnego kółka

Przyjęto następujące quasi-współrzędne:

X_1 - przemieszczenie w płaszczyźnie symetrii samolotu,

y_1 - przemieszczenie w kierunku prostopadłym do płaszczyzny symetrii.

ψ - odchylenie samolotu,

δ - kąt obrotu tylnego kółka wokół osi goleni.

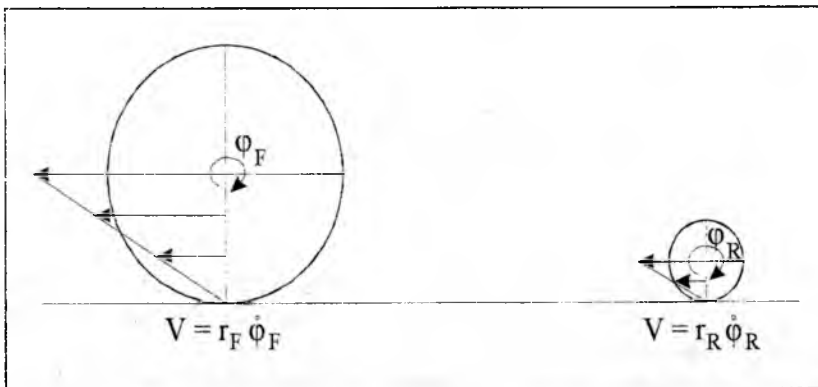
π_5, π_6 - kąty poślizgów kół odpowiednio przedniego i tylnego podwozia.

Wektor quasi-prędkości ma postać:

$$\{\omega\} = \{\dot{X}_1, \dot{y}_1, \dot{\psi}, \dot{\delta}, \omega_5, \omega_6\} \quad (1)$$

Równania więzów nieholonomicznych (Rys.3) zapisano odpowiednio dla podwozia przedniego i tylnego następująco:

$$\omega_5 = \dot{\phi}_F - \dot{X}_1 / r_F ; \quad \omega_6 = \dot{\phi}_R - \dot{X}_1 / r_R \quad (2)$$



Rys.3. Rozkład prędkości dla przedniego i tylnego kółka

co pozwoli wyznaczyć symbole Boltzmana.

Równania ruchu wyprowadzono z równań Boltzmanna-Hamela dla układów nieholonomicznych [3] w postaci

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \dot{\omega}_\mu} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_\mu} + \sum_{r=1}^k \sum_{\alpha=1}^l \gamma_{\mu\alpha}^r \frac{\partial T^*}{\partial \dot{\omega}_r} \omega_\alpha = Q_\mu, \quad (3)$$

gdzie symbole Boltzmanna

$$\gamma_{\mu\alpha}^r = \sum_{\sigma=1}^k \sum_{\lambda=1}^l \left(\frac{\partial a_{r\sigma}}{\partial q_\lambda} - \frac{\partial a_{r\lambda}}{\partial q_\sigma} \right) b_{\sigma\mu} b_{\lambda\alpha}, \quad (4)$$

zależne są od współczynników równań transformacji prostej i równań więzów nieholonomicznych o postaci

$$\omega_{\mu+\beta} = \sum_{\lambda=1}^k a_{1+\beta,\lambda} \dot{q}_\lambda, \quad (5)$$

oraz od współczynników równań transformacji odwrotnej o postaci

$$\dot{q}_\lambda = \sum_{\alpha=1}^k b_{\lambda\alpha} \omega_\alpha, \quad (6)$$

przy czym współczynniki a_{ij} oraz b_{ij} są elementami macierzy \mathbf{A} oraz \mathbf{B} :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & & & & & & & & & \\ -\sin \psi & \cos \psi & & & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & & & \\ & & & 1 & & & & & & & \\ -\cos \psi / r_F & -\sin \psi / r_F & & & 1 & & & & & & \\ -\cos \psi / r_R & -\sin \psi / r_R & & & & & 1 & & & & \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & & & & & & & & & \\ \sin \psi & \cos \psi & & & & & & & & & \\ & & & 1 & & & & & & & \\ & & & & 1 & & & & & & \\ 1/r_F & & & & & & & 1 & & & \\ 1/r_R & & & & & & & & & 1 & \end{bmatrix}.$$

Energia kinetyczna samolotu jest sumą energii:

- korpusu

$$E_k = \frac{1}{2} M \{ V^2 + (\dot{y}_1 - s\dot{\psi})^2 \} + \frac{1}{2} J_{zc} \dot{\psi}^2, \quad (7)$$

- tylnego kółka bez uwzględnienia obrotów własnych

$$E_R = \frac{1}{2} m_{kR} \{ V^2 + (\dot{y}_1 - N\dot{\psi} + e\dot{\delta})^2 \} + \frac{1}{2} J_{kRcz4} (\dot{\psi} \cos \varepsilon_R + \dot{\delta})^2, \quad (8)$$

- sprzężeń obrotów własnych wszystkich kół z ruchem korpusu

$$E_{\text{gir}} = J_{kFy} \left(\omega_5 + \frac{V}{r_F} \right)^2 + \frac{1}{2} J_{kRy} \left\{ \left(\omega_6 + \frac{V}{r_R} \right)^2 - 2 \left(\omega_6 + \frac{V}{r_R} \right) \Omega_{y5} \right\}, \quad (9)$$

gdzie J_{kFy} i J_{kRy} oznaczają momenty bezwładności koła przedniego i tylnego podwozia wokół osi własnej, indeks c odnosi się do środka masy, zaś oznaczenia osi współrzędnych (np. z4 lub y5) odpowiadają Rys. 1, 2.

Po zróżniczkowaniu energii kinetycznej i potencjalnej równania ruchu zapisano w postaci macierzowej dla dwóch przypadków - dla stacjonarnego i niestacjonarnego obciążenia pneumatyków [5].

3. Siły boczne i momenty działające na pneumatyki

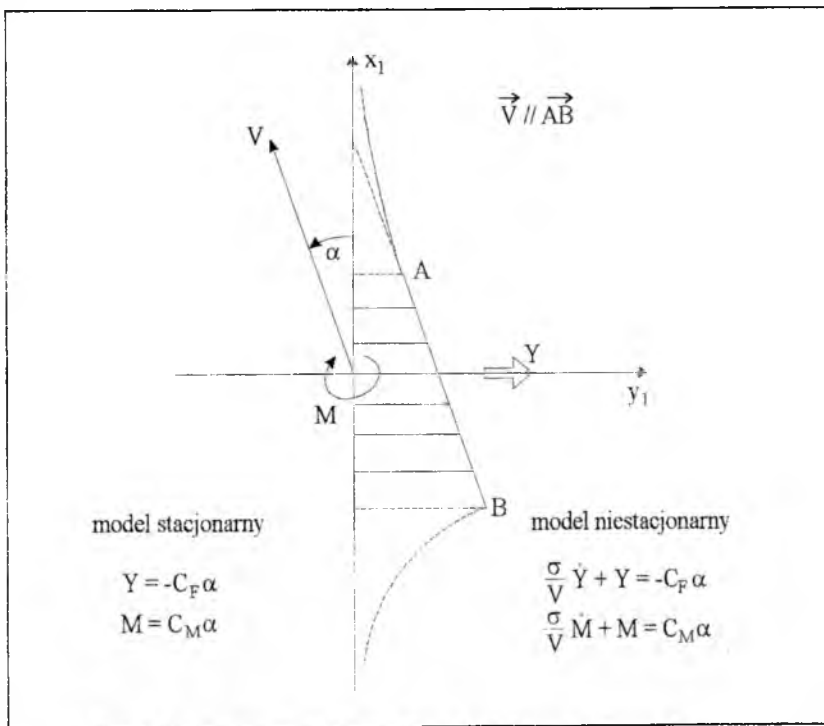
Siły boczne Y i momenty skręcające M (Rys.4) obciążające pneumatyki dla modelu stacjonarnego [6,5] zależą od kątów bocznego znoszenia poprzez algebraiczne równania liniowe

$$Y_i = -C_F \alpha_i ; M_i = C_M \alpha_i , \quad (10)$$

natomiast dla modelu niestacjonarnego poprzez różniczkowe równania liniowe

$$\frac{\sigma_i}{V} \dot{Y}_i + Y_i = -C_F \alpha_i ; \frac{\sigma_i}{V} \dot{M}_i + M_i = C_M \alpha_i , \quad (11)$$

gdzie α_i oznacza kąt bocznego znoszenia, σ_i - długość relaksacji pneumatyka [6,5], zaś indeks $i = 1,2$ odpowiada przedniemu i tylnemu podwoziu.



Rys.4. Przeszczenie boczne linni średnicowej pneumatyka

4. Równania ruchu dla stacjonarnego modelu pneumatyka

Dynamiczne równania ruchu wyprowadzono z równań Boltzmana-Hamela (3) z uwzględnieniem więzów (2) i obciążeń pneumatyków (10). Otrzymano równanie różniczkowe

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{B}_{33} & -\mathbf{C}_{31} \\ \mathbf{D}_{13} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{X}, \quad (12)$$

oraz macierz stanu

$$\mathbf{R}_{44} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_{33} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}_{31} \\ \mathbf{D}_{13} & 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

gdzie

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M & -sM & m_{kR}e \\ -sM & J_{zCo} & J_{kRcz1} \\ m_{kR}e & J_{kRcz1} & J_{kRz} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\mathbf{C}_{31} = \begin{bmatrix} -C_{FR} \cos \varepsilon_R \\ \cos \varepsilon_R (NC_{FR} + C_{MR}) \\ \cos \varepsilon_R (C_{MR} \cos \varepsilon_R - tC_{FR}) + \sin \varepsilon_R (m_{kR}ge - tN_R) + C_\delta \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\mathbf{B}_{33} = \frac{1}{V} \begin{bmatrix} 2C_{FF} + C_{FR} & -NC_{FR} + MV^2 & tC_{FR} \\ -NC_{FR} - 2C_{MF} - C_{MR} & N^2C_{FR} + NC_{MR} - MsV^2 & -t(NC_{FR} - C_{MR}) + m_{kR}eV^2 \\ tC_{FR} - C_{MR} \cos \varepsilon_R & N(C_{MR} \cos \varepsilon_R - tC_{FR}) - m_{kR}eV^2 & t(tC_{FR} - C_{MR} \cos \varepsilon_R) - m_{kR}eV^2 \cos \varepsilon_R + C_\alpha V \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\mathbf{X} = \text{col}\{\dot{y}_1, \dot{\psi}, \dot{\delta}, \dot{\delta}\}, \quad (17)$$

przy czym

M - masa samolotu; m_{kR} - masa tylnego kółka; C_{FF} , C_{FR} - sztywności sił bocznych kół odpowiednio przedniego i tylnego podwozia; C_{MF} , C_{MR} - sztywności momentów skręcających kół odpowiednio przedniego i tylnego podwozia; J_{zCo} - moment bezwładności całego samolotu względem osi Oz ; $J_{kRcz1} = J_{kRcz4} = J_{kRcz4}$ - $m_{kR}eN$ (gdzie J_{kRcz4} moment bezwładności tylnego kółka wraz z golenią względem osi C_{Rz4} , Rys.2); J_{kRz} - moment bezwładności tylnego kółka wraz z golenią względem osi O_4z_4 ; $N, s, t, e, \varepsilon_R$ - wymiary geometryczne (Rys.1,2); C_α - współczynnik tłumienia tylnego kółka względem osi goleni; C_δ - współczynnik sztywności tylnego kółka względem osi goleni.

O stateczności samolotu na pasie startowym można sądzić na podstawie wartości własnych macierzy stanu (13).

5. Równania ruchu dla niestacjonarnego modelu pneumatyka

Podobnie jak w przypadku modelu stacjonarnego dynamiczne równania ruchu wyprowadzono z równań Boltzmanna-Hamela (3) z uwzględnieniem więzów (2) i obciążeń pneumatyków (11). Otrzymano równanie różniczkowe

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{R}_{10,10} \cdot \mathbf{X}, \quad (18)$$

gdzie

$$\mathbf{R}_{10,10} = \begin{bmatrix} -\mathbf{VD}^{-1} & \mathbf{VD}^{-1}\mathbf{U} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{T} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_{33} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}_{31} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\mathbf{X} = \text{col}\{F_{FL}, F_{FR}, M_{FL}, M_{FR}, F_R, M_R, \dot{y}_1, \dot{\psi}, \dot{\delta}, \dot{\delta}\}, \quad (20)$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}\{\sigma_F, \sigma_F, \sigma_F, \sigma_F, \sigma_R, \sigma_R\}, \quad (21)$$

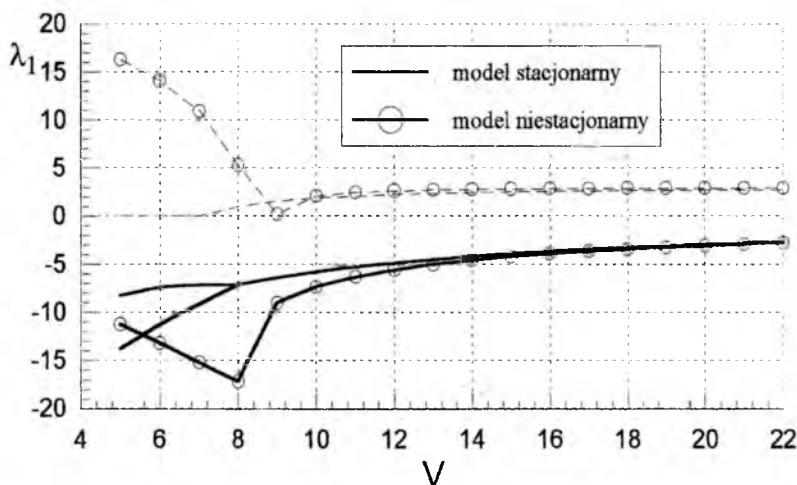
$$\mathbf{U} = \frac{1}{V} \begin{bmatrix} -C_{FF} \\ -C_{FF} \\ C_{MF} & \mathbf{0} \\ C_{MF} \\ -C_{FR} & -NC_{FR} & -tC_{FR} & VC_{FR} \cos \epsilon_R \\ C_{MR} & -NC_{MR} & tC_{MR} & VC_{MR} \cos \epsilon_R \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -N & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t & \cos \epsilon_R \end{bmatrix}, \quad (23)$$

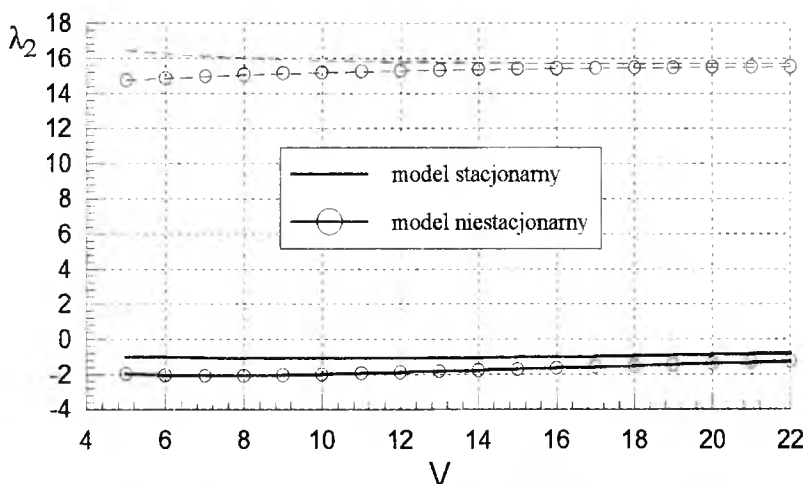
Macierz stanu (19) posiada 10 wartości własnych, z czego 6 odpowiada silnie tłumionym procesom przejściowym pneumatyków, a pozostałe 4 ruchom bryły samolotu.

6. Analiza postaci drgań sztywnych samolotu

Macierz stanu zarówno dla modelu stacjonarnego i niestacjonarnego ma dwie postaci drgań sztywnych: boczne znoszenie sprzężone z odchyleniem (1) oraz obroty tylnego kółka wokół osi goleni (2). Przebieg wartości własnych $\lambda_1 = \xi_1 + i\eta_1$ oraz $\lambda_2 = \xi_2 + i\eta_2$ odpowiadających postaciom (1) i (2) w funkcji prędkości toczenia przedstawiono na Rys.5.6.



Rys.5. Wartości własne postaci „boczne znoszenie”



Rys.6. Wartości własne postaci „obroty tylnego kołka wokół osi goleni”

W całym analizowanym zakresie prędkości wszystkie wartości własne obu modeli mają ujemne części rzeczywiste. Oznacza to, że ruch samolotu jest stateczny. Spore różnice jakościowe w charakterze ruchu znoszenia i odchylenia (λ_1) obserwujemy dla stosunkowo małych prędkości (do 10 m/s). Dla modelu niestacjonarnego obserwujemy oscylacyjną, silniej tłumioną postać drgań znoszenia i odchylenia, podczas gdy model stacjonarny daje dla małych prędkości postać nieoscylacyjną, słabiej tłumioną. Wynik ten nie jest zaskoczeniem, gdyż zarówno współczynniki tłumienia jak i częstości silnie zależą od częstości zredukowanej drgań

$$\omega_s = \frac{\omega}{V}$$

która jest szczególnie duża dla małych prędkości toczenia. Na zakończenie zaznaczymy, że wyniki obliczeń zamieszczone na Rys. 5,6 odpowiadają wartościom $C_{\alpha} = 3 \text{ Nm/(rd/s)}$ oraz $C_{\delta} = 100 \text{ Nm/rd}$. Ruch samolotu z kółkiem swobodnym, niezablokowanym ($C_{\delta} = 0$) jest niestateczny, co oznacza, że w czasie przyziemienia i dobiegu z kółkiem samonastawnym pedały powinny być wciśnięte (układ powinien mieć dodatnią sztywność skrętną).

Literatura

1. Goraj Z., Maryniak J., Paturski Z., Złocka M., „Stateczność boczna w czasie dobiegu lądującego samolotu sportowego”, Mech. Teor. Stos., 4, 15, 1977, pp.501-516.
2. Goraj Z., „Selfexcited Vibrations of the Tire”, Vehicle System Dynamics, Vol. 11, 5-6, 1982, pp.345-362.
3. Goraj Z., „Comparison between Analytical and Vectorial Methods of the Synthesis of Equations of Motion”, Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 197C, I. Mech. E., Dec. 1983, pp.265-274.
4. Goraj Z., „Natural Modes of an Aircraft Moving on a Runway”, Archive of Mechanical Engineering, Vol. XXXI, 1-2, 1984, pp.3-26.
5. Goraj Z., „Niestacjonarne teorie pneumatyka i płata i ich zastosowanie do analizy shimmy samolotu”, Wyd. Pol. War., Prace Naukowe - Mechanika, Z.146, Warszawa 1991.
6. Paccjka H.B., „The Wheel Shimmy Phenomenon”, Doctoral Thesis, Delft University of Technology, 1966.

INSTYTUT LOTNICTWA

Tadeusz
Sołtyk



INSTYTUT LOTNICTWA, WARSZAWA

Technologiczne projektowanie
samolotów

INSTYTUT LOTNICTWA
POLITECHNIKA WARSZAWSKA WYDZIAŁ MECH.



ANALIZA STATECZNOŚCI RUCHU KONFIGURACJI AERODYNAMICZNYCH SILNIE SPRĘŻONYCH

Zdobysław Goraj, Paweł Błaszczyk, Tomasz Goetzendorf-Grabowski,
Piotr Kulicki, Maciej Lasek, Jacek Winiecki

Politechnika Warszawska - ITLiMS, Warszawa
Instytut Lotnictwa, Warszawa

Streszczenie

Przedstawiono metodę wyznaczania obciążeń oraz pochodnych stateczności dla silnie sprzężonych konfiguracji aerodynamicznych, dla których zawodzą klasyczne metody inżynierskie. Szczegółowo omówiono wyznaczanie punktów neutralnych stateczności, analizę stateczności dynamicznej oraz wpływ śladu na obciążenia w warunkach obrotu płata.

1. Wstęp

W pracy przedstawiono wybrane wyniki uzyskane podczas realizacji projektu badawczego KBN. Podstawowym celem projektu było przedstawienie modeli fizycznych i matematycznych [11,12,13] dla niekonwencjonalnych konstrukcji lotniczych, które umożliwią obliczenia i ocenę stateczności i sterowności takich konstrukcji. Jest to zadanie o kapitalnym znaczeniu nawet dla samolotów najnowszej generacji, często z założenia niestatecznych i sterowanych przez komputer w systemie "fly by wire". Zastosowano w tym celu metody panelowe [15,16,17,18]. Poszukiwany był rozkład osobliwości na powierzchni nośnej, który zapewni spełnienie warunków brzegowych i warunku Kutty przy uwzględnieniu obrotów. Powierzchnia nośna została podziczlona na superpanele i panele. Przyjęto rozkład osobliwości w postaci źródeł, wirów oraz dipoli stałych, zależnie od tego czy jest to powierzchnia nośna czy nienośna. Nałożone warunki brzegowe miały postać warunków Dirichleta i Neumanna. Ważnym elementem projektu była analiza wpływu skończonego śladu wirowego na charakterystyki dynamiczne samolotu. Wszystkie kody

obliczeniowe były testowane na prostych układach płatów i kadłubów oraz na rzeczywistych samolotach. Wybrano w tym celu samoloty bojowe MiG-21 oraz F-4B. Taki wybór został podyktowany zwartą konstrukcją i w konsekwencji silnie sprzężoną aerodynamiką, charakteryzującą się silnym, wzajemnym oddziaływaniem płatów, dużym kątem odchylenia strug oraz silnymi wirami krawędziowymi. Ponadto ważną przesłanką takiego wyboru był częściowy dostęp do wielu charakterystyk stateczności (np. znajomość okresów drgań własnych postaci sztywnych). Stało się więc możliwe dokonanie weryfikacji opracowanych modeli matematycznych dla publikowanych w literaturze danych eksperymentalnych. Ze względu na modelowanie bryły samolotu i powierzchni śladu wirowego przyjęto następujące modele podstawowe: (1) grube kadłuby i płaty - ślad płaski [2], (2) grube kadłuby i cienkie płaty - ślad płaski, (3) grube kadłuby i cienkie płaty - ślad zwichrzony, (4) cienkie kadłuby i płaty - ślad płaski oraz (5) cienkie kadłuby i płaty - ślad zwichrzony. Obliczano następujące charakterystyki stateczności i sterowności: pochodne aerodynamiczne, odchylenia strug za płatem, punkty neutralne stateczności oraz współczynniki tłumienia i częstości oscylacji postaci drgań. W każdym przypadku wyniki porównywano z rezultatami otrzymanymi z arkuszy inżynierskich (ESDU), a w kilku przypadkach również z wynikami badań w locie. Stwierdzono, że w wielu przypadkach można uzyskać zadawalającą dokładność z modelu o grubych kadłubach i cienkich płatach z płaskim śladem. W trzech kolejnych rozdziałach przedstawiono: (1) wyznaczanie punktów neutralnych stateczności statycznej ze sterem trzymanym i puszczone, (2) obliczenia stateczności dynamicznej oraz (3) analizę wpływu długości śladu wirowego na obciążenia aerodynamiczne.

2. Wyznaczanie punktów neutralnych stateczności z rozkładu ciśnienia

Punkty neutralne samolotu muszą być wyznaczone już na etapie projektu wstępnego z dużą dokładnością (błąd nie powinien przekraczać 1% - 3% SCA). Dla prostego samolotu w układzie klasycznym punkty neutralne są wyznaczone zazwyczaj z ESDU [1] i tylko niekiedy weryfikowane w tunelu aerodynamicznym. Dla układów bardziej złożonych (np. płat silnie skręcony, skrzydło pasmowe, uskoki na krawędzi natarcia, ujemny skos, silne sprzężenia aerodynamiczne pomiędzy płatem przednim i głównym) ESDU nie mogą być zastosowane, pozostają więc drogie i długotrwałe badania tunelowe. W tej sytuacji postanowiono wykorzystać metody panelowe do wyznaczenia położenia punktów neutralnych [5,6,7,8,19].

Punkty neutralne dla zbioru powierzchni nośnych mogą być zdefiniowane następująco:

Punkt neutralny stateczności ze sterem trzymanym (NT) lub puszczone (NP) odpowiada takiemu biegunowi momentu pochylającego, że gradienty tego momentu względem kąta natarcia lub współczynnika siły nośnej są równe zeru w liniowym zakresie kątów natarcia, czyli

$$\frac{\partial C_m^{NT}}{\partial C_z} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial C_m^{NP}}{\partial C_z} = 0 \quad (1)$$

Położenia każdego z dwóch punktów neutralnych mogą być obliczone ze wzoru

$$x_N = \frac{x_2 C_{z2} - x_1 C_{z1}}{C_{z2} - C_{z1}} \quad (2)$$

gdzie x oznacza położenie środka parcia, C_z - współczynnik siły nośnej, zaś indeksy 1,2 odnoszą się do dwóch różnych kątów natarcia.

Poniżej przeanalizujemy modele opływu i zmiany wychyleń steru stosowane do wyznaczania dwóch punktów neutralnych stateczności.

Model dla punktu neutralnego ze sterem trzymanym NT

Rozważmy dwa różne kąty natarcia. Kąty zaklinowania statecznika i wychylenia steru nie zmieniają się przy zmianie kąta natarcia. Kąt wychylenia steru powinien odpowiadać warunkom równowagi momentów pochylających dla kąta natarcia odpowiadającego współczynnikowi siły nośnej C_{z1} . Jednakże przyjęcie dowolnego kąta wychylenia steru praktycznie nie wpływa na położenie punktu neutralnego. Aby to wykazać przeprowadzimy następujące rozumowanie:

Moment pochylający samolotu względem noska średniej cięciwy aerodynamicznej (SCA) jest sumą momentu samolotu bez usterzenia ξC_{zp} i momentu od usterzenia $\eta C_{zH} S_H / S$, gdzie ξ i η oznaczają odpowiednio współrzędne środków parcia samolotu bez usterzenia i usterzenia względem noska SCA. Równanie (2) przy uwzględnieniu powyższych oznaczeń przyjmie postać:

$$x_{NT} = A/B = \frac{x_2 C_{z2} - x_1 C_{z1} + (\eta_2 - \eta_1) S_H / S a_2 \Delta\delta}{C_{z2} - C_{z1}} \quad (3)$$

gdzie

$$A = \xi_2 C_{zp2} + \eta_2 S_H / S [a_1 \alpha_{H2} + a_2 (\delta + \Delta\delta)] - \xi_1 C_{zp1} - \eta_1 S_H / S [a_1 \alpha_{H1} + a_2 (\delta + \Delta\delta)] \quad (4)$$

$$B = C_{zp2} + S_H / S [a_1 \alpha_{H2} + a_2 (\delta + \Delta\delta)] - C_{zp1} - S_H / S [a_1 \alpha_{H1} + a_2 (\delta + \Delta\delta)] \quad (5)$$

przy czym δ oznacza wychylenie steru w warunkach równowagi, $\Delta\delta$ oznacza dowolny przyrost wychylenia steru, zaś $\delta + \Delta\delta$ całkowite wychylenie steru przyjęte do analizy.

Wzory (2-3) dadzą takie samo x_{NT} , jeżeli trzeci składnik w liczniku wzoru (3) jest pomijalny w porównaniu ze składnikiem pierwszym. Można to wykazać dla typowej konstrukcji, gdyż mamy następujące oszacowania:

$$\begin{aligned} \eta_2 - \eta_1 &< 0.1 c_a, \\ a_2 \delta &< 0.1 C_z \\ S_H / S &< 0.3 \end{aligned} \quad (6)$$

skąd otrzymamy:

$$(\eta_2 - \eta_1) S_H / S a_2 \Delta\delta < 0.1 c_a \cdot 0.1 C_z \cdot 0.3 = 0.003 c_a C_z \quad (7)$$

Ponieważ szacujemy, że typową wartością różnicy $x_2 C_{z2} - x_1 C_{z1}$ występującej w (3) jest na mocy (2) $0.5 c_a C_z$, więc a stwierdzamy, że wartość kąta wychylenia steru nie wpływa na położenie punktu neutralnego stateczności.

Model dla punktu neutralnego ze sterem puszczonego NP

Różnica w stosunku do poprzedniego modelu polega na tym, że tym razem dwóm różnym kątom natarcia będą odpowiadały różne wychylenia steru (który "układa się" w strugach). Ponadto zakłada się, że równowaga momentów pochylających jest zapewniona poprzez wychylenie statecznika poziomego (ten sam efekt możnaby osiągnąć wychyleniem trymera). Tak więc aby wyznaczyć pożądane rozkłady ciśnień (pożądane w sensie "narzucone" przez model fizyczny do wyznaczenia punktu neutralnego ze sterem puszczonego) dla dwóch różnych kątów natarcia należy rozwiązać układ dwóch równań (moment zawiasowy i moment pochylający) względem dwóch niewiadomych: kąta wychylenia steru δ_H i kąta zaklinowania statecznika β . Równania momentów mają postać:

$$b_1 \left[\alpha \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) - \varepsilon_0 + \beta \right] + b_2 \delta = 0, \quad (8)$$

$$C_{mzH}(\alpha) - \frac{S_H I_H}{S c_a} \left\{ a_1 \left[\alpha \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) - \varepsilon_0 + \beta \right] + a_2 \delta \right\} = 0 \quad (9)$$

Do wyznaczenia kątów δ_H , β z równań (8-9) konieczne są współczynniki aerodynamiczne, które mogą być znalezione z "cząstkowych rozkładów ciśnień" oddzielnie na płacie głównym i kadłubie bez usterzenia i oddzielnie na usterzeniu wysokości (ale w obecności płata głównego i kadłuba, co gwarantuje odchylenie strug w okolicy usterzenia). Układ równań (8-9) może być zapisany przy wykorzystaniu nowych oznaczeń następująco:

$$C_{mzH}(\alpha; \beta = \delta_H = 0) + \frac{\partial C_{mzH}}{\partial \beta} \beta + \frac{\partial C_{mzH}}{\partial \delta_H} \delta_H = 0, \quad (10)$$

$$C_m(\alpha; \beta = \delta_H = 0) + \frac{\partial C_m}{\partial \beta} \beta + \frac{\partial C_m}{\partial \delta_H} \delta_H = 0. \quad (11)$$

gdzie

$C_{mzH}(\alpha; \beta = \delta_H = 0)$ jest współczynnikiem momentu zawiasowego usterzenia wysokości przy dowolnym kącie natarcia α oraz kątach $\beta = \delta_H = 0$; $C_m(\alpha; \beta = \delta_H = 0)$ jest współczynnikiem momentu pochylającego całego samolotu przy dowolnym kącie natarcia α oraz kątach $\beta = \delta_H = 0$, zaś pochodne aerodynamiczne mogą być wyznaczone z następujących zależności:

$$\frac{\partial C_{mzH}}{\partial \beta} = \frac{C_{mzH}(\beta; \alpha = \delta_H = 0) - C_{mzH}(\alpha = \beta = \delta_H = 0)}{\beta}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial C_{mzH}}{\partial \delta_H} = \frac{C_{mzH}(\delta_H; \alpha = \beta = 0) - C_{mzH}(\alpha = \beta = \delta_H = 0)}{\delta_H}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial C_{mH}}{\partial \beta} = \frac{C_{mH}(\beta; \alpha = \delta_H = 0) - C_{mH}(\alpha = \beta = \delta_H = 0)}{\beta}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial C_{mH}}{\partial \delta_H} = \frac{C_{mH}(\delta_H; \alpha = \beta = 0) - C_{mH}(\alpha = \beta = \delta_H = 0)}{\delta_H}, \quad (15)$$

Do wyznaczenia kątów δ_H , β z równań (10-11) konieczne jest obliczenie dwóch współczynników $C_{mzH}(\alpha; \beta = \delta_H = 0)$, $C_m(\alpha; \beta = \delta_H = 0)$ oraz czterech pochodnych aerodynamicznych zdefiniowanych równaniami (12-15).

Ostatecznie więc do wyznaczenia kątów δ_H , β należy obliczyć siedem następujących współczynników:

$$\begin{aligned} & C_{mzH}(\alpha; \beta = \delta_H = 0), C_{mzH}(\delta_H; \alpha = \beta = 0), C_{mzH}(\beta; \alpha = \delta_H = 0), \\ & C_{mzH}(\alpha = \beta = \delta_H = 0), C_{mH}(\beta; \alpha = \delta_H = 0), C_{mH}(\delta_H; \alpha = \beta = 0), \\ & C_{mH}(\alpha = \beta = \delta_H = 0), C_m(\alpha; \beta = \delta_H = 0). \end{aligned}$$

Wszystkie powyższe siedem współczynników mogą być wyznaczone z rozkładów ciśnienia na bryle samolotu. Różnice polegają na wyborze obszaru sumowania ciśnienia i ustalenia bieguna (moment C_{mzH} dotyczy tylko steru wysokości i odnosi się do osi zawiasów steru; moment C_{mH} dotyczy całego statecznika poziomego wraz ze sterem i odnosi się do środka masy lub 1/4 cięciwy SCA; moment C_m dotyczy całego samolotu i odnosi się do środka masy lub 1/4 cięciwy SCA). Ponadto różnice polegają na ustaleniu kątów natarcia α , zaklinowania statecznika β oraz wychylenia steru wysokości δ_H .

Po obliczeniu kątów β i δ_H z równań (10-11) dla dwóch różnych kątów natarcia możemy wyznaczyć rozkłady ciśnienia na całej bryle samolotu (również dla dwóch różnych kątów natarcia), a następnie wyznaczyć współczynniki siły nośnej i środki parcia. Ze wzoru (2) otrzymamy położenie punktu neutralnego ze sterem puszczołym.

3. Stateczność dynamiczna samolotu

Analizę stateczności przeprowadzono na podstawie równań wyprowadzonych z podstawowych zasad mechaniki

$$\frac{d}{dt} m (\bar{V}_A + \bar{\Omega} \times \bar{AC}) = \bar{F}, \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt} \left(J_A \bar{\Omega} + m \bar{AC} \times \frac{d\bar{V}_A}{dt} \right) = \bar{M}_A, \quad (17)$$

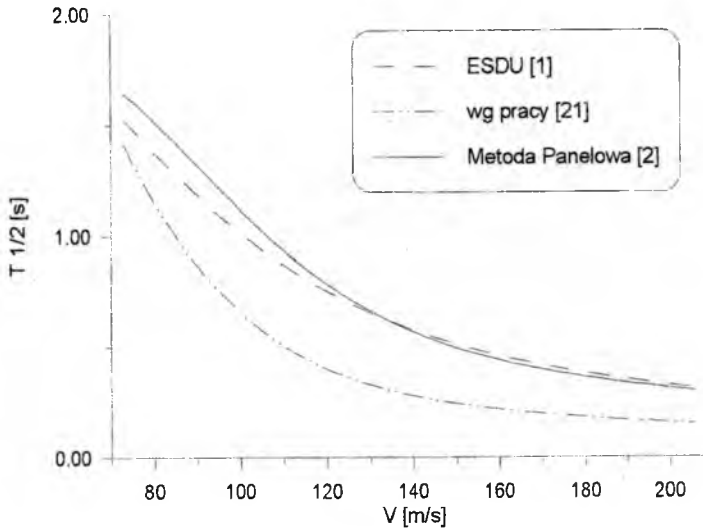
przy czym równanie momentów odniesiono do punktu A, stałego na samolocie, niezależnie od położenia środka masy. Jako punkt A przyjęto 1/4 średniej cięciwy aerodynamicznej.

Równania (16-17) zrzutowano na osie układu prędkościowego Axyz (oś x wzdłuż prędkości opływu w płaszczyźnie samolotu i skierowana do przodu kadłuba; oś z w płaszczyźnie symetrii samolotu prostopadłe do osi x i zwrócona do brzucha samolotu; oś y prostopadłe do płaszczyzny symetrii samolotu i skierowana na prawe skrzydło), zlinearyzowano i uproszczono przyjmując następujące założenia, że: (1) samolot ma płaszczyzną symetrii mechanicznej; (2) wszystkie pochodne aerodynamiczne mieszane są równe zero (3) kąty ślizgu, bocznego opływu, toru i przechylenia są równe zero. Przy powyższych założeniach równania (16-17) oraz uzupełniające zlinearyzowane związki kinematyczne [3] przyjmą postać

$$\mathbf{M} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{B} \mathbf{x} \quad (18)$$

Równanie różniczkowe (18) doprowadzono do zagadnienia na wartości i wektory własne macierzy stanu

$$\mathbf{R} = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{B} \quad (19)$$



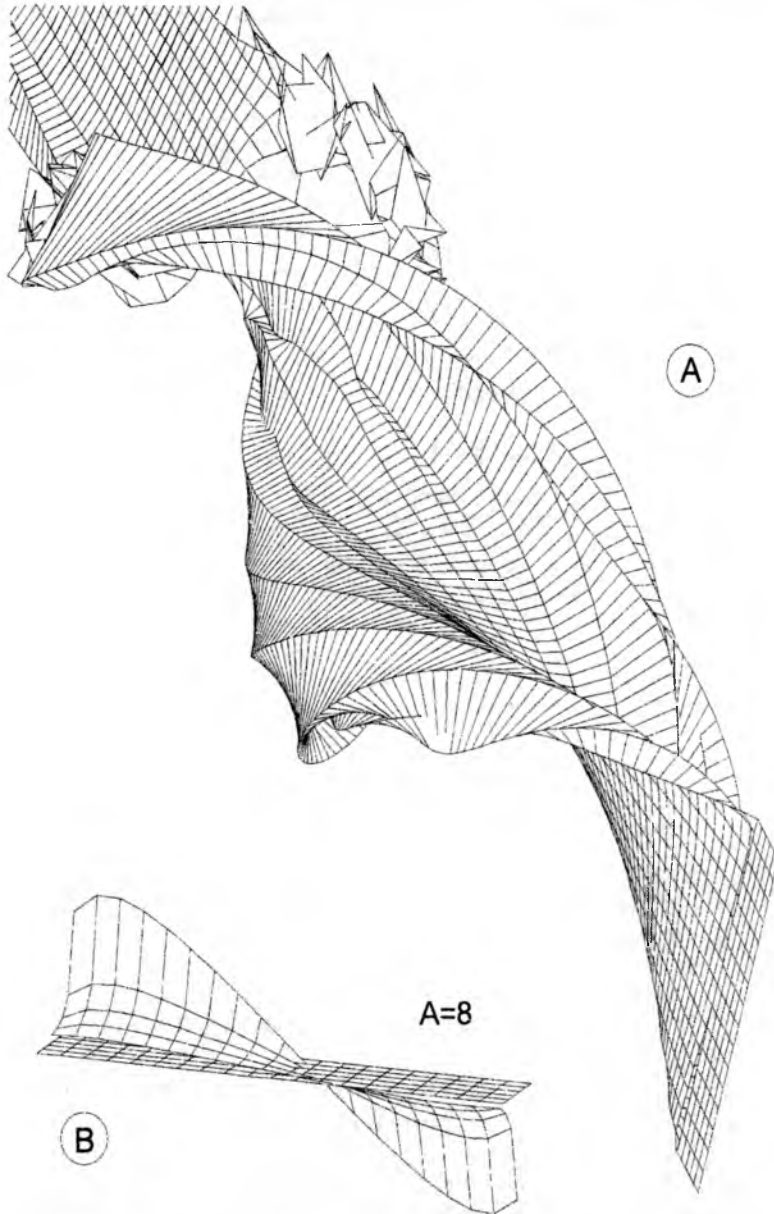
Rys. 1. Czas stłumienia amplitudy do połowy w przechyłaniu

Wartości własne $\lambda_i = \xi_i + i \eta_i$ macierzy \mathbf{R} dla samolotu Mig-21 Bis obliczono przy pomocy pakietu STB [4] dla 3 różnych zestawów pochodnych aerodynamicznych: (1) obliczonych metodą panelową, (2) obliczonych według przybliżonych metod inżynierskich ESDU oraz (3) pomierzonych w badaniach w locie [21,22]. Wyniki przedstawiono w [6,7]. W niniejszej pracy zamieszczono jedynie wpływ pochodnych aerodynamicznych na tłumienie przechyłania. Z Rys.1 wynika, że pochodne obliczone metodą panelową i przybliżoną metodą inżynierską (ESDU, [1]) dają praktycznie te same czasy stłumienia amplitudy do połowy, natomiast odpowiadające czasy stłumienia uzyskane wprost z badań w locie [21,22] są nieco niższe. Oznacza to, że pochodne obliczone metodą panelową są bardzo dobrze zgodne z pochodnymi obliczonymi innymi metodami oraz, że pewna niedokładność w odniesieniu do pomiarów w locie (uznanych za dokładne i bezbłędne) dając wyniki po stronie bezpiecznej (czyli, że jeśli samolot uznamy za stateczny na podstawie obliczeń pochodnych metodą panelową, to tym bardziej uznamy go za stateczny na podstawie pomiarów w locie).

4. Wpływ długości śladu na obciążenie płata

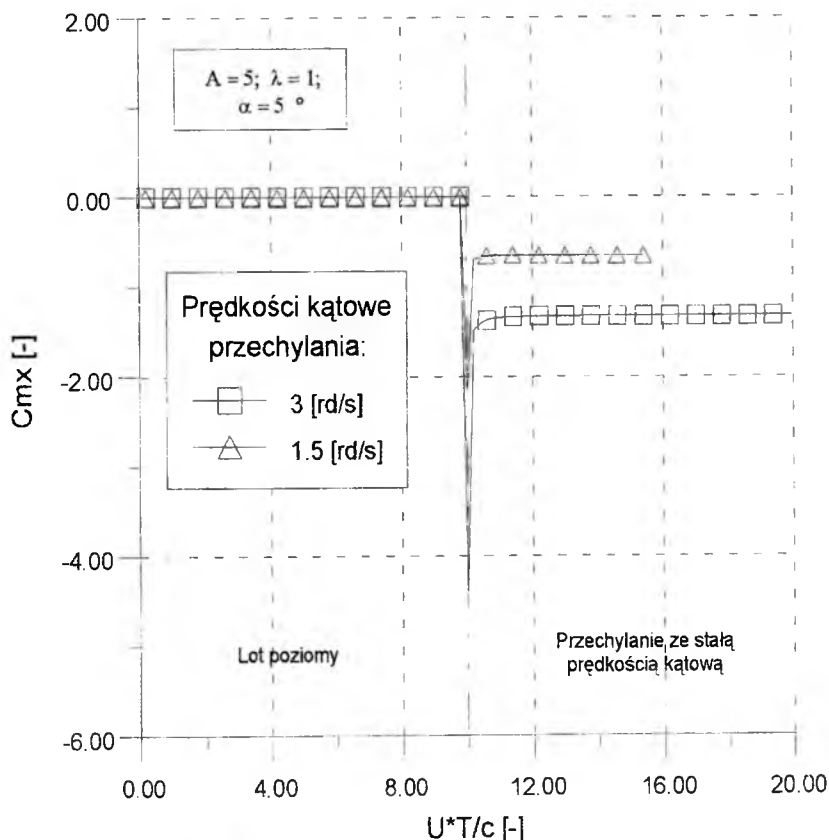
Obliczenia wpływu śladu na obciążenia płata wykonano nieustaloną metodą UVLM [20,14]. Kształt śladu po wykonaniu przez płat pełnej becзки przedstawiono na Rys.2. Widoczna nieciągłość śladu spowodowana jest gwałtownym wzrostem cyrkulacji

linii wirowych reprezentujących ślad w momencie rozpoczęcia obrotu. Na Rys.2 przedstawiono również rozkład obciążenia płata o wydłużeniu 8 w trakcie wykonywania ustalonej becзки wokół osi wektora opływu nachylonego o kąt natarcia równy 5° .



Rys.2. Ślad za płatem wykonującym beczkę (A); rozkład ciśnienia nad płatem (B)

Z Rys. 3 wynika, że moment przechylający w bardzo krótkim czasie po rozpoczęciu manewru przechylania ustala się. Wartość momentu jest proporcjonalna do prędkości kątowej przechylania. Osiągnięcie stanu ustalonego przez siłę nośną jest procesem dłuższym niż w przypadku ustalania się momentu przechylającego. Trwa zwykle kilka do kilkunastu cięć za płatem. Odpowiednie rezultaty znajdują się w pracach [6,8,9,10].



Rys.3. Przebieg współczynnika momentu przechylającego w funkcji przebytych cięć

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. ESDU (Engineering Sciences Data Unit). Aerodynamics Sub-Series. Royal Aeronautical Society, 251-259 Regent Street, London W1R 7AD, England
2. GEOTZENDORF - GRABOWSKI T., GORAJ Z., „Obliczanie charakterystyk stateczności samolotu w opływie nieściśliwym z wykorzystaniem metod panelowych”, Prace Instytutu Lotnictwa, Warszawa 1995, (praca w druku), Zeszyt 145, 2/96.

3. GORAJ Z., „*Obliczenia sterowności, równowagi i stateczności samolotu w zakresie poddźwiękowym*”, Zakłady Graficzne Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1984.
4. GORAJ Z., „*Program do obliczeń równowagi, sterowności oraz stateczności statycznej i dynamicznej samolotu*”, (Raport niepublikowany), Politechnika Warszawska, Warszawa 1993.
5. GORAJ Z., „*Wyznaczanie punktów neutralnych stateczności samolotu metodą VLM*”, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Mechanika z.113, 1993, pp.101-109.
6. GORAJ Z., BŁASZCZYK P., GEOTZENDORF-GRABOWSKI T., KULICKI P., LASEK M., WINIECKI J., „*Badanie stateczności ruchu złożonych konfiguracji aerodynamicznych*”, Raport w Instytucie Lotnictwa - niepublikowany (Sprawozdanie z grantu KBN nr.9 S604 028 04), Warszawa 1996.
7. GORAJ Z., BŁASZCZYK P., GEOTZENDORF-GRABOWSKI T., KULICKI P., LASEK M., WINIECKI J., „*Badanie stateczności ruchu złożonych konfiguracji aerodynamicznych*”, Prace Instytutu Lotnictwa, Warszawa 1996, (praca w druku).
8. GORAJ Z., KULICKI K., LASEK M., „*Aircraft Stability Analysis for Strongly Coupled Aerodynamic Configuration*”, Jour. Theor. Appl. Mech., praca złożona do druku, Warszawa 1996.
9. GORAJ Z., PIETRUCHA J., „*Mathematical Modelling of Selected Maneuvres of an Aircraft Using Modified Vortex Lattice Method*”, 19th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, 18-24 September 1994, Anaheim - California, pp. 1211-1221.
10. GORAJ Z., PIETRUCHA P., „*Wyznaczanie pochodnych stateczności po nagłym przyspieszeniu płata metodą pierścieni wirowych*”, XI Krajowa Konferencja Mechaniki Płynów, Część I, Październik 1994, pp.37-42.
11. GORAJ Z., PIETRUCHA J., „*Modyfikacje modelu opływu potencjalnego dla polepszenia metody panelowej*”, Prace Instytutu Lotnictwa, Zeszyt 4/93 (135), Warszawa 1994, pp.27-44.
12. GORAJ Z., PIETRUCHA P., „*Physical Modelling of Important Flow Phenomena in Aircraft Aerodynamics*”, Proceedings of Institute of Aviation, 140, 1, 1995, pp.13-47.
13. GORAJ Z., PIETRUCHA J., „*Classical Panel Methods - a Routine Tool for Aerodynamic Calculations of Complex Aircraft Configurations: from Concepts to Codes*”, Jour.Theor.Appl.Mech., 4, 33, 1995, pp.843-878.
14. GORAJ Z., SZNAJDER J., „*Metody panelowe w mechanice lotu -możliwości i ograniczenia*”, Prace Instytutu Lotnictwa, Warszawa 1995, Zeszyt 143, 4/95, pp. 59-102.

15. HESS J.L., SMITH A.M.O., „*Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies*”, Progress in Aeronautical Sciences. Vol.8, 1966.
16. HESS J.L., „*Calculation of Potential Flow about Three-Dimensional Lifting Bodies*”, Final Technical Report. McDonnell Douglas Report No. MOC J5679-01, Oct. 1972
17. KATZ J., PLOTTKIN A., „*Low-Speed Aerodynamics - from Wing Theory to Panel Methods*”, McGraw-Hill. Inc., 1991.
18. KUBRYŃSKI K.. „*Application of the Subsonic Panel Method to Aerodynamic Analysis and Design*”, Proc. First Seminar on Recent Research and Design Progress in Aeronautical Engineering and its Influence on Education, Ed.Z.Goraj, Bul.4 of IAAM, Warsaw Univ.Tech., Warszawa 1995, pp.131-137.
19. KULICKI P., LASEK M., „*Zastosowanie metody panelowej do wyznaczania punktu neutralnego układu skrzydło-kadłub*”, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Mechanika z.122. 1995, pp.153-157.
20. KONSTANDINOPOULOS P. et al., „*A Vortex Lattice Method for General, Unsteady Aerodynamics*”, Jour.of Aircraft Vol.22. No.1, 1985, pp.43-49.
21. MANEROWSKI J. et al., „*Opracowanie modelu samolotu MiG-21 bis*”, Raport Instyt. Techn. Woj. Lotn., W-wa 1989, również MANEROWSKI J., „*Identyfikacja modelu dynamiki samolotu*”, Problemy Badań i Eksploatacji Techniki Lotniczej, ITWL. Warszawa 1993.
22. „*MiG-21 - instrukcja użytkowania i obsługi samolotu*” (Niepublikowana).

DWUOSIOWY GIROSKOP LOTNICZY Z MAGNETYCZNYM ZAWIESZENIEM WIRNIKA

dr hab. inż. Zdzisław Gosiewski, prof. WAT
mgr. inż. Krzysztof Falkowski

Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

Streszczenie

W pracy przedstawiono dokładny i uproszczony model dynamiki dwuosiowego giroskopu z magnetycznie zawieszonym wirnikiem. Celem pracy jest porównanie obu modeli oraz określenie czy przyjęte założenia upraszczające pozwalają na projektowanie i wykonanie przyrządu w oparciu o model uproszczony.

1. Wstęp

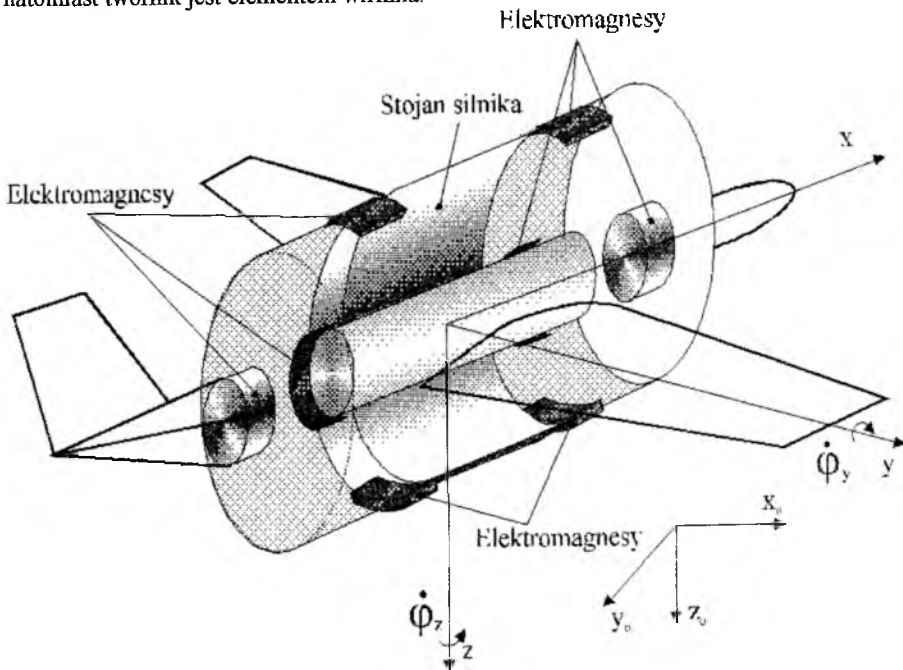
Współczesne bezkardanowe systemy nawigacji lotniczej bazują na pomiarze przyspieszeń liniowych oraz prędkości kątowych statku powietrznego w układzie związanym ze statkiem powietrznym. Źródłem informacji o wartości prędkości kątowej są giroskopy. We wcześniejszych systemach korzystano z klasycznych giroskopów o dwóch stopniach swobody z wirnikiem łożyskowanym mechanicznie. Nowoczesne systemy nawigacji inercyjnej wykorzystują laserowe i światłowodowe giroskopy.

Szczególnie wysokie wymagania stawiają systemom nawigacji inercyjnej współczesne wysokomanewrowe statki powietrzne (np. samoloty myśliwskie). Giroskop przeznaczony do eksploatacji w tych systemach powinien charakteryzować się zakresem pomiarowym dochodzącym do 400 $\%_s$ i czułością około 0,1 $\%_h$. Tak wysokie wymagania techniczne dla konstrukcji przyrządu pomiarowego narzucają również wysokie wymagania technologiczne. Wymaganiom tym mogą sprostać tylko nieliczne firmy.

Alternatywnym rozwiązaniem przyrządu pomiarowego przeznaczonego do pomiaru prędkości kątowych, może być giroskop z magnetycznie zawieszonym wirnikiem. W artykule przedstawiono wyniki badań symulacyjnych takiego giroskopu. Oceniono błędy giroskopu związane z ruchem wirnika jako ciała swobodnego w sterowanym polu magnetycznym.

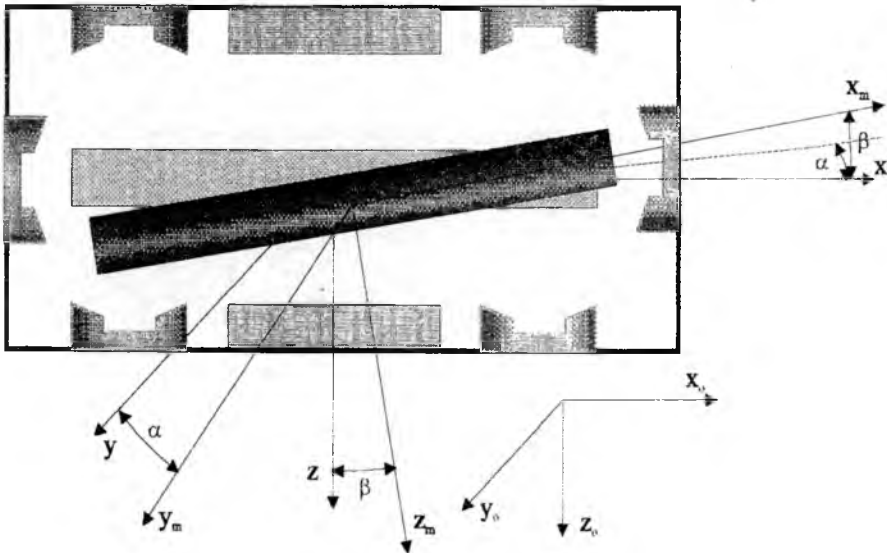
2. Koncepcja giroskopu

Proponowany przyrząd posiada wirnik w kształcie pełnego lub wydrążonego walca, który jest łożyskowany przez dwa promieniowe i jedno osiowe łożysko magnetyczne (rys. 1). Wirnik wprawiony jest w ruch obrotowy, ze stałą prędkością kątową Ω , przez silnik elektryczny. Stożan silnika jest sztywno związany z obudową przyrządu, natomiast twornik jest elementem wirnika.



Rys. 1. Orientacja przyrządu pomiarowego względem statku powietrznego.

Przyrząd zaprojektowano jako symetryczny mechanicznie i magnetycznie względem osi obrotu oraz względem płaszczyzny przechodzącej przez środek masy wirnika a prostopadłej do osi obrotu (rys. 1). W przypadku przyrządu pomiarowego zorientowanego względem statku powietrznego jak na rys. 1 kierunek osi obrotu przyrządu jest zgodny z kierunkiem osi podłużnej statku powietrznego.



Rys. 2. Orientacja wirnika względem obudowy giroskopu.

Ruch wirnika rozpatrzono korzystając z trzech układów współrzędnych (rys. 2).

1. $O_o x_o y_o z_o$ - inercyjny układ współrzędnych, w którym obowiązują prawa mechaniki Newtona. Na potrzeby nawigacji lotniczej można przyjąć pseudoinercyjny układ współrzędnych związany z Ziemią, lecz nie biorący udziału w jej ruchu dobowym. Przyjmuje się prawoskrętny układ ze środkiem O_o leżącym w środku Ziemi i osią $O_o z_o$ skierowaną w kierunku bieguna południowego.
2. $O x y z$ - układ współrzędnych sztywno związany ze statkiem powietrznym (przyrządem pomiarowym). Początek układu współrzędnych O jest środkiem geometrycznym przyrządu pomiarowego natomiast kierunek osi Ox jest zgodny z kierunkiem osi podłużnej statku powietrznego.
3. $O_m x_m y_m z_m$ - układ współrzędnych sztywno związany z wirnikiem giroskopu. Punkt O_m pokrywa się z środkiem masy wirnika, a osie układu z jego głównymi centralnymi osiami bezwładności.

Wirnik zaprojektowanego przyrządu pomiarowego posiada sześć stopni swobody. W związku z tym do opisu ruchu wirnika skorzystano z następujących wielkości:

- x, y, z - są współrzędnymi liniowymi, które określają przemieszczenie środka masy wirnika względem układu związanego ze statkiem powietrznym,
- γ, β, α - są współrzędnymi kątowymi, które określają obroty wirnika odpowiednio względem osi Ox, Oy i Oz .

Powyższe wielkości można zestawić w jeden wektor, który określa globalne współrzędne ruchu wirnika [5]:

$$S_1 = [\gamma \quad x \quad \alpha \quad y \quad \beta \quad z]^T. \quad (1)$$

Zazwyczaj nie można bezpośrednio określić globalnych współrzędnych ruchu wirnika. Dlatego wprowadzono lokalny wektor współrzędnych ruchu [5] związany z płaszczyznami łożyskowania wirnika:

$$S_1 = [\gamma \quad x \quad y_1 \quad y_p \quad z_1 \quad z_p]^T, \quad (2)$$

gdzie:

y_1, y_p - ruch liniowy wirnika w kierunku osi Oy w lewej i prawej płaszczyźnie łożyskowania.

z_1, z_p - ruch liniowy wirnika w kierunku osi Oz w lewej i prawej płaszczyźnie łożyskowania.

3. Równania ruchu wirnika

Równania ruchu wirnika są niezbędne do wyznaczenia przemieszczeń wirnika w funkcji czasu przy uwzględnieniu wymuszeń w postaci prędkości kątowych i przyspieszeń liniowych. Równania ruchu wykorzystane zostaną także przy budowie torów pomiarowych przyrządu.

Korzystając z założenia o symetryczności przyrządu pomiarowego, można oddzielnie przeanalizować ruch obrotowy wirnika i ruch postępowy środka masy wirnika.

3.1. Ruch postępowy środka masy wirnika

Korzystając z drugiej zasady dynamiki Newtona ułożono równanie opisujące ruch środka masy wirnika pod działaniem sił zewnętrznych [5]:

$$m\bar{a}_m = \bar{F}_e + \bar{F}_s + m\bar{g}, \quad (3)$$

gdzie: $\bar{a}_m = d^2\bar{r}_m/dt^2$ - przyspieszenie bezwzględne środka masy wirnika w układzie inercyjnym,

\bar{F}_e - wypadkowa siła oddziaływania elektromagnesów na wirnik,

\bar{F}_s - wypadkowa siła oddziaływania elektrycznego silnika napędzającego na wirnik,

\bar{g} - wektor przyspieszenia grawitacyjnego.

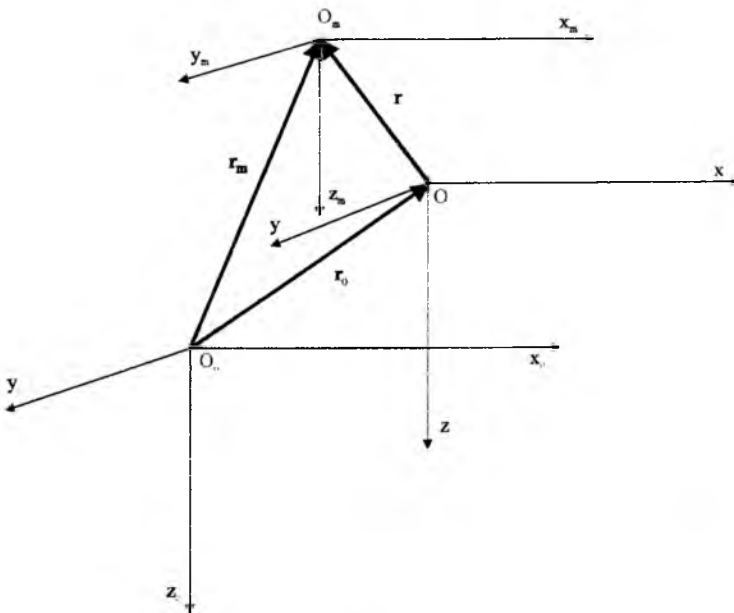
Położenie środka masy wirnika O_m w układzie inercyjnym możemy przedstawić jako złożenie dwu wektorów (rys. 3):

$$\bar{r}_m = \bar{r}_o + \bar{r}, \quad (4)$$

gdzie:

\bar{r}_o - położenie początku O układu współrzędnych $Oxyz$ względem układu inercyjnego,

\bar{r} - położenie środka masy wirnika O_m względem początku układu $Oxyz$.



Rys. 3. Położenie środka masy wirnika względem inercyjnego układu współrzędnych.

Przyspieszenie bezwzględne środka masy wirnika określa wektor:

$$\bar{a}_n = \bar{a}_o + \bar{a}_s + \bar{a}_n + \bar{a} + \bar{a}_c, \quad (5)$$

gdzie:

\bar{a}_o - przyspieszenie liniowe z jakim porusza się statek powietrzny,

$\bar{a}_s = \bar{\varepsilon} \times \bar{r}$ - przyspieszenie styczne środka masy wirnika,

$\bar{a}_n = \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r})$ - przyspieszenie normalne środka masy wirnika,

$\bar{a} = \bar{i}d^2x/dt^2 + \bar{j}d^2y/dt^2 + \bar{k}d^2z/dt^2$ - przyspieszenie względne środka masy wirnika,

$\bar{a}_c = 2(\bar{\omega} \times \bar{v})$ - przyspieszenie Coriolisa.

Wektor przyspieszenia bezwzględnego (5) można wyrazić następująco:

$$\bar{a}_m = \bar{a}_u + \bar{a} + \bar{a}_c, \quad (6)$$

gdzie: $\bar{a}_u = \bar{a}_o + \bar{a}_s + \bar{a}_n$ - przyspieszenie unoszenia środka masy wirnika.

Po podstawieniu zależności (6) do równania (3) otrzymamy wektorowe równanie ruchu środka masy wirnika [4]:

$$m\bar{a} = \bar{F}_e + \bar{F}_s + m(\bar{a}_u + \bar{a}_c) + m\bar{g}. \quad (7)$$

Przechodząc do zapisu skalarnego otrzymamy następujący układ trzech równań [4]:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_{ex} + F_{sx} - m(a_u + a_c)_x + mg_x, \\ m\ddot{y} &= F_{ey} + F_{sy} - m(a_u + a_c)_y + mg_y, \\ m\ddot{z} &= F_{ez} + F_{sz} - m(a_u + a_c)_z + mg_z. \end{aligned} \quad (8)$$

Powyższe równania opisują ruch środka masy wirnika w układzie związanym ze statkiem powietrznym.

3.2. Ruchu obrotowy wirnika

Równania ruchu obrotowego wirnika girokopu wyprowadzono korzystając z twierdzenia Resala. Zgodnie z tym twierdzeniem pochodna po czasie wektora krętu \bar{H} jest równa wypadkowemu wektorowi momentu sił zewnętrznych \bar{M} [1]:

$$\frac{d\bar{H}}{dt} = \bar{M}. \quad (9)$$

Powyższe równanie jest słuszne w przypadku, gdy środek zawieszenia magnetycznego pokrywa się z środkiem masy wirnika. Uwzględniając dodatkowe momenty sił wynikające ze sprzężenia z ruchem postępowym środka masy wirnika, równanie (9) można zapisać w postaci trzech równań skalarnych [1]:

$$\begin{aligned} \frac{dH_x}{dt} + H_z \omega_y - H_y \omega_z &= M_x + M_{sz}, \\ \frac{dH_y}{dt} + H_x \omega_z - H_z \omega_x &= M_y + M_{sy}, \\ \frac{dH_z}{dt} + H_y \omega_x - H_x \omega_y &= M_z + M_{sz}. \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie: H_i - są odpowiednimi składowymi wektora krętu w układzie Oxyz,

ω_i - są składowymi prędkości kątowej względem osi układu Oxyz.

M_{si} - są składowymi wypadkowego wektora momentu sił wynikających z ruchu postępowego środka masy wirnika.

M_i - są składowymi wypadkowego wektora momentu sił zewnętrznych:

$$\begin{aligned} M_x &= 0, \\ M_y &= F_{lz} \cdot l - F_{pz} \cdot p, \\ M_z &= F_{ly} \cdot l - F_{py} \cdot p, \end{aligned} \quad (11)$$

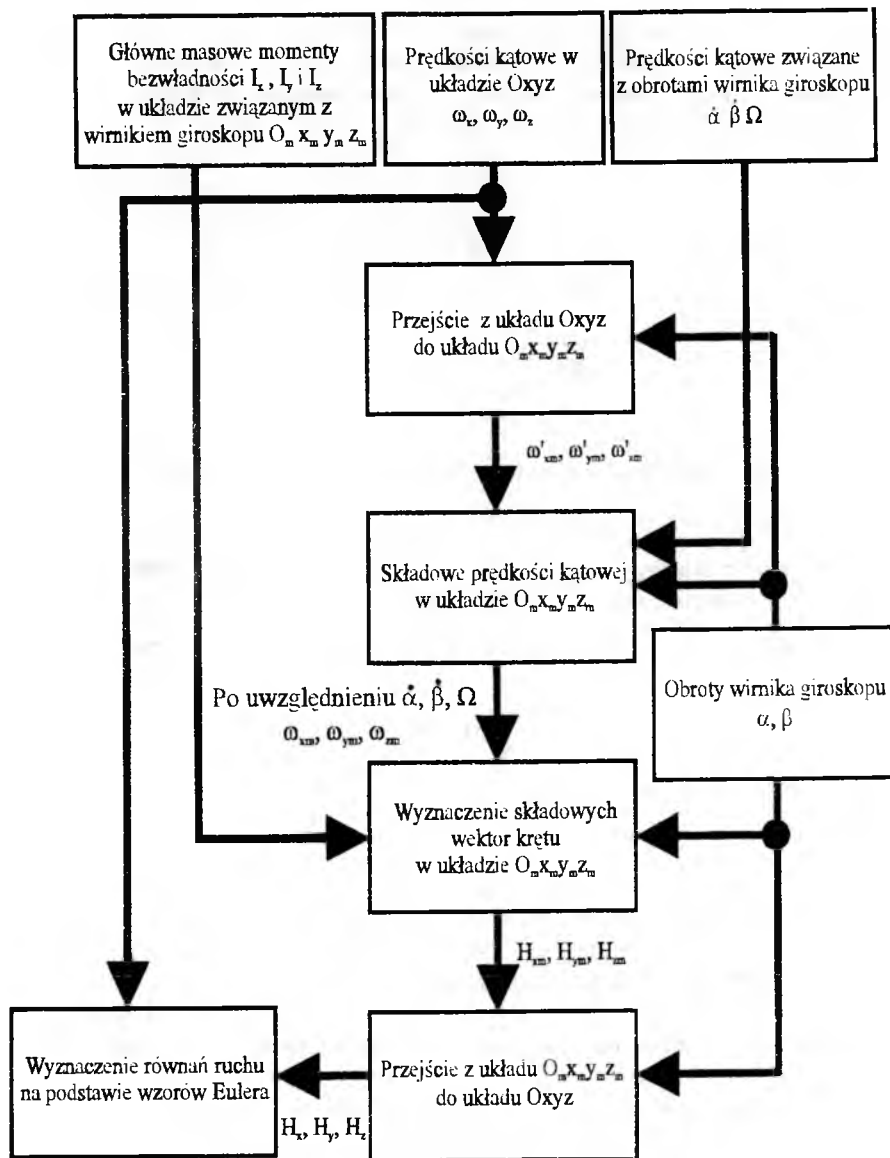
gdzie:

$F_{ly}, F_{py}, F_{lz}, F_{pz}$ - są siłami oddziaływania lewych i prawych elektromagnesów odpowiednio na kierunkach osi Oy i Oz (oddziaływanie w osi Ox pomijamy w przypadku przyrządu pomiarowego zorientowanego jak na rys. 1),

l, p - są odległościami odpowiednio lewej i prawej płaszczyzny elektromagnesów od środka masy pomiarowej (ze względu na przyjętą symetrię mamy $l=p$).

Składowe wektora krętu w układzie Oxyz są odpowiednio równe: $H_x=I_x \omega_x$, $H_y=I_y \omega_y$, $H_z=I_z \omega_z$. W związku z powyższym należy określić główne masowe momenty bezwładności w układzie Oxyz. Wykonanie tego działania jest kłopotliwe. W przypadku proponowanego przyrządu momenty bezwładności wirnika względem układu Oxyz są funkcją czasu, natomiast moment bezwładności wirnika względem osi układu współrzędnych $O_m x_m y_m z_m$ są momentami głównymi i stałymi w czasie. Celem

wyznaczenia składowych wektora krętu w układzie związanym ze statkiem powietrznym Oxyz zaproponowano algorytm przedstawiony na rys. 4.



Rys. 4. Algorytm wyznaczania równań ruchu obrotowego wirnika.

Na podstawie informacji o kątowych współrzędnych ruchu (α , β) wirnika, dokonano, metodą kosinusów kierunkowych, transformacji składowych prędkości kątowej statku

powietrznego z układu Oxyz do układu $O_m x_m y_m z_m$. Pełną postać składowych prędkości kątowych wirnika w układzie związanym z wirnikiem otrzymano po uwzględnieniu prędkości kątowych z jakimi obraca się wirnik giroskopu ($\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, Ω) względem układu Oxyz. W następnym kroku, po uwzględnieniu głównych masowych momentów bezwładności, wyznaczono składowe wektora krętu w układzie $O_m x_m y_m z_m$. Po wyznaczeniu odpowiedniej macierzy transformacyjnej dokonano transformacji wyznaczonych wcześniej składowych wektora krętu do układu Oxyz. Otrzymane składowe wektora krętu podstawiono następnie do równań ruchu wirnika. Przytoczenie pełnych równań ruchu w artykule ze względu na ich rozbudowaną postać jest niecelowe.

Do dalszej analizy przyjęto następujące założenia upraszczające [4]:

- I. Kąty α i β wzajemnego obrotu układów Oxyz i $O_m x_m y_m z_m$ są małe. Tym samym można przyjąć: $\sin\alpha \approx \alpha$, $\sin\beta \approx \beta$, $\cos\alpha \approx 1$ i $\cos\beta \approx 1$.
- II. Prędkość obrotowa Ω wirnika giroskopu jest znacznie większa od innych rozważanych prędkości kątowych. Tym samym składowe wektora krętu w kierunku osi Oy_m i Oz_m są znacznie mniejsze od składowej wektora krętu w kierunku osi Ox_m .

Uwzględniając założenia upraszczające oraz to, że dla przyrządu pomiarowego zorientowanego jak na rys. 1 można pominąć równanie ruchu obrotowego dla osi Ox (dla $M_x=0$), otrzymamy uproszczoną postać równań ruchu obrotowego wirnika:

$$\begin{aligned} I_{ym} \ddot{\beta} + I_{xm} \Omega \dot{\alpha} + I_{xm} \Omega \dot{\beta} \omega_x &= M_y - I_{ym} \dot{\omega}_y - I_{xm} \Omega \omega_z - m(a_{ox} z - a_{oz} x) - F_x z, \\ I_{ym} \ddot{\alpha} - I_{xm} \Omega \dot{\beta} + I_{xm} \Omega \alpha \omega_x &= M_z - I_{ym} \dot{\omega}_z + I_{xm} \Omega \omega_y - m(a_{oy} x - a_{oz} y) - F_x y, \end{aligned} \quad (16)$$

gdzie: I_{xm} , I_{ym} , I_{zm} , - główne masowe momenty bezwładności wirnika w układzie związanym z wirnikiem $O_m x_m y_m z_m$,

ω_x , ω_y , ω_z - składowe prędkości kątowych statku powietrznego w układzie Oxyz,

a_{ox} , a_{oy} , a_{oz} - składowe przyspieszenia liniowego statku powietrznego w układzie inercjalnym,

F_x - wypadkowa siła generowana przez elektromagnesy łożysk osiowych.

4. Symulacja komputerowa przyrządu pomiarowego

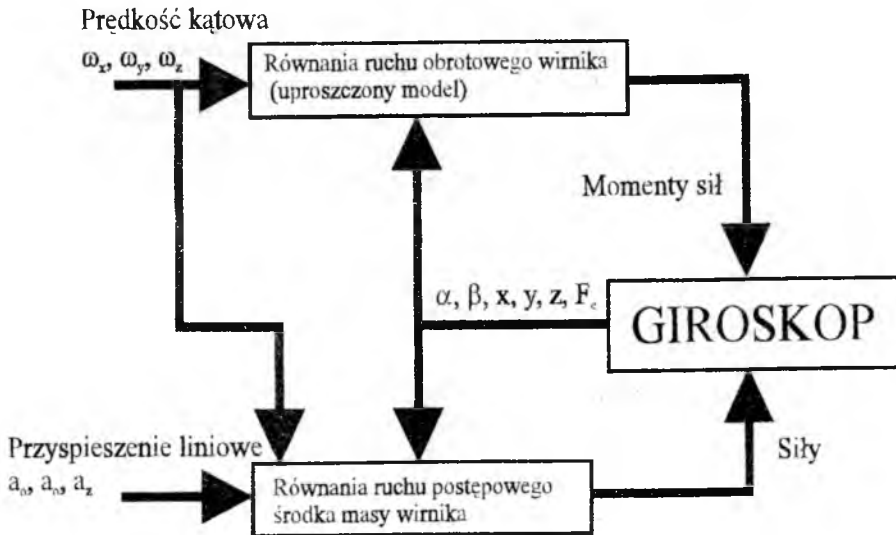
Na podstawie równań ruchu wirnika oraz matematycznego modelu silownika elektromechanicznego aktywnego łożyska magnetycznego [2, 3], zaprojektowano i wykonano model symulacyjny przyrządu pomiarowego. Model wykonany został w środowisku programu Matlab-Simulink.

Rozwiązanie równań ruchu wirnika daje jego przemieszczenia w płaszczyznach łożyskowania. Ruch wirnika modelowano z wykorzystaniem uproszczonych i pełnych równań ruchu w celu określenia błędu jaki popełniono przyjmując założenia

upraszczające. Jest to istotne z punktu widzenia konstruktora toru pomiarowego giroskopu.

Model symulacyjny poddano badaniu przez dołączanie kolejno wymuszeń w postaci następujących zmian prędkości kątowych i przyspieszeń liniowych statku powietrznego.

1. W 0.01 s od początku symulacji nastąpił skok prędkości kątowej ω_y od 0 $^{\circ}/s$ do wartości 400 $^{\circ}/s$.
2. W 0.02 s od początku symulacji pojawił się skok prędkości kątowej ω_z od 0 $^{\circ}/s$ do wartości 400 $^{\circ}/s$.
3. W 0.03 s od początku symulacji wystąpiły skokowo składowe przyspieszenia liniowego o wartościach 20g działające wzdłuż osi układu współrzędnych Oxyz (a_{ox} , a_{oy} , a_{oz}).

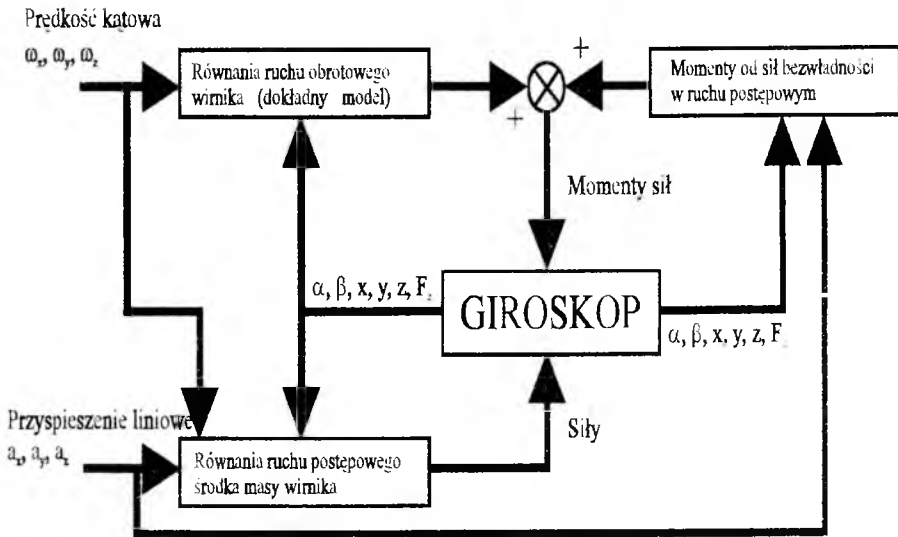


Rys. 5. Schemat symulacji komputerowej dla uproszczonego modelu giroskopu.

Skok wymuszenia prędkości kątowej rozciągnięto nieco w czasie. Przyczyny tego były następujące. W równaniach ruchu obrotowego wirnika giroskopu występują pochodne prędkości kątowych, które powodowały silne drgania wirnika giroskopu w stanach przejściowych (w przypadku różniczkowania idealnego skoku jednostkowego). Skok jednostkowy nie jest naturalnym wymuszeniem, dlatego rozciągnięcie go nieco w czasie powoduje, że proces przejściowy staje się bardziej zbliżony do naturalnego.

Następnie przeprowadzono rejestrację odpowiedzi czasowych na zadane wymuszenia tych wielkości, które są istotne ze względu na pracę giroskopu. Analizie poddano następujące odpowiedzi na wspomniane skokowe wymuszenia.

1. Zmierzone przez przyrząd składowe M_y , M_z wypadkowego momentu sił zewnętrznych działającego na wirnik (oznaczone na rysunkach jako M_y i M_z).
2. Przemieszczenia wirnika w płaszczyznach łożyskowych, wynikające z wymuszenia skokiem prędkości kątowej (oznaczone na rysunkach jako przemieszczenia: y_r , z_r).
3. Przemieszczenia wirnika w płaszczyznach łożyskowych, wynikające z wymuszenia skokiem przyspieszenia liniowego (oznaczone na rysunkach jako przemieszczenia: y_u , z_u).
4. Przemieszczenie środka wirnika w kierunku osi Ox pod działaniem wymuszenia skokiem przyspieszenia liniowego (oznaczone na rysunkach jako przemieszczenie x).
5. Zmierzona przez przyrząd wypadkowa siła osiowa F_x generowana przez wymuszenia skokowe przyspieszenia liniowego (oznaczone na rysunkach jako F_x).



Rys. 6. Schemat symulacji komputerowej dla pełnego modelu giroskopu.

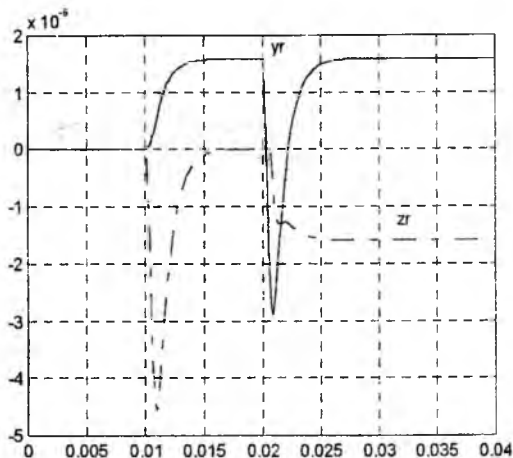
Modelując uproszczone równania ruchu wirnika (rys. 5) pominięto wpływ momentów wynikających z działania sił bezwładności w ruchu postępowym, wpływ momentu siły wypadkowej generowanej przez łożyska osiowe oraz uwzględniono przedstawione wcześniej założenia upraszczające. Równania w takiej postaci pozwoliły na ocenę wpływu poszczególnych składników momentów sił na ruch wirnika.

Pełne równania ruchu obrotowego wirnika (rys. 6) modelowano na podstawie przedstawionego wcześniej algorytmu (rys. 4). Równania ruchu postępowego środka masy wirnika dla modelu dokładnego nie różnią się od równań dla modelu uproszczonego.

Model matematyczny siłownika elektromagnetycznego, wykorzystany w symulacjach komputerowych, wyprowadzony został na podstawie układu sterowanego napięciowo przy założeniu pełnego dostępu do wektora stanu [2, 3]. Do sterowania położeniem wirnika w każdej z płaszczyzn łożyskowych wykorzystano oddzielne pętle sprzężenia zwrotnego z regulatorami typu LQR.

Na rys. 7 przedstawiono przemieszczenia wirnika wynikające z wymuszenia skokową zmianą prędkości kątowych. Wiążąc powyższe charakterystyki z kolejnością włączania sygnałów wymuszających można prześledzić działanie giroskopu.

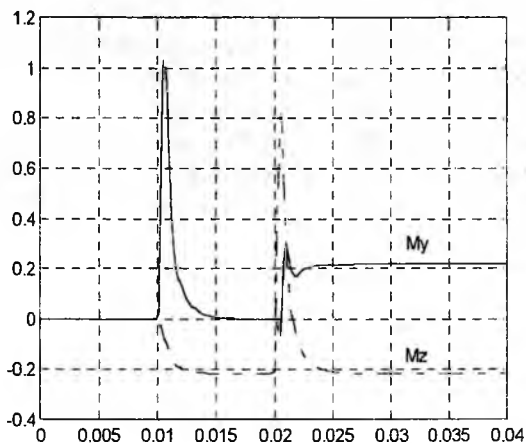
Po 0.01 [s] od rozpoczęcia symulacji komputerowej pojawiła się prędkość kątowa ω_y o wartości maksymalnej 6.99 [rad/s] (wartość ta odpowiada prędkości kątowej 400 °/s). Zgodnie z równaniami ruchu wirnika skokowa zmiana prędkości kątowa ω_y wymusza



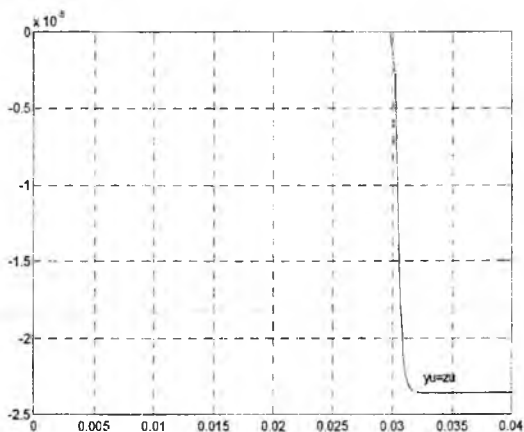
Rys. 7. Przemieszczenie wirnika w płaszczyznach łożyskowych wymuszone skokową zmianą prędkości kątowych.

pojawienie się składowej momentu siły M_z w kierunku osi Oz , natomiast w kierunku osi Oy pojawia się składowa momentu M_y , która uzależniona jest od pochodnej po czasie prędkości kątowej ω_y . Na rys. 7 pojawia się przemieszczenie w osi Oy wywołane momentem siły M_z , natomiast przemieszczenie w osi Oz wywołane jest momentem siły M_y . Stąd zmiana przemieszczenia w osi Oz odpowiada procesowi rzeczywistego różniczkowania skoku jednostkowego. Pojawienie się skoku prędkości ω_z wymusiło zmianę wartości momentów sił. Prędkość kątowa ω_z wpływa na wartość momentu sił w kierunku osi Oy , natomiast w kierunku osi Oz pojawia się efekt podobny jak poprzednio, gdyż moment M_z uzależniony jest od pochodnej po czasie prędkości kątowej ω_z .

Na rys. 8 przedstawiono zmianę składowych momentu siły w funkcji czasu. Są to składowe momentu M_y i M_z zmierzone przez giroskop podczas wymuszonego ruchu wirnika skokowymi zmianami prędkości kątowych statku powietrznego.



Rys. 8. Zmiany momentu sił zewnętrznych zmierzonych przez giroskop, a wynikających z wymuszenia skokami prędkości kątowych.



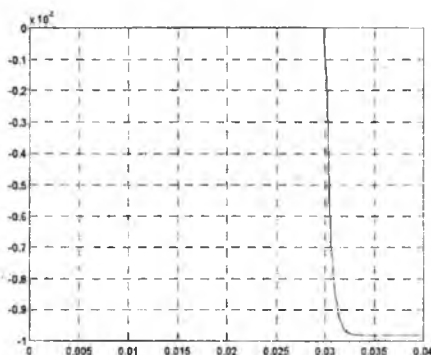
Rys. 9. Przemieszczenie wirnika w płaszczyźnie łożysk wymuszone skokową zmianą przyspieszenia liniowego.

Należy zauważyć, że nie pojawia się na żadnej z przedstawionych charakterystyk wpływ przyspieszenia liniowego działającego na wirnik giroskopu. Można na tej podstawie wyciągnąć wniosek, że słuszne jest założenie o dopuszczalności rozprężenia równań ruchu obrotowego i postępowego wirnika giroskopu (co zostało potwierdzone w symulacji komputerowej).

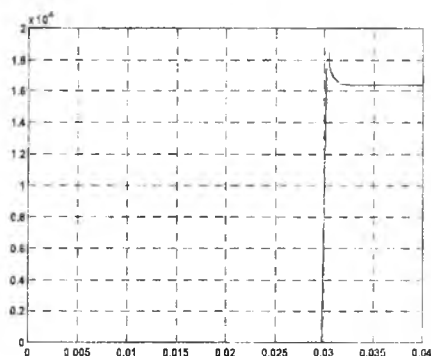
Przesunięcie środka masy wirnika w kierunku osi Oy , Oz , przedstawione na rys. 9, zostało zarejestrowane po 0.03 [s] od początku symulacji komputerowej. Zgodnie z programem symulacji w tym momencie pojawiły się składowe przyspieszenia liniowego działające na kierunkach wszystkich osi układu $Oxyz$.

Zarejestrowano również przesunięcie w kierunku osi Ox (rys. 10a) oraz zmierzono wypadkową siłę w łożyskach osiowych (rys. 10b), z których to wielkości można wyznaczyć wartość składowej przyspieszenia liniowego w kierunku tej osi.

a)

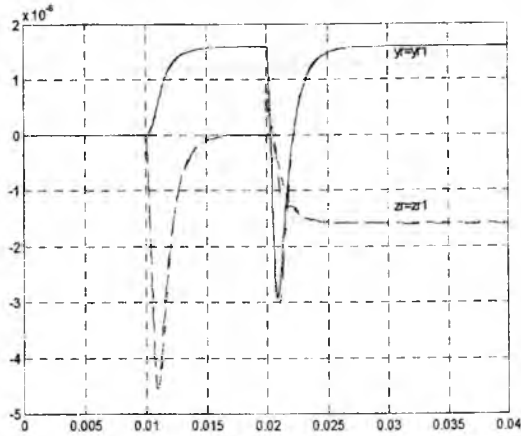


b)



Rys. 10. Przebiegi czasowe dla wymuszenia skokiem przyspieszenia liniowego:

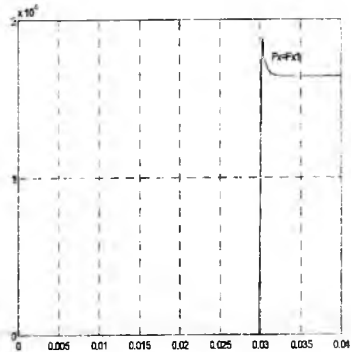
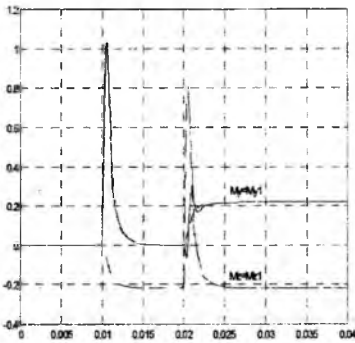
- a) przesunięcie środka masy wirnika w kierunku osi Ox ,
- b) wypadkowa siła generowana przez osiowe łożysko magnetyczne przy wymuszeniu skokiem przyspieszenia liniowego.



Rys. 11. Przeszczenie wynikające ze skokowej zmiany prędkości kątowej wirnika zarejestrowane w czasie symulacji modelu pełnego (przeszczenia: yr, zr) i uproszczonego (przeszczenia: yr1, zr1).

a)

b)



Rys. 12. Porównanie charakterystyk pełnego i uproszczonego modelu dynamiki wirnika:

- a) zmierzone momenty sił zewnętrznych dla pełnego (M_y i M_z) i uproszczonego (M_{y1} , M_{z1}) modelu,
- b) przeszczenie w kierunku osi O_y i O_z wynikające z wymuszenia skokiem przyspieszenia liniowego podanego do modelu pełnego (y_u , z_u) i uproszczonego (y_{u1} , z_{u1}),

Powyższe charakterystyki uzyskano korzystając z dokładnego modelu giroskopu. Analogiczne charakterystyki otrzymano dla uproszczonego modelu ruchu wirnika giroskopu. Na rys. 11 przedstawiono przemieszczenia wirnika wynikające z wymuszenia skokami prędkości kątowej podanymi do pełnego i uproszczonego modelu symulacyjnego.

Nie zaobserwowano istotnych różnic wynikających z zastosowania modelu uproszczonego i pełnego (patrz rys. 11). Te same przemieszczenia w obu modelach praktycznie pokrywają się, jedynie z stanach dynamicznych (procesy przejściowe) występują nieznaczne różnice. Niewiele wnoszą do modelu dodatkowe wyrazy uwzględniające momenty sił związane z ruchem postępowym w równaniach ruchu obrotowego. Na kolejnych charakterystykach, obserwujemy nieznaczne różnice związane z przyjętym uproszczeniem modelu.

Jak wynika z rys. 12 nie można zauważyć istotnych różnic w odpowiedziach na wymuszenia dla modelu pełnego i uproszczonego.

5. Wnioski

W artykule wyprowadzono dokładne równania ruchu wirnika w giroskopie z łożyskowaniem magnetycznym. Równania te są nieliniowe i sprzęgają ruchy postępowy i obrotowy wirnika. Giroskop jest typu prędkościowego, a tym samym siły generowane przez elektromagnesy mają za zadanie sprowadzenie wirnika do położenia wyjściowego względem obudowy giroskopu. Zadanie to jest realizowane za pomocą układu sterowania polem magnetycznym. Prawa sterowania zostały skonstruowane dla uproszczonego liniowego stacjonarnego modelu giroskopu.

Zbudowano dwa modele symulacyjne przyrządu pomiarowego.

1. W pierwszym modelu podłączono prawa sterowania do dokładnego, nieliniowego, niestacjonarnego modelu ruchu wirnika. Ten model jest modelem odniesienia.
2. W drugim modelu podłączono prawa sterowania do uproszczonego, liniowego, stacjonarnego modelu ruchu wirnika, celem oceny wpływu przyjętych uproszczeń na pracę przyrządu pomiarowego.

Na podstawie wyników otrzymanych z symulacji komputerowych przyrządu pomiarowego można przyjąć, że dopuszczalne są następujące założenia upraszczające.

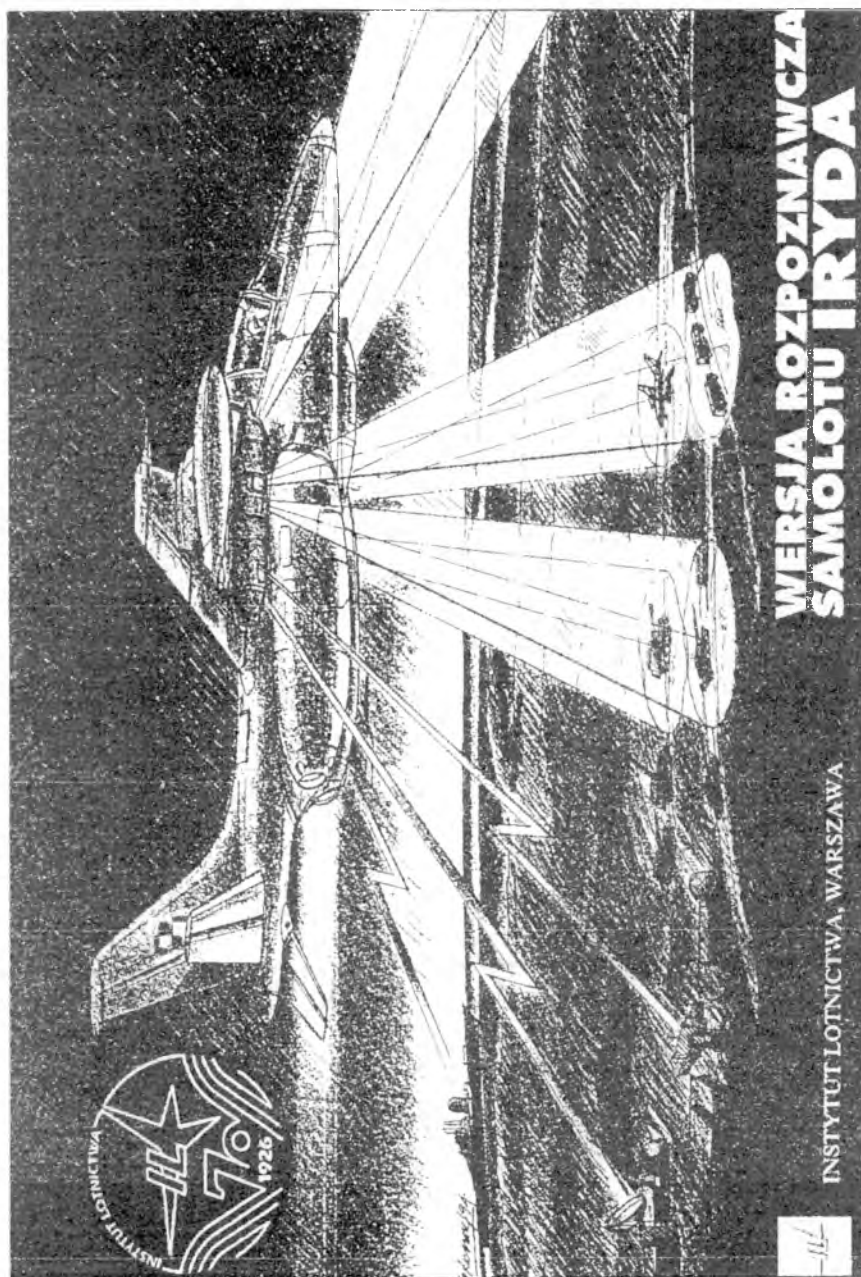
1. Można rozprząc równania ruchu obrotowego i równania ruchu postępowego środka masy wirnika. Ruchy te sprzężone są jedynie poprzez znane siły sterujące.
2. Momenty sił wynikające z ruchu postępowego środka masy wirnika nie wnoszą istotnych zmian do modelu ruchu obrotowego, który wykorzystuje się do wyznaczania prędkości obrotowych statku powietrznego.
3. Przyjęte założenia upraszczające nie wprowadzają istotnych zmian w modelu co oznacza, że można posługiwać się równaniami uproszczonymi w budowie torów pomiarowych ruchu wirnika giroskopu.
4. Dla uproszczonego modelu można budować systemy sterowania aktywnym torem pomiarowym.

5. Uwzględnienie dodatkowych momentów oraz nie wprowadzanie uproszczeń w modelu giroskopu, może poprawiać dokładność w torze pomiarowym jako przyrządu pomiarowego mierzącego prędkość kątową statku powietrznego.

Literatura

1. K. Magnus "Kreisel-Theoria und Anwendungen". Springer-Verlag Berlin 1971.
2. G. Schweitzer A. Traxler H. Bleuler "Magnetlager". Springer-Verlag Berlin 1993.
3. D. Vischer "Sensorloses und Spannungsgesteuerte Magnetlager". Diss. ETH Nr. 8665. Zurich 1988.
4. Z. Gosiewski T. Grzegorzczak K. Falkowski "Navigational Instruments with Magnetically Suspended Inertial Masses" *Proc. 6th Int. Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery ISROMAC-6*, pp. 612-618. Honolulu 1995.
5. Z. Gosiewski T. Grzegorzczak K. Falkowski "Przyrządy lotnicze z zawieszoną magnetycznie masą pomiarową - giroskop". *Materiały II szkoły "Aktywne Metody Redukcji Drgan i Hałasu"*. str. 49-54. Zakopane 1995.

INSTYTUT LOTNICTWA



**WERSJA ROZPOZNAWCZA
SAMOLOTU IRYDA**

INSTYTUT LOTNICTWA, WARSZAWA



Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VII" 1996

ANALIZA PORÓWNAWCZA ALGORYTMÓW ORIENTACJI PRZESTRZENNEJ STATKU POWIETRZNEGO W INERCJALNYCH BEZKARDANOWYCH SYSTEMACH NAWIGACJI

dr hab. inż. Zdzisław GOSIEWSKI, prof. WAT
dr inż. Albert ORTYL

*Zakład Osprzętu i Automatyki Lotniczej
Instytut Techniki Lotniczej
Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa*

Streszczenie

Do ważniejszych parametrów pilotażowych niezbędnych dla nawigacji i sterowania statkiem powietrznym (SP) należą kąty orientacji przestrzennej: pochylenie, przechylenie oraz odchylenie. Tym samym urządzenia generujące te parametry z odpowiednio dużą dokładnością należą do niezbędnego wyposażenia nowoczesnego statku powietrznego. W inercjalnych bezkardanowych systemach orientacji przestrzennej parametry te uzyskuje się przez pomiar składowych wektora obrotu SP i zastosowanie odpowiedniego algorytmu przeliczającego sygnały mierzone na parametry orientacji przestrzennej. Synteza tego algorytmu oraz jego optymalizacja są kluczowymi problemami, które należy rozwiązać przystępując do budowy bezkardanowego systemu orientacji.

W niniejszym referacie przedstawiono wyniki rozważań analitycznych oraz badań numerycznych dotyczących opracowania nowych, bardziej efektywnych algorytmów wyznaczania orientacji przestrzennej SP z wykorzystaniem pomiaru składowych wektora kąta obrotu. Przedstawiono wyniki analizy błędów tych algorytmów standardowych, które bazują na rozwinięciu rozwiązania równań kinematycznych w szereg Taylora. Następnie zaproponowano metody poprawy dokładności obliczeń polegające na wprowadzeniu algorytmów ortogonalizacji macierzy i normowania kwaternionu. Jako istotną modyfikację zaproponowano algorytmy wykorzystujące diagonalną aproksymację Pade do wyznaczania funkcji macierzowych. Przeprowadzono odpowiednią porównawczą analizę błędów obliczeń w proponowanych algorytmach.

W drugiej części referatu przedstawiono założenia do badań modelowych. Założenia te dotyczą: przyjętych kryteriów jakości, wybranego ruchu wzorcowego wykorzystywanego do generowania sygnałów wejściowych oraz określenia zakresu badań modelowych. Omówiono również wybrane wyniki symulacji komputerowej działania algorytmów oraz zaprezentowano wnioski wynikające z badań analitycznych, numerycznych i laboratoryjnych.

1. Wstęp

Inercjalne systemy nawigacji w sposób autonomiczny wyznaczają parametry charakteryzujące pozycję, prędkość i orientację przestrzenną statku powietrznego. Jako informację wejściową wykorzystują dane o liniowym i kątowym ruchu statku powietrznego (SP) względem przestrzeni inercjalnej, mierzone przez elementy pomiarowe wchodzące w skład systemu nawigacji. Pierwowzorem inercjalnych systemów nawigacji były wczesne przyrządy giroskopowe, służące do sterowania i stabilizacji położenia kąowego SP, które mogły pracować niezależnie i bez korekcji od źródeł zewnętrznych tylko przez krótki okres czasu. Współczesne skomplikowane inercjalne systemy nawigacji, wykorzystujące giroskopy, przyspieszeniomierze i komputery nawigacyjne w sposób autonomiczny wyznaczają wszystkie niezbędne parametry nawigacyjne w dowolnym przedziale czasu. W zależności od metody modelowania nawigacyjnego układu współrzędnych rozróżnia się systemy: kardanowe i bezkardanowe.

W systemach kardanowych giroskopy umieszczone na platformie, mierzą składowe prędkości kątovej ruchu statku powietrznego (SP) względem inercjalnego układu współrzędnych, a układy nadążne wykorzystują je do stabilizacji położenia platformy. Tym sposobem giroskopy i przyspieszeniomierze są izolowane od ruchu kątowego SP, a platforma w sposób fizyczny wyznacza nawigacyjny układ współrzędnych. Poprzez dwukrotne całkowanie, zmierzonego przez przyspieszeniomierze przyspieszenia pozornego (z uwzględnieniem warunków początkowych) i przez przeprowadzenie koniecznych korekcji możemy otrzymać bieżące współrzędne położenia SP, a czujniki kątów zamontowane na osiach obrotu zawieszenia kardanowego dostarczają informacji o położeniu przestrzennym.

W inercjalnych bezkardanowych systemach nawigacji (IBSN) elementy pomiarowe są bezpośrednio zamontowane na SP. Sygnały wyjściowe z elementów pomiarowych reprezentują przyspieszenia pozorne i prędkość kątową SP względem inercjalnego układu współrzędnych. Parametry te są określone w pomiarowym układzie współrzędnych (zakłada się, że układ ten pokrywa się z układem związanym ze statkiem powietrznym). W celu otrzymania wartości przyspieszenia pozornego w nawigacyjnym układzie współrzędnych komputer musi dokonać transformacji tych wielkości z układu związanego, czyli wyznaczyć zależność wiążącą kątowe położenie tych dwóch układów współrzędnych. Dalsza praca systemu jest analogiczna jak systemów kardanowych. Proces ten ilustruje rys. 1.

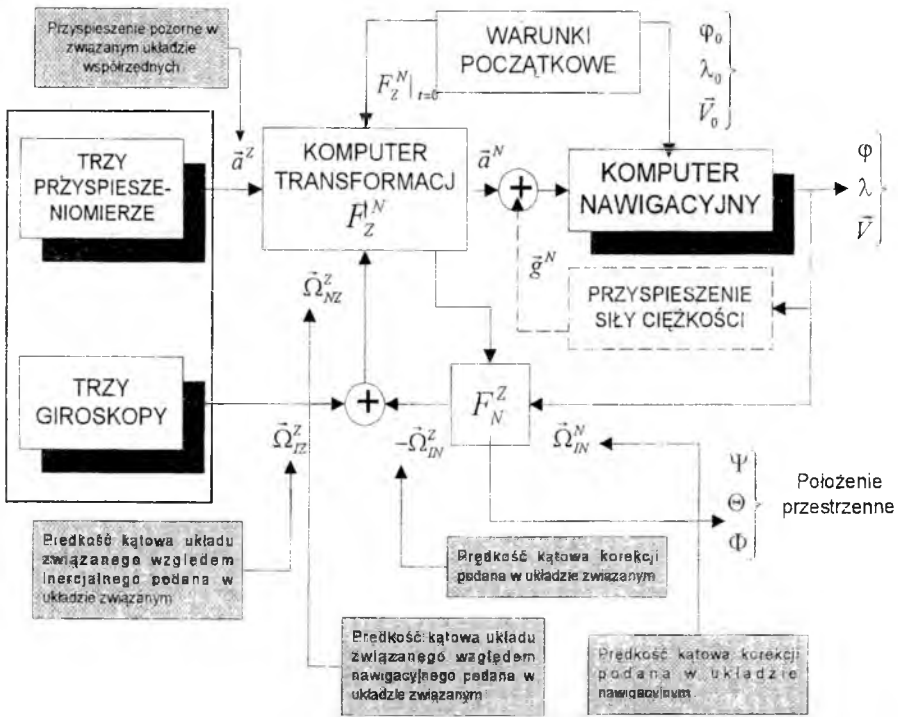
2. Przedstawienie problemu

Aby wyznaczyć funkcję wiążącą położenie kątove dwóch układów współrzędnych należy:

- przyjąć konkretną notację matematyczną opisującą położenie kątove;
- przyjąć postać wektora prędkości kątovej (pochodnej kąta obrotu);
- opracować algorytm wyznaczania funkcji transformacji;
- przeprowadzić optymalizację algorytmu ze względu na przyjęte kryteria jakości.

W systemach bezkardanowych wszystkie obliczenia są realizowane w sposób analityczny przez komputer systemu nawigacji. Realizuje on konkretne, czyli specyficzne

operacje lub procesy matematyczne, przy pomocy których wyznacza parametry użyteczne do sterowania i nawigacji SP. Algorytmy systemów bezkardanowych są zawsze kompromisem między dokładnością a kosztami realizacji. Duża liczba iteracji, techniki całkowania z dużą dokładnością oraz jak najdłuższe słowo maszynowe poprawiają dokładność, lecz podwyższają koszty. Poprzez odpowiedni wybór notacji matematycznej i parametrów obliczeń, a następnie modelowanie na komputerze cyfrowym można przeprowadzić optymalizację tych algorytmów w sensie przyjętego kryterium jakości. Wymagane parametry, takie jak położenie przestrzenne, prędkość, pozycja SP oraz ich dokładność są uzależnione od zamierzonych zastosowań systemu - od prostych systemów orientacji przestrzennej do skomplikowanych systemów nawigacyjnych.



Rys.1. Ogólny schemat pracy IBSN.

Autorzy niniejszej pracy postawili sobie za zadanie zebranie znanych i opublikowanych metod wyznaczania orientacji przestrzennej bryły sztywnej (statku powietrznego) na podstawie pomiaru wektora prędkości kątowej i przeprowadzenie ich analizy pod kątem możliwości implementacji w komputerze cyfrowym. Wynikające z analizy wnioski posłużyły do modyfikacji znanych algorytmów oraz do ich optymalizacji dla przyjętych kryteriów. Otrzymane wyniki są podstawą do realizacji modelu

bezkardanowego systemu orientacji przestrzennej (BSOP) - odpowiednika pionu giroskopowego i systemu kursowego.

3. Równania kinematyczne

Obrót bloku pomiarowego Bezkardanowego Systemu Orientacji Przestrzennej (BSOP) można interpretować jako ruch kulisty ciała sztywnego [1-4]. Jediną dostępną i mierzalną wielkością mogącą służyć do określenia zmian położenia układu współrzędnych związanego z bryłą sztywną jest wektor prędkości kątowej obrotu bloku pomiarowego (co jest równoznaczne z obrotem SP). Ważną rolę odgrywa wybór parametrów kinematycznych odpowiadających trzem stopniom swobody obracającego się ciała. Do opisu orientacji przestrzennej SP można wykorzystywać kilka grup parametrów [4]:

1. kąty Eulera i kąty orientacji przestrzennej ;
2. parametry Rodrigeza-Hamiltona i parametry Cayley-Kleina ;
3. cosinusy kierunkowe.

Algorytmy wykorzystujące I grupę parametrów (kąty Eulera i kąty orientacji przestrzennej) - mają ograniczony obszar zastosowania. Istnieje takie położenie kątowe SP, gdy prędkość zmian tych parametrów wzrasta do nieskończoności, niezależnie od tego, że rzuty prędkości kątowej SP na osie związanego układu współrzędnych mają skończone wartości. Dlatego też, w tym przypadku nie udaje się wyliczyć orientacji przestrzennej z żadaną wysoką dokładnością, nawet z wykorzystaniem komputerów o dużej prędkości działania. Z tego powodu zarówno kąty Eulera jak i kąty orientacji przestrzennej nie znajdują zastosowania przy opracowaniu algorytmów systemów bezkardanowych.

Równania różniczkowe wykorzystujące parametry Rodrigeza-Hamiltona są liniowe i nie mają punktów osobliwych przy dowolnym położeniu przestrzennym statku powietrznego. Przy czterech parametrach i trzech stopniach swobody w ruchu obrotowym należy uwzględnić jedno dodatkowe równanie - równanie normy kwaternionu. Należy zaznaczyć, że końcowy wynik obliczeń w zadaniach nawigacyjnych powinien być przedstawiony nie w postaci kwaternionów, ale w postaci cosinusów kierunkowych, bądź kątów orientacji przestrzennej. Wobec tego, zysk w ilości obliczeń uzyskany przez zastosowanie algebry kwaternionów przy przekształcaniu współrzędnych, częściowo zmniejsza się wskutek konieczności zastosowania przejścia odwrotnego - od kwaternionów do kątów orientacji przestrzennej. Jednakże w zadaniach sterowania, w których wymuszenia sterujące można wyrazić przez kwaterniony, zalety ich zastosowania są bezsporne i w pewnych warunkach pozwalają zaoszczędzić do 40% czasu obliczeń.

W przypadku algorytmów wykorzystujących parametry Cayley-Kleina mamy do czynienia z macierzami zespolonymi utworzonymi z parametrów Rodrigeza-Hamiltona, co dodatkowo utrudnia obliczenia. Algorytmy te nie znalazły praktycznego zastosowania. Można je natomiast wykorzystać jako etap pośredni podczas modyfikacji tradycyjnej metody parametrów Rodrigeza-Hamiltona, tzn. zastosowania aproksymacji Pade. Macierz utworzona z parametrów Cayley-Kleina jest macierzą unitarną, a dla takich macierzy istnieje diagonalna aproksymacja Pade.

Algorytmy III grupy parametrów zapisane z wykorzystaniem macierzy cosinusów kierunkowych są liniowe i nie mają punktów osobliwych. Z uwagi, że jest dziewięć cosinusów kierunkowych a tylko trzy stopnie swobody w ruchu obrotowym należy dodatkowo uwzględnić warunki ortogonalności.

Odnośnie równania różniczkowe zebrane są w tabeli 1.

Tabela 1

| Parametr | Równanie kinematyczne | Prędkość kątowna |
|-------------------------------|---|---|
| Parametry R-H | $\frac{d\Lambda}{dt} = \frac{1}{2} \Lambda \circ \omega_z$ | $\omega_z = 0 + p \cdot i_1 + q \cdot i_2 + r \cdot i_3$ |
| Cosinusy kierunkowe | $B = B \cdot \Omega_z$ | $\Omega_z = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}$ |
| Kąty Eulera | $\begin{bmatrix} \Phi \\ \Theta \\ \Psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \Phi \operatorname{ctg} \Theta & -\cos \Phi \operatorname{ctg} \Theta & 1 \\ \cos \Phi & -\sin \Phi & 0 \\ \frac{\sin \Phi}{\sin \Theta} & \frac{\cos \Phi}{\sin \Theta} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$ | $\bar{\omega}_z = p \cdot i_1 + q \cdot i_2 + r \cdot i_3$ |
| Kąty orientacji przestrzennej | $\begin{bmatrix} \Phi \\ \Theta \\ \Psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \Phi \operatorname{tg} \Theta & \cos \Phi \operatorname{tg} \Theta \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 0 & \frac{\sin \Phi}{\cos \Theta} & \frac{\cos \Phi}{\cos \Theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$ | $\bar{\omega}_z = p \cdot i_1 + q \cdot i_2 + r \cdot i_3$ |
| Parametry C-K | $\dot{U} = \frac{1}{2} V_z U$ | $V_z = \begin{bmatrix} ir & q + ip \\ -q - ip & -ir \end{bmatrix}$ |

Po wstępnej analizie do dalszych rozważań wybrano zapis wykorzystujący cosinusy kierunkowe oraz parametry Rodrigeza-Hamiltona.

4. Rozwiązanie równań kinematycznych

W wyprowadzonych macierzowych równaniach różniczkowych występują macierze współczynników będące sygnałami pomiarowymi z czujników prędkości kątowych - czyli są wielkościami zmiennymi. Powoduje to dodatkowe komplikacje przy ich rozwiązywaniu. Dla dużej częstotliwości realizacji obliczeń spełniony jest (z wystarczającym przybliżeniem) warunek stałości współczynników równań różniczkowych w okresie całkowania, co upraszcza ich rozwiązanie.

Generalnie w algorytmach nazwanych przez nas „standardowymi” wykorzystuje się rozwinięcie macierzy tranzycyjnej w macierzowy szereg Taylora o odpowiedniej ilości wyrazów. Ich ilość warunkuje dokładność algorytmu.

Dla algorytmów wykorzystujących metodę cosinusów kierunkowych rozwiązanie równania różniczkowego z tabeli 1 ma postać:

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}(t-T) \exp \Theta \quad (1)$$

$\mathbf{B}(t-T)$ - wartość macierzy \mathbf{B} w momencie czasu $t-T$;

$\exp \Theta = \mathbf{B}_n(T)$ - macierz podstawowa (tranzycyjna);

Θ - macierz „pozornego” kąta obrotu postaci:

$$\Theta(t-T; t) = \Omega_z T = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_z & \theta_y \\ \theta_z & 0 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{B}_n = \mathbf{I} + S_\infty \Theta + C_\infty \Theta^2 \quad (3)$$

gdzie: $\theta_0 = \left(\sum_{i=1}^3 \theta_i^2 \right)^{1/2}$, $i = x, y, z$,

$$C_\infty = \frac{1 - \cos \theta_0}{\theta_0^2}, \quad S_\infty = \frac{\sin \theta_0}{\theta_0} \quad (4)$$

Współczynniki C_∞ i S_∞ wyrażone są przez funkcje trygonometryczne, które do realizacji na komputerze cyfrowym aproksymuje się przyjmując n wyrazów z rozwinięcia w szereg Taylora.

Dla algorytmów wykorzystujących metodę parametrów Rodrigeza-Hamiltona rozwiązanie równania różniczkowego z tabeli 1 ma postać:

$$\Lambda(t+T) = \Lambda(t) \circ \exp \left[\frac{\Theta(t-T; t)}{2} \right] \quad (5)$$

gdzie: $\Theta(t-T; t) = \begin{bmatrix} 0 & \theta_x & \theta_y & \theta_z \end{bmatrix}$, $\Theta(t-T; t) = \int_{t-T}^t \omega_z d\tau$ (6)

- kwaternion „pozornego” kąta obrotu;

$$\mathbf{N}_n = \exp \left[\frac{\Theta}{2} \right] = C_\infty + \Theta S_\infty = \begin{bmatrix} C_\infty & \theta_x S_\infty & \theta_y S_\infty & \theta_z S_\infty \end{bmatrix} \quad (7)$$

- kwaternion korekcji za okres $(t-T; t)$.

$$\theta_0 = \left(\sum_{i=1}^3 \theta_i^2 \right)^{1/2}, \quad i = x, y, z, \quad C_\infty = \cos \frac{\theta_0}{2}, \quad S_\infty = \sin \frac{\theta_0}{2} / \theta_0 \quad (8)$$

Współczynniki C_∞ i S_∞ wyrażone są przez funkcje trygonometryczne, które do realizacji na komputerze cyfrowym, aproksymuje się przyjmując n wyrazów z rozwinięcia w szereg Taylora.

Numeryczne całkowanie przedstawionych równań różniczkowych, rozłożonych w szereg Taylora, prowadzi po kilku cyklach obliczeń do utraty ortogonalności macierzy

cosinusów kierunkowych bądź utraty normy kwaternionu. Problem ten można rozwiązać następująco [4]:

1. zamiast wolnozbieżnego szeregu Taylora zastosować inną aproksymację funkcji $\exp(x)$ - np. aproksymację Pade.
2. okresową kontrolę oraz kompensację nieortogonalności i unormowania.
3. opracowanie takich rozwiązań równań różniczkowych, które zapewniają unormowanie kwaternionu „on-line”.

Odpowiednie algorytmy wykorzystujące diagonalną aproksymację Pade macierzy tranzycyjnej dla obu rozpatrywanych metod zapisu mają następujące postacie:

- dla metody sinusów kierunkowych:

$$\mathbf{B}_2^{\text{Pade 1}} = \mathbf{I} + S_2^P \left(\Theta + \frac{1}{2} \Theta^2 \right), \quad (9)$$

gdzie:
$$S_2^P = \frac{1}{1 + (\theta_0^2/4)}. \quad (10)$$

$$\mathbf{B}_4^{\text{Pade 2}} = \mathbf{I} + S_4^P \Theta + C_4^P \Theta^2. \quad (11)$$

gdzie:
$$S_4^P = \frac{(1 - (\theta_0^2/12))}{(1 - (\theta_0^2/12))^2 + (\theta_0^2/4)}, C_4^P = \frac{1/2}{(1 - (\theta_0^2/12))^2 + (\theta_0^2/4)}. \quad (12)$$

- dla metody kwaternionów:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_2^{\text{Pade 1}} &= \left\{ \frac{1 - (\theta_0^2/16)}{1 + (\theta_0^2/16)} \right\} + \left\{ \frac{1/2}{1 + (\theta_0^2/16)} \right\} \Theta = \\ &= C_2 + \mathbf{i}_1 S_2 \theta_1 + \mathbf{i}_2 S_2 \theta_2 + \mathbf{i}_3 S_2 \theta_3 \end{aligned} \quad (13)$$

oraz:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_4^{\text{Pade 2}} &= \left[\frac{1 - (5\theta_0^2/48) + (\theta_0^4/2304)}{1 + (\theta_0^2/48) + (\theta_0^4/2304)} \right] + \left[\frac{(1/2) - (\theta_0^2/96)}{1 + (\theta_0^2/48) + (\theta_0^4/2304)} \right] \Theta = \\ &= C_4 + \mathbf{i}_1 S_4 \theta_1 + \mathbf{i}_2 S_4 \theta_2 + \mathbf{i}_3 S_4 \theta_3 \end{aligned} \quad (14)$$

gdzie:
$$\Theta = \mathbf{i}_1 \theta_1 + \mathbf{i}_2 \theta_2 + \mathbf{i}_3 \theta_3 \quad (15)$$

jest kwaternionem "pozornego" kąta obrotu.

4. Analiza błędów

Aby móc porównać otrzymane algorytmy należy przeprowadzić analizę ich błędów. Generalnie, dla wszystkich metod transformacji można wyróżnić trzy rodzaje błędów: błąd przekoszenia, modułu i obrotu. Błędy obliczeń zależą od rzędu algorytmu (ilości wyrazów w szeregu Taylora lub aproksymacji Pade) oraz elementarnego przyrostu kąta, czyli w efekcie od częstotliwości realizacji obliczeń. Im wyższy rząd i większa częstotliwość tym błędy są mniejsze. Z analizy tych błędów (Tabela 2 i 3) wynika

jednoznacznie, że algorytmy „standardowe” metody cosinusów kierunkowych posiadają kilkukrotnie większe błędy, a w przypadku błędu przekoszenia dla metody kwaternionów jest on zerowy. Tym samym wydaje się celowe stosowanie algorytmów wykorzystujących algebrę kwaternionów. W przypadku stosowania metody aproksymacji Pade występuje tylko błąd obrotu, a jego współczynniki są znacznie mniejsze niż współczynniki błędu w analogicznych równaniach dla metody szeregu Taylora. Można z tego wnioskować, że zastosowanie aproksymacji Pade w algorytmach wyznaczania orientacji przestrzennej BSOP nie wyeliminuje całkowicie potrzeby okresowej normalizacji kwaternionu lub ortogonalizacji macierzy, ale częstotliwość jej powtarzania będzie znacznie mniejsza niż w algorytmach standardowych [4].

| <i>Błędy metody cosinusów kierunkowych</i> | | | | | | | Tabela 2 |
|--|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------|---|-------------------|--|----------|
| Rząd | Błąd obrotu | | Błąd modułu | | Błąd przekoszenia | | |
| | Pade | Taylor | Pade | Taylor | Pade | Taylor | |
| 2 | $-\frac{\theta_0^2}{12} \ominus$ | $\frac{\theta_0^2}{6} \ominus$ | 0 | $\frac{\theta_0^2}{8} (\theta_j^2 + \theta_k^2)$ | 0 | $-\frac{1}{8} \theta_0^2 \theta_j \theta_k$ | |
| 4 | $-\frac{\theta_0^4}{720} \ominus$ | $-\frac{\theta_0^4}{120} \ominus$ | 0 | $-\frac{\theta_0^4}{144} (\theta_j^2 + \theta_k^2)$ | 0 | $\frac{1}{144} \theta_0^4 \theta_j \theta_k$ | |

| <i>Błędy metody kwaternionów</i> | | | | | | | Tabela 3 |
|----------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|-------------|----------------------------|-------------------|--------|----------|
| Rząd | Błąd obrotu | | Błąd modułu | | Błąd przekoszenia | | |
| | Pade | Taylor | Pade | Taylor | Pade | Taylor | |
| 2 | $-\frac{\theta_0^2}{96} \ominus$ | $\frac{\theta_0^2}{48} \ominus$ | 0 | $\frac{\theta_0^4}{64}$ | - | - | |
| 4 | $-\frac{\theta_0^4}{23040} \ominus$ | $-\frac{\theta_0^4}{3840} \ominus$ | 0 | $-\frac{\theta_0^6}{4608}$ | - | - | |

5. Założenia do badań modelowych

W celu przeprowadzenia badań modelowych opracowano odpowiednią metodykę badań, w której założono, że wyniki otrzymane z rozwiązania przez oceniany algorytm zostaną porównane z wynikami rozwiązania analitycznego (czyli dokładnego). Sygnałem wymuszającym (prędkościami kątowymi) są sygnały z ruchu wzorcowego, w niektórych przypadkach dodatkowo obciążone błędami losowymi (rys.2).

Postać ruchu (obrotu) wzorcowego przyjęta do oceny dokładności pracy algorytmów bezkardanowego systemu orientacji przestrzennej powinna opisywać jak najmniej korzystne warunki pracy systemu. Można wówczas przyjąć, że podczas normalnej eksploatacji błędy nie będą przewyższać błędów powstałych podczas tego ruchu.

W pracy [6] Bortz wyprowadził równanie różniczkowe definiujące prędkość zmian wektora orientacji jako sumy: wektora prędkości kątowej mierzonego metodami inercjalnymi oraz nieprzemiennego wektora prędkości:

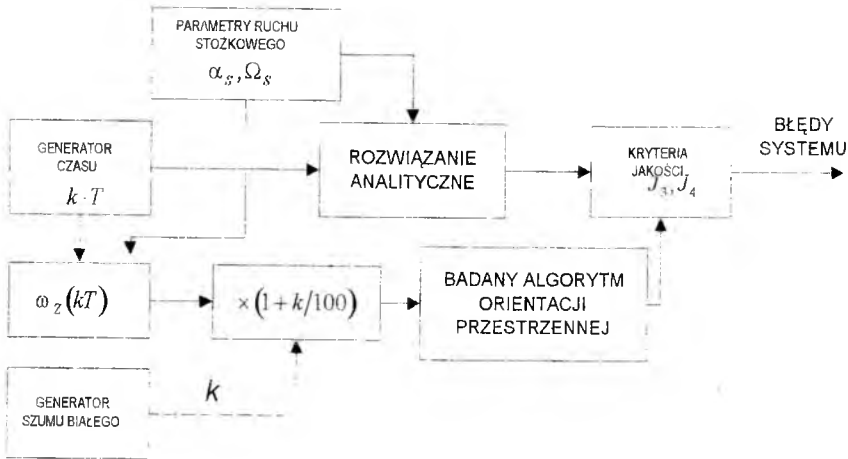
$$\dot{\Phi} = \bar{\omega}_z + \dot{\sigma}, \quad (16)$$

gdzie:

$\bar{\Phi}$ - rzeczywisty wektor orientacji;

$\bar{\omega}_z$ - wektor prędkości kątowej mierzony metodami inercyjnymi (w tym sensie, że mierzony przez przyrządy inercjalne, np. giroskopy).

$\dot{\sigma}$ - nieprzemienny wektor prędkości kątowej - niemierzalny metodami inercyjnymi.

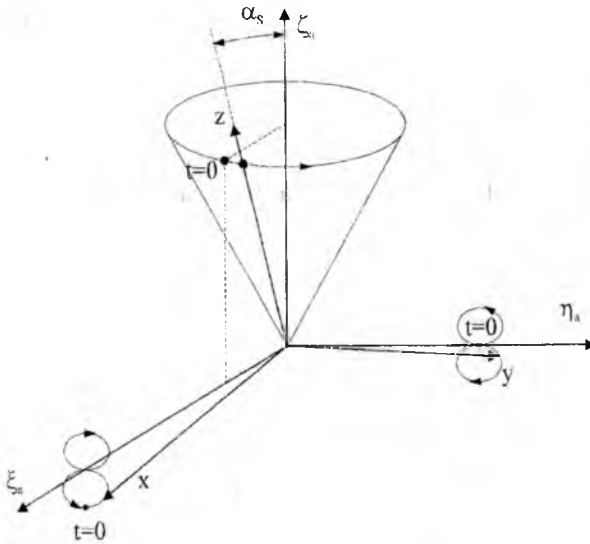


Rys.2. Schemat procesu badań.

Po rozwinięciu równanie (16) przyjmuje następującą postać:

$$\dot{\Phi} = \bar{\omega}_z + \frac{1}{2} \Phi \times \bar{\omega}_z + \frac{1}{\phi^2} \left(1 - \frac{\phi \sin \phi}{2(1 - \cos \phi)} \right) \Phi \times (\Phi \times \bar{\omega}_z). \quad (17)$$

Ten drugi wektor powstaje w konsekwencji nieprzemienności małych (skończonych) obrotów. Zjawisko nieprzemienności obrotów prowadzi do tego, że końcowa orientacja przestrzenna po serii obrotów zależy nie tylko od tych obrotów, ale i od ich kolejności. Analiza nieprzemiennego wektora prędkości kątowej jest ważnym elementem przy osiąganiu wymaganych dokładności inercjalnych bezkardanowych systemów nawigacji. Opracowanie algorytmów kompensacji wpływu nieprzemiennego wektora prędkości pozwala na zabezpieczenie się przed narastaniem błędu orientacji w środowisku o dużej dynamice zmian prędkości kątowej. W niniejszej pracy założono, że dostępny jest "pozorny" wektor obrotu czyli wektor wynikający z pomiaru metodami inercyjnymi. Założenie to jest możliwe przy realizacji obliczeń z dużą częstotliwością powtarzania.



Rys.3. Przykład ruchu stożkowego.

Ruchem, który częściowo spełnia te wymagania jest właśnie ruch stożkowy (częściowo, ponieważ nie ma kąta prostego pomiędzy tymi wektorami) [4]. Ruch stożkowy występuje wtedy, gdy jedna z osi układu, np. oś z , opisuje powierzchnię stożkową, a rzuty wektora bezwzględnej prędkości kątowej SP na dwie pozostałe osie zawierają składowe harmoniczne przesunięte w fazie.

Aby móc wykorzystać ten rodzaj ruchu do testowania algorytmów pracy BSOP należy:

- opisać postać wektora bezwzględnej prędkości kątowej rzutowanego na osie związanego układu współrzędnych $Oxyz$;
- wyprowadzić rozwiązanie analityczne wiążące parametry ruchu stożkowego i czas z macierzą transformacji.

Dla klasycznego ruchu stożkowego wektor obrotu ma postać:

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \alpha_s \sin \Omega_s t \\ \alpha_s \cos \Omega_s t \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

gdzie:

$\Phi = [\phi_x \quad \phi_y \quad \phi_z]$ - wektor obrotu;

α_s - połowa kąta wierzchołkowego stożka;

Ω_s - prędkość kątowa ruchu stożkowego.

Z uwagi na postać składników błędu nieprzemienności, najbardziej szkodliwym (niepożądanym) ruchem dla algorytmów BSOP będzie taki ruch, w którym składniki te osiągną maksimum. Wystąpi to wtedy, gdy wektor $\vec{\omega}_z$ będzie prostopadły do $\dot{\Phi}$, tzn. przyjmując pierwszy stopień uproszczenia

$$\Phi = \int_0^t \omega_z dt, \text{ czyli:}$$

$$\vec{\omega}_z \perp \int_0^t \vec{\omega}_z dt. \quad (18)$$

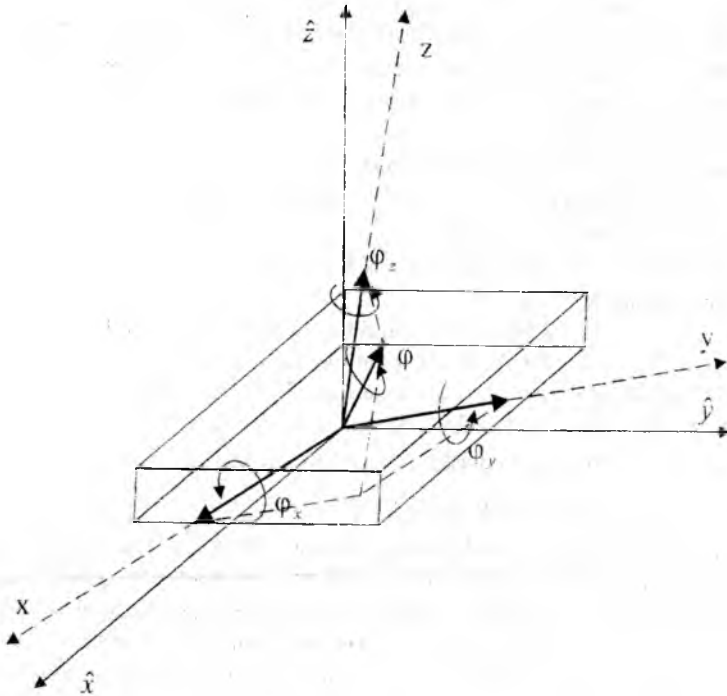
Po prostych przekształceniach można otrzymać składowe wektora prędkości kątowej wywołującego ruch stożkowy (w układzie pomiarowym - ruchomym):

$$\omega_z = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_s \sin \alpha_s \cos \Omega_s t \\ -\Omega_s \sin \alpha_s \sin \Omega_s t \\ \Omega_s (1 - \cos \alpha_s) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Odpowiednia macierz transformacji opisującą orientację przestrzenną bryły sztywnej wykonującej ruch stożkowy ma postać:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \sin^2 \Omega_s t + \cos \alpha_s \cos^2 \Omega_s t & \frac{1}{2}(1 - \cos \alpha_s) \sin 2\Omega_s t & \sin \alpha_s \cos \Omega_s t \\ \frac{1}{2}(1 - \cos \alpha_s) \sin 2\Omega_s t & \cos^2 \Omega_s t + \cos \alpha_s \sin^2 \Omega_s t & -\sin \alpha_s \sin \Omega_s t \\ -\sin \alpha_s \cos \Omega_s t & \sin \alpha_s \sin \Omega_s t & \cos \alpha_s \end{bmatrix} \quad (21)$$

Powyższa zależność pozwala wyliczyć macierz transformacji, przy pomocy której można ocenić efekt ruchu wywołanego przez wektor prędkości (20) czyli oszacować dokładność algorytmu wyznaczania orientacji przestrzennej.



Rys.4. Wzajemna orientacja rzeczywistego i estymowanego układu współrzędnych przy małych kątach różnicy: x, y, z - osie rzeczywistego układu współrzędnych; $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ - osie wyznaczonego układu współrzędnych.

Jako kryterium jakości umożliwiające jednoznaczną i prostą ocenę badanych algorytmów w postaci skalarnej przyjęto zmodyfikowaną normę Frobeniusa [5] wyznaczającą moduł wektora błędu odwzorowania ruchu wzorcowego przez algorytm orientacji przestrzennej oraz kryterium kontrolujące ortogonalność macierzy lub normę kwaternionu czyli w efekcie końcowym błąd ortogonalności macierzy transformacji:

$$J_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{norm}(\Delta \mathbf{B}, 'fro') = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_1^3 \text{diag}(\Delta \mathbf{B}^T \Delta \mathbf{B})} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\text{tr}(\Delta \mathbf{B}^T \Delta \mathbf{B})} = \varphi, \quad (22)$$

gdzie:

φ - jest modułem wektora charakteryzującego błąd określenia orientacji przestrzennej;

$\Delta \mathbf{B} = \hat{\mathbf{B}} - \mathbf{B}$ - różnica pomiędzy wartością rzeczywistą \mathbf{B} i wartością obliczoną $\hat{\mathbf{B}}$.

$$J_2 = \det(\hat{\mathbf{B}}) - 1, \quad (23)$$

które powinno spełniać warunek: $J_2 = 0$, oraz

$$J_{2(kwat)} = \|\Lambda\| - 1, \quad (24)$$

które dla kwaternionu unormowanego powinno spełniać warunek: $J_{2(kwat)} = 0$.

Opracowane algorytmy zostały poddane weryfikacji pod kątem dokładności odwzorowania orientacji przestrzennej. Celem ww. weryfikacji było wybranie algorytmu najlepszego (optymalnego) do zastosowania praktycznego. Algorytm taki powinien spełniać następujące kryteria:

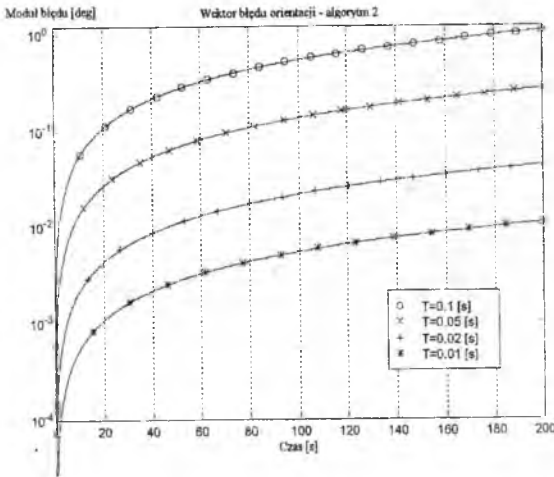
- dokładnie wyliczać orientację przestrzenną;
- mieć niski koszt (mała ilość podstawowych operacji matematycznych);
- być prosty w realizacji technicznej;
- być odporny na zakłócenia zewnętrzne (błędy przypadkowe);
- dawać jednoznaczny wynik.

7. Wybrane wyniki badań modelowych

7.1. Wpływ częstotliwości obliczeń

Za kryterium oceny przyjęto kryterium J_1 (22) wyliczające moduł wektora charakteryzującego błąd określenia orientacji przestrzennej. Algorytmy "poddano" działaniu ruchu stożkowego o następujących parametrach: $\alpha_s = 10^\circ$, $\Omega_s = \pi/2$ [rad].

Przyjęto następujące okresy całkowania: $T \in \{0.1 \ 0.05 \ 0.02 \ 0.01\}$ [s]. Odwrotność tego okresu nazywać będziemy częstotliwością obliczeń f . Przyjęcie czasu pracy algorytmu $t=200$ [s] odpowiada wykonaniu 50 obrotów SP w jedną stronę. Uwzględnienie metody całkowania prędkości kątowej może wypaczać wyniki obliczeń i ocenę błędów badanych algorytmów. Dlatego przyjęto, że wykorzystywane czujniki pomiarowe dostarczają informację w postaci przyrostu kąta obrotu. Tym samym, w miejsce prędkości kątowej postaci stosuje się przyrost kąta postaci. Przykładowe wyniki są przedstawione na rys.5. Zwiększanie częstotliwości obliczeń prowadzi do znacznego zmniejszenia błędów obliczeń. Sugeruje to zastosowanie jak największej, możliwej dla danego komputera nawigacyjnego, częstotliwości obliczeń. Oczywiście, od pewnej granicznej częstotliwości,



Rys.5. Wpływ okresu T na wielkość modułu wektora błędu orientacji.

zliczania drogi, wobec tego błąd wyznaczania orientacji przestrzennej również powinien narastać w czasie. Konieczne jest zatem przeprowadzenie oceny wpływu czasu pracy na dokładność wyznaczania orientacji przestrzennej. Czas realizacji symulacji powinien być uzależniony od zakładanych zastosowań projektowanego systemu orientacji przestrzennej. Dla samolotów myśliwskich, szkolnych i treningowych średni czas lotu wynosi około jednej godziny. W nawigacji, do oceny klasy dokładności systemu nawigacji, wprowadzane jest również kryterium dokładności wyznaczania pozycji oraz orientacji przestrzennej po jednej godzinie lotu. Tym samym zakłada się, że czas realizacji symulacji powinien wynosić jedną godzinę.

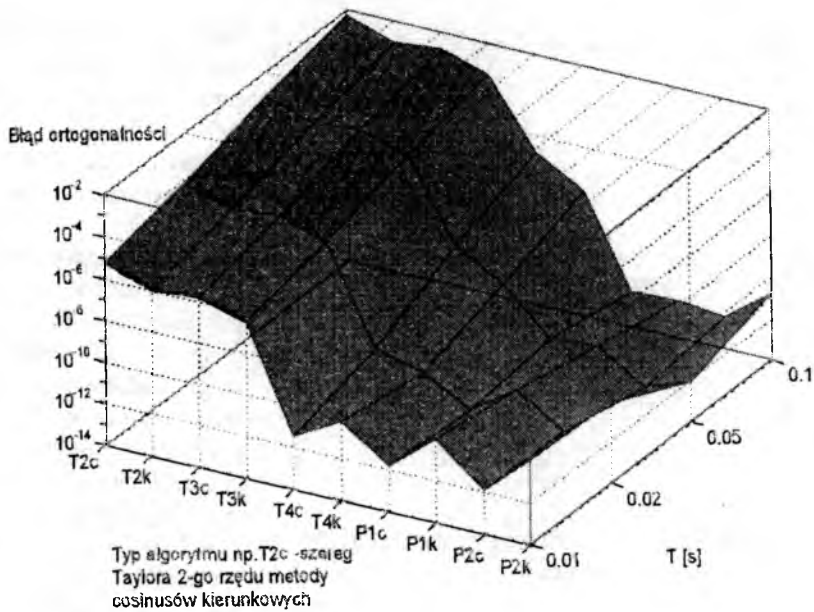
Jednym z podstawowych kryteriów oceny dokładności pracy algorytmów wyznaczania orientacji przestrzennej jest ocena ortogonalności macierzy transformacji. Można ją określić wyznaczając wyznacznik macierzy, który dla właściwego przekształcenia ortogonalnego powinien wynosić +1. Wartości błędów ortogonalności w funkcji okresu całkowania i typu algorytmu przedstawione są na rys.6.

Można zauważyć, że dla algorytmów wykorzystujących diagonalną aproksymację Pade występuje niewielki wpływ doboru okresu całkowania na otrzymywane błędy ortogonalności.

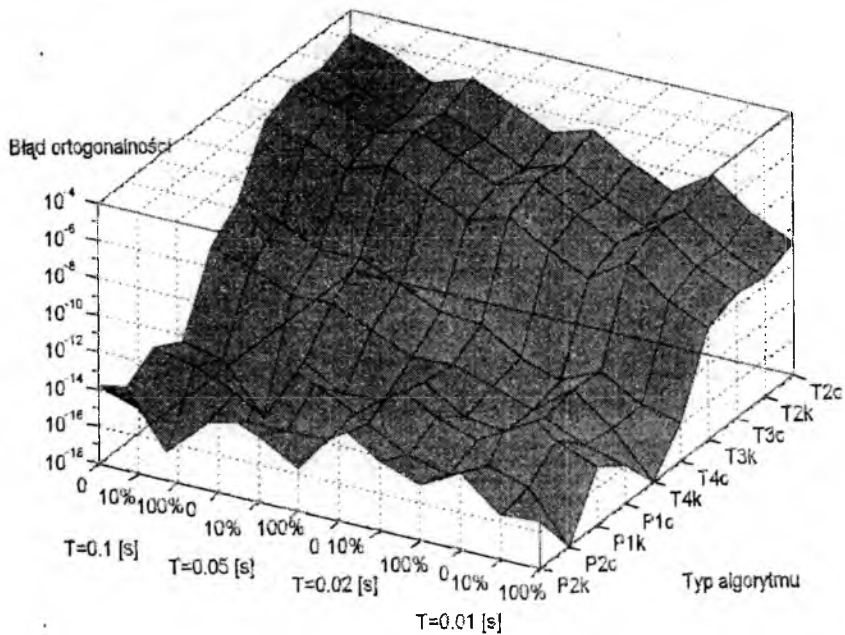
dalsze jej zwiększanie nie daje sensownego zysku, gdyż będzie się operować na wielkościach nie mających znaczenia z nawigacyjnego punktu widzenia.

7.2. Wpływ czasu pracy

Inercjalne systemy nawigacji (ISN) należą do grupy systemów zliczania drogi. Podstawową wadą tych systemów jest narastanie błędów w czasie. Z uwagi, że BSOP jest fragmentem ISN, a metodyka wyznaczania orientacji przestrzennej jest bardzo podobna do



Rys.6. Wykres błędów ortogonalności w funkcji typu algorytmu i okresu całkowania



Rys.7. Wykres wpływu częstotliwości ortogonalizacji na błędy ortogonalności

7.3. Wpływ częstotliwości ortogonalizacji

Numeryczne całkowanie równań różniczkowych opisujących zmianę orientacji przestrzennej prowadzi, po kilku cyklach obliczeń, do utraty ortogonalności macierzy cosinusów kierunkowych bądź normy kwaternionów. Założenia poczynione przy wyprowadzaniu odnośnych równań zakładają, że macierz cosinusów kierunkowych jest ortogonalna a kwaternion unormowany. Aby wyprowadzone równania były prawdziwe należy macierze okresowo ortogonalizować a kwaterniony poddawać procedurze unormowania. Kwestią nie rozwiązana pozostaje problem częstotliwości realizacji tych operacji. Należy wyważyć wpływ kilku czynników.

1. Zwiększenia kosztu obliczeń (dodatkowe wymagania na komputer). Procedury ortogonalizacji bądź unormowania wymagają dodatkowego czasu obliczeniowego. Wymaga to zastosowania szybszego komputera, bądź przyjęcia większego okresu całkowania (a to prowadzi do zwiększenia błędów ortogonalności - wnioski z poprzednich etapów badań numerycznych).
2. Wprowadzenie kryterium oceny konieczności ortogonalizacji. Nasuwa się pytanie: *Czy ortogonalizację należy realizować w stałych odstępach czasu, czy też wprowadzić graniczną wartość błędu ortogonalności warunkującą uruchomienie procedury ortogonalizacji?* Pytanie to jest wynikiem analizy wpływu parametrów ruchu stożkowego na dokładność pracy algorytmów. Dla małych wartości prędkości katowej ruchu stożkowego oraz małych kątów rozwarcia stożka wartość błędu ortogonalności jest niewielka. W takim przypadku, stało okresowa ortogonalizacja jest nieopłacalna.

Otrzymane wyniki obliczeń zostały przedstawione na rys.7.

8. Wnioski

W wyniku realizacji badań modelowych wyciągnięto następujące wnioski:

1. Wzrost częstotliwości obliczeń prowadzi do zwiększenia dokładności pracy ocenianych algorytmów, jednakże dla algorytmów standardowych (szereg Taylora) wyższych rzędów oraz algorytmów wykorzystujących aproksymację Pade jest mało widoczny.
2. Algorytmy wykorzystujące aproksymację Pade mają małą podatność na wpływ ruchu stożkowego dla wszystkich ocenianych okresów całkowania; błędy ortogonalności są małe w granicach błędów obliczeniowych komputera.
3. Błędy ortogonalności narastają w czasie co powoduje, że macierze (kwaterniony) wynikowe należy poddawać procedurze ortogonalizacji (unormowania); nie dotyczy to algorytmów wykorzystujących aproksymację Pade; dla pozostałych algorytmów należy realizować ciągłą kontrolę ortogonalności, a procedury korekcji uruchamiać po przekroczeniu dopuszczalnych wartości błędów.

LITERATURA

- [1] Ortyl A., Gosiewski Z.: Wyznaczanie orientacji przestrzennej statku powietrznego z wykorzystaniem pomiaru wektora prędkości katowej. Materiały VI Ogólnopolskiej Konferencji "Mechanika w Lotnictwie". Warszawa, 16-17 maj 1994, str.191-215.

- [2] Ortyl A., Gosiewski Z.: Wykorzystanie aproksymacji Pade do podwyższenia dokładności pracy algorytmów bezkardanowych systemów orientacji przestrzennej. Materiały VI Konferencji Naukowej "Sterowanie i regulacja w radiolokacji i obiektach latających", Jelenia Góra, 7-9 czerwca 1995, Biuletyn WOSR, nr 2(22), str. 191-197.
- [3] Ortyl A., Gosiewski Z.: Wykorzystanie algebry kwaternionów do wyznaczania orientacji przestrzennej statków powietrznych. Materiały I Krajowej Konferencji "Awionika", Rzeszów-Solina, wrzesień 1995.
- [4] Ortyl A.: *Synteza i badanie algorytmów inercyjnego bezkardanowego systemu orientacji przestrzennej statku powietrznego*. Rozprawa doktorska, Warszawa 1996, str. 197.
- [5] *MATLAB. Reference Guide*. The MathWorks, Inc. 1994.
- [6] Bortz J. E.: A New Mathematical Formulation for Strapdown Inertial Navigation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol.7, Nr 1, 1971, str. 61-66.

TRÓJOSIOWY PRZYSPIESZENIOMIERZ LOTNICZY Z MAGNETYCZNIE ZAWIESZONĄ MASĄ POMIAROWĄ

dr hab. inż. Zdzisław GOSIEWSKI, prof. WAT
dr inż. Zbigniew WAŁACH
mgr inż. Tomasz GRZEGORCZYK

*Zakład Osprzętu i Automatyki Lotniczej
Instytut Techniki Lotniczej
Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa*

Streszczenie

Współczesne, bezkardanowe systemy nawigacji inercjalnej bazują na pomiarze przyspieszeń liniowych oraz prędkości kątowych statku powietrznego w układzie odniesienia związanym ze SP. Czułość stosowanych obecnie przyspieszeniomierzy o zakresie pomiarowym $\pm 20g$, z mechanicznym zawieszeniem masy pomiarowej ograniczona jest tarciem suchym w parach kinematycznych zawieszona do wartości $10^{-6}g$. W referacie przedstawiono akcelerometr z magnetycznie, bezstykowo zawieszoną masą pomiarową, z wykorzystaniem trzech par elektromagnesów sterowanych niezależnie, tworzących układ aktywnego zawieszenia magnetycznego. Przeanalizowano możliwe warianty sterowania AZM biorąc pod uwagę w czasie badań symulacyjnych kryterium liniowej charakterystyki częstotliwościowej w zakresie 0-20Hz oraz astatyzm układu zamkniętego.

1. Wstęp

Przyspieszeniomierze liniowe, zwane często akcelcrometrami, stanowią we współczesnym lotnictwie podstawowy element pomiarowy wielu pokładowych systemów pilotażowo-nawigacyjnych:

- autonomicznych systemów nawigacji inercjalnej,
- systemów zdalnego sterowania trajektorią lotu,

- układów ostrzegających o osiągnięciu granicznie dopuszczalnych przeciążeń,
- systemów automatycznego sterowania statkiem powietrznym,
- układów sterujących działaniem ubioru przeciwp przeciążeniowego,
- systemów automatycznego ograniczania niebezpiecznych zakresów lotu,
- układów rejestracji parametrów lotu.

Rosnąca manewrowość współczesnych SP (statków powietrznych). automatyzacja układów sterowania, dążenie do uzyskania większej precyzji nawigowania oraz coraz wyższe wymogi bezpieczeństwa lotów powodują stały wzrost wymagań metrologiczno-eksploatacyjnych stawianych współczesnym liniowym przyspieszeniomierzom lotniczym. Obecnie, najwyższe wymagania stawiane są czujnikom przyspieszeń wykorzystywanym w bezkardanowych systemach nawigacji inercyjnej.

2. Przyspieszeniomierze liniowe w układach nawigacji inercyjnej

Podstawowym zadaniem nawigacji jest takie sterowanie ruchem środka masy SP, aby w określonym czasie przeprowadzić go po wybranej trasie z jednego punktu na powierzchni kuli ziemskiej w inny, wcześniej określony. Zadanie to można wykonać znając w każdej chwili lotu wartość składowych prędkości podróźnej SP (prędkości SP względem Ziemi) lub przyrostów drogi w kolejnych odcinkach czasu lotu.

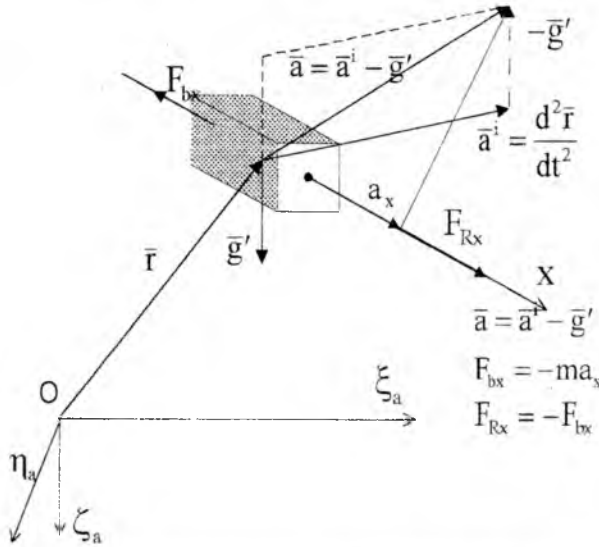
Do tego celu wykorzystuje się **nieautonomiczne** systemy nawigacyjne: radiotechniczne lub satelitarne oraz systemy **autonomiczne** - bazujące na pomiarze rzeczywistej prędkości powietrznej lub przyspieszeń, bezpośrednio na pokładzie SP.

W systemach nawigacji inercyjnej przyspieszeniomierze liniowe wykorzystywane są do pomiaru pozornego przyspieszenia SP, tzn. przyspieszenia jakiego doznaje on pod wpływem działania niezrównoważonych sił ciągu, oporu czołowego, siły nośnej oraz innych sił niegrawitacyjnych. W czasie lotu, gdy pod wpływem niezrównoważonej siły zmienia się prędkość lotu, na podstawowy element pomiarowy przyspieszeniomierza - **masę pomiarową** - rozpatrywaną w inercyjnym układzie odniesienia (rys. 1) - działa siła bezwładności $F_b = -ma$.

W ogólnym ujęciu, zasada działania każdego przyspieszeniomierza opiera się na tym zjawisku i polega na pomiarze siły bezwładności F_b , która jest wprost proporcjonalna do wartości przyspieszenia. Współczynnikiem proporcjonalności jest masa i dzięki temu, w sposób naturalny, zapewniona jest zawsze jego stała wartość. Podstawowy blok pomiarowy SNI składa się z trzech **przyspieszeniomierzy** o osiach czułości wzajemnie prostopadłych. Ich sygnały wyjściowe, w SNI są dwukrotnie całkowane, a uzyskane wyniki, proporcjonalne do przyrostów drogi w kolejnych odcinkach czasu, są sumowane, co umożliwia określanie pozycji SP w przyjętym, nawigacyjnym układzie odniesienia.

W zależności od typu SNI, osie pomiarowego układu współrzędnych, tzn. osie czułości przyspieszeniomierzy zgodne są z osiami:

- normalnego układu współrzędnych związanego z Ziemią, o początku ustalonym na samolocie - dla kardanowego SNI typu półanalitycznego,
- inercyjnego układu odniesienia - dla kardanowego SNI typu analitycznego,
- układu związanego ze SP - dla bezkardanowego SNI.



Rys. 1. Zasada działania przyspieszeniowca liniowego.

Kardanowe SNI, dzięki umieszczeniu przyspieszeniowca na stabilizowanej groskopowo platformie, bazują na uproszczonych algorytmach wyznaczania pozycji SP. W przypadku układów bezkardanowych, przyspieszenie zmierzone w ruchomym, związanym z samolotem, układzie odniesienia, należy przeliczać do układu nieruchomego, związanego z Ziemią, z uwzględnieniem ruchu kąтового SP. Realizuje się to korzystając z wyników dodatkowego pomiaru prędkości kątowych SP względem własnych osi. Algorytmy wyznaczania składowych przyspieszenia pozornego SP w odtwarzanym przez komputer bazowym (nawigacyjnym) układzie odniesienia, nie są rozważane w tej pracy.

Poza normalnym działaniem w locie, przyspieszeniowce odgrywają szczególnie ważną rolę na etapie wstępnej orientacji SNI. Pod pojęciem wstępnej orientacji, w tym przypadku rozumie się, proces określania orientacji przestrzennej pomiarowego układu współrzędnych względem układu nawigacyjnego przed lotem. Źródłem sygnałów korekcyjnych na tym etapie we wszystkich typach SNI są przyspieszeniowce.

W przypadku kardanowych SNI proces ten prowadzi do uzgodnienia osi tych dwóch układów poprzez fizyczne, wymuszone przemieszczanie platformy z przyspieszeniowcami do położenia horyzontalnego oraz odpowiednią jej orientację w azymucie. W systemach bezkardanowych, na tym etapie następuje analityczne określenie wzajemnej orientacji układu pomiarowego względem układu bazowego, z maksymalnie dużą dokładnością, zależną przede wszystkim od czułości przyspieszeniowca.

Dokładność wstępnej orientacji oraz błędy pomiaru przyspieszenia SP w locie pośrednio decydują o klasie dokładności całego SNI, określanej dokładnością wyznaczania

pozycji SP po jednej godzinie lotu. Współczesne przyspieszeniomierze o progu czułości na poziomie 10^{-5} - 10^{-6} g, zakresie pomiarowym ± 20 g oraz nieliniowości charakterystyki przetwarzania rzędu 0,01% pozwalają realizować SNI o dokładności 0,25nm/h lotu.

Są to najczęściej wahadłowe przyspieszeniomierze o strukturze zamkniętej (kompensacyjne) oraz dyskretne, wibracyjne, o strukturze otwartej - strunowe lub prętowe, z kwarcowym, piezoelektrycznym przetwornikiem pomiarowym. Dokładność ich działania ograniczona jest głównie przez ich błędy instrumentalne - czułość zależy od tarcia w elementach zawieszenia masy, wartość sprzężeń skrośnych od wartości wychylenia ramienia wahadła w stanach ustalonych, dryf zera - od stałości parametrów i szumów własnych elementów elektronicznych w pętli sprzężenia zwrotnego.

Większą czułość uzyskano stosując niemechaniczne, bezstykowe zawieszenie masy pomiarowej. Do tego celu wykorzystywano pole elektrostatyczne oraz pole magnetyczne z wykorzystaniem efektu nadprzewodnictwa w niskich temperaturach (przyspieszeniomierze kriogeniczne). Uzyskano próg czułości ok. 10^{-12} g.

Znaczny postęp technologiczny, rozwój elektroniki oraz techniki cyfrowej stwarzają możliwości zbudowania przyspieszeniomierza z masą pomiarową w aktywnym zawieszeniu magnetycznym. Realizacja takiego przyspieszeniomierza wymagała wcześniejszej szczegółowej analizy zjawisk zachodzących w siłowniku AZM, sformalizowania opisu tych zjawisk, zbudowania modelu dynamiki przyrządu oraz analizy możliwości sterowania siłownikiem AZM, pod kątem uzyskania pożądanych charakterystyk metrologicznych.

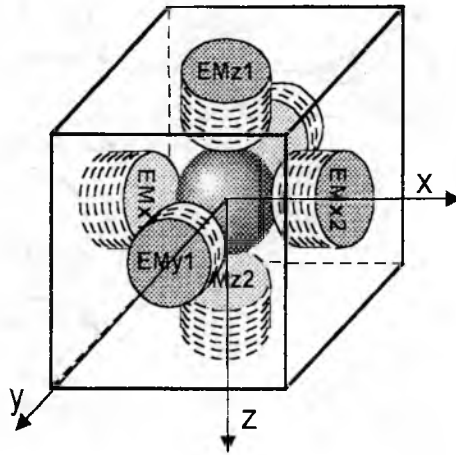
3. Trójosiowy przyspieszeniomierz z masą pomiarową zawieszoną w sterowanym polu magnetycznym

Zasada działania przyspieszeniomierza z bezstykowo zawieszoną masą pomiarową w sterowanym polu magnetycznym nie różni się od zasady działania przyspieszeniomierza klasycznego. Wypadkowe przyspieszenie mierzone jest również pośrednio, poprzez pomiar składowych sił równoważących składowe siły bezwładności masy w czasie ruchu SP ze zmienną prędkością. Schemat ideowy takiego przyspieszeniomierza przedstawia rysunek 2. Elementem różniącym ten przyspieszeniomierz od innych jest **układ aktywnego zawieszenia magnetycznego** składający się z trzech par sterowanych niezależnie, osiowo-przeciwstawnych elektromagnesów, o osiach symetrii wzajemnie prostopadłych.

Układ ten pełni potrójną rolę:

- sprężystego, bezstykowego zawieszenia MP
- kompensatora siły bezwładności, przywracającego MP do położenia centralnego, w czasie ruchu SP ze stałym przyspieszeniem,
- przetwornika pomiarowego, będącego źródłem elektrycznego sygnału pomiarowego proporcjonalnego do przyspieszenia.

Uwolnienie masy pomiarowej od więzów mechanicznych oraz pełna symetria przyrządu stwarzają możliwość pomiaru trzech składowych przyspieszenia SP za pomocą jednego przyrządu, i w rezultacie zastąpienie trzech akcelerometrów jednoosiowych.



Rys.2. Schemat ideowy trójosiowego przyspieszeniomierza magnetycznego.

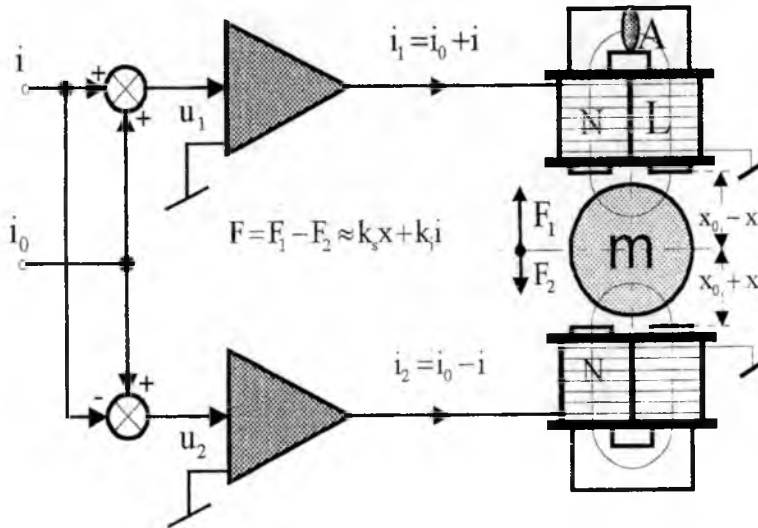
Zakładając wstępnie pomijalnie małą wartość sprzężeń skrośnych dla małych wychyleń masy z położenia centralnego, zasadę działania układu aktywnego zawieszenia magnetycznego można omówić na przykładzie jednej pary elektromagnesów, tworzącej zamknięty element siłownika dla jednego stopnia swobody masy - rys.3.

W centralnym położeniu masy między biegunami elektromagnesów, przez ich cewki płynie prąd i_0 . Wartość tego prądu oraz wartość nominalna szczeliny x_0 określają punkt pracy siłownika oraz współdecydują o takich parametrach jak sztywność prądowa k_i i przemieszczeniowa k_x . W tym położeniu MP, działanie obu elektromagnesów znosi się. Różnicowe sterowanie siłą magnetycznego oddziaływania, polega na symetrycznej zmianie sił o wartość $F_x = F_0/2$ poprzez wymuszenie symetrycznej zmiany wartości: **prądów, napięć lub indukcji w szczelinach**. Zmiany te, w układzie każdego 2-cewkowego siłownika, wymusza regulator w pętli sprzężenia zwrotnego. Prowadzi to do pojawienia się wypadkowej siły oddziaływania magnetycznego F , równoważącej siłę bezwładności MP. Na przykład, dla tzw. sterowania prądowego (rys.3.) zmiana wartości prądów o i , powoduje że:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_0 + i, \\ i_2 &= i_0 - i. \end{aligned} \tag{1}$$

Konsekwencją tego jest pojawienie się siły $F \neq 0$:

$$F = F_1 - F_2 = k \left[\left(\frac{i_0 + i}{x_0 - x} \right)^2 - \left(\frac{i_0 - i}{x_0 + x} \right)^2 \right] \neq 0. \tag{2}$$



Rys 3. Siłownik aktywnego zawieszenia magnetycznego dla jednego stopnia swobody masy pomiarowej.

Linearyzacja tego równania w otoczeniu punktu pracy (i_0 , x_0) dla osiowo-przeciwstawnego ustawienia elektromagnesów siłownika pozwala traktować siłownik z punktu widzenia automatyki jako obiekt liniowy w otoczeniu punktu pracy, to znaczy dla $x \ll x_0$ i $i \ll i_0$:

$$F = k_s x + k_i i, \quad (3)$$

gdzie: $k_s = \frac{dF}{dx} \approx \frac{4ki_0^2}{x_0^3}$ - współczynnik sztywności przemieszczeniowej,

$k_i = \frac{dF}{di} \approx \frac{4ki_0}{x_0^2}$ - współczynnik sztywności prądowej,

$k \approx \frac{N^2 A \mu_0}{4}$ - współczynnik konstrukcyjny siłownika uwzględniający ilość

zwojów N cewki oraz pole powierzchni przekroju rdzenia elektromagnesu A .

Objęcie pętlą sprzężenia zwrotnego niestabilnego z natury siłownika, ma na celu stabilizację układu oraz ma umożliwić utrzymanie MP w położeniu centralnym, niezależnie od zewnętrznych sił zakłócających. Spełnienie tego warunku, pozwala po ustaniu stanu przejściowego, określać wartość przyspieszenia np. poprzez pomiar prądów w cewkach:

$$F_b = F = k_i i, \quad (4)$$

$$i = a (m/k), \quad (5)$$

Osiągnięcie zamierzonego celu sterowania, tzn. utrzymanie MP w określonym, centralnym położeniu w obszarze między biegunami elektromagnesów w czasie ruchu SP z przyspieszeniem, wymaga zastosowania układu automatycznego sterowania jej położeniem. Polega to na zamknięciu układu pętli sprzężenia z regulatorem, wyborze rodzaju regulatora, jego nastaw, wielkości wejściowych i wyjściowych (sterujących).

4. Układy sterowania masą pomiarową w aktywnym polu magnetycznym

Do dalszych rozważań, przyjmuje się MP w postaci ferromagnetycznej czaszy kulistej. Kulista masa pomiarowa pozwala zastosować, w pełni symetryczny układ zawieszenia, w postaci trzech 2-cewkowych siłowników, o kierunkach działania zgodnych z osiami układu Oxyz. Aby uzyskać możliwość pomiaru składowych przyspieszenia SP dla trzech osi, w układzie przyspieszeniomierza należy zastosować sterowanie każdym siłownikiem oddzielnie, czyli tzw. lokalne układy sterowania.

Dwucewkowy, różnicowy siłownik, podtrzymujący w zawisie MP na kierunku jednej wybranej osi, jako obiekt sterowania (rys. 3) jest układem wielowymiarowym (MIMO - Multiple Input Multiple Output), stacjonarnym, niestabilnym strukturalnie, dobrze zlinearyzowanym w otoczeniu punktu pracy. W związku z powyższym, matematyczny model dynamiki siłownika, niezbędny na etapie jej komputerowej analizy, komputerowej syntezy układu sterowania oraz komputerowej symulacji działania układu zamkniętego poddawanego różnym wymuszeniom, najkorzystniej jest opisywać w przestrzeni stanów za pomocą różniczkowych równań macierzowych w sformalizowanej postaci:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} - \mathbf{Bu} + \mathbf{B}_{F_z} \mathbf{F}_z, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx}.\end{aligned}\tag{6}$$

gdzie: \mathbf{x} - wektor stanu,
 \mathbf{u} - wektor sygnałów sterujących,
 \mathbf{y} - wektor wyjść (wektor sygnałów pomiarowych),
 \mathbf{F}_z - wektor zakłóceń (zewnątrzna siła zakłócająca),
 \mathbf{A} - macierz stanu,
 \mathbf{B} - macierz wejść (macierz sterowań),
 \mathbf{C} - macierz wyjść (macierz pomiarowa),
 \mathbf{B}_{F_z} - macierz zakłóceń.

W układzie aktywnego zawieszenia magnetycznego można wyróżnić część mechaniczną oraz część elektryczną.

Różniczkowe równanie sił dotyczące części mechanicznej, dla jednego stopnia swobody MP w osi Ox, zgodnie z II zasadą Newtona, można zapisać w postaci:

$$F_1 - F_2 + F_z = m\ddot{x},\tag{7}$$

gdzie: \ddot{x} - przyspieszenie MP,

$F_1 = F_0 + F$ - siła przyciągania elektromagnesu 1,

$F_2 = F_0 - F$ - siła przyciągania elektromagnesu 2,

F_z - zakłócająca siła zewnętrzna,

F_0 - wartość siły w punkcie pracy.

Używając wprowadzonych w rozdziale 3 oznaczeń równanie (7) można zapisać w postaci:

$$\ddot{x} = \frac{k_s}{m} x + \frac{k_i}{2m} i_1 - \frac{k_i}{2m} i_2 + \frac{F_z}{m}. \quad (8)$$

Dynamikę części elektrycznej opisują równania wyprowadzone z równań Maxwella. Określają one związek między wartością napięcia a szybkością zmiany prądu i przemieszczenia dla 1 i 2 elektromagnesu:

$$u_1 = L_0 x_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{i_0 + i}{x_0 - x} \right), \quad (9)$$

$$u_2 = L_0 x_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{i_0 - i}{x_0 + x} \right). \quad (10)$$

Jeśli przyjmie się wektor stanu w postaci:

$$\mathbf{x} = [x \quad \dot{x} \quad i_1 \quad i_2]^T, \quad (11)$$

a wektor sterowań, jako wektor dwuelementowy:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

to najwygodniej jest przekształcić równania (9) i (10) do postaci:

$$\frac{\partial i_1}{\partial t} = -\frac{i_0}{x_0} \dot{x} + \frac{1}{L_0} u_1, \quad (13)$$

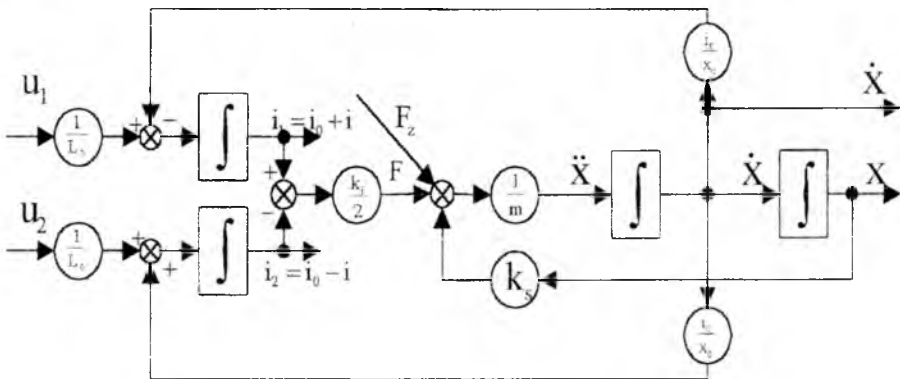
$$\frac{\partial i_2}{\partial t} = -\frac{i_0}{x_0} \dot{x} - \frac{1}{L_0} u_2, \quad (14)$$

z których bezpośrednio można określić postać poszukiwanych macierzy równania (6):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_r}{m} & 0 & \frac{k_i}{2m} & -\frac{k_i}{2m} \\ 0 & -\frac{i_0}{x_0} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{i_0}{x_0} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{L_0} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ m \\ 0 \end{bmatrix}$$

Wprowadzenie macierzy \mathbf{B}_n pozwala traktować zewnętrzną siłę zakłócającą jako kolejną, niesterowaną wielkość wejściową. Postać macierzy \mathbf{C} zależy będzie od przyjętego wariantu wektora wyjść \mathbf{y} .

Graficzną interpretację ogólnego modelu dynamiki silownika w przestrzeni stanu przedstawia rys. 4.



Rys. 4. Ogólny model dynamiki silownika w przestrzeni stanu.

Jako potencjalne współrzędne (zmienne stanu) wektora stanu \mathbf{x} w rozpatrywanym układzie mogą być brane pod uwagę następujące wielkości:

- przemieszczenie masy pomiarowej x
- prędkość MP dx/dt
- przyspieszenie MP d²x/dt²
- siły przyciągania elektromagnesów F₁; F₂
- prądy w cewkach elektromagnesów i₁; i₂
- prąd sterowania i
- indukcja magnetyczna w szczelinach B₁; B₂

Ponieważ dwucewkowy układ silownika jest czwartego rzędu (elementy magazynujące energię w układzie to dwie cewki w części elektrycznej oraz masa w części mechanicznej), to czteroelementowy wektor stanu można określić jako kombinację przedstawionych powyżej wielkości, z jednym ograniczeniem: przyspieszenie \ddot{x} , siła $[(F_1 - F_2)/2]$ oraz indukcja $[(B_1 - B_2)/2]$ są wzajemnie proporcjonalne i dlatego tylko jedna z nich może być brana pod uwagę jako współrzędna danego wektora stanu.

Stosując odpowiednie czujniki, w układzie siłownika można mierzyć następujące wielkości fizyczne:

- wartości indukcji w szczelinach B_1, B_2 ,
- przemieszczenie masy pomiarowej x ,
- prędkość MP dx/dt .

Oprócz tych wielkości, bez stosowania dodatkowych elementów pomiarowych, jesteśmy w stanie określać wartości prądów w cewkach i_1 i i_2 . Wszystkie powyższe wielkości mogą być brane pod uwagę jako zmienne wyjściowe (pomiarowe), a ich dowolne kombinacje powinny być rozważone na etapie projektowania regulatora.

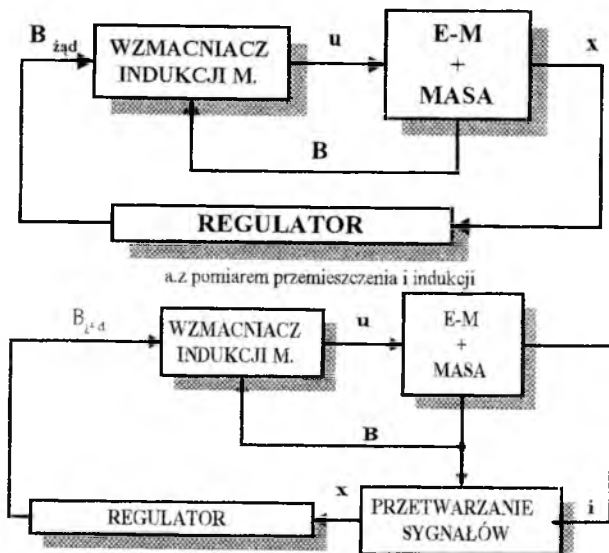
Jako zmienne sterujące można brać pod uwagę wielkości, od których bezpośrednio (liniowo) zależy wartość siły przyciągania elektromagnesów:

- prądy i_1 i i_2 w cewkach, a dokładniej mówiąc, wartość ich asymetrycznej zmiany o tzw. prąd sterujący i ,
- indukcje magnetyczne B_1 i B_2 w szczelinach powietrznych, a dokładniej ich różnicę B ,
- napięcia u_1 i u_2 na zaciskach cewek elektromagnesów, lub ich różnicę u .

Uwzględniając możliwe wielkości sterujące oraz możliwości pomiarowe, pod uwagę bierze się trzy podstawowe warianty układów sterowania:

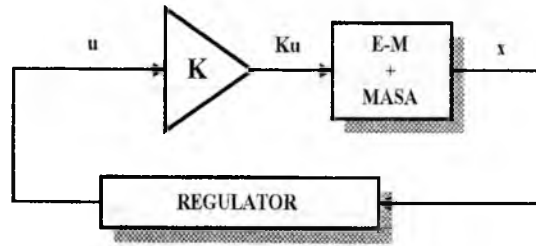
- sterowanie indukcyjną magnetyczną z pomiarem: przemieszczenia i indukcji lub prądów i indukcji,
- sterowanie napięciowe łączone z pomiarem: przemieszczenia, prądów i indukcji, prądów i przemieszczenia, lub tylko prądów w tzw. układzie self-sensing,
- sterowanie prądowe połączone z pomiarem: prądów i przemieszczenia lub indukcji.

Możliwości ich realizacji przedstawiono na rysunkach (5); (6); (7).

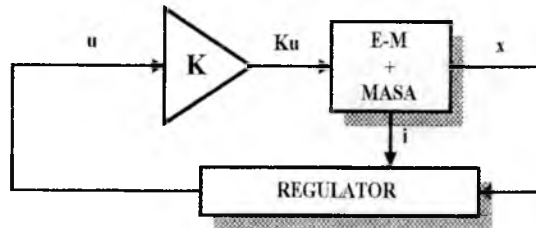


b. bez pomiaru przemieszczenia x , z pomiarem indukcji B i prądów

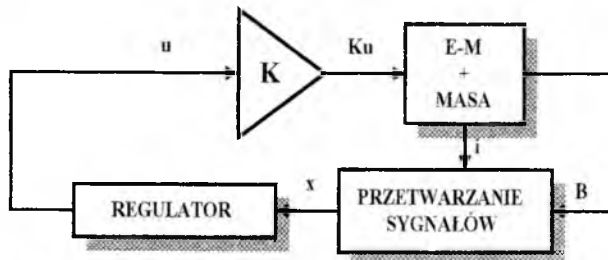
Rys. 5. Układy sterowane indukcyjną w szczelinie.



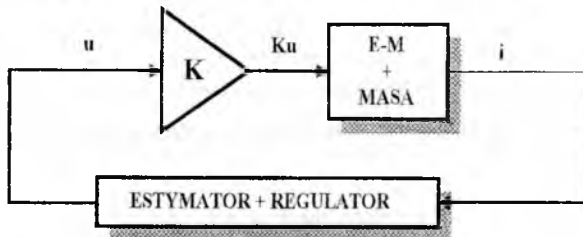
a. z pomiarem przemieszczenia



b. z pomiarem prądów i przemieszczenia

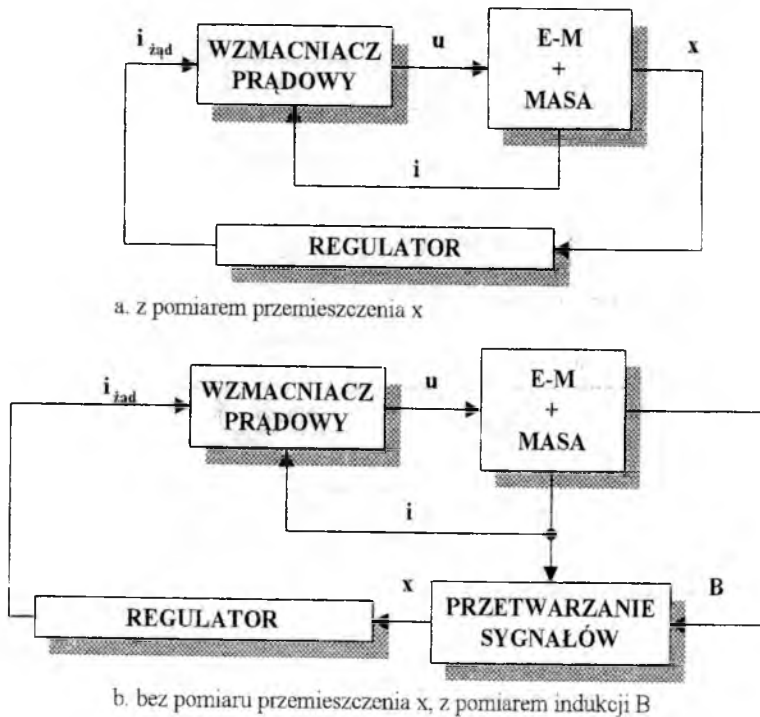


c. z pomiarem prądów i indukcji magnetycznej



d. bez pomiaru przemieszczenia (self sensing)

Rys.7. Układy sterowane napięciowo.



Rys. 6. Układy sterowane prądowo.

5. Badania symulacyjne wybranych układów sterowania

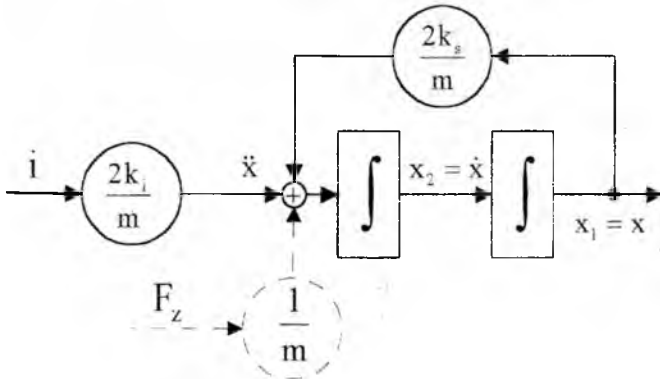
Jak wykazały badania analityczne i wstępne badania symulacyjne z wykorzystaniem modelu przedstawionego na rysunku 4, zamierzony cel sterowania najłatwiej jest osiągnąć w układzie z pomiarem przemieszczenia MP, niezależnie od wyboru wielkości sterującej. Jednakże bezdotkowy pomiar przemieszczeń rzędu pojedynczych mikrometrów sam w sobie stanowi bardzo poważny problem metrologiczny. Po pierwsze brak jest odpowiednio zmminiaturyzowanych, bezstykowych czujników przemieszczeń, po drugie - wprowadzają one do układu dodatkowe nieliniowości i opóźnienia pomiarowe.

Wymienione powody zadecydowały o tym, że do dalszych rozważań przyjęto układy bazujące na pomiarze prądów i ewentualnie indukcji w szczelinach powietrznych za pomocą np. hallotronów, przedstawione ideowo na rysunkach: 5b, 6c, 6d, 7b.

Układ sterowania prądowego

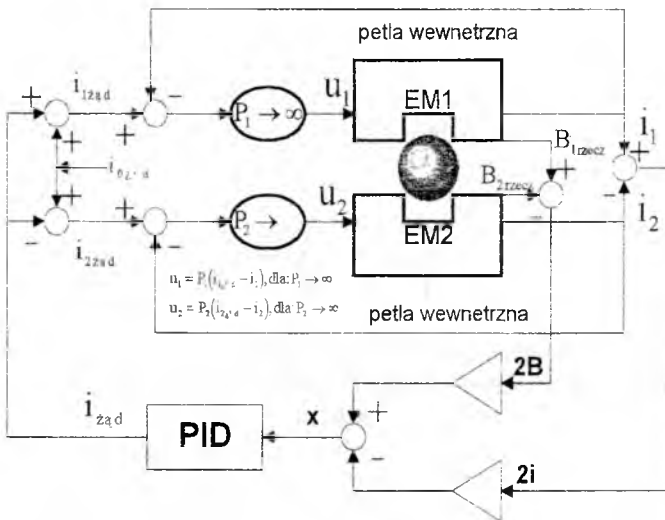
Do syntezy układu sterowania prądowego wykorzystać można prosty model (rys. 8) obiektu sterowania, gdyż w tym przypadku można pominąć dwa stany skojarzone z dwoma

uzwojeniami siłownika (i_1 i i_2) w wewnętrznej pętli sterowania - do wystąpienia napięcia nasycającego. Prądy te są bowiem zarówno wielkościami sterującymi jak i rzeczywistymi.



Rys. 8. Siłownik AZM jako układ sterowany prądowo.

fizykalnymi zmiennymi stanu i dlatego właśnie dynamika wewnętrznej pętli sterowania (rys.9) może być pomijana przy projektowaniu pętli zewnętrznej - z prądem jako wielkością sterującą przemieszczeniem x masy. W układach sterowania prądowego można wykorzystać proste



Rys. 9. Układ sterowany prądowo z pomiarem indukcji i prądów.

regulatory typu PD lub PID. Siłownik sterowany prądowo jest jednak niedoskonałym źródłem siły, ponieważ w równaniu (3.3) pojawia się niepożądany czynnik $k_g x$, co odpowiada "ujemnej" sprężystości układu. Poza tym układy sterowania prądowego są wrażliwe na szumy i opóźnienia pomiarowe, nasycanie magnetyczne rdzenia

elektromagnesu oraz ograniczają możliwości linearyzacji układu. Reguły sterowania prądowego są słuszne przy założeniu, że wartość prądu w uzwojeniach cewek elektromagnesów zmienia się bardzo szybko i idealnie nadaża za wartością żadaną. Aby założenie to było słuszne, należy w praktyce, w pętli wewnętrznej zastosować wzmacniacz o wysokim wyjściu napięciowym. Jedynie taki wzmacniacz gwarantuje odpowiednio szybką zmianę prądu w obwodzie z indukcyjnością L . Rysunek 9 przedstawia układ sterowany prądowo z pomiarem prądów i indukcji.

Układ sterowania napięciowego

W układzie sterowania napięciowego jako zmienne sterujące wybrano dwa napięcia u_1 i u_2 zasilające odpowiednie elektromagnesy. Pozytywny wynik badania sterowalności układu w pełni potwierdza słuszność wyboru. Układ pozostaje obserwowalny, gdy co najmniej dwa spośród trzech wyjść (i_1 , i_2 , x) będą dostępne dla regulatora. Umożliwia to zrealizowanie układu sterowania napięciowego w połączeniu z pomiarem prądu i przemieszczenia z regulatorem P(I)D² lub tylko prądów, w tzw. układzie self-sensing - z regulatorem np. LQR. W układzie tym wykorzystuje się sprzężenie (przeciww reakcję) od podukładu mechanicznego do elektrycznego polegające na zmianie prądów przy zmianie szczeliny. Sterowanie napięciowe wymaga stosowania bardziej skomplikowanego regulatora oraz bardziej szczegółowego uwzględniania rezystancji R_{CU} uzwojeń i efektu rozproszenia magnetycznego w tworzonym modelu. Do zalet sterowania napięciowego można zaliczyć:

- dużą odporność na opóźnienia i szumy pomiarowe,
- zmniejszone ryzyko wprowadzenia materiału rdzeni w stan nasycenia,
- możliwość zapewnienia małej sztywności układu,
- możliwość stosowania prostych wzmacniaczy napięciowych,
- dobre wykorzystanie granicznej wartości wzmocnienia w układzie.

Jednym z możliwych rozwiązań napięciowego układu sterowania jest układ typu self-sensing z zastosowaniem obserwatora Luenbergera i regulatora LQR w pętli sprzężenia od odtworzonego wektora stanu. Układ sterowania tego typu pozwala na dowolne kształtowanie dynamiki układu objętego sprzężeniem oraz eliminuje konieczność stosowania bardzo drogich czujników przemieszczenia.

Układ sterowania indukcją magnetyczną w szczelinie

Wybór zmiennych stanu: indukcji magnetycznych w szczelinach B_1 i B_2 oraz przemieszczenia masy x i prędkości dx/dt upraszcza znacznie model siłownika. Analogicznie do sterowania prądowego, zmierzona za pomocą np. hallotronu indukcja magnetyczna w szczelinach może być użyta do bezpośredniego sterowania jej wartością w pętlach wewnętrznych - rys.10. Regulator w pętli zewnętrznej, w reakcji na zmianę wielkości mierzonych w układzie, wypracowuje sygnał proporcjonalny do wymaganej zmiany indukcji, wymuszając odpowiednie zmiany sił przyciągania elektromagnesów. Siłownik w układzie sterowania indukcją stanowi prawie idealne źródło siły, bez ujemnej sprężystości właściwej sterowaniu prądowemu. Kolejną zaletą tego układu jest liniowa zależność między siłą F a wartością wypadkowej indukcji $(B_1+B_2)/2$ w odróżnieniu od sterowania prądowego, gdzie liniowość jest zachowana jedynie wokół punktu pracy. Układ

sterowania indukcją cechuje również mała wrażliwość na szумы i opóźnienia pomiarowe, zmniejszony wpływ rezystancji uzwojeń oraz pól rozproszenia, a także możliwość kontroli nasycenia magnetycznego materiału rdzeni elektromagnesów. Na rys. 10 przedstawiono schemat układu sterowanego zmianami indukcji magnetycznej w szczelinach, w którym wartość przemieszczenia \bar{x} wyliczana jest poza układem na podstawie zmierzonych wartości rzeczywistych: B_{1z} , B_{2z} , i_1 , i_2 zgodnie ze wzorem:

$$\bar{x} = \frac{2x_0^2}{N\mu_0 i_0} B - \frac{x_0}{i_0} i = \frac{x_0}{B_0} B - \frac{x_0}{i_0} i. \quad (15)$$

Określenie wartości \bar{x} pozwala zastosować do regulacji stosunkowo prosty regulator typu PID. Jego zadaniem jest wypracowanie sygnału sterującego B_{zad} , w celu wymuszenia określonej zmiany gęstości strumienia magnetycznego w szczelinach do wartości: $B_{1zad}=B_0+B_{zad}$; $B_{2zad}=B_0-B_{zad}$. Prowadzi to do wygenerowania siły F , równoważącej siłę bezwładności MP w czasie jej ruchu z przyspieszeniem, której wartość wynosi:

$$F = \frac{2AB_0}{\mu_0} B_{zad}. \quad (16)$$

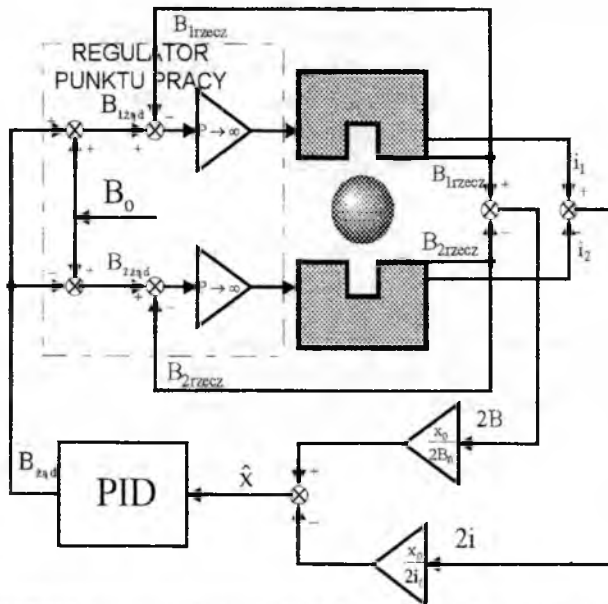
Przedstawiona zależność ma charakter liniowy i dlatego sygnał wyjściowy z regulatora jest zarazem proporcjonalny do przyspieszenia działającego na MP.

W układzie z rys. 10 przewidziano zastosowanie proporcjonalnego regulatora punktu pracy, utrzymującego na stałym poziomie wartość indukcji B_0 a zarazem umożliwiające sterowanie jej wartością.

Dla założonych parametrów zbudowano model symulacyjny układu. W modelu tym, pominięto takie szkodliwe efekty jak: rozproszenie strumienia magnetycznego i sprzężenia skrośne, nasycenie magnetyczne rdzeni elektromagnesów, straty na rezystancji uzwojeń, straty wiroprądowe w materiale rdzeni i MP, histerezę magnetyczną i opóźnienia pomiarowe. Wymienione efekty uwzględnione zostaną w dalszym ciągu badań symulacyjnych.

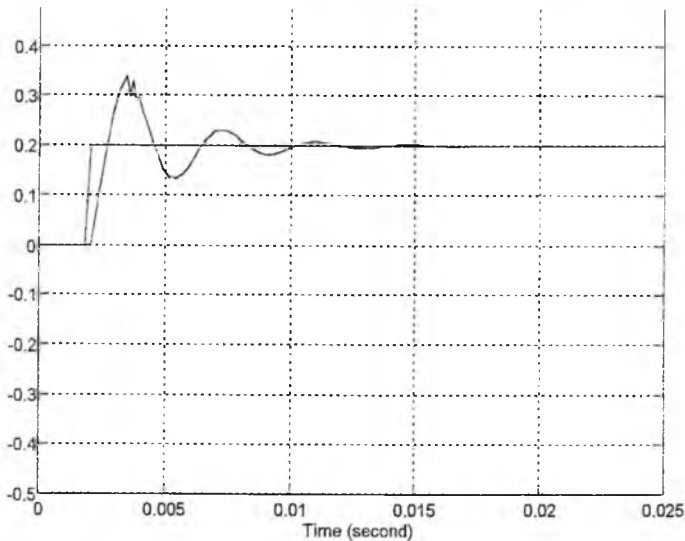
Tabela 1

| Parametr | Oznaczenie | Wartość | Jednostka |
|------------------------------------|------------|----------|----------------|
| masa | m | 4e-4 | kg |
| pole powierzchni przekroju rdzenia | A | 10e-5 | m ² |
| ilość zwojów w cewce | N | 4e+2 | - |
| szczelina nominalna | x_0 | 2e-4 | m |
| prąd punktu pracy | i_0 | 5e-1 | A |
| indukcja magnetyczna punktu pracy | B_0 | 6,28e-1 | T |
| stała konstrukcyjna | K | 2e-6 | Vsm/A |
| sztwność przemieszczeniowa | k_s | 3,125e+4 | N/m |
| sztwność prądowa | k_i | 1,25e+1 | N/A |
| indukcyjność znamionowa | L_0 | 5e-3 | H |



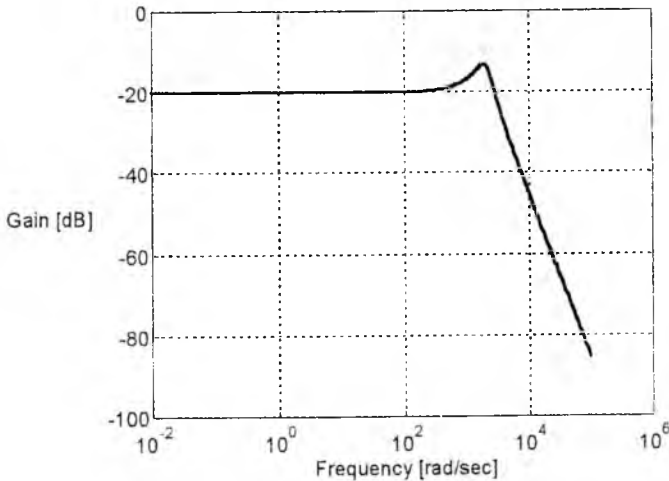
Rys 10. Układ sterowany zmianami indukcji, bez pomiaru przemieszczenia.

Układ z rys. 10 o parametrach podanych w tabeli 1, pobudzany skokiem jednostkowym siły zewnętrznej $1N$ (co odpowiada skokowemu przyspieszeniu MP do wartości $25g$) był stabilny a w wyniku działania regulatora,



Rys. 11. Odpowiedź skokowa układu sterowanego indukcyjną.

MP wracała w czasie setnych części sekundy do położenia centralnego, a wartość wypadkowej indukcji B była, po zaniku stanu przejściowego, proporcjonalna do wartości wymuszenia - rys. 11. Częstotliwościowa charakterystyka amplitudowa (rys. 12) omawianego układu wykazuje stałą i równą 1 wartość stosunku amplitud siły zakłócającej F_z i wielkości wyjściowej B_{zad} w przedziale zmian częstotliwości sygnału wymuszającego od 0 do 10^3 Hz. Tym samym spełnia wymagania metrologiczne stawiane przyspieszeniomierzom lotniczym.



Rys. 12. Logarytmiczna charakterystyka amplitudowa układu sterowanego indukcją.

Przedstawione charakterystyki dynamiczne układu silownika sterowanego zmianami indukcji, z pomiarem prądów i indukcji, potwierdzają możliwość wykorzystania tego rodzaju układu sterowania w przyspieszeniomierzu.

6. Wnioski

1. Możliwe jest zbudowanie trójosiowego, liniowego przyspieszeniomierza lotniczego z masą pomiarową zawieszoną w aktywnym polu magnetycznym, którego zakres pomiarowy wynosi $\pm 25g$.
2. Możliwe jest efektywne sterowanie układem z pomiarem jedynie prądów i indukcji magnetycznej w szczelinach np. za pomocą hallotronów.
3. W przypadku układu sterowanego napięciowo, istnieje możliwość ograniczenia wielkości mierzonych w układzie, jedynie do pomiaru prądów w cewkach elektromagnesów.
4. Uzyskanie założonej czułości przyrządu wymaga zmiany parametrów punktu pracy układu, np. poprzez zmianę wartości prądu i_0 lub indukcji B_0 .

Literatura

1. SLATER J.M. "Inertial Guidance Sensors", Reinhold Publishing Corp., New York 1964;
2. КАЦНЕЛЬСОН О.Т., ЭДЕЛЬШТЕЙН А.С. "Автоматические измерительные приборы с магнитной подвеской", Энергия, Москва 1970;
3. MISIAK J." Mechanika ogólna", WNT, Warszawa, 1989;
4. TAKAHASHI. Y., RABINS M.J., AUSLANDER D.M. "Sterowanie i systemy dynamiczne" ,WNT, Warszawa 1976;
5. KACZOREK T. "Macierze w elektrotechnice i automatyce", WNT, Warszawa, 1984;
6. Sinha P.K.: "Electromagnetic suspension: dynamics and control", Peter Peregrinus Ltd., London, 1987;
7. SCHWEITZER G., TRAXLER A., BLEULER H.: "Magnetlager", Springer-Verlag, Berlin, 1993;
8. VISCHER D.: "Sensorlose und spannungsgesteuerte Magnetlager", Diss. ETH Nr 8665, Zurich 1988;
9. SIEGWART R.: "Design and application of active magnetic bearings for vibration control", ETH, Zurich, 1992;
10. SZYMKAT M.: " Komputerowe wspomaganie w projektowaniu układów regulacji", WNT, Warszawa, 1993;
11. GOSIEWSKI Z.: "Łożyska magnetyczne dla maszyn wirnikowych". Monografie Wydziału Mechanicznego WSI, Koszalin, 1993;
12. GOSIEWSKI Z., GRZEGORCZYK T.: "Założenia projektowe i wstępna analiza jednoosiowego przyspieszeniomierza z zawieszeniem magnetycznym". Mat. II Krajowej Konf. N-T *Mechatronika'94*, str. 226-230, Warszawa, 1994;
13. GOSIEWSKI Z., GRZEGORCZYK T., WAŁACH Z.: "Przyrządy lotnicze z magnetycznie zawieszoną masą pomiarową - przyspieszeniomierz", Mat. II Szkoły *Metody aktywnej redukcji drgań i hałasu*, str. 43-48, Kraków , 1995;
14. GOSIEWSKI Z., GRZEGORCZYK T., FALKOWSKI K.: "Badania modelowe łożyska magnetycznego", Mat. II Konf. *Problemy niekonwencjonalnych układów łożyskowych*, str. 33-38, Łódź, 1995;
15. GOSIEWSKI Z., GRZEGORCZYK T., FALKOWSKI K.: "Przyspieszeniomierz lotniczy z zawieszeniem magnetycznym masy pomiarowej", Zeszyty Naukowe P.Rz. *Mechanika z.45, Avionika*, tom I, str. 209-217, Solina, 1995;
16. GOSIEWSKI Z., GRZEGORCZYK T., FALKOWSKI K.: "Navigational instruments with magnetically suspended inertial masses", Mat. VI konf. *ISROMAC-6*. Honolulu. luty 1996r.;
17. GOSIEWSKI Z., GRZEGORCZYK T., FALKOWSKI K.: "Projektowanie aktywnych łożysk magnetycznych w środowisku MATLAB-SIMULINK", w Referatach *I Krajowej Konferencji Użytkowników MATLAB-a*, str 112, Kraków, listopad 1995;
18. ORTYL A.: "Synteza i badanie algorytmów inercyjnego bezkardanowego systemu orientacji przestrzennej statku powietrznego", rozprawa doktorska, WAT, W-wa 1996;
19. HAGEL R., ZAKRZEWSKI J.: " Miernictwo dynamiczne", WNT, Warszawa 1984;
20. SYDENHAM P.H.: "Podręcznik metrologii", tom I i II, WKŁ, Warszawa 1988;

BŁĘDY GIROSKOPU SPRĘŻYSTEGO POD WPLYWEM DZIAŁAJĄCYCH PRZYSPIESZEŃ LINIOWYCH

dr hab. inż. Zdzisław Gosiewski, prof. I.Lot.
mgr inż. Stanisław Popowski

Instytut Lotnictwa, Warszawa

Streszczenie

Technologia wytwarzania dynamicznie strojonych giroskopów z zawieszeniem sprężystym (giroskopów sprężystych) jest opanowana już na tyle, że z dużym powodzeniem są one używane w różnych systemach pomiarowych. Zwykle są to kardanowe i coraz częściej bezkardanowe systemy orientacji i nawigacji. Parametry giroskopów sprężystych o dwóch stopniach swobody, używanych w omawianych systemach, mają decydujący wpływ na osiągnięte dokładności tych systemów i tym samym na zakres ich zastosowań. Jednym z głównych czynników mających duży wpływ na osiągnięte dokładności giroskopów zabudowanych na konkretnym obiekcie są jego przyspieszenia liniowe, stałe i zmienne.

W referacie przedstawiono konstrukcję oraz zasadę działania typowego giroskopu z zawieszeniem sprężystym oraz wyjaśniono istotę dynamicznego strojenia.

Przedstawiono analizę wpływu przyspieszeń liniowych stałych i zmiennych jako wymuszeń zewnętrznych na błędy giroskopu.

Dla stałych przyspieszeń działających najbardziej niekorzystnie tj. prostopadle do osi wirowania pojawiają się dwa składniki błędu. Pierwszy jest związany z przesunięciem środka masy wirnika i ramki względem osi obrotu (tzw. wahadłość wirnika i ramki). Okazało się, że wpływ niewyważenia wirnika jest dwukrotnie większy od wpływu niewyważenia ramki. Drugi składnik jest związany z uszkodzeniem i błędami wykonania elementów sprężystych (tzw. błędy kwadratury).

Przyspieszenia zmienne o częstotliwości równej podwójnej częstotliwości wirowania (działające prostopadle do osi wirowania) oraz przyspieszenia o częstotliwości równej częstotliwości wirowania (działające względem osi wirowania) generują momenty sił, które z kolei są przyczyną błędów pomiarowych.

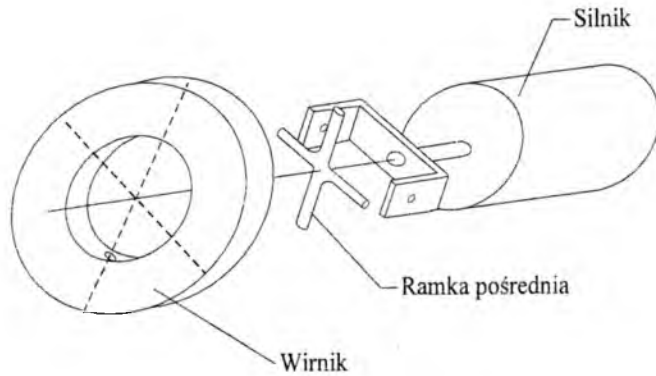
Dla wymienionych wyżej przypadków określono analityczne związki określające wartości tych błędów. Przeprowadzono dyskusję wskazującą na możliwe sposoby ich eliminacji.

Wykaz ważniejszych oznaczeń

- α_n - położenie katowe osi x_n n-tej ramki względem osi x ,
 a - przyspieszenie,
 a_x, a_y, a_z - składowe przyspieszenia w układzie współrzędnych $0xyz$,
 a_{xn}, a_{yn} - składowe przyspieszenia w układzie współrzędnych $0x_n y_n z_n$,
 A_n - moment bezwładności n-tej ramki względem osi prostopadłej do osi wirowania,
 a_{z0} - amplituda zmiennej składowej przyspieszenia o częstotliwości $1N$ w kierunku osi wału,
 β - kąt rzutu wektora przyspieszenia na płaszczyznę prostopadłą do osi wirowania ,
 C_n - osiowy moment bezwładności n-tej ramki ,
 γ - kąt fazowy ,
 g - przyspieszenie ziemskie ,
 D_{1N} - dryf giroskopu na skutek działania przyspieszenia o częstotliwości $1N$,
 H - kręt giroskopu ,
 $j = \sqrt{-1}$,
 K_d - sztywność dynamiczna zawieszenia sprężystego giroskopu,
 K_s - sztywność statyczna zawieszenia sprężystego giroskopu,
 m_n - masa n-tej ramki ,
 M - masa wirnika ,
 T_s - moment skręcający element sprężysty zawieszenia ,
 N - prędkość obrotowa giroskopu ,
 P - osiowa siła działająca na element sprężysty ,
 q_x, q_y - współczynniki momentów kwadraturowych ,
 t - czas ,
 T_x, T_y - momenty sił względem osi układu wirnika $0xyz$,
 T_{xn}, T_{yn} - momenty sił względem osi x_n, y_n , układu związanego z n-tą ramką ,
 T_X, T_Y - momenty sił względem osi X, Y , układu związanego z obudową ,
 $0xyz$ - układ współrzędnych związany z wirującym wałem napędowym ,
 $0x_n y_n z_n$ - układ współrzędnych związany z n-tą ramką zawieszenia ,
 $0XYZ$ - układ współrzędnych związany z obudową giroskopu ,
 x_r, y_r, z_r - położenie środka masy wirnika w układzie $0xyz$,
 x_{gn}, y_{gn}, z_{gn} - położenie środka masy n-tej ramki w układzie $0x_n y_n z_n$,
 z_{xn} - położenie osi obrotu x_n n-tej ramki ,
 z_{xr}, z_{yr} - położenie osi obrotu wirnika (wg. rys. 7).

1. Wstęp

W latach czterdziestych zaprojektowano w Szkocji giroskop, w którym do zawieszenia wirnika wykorzystano element znany od lat jako przegub Hooke'a (zwany też przegubem Cardana rys.1). Giroskop ten był zaskakująco niestabilny. Pracownicy Uniwersytetu w Edynburgu: R.N.Arnold i L.Maunders [2] wykazali, że przyczyną niestabilnego zachowania się giroskopu były efekty dynamiczne związane z ramką pośrednią przegubu Hooke'a.



Rys.1 Uniwersalny przegub Hooke'a.

Dwadzieścia lat później firma Kearfott wyprodukowała giroskop zwany „Gyroflex” z wirnikiem zawieszonym na przegubie Hooke'a z tym, że wyeliminowano łożyskowanie ramki przegubu przez wykonanie jej z elementów sprężystych. Dodatkowo w giroskopie tym zastosowano silnik momentowy z magnesami stałymi, aby przy ich pomocy kompensować momenty sprężyste drążków skrętnych przegubu. Rozwiązanie to nie spełniło jednak oczekiwań.

W roku 1963 E.W.Howe z American Bosch Arma Corp. otrzymał patent na giroskop, w którym wykorzystano dynamiczne efekty inercji ramki zawieszenia przegubu Hooke'a, opisane przez Arnolda i Maundersa, do zniwelowania momentów sprężystych drążków skrętnych [1]. Ten giroskop nazwano Dynamically Tuned Gyro (DTG) - giroskopem strojonym dynamicznie lub giroskopem z zawieszeniem sprężystym i jego konstrukcję rozwijano intensywnie przez następne dwadzieścia lat. Obecnie wyparł on inne typy (np. giroskop pływakowy) i stał się jednym z najliczniej produkowanych giroskopów.

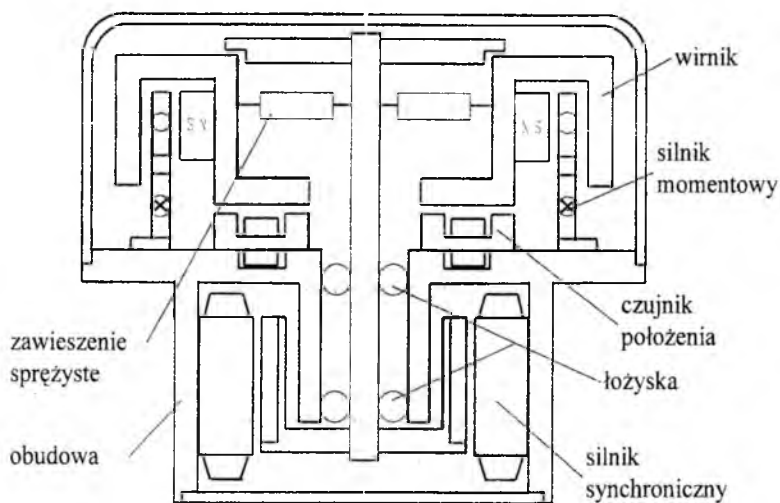
2. Opis budowy i funkcjonowania giroskopu z zawieszeniem sprężystym

Giroskop z zawieszeniem sprężystym składa się z czterech podstawowych zespołów:

- obudowy z silnikiem histerezowym i łożyskami wału,
- silnika momentowego,
- przetworników położenia wirnika,
- zespołu wirnika wraz z zawieszeniem sprężystym.

Zespoły te pokazane są na rys. 2. Wał napędowy podparty jest zestawem dwóch łożysk kulkowych. Z jednej strony łożysk zamontowany do wału jest synchroniczny, histerezowy, napędowy silnik elektryczny, natomiast z drugiej strony - wirnik wraz z jego zawieszeniem sprężystym. Cewki silnika momentowego oraz cewki przetwornika położenia kąтового wirnika montowane są do korpusu giroskopu. Całość zamyka hermetyczna obudowa.

Część elektromechaniczną giroskopu uzupełnia część elektroniczna w postaci serwowzmacniaczy, które zamykają pętlę sprzężenia zwrotnego pomiędzy czujnikami położenia a silnikiem momentowym (rys. 3).



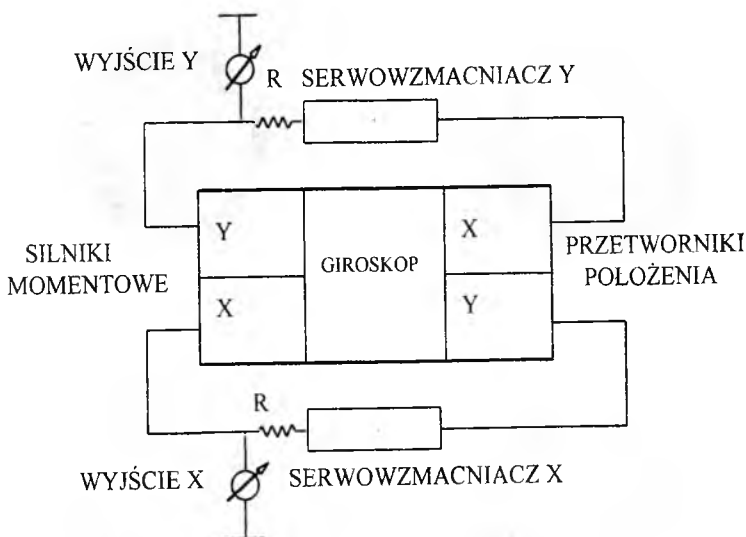
Rys.2 Przekrój giroskopu z zawieszeniem sprężystym.

Silnik momentowy służy do sterowania ruchem giroskopu poprzez generowanie odpowiednich momentów pomiędzy wirnikiem, a korpusem giroskopu.

Parametry zawieszenia sprężystego wirnika należy tak dobrać, aby wszystkie momenty pomiędzy wałem a wirnikiem, prostopadłe do osi wirowania były równe zeru. Jedynie moment napędowy skierowany wzdłuż osi wirowania wirnika powinien być bez strat przeniesiony na wirnik przez jego zawieszenie sprężyste.

Działanie zawieszenia sprężystego wyjaśniono na rys. 4. Na rysunku tym przedstawiono konfigurację układu wirnik - zawieszenie sprężyste - wał napędowy dla

czterech położenia wału, co dziewięćdziesiąt stopni i dla przypadku, gdy wirnik giroskopu wychylony jest w jedną stronę.



Rys.3 Schemat funkcjonalny giroskopu z zawieszeniem sprężystym.

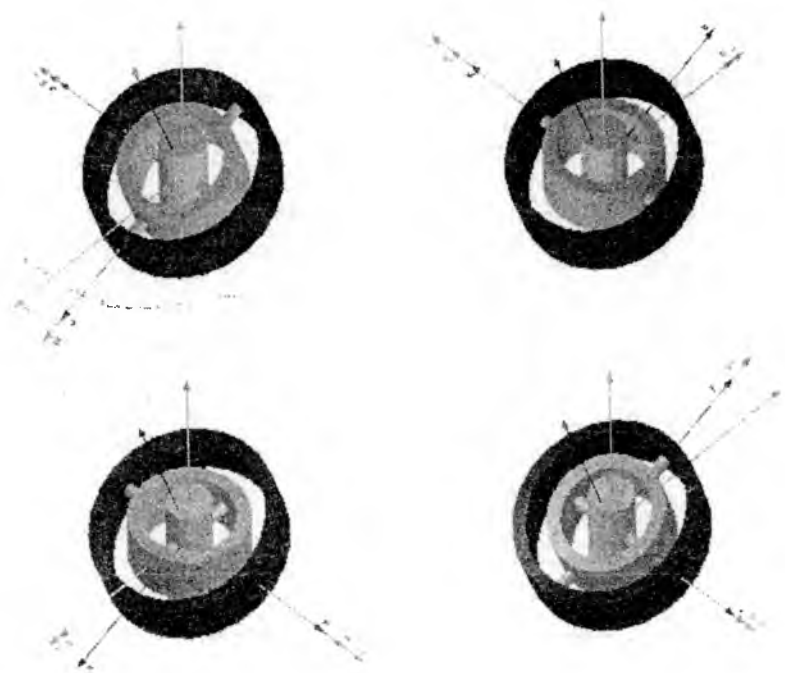
Zawieszenie sprężyste w przedstawionym modelu giroskopu składa się z dwóch par elementów sprężystych, prostopadłych do siebie, połączonych pierścieniem (ramką). Zewnętrzna para elementów łączy ramkę (pierścień inercyjny) z wirnikiem, a druga para pierścieni z wałem napędowym. Układ taki podczas wychylonego wirnika (jak na rys. 4) zapewnia jego napęd. Jednakże w trakcie obracania pojawiają się szkodliwe momenty wynikające ze skręcania podatnych elementów zawieszenia. Idea patentu E.W.Howe polega na niwelowaniu dodatniej sztywności elementów sprężystych zawieszenia przez ujemną sztywność wynikającą z inercji ramki przegubu. Ramka ta wykonuje podczas wychylenia wirnika ruchy wahliwe z częstotliwością $2N$. Dobierając odpowiednie momenty bezwładności ramki oraz częstotliwość obrotów N można doprowadzić do zniwelowania obu sztywności. Wykres na rys. 5 przedstawia tę sytuację.

Sztywność dynamiczną zawieszenia określa zależność:

$$K_d = -\left(A_n - \frac{C_n}{2}\right)N^2 \quad (1)$$

a sztywność drążków skrętnych określa stały współczynnik K_s . Sztywność dynamiczna ma znak ujemny oraz zależy w kwadracie od prędkości obrotowej N . Zwiększając odpowiednio prędkość N można doprowadzić do stanu równowagi:

$$K_s = -K_d \quad (2)$$



Rys. 4 Działanie zawieszenia sprężystego.

Stan ten określamy nastrojeniem giroskopu i jest on podstawowym warunkiem poprawnej pracy takiego giroskopu.

Dla celów analizy matematycznej giroskopu wprowadzono następujące układy współrzędnych:

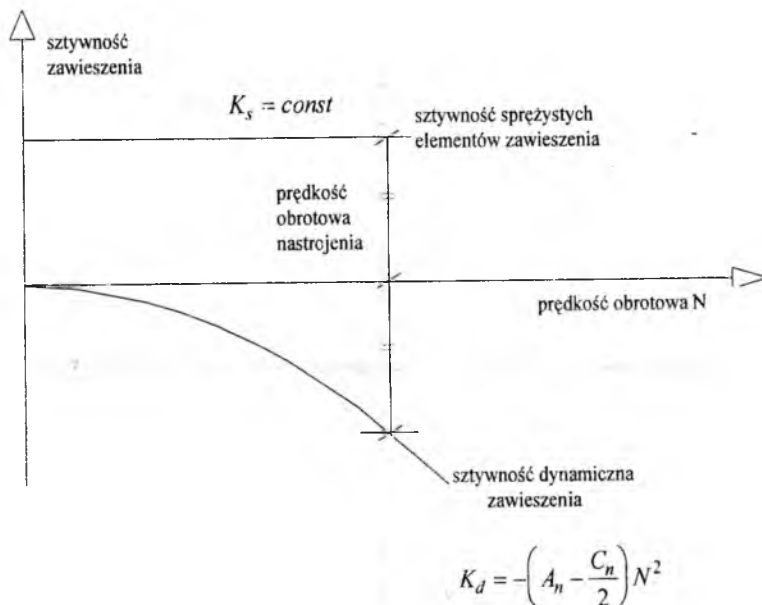
- $0xyz$ - układ współrzędnych sztywno związany z wirującym wałem napędowym, przy czym oś z jest osią obrotu giroskopu,

- $0x_n y_n z_n$ - układ współrzędnych sztywno związany z n -tą ramką zawieszenia, przy czym oś x_n jest jednocześnie osią symetrii elementu sprężystego ramki,

- $0XYZ$ - układ współrzędnych sztywno związany z obudową giroskopu.

Wszystkie te układy mają z założenia wspólny początek 0 , który powinien być jednocześnie środkiem obrotu giroskopu. W tym samym punkcie 0 powinny znaleźć się środki masy wirnika i ramek. Wzajemną konfigurację układów współrzędnych przedstawiają rysunki 6 i 7.

Przy realizacji giroskopu sprężystego przyjmuje się szereg założeń, między innymi:



Rys.5 Sztywności zawieszenia giroskopu.

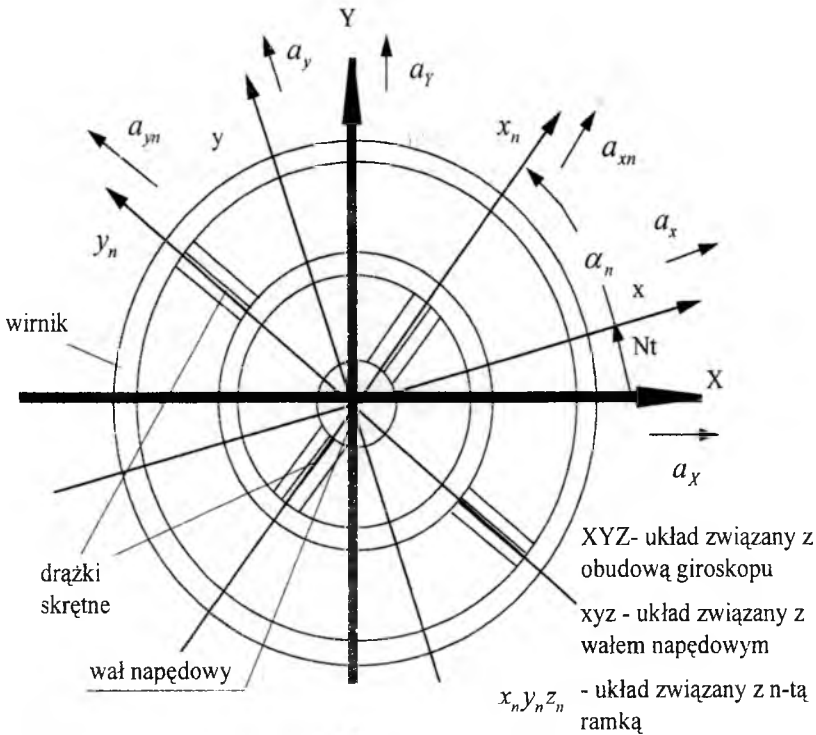
- środki masy wirnika i ramek pokrywają się ze środkiem obrotu giroskopu,
- zachowana jest izotropia własności sprężystych, masowych oraz tłumiących wirnika i ramek giroskopu względem wybranych osi.

Gdy spełnione są te założenia, to siły bezwładności w ruchu postępowym (a związane z przyspieszeniem pozornym^{*)} obiektu, na którym zainstalowano giroskop oraz z przyspieszeniem wynikającym z wymuszeń kinematycznych od drgań platformy giroskopowej) przechodzą przez środek obrotu giroskopu nie dając momentu sił.

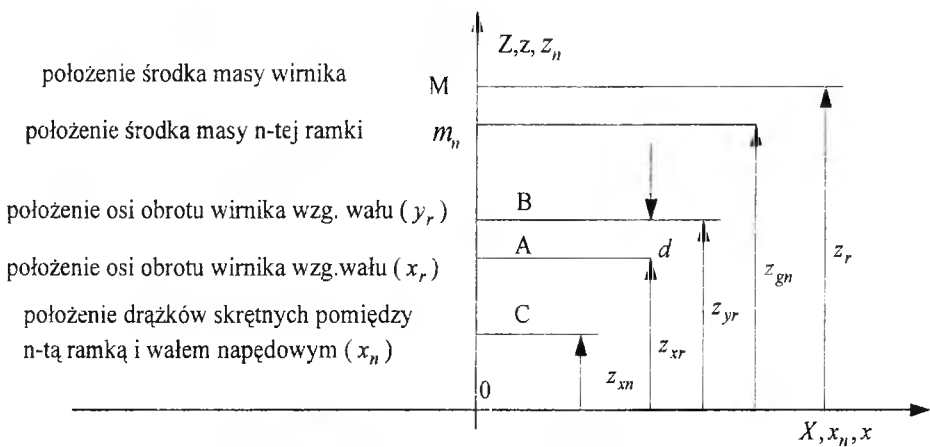
Jednakże błędy: konstrukcyjne, wykonawcze i montażowe powodują, że zwykle założenia te nie są dokładnie spełnione i mają miejsce wzajemne przemieszczenia punktów środków mas, środka obrotu, początku układów jak to pokazano na rys.7. W tym przypadku pojawiają się momenty sił bezwładności stanowiące zakłócenie poprawnej pracy giroskopu jako elementu pomiarowego.

W niniejszym artykule wyznaczono wybrane momenty sił bezwładności generujące błędy giroskopu z zawieszeniem sprężystym. Są to główne błędy giroskopu, które należy usuwać, a przynajmniej ograniczać, aby otrzymać giroskop dużej dokładności.

^{*)} Przez przyspieszenie pozorne rozumie się różnicę pomiędzy przyspieszeniem bezwzględnym masy w układzie inercyjnym i przyspieszeniem grawitacyjnym. Gdy przyspieszenie bezwzględne jest równe zero (ruch jednostajny prostoliniowy), to przyspieszenie pozorne równe jest przyspieszeniu grawitacyjnemu ze znakiem przeciwnym.



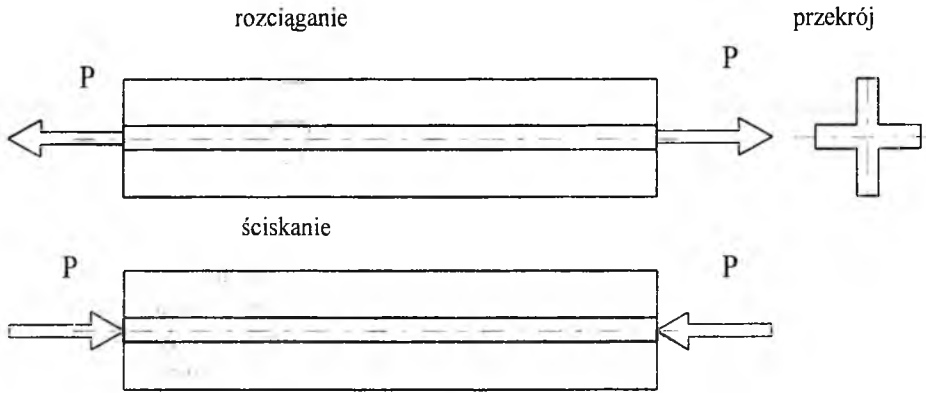
Rys.6 Giroskop -układy odniesienia (rzut prostopadły do osi wirowania).



Rys. 7 Geometria giroskopu w rzucie równoległym do osi wirowania.

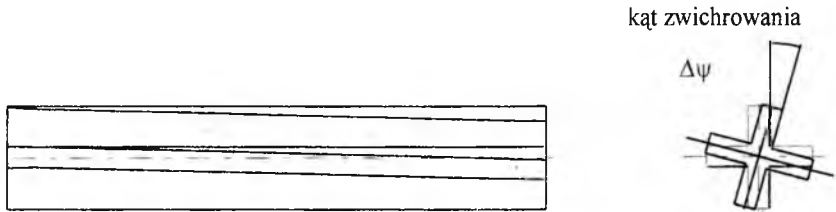
3. Analiza wpływu uszkodzenia jednego z elementów zawieszenia sprężystego na błąd kwadratury

Zawieszenie sprężyste w typowej konstrukcji giroskopu sprężystego tworzą cztery elementy podatne na skręcanie, a jednocześnie sztywne na zginanie. Często wykorzystuje się w tej roli cienkościennie profile otwarte o przekroju np. X. W wypadku idealnie wykonanego profilu obciążonego osiąwą siłą rozciągającą lub ściskającą element taki doznaje jedynie odkształceń wzdłużnych wynikających ze sprężystości materiału (zakładamy brak wyboczeń - rys.8).



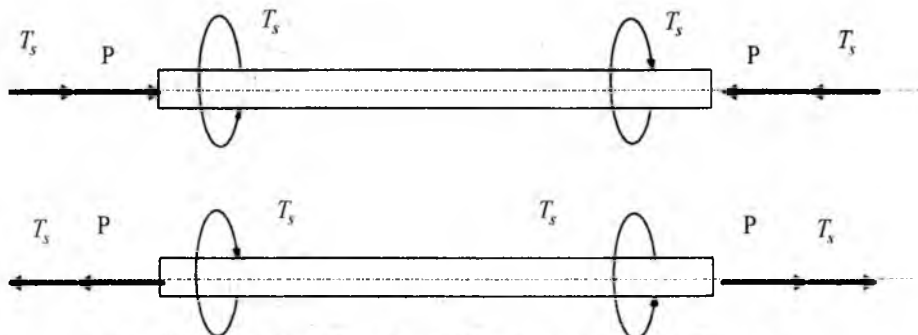
Rys. 8 Rozciąganie i ściskanie elementu sprężystego zawieszenia.

Na skutek błędów wykonawczych może się zdarzyć, że element skrętny zostanie zwichrowany. Objawia się to śrubowym skręceniem powierzchni tak, że rzut jednej z podstaw elementu na płaszczyznę drugiej podstawy wykazuje kątowe przesunięcia (rys.9).



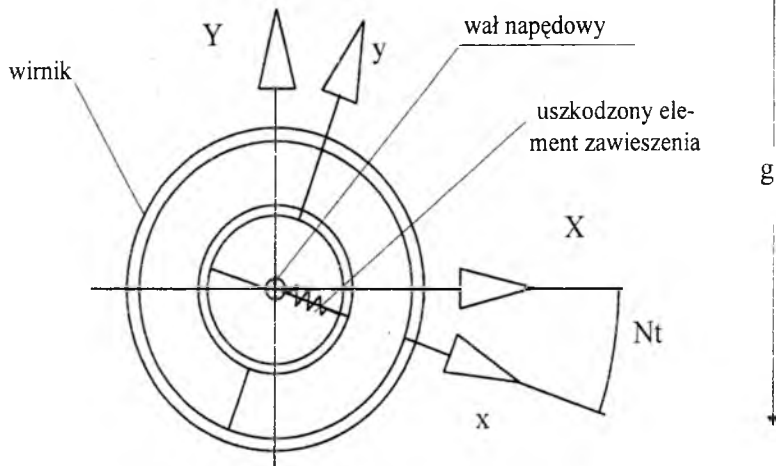
Rys.9 Zwichrowany element skrętny.

W przypadku zwichrowanego elementu skrętnego zawieszenia podczas ściskania i rozciągania go siłą osiową P pojawi się poza odkształceniem wzdłużnym, moment skręcający T_s (rys.10).



Rys.10 Ściskanie i rozciąganie zwichrowanego elementu skrętnego.

Moment ten pojawiając się w girokopie jest źródłem tzw. błędów kwadraturowych. W typowej sytuacji powodująca ten moment siła ściskająca lub rozciągająca jest siłą bezwładności od pozornego przyspieszenia w płaszczyźnie prostopadłej do osi wirowania. Szczególnym, często spotykanym przypadkiem jest działanie stałego przyspieszenia ziemskiego g . Na rys.11 rozpatrzono przypadek uszkodzenia jednego elementu zawieszenia na kierunku osi x , gdy oś wirnika girokopu



Rys.11 Girokop z uszkodzonym elementem zawieszenia poddany przyspieszeniu ziemskiemu g .

sprężystego wraz z zawieszeniem i wałem ustawiona jest prostopadle do działającego stałego przyspieszenia g . Pojawiający się wzdłuż osi zawieszenia, zakłócający moment skrętny $T_s = T_x$ można przedstawić w nieruchomym układzie współrzędnych związanym z korpusem [7]:

$$\begin{cases} T_X = T_x \cos Nt, \\ T_Y = -T_x \sin Nt, \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

T_x - moment kwadraturowy w osi zawieszenia x . Moment ten jest równy:

$$T_x = P_x \sigma \Delta \psi_x. \quad (4)$$

W równaniu tym oznaczono: P_x - osiowa siła ściskająca lub rozciągająca, σ - współczynnik zależny od typu zawieszenia, $\Delta \psi$ - kąt zwichrowania elementu podatnego. W przypadku uszkodzenia wewnętrznego elementu skrętnego, pojawiająca się w nim osiowa siła ma postać:

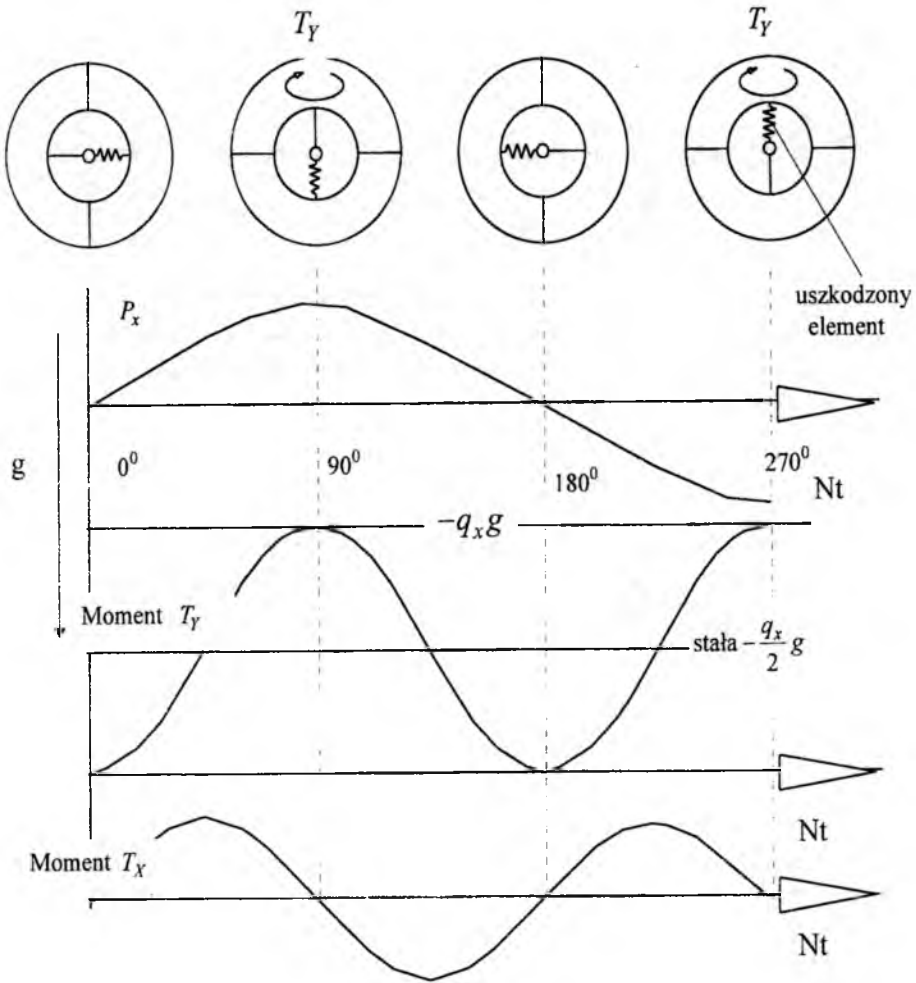
$$P_x = g(M + m_1) \sin Nt. \quad (5)$$

Symbolem m_1 oznaczono masę ramki zawieszenia. Podstawiając (5) do równania (4) i (3) oraz oznaczając: $q_x = \sigma \Delta \psi_x (M + m_1)$ jako współczynnik błędu kwadraturowego, otrzymamy wyrażenie na momenty kwadraturowe w układzie związanym z obudową:

$$\begin{cases} T_X = \frac{gq_x}{2} \sin 2Nt, \\ T_Y = \frac{gq_x}{2} (\cos 2Nt - 1). \end{cases} \quad (6)$$

Rysunek 12 przedstawia cztery charakterystyczne pozycje giroskopu podczas jednego obrotu wirnika. Poniżej przedstawiono trzy wykresy w funkcji kąta obrotu: siłę P_x , moment kwadraturowy działający na wirnik względem osi Y układu nieruchomego oraz moment względem osi X .

Moment kwadraturowy pojawiający się w osi uszkodzonego elementu zmienia w trakcie obrotu znak. Wynika to z cyklicznego ściskania i rozciągania elementu podczas obrotu. Dlatego w odniesieniu do układu związanego z obudową pojawia się w osi Y stała wartość tego momentu. Wynosi ona dla rozpatrywanego przypadku $-\frac{g_x g}{2}$.



Rys. 12 Moment kwadraturowy T_y powstały na skutek działania stałego przyspieszenia g .

4. Błędy giroskopu sprężystego na skutek działania przyspieszeń

Podczas działania na giroskop przyspieszenia liniowego o wielkości:

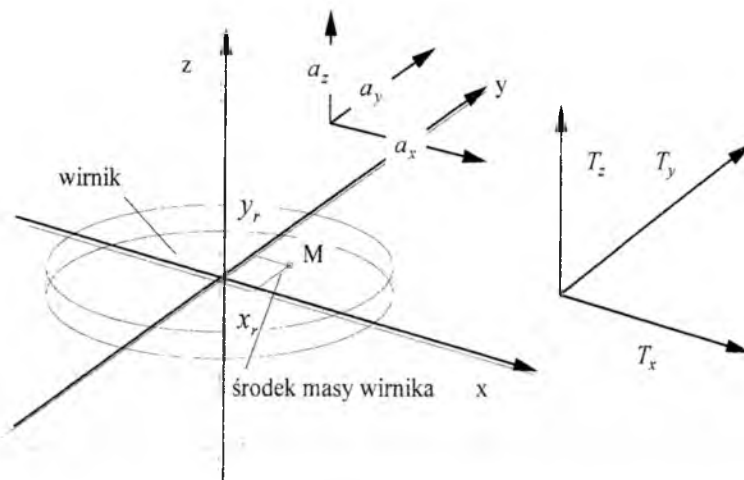
$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z \quad (7)$$

pojawiają się momenty kwadraturowe oraz momenty sił bezwładności, od przesunięcia środka masy działające na wirnik i n-tą ramkę zawieszenia jak pokazano na rys 13.

1) Dla wirnika momenty te są zestawione w poniższej tabeli:

Tabela 1

| | momenty kwadraturowe | momenty sił bezwładności wynikające z mimośrodów wzgl. osi x,y | momenty sił bezwładności wynikające z mimośrodów wzgl. osi z |
|------|----------------------|--|--|
| oś x | $q_x \cdot a_x$ | $a_y(z_r - z_{xr})M$ | $-a_z \cdot M \cdot y_r$ |
| oś y | $q_y \cdot a_y$ | $-a_x(z_r - z_{yr})M$ | $a_z \cdot M \cdot x_r$ |



Rys.13 Momenty działające na wirnik względem osi x y i z.

Sumaryczne momenty działające na wirnik względem osi x i y:

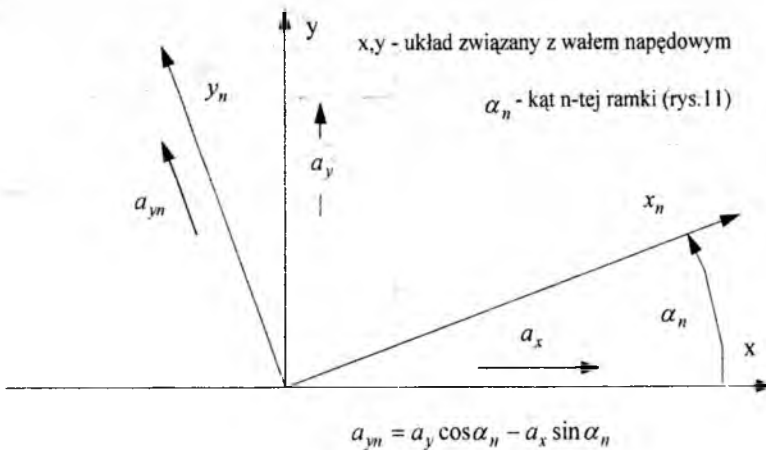
$$\begin{cases} T_{xr} = q_x a_x + M(z_r - z_{xr})a_y - M \cdot y_r \cdot a_z, \\ T_{yr} = q_y a_y - M(z_r - z_{yr})a_x + M \cdot x_r \cdot a_z, \end{cases} \quad (8)$$

gdzie: q_x, q_y - współczynniki momentów kwadraturowych w osi x i y wynikające z błędów geometrycznych zawieszenia.

2) Dla n -tej ramki:

$$T_{xn} = m_n(z_{gn} - z_{xn})a_{yn} - m_n y_{gn} a_z \quad (9)$$

T_{yn} nie jest przyniesiony na wirnik przez podatne zawieszenie w osi y_n i dlatego moment zaburzający n -tej ramki opisuje tylko jedno równanie (9). Wielkość a_{yn} jest przyspieszeniem działającym na n -tą ramkę w kierunku osi y_n , zgodnie z rysunkiem 14.



Rys.14 Przyspieszenia działające na n -tą ramkę.

Całkowity moment przyłożony do wirnika w układzie związanym z wałem napędowym wynosi:

$$\begin{cases} T_x = T_{xr} + \sum_1^n T_{xn} \cos \alpha_n, \\ T_y = T_{yr} + \sum_1^n T_{yn} \sin \alpha_n. \end{cases} \quad (10)$$

Podstawiając (8), (9) do (10) otrzymamy:

$$\begin{cases} T_x = q_x a_x + M(z_r - z_{\sigma})a_y - M y_{\sigma} a_z + \sum_1^n (m_n(z_{gn} - z_{xn})(a_y \cos \alpha_n - a_x \sin \alpha_n) - m_n y_{gn} a_z) \cos \alpha_n, \\ T_y = q_y a_y - M(z_r - z_{\sigma})a_x + M x_{\sigma} a_z + \sum_1^n (m_n(z_{gn} - z_{xn})(a_y \cos \alpha_n - a_x \sin \alpha_n) - m_n y_{gn} a_z) \sin \alpha_n. \end{cases} \quad (11)$$

Składnik pod znakiem sumy w pierwszym równaniu jest równy:

$$\begin{aligned} & \sum_1^n m_n(z_{gn} - z_{xn})(a_y \cos \alpha_n - a_x \sin \alpha_n) - m_n y_{gn} a_z \cos \alpha_n = \\ & = \sum_1^n m_n(z_{gn} - z_{xn}) a_y \cos^2 \alpha_n - \sum_1^n m_n(z_{gn} - z_{xn}) a_x \sin \alpha_n \cos \alpha_n - \sum_1^n m_n y_{gn} a_z \cos \alpha_n \end{aligned}$$

Tym samym momenty działające na wirnik będą jak następuje:

$$\left\{ \begin{aligned} T_x &= q_x a_x + M(z_r - z_{xr}) a_y - M y_r a_z + \sum_1^n m_n(z_{gn} - z_{xn}) a_y \cos^2 \alpha_n \\ &\quad - \sum_1^n m_n(z_{gn} - z_{xn}) a_x \sin \alpha_n \cos \alpha_n - \sum_1^n m_n y_{gn} a_z \cos \alpha_n, \\ T_y &= q_y a_y - M(z_r - z_{yr}) a_x + M x_r a_z + \sum_1^n m_n(z_{gn} - z_{xn}) a_y \cos \alpha_n \sin \alpha_n \\ &\quad - \sum_1^n m_n(z_{gn} - z_{xn}) a_x \sin^2 \alpha_n - \sum_1^n m_n y_{gn} a_z \sin \alpha_n. \end{aligned} \right. \quad (12)$$

Wprowadzając podstawienia [3]:

$$\begin{aligned} q_1 &= q_x - \sum_1^n m_n(z_{gn} - z_{xn}) \sin \alpha_n \cos \alpha_n, \\ q_2 &= q_y + \sum_1^n m_n(z_{gn} - z_{xn}) \sin \alpha_n \cos \alpha_n, \\ p_1 &= M(z_r - z_{xr}) + \sum_1^n m_n(z_{gn} - z_{xn}) \cos^2 \alpha_n, \\ p_2 &= -M(z_r - z_{yr}) - \sum_1^n m_n(z_{gn} - z_{xn}) \sin^2 \alpha_n, \\ p_a &= -M y_r - \sum_1^n m_n y_{gn} \cos \alpha_n, \\ p_b &= M x_r - \sum_1^n m_n y_{gn} \sin \alpha_n, \end{aligned} \quad (13)$$

można równanie (12) zapisać w postaci:

$$\left\{ \begin{aligned} T_x &= q_1 a_x + p_1 a_y + p_a a_z, \\ T_y &= q_2 a_y + p_2 a_x + p_b a_z. \end{aligned} \right. \quad (14)$$

Przyjmując:

$$q = \frac{q_1 + q_2}{2}; \quad \Delta q = \frac{q_1 - q_2}{2}; \quad p = \frac{p_1 + p_2}{2}; \quad \Delta p = \frac{p_1 - p_2}{2}; \quad (15)$$

otrzymamy:

$$q + \Delta q = \frac{q_1 + q_2}{2} + \frac{q_1 - q_2}{2} = q_1; \quad q - \Delta q = \frac{q_1 + q_2}{2} - \frac{q_1 - q_2}{2} = q_2; \quad (16)$$

$$p + \Delta p = p_1; \quad p - \Delta p = p_2.$$

a równanie (14) przyjmie postać:

$$\begin{cases} T_x = (q + \Delta q)a_x + (p + \Delta p)a_y + p_a a_z, \\ T_y = (q - \Delta q)a_y + (p - \Delta p)a_x + p_b a_z. \end{cases} \quad (17)$$

Określając:

$$\begin{aligned} T_{xy} &= T_x + jT_y, \\ a_{xy} &= a_x + ja_y, \\ \bar{a}_{xy} &= a_x - ja_y, \end{aligned} \quad (18)$$

oraz dodając pierwsze równanie (17) do pomnożonego przez j drugiego równania (17) otrzymamy:

$$\begin{aligned} T_x + jT_y &= (q + \Delta q)a_x + j(q - \Delta q)a_y + (p + \Delta p)a_y + j(p - \Delta p)a_x + p_a a_z + jp_b a_z, \\ T_{xy} &= (q - j\Delta p)a_{xy} + (\Delta q + jp)a_{xy} + (p_a + jp_b)a_z. \end{aligned} \quad (19)$$

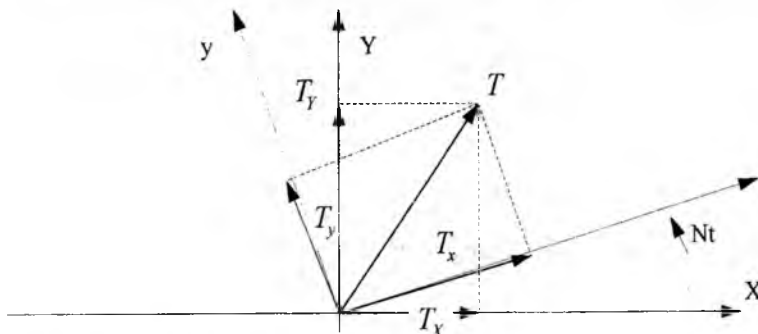
T_{xy} jest momentem działającym na wirnik w układzie $Oxyz$. Układ ten obraca się z prędkością wirowania N . Z racji pomiarów położenia wirnika względem nieruchomej obudowy interesują nas działające na wirnik momenty w układzie związanym z obudową $OXYZ$. Rys. 15 przedstawia sposób przejścia z układu ruchomego na nieruchomy.

Ponieważ:

$$\begin{aligned} T_X &= T_x \cos Nt - T_y \sin Nt, \\ T_Y &= T_x \sin Nt + T_y \cos Nt, \end{aligned} \quad (20)$$

to:

$$\begin{aligned} T_{XY} &= T_X + jT_Y = T_x \cos Nt - T_y \sin Nt + jT_x \sin Nt + jT_y \cos Nt \\ &= T_x (\cos Nt + j \sin Nt) + jT_y (\cos Nt + j \sin Nt) \\ &= (\cos Nt + j \sin Nt) (T_x + jT_y) = T_{xy} e^{jNt}. \end{aligned} \quad (21)$$



Rys.15 Przejście z układu ruchomego na nieruchomy.

Podobnie działając otrzymamy:

$$a_{xy} = a_{XY}e^{-jNt}; \quad \bar{a}_{xy} = \bar{a}_{XY}e^{jNt}.$$

Podstawiając wyrażenie (21) do wzoru (19) otrzymamy:

$$T_{XY}e^{-jNt} = (q - j\Delta p)a_{XY}e^{-jNt} + (\Delta q + jp)\bar{a}_{XY}e^{jNt} + (p_a + jp_b)a_z. \quad (22)$$

Po obustronnym pomnożeniu przez e^{jNt} :

$$T_{XY} = (q - j\Delta p)a_{XY} + (\Delta q + jp)\bar{a}_{XY}e^{2jNt} + (p_a + jp_b)a_z e^{jNt}. \quad (23)$$

Jest to całkowity moment działający na wirnik względem układu współrzędnych związanych z obudową na skutek działania przyspieszeń:

- a) stałych (a_{XY}) działających w płaszczyźnie prostopadłej do osi wirowania wirnika,
- b) zmiennych o wektorze prostopadłym do osi wirowania i o częstotliwości równej podwojonej częstotliwości wirowania ($\bar{a}_{XY}e^{2jNt}$) oraz o wektorze równoległym do osi wirowania i częstotliwości pojedynczej ($a_z e^{jNt}$).

Niżej zostaną przedyskutowane poszczególne składniki tego momentu błędu.

4.1 Moment spowodowany stałym przyspieszeniem wzdłuż osi prostopadłej do osi wirowania

Na wstępie założmy, że działające przyspieszenie ma wartość stałą i jest skierowane prostopadle do osi wirowania:

$$a_{XY} = \text{const}, \quad a_z = 0.$$

Wtedy równanie (23) przekształci się do postaci :

$$T_{XY}|_{f=0} = (q - j\Delta p)a_{XY}. \quad (24)$$

Uwzględniając (15) i wcześniejsze wyrażenia otrzymamy:

$$\begin{aligned} T_{XY}|_{f=0} &= \left[\frac{q_1 + q_2}{2} - j \left(\frac{p_1 - p_2}{2} \right) \right] a_{XY} = \\ &= \frac{q_1 + q_2}{2} - j \left[M \left[z_r - \left(\frac{z_{xr} + z_{yr}}{2} \right) \right] + \frac{1}{2} \sum_1^n m_n (z_{gn} - z_{xn}) \right] a_{XY}. \end{aligned} \quad (25)$$

Oznaczmy:

$$\begin{aligned} P_r &= M \left[z_r - \left(\frac{z_{xr} + z_{yr}}{2} \right) \right], \\ P_{gn} &= m_n (z_{gn} - z_{xn}), \end{aligned} \quad (26)$$

gdzie: P_r jest niewyważeniem wirnika, a P_{gn} jest niewyważeniem n-tej ramki względem osi prostopadłej do osi wirowania. Wielkości te nazwiemy wahadłowściami wirnika i n-tej ramki, gdyż z ich pojawieniem się wirnik i n-ta ramka tworzą wahadła fizyczne. Podstawiając (26) do wzoru (25) otrzymamy :

$$T_{XY}|_{f=0} = \left[\frac{q_1 + q_2}{2} - j \left(P_r + \frac{1}{2} \sum_1^n P_{gn} \right) \right] a_{XY}. \quad (27)$$

Pamiętając, że: $T_{XY} = T_X + jT_Y$, $a_{XY} = a_X + ja_Y$, to mamy ostatecznie

$$T_X + jT_Y = \frac{q_1 + q_2}{2} a_X - j \left(P_r + \frac{1}{2} \sum_1^n P_{gn} \right) a_X + j \frac{q_1 + q_2}{2} a_Y + \left(P_r + \frac{1}{2} \sum_1^n P_{gn} \right) a_Y. \quad (28)$$

Grupując i porównując wyrazy urojone i rzeczywiste otrzymamy:

$$\begin{cases} T_X|_{f=0} = \frac{q_1 + q_2}{2} a_X + \left(P_r + \frac{1}{2} \sum_1^n P_{gn} \right) a_Y, \\ T_Y|_{f=0} = \frac{q_1 + q_2}{2} a_Y - \left(P_r + \frac{1}{2} \sum_1^n P_{gn} \right) a_X, \end{cases}$$

a po podstawieniu q_1 i q_2 :

$$\begin{cases} T_X|_{f=0} = \frac{q_x + q_y}{2} a_X + \left(P_r + \frac{1}{2} \sum_1^n P_{gn} \right) a_Y, \\ T_Y|_{f=0} = \frac{q_x + q_y}{2} a_Y - \left(P_r + \frac{1}{2} \sum_1^n P_{gn} \right) a_X. \end{cases} \quad (29)$$

Wzory (29) opisują momenty wywołane stałym przyspieszeniem działającym prostopadle do osi wirowania. Momenty te złożone są z dwóch składników:

- pierwszy związany z geometrią lub niedokładnościami elementów skrętnych zawieszenia (tzw. błędy kwadratury),
- drugi związany jest z przesunięciem środka masy wzdłuż osi obrotu wirnika i ramek (tzw. wahadłowość), z tym, że wahadłowość ramek wchodzi ze współczynnikiem 1/2.

Pierwsze błędy mogą być efektywnie usunięte przez precyzyjne ustalenie za pomocą elementów regulacyjnych położenia środka masy wirnika i ramek zawieszenia wzdłuż osi wirowania. Błędy kwadratury można minimalizować stosując odpowiednią kontrolę jakości elementów skrętnych, a niekiedy również przez ich regulację.

4.2 Moment spowodowany przyspieszeniem o częstotliwości $\omega=2N$ wzdłuż osi prostopadłej do osi wirowania

Zgodnie ze wzorem (23)

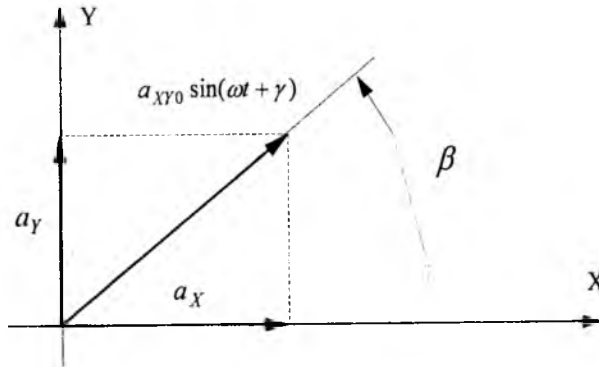
$$T_{XY}|_{f=2N} = (\Delta q + jp) \bar{a}_{XY} e^{2jNt}. \quad (30)$$

Załóżmy, że działające w płaszczyźnie prostopadłej do osi wirowania przyspieszenie ma postać:

$$\begin{aligned} a_X &= a_{XY0} \sin(\omega t + \gamma) \cos \beta, \\ a_Y &= a_{XY0} \sin(\omega t + \gamma) \sin \beta. \end{aligned} \quad (31)$$

W postaci zespolonej:

$$\begin{aligned} a_{XY} &= a_{XY0} \sin(\omega t + \gamma) (\cos \beta + j \sin \beta), \\ &\text{lub} \\ a_{XY} &= a_{XY0} \sin(\omega t + \gamma) e^{j\beta}. \end{aligned} \quad (32)$$

Rys.16 Postać wymuszającego przyspieszenia dla $\omega=2N$.

Wstawiając (32) do (23) otrzymamy:

$$\begin{aligned} T_{XY} &= (\Delta q + jp) \bar{a}_{XY0} \sin(\omega t + \gamma) e^{2jNt} = \\ &= (\Delta q + jp) \bar{a}_{XY0} e^{-j\beta} \frac{j}{2} \left(e^{-j[(\omega-2N)t+\gamma]} - e^{j[(\omega+2N)t+\gamma]} \right). \end{aligned} \quad (33)$$

Ostatni element wzoru (33) $e^{j[(\omega+2N)t+\gamma]}$ może być pominięty w dalszych rozważaniach, gdyż dotyczy działania momentu o częstotliwości $2N+\omega$, a powyższe rozważania mają dać odpowiedź momentu stałego względem obudowy dla częstotliwości $2N$.

$$\begin{aligned} T_{XY} &= \frac{j}{2} (\Delta q + jp) \bar{a}_{XY0} e^{-j\beta} e^{-j[(\omega-2N)t+\gamma]} = \\ &= \frac{j}{2} (\Delta q + jp) \bar{a}_{XY0} e^{j(2N-\omega)t} e^{-j(\beta+\gamma)}. \end{aligned} \quad (34)$$

Gdy $\omega=2N$ i $\beta=0$, to:

$$T_{XY} = \frac{j}{2} (\Delta q + jp) \bar{a}_{XY0} e^{-j\gamma}. \quad (35)$$

Podstawiając do równania (35) wzór (13) i wcześniejsze oraz oznaczając

$$d = z_{yr} - z_{xr} \quad \text{otrzymamy:}$$

$$T_{XY}|_{f=2N} = \frac{j}{2} \bar{a}_{XY0} e^{-j\gamma} \left(\frac{1}{2} \left(q_x - \sum_1^n m_n (z_{gn} - z_{xn}) \right) \sin \alpha_n \cos \alpha_n - q_y - \sum_1^n m_n (z_{gn} - z_{xn}) \sin \alpha_n \cos \alpha_n + j \left(M(z_r - z_{yr}) + \sum_1^n m_n (z_{gn} - z_{xn}) \cos \alpha_n^2 - M(z_r - z_{yr}) - \sum_1^n m_n (z_{gn} - z_{xn}) \sin \alpha_n^2 \right) \right),$$

a po przekształceniach:

$$T_{XY}|_{f=2N} = \frac{j}{4} \bar{a}_{XY0} e^{-j\gamma} \left(q_x - q_y - 2 \sum_1^n m_n (z_{gn} - z_{xn}) \sin \alpha_n \cos \alpha_n + j \left(Md + \sum_1^n m_n (z_{gn} - z_{xn}) (\cos \alpha_n^2 - \sin \alpha_n^2) \right) \right). \quad (36)$$

Po uporządkowaniu:

$$T_{XY}|_{f=2N} = -\frac{\bar{a}_{XY0} e^{-j\gamma}}{4} \left(Md - j(q_x - q_y) + \sum_1^n P_{gn} e^{2j\alpha_n} \right). \quad (37)$$

Moment błędu od działającego prostopadle do osi wirowania przyspieszenia o częstotliwości $f=2N$ jest równy zero gdy:

$$\sum_1^n P_{gn} e^{2j\alpha_n} = -Md - j(q_x - q_y). \quad (38)$$

Równanie (38) wskazuje, że wahadłowości ramek zawieszenia P_{gn} mogą być wykorzystane do kompensacji szkodliwego momentu $T_{XY}|_{f=2N}$ [3].

4.3 Moment błędu spowodowany przyspieszeniem zmiennym o częstotliwości $\omega=N$ działającym wzdłuż osi wirowania

Moment ten wynika z przemieszczenia środka masy wirnika i ramki względem środka podparcia wirnika w płaszczyźnie prostopadłej do osi wirowania. Pojawia się tylko dla częstotliwości $\omega=N$ i przyspieszenia działającego wzdłuż osi wirowania.

Założmy wymuszenie w postaci:

$$a_z = a_{z0} \sin(\gamma + Nt). \quad (39)$$

Na podstawie równania (23) obliczamy moment $T_{XY}|_{f=N}$:

$$\begin{aligned} T_{XY}|_{f=N} &= (p_a + jp_b) a_z e^{jNt} = \\ &= (p_a + jp_b) a_{z0} \frac{j}{2} \left(e^{-j\gamma} - e^{j(2Nt+\gamma)} \right). \end{aligned}$$

Składnik $e^{j(2Nt+\gamma)}$ nas nie interesuje gdyż dotyczy częstotliwości 2N. Ostatecznie otrzymamy zależność:

$$T_{XY}|_{f=N} = \frac{-(p_a + jp_b)}{2j} a_{z0} e^{-j\gamma}. \quad (40)$$

Podstawiając z równań (13) wartości p_a i p_b :

$$\begin{aligned} T_{XY}|_{f=N} &= -\frac{a_{z0} e^{-j\gamma}}{2j} \left[-My_r - \sum_1^n m_n y_{gn} \cos \alpha_n + jMx_r - j \sum_1^n m_n y_{gn} \sin \alpha_n \right] = \\ &= -\frac{a_{z0} e^{-j\gamma}}{2j} \left[jM(x_r + jy_r) + j^2 \sum_1^n m_n y_{gn} e^{j\alpha_n} \right], \end{aligned}$$

otrzymamy końcową postać wyrażenia momentu $T_{XY}|_{f=N}$:

$$T_{XY}|_{f=N} = -\frac{a_{z0} e^{-j\gamma}}{2} \left[M(x_r + jy_r) + j \sum_1^n m_n y_{gn} e^{j\alpha_n} \right]. \quad (41)$$

Na podstawie równania (41) można wysnuć wniosek, że moment ten można redukować przez dokładne ustalenie środka masy wirnika w osi wirowania ($x_r + jy_r = 0$).

Dla całkowitego usunięcia tego momentu muszą być spełnione warunki:

$$M(x_r + jy_r) + j \sum_1^n m_n y_{gn} e^{j\alpha_n} = 0. \quad (42)$$

Po porównaniu części rzeczywistych i urojonych otrzymamy warunki dla obu osi:

$$\begin{aligned} x: Mx_r &= \sum_1^n m_n y_{gn} \sin \alpha_n, \\ y: My_r &= \sum_1^n m_n y_{gn} \cos \alpha_n. \end{aligned} \quad (43)$$

Gdy obecne jest tylko niewyważenie wirnika i $\gamma=0$ to momenty szkodliwe są równe:

$$T_X|_{f=N} = -\frac{a_{z0}}{2} Mx_r, \tag{44}$$

$$T_Y|_{f=N} = -\frac{a_{z0}}{2} My_r.$$

Przykładowo dla girokopu o masie wirnika 20g, kręcie $H=2 \cdot 10^{-3}$ Nms, prędkości obrotowej 24 000 obr/min w przypadku działania wibracji o amplitudzie $a_{z0}=0.63$ m/s² (amplituda przemieszczenia 1 μm) i dla promienia niewyważenia części wirującej $x_r=1$ μm otrzymamy dryf:

$$D_{1N} = \frac{Ma_{z0}x_r}{2H} = 6.3 \text{ deg/h.}$$

5. Podsumowanie

Wprowadzając dla konkretnej konstrukcji rozpatrywanego girokopu stałe:

$$C_{1N} = -\left[M(x_r + jy_r) + \sum_1^n m_n y_{gn} e^{j\alpha_n} \right],$$

$$C_{2N} = \frac{q_x - q_y}{2} + \frac{j}{2} \left(Md + \sum_1^n P_{gn} e^{2j\alpha_n} \right),$$

$$C_N = P_r + \frac{1}{2} \sum_1^n P_{gn},$$

można opisane powyżej momenty błędów przedstawić w tabeli zbiorczej:

Tabela 2

| Nazwa momentu błędu | Oznaczenie | Wzór | Źródło błędu | |
|--|-------------------|--|-------------------------------|------------------------|
| Moment niewyważenia kwadraturowego | $T_{XY}^k _{f=0}$ | qa_{XY} | Stałe składowe przyspieszenia | |
| Moment niewyważenia masy względem osi obrotu | $T_{XY}^n _{f=0}$ | $-jC_N a_{XY}$ | | |
| Moment błędu od przyspieszeń 1N | $T_{XY} _{f=N}$ | $\frac{a_{z0} e^{-j\gamma}}{2} C_{1N}$ | 1N | Przyspieszenia zmienne |
| Moment błędu od przyspieszeń 2N | $T_{XY} _{f=2N}$ | $\frac{j\bar{a}_{XY0} e^{-j\gamma}}{2} C_{2N}$ | 2N | |

Do wymienionych błędów można również dołączyć nie omawiane w pracy błędy anizotropowości. Błędy te opisane są w pracach [4], [5] oraz [6].

Z przedstawionych błędów najtrudniej korygować błędy niewyważenia kwadraturowego. W większości rozwiązań technicznych zawieszenia sprężystego nie istnieją regulacje tego błędu. Jedyne co można zrobić to produkować te elementy z dużą dokładnością i weryfikować przed dalszym montażem.

Pozostałe przedstawione błędy można regulować zmieniając rozkład mas na wirniku i ramce zawieszenia. W tym celu przygotowuje się specjalne elementy konstrukcyjne. Najczęściej regulacje te odbywają się poprzez wkręcanie odpowiednich wkrętów wyważających, a ostatnio również przez usuwanie masy laserem dużej mocy (np. rosyjskie stanowisko LBU-4M).

Najefektywniejszym sposobem minimalizacji błędów jest uwzględnianie podanych teoretycznych zależności podczas projektowania nowej konstrukcji.

Można również korygować błędy metodami znanymi z teorii sterowania, metodami kompensacji zakłóceń.

6.Literatura

1. HOWE, E.W. ; SAVET P.H., "The Dynamically Tuned Free Rotor Gyro", Control Engineering, June 1964;
2. MAUNDER, L., "Some Designs and Features of Dynamically Tuned Gyroscopes", Euromech 38 Colloquium, Gyrodynamics, 1973;
3. CRAIG, R.J.G., "Theory of Errors of a Multigimbal, Elastically Supported Tuned Gyroscope", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, AES-8 May 1972;
4. FERNANDEZ, M. ; MACOMBER, G.R., "Inertial Guidance Engineering", 1962 ;
5. SAVET, P.H., "Gyroscopes: Theory and Design", 1961;
6. BROZGUL' ,L.I., „ Dinami ĉ eski nastraivaemye giroskopy, modeli pogre ŝ noster dlja sistem navigacii”, Moskva, Ma ŝ inostroenie 1989;
7. PEL'POR, D.S., MATVEEV V.A., ARSEN'EV, V.D., „Dinami ĉ eski nastraivaemye giroskopy, teoria i konstrukcija”, Moskva, Ma ŝ inostroenie 1988.

BADANIA SYMULACYJNE PRZESTRZENNEGO RUCHU SAMOLOTU - BECZKI PO TORZE WYPUKŁYM.

dr inż. Jacek A. GOSZCZYŃSKI
prof. dr hab. inż. Jerzy MARYNIAK

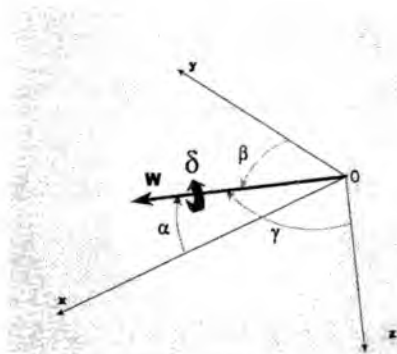
Instytut Lotnictwa, Warszawa

Streszczenie

W pracy przedstawiono model matematyczny dynamiki sterowanego samolotu w locie przestrzennym. Przeprowadzono badania symulacyjne dla samolotu testowego I-22 "Iryda" wiązańek figur akrobacji lotniczej. Podjęto próbę symulacji beczek po torze wypukłym, realizowanych w ujemnym polu przyspieszeń z jednoczesną próbą odtworzenia fragmentu rzeczywistej trajektorii lotu

1. Wstęp

Jednym z aspektów prowadzonych prac w ramach Projektu Badawczego KBN, w zakresie identyfikacji parametrów lotu samolotu, jest wykonanie badań symulacyjnych w oparciu o opracowany model matematyczny samolotu w ruchu przestrzennym, przy pomocy którego można wyznaczać parametry sterowania czy położenia w locie. Model matematyczny samolotu w ruchu przestrzennym został



Rys. 1

Położenie osi obrotu W w nieruchomym układzie współrzędnych.

określony z wykorzystaniem do opisu związków kinematycznych twierdzenia Eulera, mówiącego że dla zdefiniowania orientacji przestrzennej układu samolotowego względem układu ziemskiego jest wystarczające zdefiniowanie czterech parametrów Eulera (tzw. kwaternionów) tj. trzech cosinusów kierunkowych (kątów α, β, γ) osi obrotu oraz kąta obrotu δ wokół tej osi - rys.1 [1, 7].

Zastosowanie algorytmu wykorzystującego twierdzenie Eulera pozwala uniknąć problemów w realizacji numerycznej modelu symulacyjnego samolotu - pozwala na symulację takich figur akrobacji lotniczej jak beczki, pętle czy zawroty bojowe z ominięciem obszarów nieciągłości numerycznych występujących w klasycznym modelu opartym na kątach Eulera tj. kątach przechylenia, pochylenia i odchylenia.

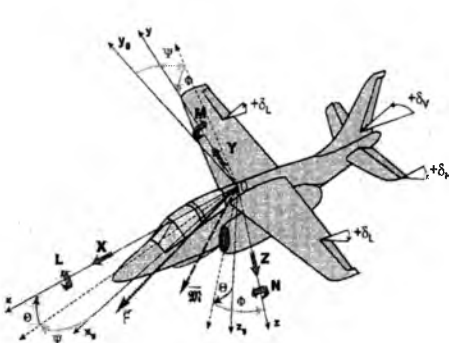
W figurach akrobacji lotniczej pod pojęciem beczki rozumiemy taką figurę pilotażową w trakcie której samolot obraca się wokół swej osi podłużnej o kąt przechylenia $\Phi = 360$ stopni przy zachowaniu zerowego, bądź prawie zerowego kąta odchylenia Ψ .

Podręczniki szkolenia personelu latającego podają, że beczkę można wykonywać w czasie lotu poziomego, wznoszącego oraz w czasie lotu nurkowego. Rozróżnia się beczki szybkie i sterowane. W przypadku beczki sterowanej oprócz wychylenia lotek jest konieczne sterowanie sterem wysokości i sterem kierunku. W odróżnieniu od beczki sterowanej - beczka szybka jest manewrem wykonywanym bez użycia steru kierunku i jest realizowana poprzez energiczne wychylenie lotek w kierunku zamierzonej beczki. Charakterystycznym zaleceniem do wykonywania beczki szybkiej jest rozpoczęcie manewru na kącie wznoszenia od 15 do 25 stopni. Zakończenie takiej figury następuje w locie poziomym, a jej okres trwa od 3 do 4 sekund.

Jest to typowa figura pilotażowa dla odrzutowych samolotów bojowych między innymi z powodu ograniczeń dotyczących ujemnych przeciążeń samolotu np. ze względu na sposób pracy instalacji paliwowej [6].

W niniejszej pracy zajęliśmy się zagadnieniem symulacji numerycznej cyklu beczek wykonywanych w ujemnym polu przyspieszeń.

2. Model matematyczny



Rys. 2 Siły i momenty sił zewnętrznych działające na samolot w locie.

Równania przestrzennego ruchu sterowanego samolotu wyprowadzone z wykorzystaniem równań Boltzmanna-Hamela dla układów holonomicznych, można wyrazić w zapisie macierzowym w następujący sposób [3÷5] (rys.2, 3):

$$\dot{M}V + KMV = Q + U\delta, \quad (1)$$

gdzie M jest macierzą bezwładności, a:

- macierz sił zewnętrznych:

$$\mathbf{Q} = \text{col}[X, Y, Z, L, M, N], \quad (2)$$

- wektor przyspieszeń:

$$\dot{\mathbf{V}} = \text{col}[\dot{U}, \dot{V}, \dot{W}, \dot{P}, \dot{Q}, \dot{R}], \quad (3)$$

- wektor prędkości:

$$\mathbf{V} = \text{col}[U, V, W, P, Q, R], \quad (4)$$

- macierz kinematyczna:

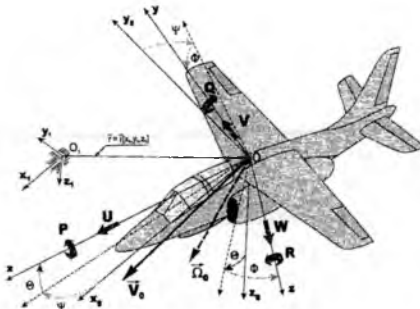
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & -R & Q & 0 & 0 & 0 \\ R & 0 & -P & 0 & 0 & 0 \\ -Q & P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -W & V & 0 & -R & Q \\ W & 0 & -U & R & 0 & -P \\ -V & U & 0 & -Q & P & 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

- macierz sterowania:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} X_{\delta_H} & 0 & X_{\delta_V} & X_{\alpha_{ZH}} & X_{\delta_T} \\ 0 & 0 & Y_{\delta_V} & 0 & 0 \\ Z_{\delta_H} & 0 & 0 & Z_{\alpha_{ZH}} & Z_{\delta_T} \\ 0 & L_{\delta_V} & L_{\delta_T} & 0 & 0 \\ M_{\delta_H} & 0 & 0 & M_{\alpha_{ZH}} & M_{\delta_T} \\ 0 & N_{\delta_V} & N_{\delta_T} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

- wektor sterowania:

$$\delta = \text{col}[\delta_H, \delta_V, \delta_L, \alpha_{ZH}, \delta_T], \quad (7)$$



Rys. 3 Przyjęte układy odniesienia.

Związki kinematyczne pomiędzy prędkościami liniowymi i kątowymi (wyrażonymi w układzie samolotowym), a odpowiednimi prędkościami w układzie ziemskim, zapisano przy wykorzystaniu parametrów Eulera [1, 3, 7].

Wynikająca trudność interpretacji fizycznej parametrów Eulera, związanych z orientacją osi obrotu, a

nie orientacją samego obiektu powoduje, że dla właściwej interpretacji wyników obliczeń stosuje się transformacje z tych parametrów na kąty Eulera (które są naturalnymi współzrędnymi położenia obiektu w przestrzeni) za pomocą następujących związków:

$$\Phi = \arctg\left(\frac{2(e_0e_1 + e_2e_3)}{e_0^2 - e_1^2 - e_2^2 + e_3^2}\right) \quad (8)$$

$$\Theta = \arcsin(2(e_0e_2 - e_1e_3)) \quad (9)$$

$$\Psi = \arctg\left(\frac{2(e_0e_3 + e_1e_2)}{e_0^2 + e_1^2 - e_2^2 - e_3^2}\right) \quad (10)$$

Parametry Eulera zwane inaczej kwaternionami, są zdefiniowane wg. [1, 3, 7] (rys. 1). Związki kinematyczne pomiędzy prędkościami i quasiprędkościami liniowymi mają następującą postać:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad (11)$$

Macierz \mathbf{A} jest macierzą ortogonalną, a macierz przekształcenia odwrotnego otrzymujemy poprzez transpozycję macierzy \mathbf{A} .

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} e_0^2 + e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 & 2(e_1e_2 - e_0e_3) & 2(e_0e_2 + e_1e_3) \\ 2(e_0e_3 + e_1e_2) & e_0^2 - e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 & 2(e_2e_3 - e_0e_1) \\ 2(e_1e_3 - e_0e_2) & 2(e_0e_1 + e_2e_3) & e_0^2 - e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Na skutek skończonej dokładności obliczeń równanie wiążące [1, 3, 7] w miarę upływu czasu symulacji przestaje być spełnione. Stwierdzono [1, 7] szybką utratę ortogonalności macierzy transformacji \mathbf{A} .

Związki kinematyczne do wyznaczenia propagacji parametrów Eulera mają następującą postać (uwzględniając algorytm poprawienia dokładności obliczeń [1, 7]):

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & P & Q & R \\ -P & 0 & -R & Q \\ -Q & R & 0 & -P \\ -R & -Q & P & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} - k \cdot E \cdot \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

gdzie:

k - stały współczynnik sprzężenia zwrotnego,
 E - wskaźnik naruszenia równania wiążącego,

$$E = e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 - 1 \quad (14)$$

W sytuacji idealnej $E = 0$.

3. Symulacja

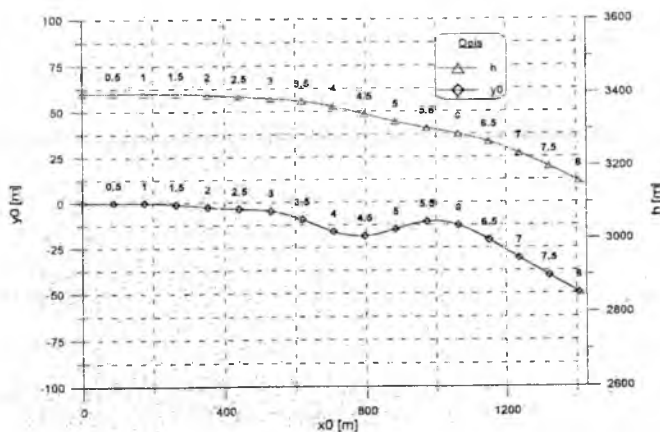
W oparciu o przedstawiony model matematyczny samolotu w locie przestrzennym zbudowano jego model symulacyjny. Jako obiekt testowy przyjęto samolot PZL I-22 "Iryda". Siły i momenty sił aerodynamicznych zostały wyznaczone za pomocą metody pasmowej. Program napisany został w języku FORTRAN 77 z wykorzystaniem standartowych bibliotek matematycznych. Zastosowano metodę całkowania Rungego Kutty rzędu IV ze zmiennym krokiem całkowania RKINIT do całkowania równań ruchu. Symulację numeryczną przeprowadzono na stacji roboczej SGI Indigo2XZ.

Przyjęto następujące założenia symulacji:

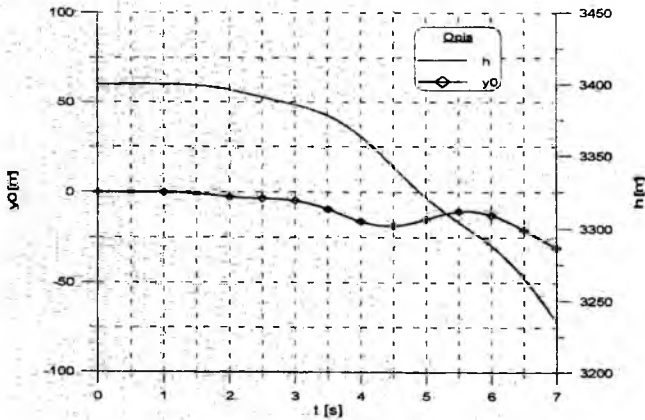
- statecznik poziomy (α_{ZH}) jest przestawiany od $t_p=0$ s do $t_k = 6$ s na wartość 0 stopni wzgl. PIM-POM
- pilot w trakcie 1 sekundy lotu robi tzw. górkę do $n_z=1.65$ zwiększając kąt pochylenia Θ samolotu (maska nad horyzont)
- przyjęto że pilot wykonał energiczny ruch lotką o amplitudzie 8 stopni w 0.5 sekundy lotu w kierunku planowanej beczki
- założono że pilot stara się początkowo przeciwdziałać pochyleniu samolotu wykonując ruchy sterem wysokości o amplitudzie ok. 1.5 stopnia]
- założono że pilot będący w ujemnym polu przyspieszeń ($n_z = -2.4$) przerywa wykonywany cykl szybkich beczek poprzez powrót z lotką do położenia neutralnego.

Symulację przeprowadzono z następujących warunków początkowych:

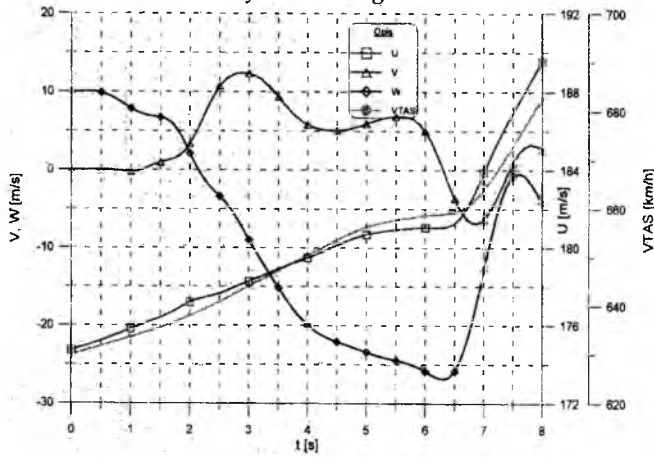
- lot poziomy, $n_z = 1$
- położenie środka masy 22.4% SCA
- prędkość $V_{TAS} = 630$ km/h
- wysokość $h = 3400$ m.
- kąt zaklinowania statecznika poziomego $\alpha_{ZH} = -1.8$ stopnia wzgl. PIM-POM
- obroty silników $n = 100\%$



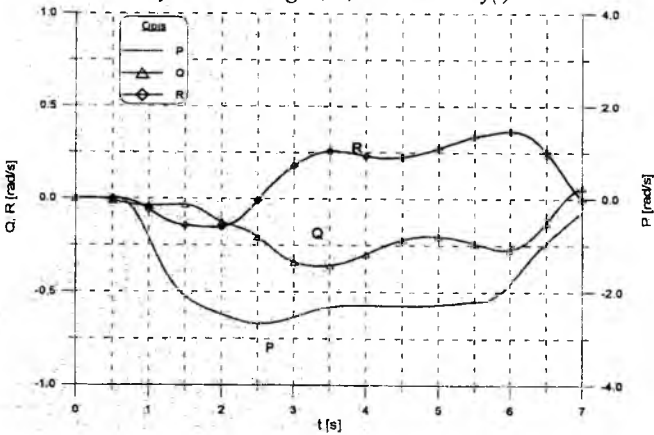
Rys. 4 Trajektoria lotu



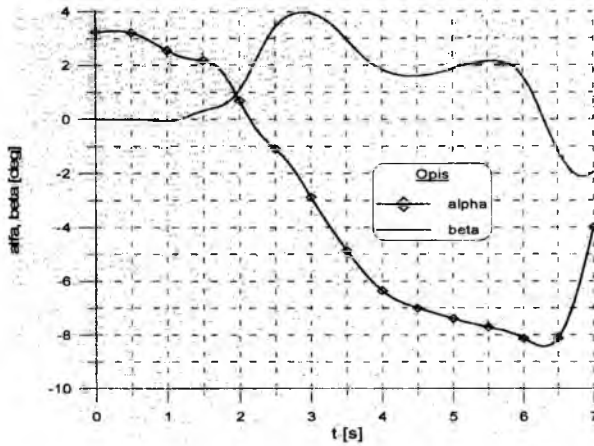
Rys. 5 Przebieg lotu



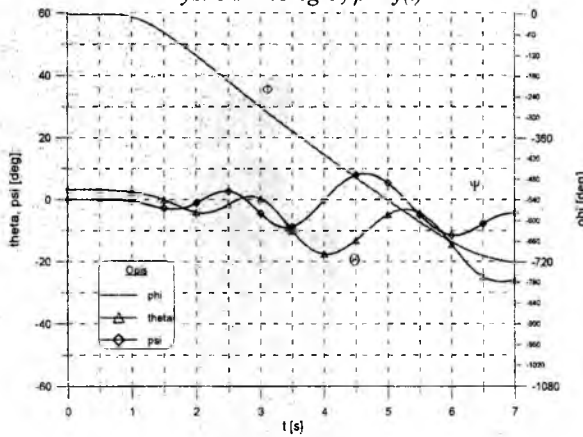
Rys. 6 Przebieg U, V, W i $VTAS = f(t)$



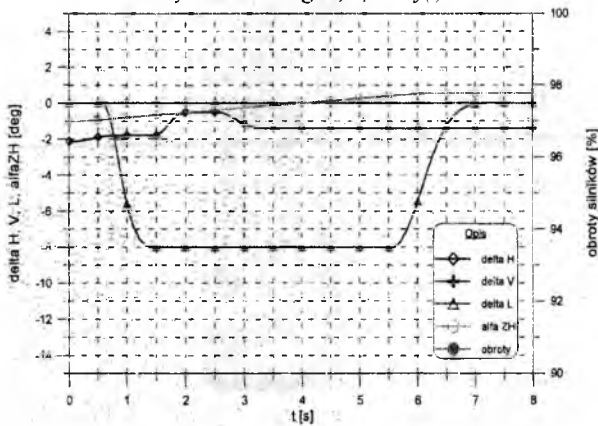
Rys. 7 Przebieg $P, Q, R = f(t)$



Rys. 8 Przebieg $\alpha, \beta = f(t)$

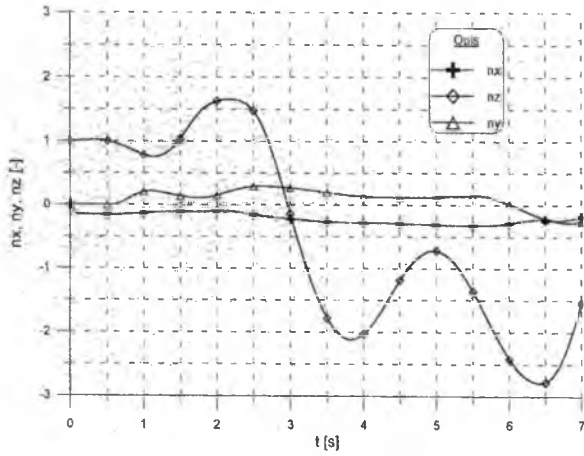


Rys. 9 Przebieg $\Phi, \Theta, \Psi = f(t)$

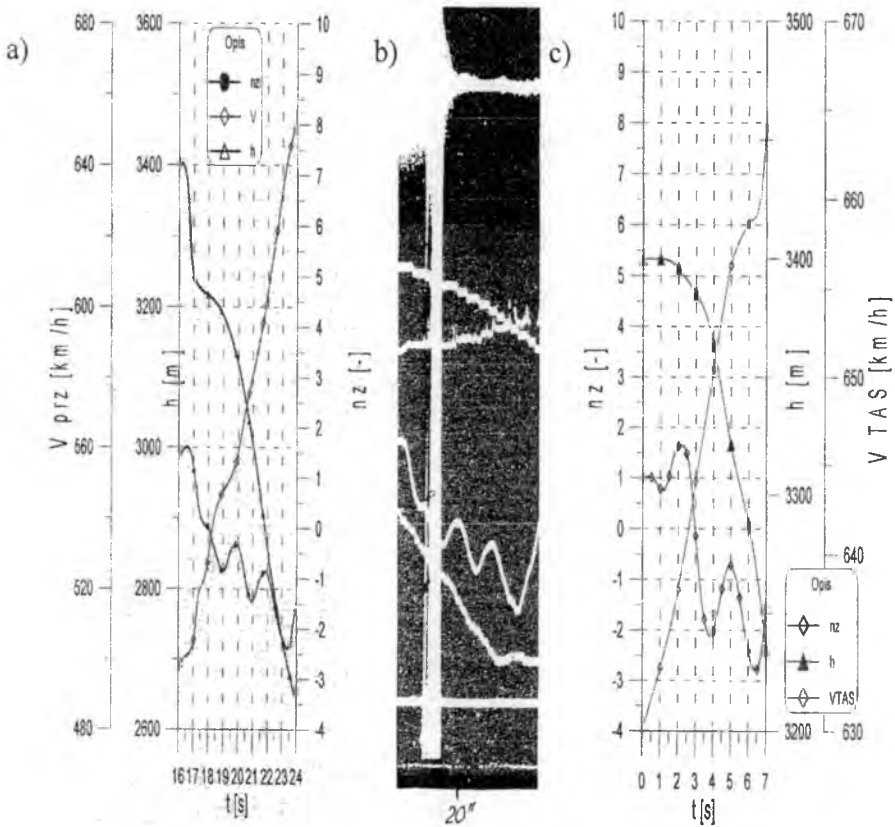


Rys. 10 Przebieg sterowania w trakcie lotu

$$\delta_h, \delta_v, \delta_L, \alpha_{ZH}, n = f(t)$$



Rys. 11 Przebieg n_x , n_y , n_z w trakcie lotu



Rys. 12 Porównanie wybranych parametrów lotu z zapisu rejestratora SARPP12 (a i b) i symulacji lotu (c) rys (a) - zdeszyfrowany zapis SARPP12 z rys.(b)

4. Wnioski

- Próba odtworzenia fragmentu rzeczywistej trajektorii lotu na fragmentarycznych danych odpowiadających rzeczywistemu zapisowi trajektorii lotu samolotu I-22 (rys. 12) wykazała, że istnieje możliwość takiego doboru sterowania samolotem aby zbliżyć się do zapisu rejestratora, przy założeniu właściwie zidentyfikowanego obiektu tj. samolotu i właściwego określenia działających na niego sił.
- Rozważając uzyskane rezultaty (rys. 4 ÷ 11), można postawić hipotezę bazując na szczerkowym zapisie rejestratora lotu, że w obszarze analizowanego fragmentu lotu, w trakcie przestawiania statecznika poziomego w pozycję „ciężki na nos”, możliwe jest aby samolot wykonywał bezcki w ujemnym polu przyspieszeń w trakcie lotu po torze wypukłym.
- Podjęta próba symulacji bezcek po torze wypukłym, realizowanych w ujemnym polu przyspieszeń wykazała, że taki manewr jest możliwy do wykonania w sposób celowy

LITERATURA

1. B. GOLDIEZ, KUO-CHI LIN: *The Orientation Representation in the Draft Military Standard for Distributed Interactive Simulation*, AIAA Flight Simulation Technologies Conference 1991, AIAA-91-2944-CP;
2. GOSZCZYŃSKI J. A., MARYNIAK J. „*Modelowanie wpływu własności dynamicznych układu sterowania sterem wysokości na dynamikę lotu sterowanego samolotu*”, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej nr 1231 Zeszyt 116, Gliwice 1994;
3. GOSZCZYŃSKI J. A., MARYNIAK J. , NIEPSUJ P. „*Badania symulacyjne przestrzennego ruchu samolotu z zastosowaniem parametrów Eulera do opisu związków kinematycznych*”, II konferencja „Metody i technika badań statków powietrznych w locie Mragowo 96”, Informator ITWL, , Warszawa 1996;
4. MARYNIAK J. „*Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*” PRACE NAUKOWE POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ S. MECHANIKA NR 35, WARSZAWA 1975;
5. MARYNIAK J. „*Ogólny model matematyczny sterowanego samolotu*”, „MECHANIKA W LOTNICTWIE” PTMTiS WARSZAWA 1993;;
6. MILKIEWICZ A. „*Podstawy praktycznej aerodynamiki i mechaniki lotu samolotu odrzutowego dlu pilota*”, PODRĘCZNIK, MON, DWL, POZNAŃ, 1978;
7. B. L. STEVENS, F. L. LEWIS: *Aircraft Control and Simulation*, Wiley & Sons 1992;

INSTYTUT LOTNICTWA



ANALITYCZNE I SYMULACYJNE BADANIA NIELINIOWEGO ZAWIESZENIA SILNIKA LOTNICZEGO

dr inż. Marian JEŻ
dr inż. Andrzej ŚWIDER

Instytut Lotnictwa, Warszawa

Streszczenie

Praca dotyczy badań dynamiki płaskiego, zdeterminowanego modelu zawieszenia silnika tłokowego na samolocie akrobacyjnym. Pierwszy rozdział opisuje badania drgań własnych jedną z przybliżonych metod analitycznych. Celem tych badań jest wyznaczenie zależności częstości drgań nieliniowych od poszczególnych amplitud przemieszczeń modelu. Drugi rozdział jest poświęcony poszukiwaniom chaosu deterministycznego w dwuwymiarowym modelu zawieszenia. Uwzględniając stan wiedzy w tej ciekawej poznawczo dziedzinie zbudowano kilka modeli symulacyjnych, które pozwoliły poznać pewne nieznanie dotychczas właściwości badanego obiektu technicznego. Niektóre stany eksploatacyjne zidentyfikowanego samolotu charakteryzowały się nieuporządkowaną odpowiedzią na wymuszenie poliharmoniczne, generowane przez silnik.

1. ANALITYCZNE BADANIA CZĘSTOŚCI DRGAŃ WŁASNYCH PŁASKIEGO MODELU ZAWIESZENIA

Uwzględnienie nieliniowości układu drgającego o wielu stopniach swobody wiąże się z trudnościami natury matematycznej i z dużym prawdopodobieństwem wystąpienia błędów. Dla zbadania tych zagadnień przyjęto zatem metodę indukcyjną - od uproszczonych fragmentów do bardziej złożonych obiektów i szerzej stosowalnych uogólnień. W rozważanym przypadku silnika tłokowego zbudowanego na samolocie akrobacyjnym, badania przeprowadzono dla modelu płaskiego, zawierającego jedynie wymuszenie deterministyczne systemu, a mianowicie poliharmoniczny moment reakcyjny

silnika. Założono że wibroizolatory są nieliniowe z uwagi na siły sprężystości. Sprężysta reakcja gumowego wibroizolatora, jak wynika z przeprowadzonych badań doświadczalnych, może być aproksymowana nieparzystym wielomianem trzeciego stopnia:

$$K_y = k_{y0} y + k_{y1} y^3 \quad (1)$$

Schemat zawieszenia silnika Franklin-4 na samolocie Koliber oraz jego uproszczony, płaski model przedstawiono na Rys.1. Ten model fizyczny zawiera 3 wibroizolatory: dwa z nich przenoszą tylko siły w kierunku osi z, a trzeci - tylko w kierunku osi y (jego oś symetrii przechodzi przez środek masy silnika). Sztywność rotacyjną modelu uzyskano ze sztywności translacyjnych rozstawionych wibroizolatorów (ich własne sztywności rotacyjne są o dwa rzędy mniejsze).

Dynamiczne równania ruchu, dla badanego modelu, po przekształceniach, napisano w postaci:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} + 2\varphi k_{z0} l^2 / I_x &= -2k_{z1} l^2 (3z^2 \varphi + l^2 \varphi^3) / I_x \\ \ddot{z} + 2zk_{z0} / m &= -2k_{z1} (3zl^2 \varphi^2 + z^3) / m \\ \ddot{y} + k_{y0} y / m &= -k_{y1} y^3 / m \end{aligned} \quad (2)$$

Dzięki wprowadzonym uproszczeniom, równania dynamiczne modelu są rozprzęgnięte w części liniowej, co uprości rozwiązanie analityczne. Pozwoli to też na uzyskanie przejrzystej formy wzorów na amplitudy drgań w funkcji częstości.

Wprowadzając do (2) częstości drgań zlinearyzowanego układu w postaci:

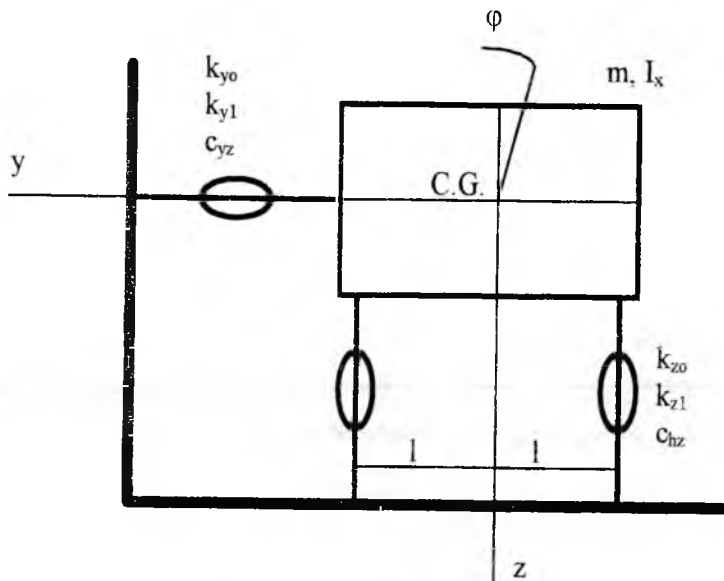
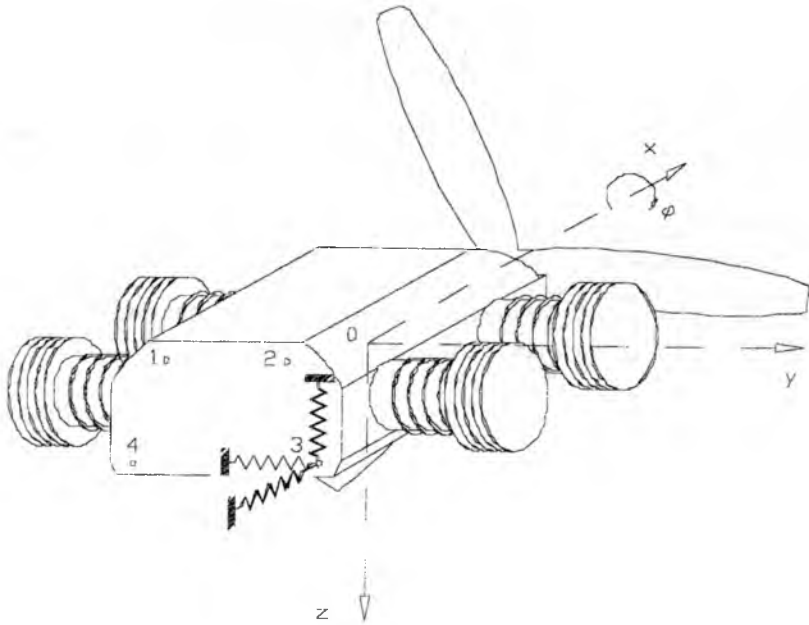
$$\begin{aligned} \omega_{01}^2 &= 2 k_{z0} l^2 / I_x \\ \omega_{02}^2 &= 2 k_{z0} / m \\ \omega_{03}^2 &= k_{y0} / m \end{aligned} \quad (3)$$

oraz wydzielając ze stron lewych jednakowy, mały i bezwymiarowy czynnik o postaci

$$\varepsilon = k_{z1} m l^2 / k_{y1} I_x \ll 1 \quad (4)$$

równania (2) przepiszemy w formie poddającej się jednej z metod rozwiązywania zagadnień słabonieliniowych:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} + \omega_{01} \varphi &= -\varepsilon [2k_{y1} (3z^2 \varphi + l^2 \varphi^3) / m] \\ \ddot{z} + \omega_{02} z &= -\varepsilon [2k_{y1} I_x (3zl^2 \varphi^2 + z^3) / m^2 l^2] \\ \ddot{y} + \omega_{03} y &= -\varepsilon [k_{y1}^2 I_x y^3 / m^2 l^2 k_{z1}] \end{aligned} \quad (2)$$



Rys.1. Schemat silnika Franklin-4 na samolocie Koliber i płaski model jego zawieszenia.

W celu rozwiązania nieliniowego układu równań (5) wybierzemy asymptotyczną metodę Kryłowa - Bogolubowa [3]. Zgodnie z nią równania powyższe sprowadzamy do współrzędnych głównych ξ_i , w których wyrażona energia zawiera tylko kwadraty prędkości lub przemieszczeń:

$$\ddot{\xi}_i + \omega_{oi}^2 \xi_i = \varepsilon F_i(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2, \dot{\xi}_3); \text{ dla } i=1,2,3; \quad (3)$$

gdzie:

ω_{oi} - częstości własne zlinearyzowanego układu;

ε - mały, dodatni, bezwymiarowy parametr;

F_i - nieliniowa część sił zachowawczych oraz siły niezachowawcze.

Ponieważ równania (2) są rozprzęgnięte w części liniowej, przeto współrzędne uogólnione naszego modelu są równocześnie współrzędnymi głównymi:

$$\xi_1 = \varphi, \quad \xi_2 = z, \quad \xi_3 = y \quad (4)$$

Rozwiązanie równań (2), ograniczając się do pierwszego przybliżenia, napiszemy w postaci:

$$\xi_i = a_i \cos \psi_i + \varepsilon V_{i1}(a_1, a_2, a_3, \psi_1, \psi_2, \psi_3) \quad (5)$$

W przypadku gdy interesują nas tylko częstości drgań układu nieliniowego możemy rozwiązanie (5) sprowadzić do tzw. pierwszego uproszczonego przybliżenia o postaci:

$$\xi_1 = a_1 \cos \psi_1 \quad (6)$$

$$\xi_2 = a_2 \cos \psi_2$$

$$\xi_3 = a_3 \cos \psi_3$$

Amplitudy a_i i kąty fazowe ψ_i wyznaczymy z następujących układów równań:

$$\dot{a}_i = \varepsilon A_{i1}(a_1, a_2, a_3) \quad (7)$$

$$\dot{\psi}_i = \omega_{oi} + \varepsilon B_{i1}(a_1, a_2, a_3) \quad (8)$$

Wstawiamy rozwiązanie (6) wraz z funkcjami (7) i (8) do (5) oraz rozwijamy siły uogólnione F_i w potrójne szeregi Fouriera względem ψ_i . Z przyrównania współczynników przy jednakowych harmonicznych otrzymamy:

$$A_{i1}(a_1, a_2, a_3) = -1/4\pi^2 \omega_{oi} \iiint_0^{2\pi} F_i \sin \psi_i d\psi_1, d\psi_2, d\psi_3 \quad (9)$$

$$B_{i1}(a_1, a_2, a_3) = -1/4\pi^2 \omega_{oi} a_i \iiint_0^{2\pi} F_i \cos \psi_i d\psi_1, d\psi_2, d\psi_3 \quad (10)$$

Stosując przedstawioną wyżej procedurę otrzymamy, na podstawie wzorów (7), że amplitudy drgań nieliniowych danego modelu są równe wychyleniom początkowym:

$$a_i = a_{oi}, \quad a_2 = a_{o2}, \quad a_3 = a_{o3} \quad (11)$$

Całkując natomiast funkcje B_{i1} badanego modelu wyznaczono krzywe szkieletowe (zależności częstości własnych od amplitud) dla badanego płaskiego modelu.

$$\omega_1 = \dot{\psi}_1 = \omega_{o1} + 3lk_{z1}(2\alpha_{o2}^2 + l^2\alpha_{o1}^2)/4I_x \sqrt{k_{z0}} \quad (12)$$

$$\omega_2 = \dot{\psi}_2 = \omega_{o2} + 3k_{z1}(\alpha_{o2}^2 + 2l^2\alpha_{o1}^2)/4m\sqrt{2k_{z0}} \quad (13)$$

$$\omega_3 = \dot{\psi}_3 = \omega_{o3} + 3k_{y1}\alpha_{o3}^2/8m\sqrt{2k_{y0}} \quad (14)$$

Podstawiając dane identyfikujące przykład badawczy (silnik "bokserski" F-4 na samolocie Koliber) otrzymano następujące formy kwadratowe częstości własnych modelu:

$$\omega_1 = 34,2 + 0,91 \cdot 10^6 (2a_{02}^2 + 0,0123a_{01}^2) \quad (15)$$

$$\omega_2 = 53,9 + 1,41 \cdot 10^6 (a_{02}^2 + 0,0246a_{01}^2) \quad (16)$$

$$\omega_3 = 53,9 + 1,01 \cdot 10^6 a_{03}^2 \quad (17)$$

Są to zależności częstości drgań własnych badanego układu nieliniowego od poszczególnych amplitud przemieszczeń.

Dla przykładowych amplitud drgań silnika Franklin-4, zawieszono nieliniowo na samolocie Koliber, podczas ustalonego lotu nominalnego:

$$a_{01} = -0,0222 \text{ [rad.]}$$

$$a_{02} = 0,0025 \text{ [m]}$$

$$a_{03} = 0,0003 \text{ [m]}$$

otrzymuje się następujące częstotliwości drgań własnych bryły silnika wokół położenia równowagi:

$$f_{1\sigma} = 8,13 \text{ Hz}$$

$$f_{2\sigma} = 12,76 \text{ Hz}$$

$$f_{3\sigma} = 8,6 \text{ Hz.}$$

Częstości ω_1 i ω_2 związane są z drganiami, odpowiednio: rotacyjnymi wokół osi x i translacyjnymi wzdłuż osi z, zaś częstość ω_3 z drganiami translacyjnymi w kierunku osi y. Jak wynika ze wzorów (15) i (16), dwa pierwsze stopnie swobody są ze sobą sprzęgnięte. Drgania o częstości ω_3 nie zależą natomiast od dwóch poprzednich.

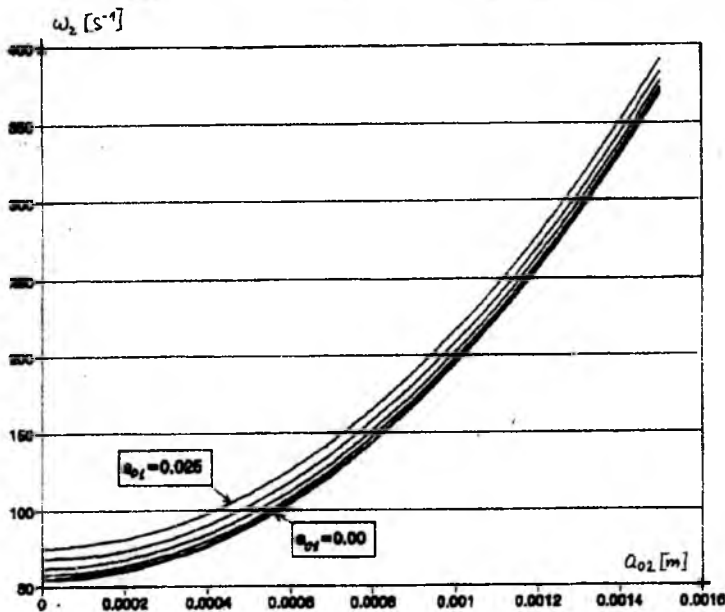
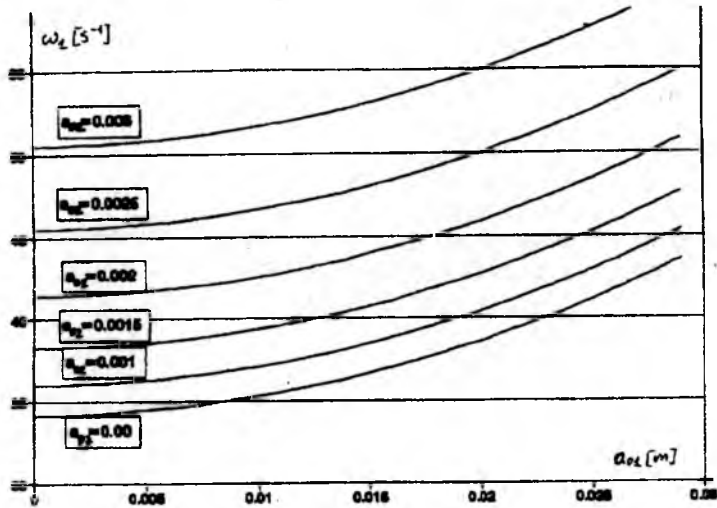
Wykonano wykresy ilustrujące te zależności. Wynika z nich, że częstotliwość drgań rotacyjnych ω_1 (wokół osi x) zależy w podobnym stopniu od amplitudy drgań rotacyjnych a_{01} jak i od amplitudy drgań translacyjnych a_{02} (w kierunku osi z) - Rys.2a. Bardziej jednoznaczna i silniejsza zależność wiąże natomiast częstość ω_2 drgań translacyjnych (w kierunku osi z) z amplitudą a_{02} ; natomiast wpływ a_{01} jest pomijalny - Rys.2b

Dokonana analiza określa więc ilościowo słabe i silne sprzężenia poszczególnych ruchów składowych.

Z powyższych rozważań wynika także, że uwzględnienie nieliniowości unaocznia znaczne przesunięcia częstości drgań silnika zawieszono na gumowych wibroizolatorach. Należy to uwzględnić podczas projektowania optymalnego zawieszenia, aby nie popełnić niedopuszczalnych błędów w wyznaczeniu widma częstości własnych.

2. Symulacyjne badania chaosu deterministycznego modelu z progresywną podatnością i histerezowym tłumieniem.

Badania stabilności obiektu fizycznego (stateczności odpowiedzi jego modelu na wymuszenia) są kluczowe dla układów automatyki. Stanowią także niezbędny etap projektowania wszelkich złożonych układów dynamicznych. Nieuporządkowane reakcje, czasowa rozbieżność obciążeń dynamicznych przy małych zmianach parametrów czy warunków początkowych układu prowadzą często do awarii, a zawsze obniżają żywotność zmęczeniową i niezawodność obiektu technicznego.



Rys.2. Częstości nieliniowych drgań modelu:

a) rotacyjnych wokół osi x, b) - translacyjnych wzdłuż osi z.

Zastosowanie w modelu omówionych wcześniej uproszczeń spowodowało, że drgania poprzeczne modelu (wzdłuż osi y) są niezależne od dwóch pozostałych. Jest więc

uprawnione zbadanie metodami symulacji komputerowej modelu dwuwymiarowego, zawierającego dwa sprzężone stopnie swobody, a mianowicie:

- drgań rotacyjnych względem osi x;
- drgań translacyjnych wzdłuż osi z.

Model taki, złożony z dwóch równań układu (2), zostanie uzupełniony przez tłumienie oraz wymuszenie poliharmoniczne.

Tłumienie w gumowych elementach zawieszenia tłokowego silnika lotniczego zmierzono metodą wymuszania harmonicznego [2]. Okazało się, że amplituda siły tłumiącej jest w przybliżeniu proporcjonalna do amplitudy przemieszczenia. Ponieważ sygnał tej siły jest przeciwny fazowo sygnałowi prędkości zapisano go przy pomocy funkcji "signum". Zmierzone tłumienie histerezowe opisano takim wyrażeniem, aby błąd aproksymacji jego stałych współczynników (wg kryterium minimalnej sumy kwadratów odchyłań) był najmniejszy.

Wymuszenie modelu stanowi moment reakcyjny kadłuba silnika na generowane wewnątrz siły gazowe i masowe. Jest to nieskończony, wolnozbieżny szereg harmonik, których amplitudy i fazy obliczono przy pomocy własnego programu [4].

Uwzględniając powyższe, na podstawie (2) otrzymano:

$$\ddot{\varphi} + \omega_{01}\varphi + 2k_{z1}l^2(3z^2\varphi + l^2\varphi^3)/I_x + c_{hz}l\varphi\text{sign}(\varphi)/I_x = [L_2\cos(2\omega t + v_2) + L_4\cos(4\omega t + v_4) + L_6\cos(6\omega t + v_6) + L_8\cos(8\omega t + v_8) + L_{10}\cos(10\omega t + v_{10}) + L_{12}\cos(12\omega t + v_{12})]/I_x \quad (18)$$

$$\ddot{z} + \omega_{02}z = 2k_{z1}(3zl^2\varphi^2 + z^3)/m + c_{hz}lz\text{sign}(z)/m \quad (19)$$

Symulacja cyfrowa powyższego zdeterminowanego modelu drgań nieliniowych ma na celu sprawdzenie, czy w jego przestrzeni stanu występują obszary ruchu chaotycznego.

Wykrywaniu ewentualnych stref chaosu modelu mogą służyć pakiety programowe MATLAB i SIMULINK wraz z przyborkami narzędziowymi do analizy układów nieliniowych. Wszystkie zmienne stanu przedstawia się jako elementy macierzy. Skalary są traktowane jako szczególny przypadek jednowymiarowej macierzy kwadratowej, natomiast wielomiany są identyfikowane z wektorami współczynników uporządkowanymi według malejącej potęg. Analogicznie do techniki komputerów analogowych tworzy się modele symulacyjne łącząc udostępnione cegiełki - bloki operacyjne. Każdy zestawiony graficznie model ma swój m-plik, a przy jego odczytywaniu tworzone są systemowe s-funkcje.

Zbudowano liczne modele symulacyjne i przeprowadzono szereg obliczeń numerycznych, które pokazały zależność cyklu granicznego od parametrów i warunków początkowych różnych stanów eksploatacyjnych.

Uzasadnieniem przedsięwzięcia tych badań jest coraz częstsze wykrywanie zachowań chaotycznych w układach nieliniowych, zdeterminowanych zarówno co do parametrów układu i wymuszeń zewnętrznych jak również co do warunków początkowych i brzegowych rozpatrywanego zagadnienia. Nie są to układy stochastyczne, w których nie potrafimy przewidzieć wymuszeń i/lub znamy tylko statystyczne miary parametrów układu.

Koncepcja determinizmu została zdemaskowana jako skutek "nadmiernej idealizacji" w mechanice klasycznej. Wykazano [5], że większość zdeterminowanych układów nieliniowych stopnia wyższego niż drugi może wykazywać zachowanie

chaotyczne, jeśli pewne parametry przekroczą krytyczne wartości. Ruch układu traci wtedy swój periodyczny charakter i trajektorie w przestrzeni fazowej wykazują właściwości stochastyczne. Mała zmiana warunków początkowych powoduje wtedy, że sąsiadujące ze sobą trajektorie rozbiegają się wykładniczo z upływem czasu - symulacja jest wiarygodna tylko w początkowym okresie czasu; można więc powiedzieć, że układ traci pamięć swej przeszłości.

Już w końcu XIX wieku matematyk H. Poincaré odkrył, że w pewnych układach, których ewolucją rządzą równania Hamiltona (wzajemny ruch trzech planet), może występować ruch chaotyczny. W 1979r. prof. Ueda wykrył chaos w układzie zdeterminowanym przy pomocy symulacji analogowej.

Szok poznawczy wywołany odkryciem chaosu deterministycznego można porównać z poprzednim, wywołanym odkryciem, że w mechanice kwantowej możliwe są jedynie przewidywania o charakterze statystycznym.

Od kilkunastu lat wielu uczonych odnajduje chaos w układach deterministycznych metodami doświadczalnymi, a przede wszystkim - metodą eksperymentu numerycznego. Wzrosła bowiem ranga i możliwości komputerów - wynik kompleksowego eksperymentu numerycznego traktuje się na równi z dowodem matematycznym.

Wydaje się, że jest to stosowna metoda wykrywania tzw. atraktorów i ich obszarów przyciągania w przestrzeni fazowej. Atraktorem nazywa się, w przybliżeniu, pewną powierzchnię w przestrzeni fazowej, do której dążą trajektorie rozpoczynające się w jego obszarze przyciągania - pewnym podziorze stanów początkowych układu. Rozpoznano także kilka innych "scenariuszy" ucieczki układu do stanu nieporządku i nieregularności. W układach dysypatywnych przejście do chaosu jest możliwe jedynie wtedy, gdy układ jest zewnętrznie pobudzony.

Teoretycznym wyjaśnieniem zjawiska "chaosu deterministycznego" może być koncepcja limitu stabilności wtórnych rezonansów. Wtedy to zjawisko można interpretować jako szczególny rodzaj utraty stabilności układu, który przejawia się jako podobne do losowych drgania pod- i nadharmoniczne.

Klasyczna idea nieograniczonej przewidywalności zachowania się układów nieliniowych jest do zweryfikowania w poszczególnych przypadkach. Dawniej "wybierano" trywialne rozwiązania, odrzucając trajektorie chaotyczne - jako nie mające "sensu fizycznego". Są one jednakże istotą przyrody - wystarczy przypomnieć "efekt motyla", zdumiewający w fizyce atmosfery, albo "fraktale" - samopodobne zbiory parametrów chaotycznej odpowiedzi o ciekawej formie przypominającej ornamentykę kwiatów.

W tej pracy ograniczono badania do tych stanów modelu, które odpowiadają realnym rozwiązaniom konstrukcyjnym zawieszenia lotniczego silnika tłokowego.

Model matematyczny określony wzorami (18) i (19) zidentyfikowano dla samolotu KOLIBER z silnikiem Franklin-4 zawieszonym w 4 punktach tzw. płyty ogniowej na najbardziej miękkich, 3-elementowych wibroizolatorach. W rezultacie otrzymano następujące równania dla przelotu nominalnego:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} + 1167\dot{\varphi} + 245 \cdot 10^6 z^2 \varphi + 1005 \cdot 10^6 \varphi^3 + 800 I \varphi \operatorname{sign}(\dot{\varphi}) = \\ = 28,9 \cos(2\omega t + 1,37) + 53,5 \cos(4\omega t - 0,7) + 22,2 \cos(6\omega t + 1,46) + \\ + 12 \cos(8\omega t + 1,09) + 5,2 \cos(10\omega t + 0,5) + 3,4 \cos(12\omega t) \end{aligned} \quad (20)$$

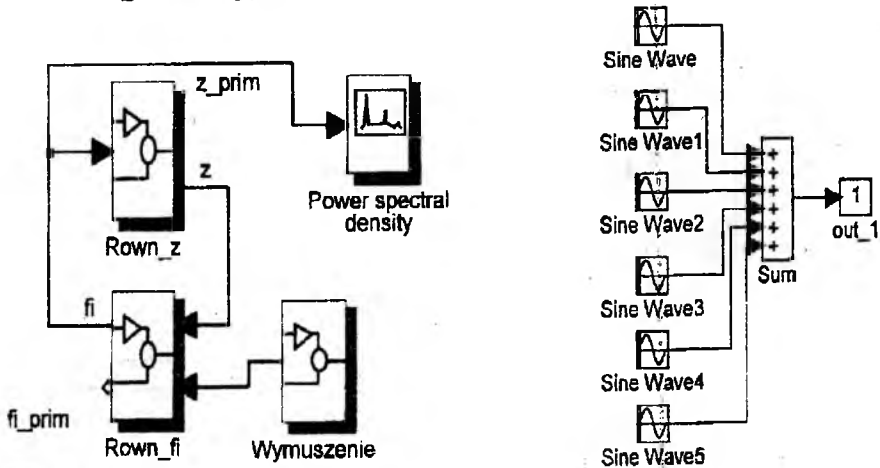
$$\ddot{z} + 5808z + 7,5 \cdot 10^6 z\phi^2 + 203 \cdot 10^6 z^3 + 221 |z| \text{sign}(\dot{z}) \quad (21)$$

Ramowy schemat modelu i blok wymuszenia symulacyjnego przedstawiono na Rys.3. Schematy symulacji poszczególnych współrzędnych: rotacyjnej "φ" i translacyjnej "z" pokazano na Rys.4. Symulacja różnych stanów eksploatacyjnych samolotu jak przelot, pętla czy korkociąg wymagała uwzględnienia specyficznych, obliczonych wcześniej warunków początkowych (tj. nieliniowych odkształceń quasi - statycznych) oraz amplitud poszczególnych harmonik wymuszenia.

Pierwszym celem badawczym było zbadanie odpowiedzi układu na płaszczyźnie fazowej. Portrety fazowe współrzędnej rotacyjnej podczas lotu poziomego nominalnego oraz podczas korkociągu pokazano na Rys.5. Widoczne jest asymptotyczne ognisko tej trajektorii w locie nominalnym i kontrastowo nieuporządkowany jej przebieg podczas korkociągu.

Oznaką chaotycznego rozwiązania danego układu może być:

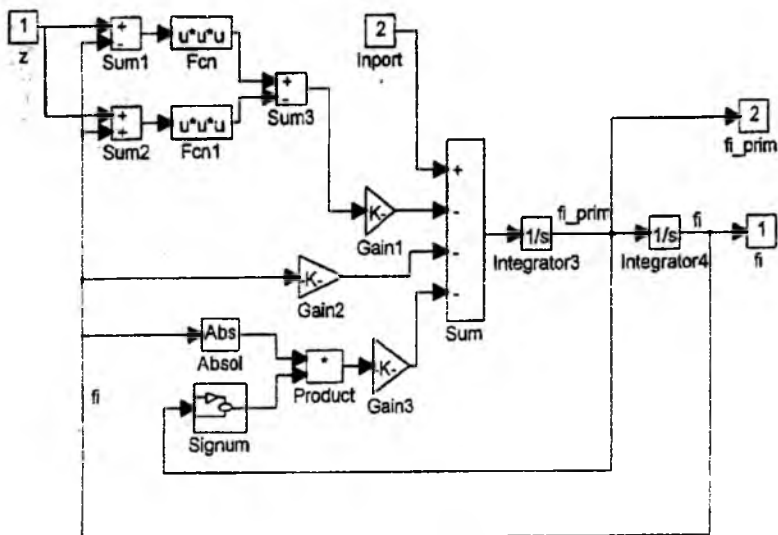
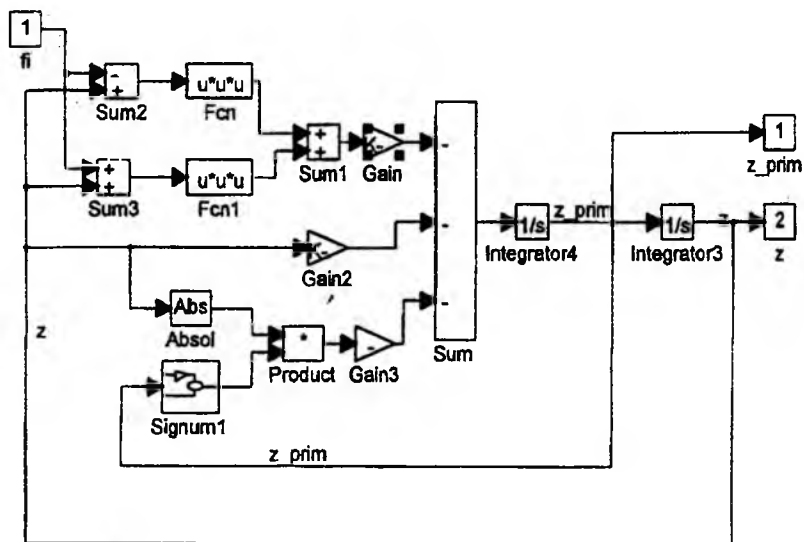
- nieregularny przebieg trajektorii fazowej (bez cyklu granicznego);
- zmniejszanie się funkcji autokorelacji reprezentującego ją sygnału;
- ciągle widmo gęstości mocy.



Rys.3. Ramowy schemat modelu i blok wymuszenia symulacyjnego.

W trakcie tej samej akrobacji - korkociągu, portret fazowy współrzędnej translacyjnej, sprzężonej z chaotycznymi drganiami rotacyjnymi, wykazał jednakże zdumiewająco regularny, ogniskowy cykl graniczny - Rys.6a. Jednakże jej pochodna wykreślona względem obu zmiennych stanu układu (w przestrzeni trójwymiarowej) ujawniła chaotyczność drgań translacyjnych - Rys.6b.

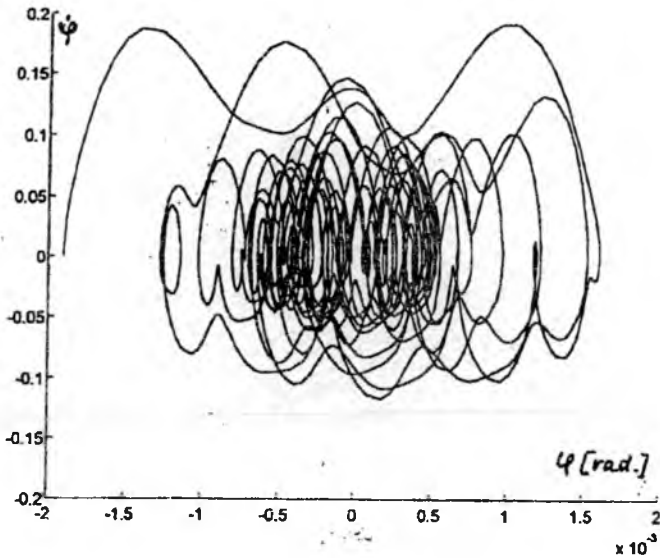
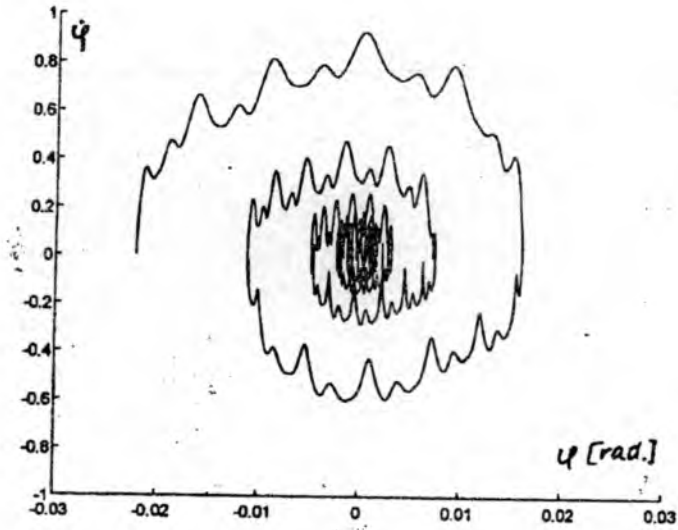
Przebieg wymuszenia symulacyjnego, realizowany przez blok "Wymuszenie", składa się z sześciu pierwszych harmonik (Rys.7) momentu reakcyjnego silnika. Następne dwa modele zbudowano dla zbadania funkcji autokorelacji i widmowej gęstości mocy. Wykorzystano specjalistyczne przybory dla obserwacji rozwiązań w dziedzinach czasu i częstotliwości.



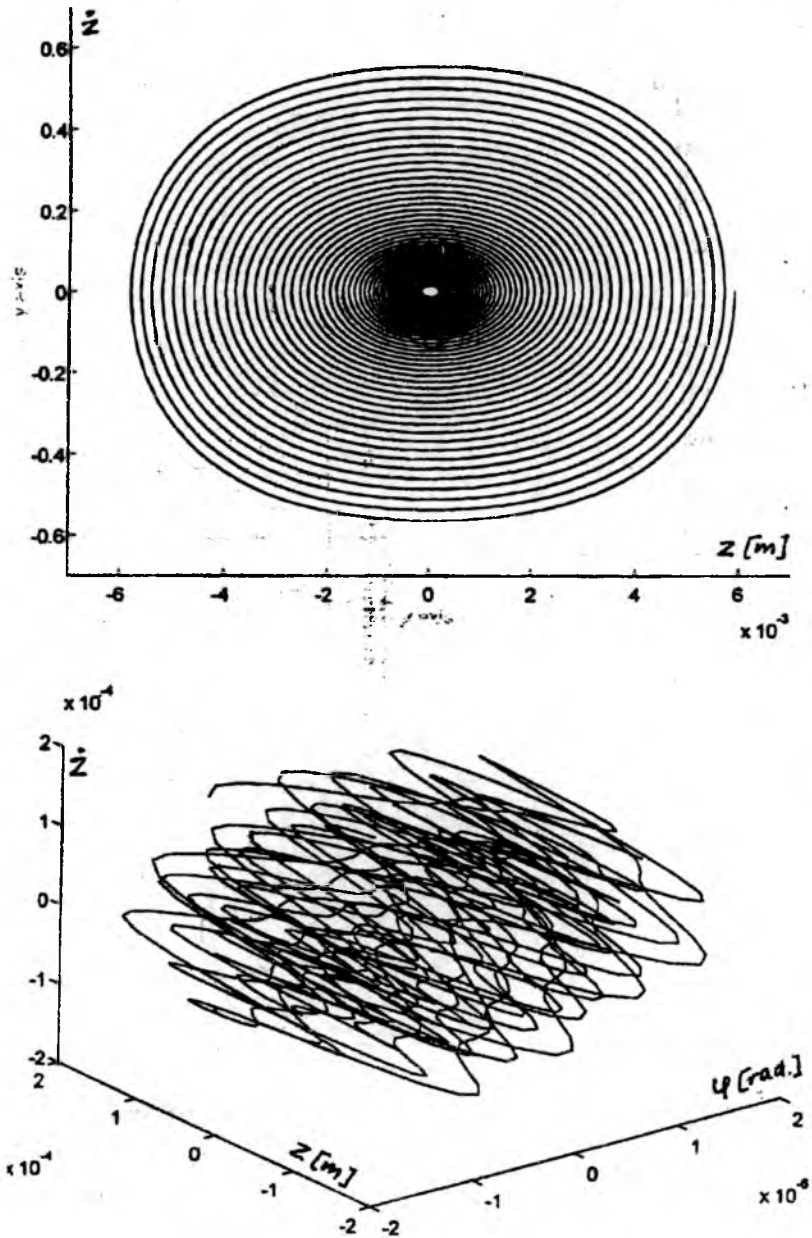
Rys.4. Schemat symulacji współrzędnych: rotacyjnej i translacyjnej.

Wyliczano wpierrw funkcję autokorelacji obserwowanego procesu $x(t)$; opisuje ona, jak dana chwilowa wartość tego procesu zależy od uprzednio występujących wartości chwilowych:

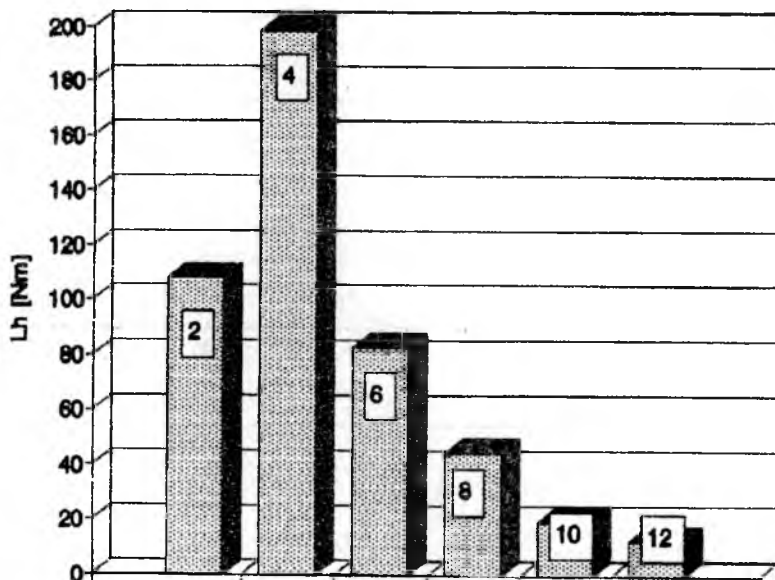
$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t-\tau) dt \quad (21)$$



Rys.5. Portrety fazowe symulacji współrzędnej rotacyjnej
 a) podczas lotu poziomego nominalnego, b) podczas korkociągu



Rys.6. Portret fazowy symulacji współrzędnej translacyjnej oraz jej pochodna względem obu zmiennych stanu układu.



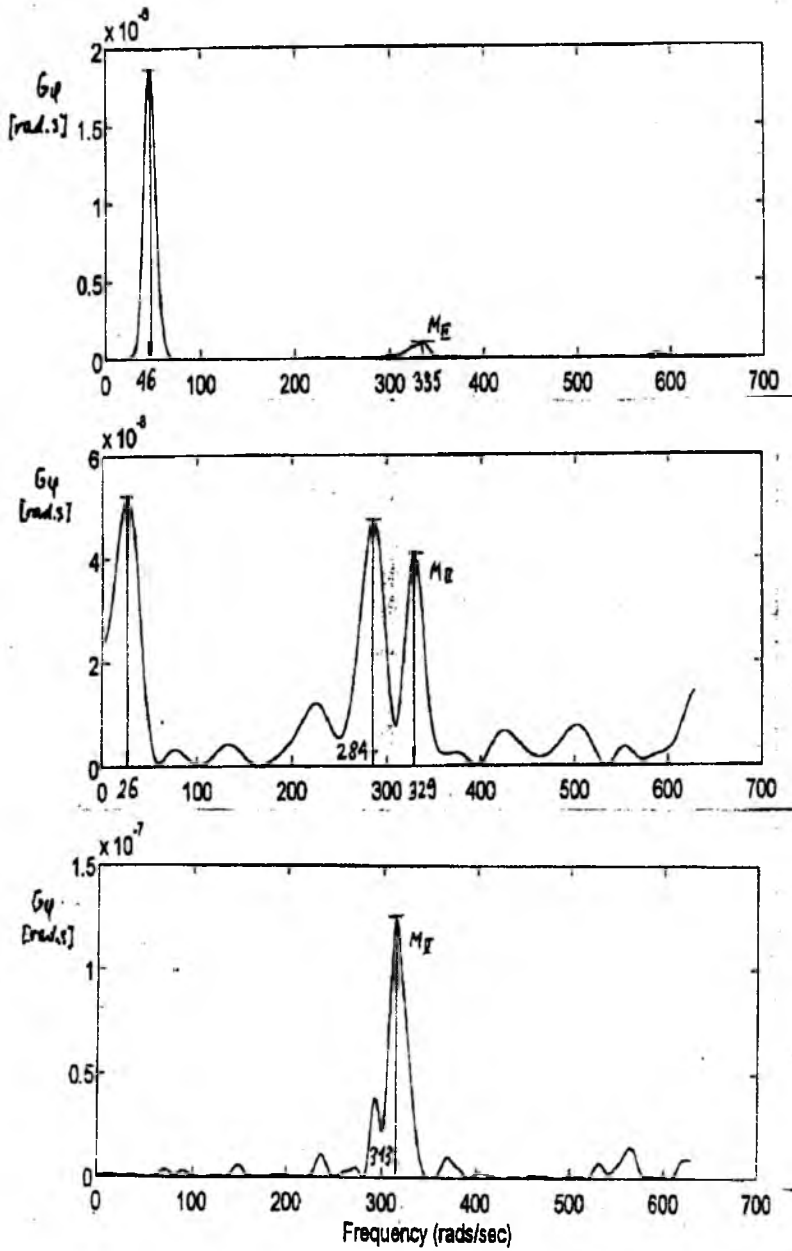
Rys.7. Skład harmoniczny momentu wymuszającego.

Funkcja autokorelacji ułatwia wykrycie okresowości tkwiących w zakłóconym sygnale, a ponadto jest dogodna do wyliczenia innej ważnej funkcji procesu w dziedzinie częstotliwości, a mianowicie widmowej gęstości mocy. Odbywa się to na zasadzie transformacji Fouriera (jeśli przekształcana funkcja autokorelacji ma całkę ograniczoną w zakresie od $-\infty$ do $+\infty$):

$$G_x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau \quad (22)$$

Zarówno zmniejszanie się funkcji autokorelacji, jak i ciągły przebieg widmowej gęstości mocy - Rys.8, potwierdza chaotyczne zachowanie się płaskiego modelu symulującego korkociąg samolotu Koliber. Wartość funkcji autokorelacji maleje o połowę podczas kilku pierwszych sekund symulacji. Widmo gęstości mocy jest ciągle mimo dyskretnego wymuszenia. Drgania własne o niskiej częstotliwości (od 46 do 26 rad/s) wylumniają się w czasie pierwszych 10-ciu sekund.

Odpowiedź modelu na II-gą harmonikę momentu wymuszającego narasta w tym czasie i zmniejsza się jej częstość (od 335 do 313 rad./s) jak można oczekiwać przy progresywnie rosnącej sztywności. Tak więc wszystkie trzy wymienione wyżej kryteria, pozwalające odróżnić chaos od innych zjawisk fizycznych zostały spełnione w jednym tylko ze stanów pracy samolotu akrobacyjnego - w akrobacji.



Rys.8. Widmowa gęstość mocy podczas korkociągu po 1s, 3s i 10s od startu.

Wnioski

1. Zastosowanie asymptotycznej metody Kryłowa - Bogolubowa do analizy płaskiego modelu nieliniowego pozwala wyznaczyć ilościowe zależności częstości własnych drgań od amplitud przemieszczenia. Należy je uwzględnić podczas projektowania optymalnego zawieszenia.
2. Zastosowanie pakietów symulacyjnych MATLAB i SIMULINK umożliwia zbadanie zmiennych stanu modelowanego obiektu technicznego w dziedzinie czasu i częstotliwości. Niektóre zdeterminowane stany eksploatacyjne samolotu akrobacyjnego wykazują chaotyczne odpowiedzi. Zbadanie granic stabilności obiektu umożliwia zwiększenie jego niezawodności i żywotności.

Literatura

1. KALISKI S. - *Drgania i fale*, PWN W-wa 1986.
2. JEŻ M. - *Sposób określania własności dynamicznych amortyzatorów gumowych*, Patent Nr 108799.
3. ŚWIDER A. - *Analiza drgań samowzbudnych układów modelujących proces obróbki przeciągaczami śrubowymi*, Rozprawy Nr 3, Wyd. Politechniki Rzeszowskiej, 1975.
4. JEŻ M. - *Zagadnienie wibroizolacji silników tłokowych*, Prace Instytutu Lotnictwa Nr 109, 1987.
5. MOON F.C. - *Chaotic Vibrations*, J.Wiley & Sons, Nowy Jork 1987
6. OSIECKI J. - *Podstawy analizy drgań mechanicznych*, Wydawnictwa Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 1979.
7. SCHUSTER H.G. - *Chaos deterministyczny*, PWN W-wa 1995.
8. AWREJCEWICZ J. - *Chaos i synchronizacja w układach fizycznych*, Wydawnictwa Politechniki Łódzkiej 1995.
9. DŻYGADŁO Z., NOWOTARSKI I., OLEJNIK A. - *Nieliniowy, regularny i chaotyczny flatter płyty w opływie naddźwiękowym*, Referat na XI Krajową Konferencję Mechaniki Płynów, W-wa 1994.
10. SZEMPLINSKA - STUPNICKA W., NIEZGODZKI P. - *The Approximate Approach to Chaos Phenomena in Oscillators Having Single Equilibrium Position*, Journal of Sound and Vibration, 141/1990.



INSTYTUT TECHNICZNY WOJSK LOTNICZYCH

ZAKŁAD SILNIKÓW LOTNICZYCH ITWL

ul. Księcia Janusza 1

00-961 Warszawa, skr.poczt. 60

tel. 685-21-94, fax 36-44-71

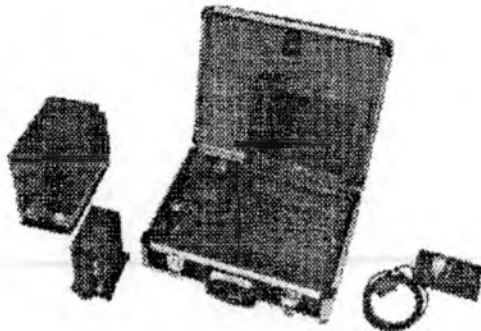
SYSTEM REJESTRACJI S2-3as – WERSJA SILNIKOWA

Prawidłowa ocena stanu technicznego silników w oparciu o dane uzyskane z dotychczas stosowanych systemów rejestracji parametrów lotu była utrudniona ze względu na zbyt małą liczbę rejestrowanych parametrów.

Problem ten rozwiązuje opracowany przez Zakład Silników Lotniczych ITWL system rejestracji S2-3as – wersja silnikowa, który po pozytywnych próbach prototypu jest aktualnie na etapie prac wdrożeniowych.

System ten, w stosunku do systemów znanych, umożliwia uzyskanie informacji o większej liczbie parametrów pracy silnika, a ponadto jest wzbogacony o wizualizację i zapis parametrów służbowych oraz rejestrację przekroczeń i ich wizualizację podczas lotu.

System rejestracji S2-3as – wersja silnikowa przeznaczony jest do oceny stanu technicznego silników samolotu I-22 Iryda z możliwością adaptowania go do innych typów samolotów.



Podstawowe dane techniczne:

- możliwość zapisu 34 parametrów analogowych
- zapis 16 parametrów służbowych
- zasilanie 27 V₌ lub 220 V_~
- zapis wszystkich przekroczeń i nieprawidłowości zaistniałych podczas lotu
- czas zapisu 4 godz

**WPLYW BŁĘDÓW MODELOWANIA PODSTAWOWYCH CHARAKTERYSTYK
SAMOLOTU NA DOKŁADNOŚĆ OSZACOWANIA JEGO WŁASNOŚCI
(NA ETAPIE PROJEKTU KONCEPCYJNEGO)**

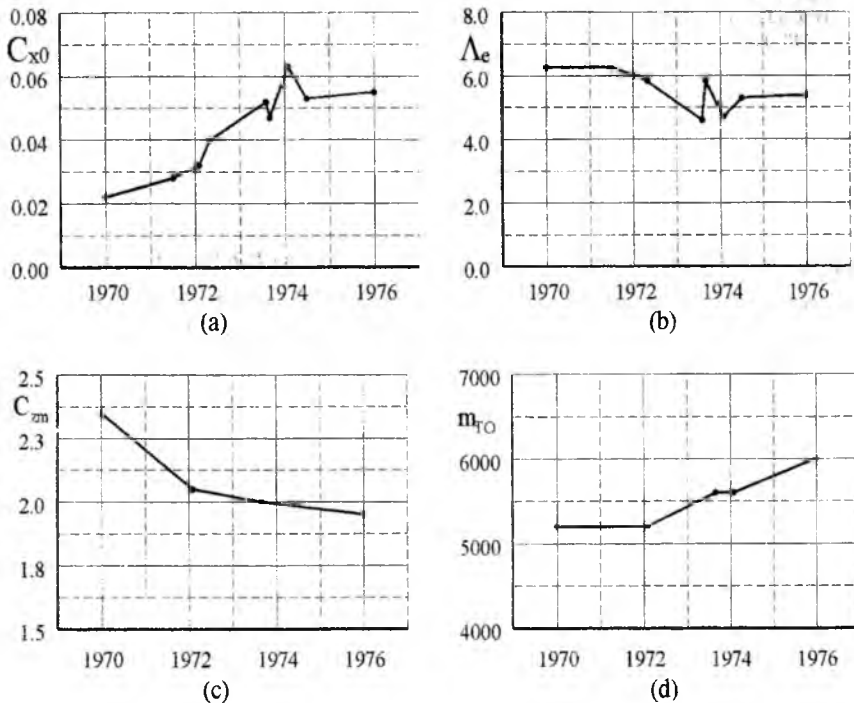
dr inż. ZBIGNIEW KLEPACKI
mgr inż. ANDRZEJ MAJKA

Politechnika Rzeszowska
Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa
Zakład Samolotów

Streszczenie

W pracy przedstawiono wpływ błędów oszacowania wybranych podstawowych charakterystyk samolotu na jego właściwości. W rozważaniach przyjęto, że charakterystyki te można traktować jako zmienne losowe o znanym rozkładzie. Zbudowano model symulacyjny pozwalający badać przenoszenie się błędów charakterystyk wejściowych na wyjściowe właściwości samolotu. Dla hipotetycznych rozkładów wybranych charakterystyk przedstawiono przykładowe rezultaty symulacji przenoszenia błędów.

Projektowanie jest, z natury rzeczy, procesem posiłkującym się „modelami”, te zaś odzwierciedlają rzeczywistość z pewnym, trudnym do oszacowania, błędem. Utarło się mniemanie, że kilku procentowe błędy oszacowania poszczególnych charakterystyk (cząstkowych) dają wystarczająco dobre efekty w sensie globalnym. Praktyka projektowa w pewnym stopniu potwierdza to domniemanie, choć zdarzają się „wypadki przy pracy” sugerujące potrzebę głębszego zbadania sprawy. Dobrą ilustracją problemu może być „rzeczywista historia zmian poglądów” na wartości współczynników C_{x0} , A_e , C_{zmax} i m_{TO} pewnego samolotu, pokazana na rys. 1, wskazująca zasadniczą rozbieżność właściwości samolotu deklarowanych na etapie założeń projektowych i uzyskanych w rzeczywistości.



Rys. 1.

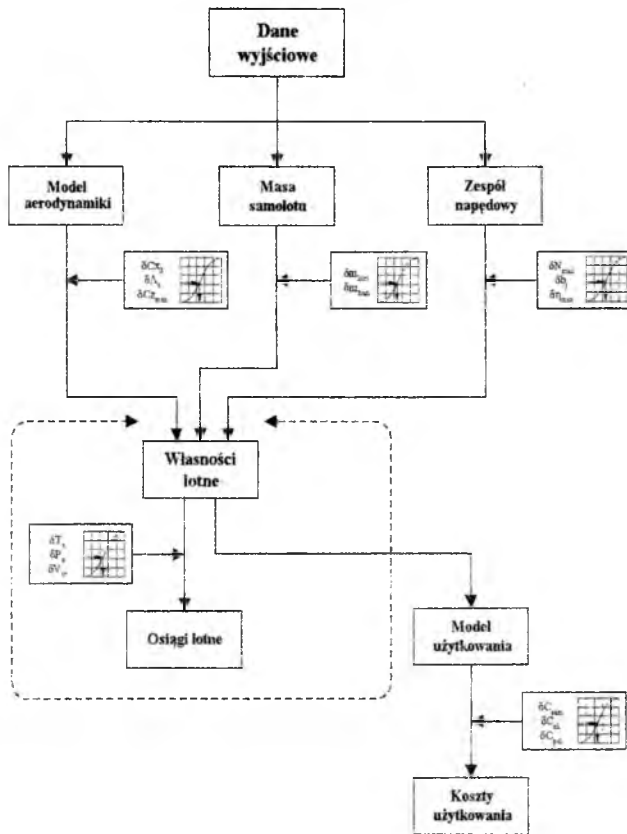
Matematyczne modele charakterystyk aerodynamicznych, masowych, własności lotnych i charakterystyk ekonomicznych obarczone są błędami o różnym pochodzeniu. Najczęściej spotykane to:

- błędy identyfikacji zagadnienia projektowego, wynikające z niedostatecznego lub niepełnego rozeznania przeznaczenia samolotu i warunków jego użytkowania,
- błędy wynikające z niedostatku wiedzy o zjawiskach decydujących o fizycznych właściwościach samolotu, powodujące niezgodność modelu matematycznego i opisywanej rzeczywistości,
- błędy „warsztatowe”, powodowane błędami projektanta w trakcie korzystania z narzędzi projektowych (np. błędy interpretacji materiałów źródłowych) bądź zwykłymi „przekłamaniami” danych pośrednich.

W projektowaniu samolotu mamy do czynienia z wszystkimi wymienionymi błędami, warto więc zastanowić się nad ich minimalizacją „w ramach rozsądku”. Niektóre z nich można wyeliminować w całości, inne można minimalizować przez stosowanie odpowiednich technik weryfikacyjnych, staranne opracowanie tematu. Są też takie, których wyeliminować się nie da. W tym ostatnim przypadku ważne jest uświadomienie faktu istnienia błędu i racjonalna analiza jego skutków. Typowym przykładem trudności tego rodzaju są zagadnienia aerodynamiki samolotu. Mniej dokładne, ale i mało pracochłonne

metody szacowania charakterystyk konkurują z dokładniejszymi metodami modelowania, wymagającymi precyzyjnej definicji geometrii i dużych nakładów pracy obliczeniowej. Powstaje pytanie, które z metod wykorzystać na określonym etapie projektowania, dokładniejsze przy nieproporcjonalnie wyższych nakładach pracy, czy prostsze, ale relatywnie mniej dokładne.

W złożonych systemach, a w przypadku samolotu mamy do czynienia właśnie z taką sytuacją, analityczny opis kumulowania się błędów jest praktycznie niemożliwy z uwagi na złożoność opisu. Alternatywnym rozwiązaniem jest odpowiednio zorganizowana symulacja komputerowa [4]. Niżej przedstawiono „eksperyment numeryczny” którego celem jest zbadanie „przenoszenia” błędów oszacowań ważniejszych charakterystyk samolotu, na jego właściwości użytkowe.



Rys. 2.

Schemat modelowania właściwości samolotu i miejsca generowania błędów pokazano na rys. 2. Przyjęto, że wybrane charakterystyki można traktować jak zmienne losowe o znanych rozkładach. Na ich podstawie zbudowano model symulacyjny, umożliwiający określenie rozkładów wielkości wynikowych. Założono, że charakterystyki

wyznaczane z wykorzystaniem procedury deterministycznej, obarczone są dodatkowo błędem δx zgodnie z ogólną zasadą:

$$x = x_d + \delta_x \quad (1)$$

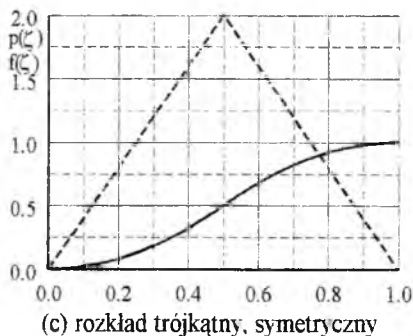
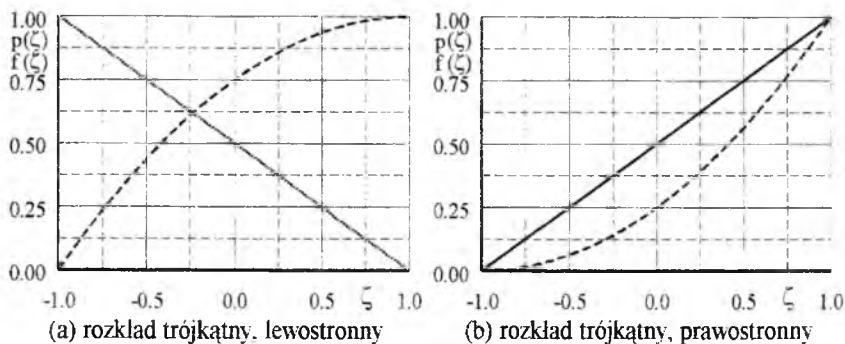
gdzie

- x_d - zdeterminowana wartość zmiennej,
- δ_x - błąd zmiennej.

Rozkład takiej zmiennej dany jest zależnością:

$$p(x) = \begin{cases} \zeta(x) & x_l \leq x \leq x_d \\ 0 & \text{inaczej} \end{cases} \quad (2)$$

Istotną trudność w tak postawionym zadaniu stanowi brak informacji o charakterze błędów. W znanej autorom literaturze brak jest jakichkolwiek danych na ten temat. W związku z tym przyjęto „z założenia” fizycznie mało realne, ale dobrze charakteryzujące problem, rozkłady trójkątne, dające się interpretować umownie jako optymistyczne (trójkątny, lewostronny), pesymistyczne (trójkątny prawostronny) oraz przeciętne (trójkątny, symetryczny).



Rys. 3.

Wykresy unormowanych rozkładów tych błędów pokazano na rys. 3, a ich opis analityczny w tab. 1.

Tab. 1.

| Rozkład | $\bar{p}(\zeta)$ | zakres | wartość. oczekiwana $E(\zeta)$ |
|-------------------------|----------------------------|--|--------------------------------------|
| trójkątny, lewostronny | $\frac{1}{2}(1-\zeta)$ | $-1 \leq \zeta \leq 1$ | $-\frac{1}{3}$ |
| trójkątny, symetryczny | $\zeta - 1$ $1 - \zeta$ | $-1 \leq \zeta \leq 0$ $0 < \zeta \leq 1$ | 0 |
| trójkątny, prawostronny | $\frac{1}{2}(\zeta - 1)$ | $-1 \leq \zeta \leq 1$ | $\frac{1}{3}$ |

Przekształcenie rozkładów unormowanych do postaci wymiarowej (2) odbywa się według następujących zależności:

$$x_l = \bar{x} + \frac{-1 - E(\zeta)}{2} \delta x$$

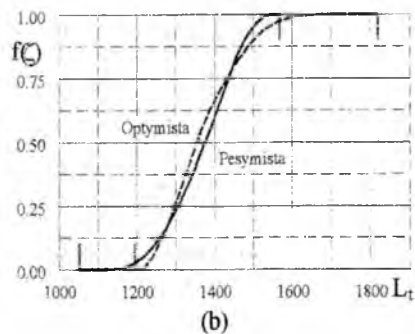
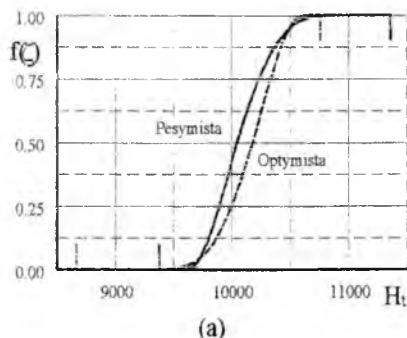
$$x_u = \bar{x} + \frac{1 - E(\zeta)}{2} \delta x$$
(3)

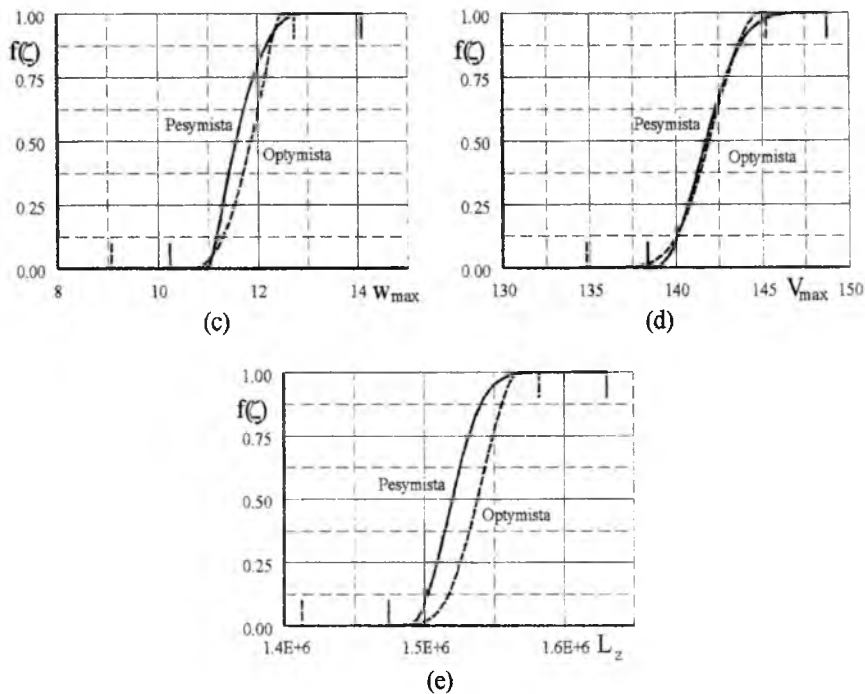
$$x = x_l + \frac{(1 + \zeta)}{2} \delta x$$
(4)

Wartość \bar{x} utożsamiana jest z oczekiwaną wartością zmiennej x i jest równa jej wartości zdeterminowanej.

Obliczenia prowadzono dla wybranych parametrów modelu. Niżej przedstawiono rezultaty oszacowań pułapu H_b , długości startu L_t , prędkości wznoszenia w_{max} i maksymalnej prędkości lotu V_{max} oraz zasięgu L_g , generowane błędem biegunowej (C_{x0} , A_e), sprawności śmigła η_{max} i masy startowej m_{T0} .

Obliczenia testowe przeprowadzono dla samolotu o charakterystykach geometrycznych i masowych odpowiadających samolotowi DHC-8 DASH 8 SERIES 100. Wybrane rezultaty obliczeń pokazano niżej.





Rys. 4.

Na rys. 4 pokazano rozkłady charakterystyk osiągowych generowane kombinacjami rozkładów optymistycznego i pesymistycznego (liniami pionowymi zaznaczono granice błędów).

Tab. 2.

| trójkątny lewostronny | | $\frac{\Delta \bar{f}_i}{\Delta \bar{x}_j}$ | | | | |
|--------------------------|--------------|---|--------|-----------|---------|-----------|
| | <i>i</i> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| <i>j</i> | | L_z | L_t | w_{max} | H_t | V_{max} |
| 1 | C_{x0} | 0.3538 | 0.1053 | 0.2631 | 0.1990 | 0.3260 |
| 2 | Λ_e | 0.0865 | 0.2156 | 0.2183 | 0.4292 | 0.0280 |
| 3 | η_{max} | 0.3706 | 1.1880 | 1.3380 | 0.5264 | 0.3070 |
| 4 | M_{T0} | 0.2307 | 2.6010 | 1.4140 | 0.8533 | 0.0590 |
| | Σ | 1.0400 | 4.1670 | 3.2320 | 2.,0350 | 0.7210 |

Tab. 3.

| trójkątny symetryczny | | $\frac{\Delta \bar{f}_i}{\Delta \bar{x}_j}$ | | | | |
|-----------------------|--------------|---|--------|-----------|--------|-----------|
| | <i>i</i> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| <i>j</i> | | L_z | L_t | w_{max} | H_t | V_{max} |
| 1 | C_{x0} | 0.3622 | 0.1047 | 0.2660 | 0.2015 | 0.3330 |
| 2 | Λ_e | 0.0906 | 0.2261 | 0.2254 | 0.4373 | 0.0290 |
| 3 | η_{max} | 0.3779 | 1.2420 | 1.3370 | 0.5364 | 0.3110 |
| 4 | M_{T0} | 0.2267 | 2.5110 | 1.4550 | 0.8638 | 0.0580 |
| | Σ | 1.0790 | 4.3030 | 3.2650 | 2.0810 | 0.7440 |

Tab. 4.

| trójkątny prawostronny | | $\frac{\Delta \bar{f}_i}{\Delta \bar{x}_j}$ | | | | |
|------------------------|--------------|---|--------|-----------|--------|-----------|
| | <i>i</i> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| <i>j</i> | | L_z | L_t | w_{max} | H_t | V_{max} |
| 1 | C_{x0} | 0.3711 | 0.1042 | 0.2689 | 0.2043 | 0.3400 |
| 2 | Λ_e | 0.0948 | 0.2374 | 0.2330 | 0.4462 | 0.0300 |
| 3 | η_{max} | 0.3855 | 1.300 | 1.336 | 0.5473 | 0.3160 |
| 4 | M_{T0} | 0.2181 | 2.467 | 1.472 | 0.8163 | 0.0570 |
| | Σ | 1.087 | 4.140 | 3.350 | 2.088 | 1.0870 |

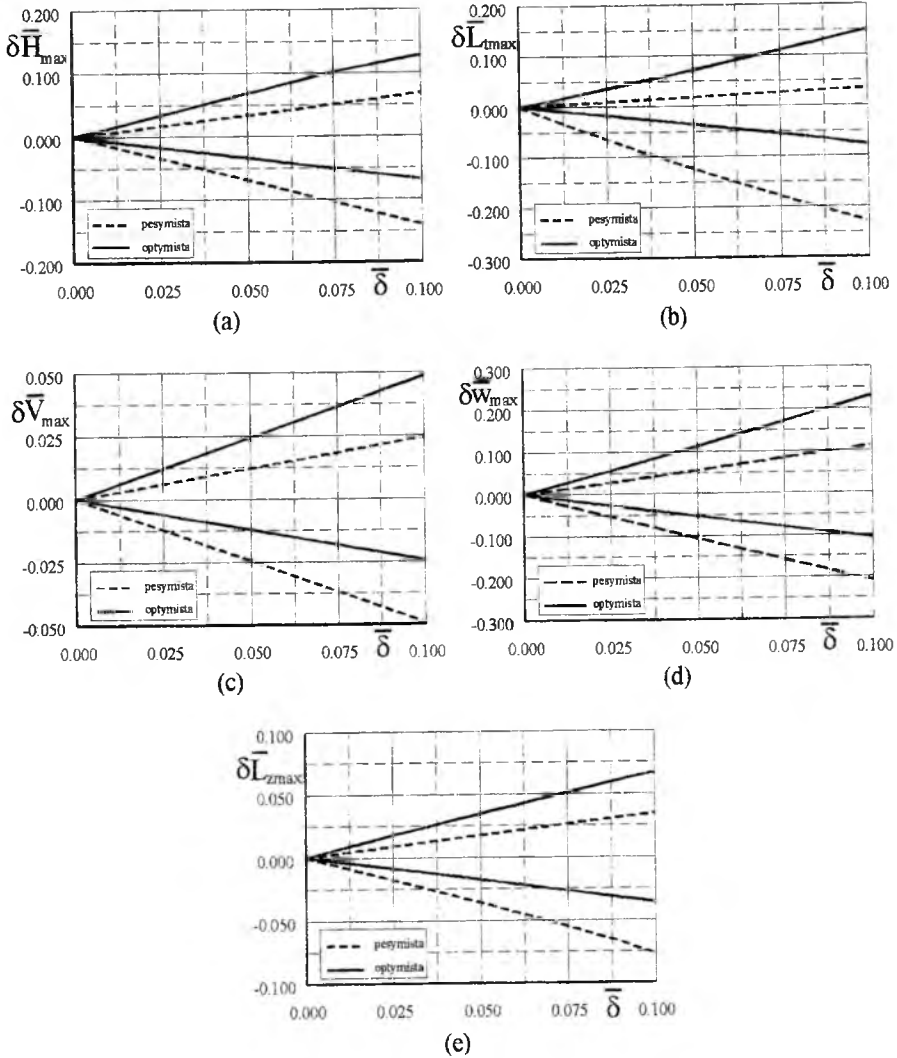
Tab. 5.

| trójkątny mieszany | | $\frac{\Delta \bar{f}_i}{\Delta \bar{x}_j}$ | | | | |
|--------------------|----------|---|-------|-----------|-------|-----------|
| | <i>i</i> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| <i>j</i> | | L_z | L_t | w_{max} | H_t | V_{max} |
| 1 | neg | 1.030 | 3.786 | 3.373 | 1.970 | 0.729 |
| 2 | poz | 1.113 | 4.577 | 3.211 | 2.080 | 0.737 |

Wpływ pojedynczych błędów poszczególnych parametrów na własności osiągowie dla różnych typów rozkładu błędu, oraz przypadek łącznego błędu w kombinacji pesymistycznej i optymistycznej podano w tab. 2. do 5. Jako miarę wpływu błędu względnego charakterystyki x_j na względną wartość właściwości f_i przyjęto stosunek

$$\Delta_{ij} = \frac{\Delta \bar{f}_i}{\Delta \bar{x}_j} \tag{5}$$

przy czym wielkości względne odnoszone są do odpowiednich wartości nominalnych. Obliczenia wszystkich zależności prowadzono dla identycznego zakresu błędu względnego ($\delta = 0.1$ wartości nominalnej).



Rys. 5.

Na rys. 5 pokazano przedziały błędów właściwości samolotu w funkcji wielkości błędu względnego charakterystyk dla rozkładu optymistycznego i pesymistycznego.

Wnioski

Wyniki obliczeń uzyskano korzystając z przybliżonych modeli obliczeniowych, w związku z tym bezwzględne wartości własności różnią się nieco od rzeczywistych.

Metoda badań wpływu błędów ma charakter ogólny, daje poprawne wyniki niezależnie od konkretnych charakterystyk obiektu badań.

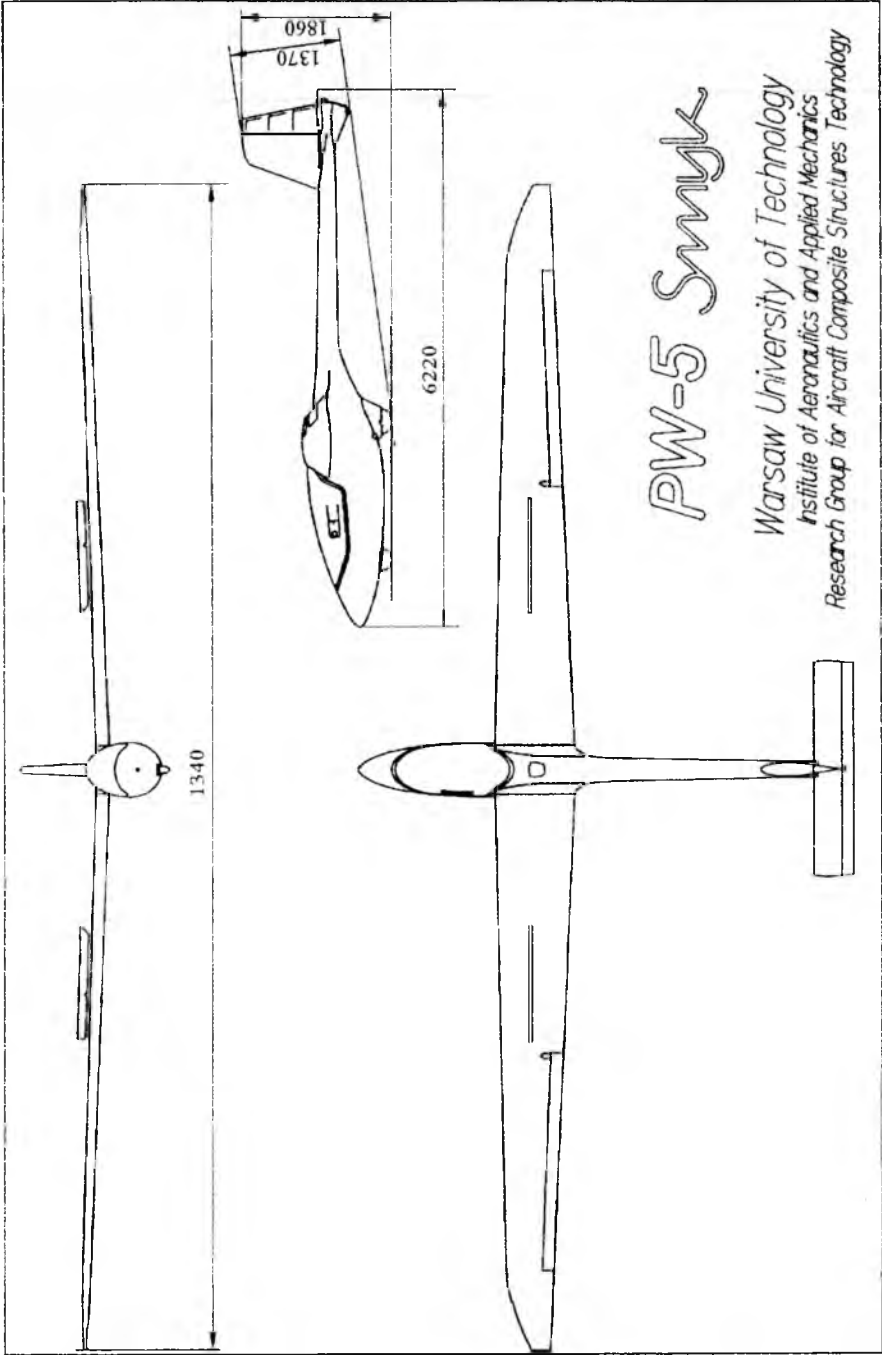
Rezultaty obliczeń nie mają charakteru ogólnego, charakteryzują konkretne rozwiązanie techniczne samolotu. Przyjęcie samolotu o odmiennych wymiarach i własnościach da inne wyniki liczbowe i inne charakterystyki przenoszenia błędów.

Rozkłady własności powstające przy uwzględnieniu równoczesnego występowania błędów wielu charakterystyk mają charakter korzystny z punktu widzenia modelowania (zawężanie obszaru w stosunku do wartości skrajnych).

Analiza wpływu błędów oszacowań charakterystyk cząstkowych samolotu pozwala wnioskować o niezbędnej dokładności ich wyznaczania. Analizując wyniki zawarte w tab. 2 do 5 oraz rys. 5 można wnioskować o potrzebie znacznie precyzyjniejszego modelowania masy samolotu i własności śmigła niż charakterystyk aerodynamicznych z uwagi na niemal trzykrotnie większy wpływ.

Literatura

1. TORENBEEK E. „Synthesis of Subsonic Airplane Design”. Delft University Press 1982;
2. Jane's, „All the Worlds Aircraft”, London 1990;
3. GÓRSKI P., „Samoloty komunikacji lokalnej”, TLiA, Nr 2,3,6, 1984;
4. ШКАЛОВ Д. М. и др.: Статистическая оценка характеристик проектируемого самолета с помощью метода Монте Карло. Ученые записки ЦАГИ, Том IV, № 2, 1973.



PW-5 Smyk

Warsaw University of Technology

Institute of Aeronautics and Applied Mechanics

Research Group for Aircraft Composite Structures Technology

ANALIZA WRAŻLIWOŚCIOWA CZYNNIKÓW WPŁYWAJĄCYCH NA POLE ROZRZUTU POCISKÓW Z DODATKOWYM NAPĘDEM RAKIETOWYM

mgr inż. Piotr KMIECIK
dr inż. Bogdan MACHOWSKI
dr hab. inż. Maciej MRÓZ

Wojskowa Akademia Techniczna

W artykule zaprezentowano fragmenty wyników pracy badawczej nad projektem pocisku moździerzowego, z dodatkowym napędem rakiетowym. Dla zilustrowania wpływu kilku wybranych parametrów startu na pole rozrzutu punktów upadku pocisku przedstawiona została procedura wyznaczania strefy rozrzutu na podstawie znajomości wrażliwości parametrów toru lotu pocisku, na zmianę poszczególnych czynników zakłócających, występujących w procesie strzelania. Stanowi to jeden z istotniejszych elementów wstępnego etapu projektowania nowego rodzaju broni.

1. WSTĘP

Losowy charakter toru lotu, jaki w przestrzeni określa każdy pocisk moździerzowy z tej samej partii produkcyjnej, wystrzelowany z tego samego moździerza, na jednakowych nastawach przyrządów celowniczych, wymaga analizy wrażliwościowej wpływu czynników powodujących odchylenie toru rzeczywistego od toru określonego dla warunków nominalnych.

Odchylenie toru rzeczywistego od toru nominalnego spowodowane jest działaniem na pocisk różnorodnych czynników zakłócających [1], mających charakter losowy, które można określić jako:

- statyczne i dynamiczne odchyłki w wykonaniu pocisków;
- odchyłki parametrów ładunków miotającego i silnika marszowego;
- zmiany kąтового ustawienia moździerza w wyniku drgań przy wystrzale;

- odchyłki meteorologiczne.

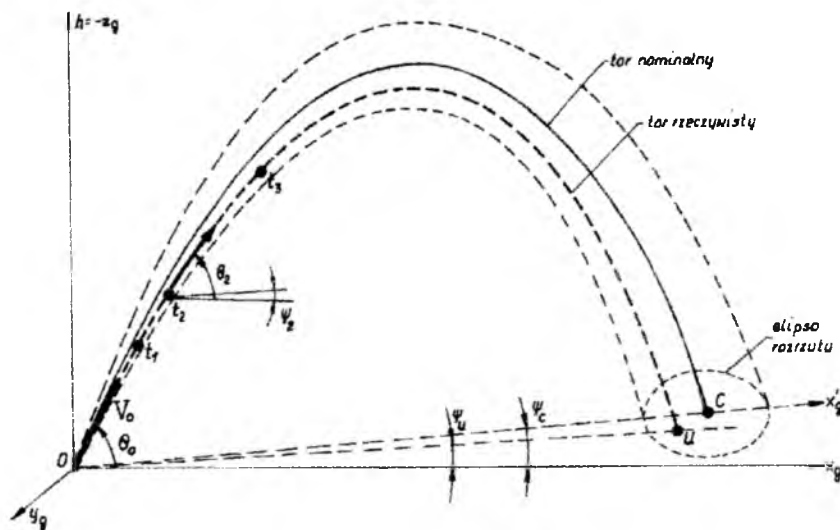
Pozostałe czynniki warunkujące położenie punktów upadku pocisków względem celu to błędy:

- określenia współrzędnych celu;
- przygotowania topogeodezyjnego stanowiska ogniowego;
- przygotowania danych do strzelania.

Błędy te, choć mają charakter błędów losowych, to zachowują swoją stałą wartość w ciągu całego strzelania [2,3]. Przyjmowane są zatem za błędy systematyczne nie wpływające bezpośrednio na rozrzut torów pocisków względem toru nominalnego, a które można wyeliminować stosując tzw. rachunek poprawkowy przy określaniu nastaw celownika [5]. Stąd w analizie rozrzutu spowodowanego czynnikami natury technicznej: wykonania pocisku, wykonania moździerza i celownika oraz warunkami meteorologicznymi przyjmuje się idealne warunki określenia współrzędnych stanowiska ogniowego i celu oraz bezbłędne wyznaczenie danych do strzelania.

2. ANALIZA FAZ TORU LOTU POCISKU

Na torze lotu pocisku moździerzowego, z dodatkowym napędem raketowym, wykonującego ruch obrotowy względem swojej osi wzdłużnej, można wyróżnić kilka charakterystycznych punktów, pomiędzy którymi lot charakteryzuje się innymi właściwościami (rys. 1).



Rys. 1. Tory lotu pocisku moździerzowego.

Działający na pocisk, od chwili t_1 , efekt giroskopowy wywołany ruchem wirowym pocisku wokół własnej osi wzdłużnej powoduje, że pocisk odchyła się od płaszczyzny strzału i punkt upadku C dla toru nominalnego, odpowiadający położeniu celu nie leży na osi $0x_g$, lecz na osi $0x'_g$ odchyłonej o pewien kąt Ψ_0 względem startowego układu współrzędnych. Kąt Ψ_0 musi być zatem wyznaczony i wprowadzony do algorytmu nastaw początkowych moździerza w ramach tzw. rachunku poprawkowego.

W wyniku działania czynników zakłócających pocisk porusza się po torze rzeczywistym nie pokrywającym się z torem nominalnym, w konsekwencji czego upadek pocisku następuje w punkcie U a nie w punkcie C. Położenia punktu U mają charakter losowy i zależą od wcześniej wymienionych czynników zakłócających.

Dla oceny rozproszenia punktów upadku pocisków używa się w artylerii [2,3,4,5] pojęcia tzw. uchyień prawdopodobnych w donośności - U_g i w kierunku - U_s , które warunkują rozmiary elipsy rozrzutu.

3. UCHYLENIA PRAWDOPODOBNE - STREFA ROZRZUTU

Przez uchylenie prawdopodobne U [4] rozumie się taką wartość odchylenia pocisku od wartości oczekiwanej (punkt C na rys.1), dla której prawdopodobieństwo otrzymania odchylenia o wartości bezwzględnej mniejszego lub większego od tej wartości równa się $P=0,5$.

W przypadku niezależnych zmiennych losowych, wpływających na to uchylenie, opisywanych rozkładem normalnym, uchylenie prawdopodobne można powiązać z odchyleniem średnim (standardowym) - σ następującą relacją [4]:

$$U = \rho \sqrt{2} \cdot \sigma = 0,6745 \cdot \sigma \quad (1)$$

gdzie: $\rho = 0,4769$ - wartość argumentu, przy którym funkcja Laplace'a

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt = 0,5 \quad (2)$$

W takim przypadku funkcja gęstości rozkładu normalnego punktów upadku pocisków ma postać:

$$f(x) = \frac{\rho}{U \sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{\rho^2}{U^2} (x - m)^2 \right] \quad (3)$$

gdzie: m - wartość oczekiwana współrzędnej x punktu upadku, ($m = 0$),
a prawdopodobieństwo tego, że upadek pocisku wystąpi na odcinku od x_1 do x_2 :

$$P(x_1 < x < x_2) = \frac{1}{2} \left[\Phi \left[\frac{x_1}{U} \right] - \Phi \left[\frac{x_2}{U} \right] \right] \quad (4)$$

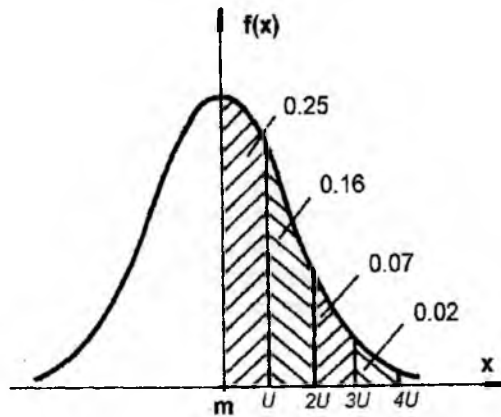
Przeprowadzając obliczenia wartości prawdopodobieństwa upadku pocisku, z dokładnością do 0,01 dla kilku odcinków donośności o długościach równych U , mierzonych od położenia odpowiadającego wartości oczekiwanej, otrzymuje się: położenia odpowiadające położeniu dla toru nominalnego ($m=0$).

$$P(0 < x < U) \approx 0,25$$

$$P(U < x < 2U) \approx 0,16$$

$$P(2U < x < 3U) \approx 0,07$$

$$P(3U < x < 4U) \approx 0,02$$



Rys.2. Rozkład prawdopodobieństwa rozrzutu punktów upadku pocisków względem położenia dla toru nominalnego.

Ze względu na istnienie czynników powodujących rozrzut punktów upadku pocisków nie tylko w donośności ale i również w kierunku prostopadłym do płaszczyzny strzelania, punkty upadku pocisków na płaszczyźnie traktuje się jako zmienną losową dwuwymiarową o funkcji gęstości:

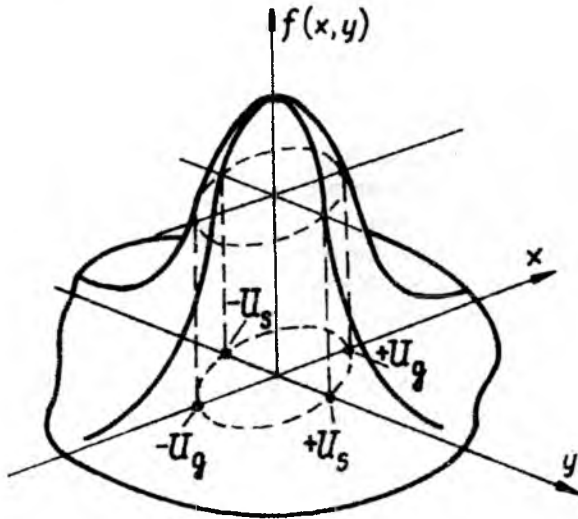
$$f(x, y) = \frac{\rho^2}{\pi U_g U_s} \exp \left[-\rho^2 \left(\frac{x^2}{U_g^2} + \frac{y^2}{U_s^2} \right) \right] \quad (5)$$

gdzie: U_g - uchylenie prawdopodobne w donośności;

U_s - uchylenie prawdopodobne od kierunku strzelania.

Osie symetrii jednostkowej elipsy rozrzutu (elipsy o półosiach równych odchyleniom prawdopodobnym U_g i U_s , - rys.3) pokrywają się z osiami startowego układu współrzędnych, gdy zmienne losowe dla obu kierunków są niezależne (nieskorelowane) lub są skręcone o pewien kąt przy istnieniu wzajemnego wpływu parametrów ruchu wzdłużnego na ruch boczny i odwrotnie.

Wartość tego kąta zależy od stopnia sprzężenia obu ruchów. Ze względu na ruch wirowy pocisku wokół osi wzdłużnej takie sprzężenie występuje, lecz jak wykazały wyniki badań symulacyjnych nie ma ono praktycznego znaczenia na wartości uchylenia prawdopodobnych (kąt skręcenia osi $\zeta < 0-03$).



Rys.3. Dwuwymiarowa funkcja gęstości rozrzutu punktów upadku pocisków.

Upoważnia to do niezależnego rozpatrywania funkcji gęstości prawdopodobieństwa rozrzutu:

- w donośności:

$$f_1(x) = \frac{\rho}{U_g \sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{\rho^2 x^2}{U_g^2} \right] \quad (6)$$

- w kierunku:

$$f_2(y) = \frac{\rho}{U_s \sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{\rho^2 y^2}{U_s^2} \right] \quad (7)$$

przy czym słuszną jest zależność:

$$f(x, y) = f_1(x) f_2(y) \quad (8)$$

Wartości uchyień prawdopodobnych U_g i U_s są funkcjami wielu parametrów toru lotu pocisku, jego konstrukcji, konstrukcji moździerza oraz warunków atmosferycznych, które traktuje się również jako niezależne zmienne losowe, podlegające rozkładowi normalnemu.

Parametrom powyższym należy przypisać odchyłki prawdopodobne w oparciu o możliwe do uzyskania dokładności pomiaru lub możliwe technologicznie dokładności wykonania względem wartości nominalnych.

Do analiz przyjęto odchylenia prawdopodobne E_i [1] następujących parametrów:

- E_V - prędkości wylotowej V_0 ;
- E_{Θ} - kąta rzutu Θ_0 ;
- E_{Ψ} - kąta odchylenia lufy Ψ_0 ;
- E_m - masy początkowej pocisku m_0 ;
- E_T - pomiaru temperatury powietrza T ;
- E_p - pomiaru ciśnienia barometrycznego p ;
- E_{φ} - kąta ustawienia stateczników φ_0 ;
- E_t - pomiaru temperatury t_s ładunków silnika;
- E_{w_x} - pomiaru składowej W_x prędkości wiatru;
- E_{w_y} - pomiaru składowej W_y prędkości wiatru,

które posłużyły do wyznaczenia, w procesie symulacji komputerowej na pełnym modelu ruchu pocisku [1] - rys.4, niezbędnych charakterystyk wrażliwościowych:

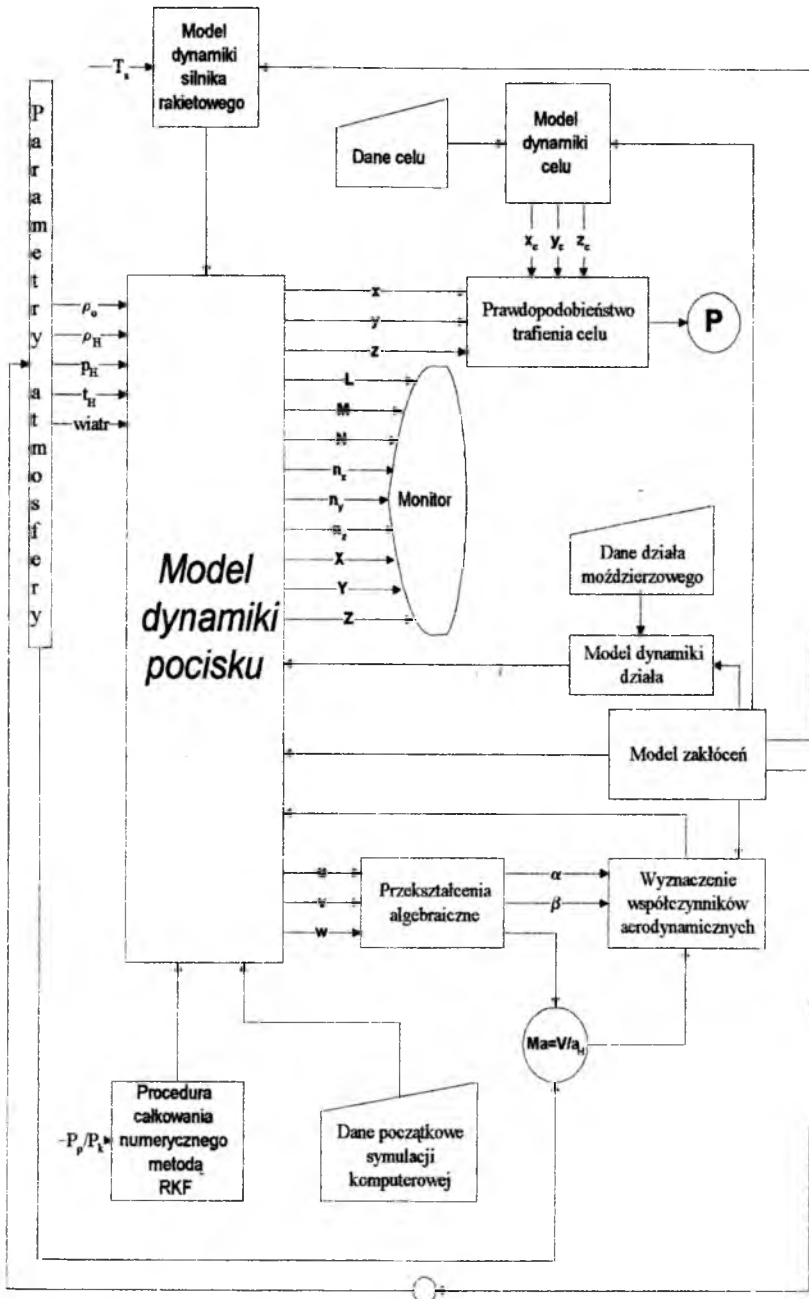
$\frac{\partial x}{\partial P_i}$ - przyrost donośności wywołany zmianą parametru P_i ;

$\frac{\partial y}{\partial P_i}$ - przyrost odchylenia bocznego punktu upadku wywołany zmianą parametru P_i .

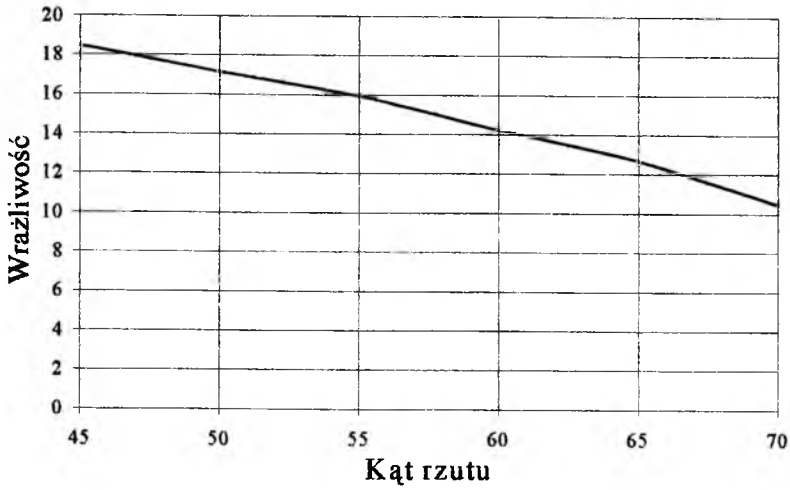
Przykładowo, ze względu na ograniczoną objętość artykułu, prezentowany jest jedynie wpływ zmiany prędkości wylotowej pocisku z lufy moździerza na zasięg i odchylenie boczne przy różnych kątach rzutu pocisku. Niezbędne wyniki symulacji określające powyższe wrażliwości zawiera tabela 1, natomiast graficzną ilustrację wykresy na rys.5 i rys.6.

Tabela 1

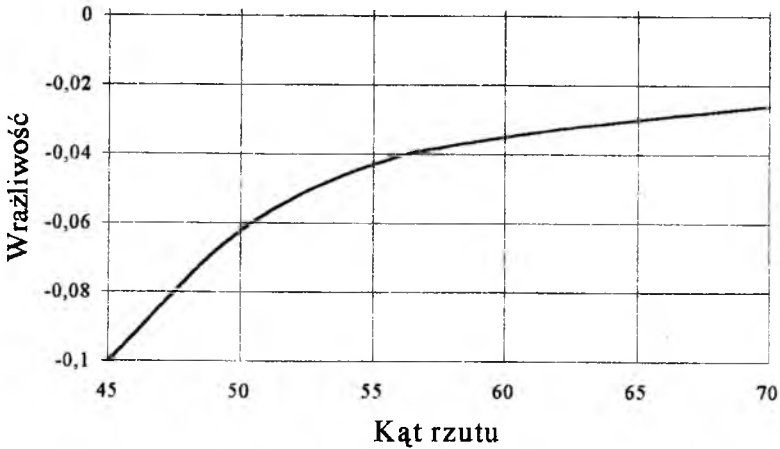
| Kąt | 45° | 50° | 55° | 60° | 65° | 70° | |
|-------------------------|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ∂V | 3,4 | 3,4 | 3,4 | 3,4 | 3,4 | 3,4 | |
| x | $V_{0\text{ nom}}$ | 4257,2 | 4215,8 | 4056,0 | 3784,4 | 3401,3 | 2909,0 |
| | $V_{0\text{ max}}$ | 4298,7 | 4245,1 | 4082,5 | 3809,4 | 3422,8 | 2923,9 |
| | $V_{0\text{ min}}$ | 4235,8 | 4235,8 | 4186,7 | 4028,3 | 3760,9 | 2888,3 |
| | ∂x | 62,9 | 58,4 | 54,2 | 48,5 | 43,1 | 35,6 |
| $\partial x/\partial V$ | 18,45 | 17,18 | 15,95 | 14,25 | 12,69 | 10,47 | |
| y | $V_{0\text{ nom}}$ | -3,54 | -4,03 | -4,54 | -4,88 | -5,09 | -5,15 |
| | $V_{0\text{ max}}$ | -3,72 | -4,09 | -4,56 | -4,91 | -5,16 | -5,28 |
| | $V_{0\text{ min}}$ | -3,38 | -3,98 | -4,51 | -4,94 | -5,02 | -5,05 |
| | ∂y | -0,34 | -0,11 | -0,05 | -0,07 | -0,14 | -0,23 |
| $\partial y/\partial V$ | -0,100 | -0,032 | -0,015 | -0,021 | -0,041 | -0,068 | |



Rys.4. Ogólny schemat programu do komputerowej analizy lotu pocisku mózdzierzowego.



Rys.5. Zmiana wrażliwości zasięgu na zmianę prędkości początkowej pocisku.



Rys. 6. Zmiana wrażliwości odchylenia bocznego na zmianę prędkości początkowej pocisku.

Jak wynika z przedstawionych wykresów wrażliwość donośności i odchylenia bocznego jest zmienna w funkcji kąta rzutu pocisku. Analogiczne wnioski wypływają z wyników badań przeprowadzonych dla pozostałych czynników zakłócających. Koniecznym jest zatem wyznaczenie wartości U_g i U_s dla każdego z możliwych kątów rzutu.

Biorąc powyższe pod uwagę określono uchylenia prawdopodobne punktów upadku pocisków w:

- donośności:

$$U_g = \sqrt{\left| \frac{\partial x}{\partial V_0} \right|^2 E_V^2 + \left| \frac{\partial x}{\partial \Theta_0} \right|^2 E_\Theta^2 + \left| \frac{\partial x}{\partial \Psi_0} \right|^2 E_\Psi^2 + \dots + \left| \frac{\partial x}{\partial W_y} \right|^2 E_{wy}^2} \quad (9)$$

- w kierunku:

$$U_s = \sqrt{\left| \frac{\partial y}{\partial V_0} \right|^2 E_V^2 + \left| \frac{\partial y}{\partial \Theta_0} \right|^2 E_\Theta^2 + \left| \frac{\partial y}{\partial \Psi_0} \right|^2 E_\Psi^2 + \dots + \left| \frac{\partial y}{\partial W_y} \right|^2 E_{wy}^2} \quad (10)$$

LITERATURA

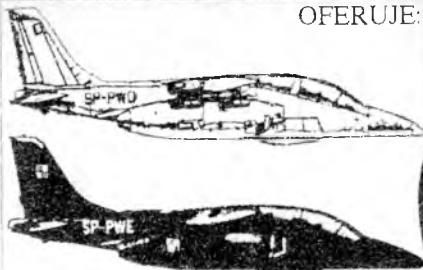
1. KMIĘCIK P., MACHOWSKI B., MRÓZ M., „Opracowanie modelu symulacyjnego nieklasycznego pocisku moździerzowego”, Sprawozdanie z pracy naukowo-badawczej, Warszawa 1995;
2. POGORZELSKI F., „Teoria strzelania artylerii naziemnej”, WAT, Warszawa 1980;
3. SZAPIRO J., „Balistyka zewnętrzna”, Wydawnictwo MON, Warszawa 1956;
4. Art. 315/669 „Rachunek prawdopodobieństwa”, MON, Warszawa 1969;
5. Art. 805/90 „Tabele strzelnicze do 120mm moździerzy wz. 1938 i wz. 1943”, MON, Warszawa 1990;

KOMBINAT PZL-HYDRAL S.A.
PL 51-317 WROCŁAW
ul. BIERUTOWSKA 57-59

PZL-HYDRAL S.A.



OFERUJE:



UKŁADY PALIWOWO-REGULACYJNE LOTNICZYCH SILNIKÓW

- TURBOŚMIGŁOWYCH
- TURBOODRZUTOWYCH
- TŁOKOWYCH

UKŁADY HYDRAULICZNE STEROWANIA LOTEM I MECHANIZACJI PŁATOWCA DO

- I-22 IRYDA
- TS-11 ISKRA
- AN-28
- AN-2
- W-3 W-3A SOKÓŁ
- MI-2

UKŁADY ELEKTRONICZNE STEROWANIA PARAMETRAMI PRACY SYSTEMÓW HYDRAULICZNYCH



NAPĘDY HYDRAULICZNE STEROWANIA DZIAŁ PRZECIWOLOTNICZYCH ARMAT CZOŁGOWYCH I ANTEN RADAROWYCH DO OBIEKTÓW

- Wróbel
- Turkus
- Jaguar
- Nida Bożena



FAX 071 252565 TLX 071 2216

TEL. 071 251834

OPTYMALIZACJA FUNKCJONOWANIA JEDNORODNEGO SYSTEMU LOTNICZEGO

dr inż. Krzysztof KRĘT

*Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa
Politechnika Rzeszowska*

Streszczenie

Przedmiotem pracy jest optymalizacja funkcjonowania parku samolotów tego samego typu realizujących pewien zbiór zadań transportowych. Poszukuje się charakterystyk sterowania spełniających warunek konieczny realizacji zbioru zadań i minimalizujących globalny wskaźnik efektywności systemu wielozadaniowego (kryterium operacji łączonej). Przedstawiono matematyczny opis problemu, ogólny algorytm jego rozwiązania oraz przykład obliczeniowy, w którym zbiór zadań określono przez całkowitą masę ładunku handlowego jaką w jednostce czasu należy przetransportować w identycznych warunkach na zadaną odległość blokową. Przyjmując jako charakterystyki sterowania masę handlową w jednym rejsie oraz prędkość blokową rejsu wyznaczono ich wartości oraz liczebność parku zapewniające minimalny całkowity koszt realizacji zbioru zadań.

1. Wprowadzenie

Funkcjonowanie samolotu jako sterowalnego układu dynamicznego opisuje się układem zwyczajnych równań różniczkowych postaci:

$$\dot{\mathbf{z}} = \varphi(\mathbf{z}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_x, \mathbf{u}_x(t), t) \quad (1.1)$$

z warunkami brzegowymi :

$$\mathbf{z}_0 = \mathbf{z}(t_0), \quad \mathbf{z}_k = \mathbf{z}(t_k) \quad (1.2)$$

i ograniczeniami:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} \in \mathbf{Z}(\mathbf{y}), \quad \mathbf{z}_0 \in \mathbf{Z}_0(\mathbf{y}), \quad \mathbf{z}_k \in \mathbf{Z}_k(\mathbf{y}), \\ \mathbf{y} \in \mathbf{Y}_x, \quad \mathbf{y}_x \in \Delta\mathbf{Y}(\mathbf{y}), \quad \mathbf{u}_x(t) \in \mathbf{U}(\mathbf{y}). \end{aligned} \quad (1.3)$$

W równaniach tych \mathbf{z} jest wektorem współrzędnych fazowych (stanu) :

$$\mathbf{z} = [z_{(1)}, z_{(2)}, \dots, z_{(r)}] \in \mathbf{Z}(\mathbf{y}) \subset \mathbf{R}^r \quad (1.4)$$

ze zbioru dopuszczalnych realizacji $\mathbf{Z}(\mathbf{y})$ pewnego zadania transportowego:

$$\mathbf{x} = [x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}] \subset \mathbf{R}^n \quad (1.5)$$

determinującego warunki początkowe \mathbf{z}_0 i końcowe \mathbf{z}_k ruchu samolotu.

Wektor \mathbf{y} oznacza zbiór cech technicznych (parametrów projektowych) opisujących samolot:

$$\mathbf{y} = [y_{(1)}, y_{(2)}, \dots, y_{(p)}] \in \mathbf{Y}_x \subset \mathbf{R}^p \quad (1.6)$$

przy czym opis ten jest jednoznaczny w tym sensie, że jest wystarczający dla potrzeb przyjętego modelu obliczeniowego, a wektory \mathbf{y} różniące się choćby jedną składową oznaczają różne typy samolotów. Zakłada się, że samolot \mathbf{y} należy do zbioru samolotów \mathbf{Y}_x , które umożliwiają realizację zadania (1.5).

Wektory \mathbf{y}_x i $\mathbf{u}_x(t)$ charakteryzują sterowanie obiektem dla potrzeb wypełnienia zadania \mathbf{x} , przy czym \mathbf{y}_x opisuje te własności samolotu, na które można aktywnie wpływać tylko do chwili rozpoczęcia realizacji zadania (wyposażenie operacyjne, masa paliwa w zbiornikach wewnętrznych i podwieszanych):

$$\mathbf{y}_x = [y_{x(1)}, y_{x(2)}, \dots, y_{x(k)}] \in \Delta\mathbf{Y}(\mathbf{y}) \subset \mathbf{R}^k \quad (1.7)$$

zaś $\mathbf{u}_x(t)$, $t \in T_x$ opisuje aktywne zmiany własności (charakterystyk) samolotu w trakcie operacji realizującej zadanie \mathbf{x} w przedziale czasu T_x :

$$\mathbf{u}_x(t) = [u_{x(1)}, u_{x(2)}, \dots, u_{x(r)}] \in \mathbf{U}(\mathbf{y}) \subset \mathbf{R}^r \quad (1.8)$$

Ograniczenia określone w modelu obliczeniowym przez zbiory parametrów dopuszczalnych $\mathbf{Y}_x, \Delta\mathbf{Y}(\mathbf{y}), \mathbf{U}(\mathbf{y})$, wynikają z fizycznych możliwości samolotu, przepisów budowy samolotów i wymagań eksploatacyjnych (np. procedury wykonywania lotów w lotnictwie cywilnym).

Efekt operacji, definiowanej trójką wektorów $\{\mathbf{y}, \mathbf{y}_x, \mathbf{u}_x(t)\}$, w której realizowane jest pojedyncze zadanie (1.5) opisuje się w ogólnym przypadku funkcjonalem zależnym od charakterystyk zadania, samolotu, sterowania oraz trajektorii fazowej. Po

uwzględnieniu związków (1.1) wraz z ograniczeniami (1.2), (1.3) można go jednak przedstawić w postaci

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_x, \mathbf{u}_x(t)) \quad (1.9)$$

i cel zadania projektowego określić jako poszukiwanie takich parametrów samolotu $\tilde{\mathbf{y}}$ oraz charakterystyk sterowania $\tilde{\mathbf{y}}_x, \tilde{\mathbf{u}}_x(t)$, które spełniałyby zależności (1.3) i odpowiadały minimum funkcjonału:

$$f(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{y}}, \tilde{\mathbf{y}}_x, \tilde{\mathbf{u}}_x(t)) = \min_{\substack{\mathbf{y} \in \mathbf{Y}_x \\ \mathbf{y}_x \in \Delta\mathbf{Y}(\mathbf{y}) \\ \mathbf{u}_x \in U(\mathbf{y})}} f(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_x, \mathbf{u}_x(t)) \quad (1.10)$$

W praktyce, ze względu na złożoność równań (1.1) oraz zależność charakterystyk sterowania (1.7), (1.8) od parametrów samolotu, jego rozwiązanie napotyka na zasadnicze trudności. Dlatego zadanie podstawowe (1.10) rozбивa się na dwa zadania cząstkowe zwane dynamicznym i parametrycznym [1].

Zadanie dynamiczne jest klasycznym zagadnieniem wariacyjnym [4], w którym dla znanych wektorów zadania i parametrów samolotu poszukuje się optymalnych warunków eksploatacji (sterowania):

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \tilde{\mathbf{y}}_x, \tilde{\mathbf{u}}_x(t)) = \min_{\substack{\mathbf{y}_x \in \Delta\mathbf{Y}(\mathbf{y}) \\ \mathbf{u}_x \in U(\mathbf{y}) \\ \mathbf{y} = \text{const}}} f(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_x, \mathbf{u}_x(t)) \quad (1.11)$$

Po jego rozwiązaniu, przyjęty funkcjonal jest już tylko funkcją wektora \mathbf{y} określoną na dopuszczalnym zbiorze cech projektowych \mathbf{Y}_x . W ten sposób formuluje się problem wyboru optymalnych parametrów samolotu (zadanie parametryczne). Dla określonego zadania oraz charakterystyk sterowania (sekwencja, droga, harmonogram realizacji) poszukuje się minimum funkcji wielu zmiennych:

$$f(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{y}}, \mathbf{y}_x, \mathbf{u}_x(t)) = \min_{\substack{\mathbf{y} \in \mathbf{Y}_x \\ \mathbf{y}_x = \text{fix} \\ \mathbf{u}_x = \text{fix}}} f(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_x, \mathbf{u}_x(t)) \quad (1.12)$$

Tylko w nielicznych, szczególnych przypadkach możliwe jest ścisłe rozdzielanie zdefiniowanych problemów [5]. Z reguły, uzyskanie rozwiązania (1.11) i (1.12) wymaga stosowania procedur iteracyjnych, których schematy zależą od rozmiarów i metod formułowania zadania bazowego (1.10).

Opisane wyżej zadanie analizy i syntezy parametrów projektowych oraz eksploatacyjnych samolotu, z racji ograniczenia wymagań tylko do jednego zadania, określa się mianem podejścia jednocełowego. Jest ono powszechnie stosowane w praktyce

projektowej, przy czym w stosunku do przedstawionego, ogólnego modelu podlega zazwyczaj dalszemu, znaczącemu uproszczeniu polegającemu na włączeniu arbitralnie ustalonych charakterystyk sterowania (np. masa ładunku handlowego, prędkość i wysokość przelotowa) w listę wymagań taktyczno-technicznych [8, 9]. Oznacza to, że wielkości będące w istocie rzeczy elementami wektorów y_x czy u_x włącza się w definicję wektora zadania x i ogranicza tym samym udział projektanta do rozwiązania zagadnienia parametrycznego.

Ogólniejszym modelem funkcjonowania samolotu jest tzw. model wielozadaniowy (wielocelowy) [1, 2], w którym samolot opisuje się jako wielofunkcyjny element systemu lotniczego. Uwzględnia się przy tym dwie istotne cechy samego samolotu i systemu:

- Uniwersalność (wielocelowość) samolotu, która określana jest przez możliwość i konieczność wykonywania różnorodnych zadań w różnych warunkach, przy czym terminem wielocelowości opisuje się różnorodność nie tylko w sensie rodzaju zadań lecz także różnic ilościowych między zadaniami o jednorodnym charakterze. Możliwe charakterystyki zadań $x \in \mathbb{R}^n$, w zależności od struktury zbioru zadań X , określa się bądź dyskretnym zbiorem wektorów $\{x_i\}$, $i = 1, \dots, l$, bądź granicą ciągłego obszaru $\Gamma(X)$.
- Wieloelementowość i niejednorodność parku samolotów A , który tworzą samoloty różnego typu $j = 1, \dots, m$, o różnej liczbie egzemplarzy $k = 1, \dots, s_j$:

$$A = \{y_j\} = \bigcup_{j=1}^m \bigcup_{k=1}^{s_j} y_{j,k} \quad (1.13)$$

Powyzsze względy powodują, że zarówno w zagadnieniach optymalizacji funkcjonowania istniejącego systemu lotniczego jak również projektowania nowego samolotu (elementu systemu) wynikają dodatkowe, złożone kwestie związane z możliwością wykorzystania różnych typów samolotów dla realizacji tego samego obszaru zadań, jedno lub wielokrotnego użycia samolotów czy też ich grupowego funkcjonowania (operacje militarne).

2. Model funkcjonowania jednorodnego systemu lotniczego

Rozpatrzmy prosty przykład ilustrujący analizę funkcjonowania jednorodnego ($m = 1$) systemu lotniczego. Zgodnie z definicją zadania dynamicznego (1.11) zakładamy, że parametry techniczne samolotu (typu) są znane $y = \text{const}$, a optymalizacji podlegają charakterystyki eksploatacyjne $\{y_x\}$, $\{u_x(\cdot)\}$ i liczebność parku s .

Niech zbiór zadań określony będzie przez całkowitą masę ładunku handlowego $m_{h\Sigma}$ jaką w jednostce czasu (umownie w ciągu roku) należy przetransportować w identycznych warunkach, bez międzylądowania na odległość blokową L_b :

$$X = \{x_1, \dots, x_{N\Sigma}\} = \{m_{h\Sigma}, L_b\} \quad (2.1)$$

Jako charakterystyki sterowania przyjmijmy masę handlową w jednym rejsie:

$$y_x = [m_h], \quad m_h \leq m_h^{\max} \quad (2.2)$$

oraz czas blokowy rejsu (lub równoważnie prędkość blokową V_b):

$$u_x(\cdot) = [t_b] = \left[\frac{L_b}{V_b} \right], \quad V_b^{\min} \leq V_b \leq V_b^{\max} \quad (2.3)$$

Liczebność parku będzie funkcją tych parametrów, opisaną przez stosunek całkowitej liczby rejsów N_Σ niezbędnych do przewiezienia ładunku $m_{h\Sigma}$, do rozporządzalnej liczby rejsów jednego samolotu $N_{1\Sigma}$:

$$N_\Sigma = \frac{m_{h\Sigma}}{m_h}, \quad N_{1\Sigma} = \frac{t_{b\Sigma}}{t_b} \quad (2.4)$$

czyli:

$$s = \frac{N_\Sigma}{N_{1\Sigma}} = \frac{m_{h\Sigma} t_b}{m_h t_{b\Sigma}} \quad (2.5)$$

gdzie $t_{b\Sigma}$ jest dysponowanym czasem eksploatacji jednego samolotu (nalotem rocznym):

Optymalne wartości masy handlowej \tilde{m}_h i prędkości blokowej \tilde{V}_b znajdziemy minimalizując całkowity koszt wykonania zbioru zadań (2.1), jako sumę kosztu paliwa oraz pozostałych (bezpośrednich i pośrednich) kosztów eksploatacji:

$$F_\Sigma(\tilde{m}_h, \tilde{V}_b) = \min F_\Sigma(m_h, V_b) = \min (F_{\text{pal}} + F_{\Sigma-\text{pal}}) \quad (2.6)$$

Koszt paliwa określimy wg zależności:

$$F_{\text{pal}} = c_{j\text{pal}} N_\Sigma m_{\text{pal}} = c_{j\text{pal}} m_{h\Sigma} \frac{m_{\text{pal}}(m_h, t_b)}{m_h} \quad (2.7)$$

zaś pozostałe składniki wg formuły uogólniającej stosowane w praktyce procedury matematyczno-ekonomiczne [6, 7]:

$$F_{\Sigma-\text{pal}} = k_{\Sigma-\text{pal}} t_{b\Sigma} s = k_{\Sigma-\text{pal}} m_{h\Sigma} \frac{t_b(m_h)}{m_h} \quad (2.8)$$

gdzie $c_{j\text{pal}}$ jest ceną jednostki masy paliwa, m_{pal} masą paliwa zużywaną w jednym locie, a $k_{\Sigma-\text{pal}}$ całkowitym kosztem godziny lotu z wyłączeniem paliwa (w ogólnym przypadku zależy on od liczebności parku samolotów s).

Wyznaczenie masy paliwa zużywanej do realizacji pojedynczego zadania wymaga rozwiązania układu równań różniczkowych (1.1) przy zadanych ograniczeniach (1.3) i warunkach brzegowych (1.2). Nie zmniejszając ogólności rozważań, a w szczególności wnioskowania na temat zasadności operowania wielocelowym modelem funkcjonowania samolotu dla wyboru optymalnych charakterystyk jego eksploatacji, przyjmijmy do przykładowych obliczeń wydzielony schemat lotu poziomego na stałej wysokości, ze stałą prędkością:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 0 ; V(t_0) = V(t_k) = V_b \\ \dot{\Theta} &= 0 ; \Theta(t_0) = \Theta(t_k) = 0 \\ \dot{H} &= 0 ; H(t_0) = H(t_k) = 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Masę samolotu wyznaczmy jako sumę masy operacyjnej pustego samolotu, masy handlowej i zmiennej masy paliwa:

$$\begin{aligned} m(t) &= m_{op} + m_h + m_{pal}(t) \\ m_{pal}(t) &= m_{pal}(t_0) + \int_{t_0}^t \dot{m}_{pal}(\tau) d\tau \\ \dot{m}_{pal}(\tau) &= -b_j(\tau) P_s(\tau) \end{aligned} \quad (2.10)$$

przy czym, poza ograniczeniami określonymi wyżej, musi zachodzić:

$$\begin{aligned} m(t_0) &\leq m^{\max} ; & n &\leq n^{\max} \\ m_{pal}(t_0) &\leq m_{pal}^{\max} ; & m_{pal}(t_k) &\geq m_{pal}^{\text{rez}} \end{aligned} \quad (2.11)$$

W równaniach tych b_j i P_s oznaczają odpowiednio jednostkowe zużycie paliwa i ciąg zespołu napędowego zależne od prędkości obrotowej silnika, prędkości i wysokości lotu.

Przy poczynionych założeniach ustalony lot poziomy realizowany będzie poprzez zmianę kąta natarcia dla uzyskania współczynnika siły nośnej:

$$c_z(t) = \frac{2 m(t) g}{\rho_H V_b^2 S} \quad (2.13)$$

oraz obrotów silnika dla uzyskania ciągu niezbędnego:

$$P_s(t) \approx P_x(t) = \frac{1}{2} \rho_H V_b^2 S c_x(c_z) \quad (2.14)$$

3. Przykład obliczeniowy

Pokażemy wyniki obliczeń numerycznych jakie przeprowadzono dla odrzutowego samolotu dyspozycyjnego Aerospatiale SN.601 Corvette [10] ($y = y^{SN.601}$)^{1/}.

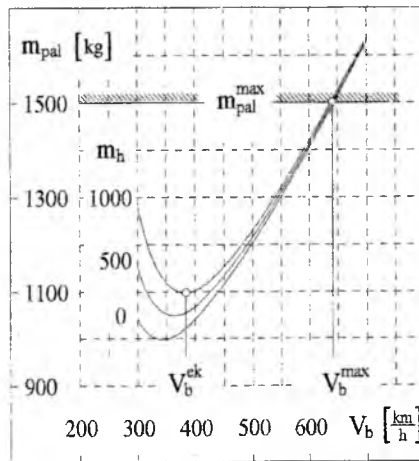
Dane liczbowe określające zbiór zadań (2.1), ograniczenia charakterystyk technicznych, nalot roczny i średni koszt godziny lotu przyjęto jak następuje:

$$X = \left\{ m_{h\Sigma} = 10^7 \text{ kg}, L_b = 1200 \text{ km} \right\}$$

$$m_h^{\max} = 1000 \text{ kg}; \quad m_{\text{pal}}^{\max} = 1500 \text{ kg}; \quad m_{\text{op}} = 3700 \text{ kg};$$

$$300 \leq V_b \leq 700 \frac{\text{km}}{\text{h}}; \quad t_{b\Sigma} = 1500 \text{ h}; \quad k_{\Sigma-\text{pal}} = 2000 \frac{\text{zł}}{\text{h}}.$$

Przy założeniach dotyczących trajektorii lotu (2.9), otrzymano zależność masy paliwa zużywanego w jednym locie od prędkości blokowej i masy handlowej pokazaną na rysunku 1.

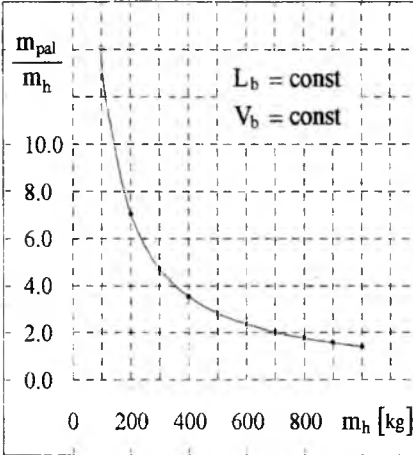


Rys. 1. Masa paliwa potrzebna do realizacji pojedynczego zadania w funkcji V_b i m_h

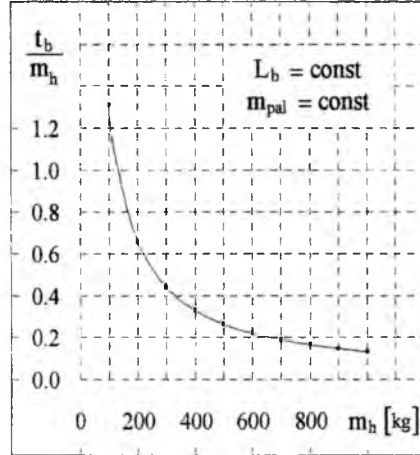
Ponieważ masa paliwa jest wolno rosnącą funkcją masy handlowej więc minimum stosunku masy paliwa do masy handlowej, determinujące minimum kosztów paliwa (2.8), otrzymujemy zawsze dla maksymalnej masy handlowej - rysunek 2. Jeśli więc rozpatrywać tylko koszt paliwa (zarówno w pojedynczym zadaniu jak i dla zbioru zadań), to optymalnymi wielkościami zmiennych sterowania (2.2), (2.3) będą maksymalna masa handlowa $\tilde{m}_h = m_h^{\max}$ oraz odpowiadająca jej ekonomiczna prędkość blokowa. $\tilde{V}_b = V_b^{\text{ek}}$.

^{1/} Charakterystyki aerodynamiczne określono na drodze obliczeń.

Pozostałe koszty eksploatacji są, przy założeniu $k_{\Sigma\text{-pal}} = \text{const}$, liniową funkcją ilorazu czasu blokowego i masy handlowej (2.8). Ponieważ t_b (podobnie jak m_{pal}) jest wolno rosnącą funkcją masy handlowej więc minimum tego składnika kosztów otrzymamy także dla maksymalnej masy handlowej (rysunek 3). Uwzględnienie realnego spadku kosztu godziny lotu ze wzrostem liczby samolotów nie wpływa na ten fakt.



Rys. 2. Relacja m_{pal} / m_h w funkcji m_h , przy $L_b, V_b = \text{const}$.



Rys. 3. Relacja t_b / m_h w funkcji m_h , przy $L_b, m_{\text{pal}} = \text{const}$.

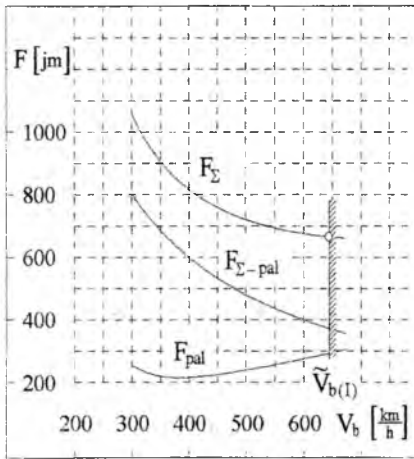
Tak więc, ostatecznie $\tilde{m}_h = m_h^{\text{max}}$ i z warunku (2.6) wyznaczyć należy optymalną prędkość blokową.

Na rysunkach 4 oraz 5 pokazano zależność kosztów realizacji zadania od prędkości blokowej. Rysunek 4 ilustruje przypadek gdy cena paliwa jest względnie niska ($c_{\text{jpal(I)}} = 2 \text{ jm/kg}$). Jak widać, w wariancie tym:

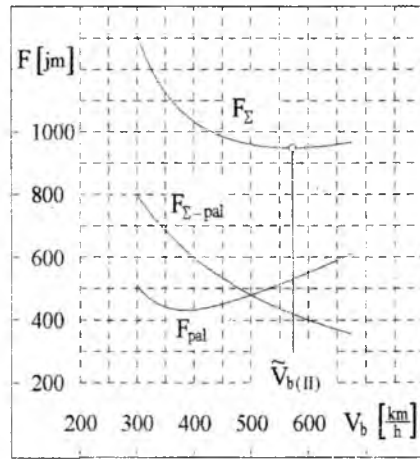
- $\tilde{V}_{b(\text{I})} = V_b^{\text{max}}$, to znaczy samoloty powinny być eksploatowane z maksymalną prędkością blokową, ograniczoną ze względu na maksymalną masę paliwa do ok. 650 km/h (por. rys.1),
- $\tilde{s}_{(\text{I})} = s_{\text{min}}(\mathbf{X})$, a więc liczebność parku samolotów $y^{\text{SN.601}}$ realizujących przyjęty zbiór zadań powinna minimalna ($s = 10$).

W wariancie drugim, którego wyniki pokazano na rysunku 5, przyjęto dwukrotnie większą cenę paliwa. Jak widać wzrost ceny paliwa jest na tyle znaczący, iż optymalna prędkość eksploatacji spada, a ekonomicznie uzasadniona liczebność parku rośnie:

- $\tilde{V}_{b(\text{II})} \approx 575 \text{ km/h} < V_b^{\text{max}}$,
- $\tilde{s}_{(\text{II})} = 12 > s_{\text{min}}(\mathbf{X})$.



Rys. 4. Koszt realizacji zbioru zadań w funkcji \$V_b\$, przy \$c_{jpal} = 2\$ jm / kg .



Rys. 5. Koszt realizacji zbioru zadań w funkcji \$V_b\$, przy \$c_{jpal} = 4\$ jm / kg .

Powyższy przykład, choć idealizuje zarówno opis zbioru zadań jak i warunków jego realizacji, w pełni uzasadnia celowość systemowej analizy funkcjonowania samolotu. W rozważonym tu aspekcie zadania dynamicznego ma on cechy analizy eksperckiej zmierzającej do wyboru właściwych warunków eksploatacji i liczebności parku samolotów danego typu, a gdyby powyższe obliczenia przeprowadzić dla innych, istniejących samolotów także wyboru najlepszego typu samolotu.

4. Ogólnienie modelu obliczeniowego i algorytmu rozwiązania

W ogólnym ujęciu, zadanie optymalizacji funkcjonowania jednorodnego parku samolotów, realizującego pewien dyskretny zbiór zadań \$X\$, można opisać jako problem poszukiwania charakterystyk sterowania \$\{\tilde{y}_x, \tilde{u}_x\}\$ minimalizujących globalny wskaźnik jakości (w terminach badań operacyjnych zwany kryterium operacji złączonej) :

$$F(X, y, \{\tilde{y}_x, \tilde{u}_x\}, s) = \min_{\substack{y_x \in \Delta Y \\ u_x(\cdot) \in U}} \sum_{x \in X} f(x, y, y_x, u_x, s) \quad (4.1)$$

i spełniających warunek konieczny realizacji zbioru zadań:

$$s = \sum_{x \in X} p(x, y, y_x, u_x(\cdot)) \quad (4.2)$$

gdzie: \$f(x, y, y_x, u_x, s)\$ - wskaźnik lokalnej efektywności (ograniczona, nieujemna funkcja przyporządkowująca danym wektorom \$y, y_x, u_x\$ i liczebności parku \$s\$ wartość

efektywności wykonania zadania \mathbf{x}), $p(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_x, \mathbf{u}_x(\cdot))$ - operator określający liczbę samolotów potrzebnych do realizacji pojedynczego zadania \mathbf{x} .

Z racji nieliniowości funkcji f , operatora p , zależności optymalnych charakterystyk sterowania od liczby samolotów oraz dużych rozmiarów zadania rozwiązanie układu równań (4.1), (4.2) możliwe jest tylko przy użyciu metod numerycznych. Iteracyjny algorytm szukania zaproponować można parametryzując zadanie względem liczby samolotów [1]. Przy $s = \text{const}$ funkcja lokalnej efektywności f określona jest na zbiorze \mathbf{X} , a wyjściowy problem jest równoważny zadaniu:

$$F(\mathbf{X}, \mathbf{y}, \{\mathbf{y}_x^s, \mathbf{u}_x^s\}) = \min_{\substack{\mathbf{y}_x \in \Delta\mathbf{Y} \\ \mathbf{u}_x(\cdot) \in \mathbf{U}}} \sum_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} f(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_x, \mathbf{u}_x, s = \text{const})$$

Z warunku minimum optymalizowanego funkcjonułu określić można jedno-parametryczną względem s rodzinę umownie-optymalnych sterowań "w szerokim pojęciu":

$$\forall \mathbf{x} \in \mathbf{X} : \{\mathbf{y}_x^s, \mathbf{u}_x^s\} = \arg \min_{\substack{\mathbf{y}_x \in \Delta\mathbf{Y} \\ \mathbf{u}_x \in \mathbf{U}}} f(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_x, \mathbf{u}_x, s = \text{const}) \quad (4.3)$$

Podstawiając powyższe do (4.2) otrzymamy nieliniowe równanie względem liczby samolotów:

$$s = \sum_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} p(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_x^s, \mathbf{u}_x^s(\cdot)) = \Phi(s) \quad (4.4)$$

którego rozwiązaniem jest optymalna ich liczba $\tilde{s} = \Phi(\tilde{s})$. Dla wartości tej, wg (4.3) otrzymamy dla każdego $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$ końcowy wariant optymalnego sterowania "w szerokim rozumieniu":

$$\forall \mathbf{x} \in \mathbf{X} : \{\tilde{\mathbf{y}}_x, \tilde{\mathbf{u}}_x\} = \arg \min_{\substack{\mathbf{y}_x \in \Delta\mathbf{Y} \\ \mathbf{u}_x \in \mathbf{U}}} f(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_x, \mathbf{u}_x, s = \tilde{s})$$

Opisana metoda rozwiązania sprowadza się do następującej procedury iteracyjnej:

- (1) przyjmuje się początkowe przybliżenie $s > 0$;
- (2) wg (4.3), dla każdego $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$ wyznacza się początkowe (lub kolejne) przybliżenie programu sterowania w locie $\mathbf{u}_x^s(\cdot)$ oraz wystereowania samolotu na ziemi \mathbf{y}_x^s ,
- (3) dla otrzymanej rodziny $\{\mathbf{y}_x^s, \mathbf{u}_x^s\}, \mathbf{x} \in \mathbf{X}$ wyznacza się poprawioną wartość s z warunku (4.4). Następnie powtarza się kroki (2) i (3) do uzyskania wymaganej dokładności.

Podkreślić należy, że zbieżność iteracji zależy będzie od postaci modeli funkcji lokalnej efektywności f i operatora p , a zatem w każdym przypadku wymaga indywidualnych badań.

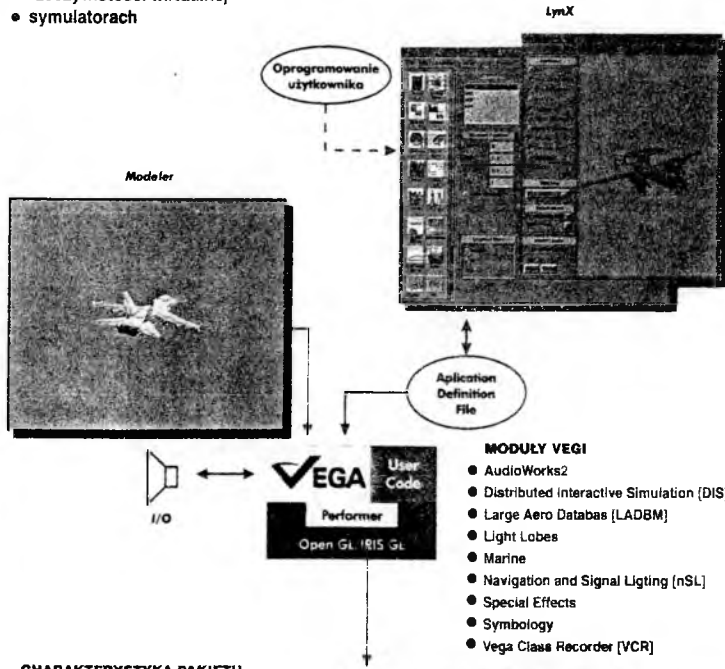
Literatura

1. Брусов В.С., Баранов С.К., *Оптимальное проектирование летательных аппаратов : Многоцелевой подход*, Машиностроение, Москва 1989;
2. Брусов В.С., Баранов С.К., *Формализация выбора динамических характеристик самолета в САПР*, Изд. МАИ, Москва 1987;
3. McCormick B.W., *Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics*, John Wiley & Sons, NY 1979;
4. Moisiejew N.N., *Elementy teorii systemów optymalnych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1983
5. Пиявский С. А., Брусов В.С., Хвилон Е.А., *Оптимизация параметров многоцелевых летательных аппаратов*, Машиностроение, Москва 1974;
6. Raymer D.P., *Aircraft Design: A Conceptual Approach*, AIAA Education Series, Washington, DC, 1989;
7. Roskam J., *Airplane Design. Part VIII: Airplane Cost Estimation: Design, Development Manufacturing and Operating*, The University of Kansas. Lawrence, Kansas 1987;
8. Torenbeek E., *Synthesis of subsonic airplane design*, Delft University Press, Rotterdam 1976;
9. Winicki J., *Dobór podstawowych parametrów lekkiego samolotu*, Zbiór referatów VI Ogólnopolskiej Konferencji "Mechanika w Lotnictwie", Warszawa 1994;
10. *Technika Lotnicza i Astronautyczna*, 12/1973, str.19-20.



Vega to oprogramowanie nowej generacji, dla profesjonalistów i amatorów, do budowania trójwymiarowych symulacji czasu rzeczywistego w:

- rozrywce i reklamie
- rzeczywistości wirtualnej
- symulatorach



CHARAKTERYSTYKA PAKIETU

- Obsługa baz danych w formacie OpenFlight
- Podział zadań na procesory
- Rozdzielenie obrazu na oddzielne kanały
- Tworzenie i obsługa efektów specjalnych
- Wykrywanie przecięci i kolizji
- Kontrola warunków atmosferycznych
- Obsługa poziomów dokładności modeli
- Obsługa dużych baz danych
- Generowanie dźwięków z uwzględnieniem efektów atmosferycznych, Dopplera itp.
- Możliwość rozproszenia symulacji po sieci (DIS)
- Analiza i optymalizacja szybkości działania programu



DYSTRYBUTOR:



PRZEDSIĘBIORSTWO TECHNICZNO-HANDLOWE
04-175 WARSZAWA, ul. OSTROBRAMSKA 75
TEL. 13 79 27. FAX: 13 98 56, 662 49 26

WYKORZYSTANIE MIESZANEJ METODY LICZENIA SIŁ AERODYNAMICZNYCH NA POTRZEBY SYMULACJI - RUCH SYMERYCZNY

mgr inż. PIOTR KULICKI
mgr inż. MACIEJ LASEK

Instytut Lotnictwa, Warszawa

Streszczenie

Tematem wykonanej pracy jest analiza wpływu sposobu wyznaczania sił aerodynamicznych na jakość odwzorowania własności obiektu latającego w numerycznej symulacji jego ruchu, a w szczególności, możliwości wykorzystania metod panelowych aerodynamiki numerycznej do wyznaczania sił i momentów aerodynamicznych. Przedstawiono przyjęty model obliczeniowy ze szczególnym uwzględnieniem metody wyznaczania sił i momentów aerodynamicznych działających na samolot. Wykonano obliczenia dla przykładowej geometrii samolotu I-22 Iryda. Wyniki porównano z danymi otrzymanymi z rejestratora lotu.

Spis oznaczeń

| | |
|--------------------|---|
| α | - kąt natarcia, |
| δ_e | - kąt natarcia steru wysokości, |
| Θ | - kąt pochylenia samolotu, |
| μ | - natężenie osobliwości, |
| ϕ | - potencjał prędkości, |
| ϕ_T | - kąt między osią Ox a osią ciągu samolotu, |
| C_p | - współczynnik ciśnienia, |
| $C_{x\alpha}$ | - pochodna siły oporu względem zmiany kąta natarcia samolotu, |
| $C_{x\delta_e}$ | - pochodna siły oporu względem kąta wychylenia steru wysokości, |
| $C_{x\alpha_{th}}$ | - pochodna siły oporu względem kąta nastawienia statecznika poziomego |
| $C_{x\alpha_Q}$ | - pochodna siły oporu względem prędkości katowej pochylenia, |

| | |
|------------------|---|
| | analogicznie dla siły nośnej i momentu pochylającego , |
| c | - cięciwa odniesienia, |
| g | - przyspieszenie ziemskie, |
| \vec{n}_i | - wektor normalny do i-tego panela płata (lub śladu), |
| i_H | - kąt natarcia statecznika poziomego, |
| J_y | - moment bezwładności samolotu względem osi Oy , |
| m | - masa samolotu, |
| Ma | - liczba Macha, |
| q | - ciśnienie dynamiczne, |
| Q | - prędkość kątowna pochylania, |
| Qc | - całkowita prędkość na panelu (wypadkowa prędkość napływu i prędkość indukowana na panelu płata), |
| S | - powierzchnia odniesienia (nośna) |
| SCA | - średnia cięciwa aerodynamiczna, |
| V | - składowa prędkości na kierunku osi Ox samolotu, |
| V_{∞} | - prędkość niezaburzona, |
| V_{rot} | - prędkość na panelu płata wynikająca z obrotu samolotu, |
| V_{ind} | - prędkość wypadkowa na panelu płata będąca złożeniem prędkości niezaburzonej i prędkości wynikającej z obrotu, |
| W | - składowa prędkości na kierunku osi Oz samolotu, |
| X_n, Z_n, Ma | - siła oporu, siła nośna oraz moment pochylający samolot, |
| X_{sc}, Z_{sc} | - współrzędne położenia środka ciężkości samolotu, |
| x_T, z_T | - współrzędne punktu przyłożenia siły ciągu, |

1. Wstęp

Podczas symulacji ruchu samolotu zasadniczym problemem jest wyznaczenie sił zewnętrznych działających na samolot. Konieczne jest znalezienie kompromisu między dokładnością a efektywnością obliczeniową zastosowanej metody wyznaczania tych sił. Jednocześnie, dane będące podstawą modelu obliczeniowego aerodynamiki samolotu pochodzą często z różnych źródeł.

W modelach symulacyjnych zazwyczaj wykorzystywana jest postać sił aerodynamicznych bazująca na ich rozwinięciu w szereg Taylora względem parametrów stanu, ich pochodnych oraz parametrów sterowania. Taka postać jest wygodna w przypadku korzystania z klasycznych metod obliczania sił aerodynamicznych bazujących na źródłach w rodzaju ESDU Data Sheets [1] czy DVL [2]. Metody te zostały stworzone dla konwencjonalnych układów aerodynamicznych i opierają się na założeniach, że płat główny samolotu znajduje się w niezaburzonym, jednorodnym strumieniu powietrza, kształt płata jest trapezowy a kadłub jest nienośny i odseparowany od płata i usterzenia. W przypadku coraz częściej pojawiających się układów niekonwencjonalnych takich jak kaczka, skrzydła zespolone (ang. join-wing), skrzydła pasmowe czy układy o nośnych kadłubach, powyższe założenia nie są spełnione. Pochodne aerodynamiczne obliczane tymi metodami mogą być obciążone błędami a zastąpienie ich poprzez wykorzystanie doświadczalnych metod badań tunelowych jest zbyt drogie i długotrwałe, zwłaszcza w początkowych etapach prac nad samolotem.

Możliwe jest również wykorzystywanie innych źródeł obliczania sił aerodynamicznych

działających na samolot np. metod potencjalnych aerodynamiki obliczeniowej czy metody pasowej, jednak każda z wymienionych metod pozwala na uzyskanie informacji niepełnej i konieczne jest zazwyczaj ich uzupełnienie danymi pochodzącymi z arkuszy inżynierskich [1], [2].

Celowym wydaje się więc opracowanie hybrydowej metody obliczania pochodnych aerodynamicznych (lub sił i momentów aerodynamicznych działających na samolot) będącej połączeniem poszczególnych metod i znacznie bardziej niezależnej od przyjętego układu lub konfiguracji aerodynamicznej.

2. Opis przyjętej metody.

Założono, iż podstawową metodą, o którą oparte będzie wyznaczanie sił i momentów aerodynamicznych, będzie metoda oparta na teorii opływu potencjalnego [4], uzupełniona wynikami otrzymanymi z arkuszy inżynierskich np. ESDU Data Sheets [1] lub, jeśli to możliwe, z badań tunelowych.

Wzory (1) przedstawiają, dla przypadku ruchu symetrycznego, rozwinięcie sił i momentów aerodynamicznych względem pochodnych aerodynamicznych podzielone na trzy klasy: część statyczną czyli pochodne zależne od kąta natarcia i prędkości lotu, część dynamiczną (zależną od prędkości kątowych oraz pochodnych kąta natarcia i prędkości lotu względem czasu) i część pochodzącą od wychyleń powierzchni sterowych.

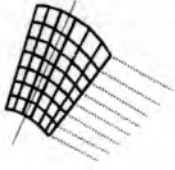
$$\begin{aligned}
 X_a &= qS \left[C_{xa}^{stat}(\alpha, Ma) + \frac{\bar{c}}{2V_\infty} (C_{xa_Q} Q + C_{xa_{\dot{\alpha}}} \dot{\alpha}) + C_{xa_{\delta_e}} \delta_e + C_{xa_{i_H}} i_H \right] \\
 Z_a &= qS \left[C_{za}^{stat}(\alpha, Ma) + \frac{\bar{c}}{2V_\infty} (C_{za_Q} Q + C_{za_{\dot{\alpha}}} \dot{\alpha}) + C_{za_{\delta_e}} \delta_e + C_{za_{i_H}} i_H \right] \\
 M_a &= qS\bar{c} \left[C_{ma}^{stat}(\alpha, Ma) + \frac{\bar{c}}{2V_\infty} (C_{ma_Q} Q + C_{ma_{\dot{\alpha}}} \dot{\alpha}) + C_{ma_{\delta_e}} \delta_e + C_{ma_{i_H}} i_H \right] \quad (1)
 \end{aligned}$$



Rys.1 przedstawia, które pochodne mogą być wyznaczone z metod panelowych (na przykładzie ruchu symetrycznego) dla różnych stopni uproszczeń metody [3]. Przetawione na rys.1 metody różnią się przede wszystkim kosztem obliczeniowym.

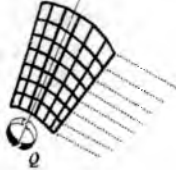
Metoda panelowa ustalona z płaskim nieodkształcalnym śladem daje dość dobre przybliżenie dla pochodnych zależnych od kąta natarcia. Wpływ prędkości lotu można dodatkowo uwzględnić poprzez współczynnik Prandla-Glauerta (zależny od liczby Macha). Metoda jest ważna w zakresie prędkości do ok. 0.75 Ma. Wpływ prędkości kątowej możemy uwzględnić poprzez modyfikację opływu wynikającą z nałożenia na przepływ niezaburzony składowej od prędkości kątowej (metoda panelowa ustalona - ślad płaski, obrót). Wpływ pochodnej kąta natarcia i prędkości lotu względem czasu na charakterystyki aerodynamiczne uwzględniony jest w metodzie nieustalanej (płaski ślad - pierwsze przybliżenie, ślad odkształcalny - wynik dokładny).

**METODA PANELOWA
USTALONA -ŚLAD
PŁASKI, BEZ OBROTU**



Część statyczna

**METODA PANELOWA
USTALONA -ŚLAD
PŁASKI, OBRÓT**



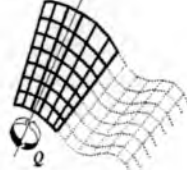
*Część statyczna
Pochodne po Q*

**METODA PANELOWA
NIEUSTALONA -ŚLAD
PŁASKI, OBRÓT**



*Część statyczna
Pochodne po Q
Pochodne po α
(pierwsze przybliżenie)*

**METODA PANELOWA
NIEUSTALONA -ŚLAD
PO TORZE, OBRÓT**



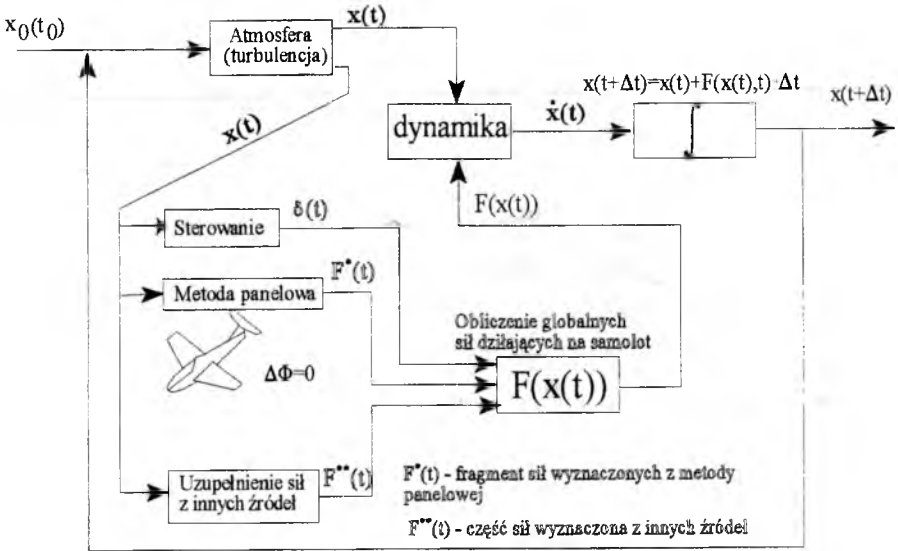
*Część statyczna
Pochodne po Q
Pochodne po α
(wynik dokładniejszy)*

Rys. 1 Kolejne rozszerzenia metody panelowej

Niestety, metoda ta nie pozwala na uwzględnienie oporu tarcia (przy dość dobrym odwzorowaniu oporu indukowanego) przez co jego wpływ powinien być uwzględniony z innych źródeł (np. [1]).

Wpływ wychyleń powierzchni sterowych może być wyznaczony z metod panelowych lecz ze względu na zwiększony koszt obliczeniowy powinien być uwzględniony poprzez uzupełnienie sił i momentów aerodynamicznych pochodnymi od sterowania wyznaczonymi poza procesem symulacji ruchu.

Rys.2 przedstawia schemat blokowy przyjętego modelu obliczeniowego. Siły i momenty aerodynamiczne wyznaczane są bezpośrednio w procesie symulacyjnym z metody panelowej nieustalanej z śladem odkształcalnym wzdłuż toru lotu i uzupełnione pochodnymi aerodynamicznymi uzyskanymi z arkuszy inżynierskich.



Rys. 2 Schemat blokowy przyjętego modelu obliczeniowego.

3. Model fizyczny i matematyczny.

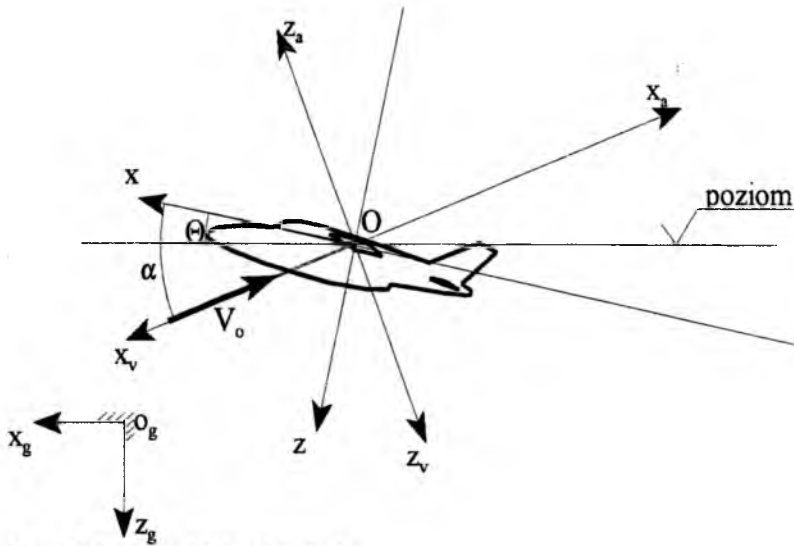
Poniżej przedstawiony jest przyjęty model fizyczny i matematyczny symulacji ruchu samolotu.

Założono, że samolot jest nieodkształcalną bryłą sztywną o trzech stopniach swobody, poruszającą się symetrycznym ruchem płaskim w płaszczyźnie grawitacyjnej oraz, że możliwe jest obliczenie sił i momentów aerodynamicznych, działających w danej chwili na samolot, z rozwiązania równania opływu potencjalnego uzupełnionych o dane pochodzące z innych źródeł.

Na samolot działają następujące siły zewnętrzne:

- a) siły grawitacyjne,
- b) siły aerodynamiczne,
- c) siła ciągu i momenty giroskopowe.

Dynamiczne równania ruchu wyprowadzono z uogólnionych równań zmiany pędu i zmiany krętu bryły sztywnej w układzie związanym $Oxyz$ o początku w punkcie O (przyjęto położenie punktu O w 0.25 SCA) i osi Ox równoległej do SCA skrzydła [5][6] (rys.3).



Rys. 3 Przyjęte układy odniesienia.

Równania ruchu można przedstawić w następującej formie [6]:

$$M\dot{V} + KMV = Q \quad (2)$$

gdzie M jest macierzą bezwładności:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & S_z \\ 0 & m & -S_x \\ S_z & -S_x & J_y \end{bmatrix} \quad (3)$$

K macierzą kinematyczną:

$$K = \begin{bmatrix} 0 & Q & 0 \\ -Q & 0 & 0 \\ W & -U & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

V jest wektorem stanu:

$$V = [U, W, Q]^T \quad (5)$$

a Q wektorem sił zewnętrznych:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_G + \mathbf{Q}_A + \mathbf{Q}_T = \begin{bmatrix} X_G \\ Z_G \\ M_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_A \\ Z_A \\ M_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_T \\ Z_T \\ M_T \end{bmatrix} \quad (6)$$

Wektor sił masowych przyłożonych w środku ciężkości samolotu można przedstawić w postaci:

$$\begin{bmatrix} X_G \\ Z_G \\ M_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -mg \sin\Theta \\ mg \cos\Theta \\ -mg(z_{sc} \sin\Theta + x_{sc} \cos\Theta) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Przyjmując założenie, że siła ciągu działa w płaszczyźnie symetrii OXZ samolotu wektor ciągu można przedstawić jako:

$$\begin{bmatrix} X_T \\ Z_T \\ M_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \cos\phi_T \\ -T \sin\phi_T \\ T(z_T \cos\phi_T + x_T \sin\phi_T) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Wektor sił i momentów od sił aerodynamicznych można przedstawić w postaci:

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Z_A \\ M_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -X_a \cos\alpha + Z_a \sin\alpha \\ -Z_a \cos\alpha - X_a \sin\alpha \\ M_a \end{bmatrix} \quad (9)$$

gdzie X_a, Z_a, M_a można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} X_a &= qS \left[C_{xa}^{stat}(\alpha, Ma) + \frac{\bar{c}}{2V_\infty} (C_{xa_Q} Q + C_{xa_\alpha} \dot{\alpha}) + C_{xa_{\delta_e}} \delta_e \right] \\ Z_a &= qS \left[C_{za}^{stat}(\alpha, Ma) + \frac{\bar{c}}{2V_\infty} (C_{za_Q} Q + C_{za_\alpha} \dot{\alpha}) + C_{za_{\delta_e}} \delta_e + C_{za_{i_H}} i_H \right] \\ M_a &= qS \bar{c} \left[C_{ma}^{stat}(\alpha, Ma) + \frac{\bar{c}}{2V_\infty} (C_{ma_Q} Q + C_{ma_\alpha} \dot{\alpha}) + C_{ma_{\delta_e}} \delta_e + C_{ma_{i_H}} i_H \right] \end{aligned} \quad (10)$$

Składowe sił i momentów pochodzące od sterowania oraz dodatkowe opory wyznaczone są poza procesem symulacyjnym i uwzględniane jako wielomiany zależne od zmiennych stanu, natomiast obliczenia sił i momentów aerodynamicznych za pomocą metody panelowej umieszczone są wewnątrz procesu symulacyjnego.

4. Model fizyczny i matematyczny opływu.

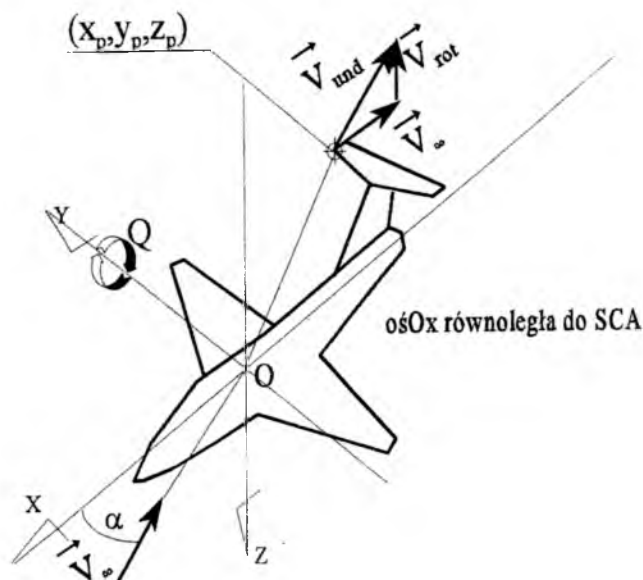
Do obliczenia sił i momentów aerodynamicznych działających na samolot wykorzystano model opływu bazujący na równaniu Laplace'a dla potencjału zaburzeń [3] [4], do którego sprowadza się równanie ruchu płynu po przyjęciu następujących założeń:

- płyn jest nielepki i nieściśliwy,
- brak jest oderwań,
- opływ jest bezwirowy (z wyjątkiem śladu).

Z przyjętych założeń fizycznych wynika, że istnieje potencjał zaburzenia prędkości spełniający równanie Laplace'a:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (11)$$

Przyjęty do obliczeń model samolotu opisany jest jako układ nieskończenie cienkich powierzchni utworzonych przez szkieletowe profile płatów (rys.4).



Rys. 4 Przyjęty układ odniesienia w którym zdefiniowana jest geometria samolotu na potrzeby metody panelowej.

Rozwiązaniem równania Laplace'a jest w takim przypadku rozkład osobliwości na powierzchniach płatów i śladów wirowych. Powierzchnia płatów jest dzielona na dyskretne elementy powierzchniowe. Prędkość całkowita w punkcie P jest wtedy równa sumie całek następującej postaci:

$$\sum_{k=1}^{N_B} \frac{1}{4\pi} \int_{S_\mu} \mu \nabla \left[\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS + \sum_{l=1}^{N_W} \frac{1}{4\pi} \int_{S_\mu} \mu \nabla \left[\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS = \vec{V}(P) - \vec{V}_{und} \quad (12)$$

Każda z całek odpowiada jednemu elementowi powierzchniowemu. Jeżeli założy się postać rozkładu powierzchniowego osobliwości np. rozkład stały - można całki zamienić na iloczyn natężenia osobliwości i współczynnika zależnego od geometrii i położenia danego elementu. Uzupełniając to o warunek brzegowy (w tym przypadku warunek styczności przepływu do powierzchni płatów - warunek Neumanna) zależność można zapisać w postaci:

$$\sum_{k=1}^N \mu_k \vec{W}_{V_{uk}}(P_i) \cdot \vec{n}_i + \sum_{l=1}^{N_W} \mu_l \vec{W}_{V_{ul}}(P_i) \cdot \vec{n}_i = -4\pi \vec{V}_{und} \cdot \vec{n}_i \quad i=1..N \quad (13)$$

lub w postaci macierzowej:

$$[W_\mu][\mu] = RHS \quad (14)$$

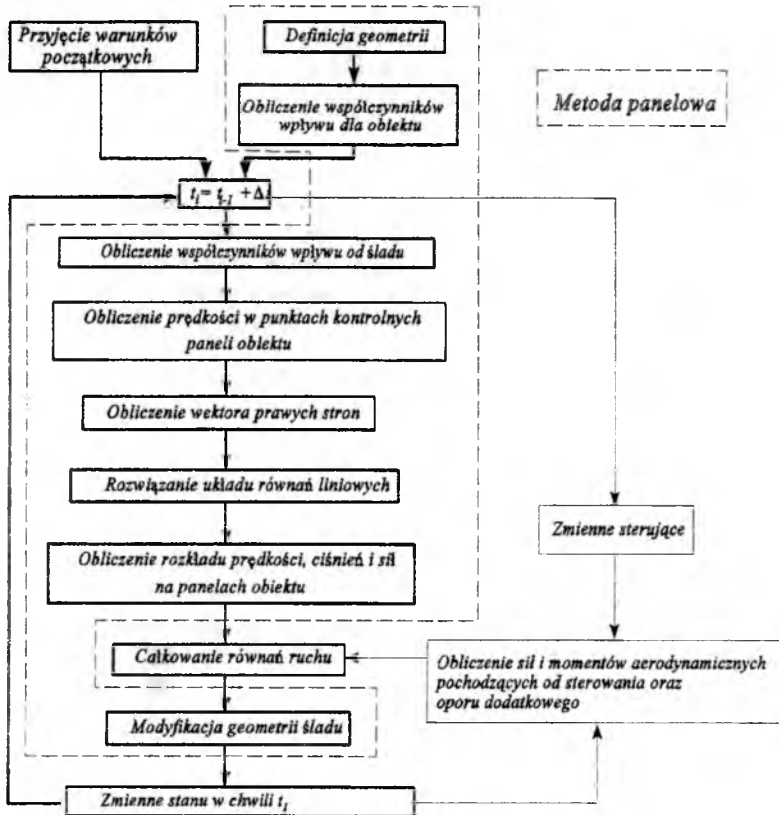
gdzie $[W_\mu]$ jest macierzą współczynników wpływu, $[\mu]$ jest wektorem niewiadomych natężeń osobliwości a RHS jest wektorem prawych stron.

Rozkład osobliwości otrzymany z rozwiązania układu równań, jednoznacznie wyznacza pole prędkości na powierzchni i w obszarze wokół samolotu.

Rozkład ciśnienia obliczono z równania Bernoulliego:

$$C_p = 1 - \frac{Q_c^2}{V_{und}^2} - \frac{2}{V_{und}^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (15)$$

skąd bezpośrednio można wyznaczyć siły i momenty aerodynamiczne działające na samolot. Na rys.5 przedstawiono schemat algorytmu obliczeniowego.



Rys. 5 Schemat algorytmu obliczeniowego.

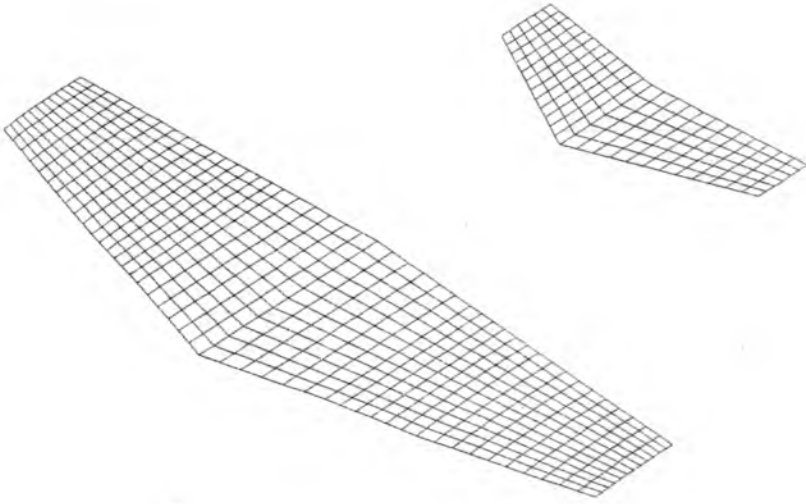
5. Wyniki obliczeń.

Na podstawie przedstawionego powyżej modelu matematycznego został stworzony pakiet obliczeniowy pod nazwą QL-Sym. Jest on rozwinięciem programu do obliczeń charakterystyk aerodynamicznych samolotów za pomocą metod panelowych niskiego rzędu QL-Panel [4]. Modyfikacja programu polegała na zaprogramowaniu niestalonej metody panelowej w procesie symulacji ruchu samolotu, dołączeniu modułu do obliczeń sił i momentów aerodynamicznych pochodzących od sterowania i oporu dodatkowego i zaimplementowaniu procedury całkującej równania ruchu. Program jest napisany w języku Pascal. Do całkowania równań ruchu wykorzystano algorytm Eulera, liczący krokowo wartości wektora $X(t)$ według zależności:

$$X(t + \Delta t) = X(t) + F(X(t), t) \cdot \Delta t \quad (16)$$

Zmienne sterujące mogą być przekazywane do programu w formie plików zawierających dyskretne wartości wychyleń sterów w funkcji czasu lub w sposób programowy.

Obliczenia wykonano dla prostej konfiguracji testowej płat-usterzenie wzorowanej na geometrii samolotu I-22 Iryda (rys.6).



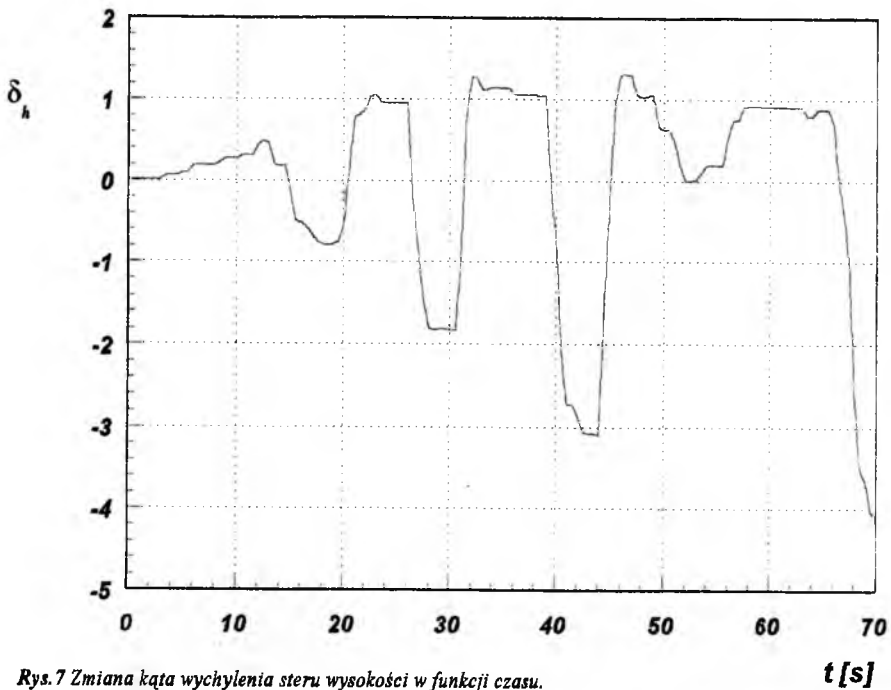
Rys. 6 Geometria przyjętego modelu samolotu

Przeprowadzono numeryczną symulację symetrycznego ruchu samolotu dla danego dyskretnie w funkcji czasu wychylenia steru wysokości. Obliczenia wykonano dla sił wyznaczonych z metody panelowej ze śladem wirowym układającym się wzdłuż toru lotu, charakterystyk uzupełnionych pochodnymi otrzymanymi na drodze badań tunelowych, oraz, dla porównania, metodą linii nośnej (największy stopień uproszczeń metod aerodynamiki numerycznej i najmniejszy koszt obliczeniowy). Wyniki obliczeń porównano z danymi otrzymanymi z rejestratora lotu.

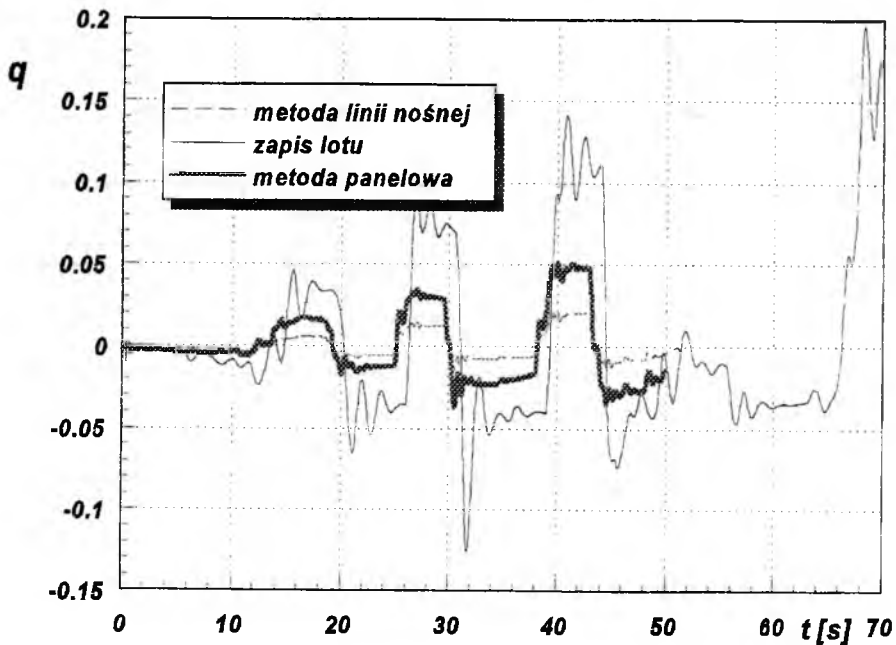
Tabela 1 przedstawia porównanie wybranych pochodnych aerodynamicznych otrzymanych z metody linii nośnej, metody panelowej i charakterystyk będących kombinacją danych z dmuchań tunelowych zweryfikowanych badaniami w locie.

Tab. 1 Porównanie pochodnych aerodynamicznych wyznaczonych za pomocą różnych metod

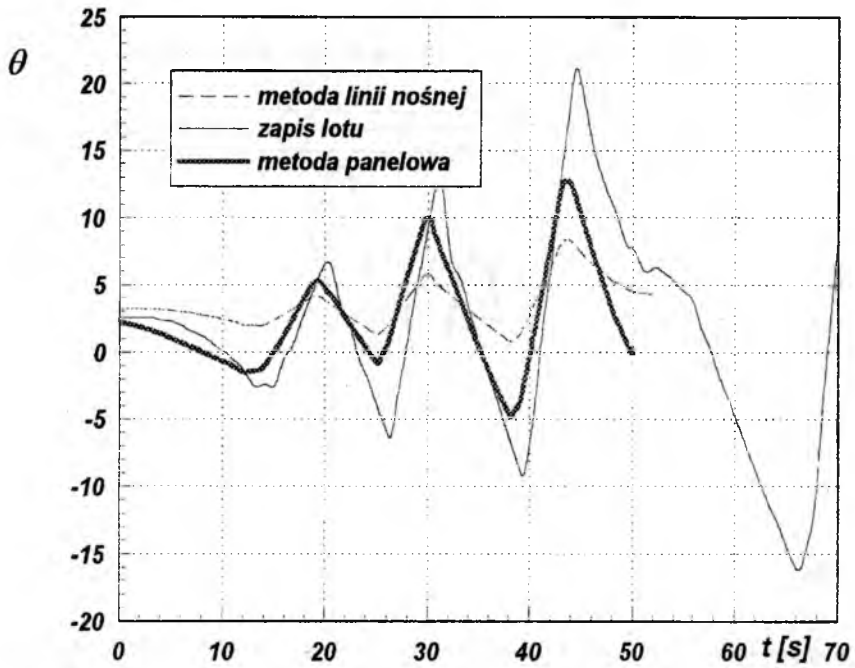
| Pochodna | metoda linii nośnej | metoda panelowa (238 / 700 paneli) | charakterystyki z badań w locie |
|-------------|---------------------|---------------------------------------|------------------------------------|
| Cz_0 | -0.0916 | -0.0702 | -0.0715 |
| Cz_α | 0.0752 | 0.0959 | 0.0968 |
| Cm_0 | 0.1290 | 0.1280 | 0.0272 |
| Cm_α | -0.0566 | -0.0299 | -0.0080 |
| Cz_Q | 10.9100 | 9.0400 | 4.0260 |
| | | 7.4000 | |
| Cm_Q | -7.1530 | -8.3000 | -4.5170 |
| | | -5.8340 | |



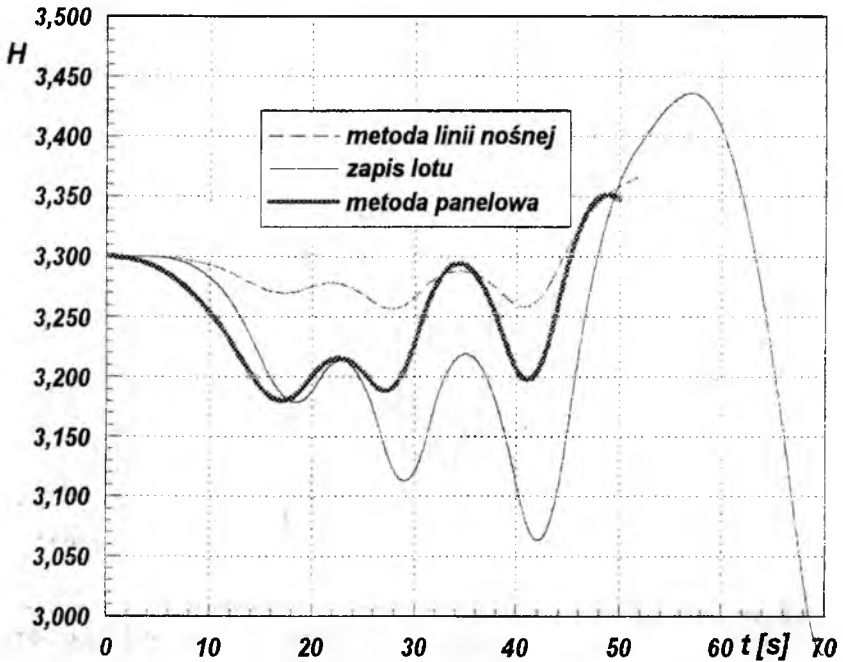
Rys. 7 Zmiana kąta wychylenia steru wysokości w funkcji czasu.



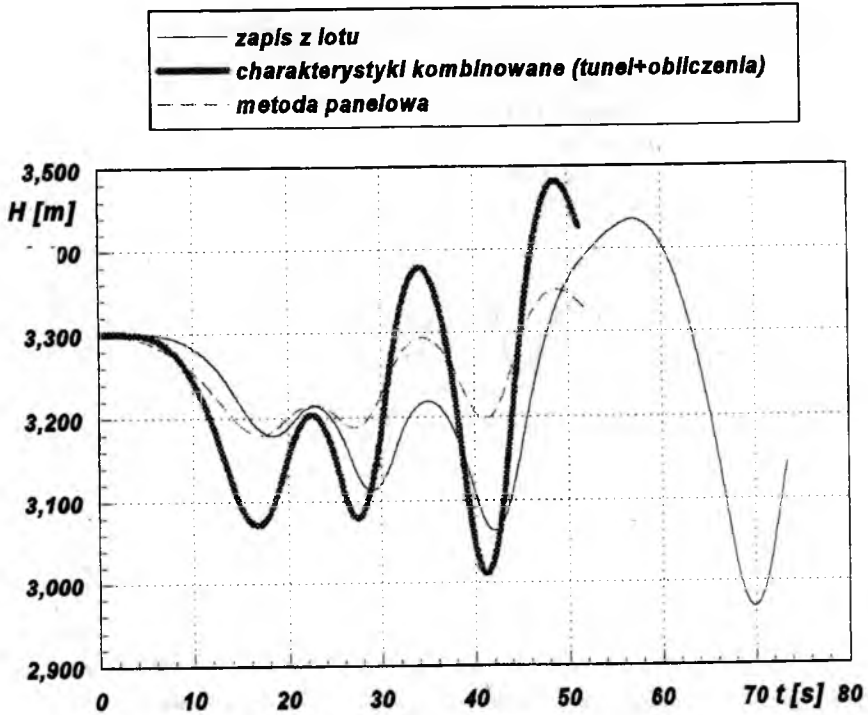
Rys. 8 Prędkość kąta pochylecia w funkcji czasu dla różnych metod liczenia sił aerodynamicznych.



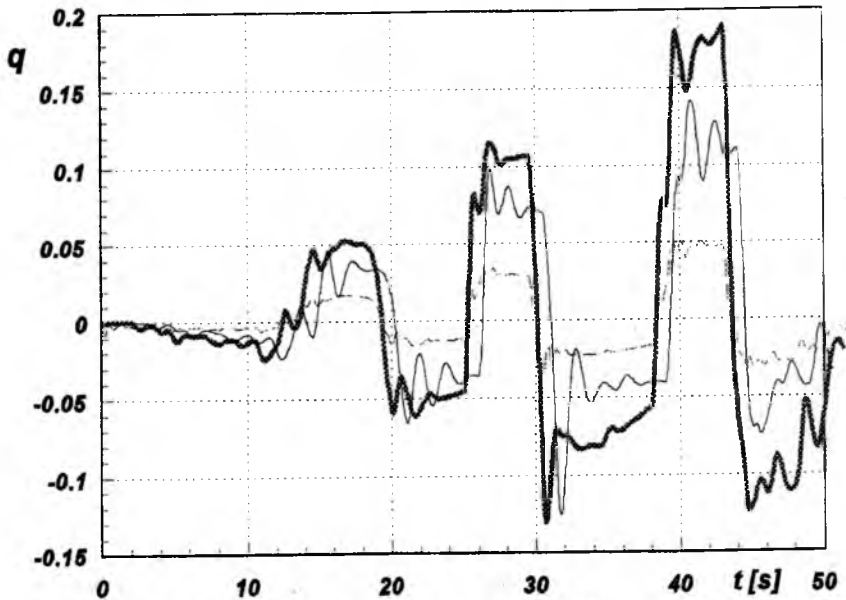
Rys.9 Zmiana kąta pochylecia w funkcji czasu dla różnych metod liczenia sił aerodynamicznych.



Rys.10 Zmiana wysokości lotu dla modeli obliczeniowych wykorzystujących różne warianty liczenia sił.



Rys.11 Zmiana wysokości lotu dla sił liczonych z metody panelowej i charakterystyk kombinowanych.



Rys.12 Zmiana prędkości kątowej pochylania dla warunków jak na rys.11

Wykres na rys.7 przedstawia zmianę kąta wychylenia steru wysokości w funkcji czasu. Wykresy na rys.8-12 przedstawiają przebieg prędkości kątowej pochylenia, zmianę wysokości lotu i kąta pochylenia samolotu dla różnych wariantów obliczeń.

6. Podsumowanie

Do przykładowych obliczeń wykorzystano bardzo uproszczony model obliczeniowy (pominięto wpływ kadłuba, ślad wirowy niedokształcalny, dyskretyzacja geometrii małą liczbą paneli). Wynikiem tego są pewne rozbieżności wyników otrzymanych z metody panelowej w porównaniu z charakterystykami otrzymanymi z badań w locie (rys.8-12). Jak widać z tab.1 wartości Cz_0 i Cz_4 zostały wyznaczone ze zdecydowanie lepszą dokładnością niż za pomocą metody linii nośnej. Duża różnica wyników dla Cm_0 i Cm_4 wynika przede wszystkim z faktu pominięcia w obliczeniach kadłuba. Praca [4] wykazuje, że po zamodelowaniu kadłuba wyniki obliczeń i charakterystyki pomierzone zgadzają się z dokładnością 5-10%. Na pochodne zależne od prędkości kątowej (ostatnie dwa wiersze tab.1) największy wpływ ma gęstość dyskretyzacji powierzchni samolotu (zamieszczono wyniki dla 238 i 700 paneli) oraz kadłub. Przyjęcie odkształcalnego śladu pozwoliłoby uwzględnić wpływ zmiany parametrów ruchu (np. prędkości i kąta natarcia) w czasie na siły i momenty aerodynamiczne działające na samolot

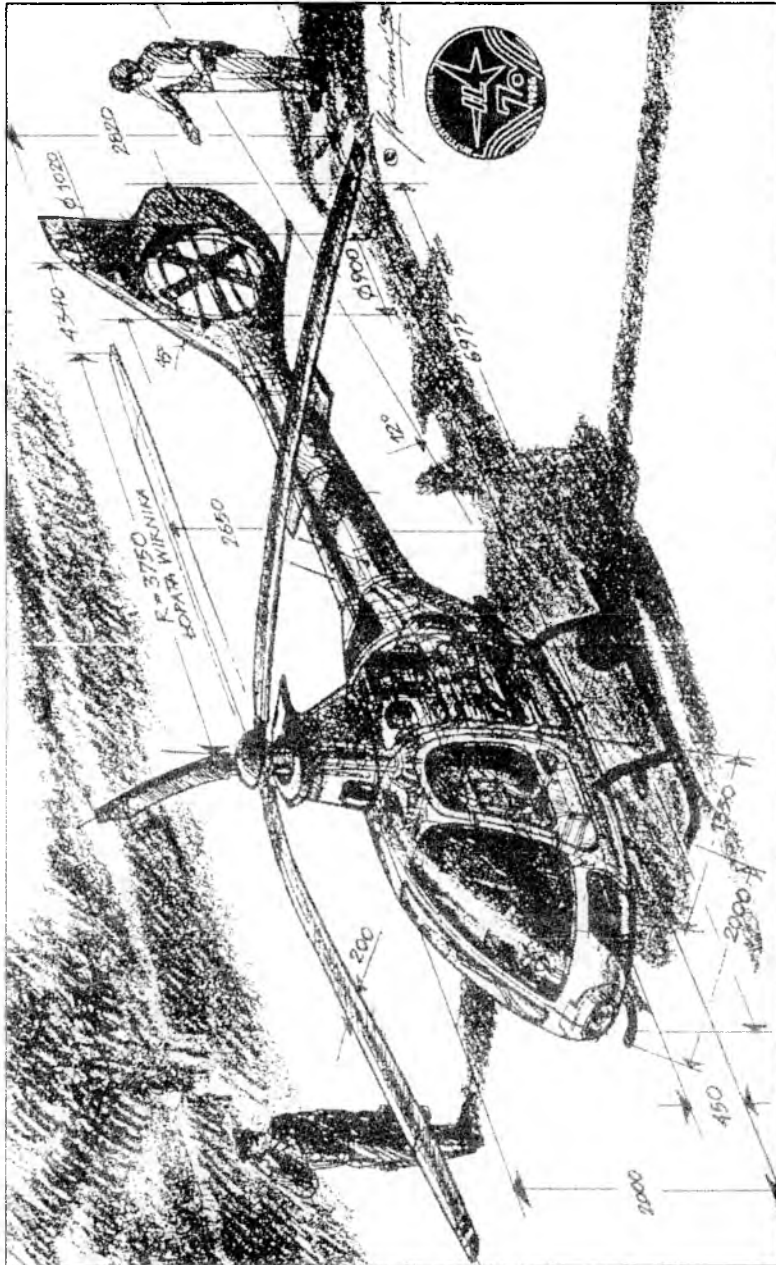
Wydaje się, że zaistniałe w niektórych przypadkach obliczeniowych rozbieżności będzie można zmniejszyć po przyjęciu bardziej skomplikowanego modelu samolotu będącego kompromisem między dokładnością obliczeń a kosztem obliczeniowym (w pełni zamodelowana geometria z kadłubem i ew. odkształcalny ślad).

Literatura

1. ESDU (Engineering Sciences Data Unit), Aerodynamics Sub-Series. Royal Aeronautical Society, 251-259 Regent Street, London W1R 7AD, ENGLAND;
2. FIECKE.D., *DIE BESTIMMUNG DER FLUGZEUGPOLAREN FUR ENTWURFZWECKE, I TEIL: UNTERLAGEN BERICHT 15*, Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt E.V., Westdeutscher Verlag, Koeln und Opladen 1956 (DVL)
3. KATZ J.L., PLOTKIN A., *Low-Speed Aerodynamics, From Wing Theory to Panel Methods*, McGraw-Hill, Inc., New York 1991;
4. Praca zbiorowa pod kierunkiem dr hab. inż. Z.GORAJA, *Badanie stateczności ruchu złożonych konfiguracji aerodynamicznych*, sprawozdanie z realizacji grantu KBN nr 9 S604 028 04, niepublikowana, Instytut Lotnictwa, Warszawa 1996;
5. GORAJ Z., *Obliczenia sterowności, równowagi i stateczności samolotu w zakresie podd'więkowym*, skrypt, Politechnika Warszawska, Warszawa 1984;
6. MARYNIAK J., *Ogólny model matematyczny sterowanego samolotu*, Materiały Konferencji Mechanika w Lotnictwie ML-V 1992, Wydawnictwo Polskiego Towarzystwa Mechaniki Technicznej i Stosowanej, Warszawa 1992;

Praca została wykonana w ramach projektu badawczego KBN nr 9 T12C 006 08.

INSTYTUT LOTNICTWA



SMIGŁOWIEC
DWUMIEJSKOWY IS-2

INSTYTUT LOTNICTWA, WARSZAWA

KOMPATYBILNOŚĆ SYMULATORÓW LOTU I SYMULATORÓW NAPROWADZANIA ORAZ KONTROLI RUCHU LOTNICZEGO

prof. dr hab. inż. Jerzy Lewitowicz
dr inż. Zbigniew Zagdański

Institut Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa

Streszczenie

W pracy przedstawiono symulatory lotu i kierowania ruchem lotniczym użytkowane na terytorium Polski. Podano efekty uzyskane dzięki zastosowaniu tych urządzeń i warunki ich kompatybilności.

1. WSTĘP

W procesie eksploatacji statków powietrznych (SP) podstawowe znaczenie mają symulatory lotu, naprowadzania oraz kontroli ruchu lotniczego. Zastosowanie tych urządzeń w procesie treningu pozwoliło znacznie obniżyć koszt szkolenia przy radykalnej poprawie bezpieczeństwa lotów. W Polsce eksploatowane są następujące urządzenia [2,13]:

- IAPETUS (symulator lotu o 6 stopniach swobody samolotu TS-11 ISKRA) [4],
- KTS-4K (stacjonarny symulator lotu samolotu MiG-21 Bis, zbliżony do klasy urządzeń *weapon system trainer*) [5],
- TS-11 (stacjonarny symulator lotu samolotu TS-11 ISKRA, pośredni pomiędzy klasą *weapon system trainer* a symulatorami kompleksowymi) [7],
- PZL-130 (stacjonarny symulator lotu samolotu PZL-130 ORLIK, pośredni pomiędzy klasą *weapon system trainer* a symulatorami kompleksowymi) [6],
- symulator kierowania cywilnym ruchem lotniczym IKS-80 [2,8,13],
- symulator naprowadzania i kierowania wojskowym ruchem lotniczym SN-79 [2,8,13].

Według analiz ekonomicznych [2,13] każda złotówka zainwestowana w budowę urządzeń symulacyjnych daje około 300 złotych oszczędności wymiernych kosztów eksploatacji systemu lotniczego. Wazące są również oszczędności kosztów niewymiernych, głównie w postaci zdrowia i życia ludzkiego oraz ekologii [13].

Warunkiem efektywności tych urządzeń jest poprawne modelowanie właściwości symulowanych SP (dynamiki ruchu, procesów sterowania i eksploatacyjnych) [1,10,13]. O ocenie jakości modelowania decyduje wynik analizy korelacji charakterystyk (i ich pochodnych) urządzenia i rzeczywistego SP (1) w czasie $\llbracket P(\tau_p) \rrbracket$: sterowania $\delta_i(\tau_p)$, współrzędnych liniowych $X_i(\tau_p)$ i katowych $\Phi_i(\tau_p)$, prędkości (liniowych i katowych) $V(\tau_p)$, $\Omega_i(\tau_p)$, kątów (natarcia, ślizgu i toru) $\alpha^i(\tau_p)$, $\beta^i(\tau_p)$, $\gamma^i(\tau_p)$, prędkości katowych zespołów napędowych $\omega^i(\tau_p)$, wydatków paliwa $\zeta^i(\tau_p)$, wielkości charakteryzujących stan: zespołów napędowych $\xi^i(\tau_p)$, płatowca $\lambda^i(\tau_p)$, instalacji pokładowych $\mu^i(\tau_p)$, lokalnych parametrów drgań konstrukcji płatowca $x_i^i(\tau_p)$, i innych - dla identycznych parametrów środowiska $p_H(\tau_p)$, $T_H^i(\tau_p)$, $\chi(\tau_p)$, w którym odbywa się ruch SP [1,9,13].

$$\llbracket P(\tau_p) \rrbracket = \llbracket \delta_i(\tau_p), \dot{\delta}_i(\tau_p), \ddot{\delta}_i(\tau_p), X(\tau_p), \dot{X}(\tau_p), \ddot{X}(\tau_p), \Phi(\tau_p), \dot{\Phi}(\tau_p), \ddot{\Phi}(\tau_p), \Omega_i(\tau_p), \dot{\Omega}_i(\tau_p), \ddot{\Omega}_i(\tau_p), p_H(\tau_p), T_H^i(\tau_p), m(\tau_p), \alpha^i(\tau_p), \dot{\alpha}^i(\tau_p), \ddot{\alpha}^i(\tau_p), \beta(\tau_p), \dot{\beta}^i(\tau_p), \ddot{\beta}^i(\tau_p), \gamma(\tau_p), \dot{\gamma}(\tau_p), \ddot{\gamma}(\tau_p), \omega^i(\tau_p), \dot{\omega}^i(\tau_p), \ddot{\omega}^i(\tau_p), x^i(\tau_p), \dot{x}^i(\tau_p), \ddot{x}^i(\tau_p), \chi(\tau_p), \zeta^i(\tau_p), \xi^i(\tau_p), \lambda^i(\tau_p), \mu^i(\tau_p), \dots \rrbracket \quad (1)$$

2. SYMULATORY LOTU

Schemat funkcjonalny symulatora lotu pokazano na rys. 1. O jakości symulatora lotu decydują:

- postać modelu fizycznego SP jako bryły, modele fizyczne jego wyposażenia, postać i zakres modelu zjawisk fizycznych występujących w otoczeniu SP (środowisku) [1,8,10,12,13],
- postać matematyczna modelu (w tym sposób określenia położenia przestrzennego) [1,8,10,12,13],
- rodzaj i dokładność metod numerycznych, rodzaj hardware'u i software'u maszyn matematycznych zasosowanych w symulatorze [13],
- rodzaj i dokładność metod i aparatury pomiarowej stosowanej przy określeniu charakterystyk SP i badaniach symulatora [13].

Postać modelu fizycznego decyduje o możliwej do osiągnięcia dokładności modelu w sensie jakości odwzorowania rzeczywistych zjawisk. Przykładowo, model fizyczny wojskowego SP (około- i naddźwiękowego) może być z zadowalającą dokładnością przedstawiony jako bryła sztywna o liczbie stopni swobody: $6 + (\text{liczba zespołów napędowych} \cdot \text{liczba wałów w napędzie}) + \text{liczba ruchomych elementów konfiguracji płatowca}$. O dokładności

określenia położenia przestrzennego symulowanego SP decyduje postać związków kinematycznych. O poprawności odwzorowania niektórych zjawisk decyduje postać sił i momentów aerodynamicznych, a szczególnie ich zależność od przyspieszeń liniowych i kątowych. Dla zagadnień modelowania ruchu o silnej dynamice zależności te powinny być uwzględnione, ponieważ pominięcie ich prowadzi do powstawania narastających w czasie błędów określenia kinematyki i dynamiki modelu (2-4) symulowanego obiektu.

$$[A] \ddot{X} + [B] \dot{X} + [C] = [F] (X, \dot{X}, \dots, \alpha, \dot{\alpha}, \dots, \delta, \dot{\delta}, \dots, \Omega, \dot{\Omega}, \dots, \rho, \dots) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(u, v, w, \phi, \theta, \psi) \\ \dot{y} &= f(u, v, w, \phi, \theta, \psi) \\ \dot{z} &= f(u, v, w, \phi, \theta, \psi) \\ \dot{\phi} &= f(P, Q, R, \phi, \theta, \psi) \\ \dot{\theta} &= f(P, Q, R, \phi, \theta, \psi) \\ \dot{\psi} &= f(P, Q, R, \phi, \theta, \psi) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \rho &= f(x, y, z, T, V) \\ p &= f(x, y, z, T, \rho, V) \\ T &= f(x, y, z, V) \\ \mu &= f(x, y, z, T, \rho) \\ V_w &= f(x, y, z, T, \rho, \tau) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\delta_w = f(u, v, w, x, y, z, \rho, p, \tau)$$

$$\delta_{(H, V, L, T, HA, pd, pw, i, n)} = f(X, \dot{X}, \dots, \Delta, \dot{\Delta}, \dots, V, \dot{V}, \dots, \Omega, \dot{\Omega}, \dots, \Phi, \dot{\Phi}, \dots, N, I, \tau) \quad (4)$$

gdzie:

$[A], [B], [C], [F]$ - macierze

$X, \dot{X}, \dots, \alpha, \dot{\alpha}, \dots, \delta, \dot{\delta}, \dots, \Omega, \dot{\Omega}, \dots, \rho$ - parametry charakterystyczne (kinematyczne i dynamiczne)

$u, v, w, \phi, \theta, \psi$ - prędkości liniowe i kąty położenia przestrzennego

$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ - pochodne współrzędnych liniowych i kątów

P, Q, R - prędkości kątowe

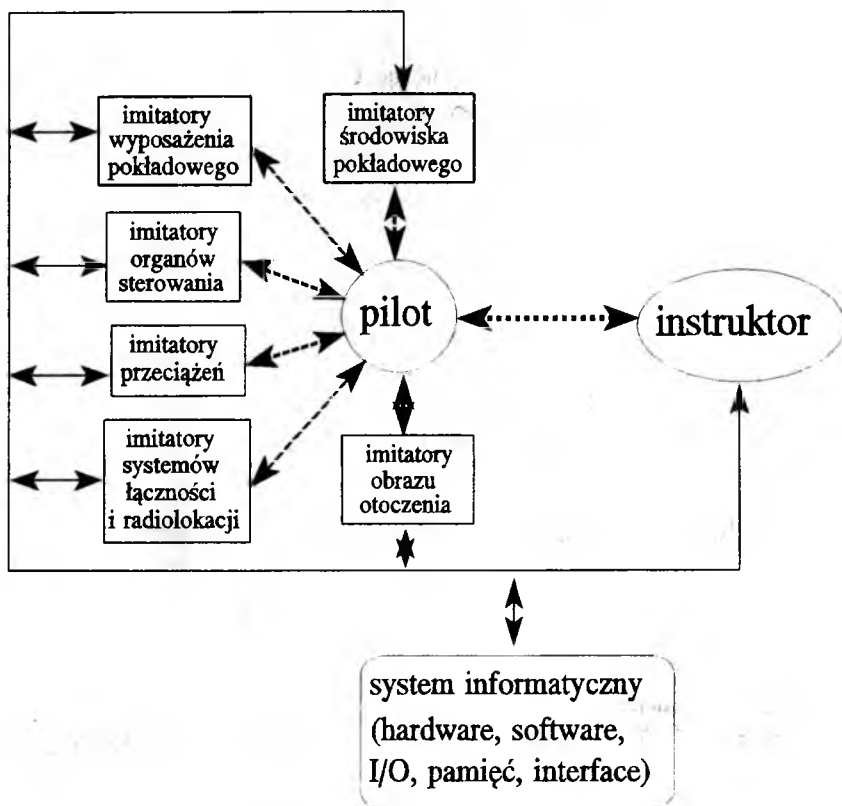
$\rho, T, p, \mu, V_w, \delta_w$ - parametry środowiska

$\delta_{(H, V, L, T, HA, pd, pw, i, n)}$ - parametry sterowania

$X, \dot{X}, \dots, \Delta, \dot{\Delta}, \dots, V, \dot{V}, \dots, \Omega, \dot{\Omega}, \dots, \Phi, \dot{\Phi}, \dots, N, I$ - parametry charakterystyki
 τ - czas

Funkcjonowanie symulatora jest bezpośrednio uzależnione od **średniej** mocy obliczeniowej jego systemu informatycznego (maszyny matematycznej), a w tym od następujących parametrów [11,13,15]:

- hardware'u: rodzaju procesora, częstotliwości zegara, struktury hardware'u, szyny danych, wielkości i struktury pamięci operacyjnej, długości słowa maszynowego,
- software'u: systemu operacyjnego, obsługi *wejścia-wyjścia*, aplikacji metod numerycznych, języka programowania.



Rysunek 1 Schemat funkcjonalny symulatora lotu

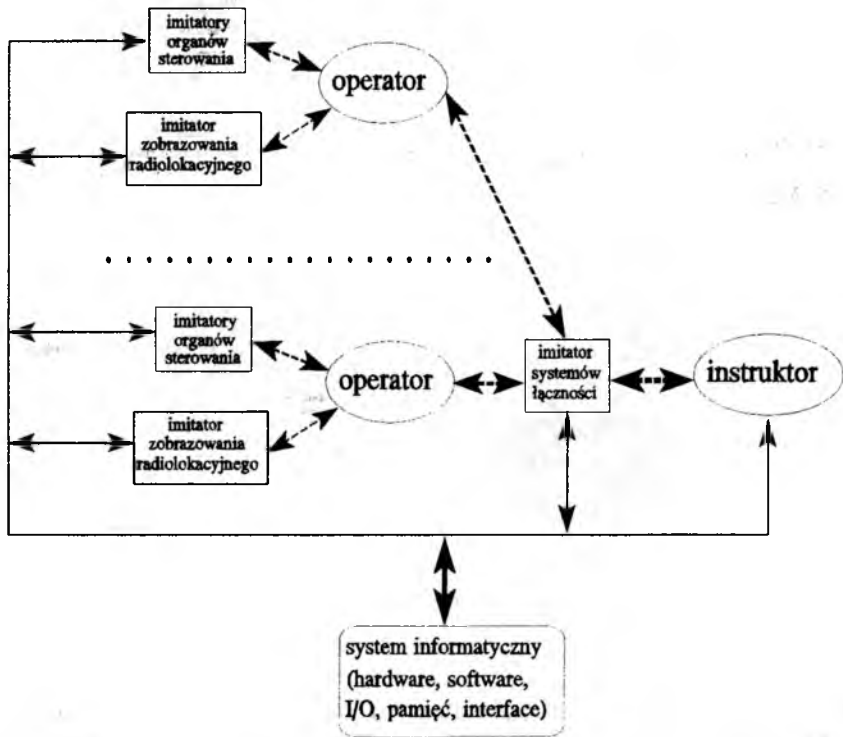
Od rodzaju i struktury systemu informatycznego uzależniona jest również możliwość współpracy tych urządzeń z innymi typami symulatorów i tak:

- symulator IAPETUS (dedykowana sieć informatyczna 14 komputerów o sztywnej strukturze) może współpracować z innymi urządzeniami wyłącznie poprzez specjalizowane interface [4],

- KTS-4K (o strukturze jak wyżej) wymaga identycznych jak IAPETUS urządzeń współpracy [5],
- TS-11 i PZL-130 (UNIX-owa, wieloprocesorowa sieć informatyczna czasu rzeczywistego) mogą współpracować z innymi symulatorami poprzez transmisję sygnałów w sieci ETHERNET [6,7].

3. SYMULATORY NAPROWADZANIA I KONTROLI RUCHU LOTNICZEGO

Schemat funkcjonalny symulatora pokazano na rys. 2.

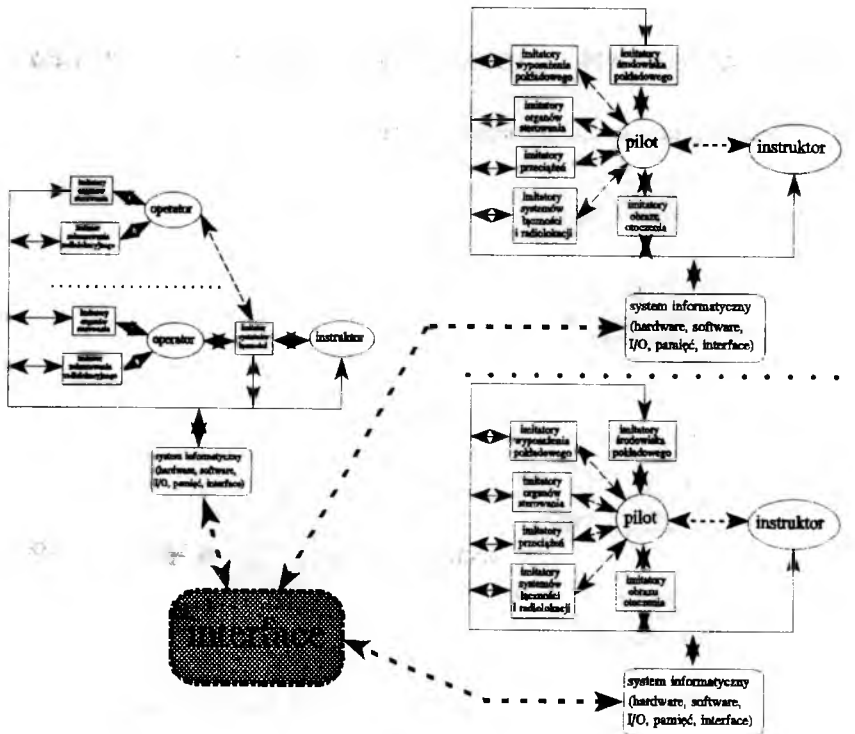


Rysunek 2 Schemat funkcjonalny symulatora kierowania ruchem lotniczym (naprowadzania)

Symulatory naprowadzania i kontroli ruchu lotniczego są funkcjonalnie tożsame. Imitują sytuację powietrzną i zobrazowują ją na ekranach typowych wskaźników radiolokacyjnych. Ponadto imitują tło akustyczne towarzyszące tej sytuacji. Mogą składać się z jednego modułu (na przykład operatora naprowadzania) lub stanowić zespół współpracujących modułów, imitujący kompleksowe stanowisko kierowania ruchem lotniczym [2,3,8,11,13,15,16]. Ze względu *a priori* na założoną strukturę sieciową możliwa jest współpraca tych urządzeń z innymi typami symulatorów.

4. WARUNKI KOMPATYBILNOŚCI SYMULATORÓW

Schemat funkcjonalny współpracy symulatora kierowania ruchem lotniczym (naprowadzania) i symulatorów lotu pokazano na rys. 3.



Rysunek 3 Schemat funkcjonalny współpracy symulatora kierowania ruchem lotniczym (naprowadzania) i symulatorów lotu

Interfejs występujący w tej strukturze może być zarówno urządzeniem hardware'owym jak i odpowiednim softwarem. Jeżeli założymy zgodność hardware'ową współpracujących urządzeń (może to być osiągnięte zarówno poprzez *a priori* założoną strukturę systemów informatycznych jak i poprzez dodatkowe specjalizowane urządzenia dopasowujące standard komunikacyjny), to można określić niezbędne i wystarczające warunki ich kompatybilności. Symulatory są kompatybilne, jeżeli:

- podstawą tych urządzeń są identycznie określone pod względem dynamiki ruchu i sterowania modele matematyczne ruchu symulowanych obiektów,
- modele matematyczne ruchu symulowanych obiektów korzystają z identycznych macierzy charakterystyk aerodynamicznych i dynamicznych,
- zastosowano identyczne modele procedur funkcjonowania symulowanych obiektów.

Podane tutaj warunki kompatybilności mają istotny wpływ na efekty ekonomiczne przedsięwzięcia, którego celem jest sieć symulatorów lotu oraz kierowania ruchem lotniczym. Poszczególne urządzenia umożliwiają trening pojedynczych operatorów. Sieć daje dodatkowo możliwość treningu zespołu, tworząc nową jakość treningu lotniczego [14]. Kompatybilność osiągnięta na poziomie software'u daje o rząd wielkości niższy koszt tworzenia sieci niż zgodność wymuszona na poziomie hardware'owych interface i co za tym idzie nie w pełni wykorzystująca potencjalne możliwości każdego z elementów składowych systemu.

5. PODSUMOWANIE

Zastosowanie w procesie eksploatacji statków powietrznych symulatorów lotu, naprowadzania oraz kontroli ruchu lotniczego pozwoliło znacznie obniżyć koszt szkolenia przy radykalnej poprawie bezpieczeństwa lotów. Warunkiem efektywności tych urządzeń jest poprawne modelowanie właściwości symulowanych SP. Współpraca tych urządzeń tworzy nową jakość treningu lotniczego, dając możliwość treningu zespołu. Współpraca możliwa jest poprzez specjalizowane hardware'owe interface lub poprzez software'ową sieć informatyczną. Kompatybilność osiągnięta na poziomie software'u daje o rząd wielkości niższy koszt tworzenia sieci niż zgodność wymuszona na poziomie hardware. Spełnienie warunków software'owej kompatybilności ma istotny wpływ na efekty ekonomiczne funkcjonowania sieci symulatorów.

6. LITERATURA

1. B. E. ETKIN., *"Dynamics of Atmospheric Flight"*, John Willey and Sons Inc., New York, London, Sydney, Toronto, 1972.
2. H. GAJEWSKI. *"Lotnicze systemy szkoleniowe"*. Przegląd Wojsk Lotniczych i Obrony Powietrznej. Warszawa, luty, 1994,
3. Jane's Military Training Systems 1993-94,
4. Kompleksowy symulator lotu IAPETUS. Opis techniczny. ZIW PZL Warszawa-Okęcie, Warszawa, 1991,
5. Kompleksowy symulator lotu KTS-4K. Opis techniczny. ZIW PZL Warszawa-Okęcie, Warszawa, 1991,
6. Kompleksowy symulator lotu samolotu PZL-130 ORLIK. Opis techniczny. MP-PZL AI Ltd., Warszawa, 1995,
7. Kompleksowy symulator lotu samolotu TS-11 ISKRA. Opis techniczny. IDS-PZL AI Ltd., Warszawa, 1993,

8. J. LEWITOWICZ. *"Pilot's training simulators, guidance and air traffic control simulators"*, In Proceeding of MILICON '95 Conference in Abu Dhabi, pp. 696-719,
9. J. MARYNIAK., *"Dynamiczna teoria obiektów ruchomych"*, Warszawa, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, 1979,
10. J. MARYNIAK. *"Zagadnienia symulacji lotu na symulatorach lotniczych - samolot, człowiek, symulator"*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, 28, 3-4, 1990,
11. Materiały naukowo-techniczne firm: McDonell-Douglas Inc., Boeing Inc., Hughes, SOGITEC, International Aerospace Ltd., SIEMENS, CAE, Thompson CSF, Royal Aeronautical Society, Aeronautical Institute of Sweden, (1986 - 1995) oraz materiały techniczne firm: Silicin Graphics Inc., CRAY Research Inc., Helwett-Packard Inc., ATM Inc., (11. 1993 - 02 1996,
12. Z. ZAGDAŃSKI., *"Model matematyczny dynamiki ruchów przestrzennych samolotu niepełnosprawnego w dowolnej konfiguracji przestrzennej"*, Informator ITWL, 279/1986, ITWL, Warszawa, 1986.
13. Z. ZAGDAŃSKI., *"Stany awaryjne statków powietrznych"*, Wydawnictwo ITWL, Warszawa, 1995,
14. Z. ZAGDAŃSKI. *"System szkolenia personelu latającego i obsługi technicznej śmigłowców wojskowych. Propozycja"*. III Ogólnopolska Konferencja Naukowa "Systemy satelitarne i symulacyjne w Lotnictwie" w WOSL Dęblin (Akademia Obrony Narodowej - Wyższa Oficerska Szkoła Lotnicza) 30.06 - 01.07.1994,
15. Z. ZAGDAŃSKI. *"Systemy symulacyjne Sił Powietrznych RP. Dostępność technologii, perspektywa"*. III Ogólnopolska Konferencja Naukowa "Systemy satelitarne i symulacyjne w Lotnictwie" w WOSL Dęblin (Akademia Obrony Narodowej - Wyższa Oficerska Szkoła Lotnicza) 30.06 - 01.07.1994,
16. Z. ZAGDAŃSKI. *"Systemy symulacyjne Sił Powietrznych Rzeczypospolitej po 2000 roku. Perspektywa"*. Konferencja "Siły Powietrzne Rzeczypospolitej Polskiej - 2000". Akademia Obrony Narodowej. Warszawa. 29.03.1994.

UNIWERSALNY MODEL SYMULACYJNY DYNAMIKI LOTU STEROWANEGO STATKU POWIETRZNEGO Z KSZTAŁTOWANYMI WŁASNOŚCIAMI LOTNYMI

doc. dr hab. inż. Jerzy MANEROWSKI
mgr inż. Franciszek ZGRZYWA
mgr inż. Sławomir KRAJNIEWSKI

Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa

Streszczenie

Praca dotyczy opracowania modelu symulacyjnego dynamiki lotu sterowanego statku powietrznego z kształtowanymi własnościami lotnymi. Zawiera ona podstawowe równania ruchu obiektu z wykorzystaniem przecięciań oraz zależności kinematyczne prędkości liniowych i kątowych. Zamieszczono przykładowe wyniki obliczeń.

1. Wstęp

Problemy modelowania dynamiki lotu statków powietrznych rozpatrywane są w szeregu pracach (między innymi w: [1, 2, 3, 4]). W wymienionych pracach, w równaniach ruchu statków powietrznych, wykorzystuje się bezpośrednio charakterystyki aerodynamiczne, jako funkcje parametrów lotu i sterowania. W niniejszej pracy, w przeciwieństwie do ww. do modelowania dynamiki lotu statków powietrznych wykorzystano równania zwrotności. W tych równaniach cechy statku powietrznego opisują charakterystyki zwrotności. Nadmienić należy, że równania i charakterystyki zwrotności są powszechnie wykorzystywane w procedurach obróbki wyników badań w locie.

Przeznaczeniem wymienionego modelu są głównie symulatory szkolenia załóg kierowania ruchem lotniczym jak również symulatory służące do zobrazowania pola walki. W tych symulatorach wymagane jest aby statki powietrzne odwzorowywały rzeczywiste obiekty, będące aktualnie na wyposażeniu lotnictwa, jak również od nich odbiegały. Symu-

lowanie tego drugiego typu charakterystyk osiągowych i manewrowych wykorzystuje się głównie do celów szkolenia, a osiąga się je na drodze odpowiedniego (w zależności od potrzeb szkolenia) kształtowania.

Charakterystyki zwrotności określają zależności: wektora przeciążenia \underline{n} i prędkości kątowej $\underline{\dot{\kappa}}$ od parametrów lotu i czasu. Czas rozumiany jest tu jako parametr, w którym może być uzyskana określona wartość przeciążenia lub prędkości kątowej statku powietrznego,

$$\underline{n} = \underline{f}(Ma, h, t, \dots), \quad (1)$$

$$\underline{\dot{\kappa}} = \underline{f}(Ma, h, t, \dots), \quad (2)$$

gdzie:

$$\underline{n} = [n_x, n_y, n_z]^T, \quad (3)$$

$$\underline{\dot{\kappa}} = [\dot{\kappa}, \dot{\vartheta}, \dot{\varepsilon}]. \quad (4)$$

2. Równania ruchu

Stosując podstawowe zasady mechaniki, przedstawiono wyprowadzone równania zwrotności [3]. Równania te posiadają następujące postaci (rys. 1):

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\vartheta} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \underline{\underline{E}}_V \underline{\underline{E}}_t \underline{\underline{E}}^T \begin{bmatrix} n_{xx} \\ n_{yy} \\ n_{zz} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

gdzie:

$$\underline{\underline{E}}_V = g \begin{bmatrix} 1 & & \\ & \frac{1}{V_0} & \\ & & \frac{1}{V_0 \cos \vartheta} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\underline{\underline{E}}_t = \begin{bmatrix} \cos \vartheta \cos \varepsilon & \cos \vartheta \sin \varepsilon & -\sin \vartheta \\ -\sin \vartheta \cos \varepsilon & -\sin \vartheta \sin \varepsilon & -\cos \vartheta \\ \sin \varepsilon & \cos \varepsilon & \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} \cos \Psi \cos \Theta & \sin \Psi \cos \Theta & -\sin \Theta \\ \cos \Psi \sin \Theta \sin \Phi + \sin \Psi \sin \Theta \sin \Phi + \cos \Theta \sin \Phi \\ -\sin \Psi \cos \Phi & +\cos \Psi \cos \Phi & \\ \cos \Psi \sin \Theta \cos \Phi + \sin \Psi \sin \Theta \cos \Phi + \cos \Theta \cos \Phi \\ +\sin \Psi \sin \Phi & -\cos \Psi \sin \Phi & \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Natomiast wektor $\begin{bmatrix} n_{xx} \\ n_{yy} \\ n_{zz} \end{bmatrix}$ zależy jest od przeciężenia: n_x , n_y i n_z , oraz kątów pochylecia i przechylecia statku powietrznego.

gdzie:

$$\begin{aligned} n_{xx} &= n_x - \sin \Theta, \\ n_{yy} &= -n_y + \cos \Theta \sin \Phi, \\ n_{zz} &= -n_z + \cos \Theta \cos \Phi. \end{aligned} \quad (9)$$

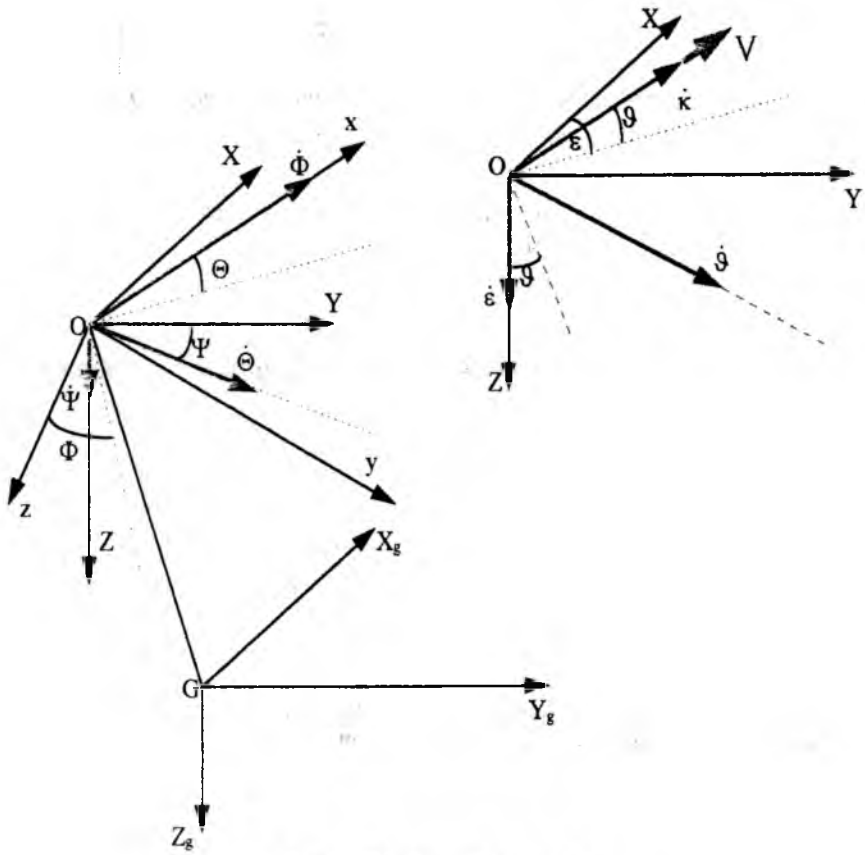
Do określenia kąowego położenia statku powietrznego zastosowano prędkości kątowe Eulera, powszechnie stosowane w mechanice,

$$\begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = \underline{\underline{E}} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}, \quad (10)$$

Niżej podana zależność opisuje liniowe współrzędne przestrzennego położenia statku powietrznego.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = V_0 \begin{bmatrix} \cos \vartheta \cos \varepsilon \\ \cos \vartheta \sin \varepsilon \\ \sin \vartheta \end{bmatrix}. \quad (11)$$

W rozważaniach rozpatruje się zależności pomiędzy $\dot{\kappa}$, $\dot{\vartheta}$, $\dot{\varepsilon}$ a prędkościami kąowymi w układzie współrzędnych związanym z ziemią OXYZ (rys. 1).



Rys.1. Układy współrzędnych

gdzie:

$$\begin{bmatrix} \dot{\kappa} \\ \dot{\vartheta} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} = \underline{\underline{E_g^{-1}}} \begin{bmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \end{bmatrix} \quad (12)$$

Relacje pomiędzy prędkościami kątowymi w układzie związanym z obiektem, a prędkościami kątowymi $\dot{\kappa}$, $\dot{\vartheta}$, $\dot{\epsilon}$, określają związki:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \underline{\underline{E E_g}} \begin{bmatrix} \dot{\kappa} \\ \dot{\vartheta} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} \quad (13)$$

gdzie:

$$\underline{E_g} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon & 0 \\ \cos \vartheta \sin \varepsilon & \cos \varepsilon & 0 \\ -\sin \vartheta & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

3. Przykładowe wyniki

Związki przedstawione w pkt. 2 wykorzystano do opracowania programu komputerowego dynamiki lotu statku powietrznego. Znajomość charakterystyk zwrotności oraz zastosowane prawa sterowania, pozwoliły na wyznaczenie parametrów ruchu statku powietrznego. W programie komputerowym zastosowano niżej przedstawione podejście do opisu charakterystyk zwrotności.

Przykładowo współczynnik przeciążenia podłużnego n_x jest sumą współczynników od oporu aerodynamicznego (indeks a) i od ciągu zespołu napędowego statku powietrznego (indeks s):

$$n_x = n_{xa} + n_{xs} \quad (15)$$

Przeciążenie podłużne n_{xa} wywodzące się od ciągu zespołu napędowego jest funkcją barometrycznej wysokości lotu, liczby Macha, jak również nastawy ciągu (zakresu pracy zespołu napędowego), która w programie może przyjmować wartości (w zależności od potrzeb) od 0 do 100%

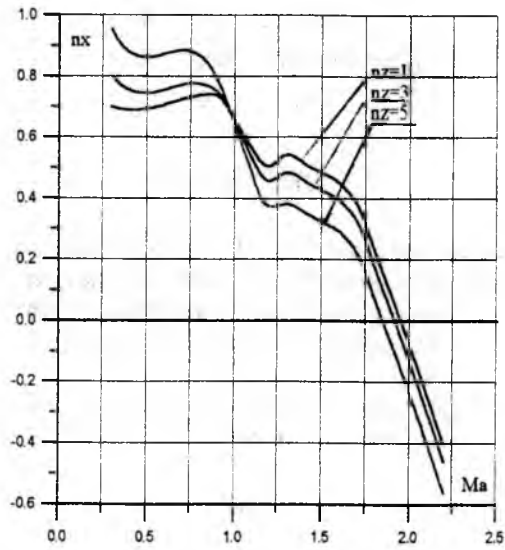
Zależność rozporządzalnego przeciążenia podłużnego od liczby Macha dla różnych przeciążeń normalnych, przy nastawie ciągu wynoszącej 100%, otrzymana wg wyżej pokazanego sposobu (dla jednego z samolotów eksploatowanych w Polsce) została przedstawiona na rys. 2.

Przeciążenia normalne n_z w funkcji liczby Macha dla wybranych konfiguracji lotu, określa się zawsze dla konkretnego samolotu w badaniach i przedstawia na wykresach, powszechnie znanych jako krzywe buffetingowe (rys. 3).

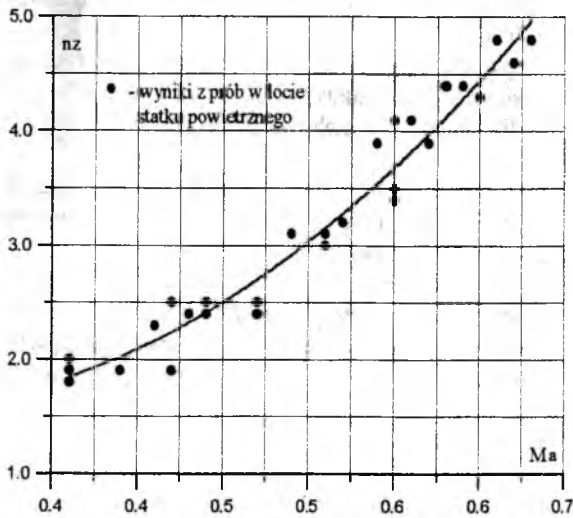
W ww. modelu wykorzystuje się również charakterystyki dynamiczne, które opisują zmianę w czasie wybranych (żądanych) parametrów lotu statku powietrznego.

W ogólnym przypadku zmianę zakresu pracy zespołu napędowego opisuje niżej podane równanie różniczkowe zwyczajne, w którym dla przykładu przedstawiono zmianę w czasie nastawy zakresu pracy silnika n_{sn} .

$$\sum_{i=0}^k \frac{d^i}{dt^{(i)}} (a_i n_s) = n_s - n_{sn} \quad (16)$$

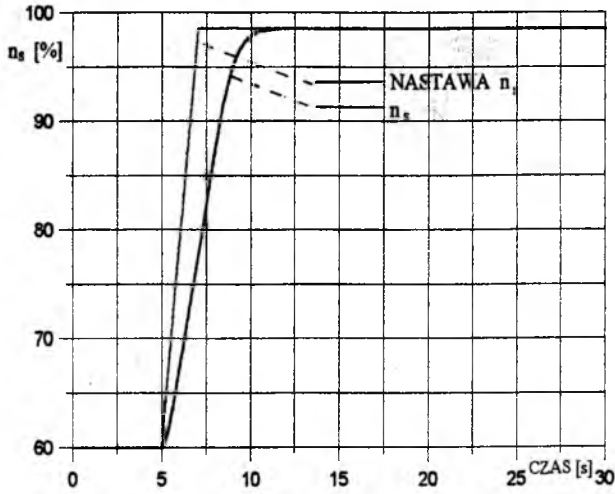


Rys. 2. Zależność rozporządnego przeciążenia podłużnego od liczby Macha dla różnych przeciężeń normalnych



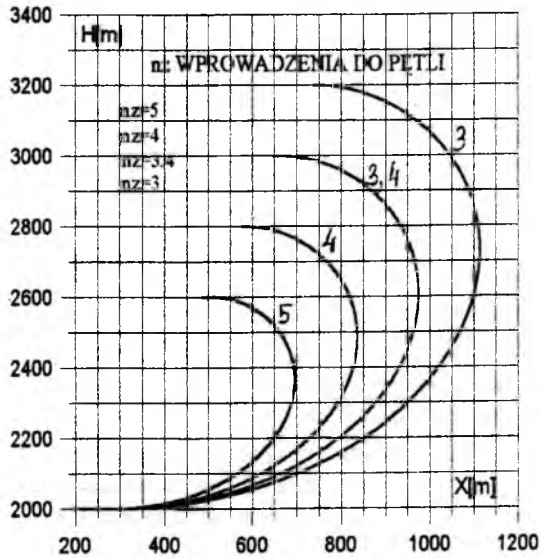
Rys. 3. Przykładowa krzywa buffetingowa statku powietrznego

Na rys.4. przedstawiono przykładową zmianę zakresu pracy silnika dla zmiennej w czasie nastawy.

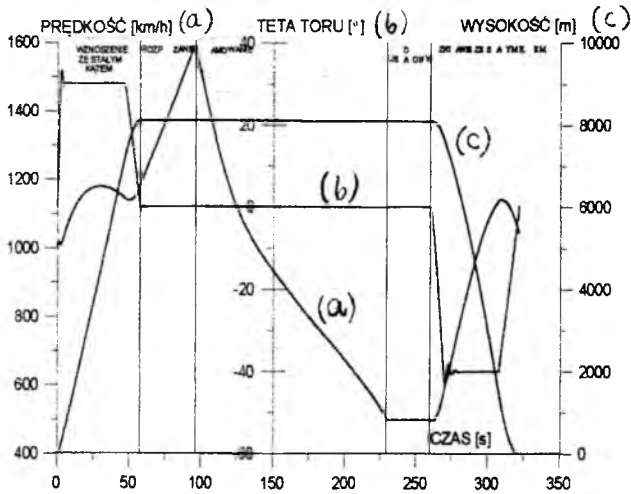


Rys. 4. Zmiana zakresu pracy silnika n_s wywołana zmianą nastawy obrotów

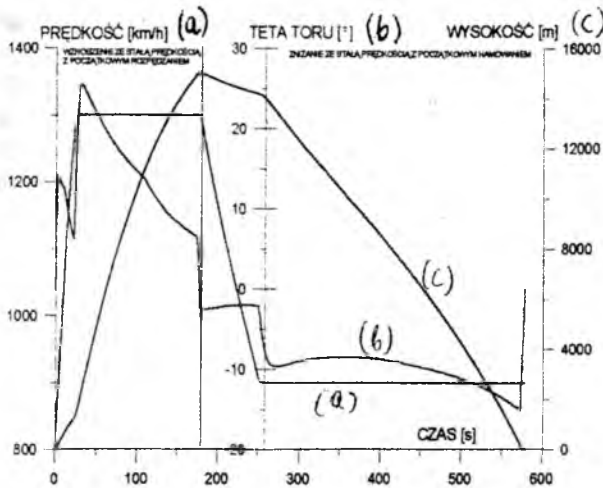
Na rysunkach 5, 6, 7 przedstawiono wyniki obliczeń wykonanych z pomocą przedstawionego w niniejszym opracowaniu modelu symulacyjnego.



Rys. 5. Półpętle dla różnych n_z wprowadzenia



Rys. 6. Wznoszenie i zniżanie ze stałym kątem θ , na wysokości $H=8000$ m rozpędzanie, hamowanie i lot ustalony



Rys. 7. Wznoszenie (z początkowym rozpędzaniem) i zniżanie (z początkowym hamowaniem) ze stałą prędkością

4. Zakończenie

Przedstawione równania ruchu oraz model komputerowy, pozwalają określać parametry lotu statku powietrznego w pełnym zakresie eksploatacji w powietrzu. Charak-

terystyki lotne odwzorowywane przez opracowany model są praktycznie **takie same** jak rzeczywistych obiektów.

Ważniejsze symbole i oznaczenia występujące w pracy

| | |
|--|--|
| h | - wysokość, |
| Ma | - liczba Macha, |
| n_x | - współczynnik przeciążenia podłużnego, |
| n_y | - współczynnik przeciążenia bocznego, |
| n_z | - współczynnik przeciążenia normalnego, |
| n_{xa} | - współczynnik przeciążenia podłużnego od oporu aerodynamicznego, |
| n_{xb} | - współczynnik przeciążenia podłużnego od ciągu zespołu napędowego, |
| n_{xb} | - nastawa zakresu pracy zespołu napędowego, |
| n_s | - zakres pracy zespołu napędowego, |
| P, Q, R | - prędkości kątowe w układzie współrzędnych związanych z samolotem, |
| t | - czas, |
| V | - prędkość, |
| ε | - kąt odchylenia toru lotu, |
| Φ, Θ, Ψ | - kąty Eulera, |
| $\dot{\Phi}, \dot{\Theta}, \dot{\Psi}$ | - prędkości kątowe Eulera, |
| ϑ | - kąt pochylenia toru lotu, |
| $\dot{\kappa}, \dot{\vartheta}, \dot{\varepsilon}$ | - prędkości kątowe w układzie współrzędnych związanych z przepływem, |
| $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ | - prędkości kątowe w układzie współrzędnych związanych z ziemią. |

Literatura

1. DŻYGADŁO Z., BOŁDAK R. „Numerical modelling of the dynamics of aerobatic manoeuvres”, J. Tech. Physics, 26, 2, 1985;
2. DŻYGADŁO Z., MARYNIAK J. „Numerical modelling of flight dynamics and flight data identification of a jet trainer airplane”, 19th Annual Symposium Proceedings, Arlington 1988;
3. MANEROWSKI J. „Identyfikacja modelu dynamiki lotu odrzutowego samolotu oraz jego układów sterowania”, Informator ITWL nr 286/90;
4. NIEUWPOORT A. M. H. „Phase II flight simulator mathematical model data - package, based on flight test and simulation techniques”, 16th Congress of the International Council of the aeronautical Sciences, ICAS Proceedings 1988.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

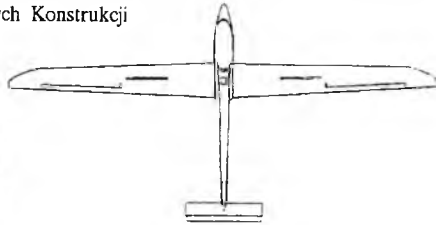
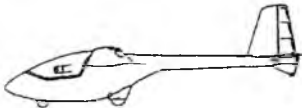
KONSTRUKCJE PROGRAMU ULS

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Zespół Naukowo-Badawczy Lotniczych Konstrukcji
Kompozytowych

ROK
OBLOTU

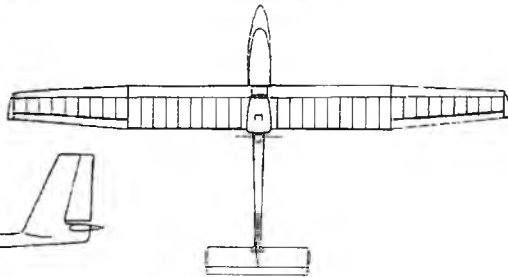
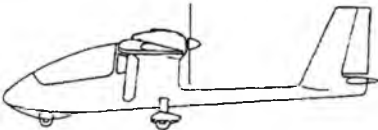
1992

PW-5 "Smyk"



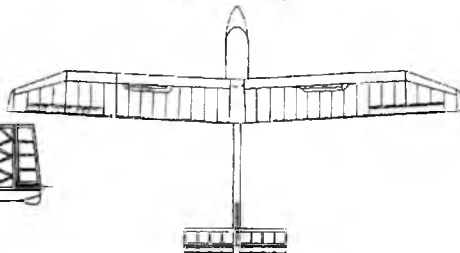
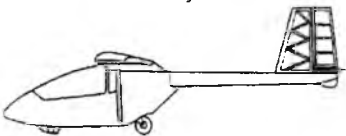
1990

PW-4 "Pelikan"



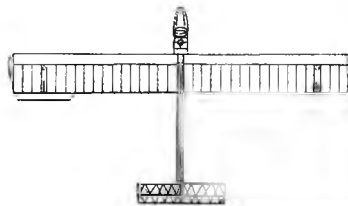
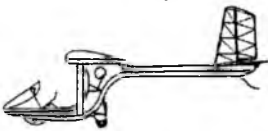
1988

PW-3 "Bakcyl"



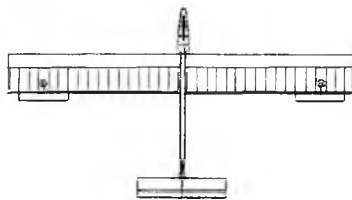
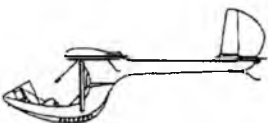
1985

PW-2 "Gapa"



1981

ULS-PW



DYNAMIKA I STATECZNOŚĆ MOTOSZYBOWCA NA PRZYKŁADZIE PW-3M BAKCYL

prof. dr hab. inż. Jerzy MARYNIAK
mgr inż. Paweł ROGULSKI

*ITLiMS Politechnika Warszawska
Instytut Lotnictwa, Warszawa*

Streszczenie

W pracy przedstawiono model fizyczny i matematyczny dynamiki lotu motoszybowca, wprowadzony na podstawie równań Boltzmanna-Hamela. Zamieszczone zostały charakterystyki stateczności dynamicznej PW-3m Bakcyl oraz wyniki symulacji komputerowej startu motoszybowca o nieortodoksyjnym zespole napędowym wspomaganego linami gumowymi, w zależności od konfiguracji masowej obiektu i sterowania w fazie wznoszenia. Analiza wykonana została pod kątem realizacji procedury startu przez pilota - ucznia.

1. Wstęp

W obecnych systemach szkolenia lotniczego do wynoszenia szybowców w powietrze stosuje się holowanie za samolotem, start za wyciągarką lub z lin gumowych. Wadą holowania za samolotem jest wysoki koszt tej metody, choć pozwala ona na wyniesienie szybowca na znaczny pułap. Pozostałe metody są tańsze, jednak początkowy pułap lotu jest ograniczony. Stosowanie do szkolenia motoszybowców jest także drogie ze względu na cenę sprzętu. Interesujący wydaje się projekt stosowania do szkolenia wstępnego szybowca seryjnego z modułem napędu pracującego jedynie przez pewien czas po starcie, umożliwiającego wzniesienie się na znaczną wysokość. Moduł taki ma także tą zaletę, iż może być łatwo demontowany.

Projekt takiego statku powietrznego powstaje na bazie szybowca PW-3. W celu ograniczenia ceny motoszybowca zdecydowano się zainstalować silnik o małej mocy napędzający dwa niezależne przeciwbieżne śmigła umieszczone na wysięgnikach nad płatem nośnym. Zastosowano dwa małe śmigła w celu zmniejszenia momentu pochylającego od zespołu napędowego oraz wyeliminowania momentu giroskopowego. Zespoły śmigieł o mniejszej średnicy są także cichsze niż odpowiadające im większe jedno śmigło, ze względu na mniejszą prędkość postępową końcówek łopat.

Ze względu na małą moc proponowanego silnika w fazie rozbiegu stosuje się wspomaganie linami gumowymi, umożliwiającymi start z terenu płaskiego o źle przygotowanej nawierzchni.

Instalowanie zespołu napędowego na szybowcu powoduje zmianę jego charakterystyk geometryczno-masowych oraz aerodynamicznych. Powoduje to konieczność zweryfikowania stateczności nowego obiektu oraz zbadanie charakterystyk jego rozbiegu.

2. Model fizyczny motoszybowca PW-3m "Bakcyl".

Model fizyczny motoszybowca opiera się na następujących założeniach:

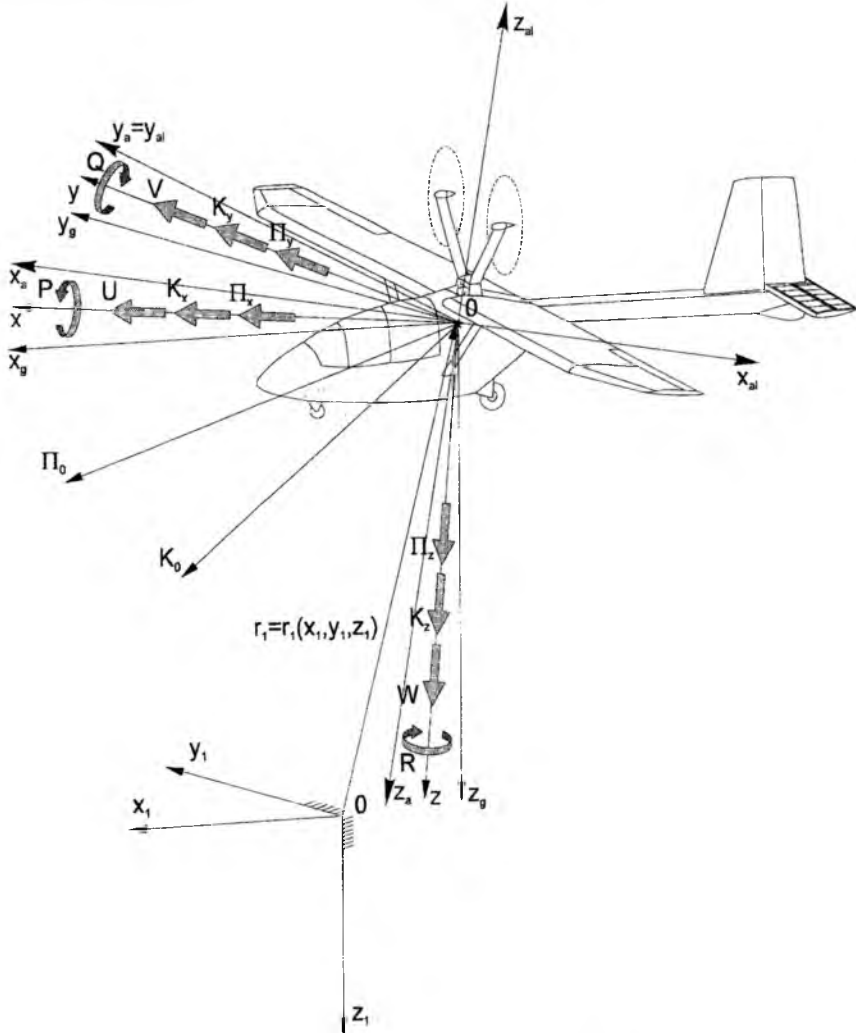
- rozpatrywany jest ruch symetryczny motoszybowca;
- zmiany prędkości symetrycznych powodują zmiany momentów i sił symetrycznych;
- kąt przechylenia Φ i odchylenia Ψ są równe zero;
- prędkości kątowe przechylania P i odchylania R są równe zero;
- prędkość liniowa V jest równa zero;
- motoszybowiec traktowany jest jako bryła sztywne;
- motoszybowiec ma płaszczyznę symetrii OXZ geometryczną, masową i aerodynamiczną;
- środek aerodynamiczny i środek masy motoszybowca leżą w płaszczyźnie symetrii OXZ ;
- początek układu szybowcowego $OXYZ$ związany jest ze środkiem ciężkości motoszybowca;
- pogoda jest bezwietrzna;
- pochodne aerodynamiczne współczynnika oporu usterzenia poziomego są równe zero;
- gęstość powietrza jest stała;
- podpory są idealnie sztywne;
- kąty wychylenia steru kierunku i lotek są równe zero oraz kąt zaklinowania usterzenia poziomego jest stały;

3. Układy odniesienia, model matematyczny

Model matematyczny dynamiki motoszybowca wyprowadzony został w oparciu o następujące układy odniesienia (rys. 1):

- nieruchomy układ grawitacyjny związany z Ziemią $O_1x_1y_1z_1$;
- układ grawitacyjny $Ox_gy_gz_g$ związany z poruszającym się motoszybowcem;
- układ samolotowy $Oxyz$ związany sztywno z poruszającym się motoszybowcem;

- układ prędkościowy $Ox_a y_a z_a$ związany z kierunkiem przepływającego ośrodka;
- układ prędkościowy laboratoryjny $Ox_{a1} y_{a1} z_{a1}$ związany z kierunkiem przepływu ośrodka lecz z osią Ox_{a1} o kierunku i zwrocie zgodnym z kierunkiem i zwrotem opływu.



Rys. 1.

Po wprowadzeniu uproszczeń wynikających z przedstawionych modeli układ równań ruchu przyjmie następującą postać:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & S_z & -S_y \\ 0 & m & 0 & -S_z & 0 & S_x \\ 0 & 0 & m & S_y & -S_x & 0 \\ 0 & -S_z & S_y & J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ S_z & 0 & -S_x & -J_{xy} & J_y & -J_{yz} \\ -S_y & S_x & 0 & -J_{xz} & -J_{yz} & J_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{V} \\ \dot{W} \\ \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -R & Q & 0 & 0 & 0 \\ R & 0 & -P & 0 & 0 & 0 \\ -Q & P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -W & V & 0 & -R & Q \\ W & 0 & -U & R & 0 & -P \\ -V & U & 0 & -Q & P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \\ P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} \quad (1)$$

Składowe sił (X, Y, Z) i momentów zewnętrznych (L, M, N) pokazane są na rys. 2 a składowe prędkości postępowej (U, V, W) i kątovej (P, Q, R) na rys. 1.

Pozostałe oznaczenia to:

m - masa motoszybowca;

S_x, S_y, S_z - momenty statyczne;

J_x, J_y, J_z - momenty bezwładności;

J_{xy}, J_{xz}, J_{yz} - momenty dewiacyjne.

W formie macierzowej układ równań (1) przyjmuje postać:

$$AV + BV = Q \quad (2)$$

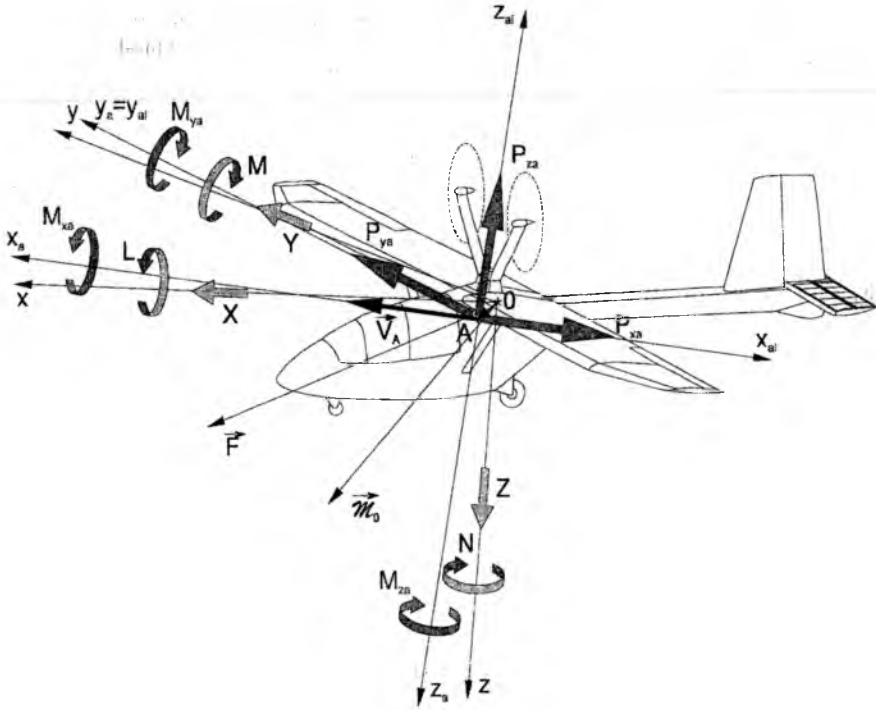
gdzie:

- A** - macierz bezwładności;
- B** - macierz sprzężeń dynamicznych;
- V** - wektor prędkości;
- Q** - macierz sił zewnętrznych.

4. Stateczność dynamiczna motoszybowca

Do analizy stateczności dynamicznej podłużnej motoszybowca wykorzystane zostały równania ruchu symetrycznego motoszybowca, wyprowadzone w oparciu o założenie małych zaburzeń. Stateczność motoszybowca została określona przez rozwiązanie układu równań i stwierdzenie, czy zakłócenie ruchu maleje z czasem oraz przez zbadanie kryteriów stateczności.

Układ zlinearyzowanych wokół położenia równowagi równań ruchu ma postać:



Rys. 2.

$$\begin{cases} \dot{u} - x_u u - x_w w - \frac{x_q}{\mu} q + x_\theta \theta = 0 \\ -z_u u + \dot{w} - z_w w - \left(1 + \frac{z_q}{\mu}\right) q + x_\theta \theta \cdot \operatorname{tg} \theta_1 = 0 \\ \bar{m}_u u + \bar{m}_w w + \bar{m}_q q = 0 \\ -q + \dot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Równanie charakterystyczne powyższego układu przyjmuje postać:

$$\det \begin{bmatrix} \lambda - x_u & -x_w & -\frac{x_q}{\mu} & x_\theta \\ -z_u & \lambda - z_w & -\left(1 + \frac{z_q}{\mu}\right) & x_\theta \cdot \operatorname{tg} \theta_1 \\ \bar{m}_u & \lambda \bar{m}_w + \bar{m}_w & \lambda + \bar{m}_q & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \lambda \end{bmatrix} = F(\lambda) \quad (4)$$

$$F(\lambda) = A\lambda^4 + B\lambda^3 + C\lambda^2 + D\lambda + E = 0$$

Zakres pochodnych momentu pochylającego dla których motoszybowiec jest stateczny dynamicznie wyznaczony został na podstawie kryterium Routha-Hurwitza, dla macierzy postaci:

$$H = \begin{bmatrix} B & D & 0 & 0 \\ A & C & E & 0 \\ 0 & B & D & 0 \\ 0 & A & C & E \end{bmatrix} \quad (5)$$

Dla:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= B > 0 \\ \Delta_2 &= \begin{vmatrix} B & D \\ A & C \end{vmatrix} = BC - AD > 0 \\ \Delta_3 &= \begin{vmatrix} B & D & 0 \\ A & C & E \\ 0 & B & D \end{vmatrix} = BCD - B^2E - AD^2 > 0 \\ \Delta_4 &= E \cdot \Delta_3 > 0 \end{aligned} \quad (6)$$

oraz:

$$B > 0, C > 0, D > 0, E > 0 \quad (7)$$

Dla PW-3m współczynniki równania (4) oraz wyznacznik Δ_4 wynoszą:

$$\begin{aligned} A &= 1 \\ B &= 4.86 + m_q \\ C &= 4.813 \cdot m_q + 18.415 \cdot m_w \\ D &= 0.413 \cdot m_q + 1.298 \cdot m_w \\ E &= 4.7996 \cdot m_w \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Delta_4 &= (23.906 \cdot m_q + 116.186) \cdot m_w^2 + (9.055 \cdot m_q^2 + 20.683 \cdot m_q - 114.664) \cdot m_w + \\ &+ 1.988 \cdot m_q^3 + 9.662 \cdot m_q^2 - 0.4131 \cdot m_q \end{aligned} \quad (9)$$

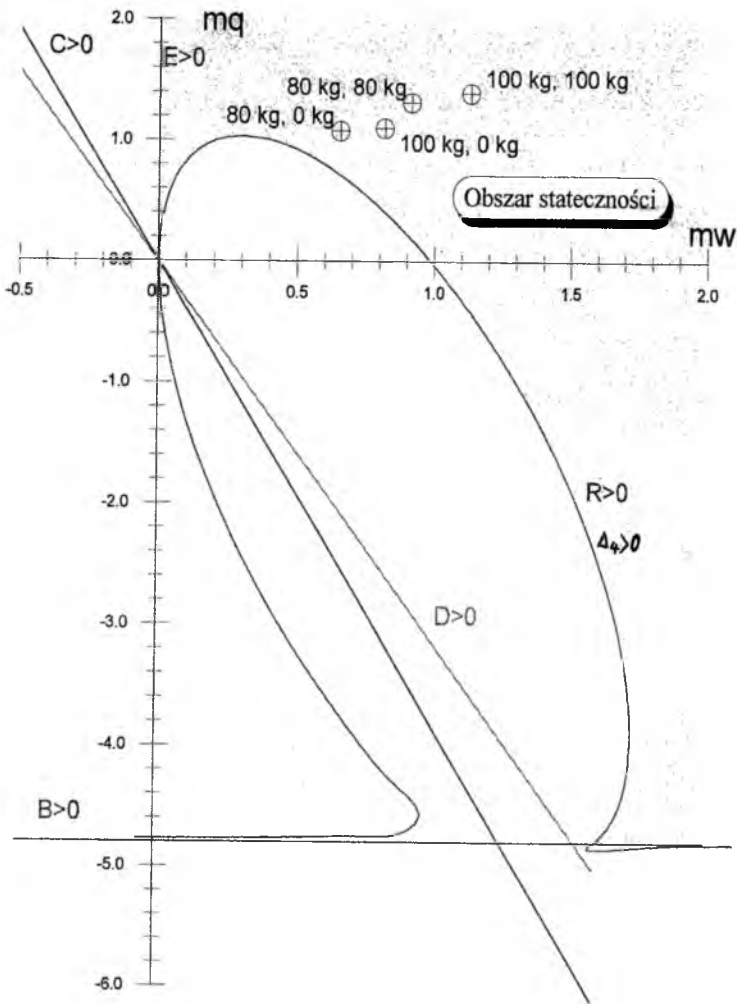
Zakres stateczności PW-3m przedstawia rys. 3, na którym naniesiono punkty odpowiadające różnym konfiguracjom masowym motoszybowca.

Dla różnych konfiguracji mas pilotów obliczone zostały charakterystyki tłumienia drgań szybkich oraz fugoidalnych.

Zebrane zostały one w tabl. 1.

| Pilot 1 | Pilot 2 | B | C | D | E | $T_{(1,2)}$ | $t_{0.5(1,2)}$ | $T_{(3,4)}$ | $t_{0.5(3,4)}$ |
|---------|---------|-------|--------|-------|-------|-------------|----------------|-------------|----------------|
| 80 | 0 | 5.898 | 12.873 | 0.771 | 1.112 | 2.125 | 0.16 | 14.404 | 46.822 |
| 80 | 80 | 6.136 | 19.738 | 1.373 | 2.951 | 1.661 | 0.191 | 13.557 | 50.815 |
| 100 | 0 | 5.923 | 15.736 | 0.977 | 1.686 | 1.734 | 0.169 | 13.709 | 46.166 |
| 100 | 100 | 6.215 | 25.226 | 1.879 | 4.881 | 1.479 | 0.206 | 13.063 | 47.759 |

Tabl. 1. Okresy wahań szybkich i fugooidalnych oraz czasy malenia amplitudy do połowy.



Rys. 3.

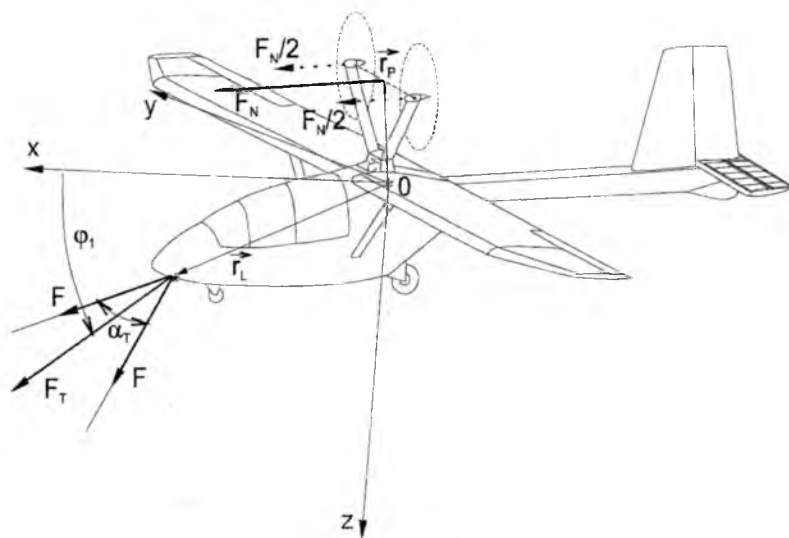
5. Rozbieg motoszybowca PW-3m "Bakeyl".

Charakterystyki rozbiegu motoszybowca wspomaganego linami gumowymi o długości 60 m przy silniku pracującym na obrotach optymalnego wznoszenia (obroty silnika nie są zmieniane podczas lotu) przedstawia tabl. 2. Na rys. 4 pokazano siły od zespołu napędowego.

| Pilot 1 | Pilot 2 | czas do nabycia prędkości $1.15 \cdot V_{Sl}$ | droga do nabycia prędkości $1.15 \cdot V_{Sl}$ | czas do nabycia prędkości V_{pod1} | droga do nabycia prędkości V_{pod1} | prędkość V_{pod1} |
|---------|---------|---|--|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------|
| 80 | 0 | 7.4 | 32.1 | 8.7 | 60 | 28.2 |
| 80 | 80 | 8.2 | 40.2 | 10.4 | 90 | 26.6 |
| 100 | 0 | 7.6 | 34.1 | 9.3 | 72 | 25.5 |
| 100 | 100 | 8.5 | 42.5 | 10 | 74 | 23.4 (*) |

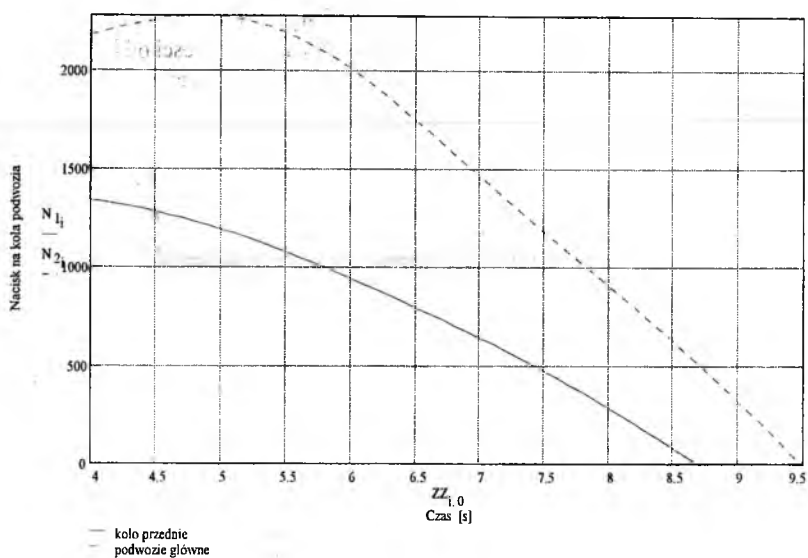
Tabl. 2. Ruch motoszybowca podczas rozbiegu.

(*) - prędkość poderwania dla tej konfiguracji nie została osiągnięta ze względu na wcześniejsze odpadnięcie liny, tzn. osiągnięcie przez nią minimum naprężenia.

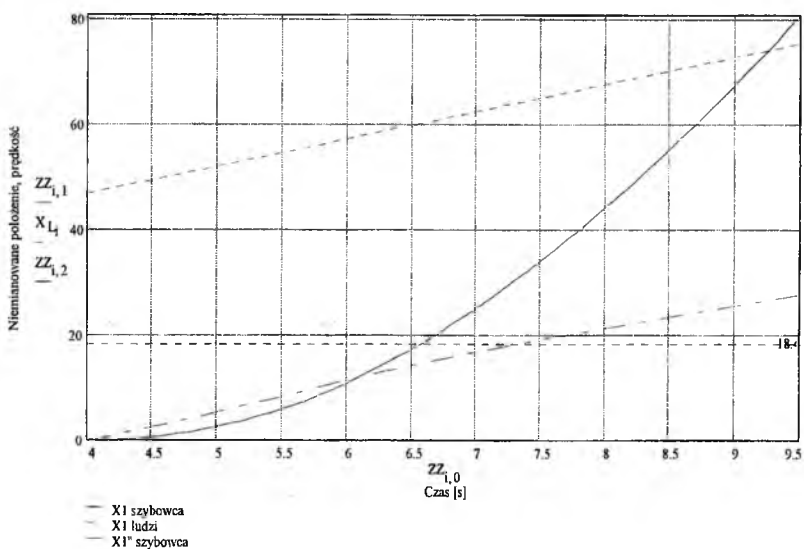


Rys. 4.

Przykładowy przebieg zmian sił nacisku podwozia przedstawia rys. 5 oraz parametrów ruchu - rys. 6.



Rys. 5.

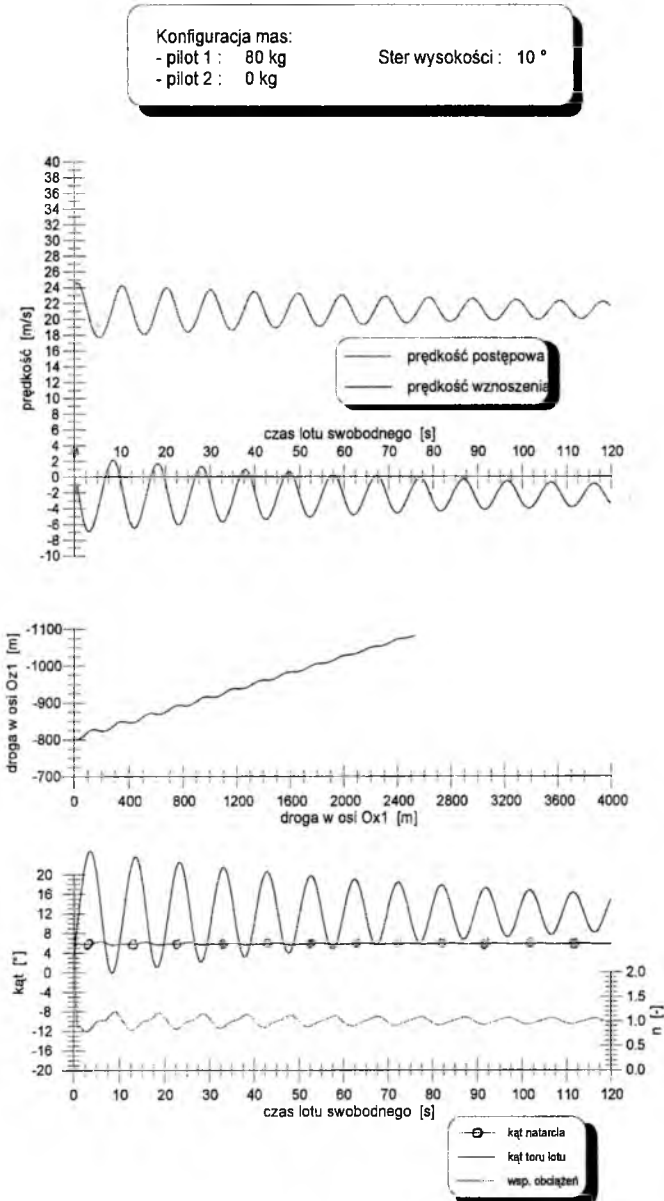


Rys. 6.

6. Lot silnikowy motoszybowca PW-3m "Bakcyl".

Fazę lotu wznoszącego obliczono przyjmując jako warunki początkowe parametry ruchu uzyskane w chwili poderwania przedniego kółka oraz odpadnięcia liny. Założono wychylenie w tym momencie steru wysokości (skokowe). Powstałe w ten sposób zaburzenia

ruchu dla przykładowych konfiguracji mas pilotów i wychyleń steru przedstawiono na rys. 7 i 8. Rys. 9 przedstawia zbiór torów lotu motoszybowca w zależności od konfiguracji, a na rys. 10. przedstawiono wartości ustalonej po 60 s lotu prędkości wznoszenia dla tych konfiguracji.

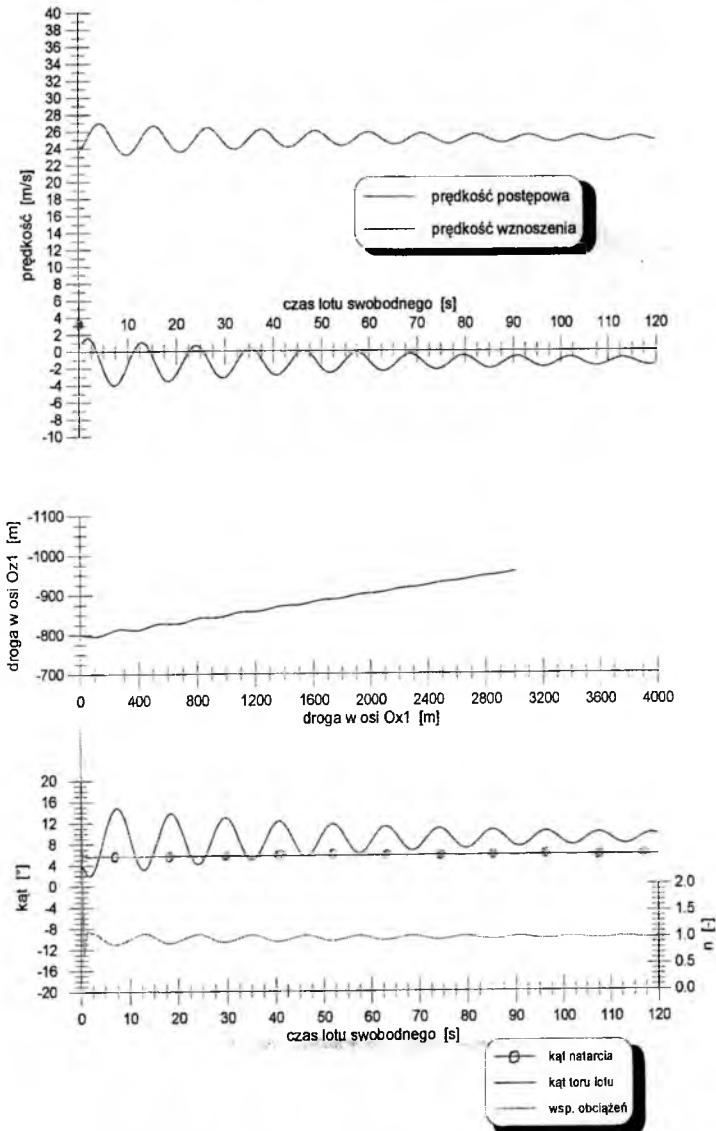


Rys. 7.

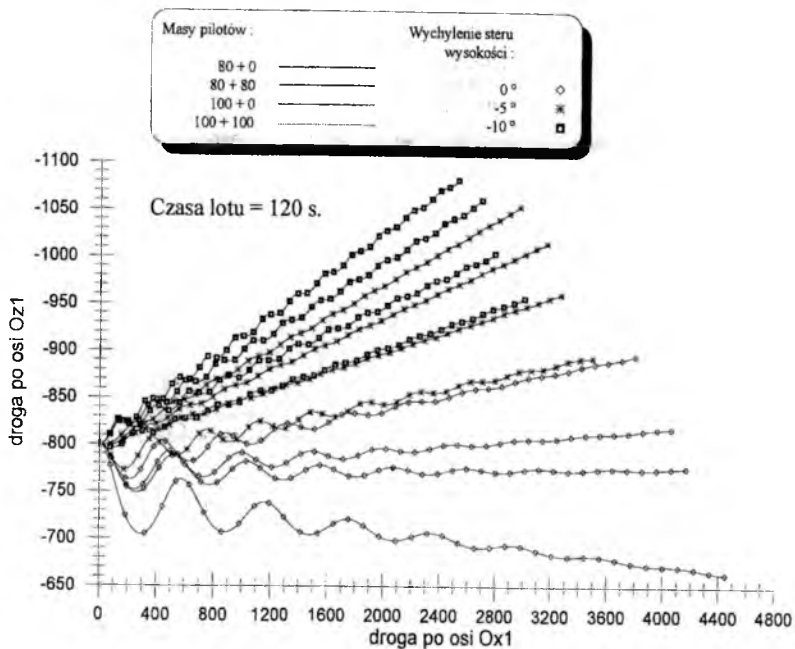
Konfiguracja mas:

- pilot 1 : 100 kg
- pilot 2 : 100 kg

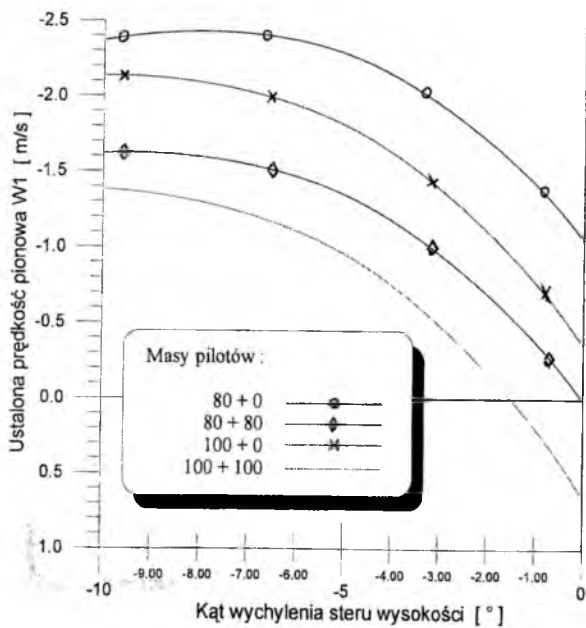
Ster wysokości : -10°



Rys. 8.



Rys. 9.



Rys. 10.

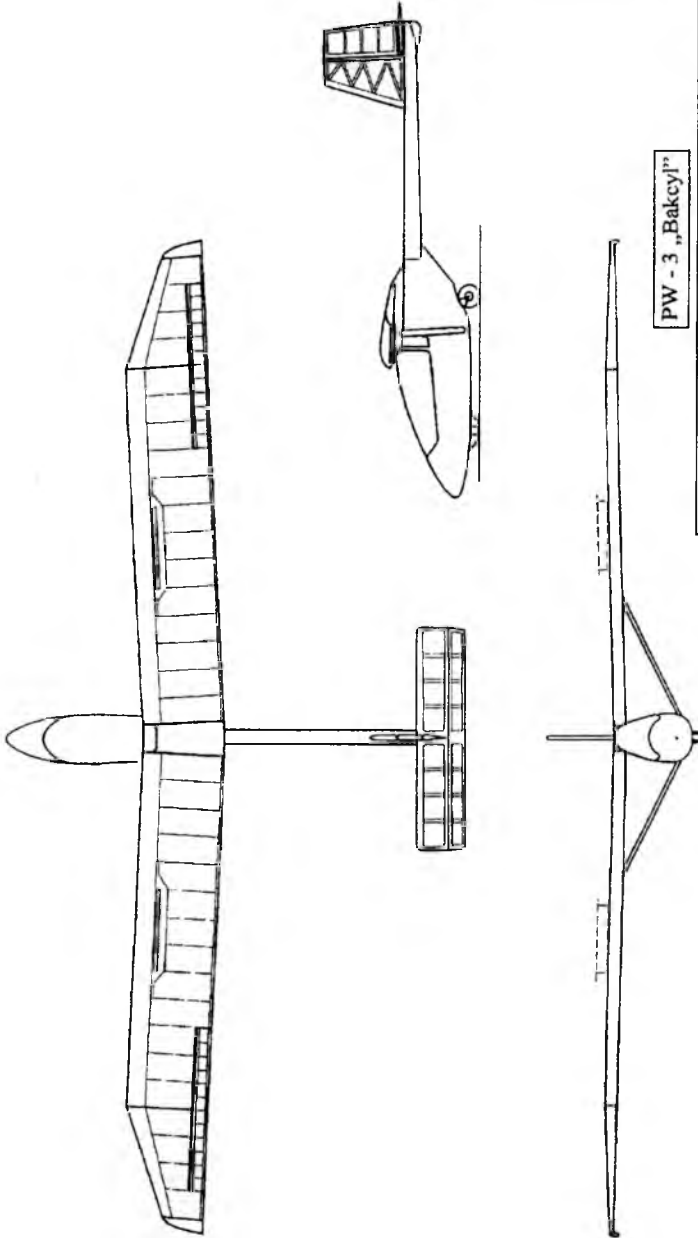
7. Wnioski końcowe.

Z przeprowadzonej analizy stateczności dynamicznej zmodyfikowanego szybowca PW-3 Bakcył wynika, iż omawiany obiekt będzie stateczny dynamicznie w całym zakresie konfiguracji mas. Stosując zespół napędowy o małej mocy, optymalizowany pod kątem lotu wznoszącego, należy zastosować do wspomagania startu liny gumowe. Umożliwia to przeprowadzanie startu motoszybowca z terenu płaskiego oraz uzyskanie krótkiego rozbiegu.

Literatura.

- 1) STANISŁAW DUBIEL, „Dynamika lotu”, WAT 1984;
- 2) WŁADYSŁAW FISZDON, „Mechanika lotu” cz. I i II, PWN 1961;
- 3) W. JANICA, A. MAŃKOWSKI, „Starty szybowców”, WK 1956;
- 4) WIESŁAWA ŁANECKA-MAKARUK, „Mechanika lotu”, WKiŁ 1969;
- 5) JERZY MARYNIAK, „Ogólny model symulacji samolotu”, sprawozdanie Nr 141 85;
- 6) K. SZUMAŃSKI, „ Analiza stateczności z modelowaniem”, IL 1973 (W-294);

POLITECHNIKA WARSZAWSKA



PW - 3 „Bakcył”

Politechnika Warszawska
Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Zespół Naukowo-Badawczy Lotniczych Konstrukcji Kompozytowych

ODPOWIEDŹ DYNAMICZNA STEROWANEGO ODKSZTAŁCALNEGO SZYBOWCA PO WEJŚCIU W 3-D ZMIENNE POLE WIATRU

prof. dr hab. inż. Jerzy MARYNIAK
dr inż. Asghar F. SISI

*Institut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Politechnika Warszawska*

streszczenie

W pracy zbadano odpowiedzi dynamiczne odkształcalnego obiektu latającego po wejściu w podmuch powietrza. Obiekt traktowano jako sprężysty obiekt latający w locie ślizgowym wlatujący w pole zmienne wiatru z uwzględnieniem ruchu ciała sztywnego o sześciu stopniach swobody oraz stopni swobody sprężystych poszczególnych wybranych części konstrukcji.

Wstęp

W konstrukcjach lotniczych poszczególnych części o dużej rozpiętości (kadłub, skrzydła) [1,4,11] należy brać pod uwagę problem odkształceń dynamicznych co może mieć istotny wpływ na własności dynamiczne statków powietrznych. Problem odkształceń dynamicznych nabiera większego znaczenia w konstrukcjach kompozytowych, które charakteryzują się dużą odkształcalnością giętą o niskiej częstotliwości drgań własnych. Jako obiekt testowy wybrano szybowiec klasy otwartej SZD-42-2 „Jantar 2B”.

W celu określenia wpływu odkształceń sprężystych konstrukcji na własności dynamiczne obiektu testowego prowadzono dyskretyzację układu poprzez postacie własne [7,8,10] opierając się na wynikach badań rezonansowych wykonanych w Instytucie Lotnictwa w Warszawie [3].

1. Model matematyczny.

Model matematyczny opracowano przy następujących założeniach

- układ (o_E, x_E, y_E, z_E) związany z Ziemią jest układem inercyjnym,
- masa szybowca jest stała,
- szybowiec ma płaszczyznę symetrii (oxz) w sensie masowym, geometrycznym oraz aerodynamiczną,
- deformacje mają charakter sprężysty i proporcjonalny do obciążenia. Założenie sprężystości deformacji jest słuszne tylko w zakresie obciążeń dopuszczalnych,
- pominięto wpływ ściśliwości powietrza,
- przepływ ma charakter quasi-stacjonarny,
- ruch odkształcalnego obiektu latającego potraktowano jako nałożenie dwóch efektów:
 - 1 - ruchu obiektu latającego jako bryły sztywnej,
 - 2 - ruchu wynikającego w następstwie odkształceń sprężystych konstrukcji.
- początek układu związanego pokrywa się ze środkiem masy szybowca,

Model matematyczny opisujący lot przestrzenny odkształcalnego obiektu latającego z uwzględnieniem własności sprężystych obiektu i wpływu uskoku wiatru otrzymano przy zastosowaniu równania Boltzmanna-Hamela dla układów mechanicznych o więzach holonomicznych w postaci [5,6,7,8,10]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Gamma^*}{\partial \omega_\mu} \right) - \frac{\partial \Gamma^*}{\partial \pi_\mu} + \sum_{r=1}^k \sum_{\alpha=1}^k \gamma_{\mu\alpha}^r \frac{\partial \Gamma^*}{\partial \omega_r} \omega_\alpha = Q_\mu^*, \quad (1.1)$$

gdzie:

- $\alpha, \mu, r=1, 2, \dots, k$ -k, liczba stopni swobody,
- ω_μ -quasi-prędkości,
- T^* -energia kinetyczna w quasi-prędkościach,
- π_μ -quasi-współrzędne,
- Q_μ^* -siły uogólnione,
- $\gamma_{\alpha\mu}^r$ -trójwskaźnikowe mnożnika Boltzmanna określone następującą zależnością:

$$\gamma_{\alpha\mu}^r = \sum_{\delta=1}^k \sum_{\lambda=1}^k \left(\frac{\partial a_{r\delta}}{\partial q_\lambda} - \frac{\partial a_{r\lambda}}{\partial q_\delta} \right) b_{\delta\lambda} b_{\lambda\alpha}, \quad (1.2)$$

związki między quasi-prędkościami i prędkościami uogólnionymi mają postać:

$$\omega_\delta = \sum_{\alpha=1}^k a_{\delta\alpha} \dot{q}_\alpha, \quad \dot{q}_\delta = \sum_{\mu=1}^k b_{\delta\mu} \omega_\mu, \quad (1.3)$$

Równania Boltzmanna-Hamela odpowiadające zagadnieniom przedstawionym wyżej w zapisie macierzowym mają postać [10]:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \circ \\ s \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} \circ \\ s_1 \end{pmatrix} = Q_\mu, \quad (1.4)$$

Po podstawieniu odpowiednich elementów i różniczkowaniu (1.4) oraz uwzględnieniu efektów wejścia w zmienne pole wiatru uzyskano układ równań [5,6,8,10]:

równanie ruchów podłużnych: (1.5)

$$m \frac{du}{dt} + \left(m_{0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{i,s} \right) \frac{dQ}{dt} = -mg \sin \theta + m(vR - wQ) +$$

$$\begin{aligned}
 & -PR \left(m_{0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{i,s} \right) + Q \left(\sum_{i=1}^n \dot{\zeta}_i (m_{i,s} + m_i) \right) + R \sum_{i=3}^n \dot{\zeta}_i m_{i,k}^y + X_a + \\
 & + X_Q (Q - Q_{sw}) + X_{\delta H} \delta_H + \sum_{i=1}^n X_{\dot{\zeta}_i} \dot{\zeta}_i
 \end{aligned}$$

równanie ruchów bocznych: (1.6)

$$\begin{aligned}
 & m \frac{dv}{dt} - \left(m_{0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{i,s} \right) \frac{dP}{dt} + \sum_{i=3}^n \frac{d\dot{\zeta}_i}{dt} m_{i,k}^y = mg \cos \theta \sin \phi + \\
 & + m(uR - wP) - P \sum_{i=1}^n \dot{\zeta}_i (m_{i,s} - m_i) - RQ \left(m_{0,s} \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{i,s} \right) + Y_a + \\
 & + Y_p (P - P_{sw}) + Y_R (R - R_{sw}) + Y_{\delta L} \delta_L + Y_{\delta V} \delta_V + \sum_{i=1}^n y_{\dot{\zeta}_i} \dot{\zeta}_i + \sum_{i=1}^n y_{\zeta_i} \zeta_i
 \end{aligned}$$

równanie ruchów wznoszących: (1.7)

$$\begin{aligned}
 & m \frac{dw}{dt} + \sum_{i=1}^n \frac{d\dot{\zeta}_i}{dt} m_i = mg \cos \theta \cos \phi - m(vP - uQ) + \\
 & + P \left[\left(m_{0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{i,s} \right) P - \sum_{i=3}^n \dot{\zeta}_i m_{i,k}^y \right] + Q^2 \left(m_{0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{i,s} \right) + Z_a + \\
 & + Z_Q (Q - Q_{sw}) + Z_{\delta H} \delta_H + \sum_{i=1}^n Z_{\dot{\zeta}_i} \dot{\zeta}_i
 \end{aligned}$$

równanie ruchów przechylających: (1.8)

$$\begin{aligned}
 & \left(m_{0,0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i^2 m_{i,i,s} + 2 \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{0,i,s} + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1+1}^n \zeta_i \zeta_j m_{i,j,s} + J_{z_x,s} \right) \frac{dp}{dt} + \\
 & - \left(S_{0,x,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i S_{i,x,s} \right) \frac{dR}{dt} - \left(m_{0,x,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{i,s} \right) \frac{dv}{dt} - D_{z_s} \frac{dQ}{dt} + \sum_{i=1}^n \frac{d\dot{\zeta}_i}{dt} S_{i,y,s} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (Q^2 - R^2) \left(S_{0,y,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i S_{i,y,s} \right) + QP \left(S_{0,y,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i S_{i,y,s} \right) + QR (m_{0,0,s} + \\
 & + \sum_{i=1}^n \zeta_i^2 m_{i,i,s} + 2 \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{0,i,s} + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \zeta_i \zeta_j m_{i,j,s}) - Q \sum_{i=3}^n \zeta_i m_{i,k}^y + \\
 & - R \left(\sum_{i=1}^n \dot{\zeta}_i (S_{i,x} - S_{i,x,s}) + PD_{z,s} \right) - uRm_{0,s} \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{i,s} + wP \left(m_{0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{i,s} \right) + \\
 & + P \left(2 \sum_{i=1}^n \dot{\zeta}_i m_{0,i,s} + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \dot{\zeta}_i \zeta_j m_{i,j,s} \right) + L_a + L_p (P - P_{sw}) + L_R (R - R_{sw}) + \\
 & + L_{\delta_L} \delta_L + L_{\delta_V} \delta_V + \sum_{i=1}^n P_{\zeta_i} \zeta_i + \sum_{i=1}^n P_{\dot{\zeta}_i} \dot{\zeta}_i
 \end{aligned}$$

równanie ruchów pochyłających:

(1.9)

$$\begin{aligned}
 & \left(m_{0,0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i^2 m_{i,i,s} + 2 \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{0,i,s} + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1+i}^n \zeta_i \zeta_j m_{i,j,s} + J_{yz} \right) \frac{dQ}{dt} + \\
 & - \frac{dP}{dt} D_{z,s} - \left(S_{0,y,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i S_{i,y,s} \right) \frac{dR}{dt} + \left(m_{0,x,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{i,s} \right) \frac{du}{dt} - \sum_{i=1}^n \frac{d\zeta_i}{dt} S_{i,x} = \\
 & - PQ \left(S_{0,y,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i S_{i,y,s} \right) - P \left(\left(S_{0,x,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i S_{i,x,s} \right) P - \sum_{i=3}^n \dot{\zeta}_i S_{i,x,k} - \dot{\zeta}_n S_{n,y,s} \right) + \\
 & - RP \left(m_{0,0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i^2 m_{i,i,s} + 2 \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{0,i,s} + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1+i}^n \zeta_i \zeta_j m_{i,j,s} + J_{z,x,s} - J_{y,z} \right) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (vR - wQ) \left(m_{0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{1,s} \right) - u \left(\sum_{i=1}^n \dot{\zeta}_i m_{1,s} - \sum_{i=1}^n \zeta_i \dot{m}_i \right) + M_a + \\
 & + M_Q (Q - Q_{sw}) + M_{\dot{w}} (\dot{w} - \dot{w}_{sw}) + M_{\delta H} \delta_H + \sum_{i=1}^n M_{\zeta_i} \dot{\zeta}_i
 \end{aligned}$$

równanie ruchów odchyłających: (1.10)

$$\begin{aligned}
 J_{yz} \frac{dR}{dt} - \left[S_{0,x,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i S_{1,x,s} \right] \frac{dP}{dt} - \left[S_{0,y,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i S_{1,y,s} \right] \frac{dQ}{dt} = \\
 -QR \left(S_{0,x} + \sum_{i=1}^n \zeta_i S_{1,x} \right) + RP \left(S_{0,y,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i S_{1,y,s} \right) + 2P \sum_{i=1}^n \dot{\zeta}_i S_{1,x} + \\
 -u \sum_{i=3}^n \dot{\zeta}_i m_{i,k}^y + N_a + N_p (P - P_{sw}) + N_R (R - R_{sw}) + N_{\delta v} \delta v + \\
 -PQ (J_{yz} - J_{zx,s}) + (P^2 + Q^2) D_{z,s} + N_{\delta v} \delta v + \sum_{i=1}^n N_{\zeta_i} \dot{\zeta}_i + \sum_{i=1}^n N_{\dot{\zeta}_i} \dot{\zeta}_i
 \end{aligned}$$

I symetryczna postać drgań giętych skrzydeł: (1.11)

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n \frac{d\dot{\zeta}_i}{dt} m_{1,i} + m_1 \frac{dw}{dt} + S_{1,y,s} \frac{dP}{dt} - S_{1,x} \frac{dQ}{dt} = (P^2 + Q^2) \left(m_{0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{1,i,s} \right) + \\
 -QRS_{1,y,s} + uQm_1 - vPm_{1,s} - \zeta_1 \omega_1^2 m_{1,1} + Q\zeta_1
 \end{aligned}$$

II symetryczna postać drgań giętych skrzydeł: (1.12)

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n \frac{d\dot{\zeta}_i}{dt} m_{2,i} + m_1 \frac{dw}{dt} + S_{2,y,s} \frac{dP}{dt} - S_{2,x} \frac{dQ}{dt} = (P^2 + Q^2) \left(m_{0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{2,i,s} \right) + \\
 -QRS_{2,y,s} + uQm_2 - vPm_{2,s} - \zeta_2 \omega_2^2 m_{2,2} + Q\zeta_2
 \end{aligned}$$

I antysymetryczna postać drgań giętych skrzydeł: (1.13)

$$\sum_{i=1}^n \frac{d\zeta_i}{dt} m_{3,i} + m_3 \frac{dw}{dt} + S_{3,y,s} \frac{dP}{dt} - S_{3,x} \frac{dQ}{dt} + m_{3,3,k}^y \frac{d\zeta_3}{dt} +$$

$$+ m_{3,k}^y \frac{dv}{dt} + S_{3,x,k} \frac{dR}{dt} = (P^2 + Q^2) \left(m_{0,s} + \sum_{i=1}^n \zeta_i m_{3,i,s} \right) - QRS_{3,y,s} +$$

$$+ uQm_3 - vPm_{3,s} - \zeta_3 \omega_3^2 m_{3,3} + Q\zeta_3$$

związki kinematyczne:

$$\frac{d\phi}{dt} = P + (Q \sin \phi + R \cos \phi) \operatorname{tg} \theta, \quad (1.14)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = Q \sin \phi - R \cos \phi, \quad (1.15)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = (Q \sin \phi + R \cos \phi) \sec \theta, \quad (1.16)$$

$$\frac{dx_E}{dt} = u \cos \theta \cos \psi + v(\sin \theta \sin \phi \cos \psi - \cos \phi \sin \psi) + w(\cos \phi \sin \theta \cos \psi - \sin \phi \sin \psi) + w_{xE}, \quad (1.17)$$

$$\frac{dy_E}{dt} = u \cos \theta \sin \psi + v(\sin \theta \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi) + w(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) + w_{yE}, \quad (1.18)$$

$$\frac{dz_E}{dt} = -u \sin \theta + v \cos \theta \sin \phi + w \cos \phi \cos \theta + w_{zE}, \quad (1.19)$$

gdzie:

prędkość postępową obiektu latającego:

$$V_o^2 = u^2 + v^2 + w^2,$$

kąt natarcia w polu przepływu:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{w - w_{sz}}{V_{op}}\right),$$

kąt ślizgu w polu przepływu:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{v - w_{sy}}{V_{op}}\right),$$

prędkość opływu: $V_{op}^2 = V_o^2 + w^2 + 2V_o w \cos(\bar{V}_o, \bar{w})$,

$$m_{i,i,S} = \int_{-b/2}^{b/2} f_{i,s}^2(y) m_s(y) dy; m_{i,i,k} = \int_m f_{i,k}^2(x) m_s(x) dx; m_{i,S} = \int_{-b/2}^{b/2} f_{i,s}(y) m_s(y) dy;$$

$$m_{i,k} = \int_m f_{i,k}(x) m_s(x) dx; S_{i,y,S} = \int_{-b/2}^{b/2} f_{i,s}(y) m_s(y) y dy; S_{i,x,S} = \int_{-b/2}^{b/2} f_{i,s}(y) m_s(y) x(y) dy,$$

$X_a, Y_a, Z_a, L_a, M_a, N_a$ -składowe wektora siły i momenty sił aerodynamicznych działające na obiekt w locie,

$X_{\delta i}, Y_{\delta i}, Z_{\delta i}, L_{\delta i}, M_{\delta i}, N_{\delta i}$ -pochodne siły i momentów sił aerodynamicznych pochodzące od sterowania ($\delta_H, \delta_L, \delta_V$),

$X_{c_i}, Y_{c_i}, Z_{c_i}, L_{c_i}, M_{c_i}, N_{c_i}$ -pochodne siły i momentów sił aerodynamicznych względem odkształceń lokalnych poszczególnych elementów,

$X_{\dot{c}_i}, Y_{\dot{c}_i}, Z_{\dot{c}_i}, L_{\dot{c}_i}, M_{\dot{c}_i}, N_{\dot{c}_i}$ -pochodne siły i momentów sił aerodynamicznych względem prędkości zmian odkształceń lokalnych poszczególnych elementów,

w_{sx}, w_{sy}, w_{sz} -składowe prędkości liniowej pola wiatru w układzie samolotowym,

W_{sP}, W_{sQ}, W_{sR}

-składowe prędkości kątowej pola wiatru
w układzie samolotowym,

$f_i(y)$ -funkcja drgań własnych odpowiadająca i-tej postaci,
 $\zeta_i(t)$ -uogólniona współrzędna będąca funkcją czasu.

2. Model uskoku wiatru.

Ruch powietrza modelowano przy zastosowaniu modelu uskoku wiatru Bray'a opracowanego na bazie danych meteorologicznych eksperymentu JAWS (Joint Airport Weather Studies) [2,9,10]. Wpływ parametrów pola wiatru w równaniach ruchu obiektu latającego uwzględniono poprzez :

- chwilową składową prędkości liniowych pola wiatru
- chwilową składową prędkości kątowych pola wiatru

W ogólnym przypadku prędkość opływu można wyrazić:

$$V_{op}^2 = (u + w_{xs})^2 + (v + w_{ys})^2 + (w + w_{zs})^2, \quad (2.1)$$

Prędkość kątową pola wiatru określono następująco:

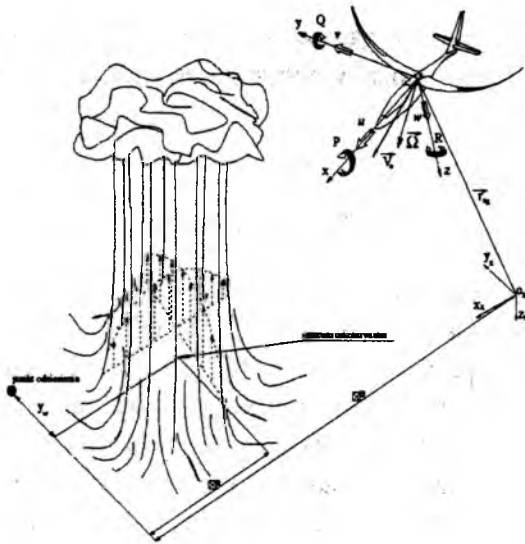
$$\bar{\Omega}_{w_s} = \frac{1}{2} \bar{\nabla} \times \bar{w}_s = [P_{w_s}, Q_{w_s}, R_{w_s}]^T, \quad (2.2)$$

W zależności od położenia obiektu latającego względem centrum uskoku wiatru parametry pola uskoku wiatru określa się następująco:

$$x_c = x_E - x_w, \quad (2.3)$$

$$y_c = y_E - y_w, \quad (2.4)$$

$$r = \sqrt{x_c^2 + y_c^2}, \quad (2.5)$$



Rys.2.1 przyjęte układy odniesienia

dla $r = r_0$:

$$w_{r0} = \frac{r_0 w_{z0}}{h_{od}} \left(\frac{h_{od} - h}{h_{od}} \right), \quad (2.6)$$

dla $r < r_0$:

$$w_r = \frac{r}{r_0} w_{r0}, \quad (2.7)$$

$$w_{zE} = w_{z0} \left[1 - \left(\frac{h_{od} - h}{h_{od}} \right)^2 \right], \quad (2.8)$$

dla $r_0 < r < 2r_0$:

$$w_r = w_{r0} \left[\frac{r}{r_0} - 1.3 \left(\frac{r}{r_0} - 1 \right)^3 + 0.45 \left(\frac{r}{r_0} - 1 \right)^6 \right], \quad (2.9)$$

$$w_{zE} = \frac{1}{2} w_{z0} \left[1 - \left(\frac{h_{od} - h}{h} \right)^2 \right] \left[1 - \cos \left(\frac{r}{r_0} \pi \right) \right], \quad (2.10)$$

dla $r > 2r_0$,

$$w_r = 2.3 \frac{r_0}{r} w_{r0}, \quad (2.11)$$

$$w_{zE} = 0, \quad (2.12)$$

Pozostałe składowe prędkości wiatru określa się następująco:

$$w_{xE} = w_r \frac{x_c}{r}, \quad (2.13)$$

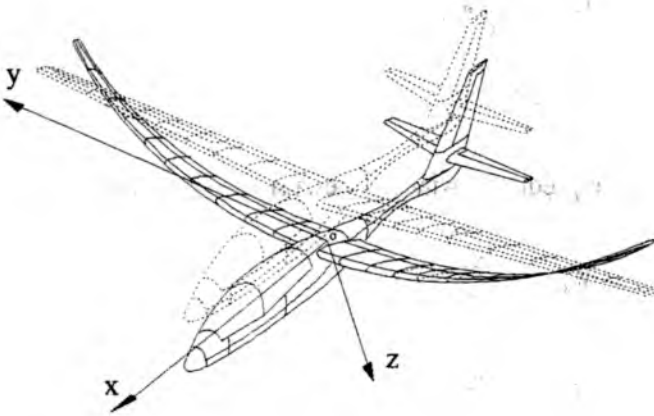
$$w_{yE} = w_r \frac{y_c}{r}, \quad (2.14)$$

gdzie:

- r - wektor położenia obiektu latającego względem centrum uskoku wiatru,
- r_0 - wektor określający strefę występowania silnego uskoku wiatru,
- w_{xE}, w_{yE}, w_{zE} - składowe liniowej prędkości wiatru,
- P_w, Q_w, R_w - składowe kątowej prędkości wiatru.

3. Symulacje numeryczne wybranych przypadków i wyniki.

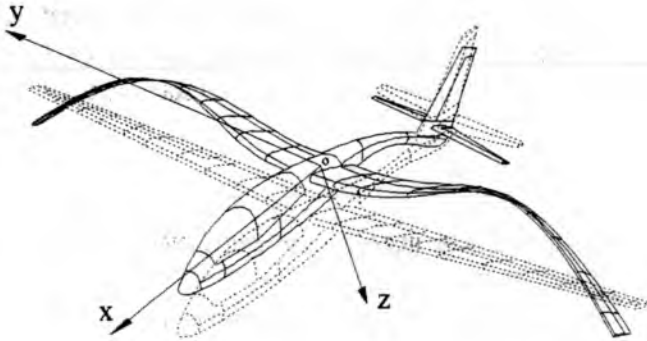
Symulacje numeryczne własności dynamicznych szybowca o kształcie rys.3.1+rys.3.3. Uwzględniono wpływ skończonej sztywności poszczególnych elementów (skrzydeł, tylnej części kadłuba) o kształcie rys.3.1 oraz ugięcia statyczne skrzydeł.



Rys3.1 I zginanie symetryczne skrzydeł, $\omega=1.78$ [Hz]

$$f^z_i(y) = -1.428e-4 + 1.298e-5 y + 9.71e-5 y^2, \quad (3.1)$$

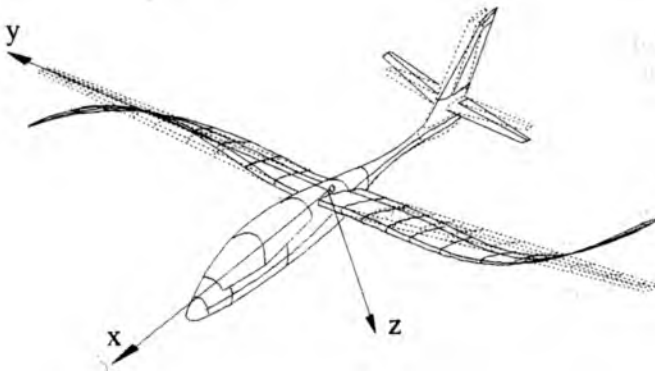
$$f^z_k(x) = -1.428e-4 + 0.164x + 1.058e-6 x^2, \quad (3.2)$$



Rys.3.2 II zginanie symetryczne skrzydeł, $\omega=5.58$ [Hz]

$$f_s^z(y) = 0.052 - 2.975e^{-4y} + 3.828e^{-5y^2}, \quad (3.3)$$

$$f_k^z(y) = 0.052 + 1.0334e^{-5x} + 1.36e^{-5x^2}, \quad (3.4)$$



Rys.3.3 I zginanie antysymetryczne skrzydeł, $\omega=3.78$ [Hz]

$$f_s^z(y) = -9.35274e^{-7y} + 2.1678e^{-7y^3} - 3.1e^{-7y^5}, \quad (3.5)$$

$$f_H^z(y) = -1.1702e^{-5y} + 9.1029e^{-6y^3} - 3.46e^{-7y^5}, \quad (3.6)$$

$$f_v^z(z) = -2.1511e^{-5z} + 1.089e^{-4z^3} - 3.38e^{-4z^5}; \quad f_k^z(x) = 0, \quad (3.7)$$

Obiekt latający znajdujący się w ustalonym locie ślizgowym wlatuje w pole zmienne wiatru, wpływ parametrów lokalnych wiatru uwzględniono przy pomocy wektora chwilowej prędkości liniowej, kątowej i gradientów wiatru, wyniki obliczeń numerycznych przedstawiono graficznie na rys. 3.5÷rys. 3.11.

gdzie:

- $f_i^z(k)$ - funkcja opisująca przemieszczenie i ugięcia poszczególnych elementów,
 j - kierunek przemieszczeń lub ugięcia,
 i - wybrany element,
 k - wybrana oś,

Dane obliczeniowe oraz parametry lotu ślizgowego i podmuchu, dane te są wynikiem nieliniowego rozwiązania układu równań 1.5÷1.13 przy założeniu:

$$P=0, Q=0, R=0,$$

$$S_x = S_y = S_z = 0, \quad J_{xy} = 0, J_{zy} = 0, \quad M_{xg} = 0, M_{yg} = 0, M_{zg} = 0,$$

$$\text{wysokość lotu: } h = 850 \quad [m],$$

$$\text{prędkość lotu: } v_o = 45.85 \quad [m/s],$$

$$\text{kąt natarcia: } \alpha = -2.175 \quad [^\circ],$$

$$\text{kąt ślizgu: } \beta = 0 \quad [^\circ],$$

$$\text{kąt toru lotu } \gamma = -3.056 \quad [^\circ],$$

$$\text{kąt przechylenia } \phi = 0 \quad [^\circ],$$

$$\text{kąt odchylenia } \psi = 0 \quad [^\circ],$$

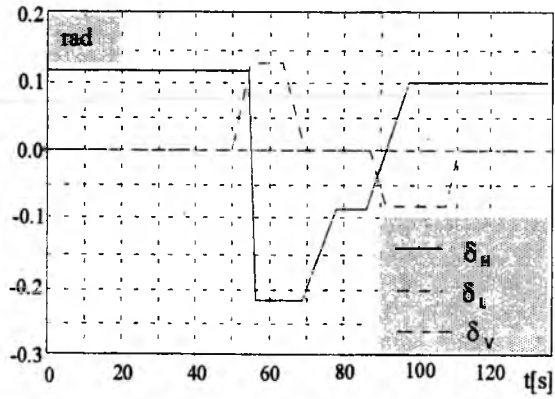
kąt wychylenia sterów:

$$\text{wysokości, lotki i steru kierunku: } \delta_h = 6.4249, \delta_L = \delta_v = 0 \quad [^\circ],$$

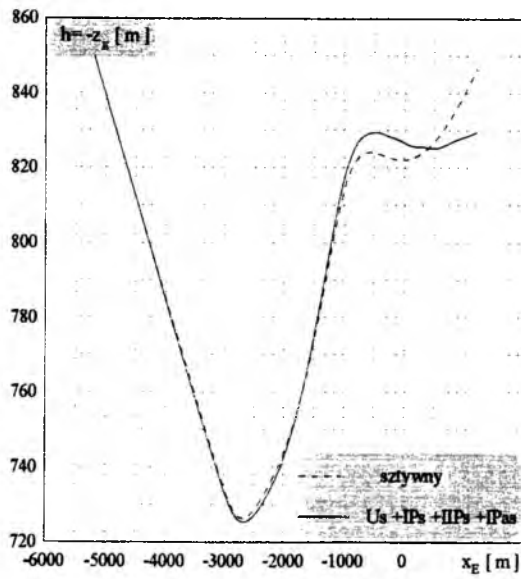
$x_w = -6000$ [m], $y_w = 200$ [m], natężenie wiatru $w_{z0} = 10$ [m/s]. Przebieg zmian kątów wychylenia organów sterujących przedstawiono na rys. 3.4

Oznaczenia użyte w rysunkach 3.5÷3.11:

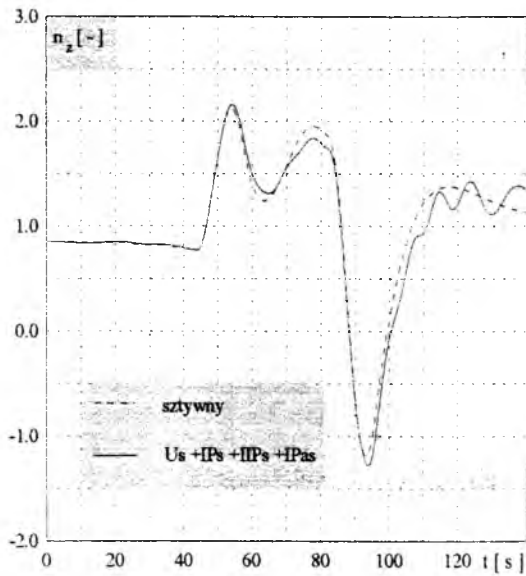
- US - ugięcia statyczne,
- IPS - I zginanie symetryczne skrzydeł,
- IIPS - II zginanie symetryczne skrzydeł,
- IPaS - I zginanie antysymetryczne skrzydeł.



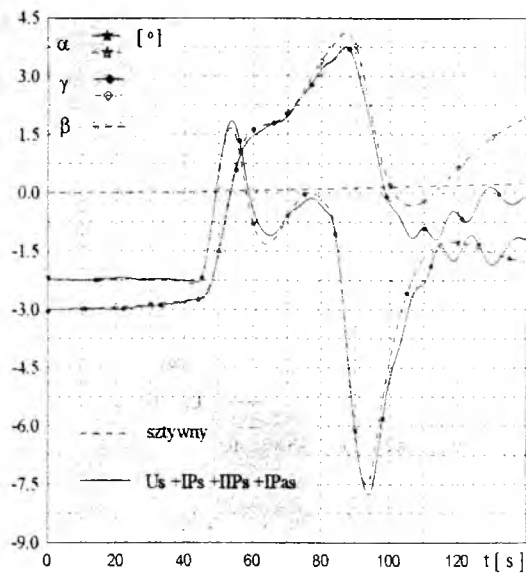
Rys. 3.4 przebieg kątów wychylenia sterów w funkcji czasu



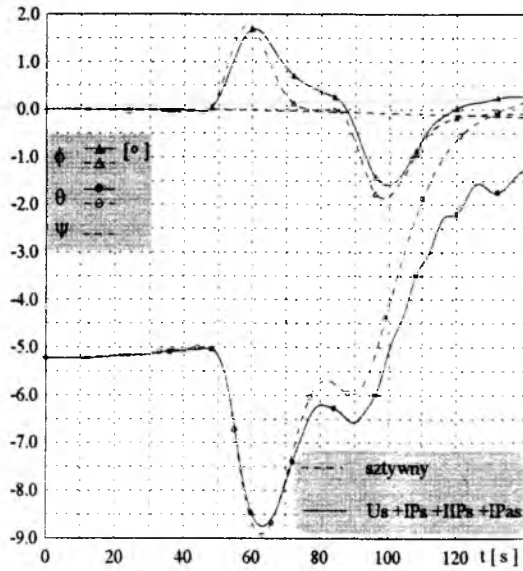
Rys. 3.5 trajektoria lotu



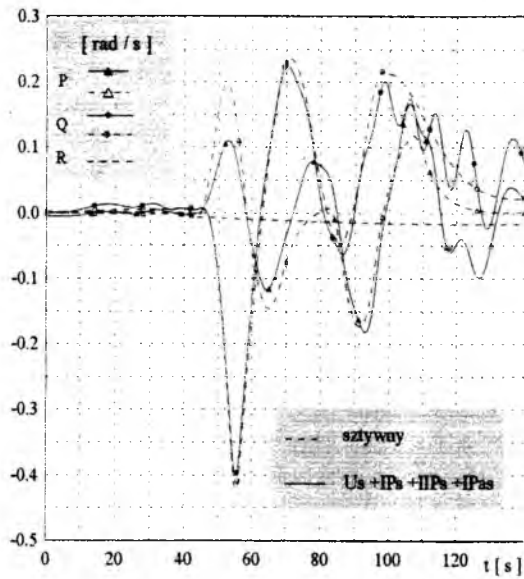
Rys. 3.6 przebieg współczynnika obciążenia w funkcji czasu



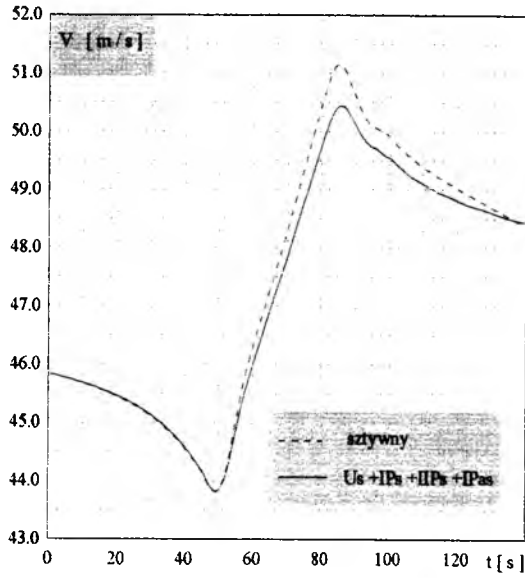
Rys. 3.7 przebieg kątów alfa, beta, gamma w funkcji czasu



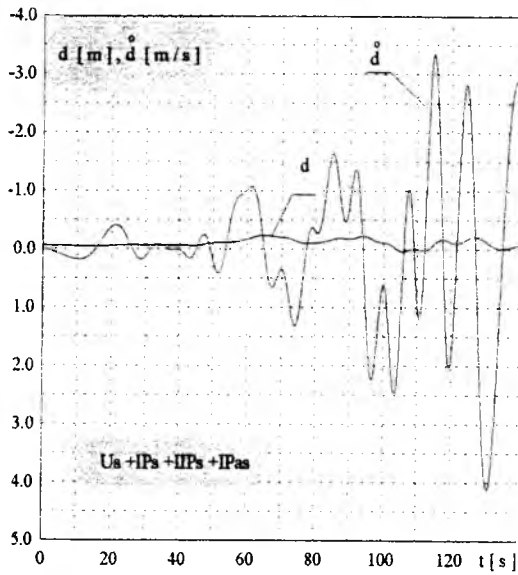
Rys. 3.8 przebieg kątów ϕ , teta, psi w funkcji czasu



Rys.3.9 przebieg składowych prędkości kątowej w funkcji czasu



Rys. 3.10 przebieg prędkości lotu w funkcji czasu



Rys. 3.11 deformacja końcówki skrzydła i zmiana jej prędkości

4. wnioski końcowe.

Przedstawiono metodę badania symulacyjnych własności dynamicznych odkształcalnego szybowca po wejściu w zmienny podmuch w czasie i przestrzeni z uwzględnieniem charakterystyk sprężystych konstrukcji oraz parametrów pola zmiennego wiatru. Na podstawie otrzymanych wyników obliczeń można stwierdzić, że wpływ drgań własnych jest odwrotnie proporcjonalny do częstości drgań własnych. Wpływ skutków działania wiatru jest bardziej złagodzony przy uwzględnieniu drgań własnych o niskiej częstości. W miarę nakładania się postaci drgań własnych zmniejsza się wpływ drgań na własności dynamiczne odkształcalnego obiektu latającego. Ogólnie można stwierdzić, że odkształcalny obiekt latający jest wolniejszy niż obiekt sztywny, uginające się skrzydła mają działania amortyzujące zakłócenia zewnętrzne. Wydaje się celowe działanie w kierunku uogólnienia przedstawionej metody głównie ze względu na przyjęte założenia przy rozwiązaniu zagadnienia.

Dynamic response of a elastic sailplane entering in a 3-D variable air blast

Summary

this paper presents dynamics response of elastic sailplane after entering in a variable air blast. Sailplane treated as a elastic body with rigid-body six degrees of freedom and the elastic degrees of freedom (wings, fuselage and control surfaces respectively) include the static flexural deflection of the wing or (I, II symmetrical and I antisymmetric transverse vibrations). The structural deformation is assumed sufficiently small, such that linear elastic theory is valid. The system has been digitized in term of proper vibration, know from the previous resonance experiments accomplished for sailplane SZD-42-2 „Janar 2-B” in Institute of Aviation in Warsaw. Sailplane dynamics equation are derived using the Boltzman-Hamel formalism. The additional effect of variable wind field was included into mathematical

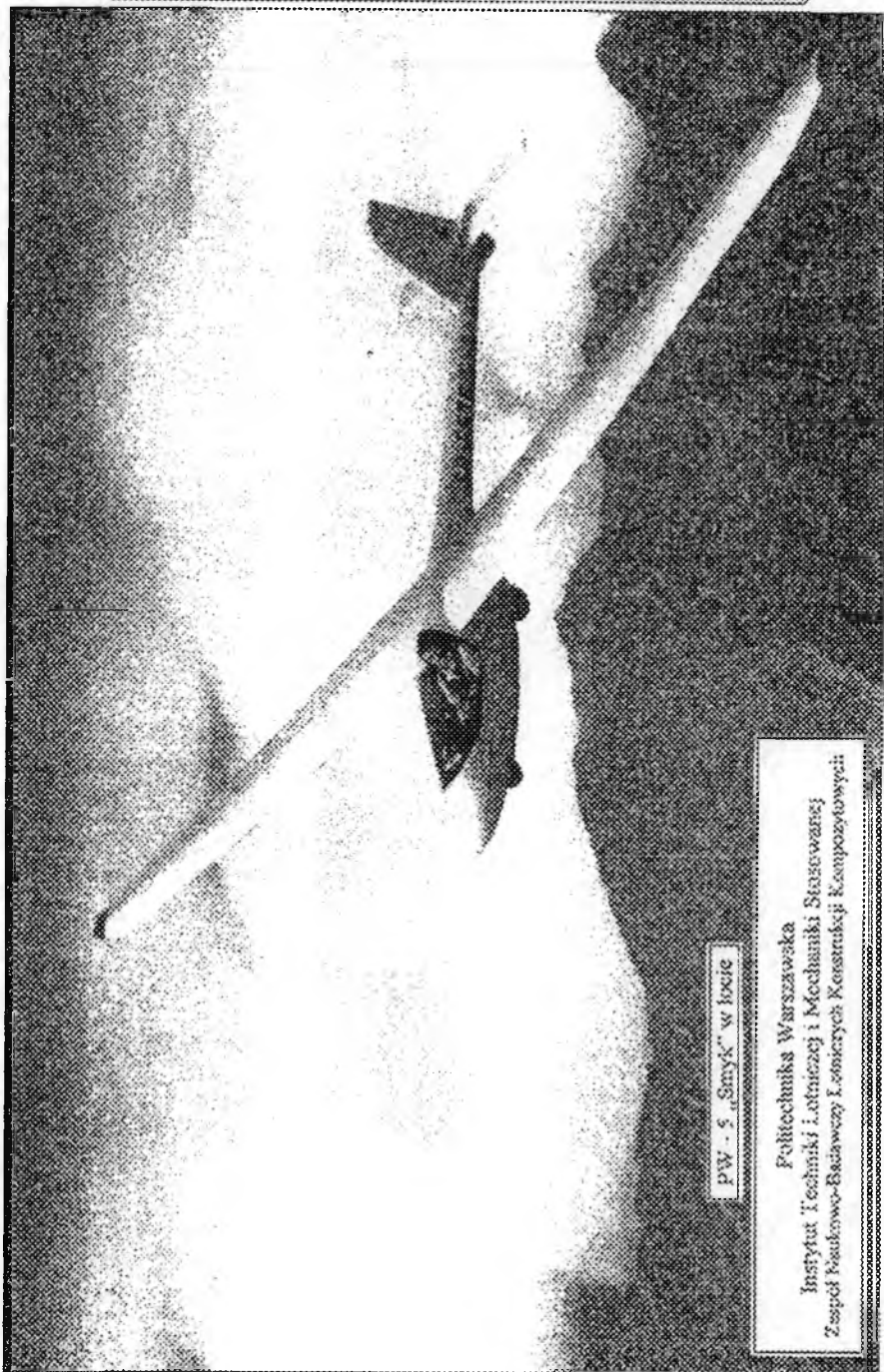
model using Bray, a model. The obtained results of numerical simulation fig. 3.5-fig. 3.11 showed, that influence of static deflection on dynamics properties is insignificant, greatest influence of structural deformation on dynamics properties observe during investigation transverse vibrations with low frequencies. generally may satisfied that oscillatory wing act such a spring and remissive effect of a variable air blast.

LITERATURA

1. Bisplinghoff R. L. , Ashley H. ,, Principles of aeroelasticity" John Wiley. New York 1962.
2. Bray R. S. ,, A method for 3-D Modelling of Wind shear Enviroments for Flight Simulator Application" NASA CP-2474, 1987.
3. Instytut Lotnictwa, „Próby Rezonansowe SZD-42-2 (JANTAR 2 B)“
4. Kręt K. ,,Wpływ sztywności konstrukcji na obciążenia manewrowe samolotu” praca doktorska, Politechnika Rzeszowska, 1986(niepublikowana)
5. Maryniak J. ,,Modelowanie w dynamice obiektów latających" XIII th Symposium of Vibrations in Physical Systems, Poznań-Błazejewko, May 25-26, 1988.
6. Maryniak J. ,,Ogólne modelowanie fizyczne i matematyczne obiektów latających jako elementów systemu symulator matematyczny model sterowanego samolotu" ITLiMS , Politechniki Warszawskiej Warszawa 1985.
7. Maryniak J. Bardakji S. ,,Uproszczony model i analiza wpływu sprężystości giętej skrzydeł szybowca na parametry lotu w wyrwaniu" Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej (Mechanika), Z.113, Gliwice 1993.

8. Maryniak J, Farshbaf Sisi Asghar,, Modelowanie i symulacja numeryczna wejścia odkształcalnego szybowca w zmienny podmuch" XXXIV Sympozjum „ Modelowanie w mechanice" Zeszyty Naukowe Politechnika Śląska, Mechanika Z.121, Wiśła 1995.
9. Pedro J.,,Badania symulacyjne reakcji samolotu pasażerskiego w locie przestrzennym po wejściu w zmienny podmuch" rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1993,
10. Farshbaf Sisi Asghar,,Modelowanie i badanie symulacyjne własności dynamicznych odkształcalnego szybowca po wejściu w zmienny podmuch" Rozprawa doktorska, ITLiMS, Politechnika Warszawska 1994 (niepublikowana)
11. Scalan R. H. , Rosenbaum R. „Drgania i flutter samolotów" PWN, Warszawa 1964.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA



PW - 5 „Smyk” w locie

Politechnika Warszawska
Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Zespół Badawczo-Badawczy Lotniczych Konstrukcji Kompozytowych

OBLICZENIA STATYCZNE I DYNAMICZNE PŁYT PRZEKŁADKOWYCH O GRUBOŚCI ZMIENNEJ W JEDNYM KIERUNKU

dr inż. Bogusław MROZEK
dr hab. inż. Idzi NOWOTARSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

Streszczenie

Przedstawiono zależności niezbędne do wykonania obliczeń w liniowym zakresie statyki i dynamiki (drżania własne) płyt przekładkowych typu „sandwich” o zmiennej grubości wypełniacza metodą elementów skończonych (MES). Podano opis opracowanego zbieżnego elementu skończonego o 18 stopniach swobody. Wyniki przeprowadzonych obliczeń odniesiono do prac innych autorów i własnych badań eksperymentalnych.

1. Wstęp

Konstrukcje przekładkowe są stosowane w budowie statków latających od wielu lat. Ich główne cechy to: mały ciężar właściwy, duża wytrzymałość i sztywność, duża skuteczność tłumienia drgań i dobre własności izolacyjne. W stosunku do klasycznych rozwiązań ich masa jest o 30...50 % niższa [1]. W toku prac nad takimi samolotami jak Concorde czy też F-111 zaczęto stosować m.in. w elementach usterzeń nowy, dotychczas nie stosowany, typ konstrukcji przekładkowych. Ich cechą charakterystyczną jest to, że wypełniacz (rdzeń) całkowicie zajmuje przestrzeń znajdującą się między okładzinami tworzącymi profil lotniczy. Tego rodzaju elementy usterzenia, klapy czy hamulce aerodynamiczne są w swej istocie **płytami przekładkowymi o zmiennej grubości**

N.Paydar i C.Libove w pracy [2] przedstawili odmienny od dotychczas stosowanego sposób podejścia do obliczeń płyt przekładkowych zbieżnych. Swoją teorię określili jako „rozszerzoną”, a obejmuje ona wyłącznie analizę statyczną. Otrzymali przykładowe, ograniczone warunkami brzegowymi, rozwiązanie wykorzystując metodę Levy'ego i technikę różnic skończonych.

Niniejsza praca stanowi próbę zastosowania MES do rozwiązania zagadnień statycznych i dynamicznych tego typu konstrukcji

2. Postawienie problemu

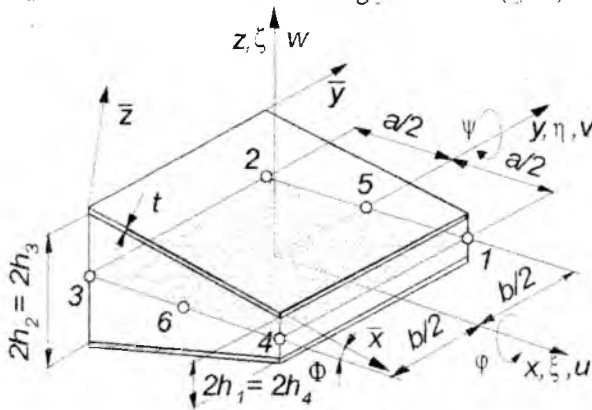
Przedmiotem rozważań jest prostokątna płyta przekładkowa typu „sandwich”, symetryczna względem płaszczyzny środkowej, o grubości wypełniacza zmieniającej się w kierunku jednej z osi układu (rys. 1). Rdzeń płyty stanowi w tym przypadku wypełniacz ulowy. Bardzo cienkie, w porównaniu z wypełniaczem, okładziny traktowane są jako membrany, zaś wypełniacz jako nierozciągliwy wzdłuż swojej grubości. Przenosi on tylko naprężenia ścinające. Materiał przekładkowy jest traktowany jako jednorodny i ortotropowy, zaś na styku wypełniacz - okładzina nie występują żadne uszkodzenia ani defekty.

Omawiana płyta jest wykonana całkowicie z metalu.

Do obliczeń wykorzystano MES w ujęciu przemieszczeniowym. Odchodząc od hipotezy Naviera-Kirchhoffa o odcinku normalnym, zastosowano podejście makroskopowe i teorię płyt średniej grubości. Uwzględniono zatem wpływ poprzecznych naprężeń ścinających.

3. Opis elementu skończonego

Określone zostały charakterystyki przekładkowego elementu skończonego o zmiennej grubości. Jest to prostokątny element płytowy sześciowęzłowy o węzłach leżących w narożach i na środkach boków równoległych do osi x (rys. 1).



Rys. 1

Element jest typu subparametrycznego. Jego geometrię określają cztery węzły narożne a stan odkształcenia wszystkie sześć węzłów. Grubość wypełniacza jest liniowo zmienna w kierunku osi x . Na omawianym rysunku t - oznacza grubość górnej i dolnej okładziny (są one równe), zaś Φ - kąt pochylenia okładziny. Zaciemniony obszar przedstawia płaszczyznę średnią płyty.

W każdym węźle przyjęto trzy stopnie swobody. Są to:

w - przemieszczenie poprzeczne (jednakowe dla każdej warstwy)

φ - kąt obrotu w płaszczyźnie normalnej do osi x

ψ - kąt obrotu w płaszczyźnie normalnej do osi y

Stąd wektor przemieszczeń węzłowych elementu ma postać:

$$\underline{\delta}_e^T = [w_1, \varphi_1, \psi_1, w_2, \varphi_2, \psi_2, \dots, w_6, \varphi_6, \psi_6] \quad (1)$$

Przemieszczenia we wnętrzu elementu f interpolowano za pomocą nieliniowych funkcji kształtu N i przemieszczeń węzłowych $\underline{\delta}_e$ wg zależności:

$$\underline{f} = [N^{(1)}, N^{(2)}, \dots, N^{(6)}] \underline{\delta}_e = \underline{N} \underline{\delta}_e \quad (2)$$

$$\underline{N}^{(i)} = \text{diag}[n_i, n_i, n_i]$$

Funkcje kształtu dla i-tego węzła przedstawiono w tabeli 1.

tabela 1

| i | $n_i(\xi, \eta)$ |
|---|---|
| 1 | $\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) - \frac{1}{4}(1+\xi^2)(1+\eta)$ |
| 2 | $\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) - \frac{1}{4}(1-\xi^2)(1+\eta)$ |
| 3 | $\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) - \frac{1}{4}(1-\xi^2)(1-\eta)$ |
| 4 | $\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) - \frac{1}{4}(1+\xi^2)(1-\eta)$ |
| 5 | $\frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta)$ |
| 6 | $\frac{1}{2}(1-\xi^2)(1-\eta)$ |

Zostały one podane we współrzędnych bezwymiarowych $\xi=2x/a$, $\eta=2y/b$ (patrz rys.1) i przyjęte wg [3].

Niezbędne w dalszej części wyprowadzeń macierze odkształceń \underline{B}_e mają następującą postać:

- dla okładziny

$$\underline{B}_e = [\underline{B}_e^{(1)}, \underline{B}_e^{(2)}, \dots, \underline{B}_e^{(6)}] \quad (3)$$

gdzie $\underline{B}_e^{(i)} =$

$$\left[\begin{array}{ccc} \frac{2 \sin \Phi \cos \Phi}{a} \frac{\partial n_i}{\partial \xi} & 0 & \frac{2 \cos^2 \Phi}{a} \left[\frac{h_1 - h_2}{2} n_i + h(\xi) \right] \frac{\partial n_i}{\partial \xi} \\ 0 & \frac{2}{b} h(\xi) \frac{\partial n_i}{\partial \eta} & 0 \\ \frac{2 \sin \Phi}{b} \frac{\partial n_i}{\partial \eta} & -\frac{2 \cos \Phi}{a} \left[\frac{h_1 - h_2}{2} n_i + h(\xi) \right] \frac{\partial n_i}{\partial \xi} & \frac{2 \cos \Phi}{b} h(\xi) \frac{\partial n_i}{\partial \eta} \end{array} \right] \quad (4)$$

$i=1,2,\dots,6$

- dla wypełniacza

$$\underline{B}_w = \left[\underline{B}_w^{(1)}, \underline{B}_w^{(2)}, \dots, \underline{B}_w^{(6)} \right] \quad (5)$$

gdzie

$$\underline{B}_w^{(i)} = \begin{bmatrix} \frac{2}{a} \frac{\partial n_i}{\partial \xi} & 0 & n_i \\ \frac{2}{b} \frac{\partial n_i}{\partial \eta} & -n_i & 0 \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (6)$$

Zawierają one:

- funkcje kształtu i ich pochodne we współrzędnych bezwymiarowych
- Φ kąt pochylenia okładziny
- a, b to wymiary rozpatrywanego elementu
- $h(\xi)$ funkcje zmiany wysokości wypełniacza

Macierze sztywności elementu \underline{K} dla okładziny i wypełniacza określono jako całki po objętości elementu z iloczynów macierzy

$$\underline{K}_e^o = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \underline{B}_o^T \underline{D}_o \underline{B}_o d\bar{z} d\bar{y} d\bar{x} = \frac{abt}{4 \cos \Phi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \underline{B}_o^T \underline{D}_o \underline{B}_o d\eta d\xi \quad (7)$$

gdzie $\bar{a} = \frac{a}{\cos \Phi}$

$$\underline{K}_e^w = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-h(x)}^{h(x)} \underline{B}_w^T \underline{D}_w \underline{B}_w dz d\bar{y} d\bar{x} = \frac{ab}{4} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left[(h_1 - h_2) \xi + (h_1 + h_2) \right] \underline{B}_w^T \underline{D}_w \underline{B}_w d\eta d\xi \quad (8)$$

Dla transformacji zmiennych i obszaru zastosowano standardowy proces obejmujący określenie wyznacznika macierzy Jacobiego. Dla wypełniacza pod całką znajduje się jego grubość będąca funkcją bieżącej współrzędnej ξ . Zastosowano całkowanie numeryczne z wykorzystaniem wzorów kwadratury Gaussa - po 3 punkty dla każdej osi.

Ponieważ omawiane zagadnienia obejmują również dynamikę w zakresie drgań własnych niezbędne było określenie macierzy mas elementu \underline{M}_e .

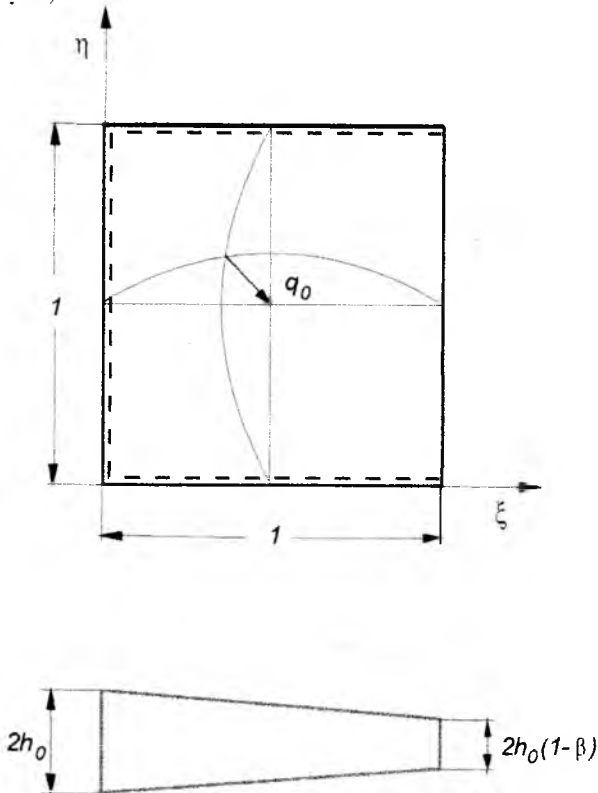
$$\underline{M}_e = \frac{ab}{4} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \underline{N}^T \begin{bmatrix} 2\rho_w h + 2\rho_o t' & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3}\rho_w h^3 + 2\rho_o h^2 t' & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3}\rho_w h^3 + 2\rho_o h^2 t' \end{bmatrix} \underline{N} d\xi d\eta$$

(9)

W diagonalnej macierzy masy właściwej ρ_w - oznacza gęstość wypełniacza ulowego, natomiast ρ_o - gęstość materiału okładziny.

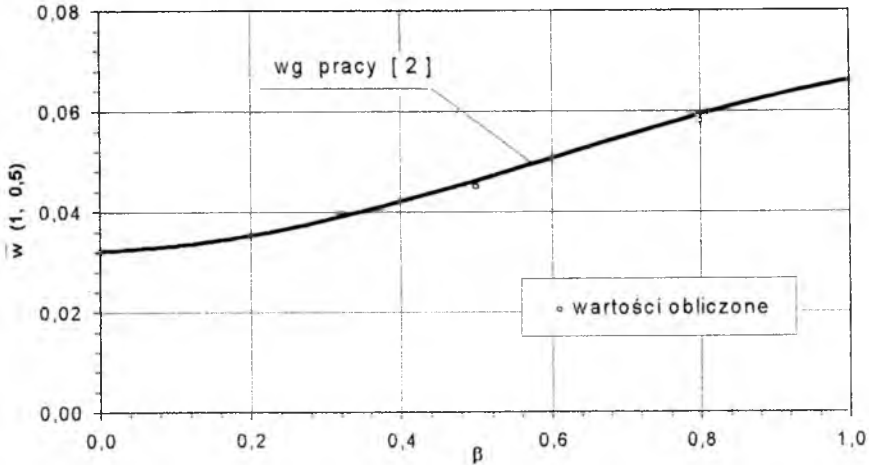
4. Wyniki obliczeń

Przykładem testowym była płyta przekładkowa o liniowo zmiennej grubości, przegubowo podparta na trzech krawędziach i czwartej swobodnej. Obciążona została siłami powierzchniowymi sinusoidalnie zmiennymi w obu kierunkach tzw. górką sinusoidalną (rys.2)



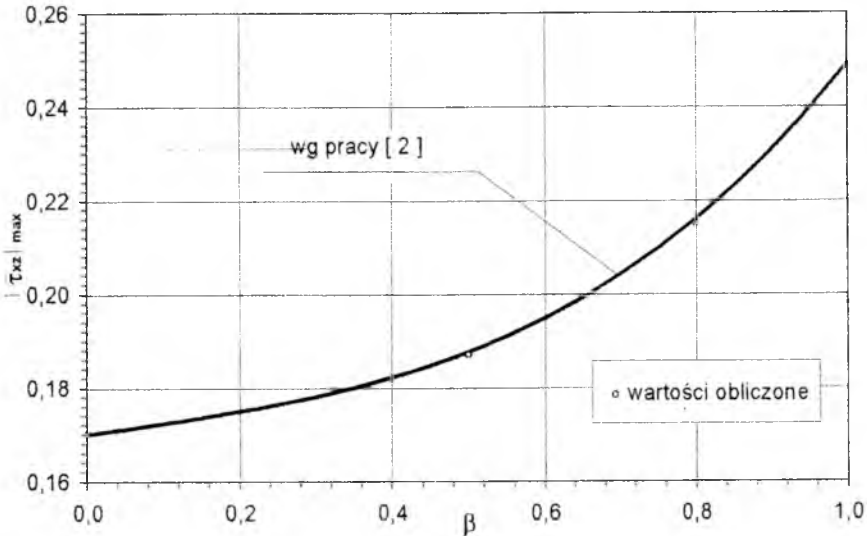
Rys.2

W przykładzie tym zostały przyjęte takie same parametry geometryczne i materiałowe jak w pracy [2]. Uzyskane poprzeczne przemieszczenia bezwymiarowe „ \bar{w} ” w funkcji współczynnika zbieżności płyty β (dla $\beta=0, 0.5, 0.8$), oznaczone punktami na wykresie, odniesione zostały do wyników zamieszczonych w tejże pracy i omówionej już we wstępie.



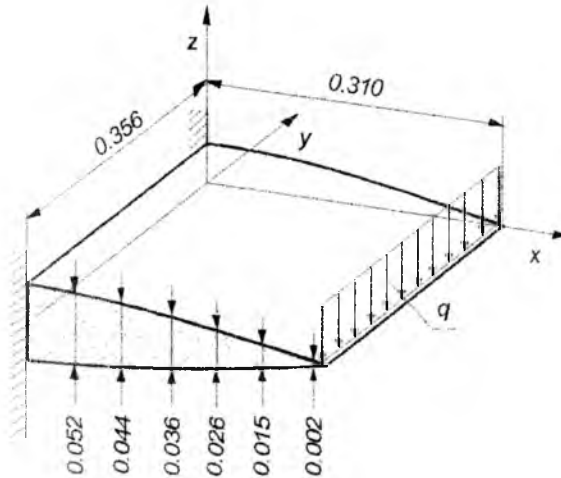
Rys. 3

I analogicznie dla bezwymiarowych naprężeń tnących w wypełniaczu $\bar{\tau}_{xz}$ (rys.4). Oceniając otrzymane rozwiązania można stwierdzić, że zarówno opracowana teoria jak i program dają wyniki zadowalające dla praktyki obliczeń inżynierskich.



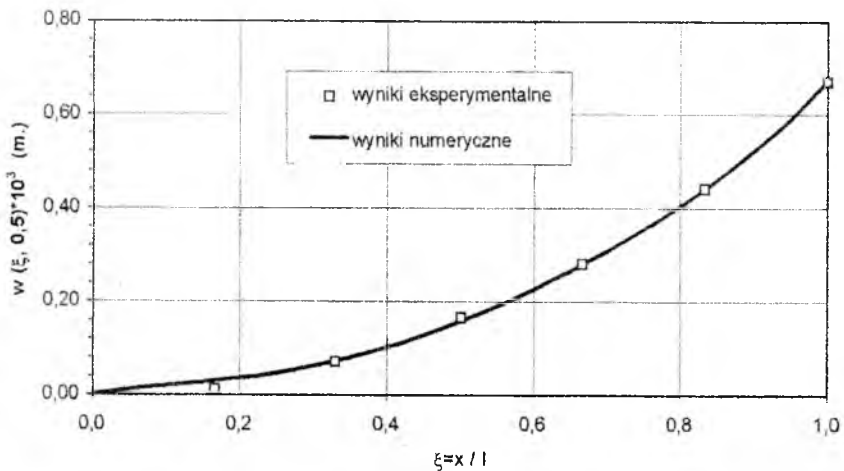
Rys.4

Kolejnym obiektem obliczeń numerycznych, a także badań eksperymentalnych była rzeczywista konstrukcja przekładkowa o nieliniowo zmiennej grubości. Do badań wykorzystano jedną sekcję wirnika nośnego śmigłowca o podstawowych wymiarach jak na rys.5. Przyjęte warunki brzegowe odpowiadają utwierdzeniu wzdłuż jednej krawędzi, pozostałe są swobodne. Płytę wspornikową obciążono wzdłuż krawędzi spływu wydatkiem liniowym q .



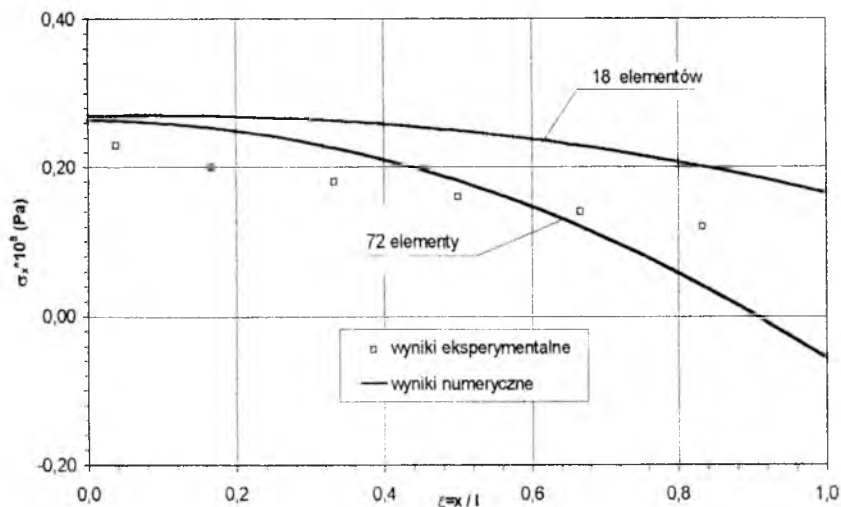
Rys.5

Przedstawione wykresy ilustrują uzyskane rozkłady przemieszczeń poprzecznych „ w ” i naprężeń normalnych w okładzinie „ σ ” w połowie szerokości płyty ($\eta=0.5$) wzdłuż jej rozpiętości ($\xi=x/l$). Linia ciągłą oznaczono te otrzymane na drodze numerycznej, a punktami - eksperymentalnie.



Rys.6

Obraz rozkładu naprężeń normalnych nie może być zadowalający pomimo zagęszczenia siatki podziału do 72 elementów. Może to być głównie efekt zastosowania elementu o płaskim brzegu do modelowania konstrukcji rzeczywistej o brzegu krzywoliniowym.

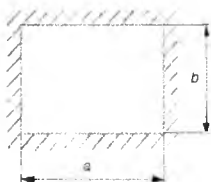


Rys. 7

W zakresie drgań własnych przykładem testowym była prostokątna płyta przekładkowa o okładzinach **równoległych** utwierdzona na czterech brzegach. Własne wyniki podane w lewej kolumnie tabeli 2 zestawiono z wynikami podanymi przez Ahmeda [4]. Zagęszczenie podziału powoduje znaczne obniżenie częstości i tym samym zbliża wynik do poprawnego.

tabela 2

| | | ω_1 [Hz] | | | |
|---|--|-------------------|--|------------------|--------------|
| i | Element o 3 SSW | | Element o 7 SSW wg [4] stałe odksz. w wypełniaczu 16 elementów | Wyniki Uenga [4] | |
| | stałe odksz. w wypełniaczu 18 elementów | 72 elementy | | teoretyczne | eksperyment. |
| 1 | 81.06 | 61.63 | 56.04 | 53.04 | 48 |
| 2 | 171.71 | 89.87 | 86.36 | 91.98 | 84 |
| 3 | 212.18 | 145.58 | 137.24 | 138.84 | 127 |
| 4 | 266.90 | 151.64 | 142.25 | 149.00 | 137 |
| 5 | 264.24 | 174.59 | 163.77 | 161.33 | 148 |

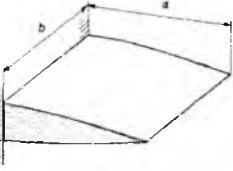


$$\begin{aligned}
 a &= 1.721 \text{ m.} \\
 b &= 1.105 \text{ m.} \\
 2h &= 6.35 \text{ mm} \\
 t &= 0.4064 \text{ mm} \\
 E &= 0.689 \times 10^{11} \text{ Pa} \\
 \nu &= 0.34
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_0 &= 0.268 \times 10^4 \text{ kg/m}^3 \\
 \rho_w &= 0.352 \times 10^2 \text{ kg/m}^3 \\
 G_{xz} &= 0.1344 \times 10^9 \text{ Pa} \\
 G_{yz} &= 0.5170 \times 10^8 \text{ Pa}
 \end{aligned}$$

Natomiast w tabeli 3 zestawionej dla płyty **zbieżnej**, tj. omawianej wcześniej sekcji łopaty zamocowanej wysięgnikowo, różnice wnoszone przez zagęszczenie podziału są minimalne.

tabela 3

| | | | |
|---|---------------------------------|---|--|
|  | | $a = 0.310 \text{ m.}$ $b = 0.356 \text{ m.}$ $t = 0.0003 \text{ m.}$ $E = 67 \text{ GPa}$ $\nu = 0.35$ | $\rho_w = 35 \text{ kg/m}^3$ $\rho_o = 2700 \text{ kg/m}^2$ $G_{xz} = 0.182 \text{ GPa}$ $G_{yz} = 0.119 \text{ GPa}$ |
| | | $\omega_1 \text{ [Hz]}$ | |
| i | Element o 3 SSW 18 elementów | Elementy o 3 SSW 72 elementy | |
| 1 | 670.00 | 672.03 | |
| 2 | 981.13 | 980.61 | |
| 3 | 1878.10 | 1819.50 | |
| 4 | 2345.00 | 2331.11 | |

5. Wnioski

Przedstawione wyniki obliczeń płyt przekładkowych zbieżnych ogólnie potwierdzają przydatność opracowanej metodyki obliczeń - zwłaszcza dla płyt o liniowej zmianie grubości.

Należy traktować je jako przybliżone, zwłaszcza w części dotyczącej naprężeń normalnych w okładzinach dla płyt o nieliniowej zmianie grubości.

Zarówno opis elementu jak i liczba stopni swobody zostały przyjęte w sposób możliwie prosty. Daje to dobrą podstawę do budowy bardziej skomplikowanych elementów skończonych, których opis zostanie zamieszczony w następnych publikacjach.

Literatura

1. ROMANÓW F. „Wytrzymałość konstrukcji warstwowych” Zielona Góra 1995.
2. PAYDAR N., LIBOVE C. „Stress analysis of sandwich plates with unidirectional thickness variation” Journal of Applied Mechanics vol.53, Sept. 1986.
3. SZMELTER J. „Metody komputerowe w mechanice” Warszawa 1980.
4. AHMED K.M. „Static and dynamic analysis of sandwich structures by the method of finite elements” Journal of Sound and Vibration, 18,1,1971.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA



PW - 5 „Smyk” w locie

Politechnika Warszawska
Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Zespół Naukowo-Badawczy Lotniczych Konstrukcji Kompozytowych

Sieci neuronowe w diagnostyce zespołu napędowego.

Lucyna Pyzik

Politechnika Rzeszowska
Zakład Informatyki
e-mail: lpyzik@prz.rzeszow.pl

Streszczenie

W artykule przeprowadzono porównanie rezultatów uzyskanych w wyniku zastosowania różnych architektur sieci neuronowych do diagnozowania lotniczych silników tłokowych. Danymi wejściowymi w prowadzonych symulacjach były przebiegi drgań silnika zmierzone na zawieszaniu. Dane wejściowe podawane były na sieć w postaci dyskretnych wartości pobranych z ciągłych przebiegów przyspieszeń oraz przy rozłożonych drganiach na szereg i transformatę Fouriera. Diagnostykę silnika przeprowadzono za pomocą następujących metod:

- wstecznej propagacji,
- jednowarstwowego perceptronu,
- kodowania danych wejściowych,
- sieci przesyłającej „żetony,
- adaptacyjnego kwantowania wektorowego.

W oparciu o analizę czasu uczenia oraz efektywności rozpoznawania uszkodzenia wysunięto wnioski odnośnie zastosowania tych metod do diagnostyki silnika lotniczego tłokowego.

Neural Networks for diagnostic of powering system.

Abstract:

The article compares results achieved by applications of different neural network architectures in diagnosis of aircraft piston engines. The input data in simulations, were sequences of engine vibrations measure at its suspension. Those data were entered into neural networks in two forms; as discrete values taken from continuous spectrum of accelerations and as series and Fourier transform. Engine diagnostic has been performed using there following methods:

- Back-Propagation,
- One-Layer perceptron,
- Coding of the input data,
- Counter propagation network
- LVQ- learning vector quantization.

Based on network learning time analysis and effectiveness of failure recognition article suggests a choice of methods relevant it aircraft piston engine diagnostic.

1. Wstęp.

Sieci neuronowe są bardzo uproszczonym modelem mózgu. Zbudowane są z bardzo dużej ilości elementów zwanymi neuronami, których zadaniem jest przetwarzanie informacji. Neurony, a w zasadzie ich modele, są powiązane ze sobą w sieć za pomocą połączeń o zmiennych parametrach (wagi), które są modyfikowane w trakcie procesu uczenia. Działanie sieci określone jest przez sposób połączenia neuronów i parametry tych połączeń, a sygnały pojawiające się na wyjściach sieci jako odpowiedź na sygnały wejściowe są rozwiązaniami stawianych jej zadań. Działanie mózgu i komputera różni się sposobem odbierania i przetwarzania informacji. Komputer przetwarza informacje szeregowo realizując kilka lub kilkanaście procesów, mózg natomiast posiada miliardy prostych procesów przetwarzających informacje w sposób równoległy, co pozwala efektywnie wykorzystywać złożone zadania obliczeniowe pomimo użycia bardzo powolnych elementów. Osiągnięcie granicznych prędkości przetwarzania szeregowego oraz wzrastająca potrzeba rozwiązywania trudnych problemów rozpoznawania obrazów przyczyniła się do zainteresowania sieciami. Jedną z ważniejszych cech sieci neuronowych jest ich zdolność do adaptacji i samoorganizacji, która jest wykorzystywana w większości zastosowań. Zdolność ta oparta jest na modyfikacji wag połączeń w procesie uczenia. Sieci neuronowe zachowują zdolność do poprawnej pracy nawet po uszkodzeniu znacznej liczby elementów. Cecha ta wiąże się z równoległym sposobem przetwarzania informacji. Uszkodzenie jednego elementu powoduje częściowe lub całkowite wyłączenie tego "stanu przetwarzania" w którym znajduje się dany element. Sieci neuronowe można porównać z systemami współbieżnymi, przy czym stopień współbieżności jest często setki razy większy niż najlepsze systemy wieloprocesowe. Dzięki temu można zwiększyć szybkość obliczeń w większości stawianych sieciom zadaniom. Kolejnym atutem sieci neuronowych jest możliwość programowania ich poprzez uczenie. Zamiast projektować algorytm wymaganego przetwarzania informacji i dzielić go na moduły nadające się do współbieżnego wykonania, stawia się sieci przykładowe zadanie i zgodnie z założoną strategią modyfikuje się połączenie elementów sieci i ich współczynniki wagowe. W ten sposób sieć sama się programuje, co w niektórych przypadkach prowadzi do szybkiego rozwiązania. W innych przypadkach wymaga nawet kilkaset lub kilka tysięcy iteracji, lecz dzieje się to automatycznie bez absorbowania uwagi człowieka, który oczekuje na rozwiązanie.

Jak już wspomniano sieć neuronowa składa się z pojedynczych elementów zwanych neuronami połączonych ze sobą. Z każdym połączeniem związana jest modyfikowana waga w_i , która określa siłę połączenia. Neuron zamienia przychodzące do niego sygnały wejściowe tzw. wzorce wejściowe w jeden sygnał wyjściowy, który przekazuje do innych neuronów. Ta konwersja wykonywana jest w dwóch etapach. Najpierw każdy przychodzący sygnał jest mnożony przez wagę na odpowiadającym mu połączeniu i tak ważone wejścia są sumowane, stanowiąc całkowity sygnał wejściowy do rozważonego neuronu.

$$x = \sum y_i w_i$$

Otrzymany w ten sposób całkowity sygnał wejściowy x przekształcony jest przez neuron w sygnał wyjściowy y i przekazany do innych neuronów. Przekształcenie to jest zależne od realizowanej przez neuron funkcji aktywacji, określającej związek między całkowitym sygnałem wejściowym neuronu a jego odpowiedzią. Najczęściej jako funkcje aktywacji stosuje się funkcje liniową, progową lub sigmoidalną. Neurony w sieci mogą być połączone w różne sposoby. Uczenie sieci polega na takim modyfikowaniu wag, aby sieć

działała prawidłowo. Sposób przepływu sygnału w sieci, funkcja aktywacji oraz zastosowany algorytm uczenia decyduje o rodzaju sieci.

2. SIECI NEURONOWE W DETEKCJI USZKODZEŃ

Bardzo ważnym kryterium podziału metod i technik diagnostyki technicznej jest sposób obróbki sygnałów pomiarowych. Korbisz w swojej pracy dokonuje następującego podziału:

- a) metody statyczne
- b) metody oparte na wykorzystaniu modeli matematycznych procesów
- c) metody sztucznej inteligencji, a tym systemów ekspertowych i sztucznych sieci neuronowych

W procesie bardzo szybkiego rozwoju dziedzin związanych ze sztuczną inteligencją nastąpiła zmiana kierunku rozwiązywania problemów diagnostyki technicznej. Metody sztucznej inteligencji wypierają coraz skuteczniej metody analityczne, dzięki możliwości wykorzystania ich do diagnostyki poszczególnych obiektów jak też całych kompletów technicznych. Podstawowymi zaletami tych metod jest elastyczność, uniwersalność oraz łatwość tworzenia aplikacji. Dodatkowym bardzo istotnym faktem jest to, iż metody te nie potrzebują modeli matematycznych diagnozowanych obiektów, co często stanowi bardzo duże ułatwienie. Znajomość modelu matematycznego nie determinuje stosowania metod analitycznych wręcz przeciwnie model może stanowić ważną część bazy wiedzy systemu ekspertowego. Popularność sieci neuronowych w diagnostyce wynika z faktu posiadania przez nie następujących cech:

- uczenie i douczenie sieci na podstawie obserwacji sygnału obiektu,
- niewymagana jest znajomość modelu matematycznego diagnozowanych obiektów,
- możliwość równoległego procesu przetwarzania informacji,
- efektywna aproksymacja dowolnych nieliniowości,

Większości przypadków SN traktujemy w diagnostyce silnika jako neuronowy klasyfikator stanów obiektu. Każdy stan obiektu można rozpatrzeć, jako obraz danego stanu posiadającego zestaw wartości sygnałów wejściowych i wyjściowych. Projektowanie neuronowego klasyfikatora stanów obiektu polega na wyborze typu, struktury sieci i wyznaczeniu współczynników wag w procesie uczenia (przy uczeniu nadzorowanym) lub dostrajaniu współczynników wag (przy uczeniu nienadzorowanym).

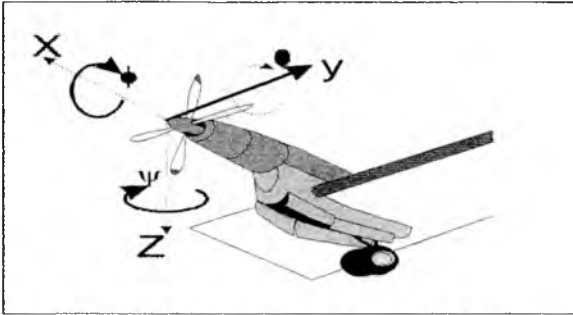
Aby zastosować sieci w wykrywaniu uszkodzeń musimy podjąć następujące kroki:

- określenie uszkodzeń,
- ustalenie typowych obrazów odpowiadających uszkodzeniom,
- wybór struktury sieci oraz jej algorytm uczenia,
- uczenie sieci z wykorzystaniem obrazów uczących.

3. SYSTEM DIAGNOSTYCZNY TŁOKOWEGO SILNIKA LOTNICZEGO

Zgodnie z zaprezentowanym sposobem projektowania w pierwszych krokach, należy określić uszkodzenie silnika oraz odpowiadające im obroty. Na podstawie wcześniejszych prac do ustalenia rodzaju uszkodzenia silnika przyjęto metodę analizy drgań zespołu napędowego. Po przeprowadzeniu analizy można wskazać kierunki w których

przebieg drgań niósł ze sobą informacje o uszkodzeniach. Są to liniowe przemieszczenia wzdłuż osi Y oraz kątowe wokół osi Z i X. (Rys.1)



Rys. 1 Kierunki diagnostyczne w zespole napędowy

Przy zastosowaniu sieci neuronowych istotnym problemem i ograniczeniem jest konieczność odpowiedniego przetworzenia sygnałów. Sygnały dostarczone bezpośrednio z czujników pomiarowych są sygnałem ciągłym, podczas gdy specyfika sieci wymaga, aby dostarczone dane były dyskretyzowane. Drgania badanego obiektu są zwykle obserwowane jako przebiegi zmian położenia, prędkości lub przyspieszenia wybranego punktu. Można tu zastosować opis sygnału w dziedzinie czasowej lub częstotliwościowej.

Drugim krokiem w projektowaniu systemu diagnostycznego z wykorzystaniem sieci neuronowych jest ustalenie typowych obrazów odpowiadających uszkodzeniom. Obrazami tymi były przebiegi drgań w poszczególnych kierunkach. Wczesny preprocesing danych podanych na sieć został przeprowadzony za pomocą:

- nałożenia sygnału wejściowego w szereg Fouriera
- zastosowanie do sygnału wejściowego nałożenia za pomocą transformaty Fouriera
- podanie dyskretnych wartości przebiegów z okresem próbkowania w 0,002s.

4. ARCHITEKTURY SIECI NEURONOWYCH ZASTOSOWANE DO DIAGNOSTYKI SILNIKA TŁOKOWEGO

4.1. Wsteczna propagacja (BP)

Jest to jedna z najpopularniejszych metod nadzorowanego uczenia sieci. Przy zastosowaniu tej metody wykonane są dwa przejścia. W przejściu pierwszym podany jest sygnał wejściowy w celu wytworzenia sygnału wyjściowego. W drugim przejściu, które odbywa się w kierunku od warstwy wyjściowej do wejściowej stosujemy procedurę korelacji błędów dla każdej warstwy tak aby całkowity błąd między żądanym sygnałem wyjściowym i aktualnie otrzymanym sygnałem wyjściowym był minimalizowany. W naszym systemie do diagnozowania zastosowano sieć dwuwarstwową.

4.2 Perceptron jednowarstwowy

Są to sieci jednokierunkowe uczone pod nadzorem. Składają się ze zbioru końcówek wejściowych, których zadaniem jest dostarczenie wzorców wejściowych do pozostałych elementów sieci. Następnie mamy kilka wejściowych i warstw jednostek wyjściowych. Ograniczeniem perceptronu prostego jest brak połączeń między warstwą wyjściową a warstwami poprzednimi, jak również brak połączeń między elementami tej samej war-

stwy. W perceptronie prostym mamy tylko wejściową i wyjściową bez warstw ukrytych. Obliczenia wykonane są przez warstwy opisane wzorem:

$$Q_i = p(h_i) = p\left(\sum_k w_{ik} \xi_k\right) \quad (1)$$

przy czym funkcja $p(h_i)$ jest funkcją aktywacji

W sieciach jednokierunkowych sygnał wyjściowy jest bezpośrednią funkcją sygnału wejściowego. Dla perceptronu prostego wyjście rzeczywiste Q_i^u jest dane wzorem (1), gdy ξ_k jest ustalone jako równe wzorcowi ξ_k^u

$$Q_i^u = p(h_i^u) = p\left(\sum_k w_{ik} \xi_k^u\right)$$

określamy s jako liczbę par wejście - wyjście zbioru treningowego, a więc $u = 1, 2, \dots, s$.

4.3. Sieć z kodowaniem danych wejściowych

W sieci tej redukujemy długość wektora wejściowego używając autoasocjyjnej propagacji wstecznej. Wartości z warstwy ukrytej podawane były na pierwszą warstwę perceptronu.

4.4. Sieć CP - sieć "przesyłająca zeton"

Sieć ta stanowi kompilację sieci Kohonena i sieci Grossberga. By zrealizować sieć CP należy znormalizować sygnał wejściowy

$$x_i = \frac{x_i}{\sum_{j=1}^u x_j}$$

Normalizację należy dokonać poza siecią. Pierwsza warstwa CP jest warstwą Kohonena. Oznacza to, że wektory wejściowe x mnożone są przez wektory wag w_i poszczególnych neuronów sieci, dostarczając wartości e_i będących sumarycznym (ważonym) pobudzeniem każdego neuronu.

$$e_j = W_j^T X$$

Następnie wybierany jest element o największej wartości pobudzenia e_i ("zwycięzca") i tylko ten sygnał wyjściowy przyjmuje wartości 1

$$k_j = \begin{cases} 1, & \text{gd}y \quad \forall i \neq j, e_j > e_i \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

Ten neuron jest w tym momencie zetonem zastępującym i symbolizującym dane wejściowe. Druga warstwa sieci realizuje algorytm „Outstar” Grossberga. Sygnałem wejściowym do tej warstwy jest wektor K , a sygnał wyjściowy Y obliczany jest według klasycznej reguły

$$Y = VK$$

Działanie drugiej warstwy przypomina odczyt z gotowej tabeli. Na każdym i - tym wyjściu sieci w trakcie procesu uczenia przygotowane zostaje m wariantów odpowiedzi V_{ij} .

4.5. Sieć LVQ

Idea sieci jest następująca, przeprowadzamy podział danych lub rozkład wektorów wejściowych ξ^u na M - klas i prezentujemy dowolny wektor poprzez klasę do której on należy. Gdy wektor wejściowy ξ_j^u jest doprowadzany na wejście sieci, to zwycięskie wyjście informuje nas o właściwej klasie. LVQ składa się z dwóch warstw: warstwy uczącej i warstwy klasyfikującej. Wielkość receptorów wejściowych zależy od wielkości wektora wejściowego. Ilość neuronów w warstwie Kohonena zależy od ilości rozpoznawanych klas, kilka neuronów na klasę. Warstwa wyjściowa składa się z tylu neuronów, ile klas rozpoznających.

5. PREPROCESING DANYCH WEJŚCIOWYCH.

Jak już wspomniano dane wejściowe są to wartości drgań zespołu napędowego w procesie nauczania sieci o różnych zaprezentowanych wcześniej architekturach. Dane przyspieszeń z trzech kierunków diagnostycznych przedstawiono na trzy różne sposoby:

- Wektor 39 wartości otrzymany przy rozłożeniu przebiegu drgań w szereg Fouriera. Funkcja przebiegów rozłożono na 6 harmonicznym, to dało wektor o długości 7 (harmonicznym) \times 2 (amplituda kąta przesunięcia fazowego) \times 3 (kierunki diagnostowania) = 42 elementy. Po dokonaniu analizy tego wektora wyłączono 3 składowe przyjmujące zawsze wartość zero. W ten sposób otrzymujemy 39 elementowy wektor reprezentujący uszkodzenia silnika.
- Przy analizie drgań za pomocą transformaty Fouriera otrzymujemy widmo drgań. Ponieważ jest ono symetryczne do analizy przyjęto część widma. Przeprowadzono kodowanie widma za pomocą wzorca. Ten sposób podejścia zmienił 39 elementowy wektor w 14 elementowy wektor.

Ostatnim krokiem w preprocesingu danych jest przedstawienie przebiegów drgań w czasie w sposób dyskretny. Jako wektor wejściowy przyjęto złożenie wektorów kolumnowych z odpowiednich trzech kierunków. W każdym kierunku zastosowano krok dyskretny, 2ms i 4ms. Otrzymano w ten sposób wektor jednokolumnowy o długości odpowiednio 2000 i 1000 elementowy. Po złożeniu w 3 kierunkach uzyskano wektory 6000 i 3000 elementowy.

6. WYNIKI EKSPERYMENTÓW

6.1 Propagacja Wsteczna (BP)

W tej architekturze zastosowano sieć dwuwarstwowa. Przy zastosowaniu szeregu Fouriera przyjęto 39 neuronów z sigmoidalną funkcją wejścia w drugiej warstwie. Na wyjściu elementy wskazują 11 różnych stanów silnika. Sieć trenowana do 35000 epok. Testowanie sieci odbywało się z wykorzystaniem sygnału zasumionego. Poprawność rozpoznawania uszkodzeń wyniosła 78%. W przypadku transformaty Fouriera sieć zbudowano z 14 receptorów, 35 sigmoidalnych funkcji przejścia i 11 wektorów wyjściowych. Poprawność rozpoznawania uszkodzeń poprzez tą sieć przy zasumieniu sygnału wynosiła 60%. Ponieważ ta sieć uczy się bardzo wolno nie sprawdza się przy dyskretnym sygnale ciągłym.

6.2 Perceptron

Eksperyment przeprowadzono na jednej warstwie z 39 elementami wejściowymi oraz 11 neuronami wyjściowymi. Trenowano sieć przez 3500 epok. Rezultaty okazały się być lepsze od BP. Perceptron rozpoznaje uszkodzenie zaszumieniem w 92%.

6.3 Kodowanie danych wejściowych

W tym przypadku wektor wejściowy zredukowany jest poprzez użycie metody BP. Sieć składa się z 39 wejść i wyjść neuronowych i 11 neuronów w warstwie ukrytej. 11 neuronów w warstwie ukrytej przyjmowało kod danych wejściowych. Dane te podawane były na pierwszą warstwę perceptronu z 11 wejściami i 11 wyjściami. Pozytywny rezultat uzyskano tylko dla 3000 epok. Dla tak trenowanej sieci poprawność klasyfikowania uszkodzeń wynosiła 94%.

6.4 Counter Propagation (CP)

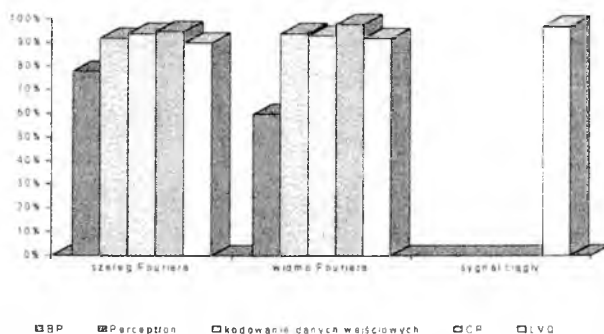
Do diagnostyki przyjęto sieć złożoną z 80 wektorów w warstwie kodowanej i 11 neuronów wyjściowych z Grossberga. W przypadku uczenia sieci danymi z szeregu Fouriera skuteczność rozpoznawania była 95% ÷ 97%. Przy uczeniu danymi z transformaty Fouriera skuteczność rozpoznawania była w granicach 98%.

6.5 LVQ

W tym przypadku jako dane wejściowe przyjęto sygnał wejściowy ciągły oraz szereg Fouriera. W sieci przyjęto po 5 neuronów na klasę w warstwie Grossberga oraz 11 neuronów wyjściowych. W warstwie pierwszej było 55 wektorów. Warstwa wejściowa składa się odpowiednio: przy szeregu Fouriera z 42 receptorów przy sygnale ciągłym zdyskretyzowanym 6000 receptorów i 3000 receptorów. W przypadku zaszumienia sygnału o 50% sieć z wektorami 6000 wejść rozpoznawała w 97% uszkodzenia, natomiast przy 3000 wejść w 83%.

7. WNIOSKI

W artykule tym wskazano na użyteczność sieci neuronowych w diagnostyce zespołu napędowego. Nawet bez znajomości modelu matematycznego można uzyskać dobre rezultaty w dziedzinie diagnozowania.



Rys. 2. Efektywność rozpoznawania uszkodzeń przy różnym stopniu zaszumienia

Na rysunku 2 przedstawiono porównanie efektywności rozpoznawania uszkodzeń przez różne architektury sieci. Analizując wyniki eksperymentów można stwierdzić, że metoda klasyfikatora neuronowego w szczególności metoda LVQ dla sygnału ciągłego dała bardzo dobre rezultaty. Należy podjąć dalsze badania nad wykorzystaniem tej metody i pozostałych przy wykorzystaniu sygnału uzyskanego z pomiarów rzeczywistych, a nie tylko z symulacyjnego modelu zespołu napędowego.

LITERATURA:

1. Demuth h., Beale M, *Neural Network Toolbox User's Guide*, The Math Works Inc.
2. Kwater T. and others, *The diagnostics based on Fourier transform with using neural networks*, Proceedings of the EANN'96, London-England, 1996.
3. Pyzik L. and others, *The monitoring of the aircraft piston engine by neural networks*, Proceedings of the EANN'95, Helsinki-Finland, 1995.
4. Pyzik L. and others, *The pre-processing of the diagnostics using LVQ method*, Proceedings of the EANN'96, London-England, 1996.
5. Tadeusiewicz R. *Sieci neuronowe*, Warszawa 1993.

ODPOWIEDŹ DYNAMICZNA ODKSZTAŁCALNEGO SZYBOWCA NA BRUTALNE WYCHYLENIE STERU KIERUNKU

dr inż. Asghar F. Sisi

*Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Politechnika Warszawska*

Streszczenie

Praca przedstawia analizę odpowiedzi dynamicznej odkształcalnego obiektu latającego pod wpływem skończonej sztywności poszczególnych elementów konstrukcji obiektu. Analiza badania dotyczy wpływu ugięcia bocznego kadłuba w płaszczyźnie poziomej. Zaproponowana metoda może być zastosowana do badania szerokiej klasy zagadnień z zakresu dynamiki ruchu odkształcalnego obiektów latających.

Wstęp

W nowoczesnym lotnictwie zagadnienia dynamicznych odkształceń konstrukcji mają znaczący wpływ zarówno na charakterystyki wytrzymałościowe jak i na dynamikę ruchu obiektu latającego [1,9,10]. Zatem wymagany jest jak w każdym sprzęcie użytkowym odpowiedni

poziom bezpieczeństwa[2]. Według przepisów zdolności sprzętu lotniczego problem przedstawia się następująco:

- wymagania sztywnościowe, w celu ochrony konstrukcji przed niebezpiecznymi zjawiskami aeroelastycznymi,
- wymagania wytrzymałościowe, przy których wymaga się aby konstrukcja była zdolna do przyjęcia wszystkich obciążeń dopuszczalnych przy zadanym współczynniku bezpieczeństwa.

Problem odkształceń dynamicznych nabiera większego znaczenia przy zastosowaniu materiałów kompozytowych jako materiałów konstrukcyjnych charakteryzujących się dużą odkształcalnością z niskimi częstotliwościami drgań własnych[6,7,8,9]. W pracy rozpatrywano ugięcia boczne kadłuba w płaszczyźnie poziomej o częstotliwościach 4.74 [Hz]. Ugięciu boczemu (belki ogonowej) kadłuba zawsze towarzyszy skręcenie spowodowane niesymetrycznym układem usterzenia pionowego w następstwie czego następuje zmiana kątów natarcia obu usterzeń zarówno poziomego jak i pionowego oraz ugięcia antysymetrycznego skrzydeł. Jako [8,9,10] obiekt testowy wybrano szybowiec klasy otwartej, „Jantar -2B”.

1. Model matematyczny.

Model matematyczny opisujący lot przestrzenny odkształcalnego obiektu latającego z uwzględnieniem własności sprężystych struktury i wychYLENIA sztywnych organów sterowych otrzymano przy zastosowaniu równania Boltzmanna-Hamela dla układów mechanicznych o więzach holonomicznych[4,5,6,8,9]. Wektor deformacji opisano funkcją opisującą deformacje w sposób ciągły w postaci skończonego szeregu względem niezależnych funkcji czasu i współrzędnych [1,9,10] w postaci:

$$\bar{d}(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^{\Gamma} \bar{f}_i(x, y, z) \eta_i(t) \quad \Gamma=1, 2, \dots, \infty, \quad (1.1)$$

Omówiona metoda może być zastosowana praktycznie zarówno wtedy gdy znane są postacie drgań własnych jak również gdy są one mierzane. W niniejszej pracy dyskretyzację układu prowadzono na podstawie wyników badań rezonansowych wykonanych w Instytucie Lotnictwa w Warszawie[3] otrzymany model matematyczny w zapisie macierzowym ma postać :

$$P_b \ddot{X} + P_t \dot{X} + P_s X = F + F_\delta S, \quad (1.2)$$

Ogólny dynamiczny układ równań ruchu sformułowano następująco:

równanie ruchów podłużnych:

$$m \left(\dot{u} + q\dot{w} - r\dot{v} \right) + \dot{q} + p\dot{r} + 2q\dot{\zeta}_s^E = -mg \sin \theta - \frac{1}{2} \rho v^2 (c_{xa} \cos \alpha \cos \beta + c_{ya} \sin \beta \cos \alpha - c_{za} \sin \alpha) + X_q q + X_{\delta_H} \delta_H + X_{\zeta_s} \dot{\zeta}_s, \quad (1.3)$$

równanie ruchów bocznych:

$$m \left(\dot{v} + r\dot{u} - p\dot{w} \right) - p\dot{d}^E + r\dot{q} + 2p\dot{\zeta}_s^E = mg \cos \theta \sin \varphi - \frac{1}{2} \rho v^2 (c_{xa} \sin \beta - c_{ys} \cos \beta) + Y_p p + Y_r r + Y_{\delta_v} \delta_v + Y_{\delta_L} \delta_L + Y_{\zeta_s} \dot{\zeta}_s + Y_{\zeta_s} \dot{\zeta}_s, \quad (1.4)$$

równanie ruchów wznoszących:

$$m \left(\dot{w} + p\dot{v} - q\dot{u} \right) + \dot{\eta} d^E - d^E (p^2 + q^2) = mg \cos \theta \cos \varphi - \frac{1}{2} \rho v^2 \int_{-b/2}^{b/2} (c_{xa} \cos \beta \sin \alpha + c_{ya} \sin \beta \sin \alpha + c_{za} \cos \alpha) \cos \gamma_s(y) dy + Z_q q + Z_{\delta_H} \delta_H + (Z_{\zeta_s} + Z_{\zeta_H}) \dot{\zeta}_s, \quad (1.5)$$

równanie ruchów przechylających:

$$\begin{aligned} & \overset{\circ}{p}(J_{zz} + d_p^E) - \overset{\circ}{v}d^E - \overset{\circ}{r}d_x^E + \overset{\circ}{\eta}d_{cy}^E + (J_{zz} - d_p^E) + (r^2 - q^2) - pqd_x^E + \\ & (wp - ru) + p\overset{\circ}{\zeta}d_{cp}^E = \frac{1}{2}\rho sv^2 \left[z_a (c_{xa} \sin\beta + c_{ya} \cos\beta) - c_a (c_{mxa} \cos\beta \cos\alpha + \right. \\ & \left. c_{mya} \sin\beta \cos\alpha - c_{mza} \sin\alpha) \right] + L_p p + L_r r + L_{\zeta} \dot{\zeta} + L_s^E + L_{\delta L} \delta_L, \end{aligned} \quad (1.6)$$

równanie ruchów pochylających:

$$\begin{aligned} & \overset{\circ}{q}(d_p^E + J_{yy}) + \overset{\circ}{u}d^E - \overset{\circ}{r}d_y^E - \overset{\circ}{\eta}d_{cx}^E + (d_p^E - J_{yy}) + (p^2 - r^2)d_x^E + pqd_y^E + \\ & (wq - vr)d^E + q\overset{\circ}{\zeta}d_{cp}^E = \frac{1}{2}\rho sv^2 \left[-z_a (c_{xa} \cos\alpha \cos\beta + c_{ya} \sin\beta \cos\beta - \right. \\ & \left. c_{za} \sin\alpha) + x_a \left(\int_{-b/2}^{b/2} (c_{xa} \cos\beta \sin\alpha + c_{ya} \sin\beta \sin\alpha + c_{za} \cos\alpha) \cos\gamma_s(y) dy \right) + \right. \\ & \left. c_a (-c_{mxa} \sin\beta + c_{mya} \cos\beta) \right] + M_q q + M_w w + (M_{\zeta} + M_{\zeta H}) \dot{\zeta} + M_{\delta H} \delta_H, \end{aligned} \quad (1.7)$$

równanie ruchów odchylających:

$$\begin{aligned} & \overset{\circ}{r}(J_{zz} + J_{yy}) - \overset{\circ}{p}d_x^E - \overset{\circ}{q}d_y^E + (J_{yy} - J_{zz})pq - \overset{\circ}{p}rd_y^E + \overset{\circ}{q}rd_x^E - 2(\overset{\circ}{p}d_{cx}^E + \overset{\circ}{q}d_{cy}^E) \dot{\zeta} = \\ & \frac{1}{2}\rho sv^2 \left[x_a (-c_{xa} \sin\alpha + c_{ya} \cos\beta) - c_a (c_{mxa} \cos\beta \sin\alpha + c_{mya} \sin\beta \sin\alpha + \right. \\ & \left. c_{mza} \cos\alpha) \right] + N_p p + N_r r + N_{\zeta V} \dot{\zeta} + N_{\zeta V} \zeta, \end{aligned} \quad (1.8)$$

zginanie antysymetryczne kadłuba i skrzydeł w płaszczyźnie poziomej:

$$\begin{aligned} & \overset{\circ}{\eta}d_{cp}^E + \overset{\circ}{w}d_{\zeta}^E + \overset{\circ}{p}d_{cy}^E - \overset{\circ}{q}d_{cx}^E - (p^2 - q^2)d_{cp}^E - (uq - vp)d_{\zeta}^E + \overset{\circ}{p}rd_{cx}^E + \overset{\circ}{q}rd_{cy}^E = \\ & \frac{1}{2}\rho \left(u a_s (w c_s(y) + d^E \dot{\zeta}) + v_H a_{IH} d_H^E \dot{\zeta} \right) + \zeta \omega^2 E_{\zeta}, \end{aligned} \quad (1.9)$$

Związki kinematyczne:

$$\dot{\Phi} = p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \operatorname{tg} \theta, \quad (1.10)$$

$$\dot{\Theta} = q \sin \phi - r \sin \phi, \quad (1.11)$$

$$\dot{\Psi} = (q \sin \phi + r \cos \phi) \sec \theta, \quad (1.12)$$

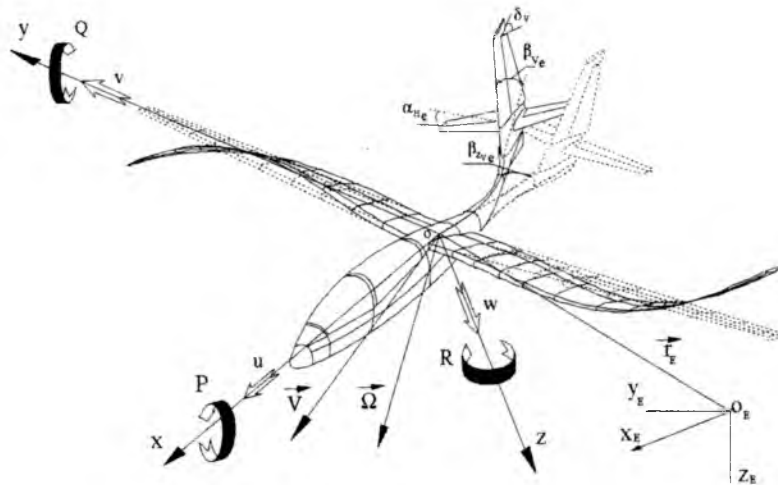
$$\begin{aligned} \dot{x}_E = & u \cos \theta \cos \psi + v (\sin \theta \sin \phi \cos \psi - \cos \phi \sin \psi) + w (\cos \phi \\ & \sin \theta \cos \psi - \sin \phi \sin \psi), \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_E = & u \cos \theta \sin \psi + v (\sin \theta \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi) + w (\cos \phi \\ & \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi), \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\dot{z}_E = -u \sin \theta + v \cos \theta \sin \phi + w \cos \phi \cos \theta, \quad (1.15)$$

Położenie obiektu latającego w przestrzeni określa się poprzez wektor położenia rys. 1:

$$\vec{r}_E = x_E \vec{i} + y_E \vec{j} + z_E \vec{k}, \quad (1.16)$$



Rys. 1. przyjęte układy współrzędnych.

Poszczególne macierze równania (1.2) są określone następująco:

$$P_b = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & d^E & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & -d^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 & d_{\zeta}^E \\ 0 & -d^E & 0 & d_p^E + J_{zz} & 0 & -d_x^E & d_{\zeta_y}^E \\ d^E & 0 & 0 & 0 & d_p^E + J_{yy} & -d_y^E & -d_{\zeta_x}^E \\ 0 & 0 & 0 & -d_x^E & -d_y^E & J_{zz} + J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & d_{\zeta}^E & d_{\zeta_y}^E & -d_{\zeta_x}^E & 0 & d_p^E \end{bmatrix},$$

$$P_t = \begin{bmatrix} 0 & -rm & qm & 0 & 0 & pd^E & -2qd_{\zeta}^E \\ rm & 0 & -pm & 0 & 0 & qd^E & -2pd_{\zeta}^E \\ -qm & pm & 0 & -pd^E & -qd^E & 0 & 0 \\ -rd^E & 0 & pd^E & 0 & -pd_x^E & rd_y^E + \\ & & & & -qd_y^E & (J_{zz} - d_p^E) & pd_{\zeta_p}^E \\ d^E & -rd^E & qd^E & qd_y^E & 0 & p(d_p^E - J_{yy}) & qd_{\zeta_p}^E \\ & & & +pd_x^E & -rd_x^E & & \\ 0 & 0 & 0 & -d_x^E & -d_y^E & J_{zz} + J_{yy} & -2 \begin{pmatrix} qd_{\zeta_y}^E \\ +pd_{\zeta_x}^E \end{pmatrix} \\ -qd_{\zeta}^E & pd_{\zeta}^E & 0 & d_{\zeta_y}^E & rd_{\zeta_y}^E & pd_{\zeta_x}^E & 0 \\ & & & & -qd_{\zeta_p}^E & & \end{bmatrix}$$

$$P_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{\zeta} \end{bmatrix},$$

$$F_{\delta} = \begin{bmatrix} x_{\delta_H} & x_{\delta_V} & x_{\delta_L} \\ 0 & y_{\delta_V} & 0 \\ z_{\delta_H} & 0 & 0 \\ 0 & L_{\delta_V} & L_{\delta_L} \\ M_{\delta_H} & 0 & 0 \\ 0 & N_{\delta_V} & N_{\delta_L} \end{bmatrix},$$

$$F = \{X \mid Y \mid Z \mid L \mid M \mid N \mid q_\mu\}, \quad S = \{\delta_H \mid \delta_V \mid \delta_L\},$$

$$\overset{\circ}{\mathbf{x}} = \left\{ \overset{\circ}{u} \mid \overset{\circ}{v} \mid \overset{\circ}{w} \mid \overset{\circ}{p} \mid \overset{\circ}{q} \mid \overset{\circ}{r} \mid \overset{\circ}{\eta} \right\}, \quad \overset{\cdot}{\mathbf{x}} = \left\{ u \mid v \mid w \mid p \mid q \mid r \mid \dot{\zeta} \right\},$$

$$\mathbf{x} = \{x_E \mid y_E \mid z_E \mid \phi \mid \theta \mid \psi \mid \zeta\},$$

gdzie:

- P_b -macierz współczynników bezwładności,
- P_t -macierz współczynników tłumienia,
- P_s -macierz współczynników sztywności,
- F -macierz sił zewnętrznych,
- F_δ -macierz sił sterujących,
- S -wektor sterowania,
- $\overset{\circ}{\mathbf{x}}$ -wektor przyspieszeń,
- $\overset{\cdot}{\mathbf{x}}$ -wektor prędkości,
- \mathbf{x} -wektor rozwiązania,
- $\overset{\cdot}{\eta} = \overset{\cdot}{\zeta}(t)$ -wektor przyspieszenia deformacji,
- $\{ \}$ -macierz kolumnowa,

$$d_x^E = \int_{-b/2}^{b/2} f_{0s}(y) x_{ms}(y) m(y) dy + \zeta(t) \int_{-b/2}^{b/2} f_1(y) x_{ms}(y) m(y) dy,$$

$$d_y^E = \int_{-b/2}^{b/2} f_{0s}(y) m(y) y dy + \zeta(t) \int_{-b/2}^{b/2} f_1(y) m(y) y dy,$$

$$d_p^E = \int_{-b/2}^{b/2} f_{0s}^2(y) m(y) dy + \zeta^2(t) \int_{-b/2}^{b/2} f_1^2(y) m(y) dy + 2\zeta(t) \int_{-b/2}^{b/2} f_{0s}(y) f_1(y) m(y) dy,$$

$$d_{\phi}^E = 2\zeta(t) \int_{-b/2}^{b/2} f_1^2(y) m(y) dy + 2 \int_{-b/2}^{b/2} f_{0s}(y) f_1(y) m(y) dy,$$

$$d_{\zeta x}^E = \int_{-b/2}^{b/2} f(y)m(y)x_{ms}(y)dy,$$

$$E_{\zeta} = \int_{-b/2}^{b/2} f_1^2(y)m(y)dy,$$

$\delta_H, \delta_v, \delta_L$

-wchylenia organów sterowych
odpowiednio steru wysokości,
steru kierunku i lotki,

$x_{\delta_H}, y_{\delta_v}, z_{\delta_H}, L_{\delta_v}, L_{\delta_L}, M_{\delta_H}, N_{\delta_v}, N_{\delta_L}$

-pochodne siły i momentów sił
aerodynamicznych pochodzące od
sterowania,

$x_q, y_p, y_r, z_q, L_p, L_r, M_q, N_p, N_r$

-pochodne siły i momentów sił
aerodynamicznych względem
składowych prędkości kątowych,

$x_{\zeta}, y_{\zeta}, z_{\zeta}, L_{\zeta}, M_{\zeta}, N_{\zeta}$

-pochodne siły i momentów sił
aerodynamicznych względem zmian
prędkości deformacji poszczególnych
elementów konstrukcji,

$y_{\zeta}, L_{\zeta}, N_{\zeta}$

-pochodne siły i momentów sił
aerodynamicznych względem
deformacji poszczególnych elementów
konstrukcji,

f_i

-funkcja drgań własnych odpowiadająca i-tej postaci

$\zeta_i(t)$

-uogólniona współrzędna będąca
funkcją czasu.

kąt natarcia:

$$\alpha = \alpha_v + \frac{\partial \alpha_q}{u} q + \frac{\partial \alpha_p}{u} p + \frac{f_1(y)}{u} \zeta(t) + \frac{v}{v_s} \left(\gamma_s(y) + \frac{df_1(y)}{dy} \zeta(t) \right),$$

kąt natarcia usterzenia poziomego:

$$\alpha_H = \alpha + \alpha_{ZH} - \varepsilon_H + \frac{f_{iH}(y)}{V_H} \dot{\zeta}_i(t),$$

kąt natarcia usterzenia pionowego:

$$\beta_V = \beta - \varepsilon_V + \frac{f_{iV}(z)}{V_{V_{min}}} \dot{\zeta}_i(t) + \left(\frac{df_{ik}(x)}{dx} \right)_{x=x_V} \zeta_i(t),$$

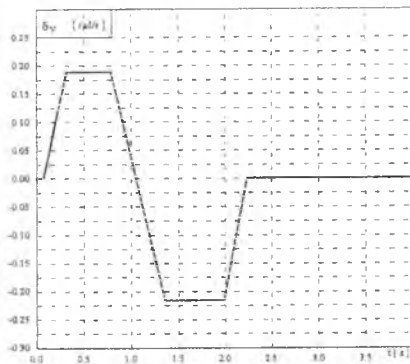
gdzie:

- ε_H -kąt odchylenia strug za płatem na usterzeniu poziomym,
- ε_V -kąt odchylenia opływu usterzenia pionowego,

3. Symulacje numeryczne wybranego przypadku.

Przedstawiono wyniki porównawcze symulacji numerycznej niesymetrycznego manewru odchylającego szybowca sztywnego i odkształcalnego jako parametry stanu wejściowego przyjęto parametry ustalonego lotu ślizgowego, prędkość lotu $V_o = 55.50$ [m/s], wysokość lotu $h=850$ [m], w wyniku rozwiązania nieliniowego równania (1.2) otrzymano pozostałe parametry. Manewr realizowano przy założeniu identycznego profilu wymuszenia

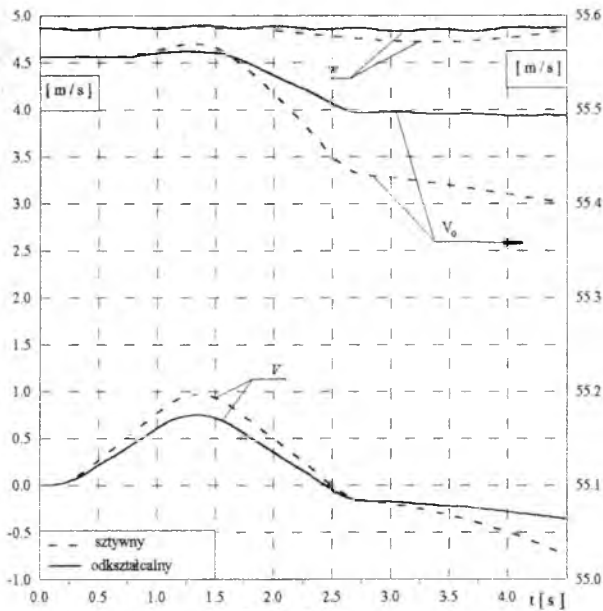
zarówno dla sztywnego jak i również odkształcalnego szybowca rozumiane jako wychylenia steru kierunku. Profil zmiany wychylenia steru kierunku rys. 3.1 uwzględniono tak aby zakres zmian obciążenia nie przekroczył zakresu obciążeń dopuszczalnych podczas trwania manewru. W pierwszej fazie manewru wartość



Rys. 3.1

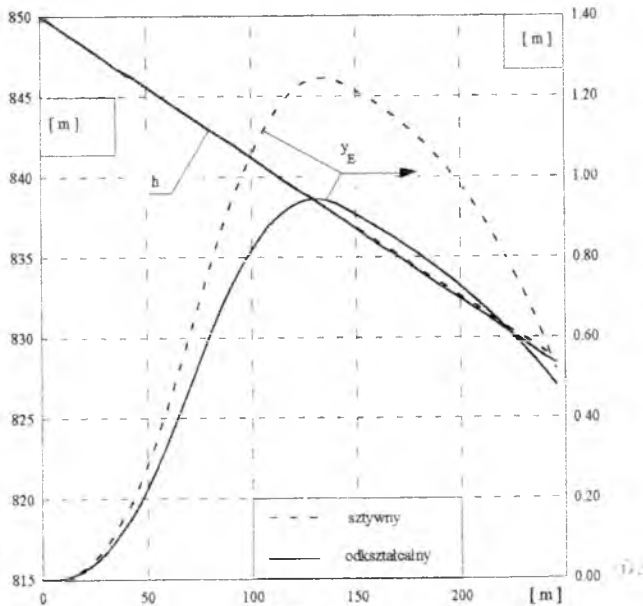
maksymalna wychylenia steru kierunku 0.19 [rad], czas wytrzymania steru $t=0.3 \div 0.9$ [s], zaś w drugiej fazie manewru maksimum -0.22 [rad] i czas

wytrzymania $t=1.5 \div 2$ [s], czas $t=2.25$ [s], odpowiada ponownemu zerowemu kątowi wychylenia steru kierunku. Odpowiedź dynamiczna obiektu latającego na wychylenie steru kierunku o zadanym profilu rys. 3.1 przedstawiono graficznie (linie kreskowane prezentują parametry sztywnego i linia ciągła parametry odkształcalnego szybowca) ruch szybowca zarówno sztywnego jak i odkształcalnego utożsamia się z ruchem układu związanego sztywno z poruszającym się szybowcem, którego początek układu przyjęto w środku masy szybowca rys. 1. Otrzymany wynik symulacji numerycznej przedstawiono graficznie na rys. 3.2, ilustrowano przebieg zmian składowych prędkości liniowej oraz prędkości postępowej środka masy. Przebieg prędkości postępowej oraz składowej pionowej prędkości liniowej można potraktować jako stałe nie znaczące wahania w tych parametrach wynikają ze zmian składowej prędkości bocznej (prędkość ślizgu). Składowa prędkości tej osiąga wartość maksymalną prawie w tym samym czasie zarówno dla sztywnego jak i odkształcalnego szybowca. W przypadku szybowca odkształcalnego wartość ekstremum obniża się o 21%, spowodowane deformacją tylnej części kadłuba co można



Rys. 3.2

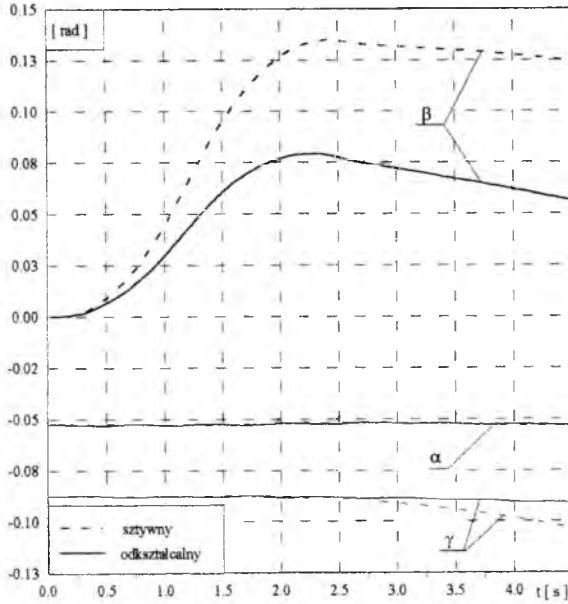
rozumieć jako spadek skuteczności steru kierunku. Po wycofaniu steru kierunku do położenia neutrum, $t=2.25$ [s] przebieg wahań prędkości ślizgu jest łagodniejszy na skutek deformacji poszczególnych części konstrukcji zwłaszcza (belki ogonowej) kadłuba ruch boczny jest silniej tłumiony niż w przypadku sztywnego szybowca. Dwuwymiarowe trajektorie lotu przedstawiono na rys. 3.3 strata wysokości w obu przypadkach jest identyczna zaś przebieg ślizgu w przypadku odkształcalnego szybowca jest niższy około %34 niż sztywnego szybowca.



Rys. 3.3

Zmiany kątów aerodynamicznych podczas manewru przedstawiono na rys. 3.4 niewielkie wahania kątów natarcia i toru lotu głównie są spowodowane antysymetrycznym ugięciem skrzydeł kąta ślizgu o maksymalnej wartości 0.14 [rad] osiągniętej w chwili $t=2.25$ [s] co odpowiada kątowi ślizgu sztywnego szybowca kąt ten w przypadku odkształcalnego szybowca osiąga wartość maksymalną około %6 niższą niż sztywnego szybowca, ekstremum w obu przypadkach występuje prawie w tym samym czasie. Przebieg składowych prędkości kątowej przedstawia

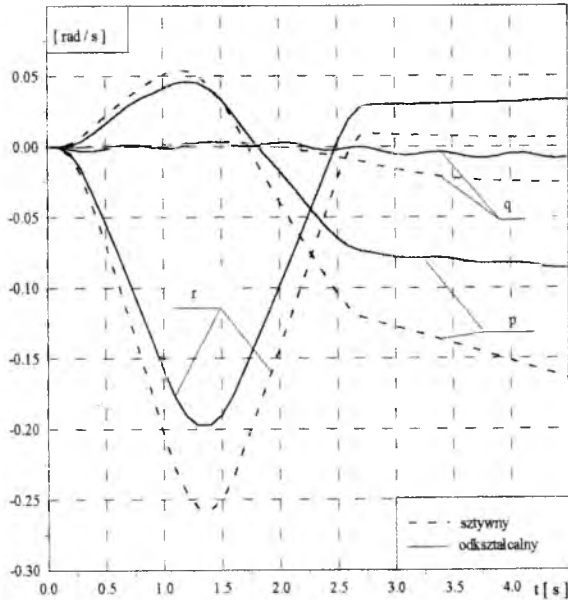
rys. 3.5, prędkość przychylenia p [rad/s], o ekstremum 0.05 [rad/s], parametr ten w przypadku odkształcalnego szybowca występuje z przesunięciem w czasie w pierwszej fazie manewru pod wpływem prędkości deformacji antysymetrycznych skrzydeł.



Rys. 3.4.

Prędkość narastania deformacji na ogół jest większa niż prędkość przychylenia zwłaszcza w początkowej fazie co ma istotny wpływ na przebieg parametrów ruchów przechylających w drugiej fazie manewru, w przypadku odkształcalnego szybowca ekstremum obniżone o %5 niż sztywnego szybowca osiągnięte w tym samym czasie. W chwili $t=2.25$ [s], odpowiadającej wycofaniu steru kierunku do położenia neutrum w przypadku odkształcalnego szybowca obserwuje się silne tłumienie i można stwierdzić, że szybowiec wykonuje obrót ze stałą prędkością z niewielkimi wahaniami odpowiadającymi częstością drganiom własnym. Prędkość pochylenia q [rad/s], rozpatrywany przypadek nie ma istotnego wpływu na prędkość pochylenia jedynie zauważono niewielkie wahania odpowiadające wahanom częstością drgań własnych. Prędkość odchylenia

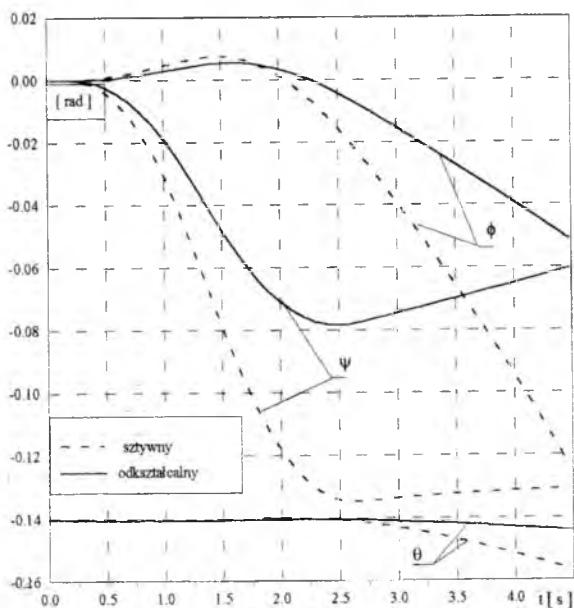
r [rad/s], w pierwszej fazie manewru w obu przypadkach ekstremum występuje praktycznie w tym samym czasie, w przypadku odkształcalnego szybowca około 21% niższa niż sztywego szybowca.



Rys. 3.5

Wpływ deformacji konstrukcji na ruchy odchylające głównie pochodzi od ugięcia (belki ogonowej) kadłuba i prędkości merdania tylnej części kadłuba w punkcie odpowiadającym $x=x_v$. Praktycznie istotny wpływ rozpatrywanego przypadku podczas symulacji numerycznych przy różnych założeniach obliczeniowych obserwowano bezpośrednio na przebieg parametrów ruchów antysymetrycznych. Niewielkie zakłócenia w parametrach ruchów podłużnych wynikają z antysymetrycznego ugięcia skrzydeł o niewielkim stopniu wpływu ugięcia statycznego skrzydeł oraz ruchu sprężysto-sprężonego. Ostatnie rozważania obserwowano podczas symulacji numerycznej przy różnych modelach matematycznych (model modyfikowany- ruchy seperowane oraz pełny model - ruchy sprężone). Zmiany kątów ϕ, θ, ψ [rad], ilustrowano na rys. 3.6, kąt przychylenia ϕ [rad] w przypadku odkształcalnego szybowca jest silnie tłumiony pod

wpływem prędkości deformacji skrzydeł $\zeta_s(t)$ obrót ustalony. Tłumienie kąta odchylenia Ψ [rad] głównie pochodzi od ugięcia tylnej części kadłuba i prędkości z jaką merda się punkt o współrzędne $x=x_v$ ekstremum w przypadku odkształcalnego szybowca ma wartość około 42% niż w przypadku sztywnego szybowca.



Rys. 3.6

Wnioski

Na podstawie otrzymanych wyników obliczeń numerycznych i ich analizy można stwierdzić, że rozpatrywany przypadek nie ma znaczącego wpływu na odpowiedź dynamiczną podłużną zaś obserwowano istotny wpływ na boczną. Uzasadnione jest twierdzenie, że istnieje konieczność

prowadzenia badań korkociągowych i analizy dynamiki ruchów antysymetrycznych z uwzględnieniem skończonej sztywności poszczególnych elementów jego konstrukcji. O wyborze właściwej metody i jej skuteczności dowodzą otrzymane wyniki symulacji numerycznej.

*Dynamic response
of a elastic sailplane to brutal application of the fin*

summary

On the basis of the results obtained of numerical simulation and analysis of these results may satisfied, that influence of the considered instance on longitudinal response is insignificant but observed radical influence on lateral response. It ist advisable to accomplish spin investigation and analysis of lateral dynamics under influence of elastic properties of the structural. Which could have radical influence on the progres of lateral response.

LITERATURA

1. Bisplinghoff R. L. , Ashley H. , Principles of aeroelasticity" John Wiley. New York 1962.
2. Brytyjskie przepisy zdadności cywilnego sprzętu lotniczego część D: samoloty tłumaczenie z angielskiego, Poznań 1974.
3. Instytut Lotnictwa,,Próby Rezonansowe SZD-42-2 (JANTAR 2 B)"

4. Maryniak J. „Modelowanie w dynamice obiektów latających" XIII th Symposium of Vibrations in Physical Systems, Poznań-Błażejewko, May 25-26, 1988.
5. Maryniak J. „Ogólne modelowanie fizyczne i matematyczne obiektów latających jako elementów systemu symulator matematyczny model sterowanego samolotu" ITLiMS , Politechniki Warszawskiej Warszawa 1985.
6. Maryniak J. Bardakji S. „Uproszczony model i analiza wpływu sprężystości giętej skrzydeł szybowca na parametry lotu w wyrwaniu" Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej (Mechanika), Z.113, Gliwice 1993.
7. Maryniak J. Goraj Z. „Wpływ sztywności i tłumienia w układzie sterowania sterem wysokości na statyczność podłużną samolotu i oscylacje steru" Mechanika Teoretyczna i Stosowana ,Tom 13, Zeszyt 2, PWN" Warszawa 1970.
8. Maryniak J, Farshbaf Sisi Asghar, „ Modelowanie i symulacja numeryczna wejścia odkształcalnego szybowca w zmienny podmuch" XXXIV Sympozjum „ Modelowanie w mechanice" Zeszyty Naukowe Politechnika Śląska, Mechanika Z.121, Wisła 1995.
9. Farshbaf Sisi Asghar, „Modelowanie i badanie symulacyjne własności dynamicznych odkształcalnego szybowca po wejściu w zmienny podmuch" Rozprawa doktorska, ITLiMS, Politechnika Warszawska 1994 (niepublikowana)
10. Scalan R. H. , Rosenbaum R. „Drgania i flutter samolotów" PWN, Warszawa 1964.

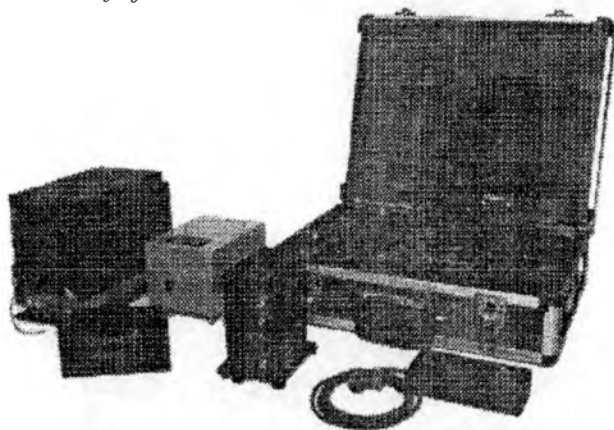


INSTYTUT TECHNICZNY WOJSK LOTNICZYCH

ZAKŁAD SAMOLOTÓW I ŚMIGŁOWCÓW ITWL
ul. Księcia Janusza 1
00-961 Warszawa, skr.poczt. 60
tel. 685-22-12, fax 36-44-71

POKLADOWY KATASTROFICZNY REJESTRATOR PARAMETRÓW LOTU S2-3a

Opierając się na wieloletnich doświadczeniach z zakresu miernictwa wielkości nieelektrycznych w lotnictwie Sił Zbrojnych i wykonanych w ITWL rejestratorach badawczych, w 1966 r. zakończono prace nad Pokładowym Katastroficznym Rejestratorem Parametrów Lotu S2-3a. Rejestrator S2-3a jest zamiennikiem stosowanego rejestratora BUR i przeznaczono go do montażu i eksploatacji na śmigłowcach W3 oraz samolotach AN-28 będących w użytkowaniu w lotnictwie Sił Zbrojnych.



W porównaniu z dotychczas stosowanymi rejestratorami BUR rejestrator S2-3a charakteryzuje się:

- wyższą jakością zapisu (zapis cyfrowy na pamięciach stałych);
- szybszym dostępem do zapisanych informacji (do 25 min. BUR, do 5 min. S2-3a);
- łatwością zainstalowania systemu deszyfracji na wszelkich lotniskach celem prowadzenia pełnej archiwizacji eksploatacji statku lotniczego;

- stosowaniem wdrożonego w lotnictwie Sił Zbrojnych systemu deszyfracji THETYS;
- instalacją rejestratora bez zmian istniejącej instalacji statku powietrznego;
- mniejszymi wymiarami i masą;
- nowocześniejszymi rozwiązaniami technicznymi.

Zapis informacji w rejestratorze prowadzony jest równoległe na dwu kasetach. Kasecie szybkiego dostępu (celem bieżącej oceny stanu technicznego oraz oceny techniki pilotażu) i kasecie zabezpieczonej przed skutkami katastrofy lotniczej (celem zbadania przesłanek i przyczyn katastrofy lotniczej).

Podstawowe dane techniczno-taktyczne:

- czas rejestracji – ostatnie 12 h lotu;
- czas dostępu do zarejestrowanej informacji – max. 5 min.;
- liczba rejestrowanych parametrów:
 - * analogowych – 30
 - * dwustanowych – 48
 - * selsynowych – 3
 - * częstotliwościowych – 4
- części składowe:
 - * blok akwizycji S2-1a-2
 - * kaseeta ochronna S2-3a-K
- wymiary i masa:
 - * blok akwizycji – 252×124×190 mm, 3 kg
 - * kaseeta ochronna – 164×88×116 mm, 6 kg.

Cykl B+R realizacji tematu zakończono w grudniu 1996 przeprowadzeniem prób w locie, które w pełni potwierdziły zakładane parametry eksploatacyjne i stosowane rozwiązania techniczne.

Z doświadczeń Komisji Badania Wypadków Lotniczych wynika, że proponowany typ rejestratora będącego rozwinięciem rejestratora badawczego (zastosowanego na samolocie ORLIK) pozwala na wszechstronną i szybką ocenę przyczyn technicznych katastrofy.

PROPOZYCJA SPOSOBU NAPROWADZANIA RAKIET KLASY P-Z NA CELE PUNKTOWE

dr inż. Andrzej SKOMRA
mgr inż. Lech MATYSZCZYK

ITL WUL WAT, Warszawa

Streszczenie

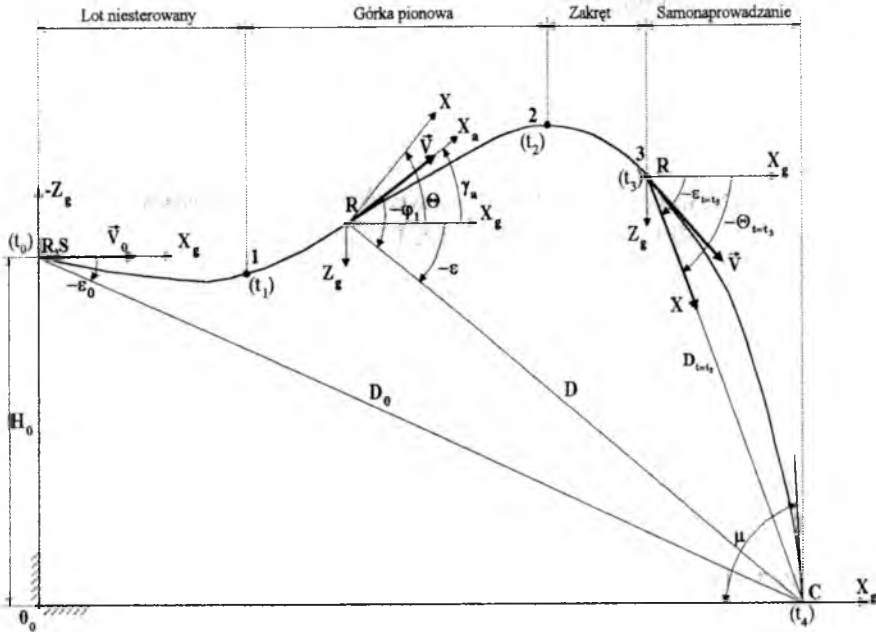
Rozwijanie się procesu wnikania głowicy pocisku raketowego w przeszkodę zależy od kąta jej upadku. Istnieje zatem potrzeba by, przy atakowaniu celów naziemnych z małych wysokości lotu samolotu, zapewnić (dla dopuszczalnych warunków odpalania) takie tory lotu raket, przy których ich kąty upadku będą zbliżone do 90° .

Proponuje się w tym celu zastosować algorytm naprowadzania, przy którym rakietą w płaszczyźnie poziomej będzie realizowane samonaprowadzanie według metody proporcjonalnej nawigacji zaś w płaszczyźnie pionowej jej tor lotu składać się będzie z następujących po sobie faz: lotu niekierowanego (po starcie rakiety); lotu wznoszącego z zachowaniem założonego (przyjętego) kąta namiaru celu; zwrotu w kierunku celu, rozpoczynającego się z chwilą osiągnięcia założonego kąta pochylenia osi podłużnej rakiety i kończącego się z chwilą pokrycia osi podłużnej rakiety z kierunkiem do celu; samonaprowadzania z wykorzystaniem metody proporcjonalnej nawigacji.

Wykorzystując zaproponowany algorytm naprowadzania dokonano symulacji komputerowej procesu strzelania hipotetyczną rakieta klasą p-z. Na podstawie analizy otrzymanych wyników scharakteryzowano podstawowe właściwości badanego procesu.

1. Wstęp

Skuteczność rażenia umocnionego celu punktowego przez pojedynczą raketę sterowaną klasą p-z, odpaloną z małej wysokości w dużej mierze zależy od kąta jej upadku. Istnieje zatem potrzeba takiego sterowania jej lotem by kąt upadku rakiety był zbliżony do 90° . Proponuje się w tym celu zastosować algorytm naprowadzania, którego istotę przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Schemat ilustrujący tor lotu rakiety (w płaszczyźnie pionowej) przy atakowaniu celu z wykorzystaniem proponowanego sposobu naprowadzania

Tor lotu rakiety w płaszczyźnie pionowej składa się z czterech następujących po sobie faz:

- lotu niesterowanego - w przedziale czasu (t_0, t_1) ;
- lotu wznoszącego (górnka pionowa) z zachowaniem założonego kąta nawiązania do celu φ_{1z} (określonego maksymalną wartością kąta nawiązania koordynatora celu) - w przedziale czasu (t_1, t_2) ;
- zakrętu (zwrotu w kierunku celu), rozpoczynającego się z chwilą t_2 osiągnięcia założonego kąta pochylenia osi podłużnej rakiety $\Theta_{t=t_2} = f(D_0, H_0, V_0)$ - wartość którego przekazywana jest na pokład rakiety przed jej startem - i kończącego się z chwilą t_3 pokrycia osi podłużnej rakiety z kierunkiem do celu tj. kiedy $\Theta_{t=t_3} = \varepsilon_{t=t_3}$ - w przedziale czasu (t_2, t_3) ;
- samonaprowadzania z wykorzystaniem metody proporcjonalnej nawigacji - w przedziale czasu (t_3, t_4) .

W płaszczyźnie poziomej od chwili zakończenia lotu niesterowanego rakieta realizuje samonaprowadzanie według metody proporcjonalnej nawigacji - w przedziale czasu (t_1, t_4) .

Istota proponowanego algorytmu naprowadzania polega na tym, że na torze lotu rakiety w płaszczyźnie pionowej wydzielić można trzy punkty, w których następuje zmiana sposobu naprowadzania (przełączanie sterowania):

- * $1(t_1)$ - włączenie sterowania, którego zadaniem jest utrzymanie stałej (założonej) wartości kąta nawiązania do celu, mierzonego przez nadajny koordynator celu tj. $\varphi_1 = \varphi_{1z}$;

- * $2(t_2)$ - rozpoczęcie zakreću (chwila początku tego manewru określana jest pośrednio przez kąt pochylenia osi podłużnej rakiety w płaszczyźnie pionowej tj. kiedy $\Theta = \Theta_{t=t_2}$);
- * $3(t_3)$ - rozpoczęcie procesu samonaprowadzania (chwila t_3 początku samonaprowadzania określana jest pośrednio ze spełnienia warunku pokrycia osi podłużnej rakiety z linią rakietą - cel tj. kiedy $\Theta_{t=t_3} = \varepsilon_{t=t_3}$).

Zestawienie ważniejszych oznaczeń:

- $\varphi_{g.s.max}$ - maksymalna wartość kąta namiaru celu z pokładu rakiety;
 - φ_{1z} - zadana wartość kąta namiaru celu w fazie lotu wznoszącego (górkę pionowej);
 - N_0 - stała nawigacji przy metodzie proporcjonalnego naprowadzania;
 - D - bieżąca odległość pocisku do celu;
 - ε - kąt pochylenia linii obserwacji celu;
 - ν - kąt odchylenia linii obserwacji celu;
 - α_r - wartość kąta natarcia rakiety odpowiadająca położeniu „równowagi”;
 - β_r - wartość kąta ślizgu rakiety odpowiadająca położeniu „równowagi”;
 - δ_1, δ_2 - kąty wychylenia sterów w pierwszym i drugim kanale sterowania;
 - D_{wy} - odległość do celu, przy której następuje wyłączenie samonaprowadzania;
 - T_δ - stała czasowa układu napędu sterów;
 - $k_\delta = -\frac{c_{m\delta}}{c_{m\alpha}}$ - współczynnik charakteryzujący statyczną sterowność rakiety;
 - $k_{0\varphi}$ - współczynnik wzmocnienia w prawie sterowania przy realizacji programu „górkę pionową”;
 - $k_{0\Theta}$ - współczynnik wzmocnienia w prawie sterowania przy realizacji „zakreću”;
 - $k_{0\varepsilon}$ - współczynnik wzmocnienia w prawie sterowania (pierwszego kanału) podczas samonaprowadzania;
 - $k_{0\nu}$ - współczynnik wzmocnienia w prawie sterowania (drugiego kanału) podczas samonaprowadzania;
 - Δ_1, Δ_2 - parametry sterowania w pierwszym i drugim kanale sterowania;
 - t_1 - czas trwania lotu niesterowanego rakiety;
 - t_4 - czas dolotu rakiety do celu.
- Pozostałe oznaczenia są zgodne z Polską Normą PN 83 „Mechanika lotu samolotów i śmigłowców”.

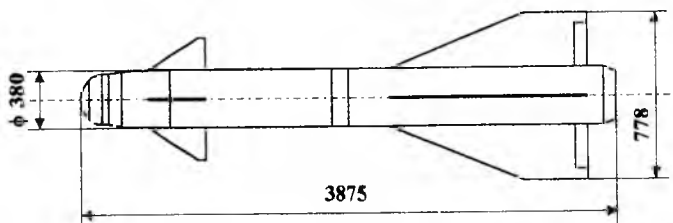
2. Model fizyczny

Zasadniczym zagadnieniem w zaproponowanym algorytmie naprowadzania daną rakieta jest wyznaczenie zależności funkcyjnej $\Theta_{t=t_2} = f(D_o, H_o, V_o)$. Zadanie to rozwiązano na drodze symulacji numerycznej procesu naprowadzania rakiety klasy p-z.

Układ aerodynamiczny oraz podstawowe charakterystyki modelu fizycznego ra-

kiety sterowanej (przyjętej do rozważań) ilustruje rys. 2.

Charakterystyki taktyczno-techniczne rakiety umożliwiają atakowanie celów z lotu poziomego w zakresie następujących parametrów ruchu samolotu nosiciela i odległości do celu: $200\text{m} \leq H_0 \leq 500\text{m}$, $195\text{m/s} \leq V_0 \leq 225\text{m/s}$, $3000\text{m} \leq D_0 \leq 6000\text{m}$.



Rys.2. Sylwetka i układ aerodynamiczny rakiety sterowanej

Podstawowe dane opisujące przyjętą do rozważań raketę są następujące:

- masa startowa rakiety $m_0=670$ kg;
- powierzchnia skrzydeł wraz z częścią podkadłubową (powierzchnia odniesienia $S=1.34\text{m}^2$);
- powierzchnia pary sterów wraz z częścią podkadłubową $S_s=0.32\text{m}^2$;
- ciąg silnika raketowego jest stały (w całym okresie jego pracy) i wynosi $F=70\text{kN}$;
- czas pracy silnika $t_s=3.2$ s;
- masa paliwa $m_p=110$ kg;
- masa głowicy bojowej $m_{gb}=317\text{kg}$;
- zakresy zmian kąta namiaru celu (mierzonego przez koordynator nadążny głowicy samonaprowadzania) wynoszą: w płaszczyźnie poziomej $\pm 35^\circ$, zaś w płaszczyźnie pionowej od $+20^\circ$ do -60° ;
- maksymalna wartość prędkości kątowej nadążania osi pomiarowej koordynatora celu głowicy samonaprowadzania za linią rakieto-cel $\omega_{g.s.max}$ wynosi $12^\circ/\text{s}$;
- maksymalna wartość kąta wychylenia sterów $\delta_{max}=\pm 18^\circ$;
- maksymalne wartości kątów natarcia i ślizgu rakiety dla położenia równowagi

$$\alpha_{r,max} = \beta_{r,max} = \pm 17^\circ.$$

Pokładowy system sterowania rakiety składa się z trzech niezależnych kanałów: pochylenia (pierwszy kanał), odchylenia (drugi kanał) i przechylenia. Podstawowe charakterystyki aerodynamiczne rakiety wyznaczono metodą teoretyczną, opartą na uogólnionych wynikach badań doświadczalnych [1].

3. Model matematyczny ruchu rakiety z wykorzystaniem zaproponowanego sposobu naprowadzania

Dla potrzeb ilustracji przyjętego sposobu naprowadzania wykorzystano uproszczony model ruchu przestrzennego rakiety. Przyjęto, że składowe ciągi silnika raketowe-

go F na osie układu współrzędnych związanej z bryłą rakiety są odpowiednio równe $F_x = F$, $F_y = F_z = 0$ oraz prędkości kątowne $p = q = r = 0$. Ponadto sinusy kątów natarcia i ślizgu (przy założeniu, że są małe) zastąpiono wartościami kątów w mierze łukowej. Ruch rakiety rozpatruje się przy założeniu, że układ stabilizacji kąta przechylenia działa idealnie i rakieta od chwili startu rozpoczyna lot w układzie „+”, a jej dwa pozostałe kanały sterowania działają odpowiednio w płaszczyźnie pionowej i poziomej. Przyjęto również, że układ wypracowujący sygnały sterowania (naprowadzania) jest układem bezinercyjnym, zaś napęd sterów przedstawia sobą człon inercyjny pierwszego rzędu. Na rozpatrywany system sterowania rakieta nie działają żadne zakłócenia. Uwzględniając powyższe założenia oraz zaproponowany algorytm naprowadzania zestawiono następujące grupy równań i zależności opisujących proces naprowadzania rakiety klasy p-z do nieruchomego celu:

A. Równania opisujące ruch przestrzenny rakiety:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(F - X_s) - g \sin \gamma_s, \quad (1)$$

$$\frac{d\gamma_s}{dt} = \frac{1}{mV} [(F + Z_m)\alpha_r] - \frac{1}{V} g \cos \gamma_s, \quad (2)$$

$$\frac{d\kappa_s}{dt} = \frac{1}{mV \cos \gamma_s} [(-F + Y_m)\beta_r], \quad (3)$$

$$\sin \Theta = \sin \gamma_s + \cos \gamma_s (\alpha_r + \beta_r \mu_s), \quad (4)$$

$$\sin \Psi = \sin \kappa_s + \cos \kappa_s (\beta_r \cos \gamma_s + \mu_s \sin \gamma_s), \quad (5)$$

$$\mu_s = \beta_r \operatorname{tg} \gamma_s, \quad (6)$$

$$\frac{dx_s}{dt} = V \cos \gamma_s \cos \kappa_s, \quad (7)$$

$$\frac{dz_s}{dt} = -V \sin \gamma_s, \quad (8)$$

$$\frac{dy_s}{dt} = V \cos \gamma_s \sin \kappa_s, \quad (9)$$

$$m = m_0 - \int_0^t |\dot{m}| dt. \quad (10)$$

B. Kinematyczne równania ruchu środka masy rakiety względem nieruchomego celu:

$$\frac{dD}{dt} = -V [\cos \gamma_s \sin \varepsilon \cos(\kappa_s - \nu) + \sin \gamma_s \sin \varepsilon], \quad (11)$$

$$D \frac{d\varepsilon}{dt} = -V [\sin \gamma_s \cos \varepsilon - \cos \gamma_s \sin \varepsilon \cos(\kappa_s - \nu)], \quad (12)$$

$$D \frac{dv}{dt} \cos \varepsilon = -V \cos \gamma_s \sin(\kappa_s - v). \quad (13)$$

C. Zależności opisujące parametry sterowania (Δ_1 , Δ_2) w poszczególnych fazach naprowadzania:

- w czasie lotu niesterowanego parametry sterowania (w obu kanałach) przyjmują wartości zerowe tj.:

$$\Delta_1 = \Delta_2 = 0 \quad \text{jeżeli } 0 \leq t < t_1, \quad (14)$$

- w czasie lotu programowanego - wykonywanie „górkę pionowej”, jako parametry sterowania (w pierwszym kanale) przyjęto:

$$\Delta_1 = \Delta_\theta = \varphi_{1z} - \varphi_1 = \varphi_{1z} + \varepsilon - \Theta \quad \text{jeżeli } t_1 \leq t < t_2, \quad (15)$$

- w czasie wykonywania „zakrętu” parametr sterowania ma postać:

$$\Delta_1 = \Delta_\theta = \varepsilon - \Theta \quad \text{jeżeli } t_2 \leq t < t_3, \quad (16)$$

- jako parametry sterowania przy samonaprowadzaniu (dla metody proporcjonalnej nawigacji o stałej nawigacji N_0) przyjęto:

$$\Delta_1 = \frac{dy_s}{dt} \cos(v - \kappa_s) - N_0 \frac{d\varepsilon}{dt} \quad \text{jeżeli } t \geq t_3, \quad (17)$$

$$\Delta_2 = \left(\frac{d\kappa_s}{dt} - N_0 \frac{dv}{dt} \right) \cos \varepsilon \quad \text{jeżeli } t \geq t_1. \quad (18)$$

D. Równania prawa sterowania:

- sygnał kompensacji siły ciężkości:

$$\delta_{1g} = \frac{mg}{Z_{sz} k_\delta} \cos \gamma_s, \quad (19)$$

- maksymalne wartości kątów natarcia i ślizgu (wynikające z przeciążeń dopuszczalnych rakiety):

$$\alpha_{r \max} = n_{z_4 \max} \frac{mg}{F + Z_{sz}}, \quad (20)$$

$$\beta_{r \max} = n_{z_4 \max} \frac{mg}{F + Y_{sp}}, \quad (21)$$

- wartości kątów wychylenia sterów w czasie lotu niesterowanego:

$$\delta_1 = \delta_{10} \quad \text{jeżeli } t \leq t_1, \quad (22)$$

$$\delta_2 = \delta_{20} \quad \text{jeżeli } t \leq t_1, \quad (23)$$

- realizacja programu „górką pionową”:

$$T_s \frac{d\delta_1}{dt} + \delta_1 = \delta_{1g} + k_{0g} \Delta_1 \quad \text{jeżeli } t_1 \leq t < t_2, \quad (24)$$

- realizacja „zakrętu”:

$$T_s \frac{d\delta_1}{dt} + \delta_1 = \delta_{1g} + k_{0g} \Delta_1 \quad \text{jeżeli } t_2 \leq t < t_3, \quad (25)$$

- realizacja procesu samonaprowadzania:

$$T_s \frac{d\delta_1}{dt} + \delta_1 = \delta_{1g} + k_{0g} \Delta_1 \quad \text{jeżeli } t > t_3, \quad (26)$$

$$T_s \frac{d\delta_2}{dt} + \delta_2 = k_{0v} \Delta_2 \quad \text{jeżeli } t > t_1. \quad (27)$$

E. Ograniczenia:

- wynikające z maksymalnego kąta wychylenia sterów (właściwości konstrukcyjnych rakiety):

$$\delta_{1r} = \delta_1 \quad \text{jeżeli } |\delta_1| < \delta_{\max}, \quad (28)$$

$$\delta_{1r} = \delta_{\max} \operatorname{sgn} \delta_1 \quad \text{jeżeli } |\delta_1| \geq \delta_{\max}, \quad (29)$$

$$\delta_{2r} = \delta_2 \quad \text{jeżeli } |\delta_2| < \delta_{\max}, \quad (30)$$

$$\delta_{2r} = \delta_{\max} \operatorname{sgn} \delta_2 \quad \text{jeżeli } |\delta_2| \geq \delta_{\max}, \quad (31)$$

- wynikające z przeciążeń dopuszczalnych (wyrażone w maksymalnych wartościach kątów natarcia i ślizgu):

$$\alpha = k_s \delta_{1r}, \quad (32)$$

$$\alpha_r = \alpha \quad \text{jeżeli } |\alpha_r| < \alpha_{r \max}, \quad (33)$$

$$\alpha_r = \alpha_{r \max} \operatorname{sgn} \alpha \quad \text{jeżeli } |\alpha| \geq \alpha_{r \max}, \quad (34)$$

$$\beta = k_\delta \delta_{2r}, \quad (35)$$

$$\beta_r = \beta \quad \text{jeżeli } |\beta_r| < \beta_{r \max}, \quad (36)$$

$$\beta_r = \beta_{r \max} \operatorname{sgn} \beta \quad \text{jeżeli } |\beta| \geq \beta_{r \max}, \quad (37)$$

- wynikające z parametrów konstrukcyjnych głowicy samonaprowadzania:

$$\delta_{1r} = \delta_{2r} = 0 \quad \text{jeżeli } \sqrt{\varepsilon^2 + \dot{v}^2 \cos^2 \varepsilon} \geq \omega_{g \ast \max}, \quad (38)$$

$$\delta_{1r} = \delta_{2r} = 0 \quad \text{jeżeli } D \leq D_{\text{wyl}}, \quad (39)$$

$$\delta_{1r} = \delta_{2r} = 0 \quad \text{jeżeli } \sqrt{(\varepsilon - \Theta)^2 + (v - \Psi)^2} \geq \varphi_{g \ast \max}, \quad (40)$$

$$t=t_4 \quad \text{jeżeli } H_0 - z \geq 0. \quad (41)$$

F. Bieżąca wartość liczby Macha:

$$M = \frac{V}{a}. \quad (42)$$

G. Związki między przecięzzeniami i parametrami kinematycznymi rakiety:

$$n_{x_s} = \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} + \sin \gamma_s, \quad (43)$$

$$n_{z_s} = \frac{V}{g} \frac{d\gamma_s}{dt} + \cos \gamma_s, \quad (44)$$

$$n_{y_s} = \frac{V}{g} \cos \gamma_s \frac{d\kappa_s}{dt}. \quad (45)$$

4. Wyznaczenie zależności $\Theta_{t=t_2} = f(D_0, H_0, V_0)$

Przedstawiony model matematyczny naprowadzania rakiety klasy p-z był podstawą do opracowania algorytmu jego numerycznego rozwiązania z wykorzystaniem pakietu oprogramowania MATLAB - SIMULINK.

Symulację przeprowadzono dla poniższych danych (tablice 1 i 2), określających rozpatrywany system sterowania rakieta i warunki początkowe odpalania.

Tablica 1. Podstawowe dane charakteryzujące przyjęty system sterowania rakieta

| | | | | | | | |
|------------------|--------------|-------|-------------|---------------|---------------------|--------------------|-----------|
| T_{δ} [s] | D_{wv} [m] | N_0 | $k_{0\phi}$ | $k_{0\Theta}$ | $k_{0\dot{\alpha}}$ | $k_{0\dot{\beta}}$ | t_1 [s] |
| 0.03 | 100 | 5 | -4 | 4 | 1.526 | 1.526 | 0.85 |

Próby symulacyjne miały na celu zbadanie wpływu warunków początkowych odpalania rakiety (D_0 , H_0 , V_0) na wartość kąta pochylenia $\Theta_{t=t_2}$ (odpowiadającą chwili rozpoczęcia manewru zakręt), przy którym kąt upadku rakiety μ zawierał się będzie w przedziale od 89° do 90° .

Tablica 2. Parametry określające warunki początkowe odpalania rakiety

| V_0 [m/s] | D_0 [m] | | | | |
|-------------|--|--|--|--|--|
| | 3000 | 3750 | 4500 | 5250 | 6000 |
| 195 | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ |
| 210 | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ |
| 225 | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ | $H_0=200m,$ $H_0=350m,$ $H_0=500m$ |

Rys.3 ilustruje wpływ prędkości samolotu nosiciela V_0 (odpowiadającej chwili startu rakiety) na wymaganą wartość kąta $\Theta_{t=t_2}$, zaś rys.4 przedstawia wpływ wysokości H_0 lotu samolotu na wartość tego samego kąta. Ponieważ wpływ prędkości samolotu V_0 w chwili startu rakiety na wartość kąta $\Theta_{t=t_2}$ okazał się nieznaczny, więc do dalszych rozważań przyjęto $V_0 = V_{sr} = const$.

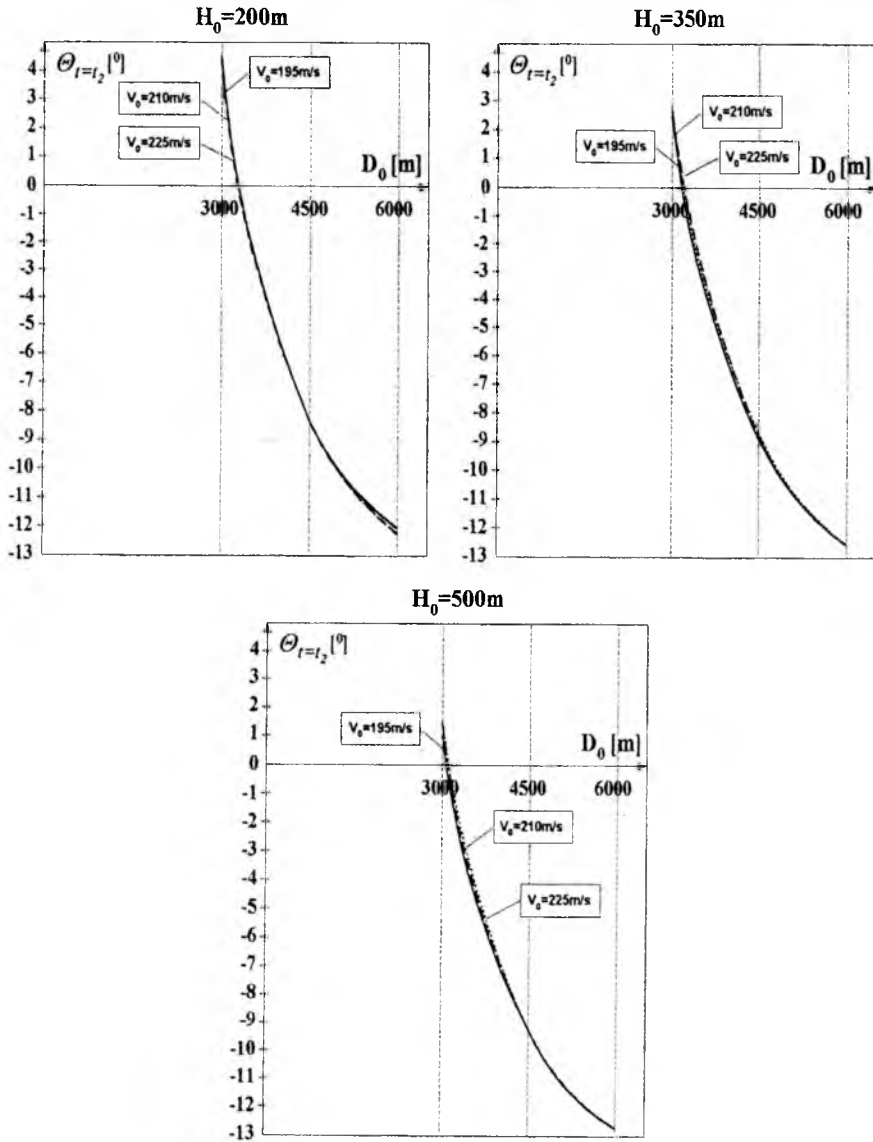
Zmianę $\Theta_{t=t_2}$ w funkcji D_0 dla dwóch skrajnych wysokości lotu samolotu w chwili startu rakiety tj. $H_{0min} = 200 m$ i $H_{0max} = 500 m$ ilustruje rys.5.

Z przedstawionych krzywych wynika, że wcześniejsze rozpoczęcie manewrów „zakręt” występuje przy wysokości $H_{0min} = 200 m$, zatem można przyjąć, że dla $H_0 \geq H_{0min}$ kąty upadku rakiety μ nie przekroczą 90° . W związku z powyższym w celu uproszczenia procedury naprowadzania rakiety można przyjąć, że chwila rozpoczęcia manewru „zakręt” będzie zależec jedynie od początkowej odległości odpalania, zgodnie z zależnością funkcyjną na $\Theta_{t=t_2}$ dla $V_0 = V_{sr} = 210 m/s$ i $H_0 = H_{0min} = 200m$, którą można aproksymować wielomianem trzeciego stopnia:

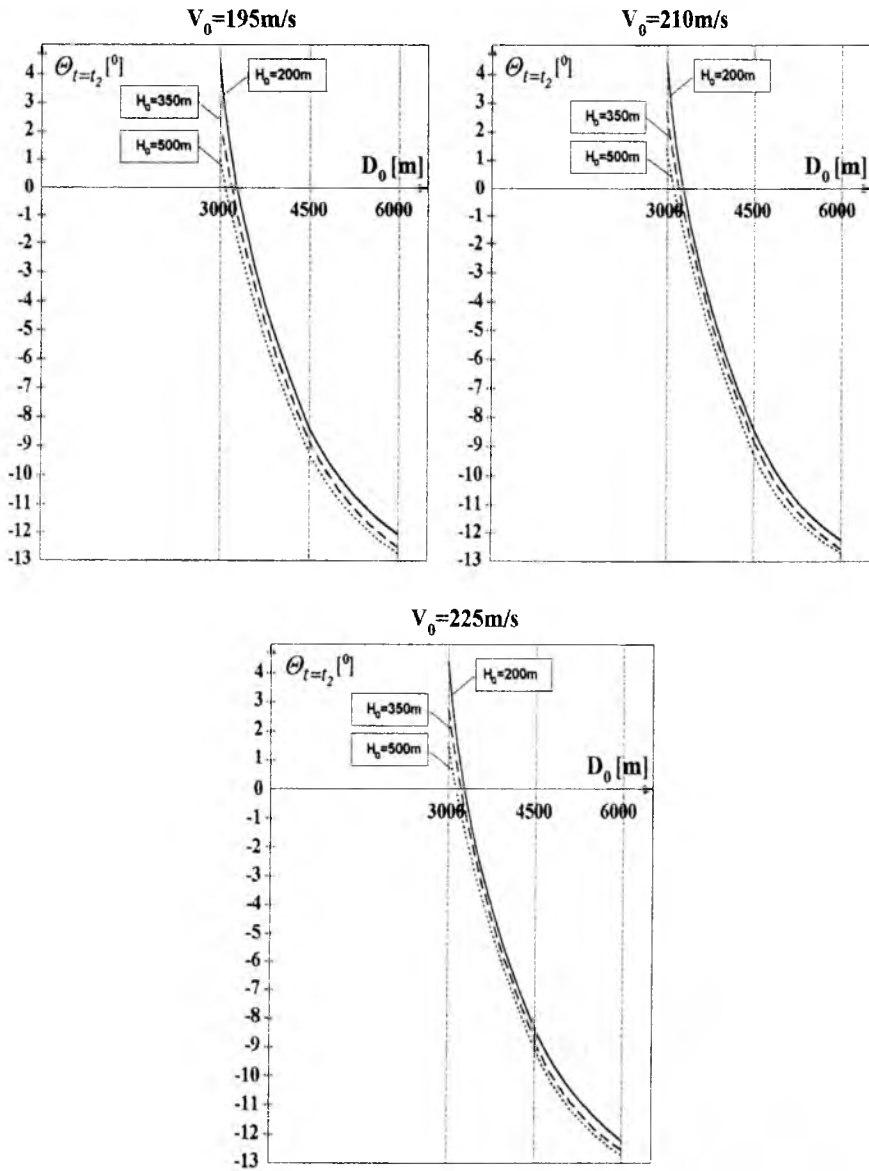
$$\Theta_{t=t_2} = -7.4 \cdot 10^{-10} \cdot D_0^3 + 1.1927 \cdot 10^{-5} \cdot D_0^2 - 6.669 \cdot 10^{-2} \cdot D_0 + 1.1681 \cdot 10^2, \quad (46)$$

gdzie:

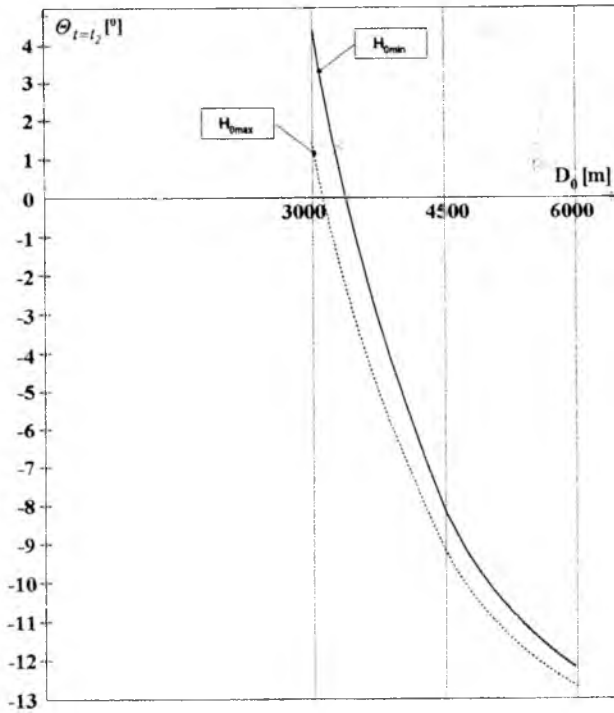
$$\Theta_{t=t_2} \text{ w } [^\circ], D_0 \text{ w } [m].$$



Rys.3. Wpływ prędkości lotu samolotu nosiciela V_0 w chwili odpalenia rakiety na zmianę kąta pochylenia jej osi podłużnej $\Theta_{t=t_2}$ w funkcji odległości odpalenia D_0 dla trzech różnych wysokości lotu samolotu H_0



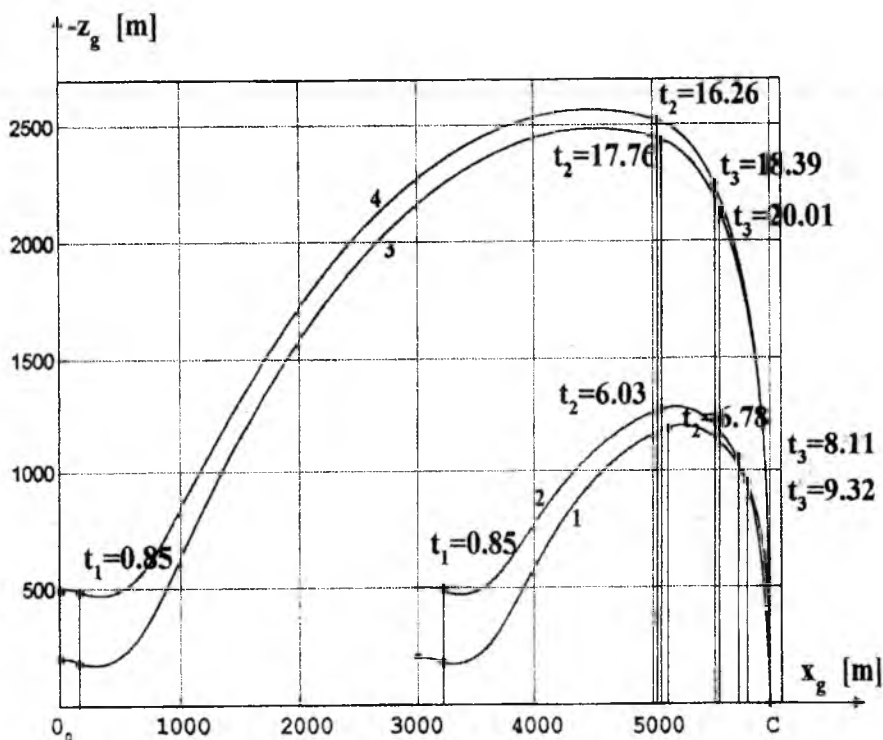
Rys.4. Wpływ wysokości lotu samolotu nosiciela H_0 w chwili odpalenia rakiety na zmianę kąta pochylenia jej osi podłużnej $\Theta_{t=t_2}$ w funkcji odległości odpalenia D_0 dla trzech różnych prędkości lotu samolotu V_0



Rys.5. Wpływ dwóch skrajnych wysokości lotu samolotu nosiciela H_0 w chwili odpalenia rakiety na zmianę kąta pochylenia jej osi podłużnej $\theta_{t=t_2}$ w funkcji odległości odpalenia D_0 dla prędkości lotu samolotu $V_0=210\text{m/s}$

5. Charakterystyka właściwości procesu naprowadzania rakiety przy wykorzystaniu proponowanego algorytmu sterowania

Przeprowadzono symulację numeryczną naprowadzania rakiety z wykorzystaniem proponowanego sposobu naprowadzania, w którym chwilę rozpoczęcia manewru „zakręt” określono zgodnie z zależnością (46). Obliczenia symulacyjne wykonano dla danych zawartych w p.4. Przykładowe toru lotu rakiety odpalanej przy różnych warunkach początkowych ilustruje rys.6.



Rys.6. Tory lotu rakiety w płaszczyźnie pionowej odpalanej przy następujących warunkach początkowych:

$V_0=195\text{m/s}$, $H_0=200\text{m}$, $D_0=3000\text{m}$ - wariant 1;

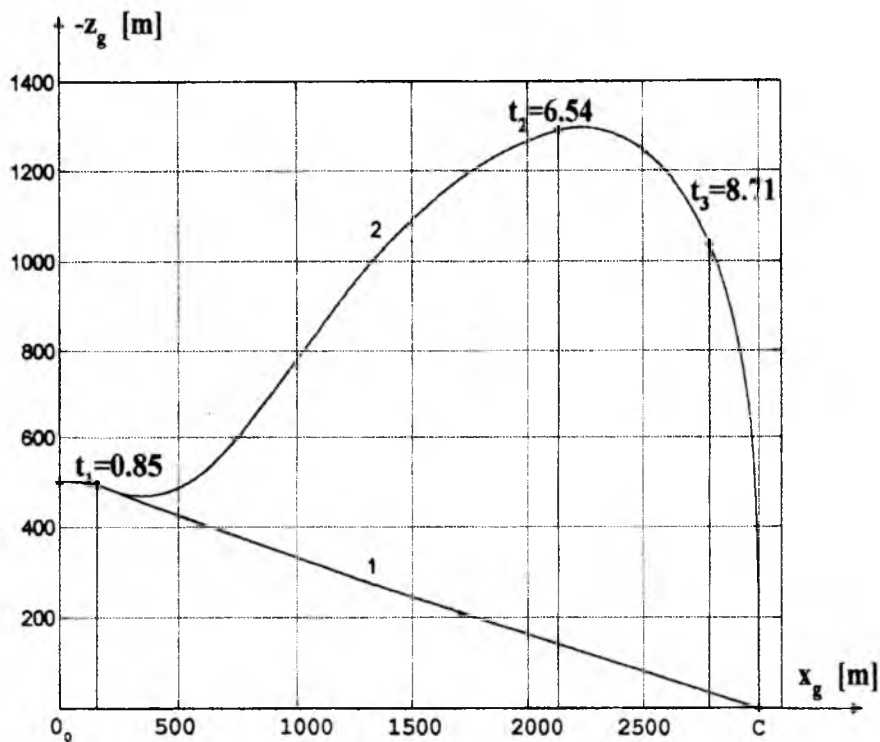
$V_0=225\text{m/s}$, $H_0=500\text{m}$, $D_0=3000\text{m}$ - wariant 2;

$V_0=195\text{m/s}$, $H_0=200\text{m}$, $D_0=6000\text{m}$ - wariant 3;

$V_0=225\text{m/s}$, $H_0=500\text{m}$, $D_0=6000\text{m}$ - wariant 4.

Poszczególne tory lotu rakiety scharakteryzować można następującymi wartościami ich kąta upadku μ i czasu lotu do celu t_4 : wariant 1 - kąt $\mu=89.40^\circ$ i $t_4=13.05\text{s}$; wariant 2 - kąt $\mu=85.52^\circ$ i $t_4=12.00\text{s}$; wariant 3 - kąt $\mu=89.30^\circ$ i $t_4=28.86\text{s}$; wariant 4 - kąt $\mu=88.84^\circ$ i $t_4=27.12\text{s}$.

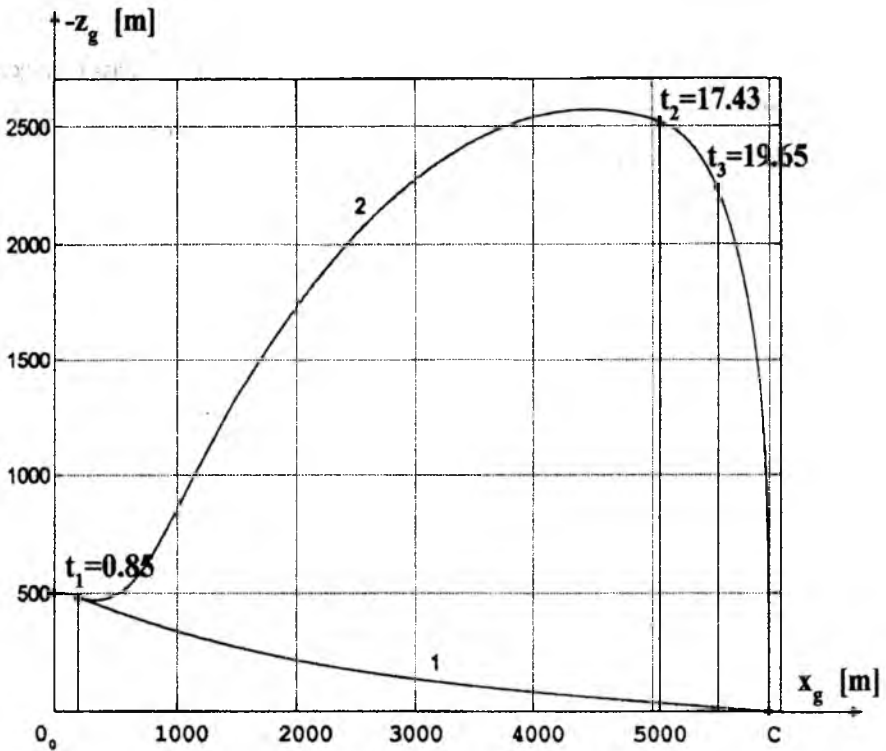
Korzyści jakie daje zastosowanie proponowanego sposobu naprowadzania w porównaniu z realizacją wyłącznie samonaprowadzania przedstawiają rys.7 i 8.



Rys. 7. Tory lotu rakiety w płaszczyźnie pionowej otrzymane przy tych samych warunkach początkowych odpalania ($V_0=210\text{m/s}$, $H_0=500\text{m}$ i $D_0=3000\text{m}$) oraz różnych sposobach naprowadzania: 1 - samonaprowadzanie; 2 - naprowadzanie z zastosowaniem proponowanego algorytmu

Poszczególne tory lotu rakiety charakteryzują następujące parametry:

- dla odległości odpalania wynoszącej 3000m i zastosowaniu proponowanego sposobu naprowadzania kąt $\mu=89.6^\circ$ i czas $t_4=12.69\text{s}$ zaś dla samonaprowadzania kąt $\mu=9.4^\circ$ i czas $t_4=7.47\text{s}$;
- dla odległości odpalania wynoszącej 6000m i zastosowaniu proponowanego sposobu naprowadzania kąt $\mu=89.74^\circ$ i czas $t_4=27.63\text{s}$ zaś dla samonaprowadzania kąt $\mu=2.6^\circ$ i czas $t_4=15.75\text{s}$.



Rys.8 Tory lotu rakiety w płaszczyźnie pionowej otrzymane przy tych samych warunkach początkowych odpalania ($V_0=210\text{m/s}$, $H_0=500\text{m}$ i $D_0=6000\text{m}$) oraz różnych sposobach naprowadzania: 1 - samonaprowadzanie; 2 - naprowadzanie z zastosowaniem proponowanego algorytmu

6. Wnioski

1. Zaproponowany sposób naprowadzania rakiety klasy p-z małego zasięgu charakteryzuje się tym, że jej kąty upadku μ (dla wszystkich warunków wykorzystania bojowego) zawierają się w przedziale $85^\circ \leq \mu < 90^\circ$.
2. Zasadnicze (niezbędne w przyjętym sposobie naprowadzania) wymaganie, dotyczące określenia chwili t_2 rozpoczęcia manewru „zakręt” określane jest w sposób pośredni, poprzez wyznaczenie odpowiedniej wartości kąta pochylenia osi podłużnej rakiety z prostej zależności (46).
3. Do realizacji technicznej proponowanego sposobu naprowadzania wymagane jest przekazanie na pokład rakiety (w chwili jej startu) wartości kąta $\Theta_{t=t_2}$ wyliczonej przez system celowniczy samolotu nosiciela na podstawie zmierzonej odległości do celu D_0 oraz wyposażenie rakiety w układ pomiaru kąta pochylenia jej osi podłużnej (w czasie naprowadzania).

Literatura

1. A.A. Liebiediew, L.S. Czernobrowkin „Dynamika polieta”, Maszynostrojenie, Moskwa 1973r.
2. W.T. Kocietkow, A.M. Polowko „Tieoria sistem teleuprawlenia i samonawiedienienia rakiet”, Nauka, Moskwa 1964r.
3. M.W. Maksimow, G.I. Gorgonow „Radiouprawlenie rakietami”, Sowietskoje Radio, Moskwa 1964r.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VII" 1996

WPLYW WARUNKÓW STRZELANIA NA ROZRZUT LOTNICZEJ RAKIETY NIEKIEROWANEJ

dr inż. Andrzej SKOMRA
mgr inż. Sławomir STĘPIEŃ

ITL WUiL WAT, Warszawa

Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki stochastycznej komputerowej symulacji strzelań hipotetyczną rakieta niekierowaną. Opracowany model matematyczny procesu strzelania wraz z algorytmem umożliwia określenie wpływu losowych warunków początkowych startu rakiety na jej rozrzut.

1. Wstęp

Dokładność trafienia rakieta niekierowaną w cel zależy od charakterystyk technicznych samej rakiety, wpływu i charakteru oddziaływania rakiety i ośrodka (atmosfery) oraz warunków początkowych startu. Warunki początkowe startu rakiety określane są przez systemy celownicze, które w oparciu o zmierzone parametry charakteryzujące ruch statku powietrznego, położenie celu względem samolotu, rozwiązują określone algorytmy, pozwalające odpowiednio zorientować wektor prędkości początkowej rakiety w przestrzeni.

Celem opracowania było określenie wpływu zakłóceń warunków początkowych strzelania oraz asymetrii ciągu silnika na rozrzut lotniczej rakiety niekierowanej. Może to stanowić jeden z elementów oceny efektywności zastosowania tego rodzaju rakiet.

Wykaz oznaczeń

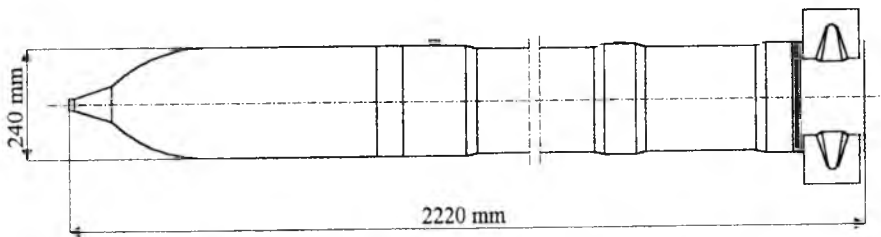
V_s - skalar wektora prędkości samolotu względem powietrza;
 α_s - kąt natarcia samolotu;
 β_s - kąt ślizgu samolotu;
 Φ_s - kąt przechylenia samolotu;
 Θ_s - kąt pochylenia samolotu;
 Ψ_s - kąt odchylenia samolotu;
 H - wysokość lotu samolotu w chwili odpalenia rakiety;
 d - mimośród ciągu silnika;
 l_d - odległość od środka masy rakiety do środka przekroju krytycznego dyszy silnika;
 β_l - kąt określający położenie mimośrodu ciągu względem płaszczyzny xz ;
 μ_l - stosunek momentu rakietowego względem osi podłużnej rakiety do ciągu silnika;
 G - ciężar rakiety;
 l - długość rakiety;
 S - powierzchnia odniesienia (pole przekroju poprzecznego kadłuba rakiety);
 X_r, Y_r - zmienne losowe współrzędnych punktu trafienia rakiety określone w układzie cx, y_r ;
 cx, y_r - układ współrzędnych, w którym określa się charakterystyki rozrzutu, środek układu w środku celu, oś x_r skierowana zgodnie z rzutem na płaszczyznę poziomą prostej łączącej środek masy rakiety z celem w chwili odpalenia, oś y_r skierowana prostopadłe do x_r ;
 m_0 - wartość oczekiwana zmiennej losowej o rozkładzie normalnym;
 m_x - wartość oczekiwana zmiennej losowej X_r dwuwymiarowego rozkładu normalnego;
 m_y - wartość oczekiwana zmiennej losowej Y_r dwuwymiarowego rozkładu normalnego;
 σ - odchylenie standardowe zmiennej losowej o rozkładzie normalnym;
 σ_x - odchylenie standardowe zmiennej losowej X_r dwuwymiarowego rozkładu normalnego;
 σ_y - odchylenie standardowe zmiennej losowej Y_r dwuwymiarowego rozkładu normalnego;
 k - współczynnik korelacji zmiennych losowych X_r i Y_r .
 Pozostałe oznaczenia są zgodne z Polską Normą PN 83 „Mechanika lotu samolotów i śmigłowców”.

2. Model fizyczny rakiety

Do opisu procesu strzelania przyjęto hipotetyczną raketę niekierowaną, której nadano „małe obroty” poprzez skośne ustawienie sześciu dysz silnika rakietowego. Układ aerodynamiczny rakiety przedstawia rysunek 1. Rakieta stabilizowana jest na torze za pomocą dwóch par brzechw (stateczników) rozmieszczonych w płaszczyznach wzajemnie prostopadłych, znajdujących się w części końcowej jej kadłuba. Podstawowe dane charakteryzujące parametry geometryczne i masowe rakiety są następujące:

| | |
|--|-------------------------|
| a) ciąg silnika rakietowego | 79640 N |
| b) czas pracy silnika rakietowego | 1,1 s |
| c) masa rakiety | 235 kg |
| d) masa ładunku napędowego | 45,8 kg |
| e) masa głowicy bojowej | 123,4 kg |
| f) pole przekroju poprzecznego kadłuba | 0,045216 m ² |

| | |
|--|---------------------------|
| g) rozpiętość statecznika | 0,6 m |
| h) pole powierzchni jednej brzechwy | 0,0351 m ² |
| i) grubość względna profilu brzechwy | 0,0153846 |
| j) położenie środka masy rakiety, mierzone od powierzchni czołowej zapalnika | |
| - na początku aktywnego odcinka toru lotu | 1,061 m |
| - na pasywnym odcinku toru lotu | 0,961 m |
| k) momenty bezwładności przy $t = 0$ | |
| - I_x | 2,04422 kgm ² |
| - $I_y = I_z$ | 100,3559 kgm ² |



Rys. 1. Sylwetka i układ aerodynamiczny rakiety niekierowanej

Podstawowe charakterystyki aerodynamiczne rakiety wyznaczono metodą teoretyczną, opartą na uogólnionych wynikach badań doświadczalnych [1]. Przy rozpatrywaniu lotu rakiety przyjęto następujące założenia:

- a) raketę rozpatruje się jako bryłę sztywną;
- b) na raketę działają siły aerodynamiczne, ciąg silnika raketowego i siła ciężkości;
- c) na aktywnym odcinku toru lotu środek masy rakiety przemieszcza się ze stałą prędkością, zaś jej masa zmienia się liniowo;
- d) dla zmieniającego się w czasie położenia środka masy rakiety obliczane są wartości jej momentów bezwładności oraz charakterystyki aerodynamiczne;
- e) asymetria ciągu silnika raketowego charakteryzowana jest poprzez tzw. „mimośród ciągu”, który traktuje się jako wielkość losową;
- f) system celowniczy samolotu-nosiciela funkcjonuje idealnie (tzn., że przy bezbłędnym celowaniu przez pilota rakietę trafia w cel) zaś błędy celowania powodowane przez pilota przenoszą się bezpośrednio na odchylenie od wartości nominalnych (wymaganych):
 - kątów (α_s, β_s) natarcia i ślizgu samolotu w chwili startu rakiety, które są zmiennymi losowymi o znanej gęstości rozkładu prawdopodobieństwa,
 - kątów (Φ_s, Θ_s, Ψ_s) określających położenie osi podłużnej samolotu (w chwili startu rakiety), które są zmiennymi losowymi o znanej gęstości rozkładu prawdopodobieństwa;
- g) moduł wektora prędkości samolotu (V_s) w chwili startu rakiety jest zmienną losową;
- h) lot rakiety odbywa się w spokojnej atmosferze.

3. Model matematyczny procesu strzelania

Model matematyczny ruchu przestrzennego rakiety niekierowanej (dla przyjętego jej modelu fizycznego) odpalanej z samolotu obejmuje następujące grupy równań i zależności:

Równania ruchu postępowego środka masy rakiety:

$$m \frac{dV}{dt} = X_a, \quad (1)$$

$$mV \cos \gamma_a \frac{d\chi_a}{dt} = Y_a, \quad (2)$$

$$-mV \frac{d\gamma_a}{dt} = Z_a, \quad (3)$$

Równania ruchu obrotowego rakiety wokół środka masy:

$$I_x \frac{dp}{dt} = L, \quad (4)$$

$$I_y \frac{dq}{dt} + I_x pr - I_y pr = M, \quad (5)$$

$$I_z \frac{dr}{dt} + I_z pq - I_x pq = N, \quad (6)$$

Związki kinematyczne prędkości kątowych:

$$\frac{d\Phi}{dt} = p + \frac{d\Psi}{dt} \sin \Theta, \quad (7)$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = q \cos \Phi - r \sin \Phi, \quad (8)$$

$$\cos \Theta \frac{d\Psi}{dt} = q \sin \Phi + r \cos \Phi, \quad (9)$$

Związki kinematyczne prędkości liniowych ruchu środka masy rakiety w układzie współrzędnych związanym z ziemią:

$$\frac{dx_g}{dt} = V \cos \chi_a \cos \gamma_a, \quad (10)$$

$$\frac{dy_g}{dt} = V \sin \chi_a \cos \gamma_a, \quad (11)$$

$$\frac{dz_g}{dt} = -V \sin \gamma_a, \quad (12)$$

Wyrażenia na składowe wektora siły wypadkowej R:

$$X_a = -G \sin \gamma_a - C_x \frac{\rho V^2}{2} S + F_x \cos \alpha \cos \beta + F_y \sin \beta + F_z \sin \alpha \cos \beta, \quad (13)$$

$$Y_a = C_{y\beta} \frac{\rho V^2}{2} S \beta - F_x \cos \alpha \sin \beta + F_y \cos \beta - F_z \sin \alpha \sin \beta, \quad (14)$$

$$Z_a = G \cos \gamma_a - C_{z\alpha} \frac{\rho V^2}{2} S \alpha - F_x \sin \alpha + F_z \cos \alpha, \quad (15)$$

Wyrażenia na składowe ciągu silnika raketowego :

$$F_x = F \cos \left[\arctg \left(\frac{d}{l_d} \right) \right], \quad (16)$$

$$F_y = -F \sin \left[\arctg \left(\frac{d}{l_d} \right) \right] \sin(\beta_1 + \Phi), \quad (17)$$

$$F_z = F \sin \left[\arctg \left(\frac{d}{l_d} \right) \right] \cos(\beta_1 + \Phi), \quad (18)$$

Wyrażenia na składowe wypadkowego momentu wywołanego układem sił aerodynamicznych i siłą ciągu:

$$L = \mu_1 F + C_l^A \frac{\rho V^2}{2} S l - C_{lp} \frac{\rho V^2}{2} S l p^*, \quad (19)$$

$$M = F d \cos \left[\arctg \left(\frac{d}{l_d} \right) \right] \cos \beta_1 + C_{m\alpha} \frac{\rho V^2}{2} S l \alpha \cos \Phi - C_{n\beta} \frac{\rho V^2}{2} S l \beta \sin \Phi - C_{mq} \frac{\rho V^2}{2} S l q^*, \quad (20)$$

$$N = F d \cos \left[\arctg \left(\frac{d}{l_d} \right) \right] \sin \beta_1 - C_{n\beta} \frac{\rho V^2}{2} S l \beta \cos \Phi - C_{m\alpha} \frac{\rho V^2}{2} S l \alpha \sin \Phi - C_{nr} \frac{\rho V^2}{2} S l r^*, \quad (21)$$

Wyrażenia na kąty natarcia i ślizgu rakiety:

$$\alpha = \Theta - \gamma_a, \quad (22)$$

$$\beta = \chi_a - \Psi, \quad (23)$$

Wyrażenia wiążące prędkość dźwięku i gęstość powietrza z wysokością lotu rakiety :

$$\left. \begin{aligned} \rho(H - z_g) &= 1,225956 \left[\frac{288 - 0,0065(H - z_g)}{288} \right]^{-4,25} \\ a(H - z_g) &= 20,056 \left[288 - 0,0065(H - z_g) \right]^{0,5} \end{aligned} \right\} \text{jeżeli } (H - z_g) < 11000 \text{ m}, \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho(H - z_g) &= 0,36375e^{-\frac{(H - z_g) + 11000}{6340}} \\ a(H - z_g) &= 295,02 \end{aligned} \right\} \text{jeżeli } (H - z_g) > 11000 \text{ m}, \quad (25)$$

gdzie: ρ wyrażone jest w $[\text{kg}/\text{m}^3]$, a w $[\text{m}/\text{s}]$, H w $[\text{m}]$, z_g w $[\text{m}]$.

Wyrażenia na zmianę w czasie momentów bezwładności rakiety:

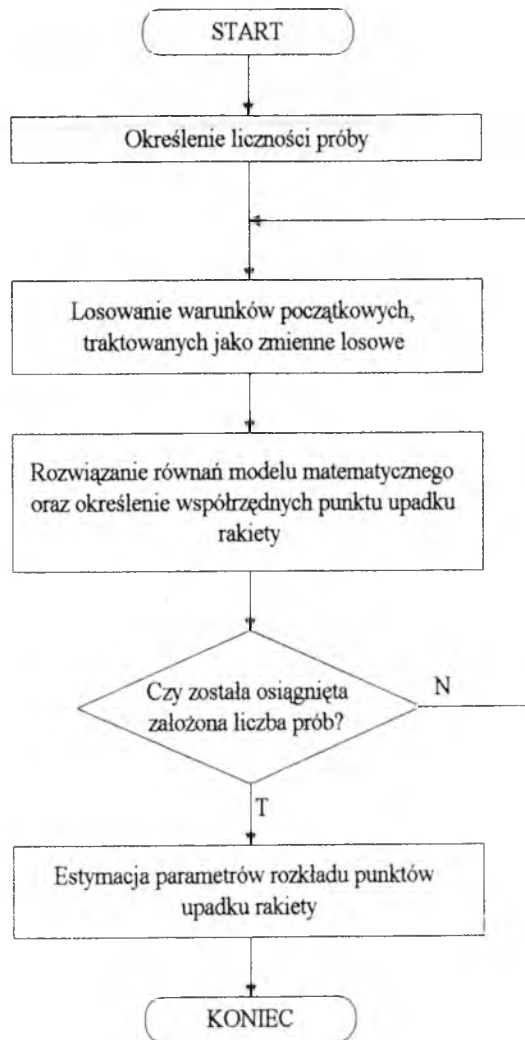
$$I_x = \begin{cases} -0,26348 \cdot t + 2,04422 & \text{jeżeli } t \leq 1,1\text{s} \\ 1,7544 & \text{jeżeli } t > 1,1\text{s} \end{cases}, \quad (26)$$

$$I_y = I_z = \begin{cases} -0,3443 \cdot t^3 - 1,1859 \cdot t^2 - 10,921 \cdot t + 100,3559 & \text{jeżeli } t \leq 1,1\text{s} \\ 86,4495 & \text{jeżeli } t > 1,1\text{s} \end{cases}, \quad (27)$$

gdzie: I_x , I_y , I_z wyrażone są w $[\text{kgm}^2]$, t w $[\text{s}]$.

4. Badania symulacyjne

Na podstawie przedstawionego wcześniej modelu fizycznego rakiety oraz modelu matematycznego procesu strzelania opracowano algorytm (rys. 2.) stochastycznej symulacji strzelań.



Rys. 2. Algorytm symulacji

W oparciu o przedstawiony algorytm opracowano program komputerowy pozwalający na dokonywanie symulacji strzałów rozpatrywaną rakieta. W każdej symulacji założono licznosc prób na poziomie 500 realizacji. Wielkościami wejściowymi symulacji są $\alpha_s, \beta_s, V_s, \Phi_s, \theta_s, \Psi_s, d, \beta_l$. Dla tych danych przeprowadzana jest próba polegająca na numerycznym rozwiązaniu równań opisujących ruch przestrzenny rakiety. W ogólnym przypadku wielkości wejściowe symulacji traktuje się jako zmienne losowe i dla każdej próby losuje się pewną ich realizację, co powoduje losowy rozkład współrzędnych punktów upadku rakiety. Rozkład ten przyjęto opisywać funkcją gęstości dwuwymiarowego normalnego rozkładu prawdopodobieństwa. Po zakończeniu cyklu prób, przelicza się

współrzędne punktów upadku rakiety w nowym układzie współrzędnych cx, y , o początku w środku celu i osiach x_r, y_r (wzajemnie prostopadłych), przy czym oś x_r pokrywa się z rzutem początkowej odległości do celu na płaszczyznę horyzontalną. Na podstawie tak określonych współrzędnych estymuje się parametry rozkładu punktów upadku, wykorzystując metodę największej wiarygodności [3]. Otrzymane estymatory parametrów są następujące:

$$m_x^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ri}, \quad (28)$$

$$m_y^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{ri}, \quad (29)$$

$$\sigma_x^* = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ri} - m_x^*)^2}, \quad (30)$$

$$\sigma_y^* = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{ri} - m_y^*)^2}, \quad (31)$$

$$k^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{x_{ri} - m_x^*}{\sigma_x^*} \frac{y_{ri} - m_y^*}{\sigma_y^*} \right], \quad (32)$$

gdzie: n - liczba prób.

Dla potrzeb symulacji założono, że zmienne losowe $\alpha, \beta, V_s, \Phi, \Theta, \Psi, d$ mają normalny rozkład prawdopodobieństwa z funkcją gęstości postaci:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_0)^2}{2\sigma^2}}, \quad (33)$$

Przyjęte parametry rozkładu zmiennych losowych przedstawia tabela 1. Zmienną losową β_1 określa jednostajny rozkład prawdopodobieństwa z funkcją gęstości postaci:

$$f(\beta_1) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & ; \beta_1 \in (0, 2\pi) \\ 0 & ; \beta_1 \notin (0, 2\pi) \end{cases}, \quad (34)$$

Przy normalnym prawie rozkładu prawdopodobieństwa możliwe jest wylosowanie ujemnej wartości zmiennej losowej, co dla mimośrodru ciągu traci sens fizyczny. Aby wyeliminować powyższe zjawisko do obliczeń brano wartość bezwzględną wylosowanego

mimośrodu, zmieniając odpowiednio jego położenie kątowe w przypadku ujemnej wartości mimośrodu.

Tabela 1. Parametry rozkładu wielkości wejściowych symulacji

| Zmienna losowa | m_θ | σ |
|----------------|------------|----------|
| α_s | 3° | 5' |
| β_s | 0° | 5' |
| V_s | 200 m/s | 4 m/s |
| Φ_s | 2° | 5' |
| Θ_s | -10° | 5' |
| Ψ_s | 1° | 5' |
| d | 0 m | 0,001 m |

Przyjęto, że odpalenie rakiety następuje z samolotu lecącego na wysokości $H=300\text{m}$.

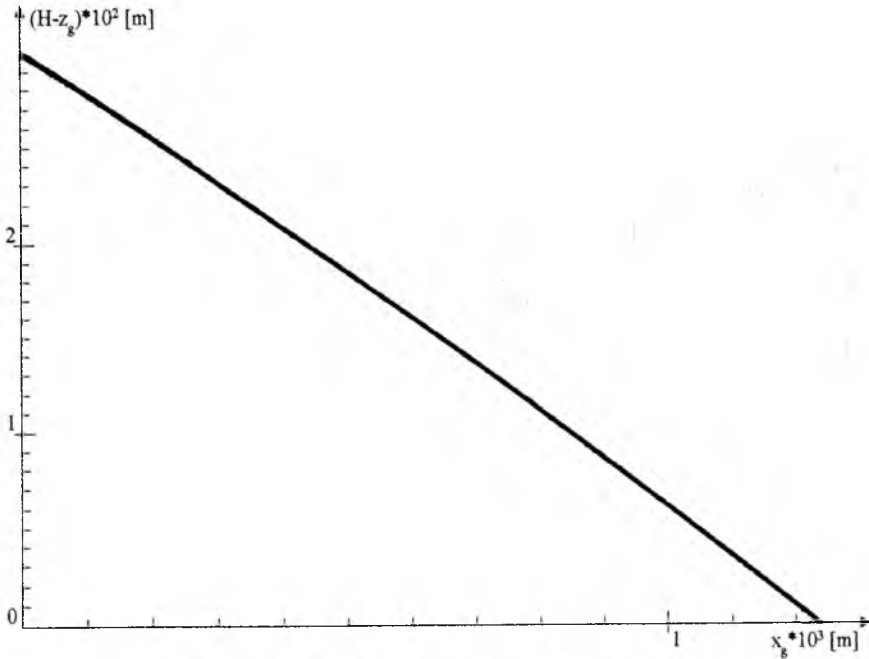
5. Otrzymane wyniki i wnioski.

Przeprowadzono 7 symulacji, parametry, które uznano za losowe dla poszczególnych symulacji zawarte są w tabeli 2. W przypadku gdy dana wielkość wejściowa symulacji nie jest traktowana jako zmienna losowa, w trakcie symulacji przyjmuje wartość równą swojej wartości oczekiwanej i pozostaje niezmienną dla danej serii prób.

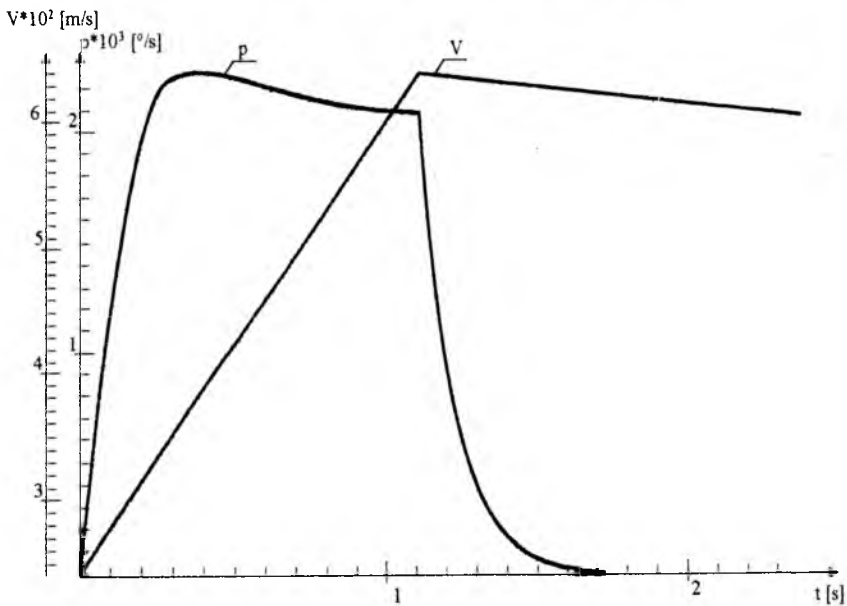
Tabela 2. Wielkości uznane za losowe w zależności od symulacji

| Symulacja | Zmienne losowe |
|----------------|--|
| Symulacja nr 1 | α_s, β_s |
| Symulacja nr 2 | Φ_s, Θ_s, Ψ_s |
| Symulacja nr 3 | $\alpha_s, \beta_s, \Phi_s, \Theta_s, \Psi_s$ |
| Symulacja nr 4 | d, β_1 |
| Symulacja nr 5 | V_s |
| Symulacja nr 6 | $\alpha_s, \beta_s, \Phi_s, \Theta_s, \Psi_s, d, \beta_1$ |
| Symulacja nr 7 | $\alpha_s, \beta_s, V_s, \Phi_s, \Theta_s, \Psi_s, d, \beta_1$ |

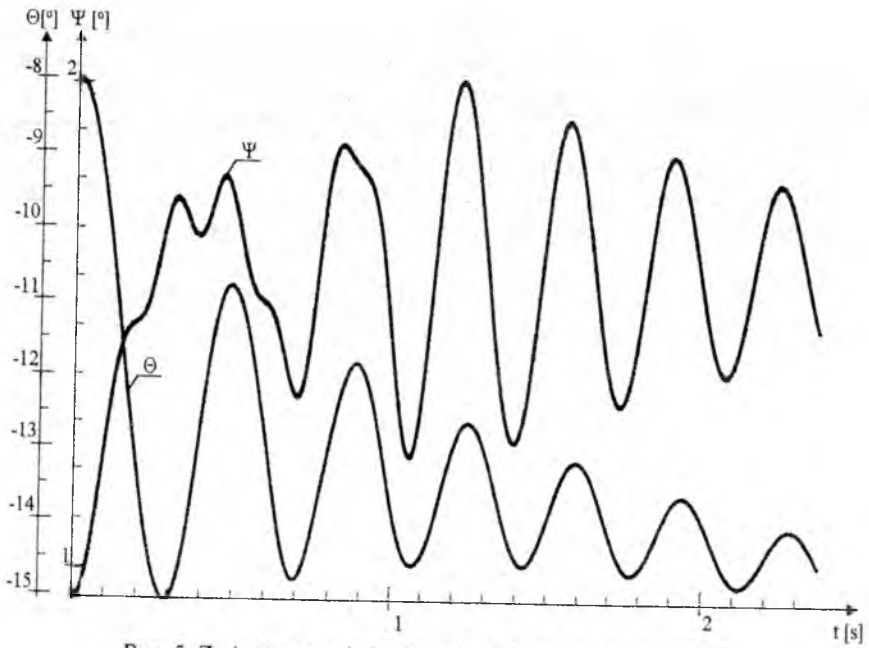
Zmianę podstawowych parametrów określających zachowanie się rakiety na torze jej lotu, zarejestrowaną dla jednej z realizacji symulacji 7 przedstawiają rys. 3 do rys. 6.



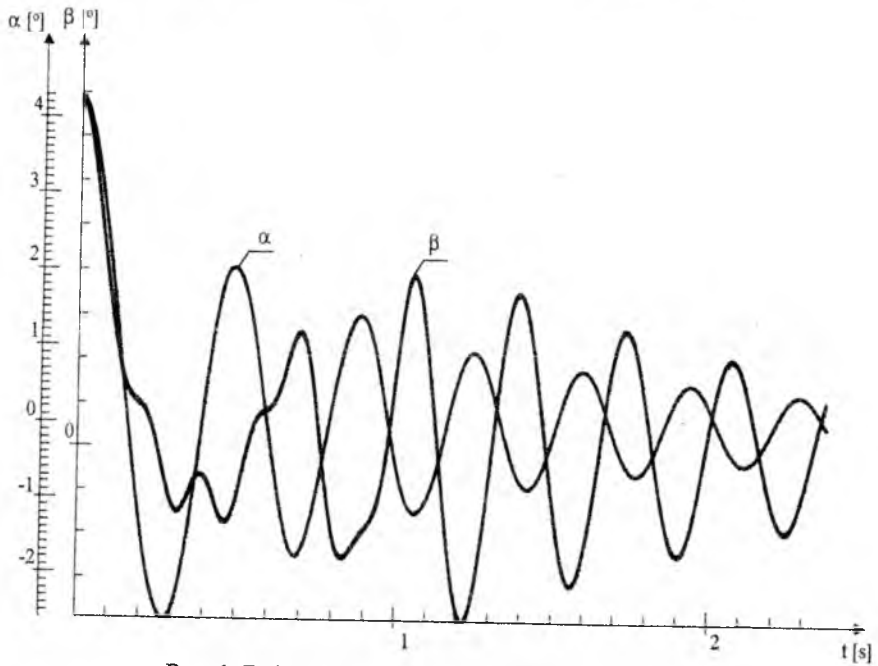
Rys. 3. Tor lotu rakiety w płaszczyźnie pionowej



Rys. 4. Zmiana prędkości postępowej i prędkości kątowej (względem osi podłużnej) rakiety w czasie lotu

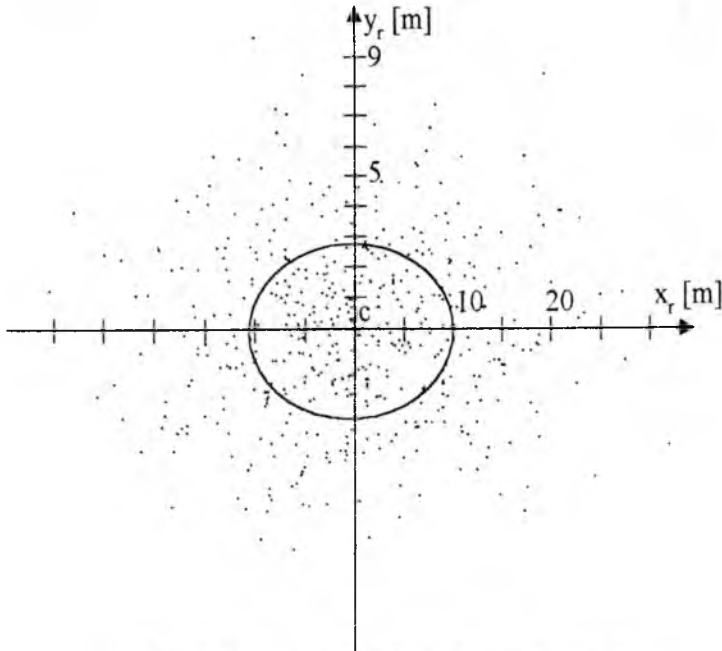


Rys. 5. Zmiana w czasie kątów położenia osi podłużnej rakiety



Rys. 6. Zmiana w czasie kątów natarcia i ślizgu rakiety

Rys. 7 przedstawia punkty upadku rakiety otrzymane w symulacji 7. Punkty te określone są we wspomnianym wcześniej układzie współrzędnych c, x_r, y_r . Na tym samym rysunku przedstawiono również jednostkową elipsę rozrzutu o półosiach odpowiednio: σ_x^* oraz σ_y^* . Można zauważyć, że większość punktów upadku, zgodnie z oczekiwaniami zawiera się w obrębie jednostkowej elipsy rozrzutu. Sprawdzone, że praktycznie wszystkie punkty upadku zawierają się w elipsie o półosiach odpowiednio: $3\sigma_x^*$ oraz $3\sigma_y^*$. Rozrzut „w odległości” jest ponad trzykrotnie większy niż rozrzut „w kierunku”.



Rys. 7. Punkty upadku rakiety dla symulacji nr 7

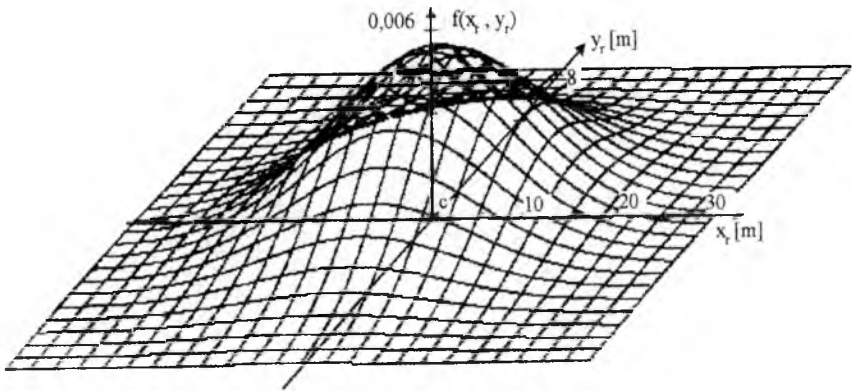
Z każdej symulacji otrzymano dwuwymiarowy normalny rozkład punktów upadku rakiety, którego postać określa wzór (35) a estymowane parametry tabela 3.

$$f(x_r, y_r) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-k^2}} e^{-\frac{1}{2(1-k^2)} \left[\frac{(x_r - m_x)^2}{\sigma_x^2} - 2k \frac{x_r - m_x}{\sigma_x} \frac{y_r - m_y}{\sigma_y} + \frac{(y_r - m_y)^2}{\sigma_y^2} \right]}, \quad (35)$$

Tabela 3. Estymowane parametry wynikowego rozkładu punktów upadku rakiety

| Symulacja | m^*_x [m] | m^*_y [m] | σ^*_x [m] | σ^*_y [m] | k^* |
|----------------|-------------|-------------|------------------|------------------|----------|
| Symulacja nr 1 | 0,194 | -0,025 | 5,7838 | 1,4793 | 0,00675 |
| Symulacja nr 2 | 0,212 | 0,067 | 7,5994 | 1,9986 | 0,06513 |
| Symulacja nr 3 | 0,628 | 0,161 | 9,6906 | 2,4851 | -0,06673 |
| Symulacja nr 4 | -0,083 | 0,033 | 5,5487 | 1,3955 | 0,09163 |
| Symulacja nr 5 | -0,076 | 0,001 | 0,7697 | 0,0484 | -0,99313 |
| Symulacja nr 6 | 0,529 | 0,028 | 10,9086 | 2,8157 | -0,04805 |
| Symulacja nr 7 | -0,727 | 0,012 | 10,8941 | 2,8152 | 0,00512 |

Rys. 8 przedstawia gęstość rozkładu punktów upadku rakiety dla symulacji nr 7.



Rys. 8. Gęstość rozkładu punktów upadku rakiety dla symulacji nr 7

Wnioski

1. Najmniejszy wpływ spośród rozpatrywanych parametrów na rozrzut rakiety ma prędkość samolotu V_s . Zmienne losowe X_r i Y_r są silnie skorelowane co dowodzi, że gęstość rozkładu punktów upadku jest skupiona wzdłuż linii prostej.
2. Kąty natarcia i ślizgu samolotu powodują niewielkie przesunięcie środka rozrzutu, natomiast wywołują znaczne zwiększenie rozrzutu „w odległości” (x_r). Niewielki współczynnik korelacji wskazuje, że zmienne X_r i Y_r są słabo skorelowane.
3. Kąty pochylenia, odchylenia i przechylenia samolotu powodują niewielkie przesunięcie środka rozrzutu (jest ono porównywalne z wpływem kątów natarcia i ślizgu). Otrzymany rozkład punktów upadku w porównaniu z rozkładem dla kątów natarcia i ślizgu charakteryzuje się większym rozproszeniem.
4. Na rozrzut rakiety zasadniczy wpływ mają kąty pochylenia, odchylenia i przechylenia samolotu w chwili startu rakiety.

Literatura

1. E. C. CZERNOBROWKIN, A. A. LIEBIDIEW „Dynamika polieta”, „Maszynostrojienie” 1973 r.
2. F. GANTMACHER, L. LEWIN „Teoria lotu rakiet niekierowanych”, Wydawnictwo MON 1961 r.
3. M. FISZ „Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna”, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1969 r.

KSZTAŁTOWANIE WŁAŚCIWOŚCI PILOTAŻOWYCH SAMOLOTU POPRZEZ ZASTOSOWANIE NIELINIOWEJ DYNAMIKI ODWROTNEJ I DEKOMPOZYCJI ZADANIA STEROWANIA

dr inż. Andrzej TOMCZYK

Politechnika Rzeszowska

Streszczenie

W pracy przedstawiono metodykę wyboru struktury i wartości parametrów definiujących właściwości układu wspomagającego ręczne sterowanie samolotem przez pilota w taki sposób, aby założone położenie przestrzenne lub wybrane parametry ruchu samolotu można było uzyskać poprzez proporcjonalne wychylenie sterownicy. Ponadto założono, że nie powinien wystąpić błąd statyczny regulacji. Do syntezy praw sterowania zastosowano metodę nieliniowej dynamiki odwrotnej połączonej z dekompozycją układu sterowania na podukłady wewnętrznych i zewnętrznych sprzężeń zwrotnych. Jakość sterowania oceniono na podstawie przebiegu procesu przejściowego ruchu samolotu po wychyleniu sterownicy ręcznej.

1. Wstęp

Warunkiem bezpiecznego użytkowania samolotu jest zapewnienie poprawnych właściwości pilotażowych w całym zakresie jego eksploatacji. Charakterystyki pilotażowe samolotu opisywane są przy pomocy wielu wskaźników ilościowych i jakościowych, a syntetyczna ocena formułowana jest zazwyczaj przez pilotów i wyrażana w umownej skali Coopera-Harpera [10, 11].

Pożądanne charakterystyki pilotażowe samolotu kształtować można w dwojaki sposób:

- ⇒ poprzez zastosowanie odpowiednich cech aerodynamicznych i dynamicznych płatowca,
- ⇒ poprzez wybór właściwości układów wspomagających sterowanie ręczne.

Pierwszy sposób postępowania nie jest przedmiotem niniejszego opracowania. W drugim przypadku wyróżnić można klasyczne podejście polegające na modyfikacji mechaniczno-aerodynamicznego układu sterowania poprzez stosowanie wyważania masowego (*bob-weight*), odciążania/dociążania aerodynamicznego (*flettner*) lub zastosowanie sprężyn w układzie sterowania. Większe możliwości uzyskania pożądanych właściwości pilotażowych stwarza technika aktywnej modyfikacji dynamicznych charakterystyk samolotu jako obiektu sterowanego poprzez zastosowanie układów poprawiania stateczności (*SAS - Stability Augmentation System*) i sterowności (*CAS - Control Augmentation System*) samolotu. Istnieje wiele możliwości wyboru struktury urządzeń wspomagających sterowanie ręczne i metod ich syntezy, o różnym zakresie zastosowań.

Naturalnym jest dążenie, aby reakcja samolotu na wychylenie sterownic przez pilota była zbliżona do reakcji „idealnego” (modelowego) samolotu, dobrze dostosowanego do psychomotorycznych cech pilota-operatora. Prowadzi to do stosowania zasady „sterowania wg. modelu”, która może być zastosowana do syntezy odległościowych układów sterowania (*FBW - Fly by Wire*). Jedną z metod syntezy takiego sterowania jest metoda dynamiki odwrotnej (w teorii sterowania zwana również odwrotnym zadaniem dynamiki).

Istotną zaletą tej metody jest możliwość wykorzystania do syntezy sterowania pełnego nieliniowego modelu dynamiki samolotu, a zatem właściwości projektowanego układu sterowania określone są z uwzględnieniem wpływu tych nieliniowości. Większość klasycznych metod syntezy sterowania wymaga linearyzacji równań dynamiki obiektu.

Metoda nieliniowej dynamiki odwrotnej (*NID - Non-linear Inverse Dynamics*) stosowana jest do syntezy sterowania zazwyczaj w połączeniu z dekompozycją złożonego wielowymiarowego systemu dynamicznego na prostsze podukłady o dających się wyróżnić charakterystycznych właściwościach fizycznych [4, 14]. Metoda ta jest szczególnie przydatna w projektowaniu układów sterowania stosowanych podczas lotu na dużych kątach natarcia [7, 12] oraz dla samolotów wysokomanewrowych [6, 13, 15].

Sposób dekompozycji zadania sterowania oraz wybór modelowych właściwości pilotażowych samolotu jest indywidualną decyzją projektanta układu sterowania. Przyjęta metodyka syntezy wynika z doświadczeń projektanta, uwarunkowana jest dynamicznymi właściwościami samolotu, wymaganiami nałożonymi na jakość sterowania oraz możliwościami praktycznej realizacji układu wspomagającego sterowanie ręczne.

2. Metoda dynamiki odwrotnej w sterowaniu samolotem

Rozwiązanie odwrotnego zadania dynamiki polega na wyznaczeniu takiego sterowania, które zapewni realizację ruchu samolotu w przestrzeni zgodnie z założoną trajektorią. Jeśli obiekt sterowania opisany jest układem nieliniowych równań różniczkowych:

$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t)$; gdzie odpowiednio: $\mathbf{X}(t) \in \mathcal{R}^n$ i $\mathbf{U}(t) \in \mathcal{R}^m$ są wektorami stanu i sterowania, to rozwiązanie odwrotnego zadania dynamiki polega na znalezieniu przekształcenia: $\mathbf{U} = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{X}, \mathbf{X}_M, t)$; gdzie $\mathbf{X}_M(t) \in \mathcal{R}^n$ jest pożądanym (modelowym) przebiegiem zmien-nych stanu.

Powyższe prawo sterowania wydaje się być bardzo proste; w rzeczywistości praktyczne zastosowanie nieliniowej dynamiki odwrotnej nie jest łatwe. Nie można w ogólnym przypadku udowodnić istnienia przekształcenia odwrotnego do $\mathbf{f}(\cdot)$, jak również nie są zna-

ne ogólne metody konstruowania takiego operatora. Kolejnym problemem jest konieczność fizycznej realizacji układu sterowania opisanego operatorem $f^{-1}(\cdot)$, co może okazać się zadaniem trudnym lub niemożliwym do wykonania. Z tych powodów poszukiwać należy rozwiązań dla wybranych klas układów dynamicznych mających znaczenie praktyczne, konstruując prawa sterowania dogodne do praktycznych zastosowań.

Najczęściej właściwości dynamiczne samolotu wraz z układami pomiarowymi opisać można układem nieliniowych równań różniczkowych o postaci:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}(\mathbf{X}) + \mathbf{B}(\mathbf{X}) * \mathbf{U} & \mathbf{X}(t) \in \mathcal{R}^n, \mathbf{U}(t) \in \mathcal{R}^m, \mathbf{Y}(t) \in \mathcal{R}^p \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}(\mathbf{X}) * \mathbf{X} \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie: \mathbf{Y} jest wektorem zmiennych wyjściowych, $\mathbf{A}(\mathbf{X})$ - macierz kolumnowa nieliniowych funkcji zmiennych stanu, $\mathbf{B}(\mathbf{X})$, $\mathbf{C}(\mathbf{X})$ - odpowiednio macierze sterowania i obserwacji układu, nieliniowo zależne od zmiennych stanu.

Równania (1) przekształcimy do postaci:

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{C} * \mathbf{A} + \mathbf{F} * \mathbf{U}; \quad \text{gdzie } \mathbf{F} = \mathbf{C} * \mathbf{B} \quad (2)$$

Poszukiwane sterowanie dane będzie związkiem:

$$\mathbf{U} = \mathbf{F}^{-1} * (\dot{\mathbf{Y}}_M - \mathbf{C} * \mathbf{A}); \quad \mathbf{Y}_M \in \mathcal{R}^p \quad (3)$$

gdzie \mathbf{Y}_M jest pożądanym (modelowym) przebiegiem zmiennych wyjściowych.

Efektywne wyznaczenie sterowania \mathbf{U} wymaga wprowadzenia do prawa sterowania modelowego przebiegu zmiennych wyjściowych \mathbf{Y}_M , co można zrealizować na dwa sposoby:

- poprzez arbitralny wybór liniowego modelu wzorcowego układu dynamicznego spełniającego dodatkowy warunek różniczkowalności zmiennych wyjściowych [7, 12],
- poprzez przyjęcie założenia, że prędkość zmiany analizowanego sygnału wyjściowego y_i powinna być proporcjonalna do odchyłki rzeczywistej zmiennej wyjściowej y_i od pożądanej (modelowej) wartości zmiennej wyjściowej $(y_M)_i$, czyli:

$$\dot{y}_{M_i} = k_i (y_{M_i} - y_i) \quad (4)$$

Drugi sposób generowania modelowej trajektorii samolotu sterowanego ręcznie bliższy jest zastosowaniom praktycznym [2, 9, 15] i będzie wykorzystany w niniejszej pracy. Zatem:

$$\dot{\mathbf{Y}}_M = \mathbf{K} * (\mathbf{Y}_M - \mathbf{Y}) = \mathbf{K} * (\mathbf{Y}_M - \mathbf{C} * \mathbf{X}); \quad \mathbf{K} = \text{diag}[k_1, k_2, \dots, k_p] \quad (5)$$

gdzie elementy macierzy diagonalnej \mathbf{K} reprezentują pasma przenoszenia dla odpowiadającym im sygnałów wyjściowych. Współczynniki k_i wybierane są przez projektanta systemu, co stwarza dodatkową możliwość kształtowania właściwości układu sterowania. Ostateczna forma prawa sterowania przyjmie postać równania:

$$\mathbf{U} = \mathbf{F}^{-1} * [\mathbf{K} * (\mathbf{Y}_M - \mathbf{C} * \mathbf{A})]; \quad \mathbf{F} = \mathbf{C} * \mathbf{B} \quad (6)$$

Rozwiązanie powyższe jest jednoznaczne, gdy ilość sygnałów sterujących jest równa ilości sygnałów wyjściowych ($p=m$) oraz gdy $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ nie jest macierzą osobliwą. W praktyce warunek ten nie jest łatwy do spełnienia, w szczególności, gdy równania stanu będą rozszerzone o dodatkowe zmienne stanu zapewniające możliwość zerowania błędu statycznego. W przypadku, gdy $p \neq m$ dodatkowo zachodzi konieczność wyznaczenia macierzy pseudo-odwrotnej, co z definicji jest operacją niejednoznaczną [15]. Projektant nie ma w tym przypadku bezpośredniej możliwości dostosowania struktury układu sterowania do fizycznych właściwości obiektu latającego. Trudności tych można unikać stosując kolejno

metodę nieliniowej dynamiki odwrotnej do syntezy sterowania wyróżnionych podsystemów, powstałych z dekompozycji pełnego modelu obiektu sterowania.

3. Dekompozycja zadania syntezy sterowania wspomaganego

W każdym systemie fizycznym można zazwyczaj wyodrębnić podsystemy posiadające pewne charakterystyczne cechy. Najczęściej wyróżnikiem tym jest skala czasu, czego przykładem są częstotliwości drgań własnych układów fizycznych o wielu stopniach swobody. Dekompozycja zadania syntezy powinna uwzględnić istotne właściwości badanego obiektu, a więc nie można jej przeprowadzić bez znajomości fizycznej struktury analizowanego systemu oraz matematycznego modelu opisującego sterowany obiekt. W teorii sterowania najczęściej wyróżnia się „wolny” i „szybki” podsystem [3, 4], czego oczywistym przykładem w mechanice lotu są oscylacje gyfoidalne oraz krótkookresowe w ruchu symetrycznym.

Ideą dekompozycji zadania sterowania przy ograniczonej ilości sygnałów sterujących jest taki wybór struktury układu, która zapewni najlepszą skuteczność sterowania. Decyzje projektowe mają charakter intuicyjny, ale opierają się na wiedzy i doświadczeniu projektanta systemów, a więc mają w części charakter typowy dla systemów ekspertowych.

Rozważmy równania stanu (1) w których dokonano formalnego wydzielenia czterech podsystemów poprzez zdefiniowanie podzbiorów wektora stanu:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1^T, \mathbf{X}_2^T, \mathbf{X}_3^T, \mathbf{X}_4^T]^T \text{ - wektor stanu (macierz kolumnowa),}$$

gdzie: $\mathbf{X}_1 = [p, q, r]^T$ - prędkości kątowne obrotu samolotu wokół środka masy,

$$\mathbf{X}_2 = [\varphi, \alpha, \beta]^T \text{ - położenie kątowne samolotu względem kierunku opływu,}$$

$$\mathbf{X}_3 = [u, \gamma, \psi]^T \text{ - przyrost modułu i kierunek wektora prędkości lotu,}$$

$$\mathbf{X}_4 = [x, y, z]^T \text{ - współrzędne położenia środka masy (współrzędne nawigacyjne).}$$

Równanie stanu (1) może być teraz zapisane w postaci czterech sprzężonych grup równań różniczkowych:

$$\dot{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{A}_1(\mathbf{X}) + \mathbf{B}_1(\mathbf{X}) * \mathbf{U}_1; \quad \mathbf{U}_1 = [\delta_a, \delta_c, \delta_r]^T \quad (7a)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_2 = \mathbf{A}_2(\mathbf{X}) + \mathbf{B}_{21}(\mathbf{X}) * \mathbf{U}_1 + \mathbf{B}_2(\mathbf{X}) * \mathbf{U}_2; \quad \mathbf{U}_2 = [p_N, q_N, r_N]^T \quad (7b)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_3 = \mathbf{A}_3(\mathbf{X}) + \mathbf{B}_{31}(\mathbf{X}) * \mathbf{U}_1 \quad (7c)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_4 = \mathbf{A}_4(\mathbf{X}) \quad (7d)$$

gdzie: \mathbf{U}_1 - bezpośrednie sterowanie samolotem: wychylenie lotek, steru wysokości i steru kierunku, lub sygnały sterujące mechanizmami wykonawczymi,

\mathbf{U}_2 - pośrednie sygnały sterujące, przyjęte w wyniku dekompozycji zadania sterowania: nakazane prędkości kątowne ruchu przechylenia, pochylenia i odchylenia.

Przedstawiony sposób dekompozycji systemu nie jest oczywiście jedynym możliwym; w zależności od właściwości samolotu i specyfiki zadania sterowania należy zastosować odpowiedni sposób podziału zmiennych stanu i wyboru pośrednich sygnałów sterujących.

Metoda dynamiki odwrotnej zastosowana będzie do wyznaczenia praw sterowania dla wewnętrznej pętli sterowania, której najbardziej istotne cechy opisuje równanie (7a)

oraz dla pętli zewnętrznej, zawartej w równaniu (7b). Rys. 1 obrazuje zasadę realizacji sterowania, gdzie U_P reprezentuje sterowanie pilota. Dla zadania stabilizacji przestrzennej samolotu przyjmuje się, że siły przyłożone do sterownic przez pilota będą proporcjonalne do żądanych wartości stabilizowanych parametrów.

Stosując zależność (6) do równań (7a) i (7b) otrzymamy prawa sterowania (dla przypadku, gdy macierz obserwacji jest macierzą jednostkową, $C=I$):

$$U_1 = B_1^{-1} [K_1 * (X_{M_1} - X_1) - A_1] \quad (8)$$

$$U_2 = B_2^{-1} [K_2 * (X_{M_2} - X_2) - A_2 - B_{21} * U_1] \quad (9)$$

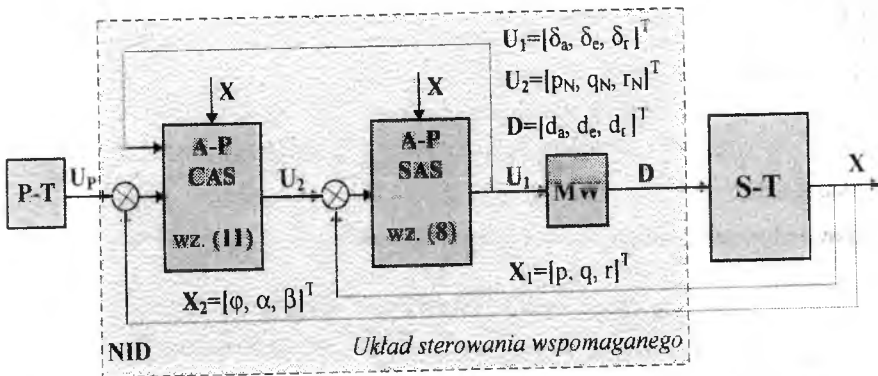
przy czym:

$$X_{M_1} = U_2; \quad U_2 = [p_N, q_N, r_N]^T; \text{ - nakazane prędkości kątowe,}$$

$$X_{M_2} = U_P; \quad U_P = [\varphi_N, \alpha_N, \beta_N]^T; \text{ - wybrane przez pilota wartości kątów}$$

przechylenia, natarcia i ślizgu.

Zwrócić uwagę, że $B_i=B_i(X)$ oraz $A_i=A_i(X)$, a więc sygnały sterujące U_1 i U_2 zależne są od wszystkich zmiennych stanu, a odwracanie macierzy $B_i(X)$ musi być wykonane w każdym kroku obliczeń. Diagonalne macierze współczynników K_1 i K_2 dobrane są arbitralnie, przy czym praktycznym ograniczeniem od góry ich wartości są pasma przenoszenia mechanizmów wykonawczych układu sterowania dla macierzy K_1 i pasmo przenoszenia pilota-operatora dla macierzy K_2 . Ponadto zaleca się stosować różne wartości współczynników w macierzach K_1 i K_2 dla lepszego rozprężenia sterowania w pętli wewnętrznej i zewnętrznej [15].



Rys. 1. Schemat blokowy układu sterowania z zastosowaniem metody nieliniowej dynamiki odwrotnej (NID). Oznaczenia: P-T - pilot generujący sygnał $U_P = [\varphi_N, \alpha_N, \beta_N]$, A-P - bloki układu sterowania wyliczające sygnały sterujące U_1 i U_2 odpowiednio wg wzorów (8) i (11), D - rzeczywiste wychylenia płaszczyzn sterowych, Mw - mechanizmy wykonawcze, S-T - samolot o nieliniowej dynamice

W ogólnym przypadku sterowanie dane zależnościami (8) i (9) nie zapewnia astatyzmu względem nakazanych kątów przechylenia φ_N , natarcia α_N i ślizgu β_N . Zerowanie błędu statycznego regulacji można uzyskać rozszerzając wektor stanu o całki uchybu sterowania, tj. uzupełniając układ równań (7) o równanie wektorowo-macierzowe:

$$\dot{\mathbf{X}}_5 = \mathbf{X}_2 - \mathbf{U}_p; \quad \mathbf{U}_p = [\varphi_N, \alpha_N, \beta_N]^T \quad (10)$$

Sterowanie \mathbf{U}_2 obliczone będzie w tym przypadku ze związku:

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{B}_2^{-1} [\mathbf{K}_2 * (\mathbf{X}_{M_2} - \mathbf{X}_2 - \mathbf{K}_5 * \mathbf{X}_5) - \mathbf{A}_2 - \mathbf{B}_{21} * \mathbf{U}_1] \quad (11)$$

gdzie macierz diagonalna \mathbf{K}_5 zawiera współczynniki proporcjonalności akcji całkującej, analogicznie do klasycznego wielowymiarowego regulatora PI.

Rys. 1 przedstawia schemat blokowy systemu sterowania samolotem przez pilota za pośrednictwem układu sterowania wspomaganego zbudowanego wg. powyżej przedstawionych zasad. Pilot wychyla sterownice proporcjonalnie do pożądaných zmian kąta przechylenia, kąta natarcia (sterowanie współczynnikiem przeciążenia) i kąta ślizgu (sygnał \mathbf{U}_p), samolot sterowany jest wychyleniem aerodynamicznych płaszczyzn sterowych (sygnał \mathbf{D}). W dwóch blokach układu sterowania spełniającego funkcję układu poprawiania stabilności (SAS) oraz układu poprawiania sterowności (CAS) zastosowane są algorytmy opisane równaniami wektorowo-macierzowymi (8) i (11).

4. Przykład obliczeniowy

Dla wykonania przykładowych obliczeń i symulacji komputerowych wykorzystano nieliniowy model dynamiki hipotetycznego myśliwca poddźwiękowego [5, 17] uzupełniony o równanie równowagi sił względem podłużnej osi samolotu (bez sterowania ciągiem zespołu napędowego). Ponadto w pozostałych równaniach uwzględniono wpływ zmian ciśnienia dynamicznego (prędkości lotu) na wielkość sił i momentów aerodynamicznych. Przyjęto następujący wektor stanu oraz dokonano podziału na podsystemy, zgodnie z zasadą dekompozycji układu sterowania:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [\mathbf{X}_1^T, \mathbf{X}_2^T, \mathbf{X}_3^T, \mathbf{X}_4^T]^T; \\ \mathbf{X}_1 &= [p, q, r]^T; & \mathbf{X}_2 &= [\varphi, \alpha, \beta]^T; & \mathbf{X}_3 &= [\theta, u]^T; & \mathbf{X}_4 &= \mathbf{0}; \\ \text{Wektory sterowania:} & & \mathbf{U}_1 &= [\delta_a, \delta_e, \delta_r]^T; & \mathbf{U}_2 &= [p_N, q_N, r_N]^T \end{aligned}$$

Odpowiednie macierze układu równań (7) przyjmą postać:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} L_p p + L_q q + L_r r + L_\beta \beta + (L_{\beta\alpha} \beta + L_{r\alpha} r) \alpha - I_1 q r \\ M_q q + M_\alpha \alpha + M_\alpha [(g/U_0)(\cos \theta \cos \varphi - \cos \theta_0) - p \beta] + M_u u + I_2 p r \\ N_p p + N_q q + N_r r + N_\beta \beta + N_{p\alpha} p \alpha - I_3 p q \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} p + q \operatorname{tg} \theta \sin \varphi + r \operatorname{tg} \theta \cos \varphi \\ q + Z_\alpha \alpha + Z_u u - p \beta + (g/U_0)(\cos \theta \cos \varphi - \cos \theta_0) \\ Y_\beta \beta + p(\sin \alpha_0 + \alpha) - r \cos \alpha_0 + (g/U_0) \cos \theta \sin \varphi \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} q \cos \varphi - r \sin \varphi \\ X_\alpha \alpha + X_u u - g \sin(\theta - \alpha) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_4 = \mathbf{0};$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} L_{\delta a} + L_{\delta a\alpha} \alpha & 0 & L_{\delta r} \\ 0 & M_{\delta c} & 0 \\ N_{\delta a} + N_{\delta a\alpha} \alpha & 0 & N_{\delta r} \end{bmatrix}; \quad B_{31} = 0;$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 1 & \operatorname{tg}\theta \sin \varphi & \operatorname{tg}\theta \cos \varphi \\ -\beta & 1 & 0 \\ \sin \alpha_0 + \alpha & 0 & -\cos \alpha_0 \end{bmatrix}; \quad B_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{\delta c} & 0 \\ Y_{\delta a} & 0 & Y_{\delta r} \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$M_\alpha = a_u(m_\alpha + m_\alpha z_\alpha); \quad M_q = a_u(m_q + m_\alpha); \quad M_{\delta c} = a_u(m_{\delta c} + m_\alpha z_{\delta c});$$

$$a_u = \left(\frac{u + U_0}{U_0} \right)^2; \quad \text{pozostałe współczynniki: } X_\alpha = a_u x_\alpha; \quad \text{itd.}$$

Wartości liczbowe zaczerpnięto z [17] (uzupełniając brakujące dane na podstawie informacji statystycznych) dla dwóch stanów lotu, dla których zestawienie danych liczbowych w jednostkach układu SI (m, s, kg, rd) zawiera **Tabela 1**.

Tabela 1. Wartości współczynników i pochodnych aerodynamicznych

| Nr parametru | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------------------|-----|------|------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Nazwa/oznaczenie | Ma | H | α_0 | Θ_0 | I_1 | I_2 | I_3 | l_p | l_q | l_r |
| Wartość dla stanu A | 0.9 | 6000 | .026 | 0 | .727 | .949 | .716 | -3.93 | .107 | .126 |
| Wartość dla stanu B | 0.7 | 0 | .017 | 0 | .727 | .949 | .716 | -5.79 | .108 | .221 |

| Nr parametru | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|---------------------|-----------|-------------------|---------------|-------|------------|-------------|---------|-------|-------|
| Nazwa/oznaczenie | l_β | $l_{\beta\alpha}$ | $l_{r\alpha}$ | m_q | m_α | m_α' | m_u | n_p | n_q |
| Wartość dla stanu A | -9.99 | -684 | 8.39 | -814 | -23.18 | -1.73 | -0.0036 | .002 | 0 |
| Wartość dla stanu B | -20.9 | -544 | 13.2 | -1.17 | -10.7 | -2.51 | -0.0037 | .013 | 0 |

| Nr parametru | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---------------------|-------|-----------|---------------|------------|----------|-----------|------------|-------|---------|
| Nazwa/oznaczenie | n_r | n_β | $n_{p\alpha}$ | z_α | z_u | y_β | x_α | x_u | g/U_0 |
| Wartość dla stanu A | -2.35 | 5.67 | -1.58 | -1.33 | -0.00054 | -1.96 | -7.14 | -.061 | .035 |
| Wartość dla stanu B | -3.77 | 8.88 | -1.58 | -1.75 | -0.00057 | -2.8 | -8.76 | -.031 | .041 |

| Nr parametru | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 |
|---------------------|----------------|----------------------|----------------|----------------|----------------|----------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Nazwa/oznaczenie | $l_{\delta a}$ | $l_{\delta a\alpha}$ | $l_{\delta r}$ | $m_{\delta c}$ | $n_{\delta a}$ | $n_{\delta a\alpha}$ | $n_{\delta r}$ | $Z_{\delta c}$ | $y_{\delta a}$ | $y_{\delta r}$ |
| Wartość dla stanu A | -45.8 | 63.5 | -7.64 | -28.4 | -9.21 | 1.13 | -6.51 | -.168 | .007 | .076 |
| Wartość dla stanu B | -60.3 | 64.6 | -10.1 | -31.6 | -1.28 | 2.46 | -8.3 | -.224 | .012 | .109 |

Do testowania poprawności sterowania wykorzystującego nieliniową dynamikę odwrotną oraz do komputerowej symulacji procesu sterowania wykorzystano pakiet programowy MATRIXx ver. 5.0 [8]. Jako typowe manewry realizowane przez pilota przyjęto wprowadzenie w zakręt z jednoczesną zmianą kąta natarcia (np. zakręt na wznoszeniu, bez ślizgów), przy czym testowano trzy sposoby zmiany założonych parametrów lotu: skokowa zmiana kątów przechylenia i natarcia, liniowy przyrost do wartości ustalonej nakazanego kąta przechylenia i kąta natarcia oraz sinusoidalna zmiana kątów przechylenia i natarcia o różnych okresach. W każdym przypadku zakłada się zerowy kąt ślizgu.

Jako punkt odniesienia do oceny układu sterowania przyjęto właściwości klasycznego układu sterowania. Dokonano linearyzacji modelu dynamiki samolotu w stanie równowagi i dobrano współczynniki wzmocnienia klasycznego regulatora (układu sterowania) zapewniającego dobrą jakość procesu przejściowego regulacji [1, 16]. Na podstawie danych literaturowych oraz własnych doświadczeń dobrano macierze diagonalne K_1 w układach sterowania (8) i (9): $K_1 = \text{diag}[8, 5, 8]$, $K_2 = \text{diag}[5, 5, 4]$, natomiast w przypadku zerowania błędu statycznego w równaniu (11) przyjęto: $K_5 = \text{diag}[0, 0.5, 1]$. W modelu symulacyjnym procesu sterowania uwzględniono dynamikę mechanizmów wykonawczych w postaci członów oscylacyjnych o tłumieniu 0.707 oraz częstości nietłumionych drgań własnych 20 rd/s.

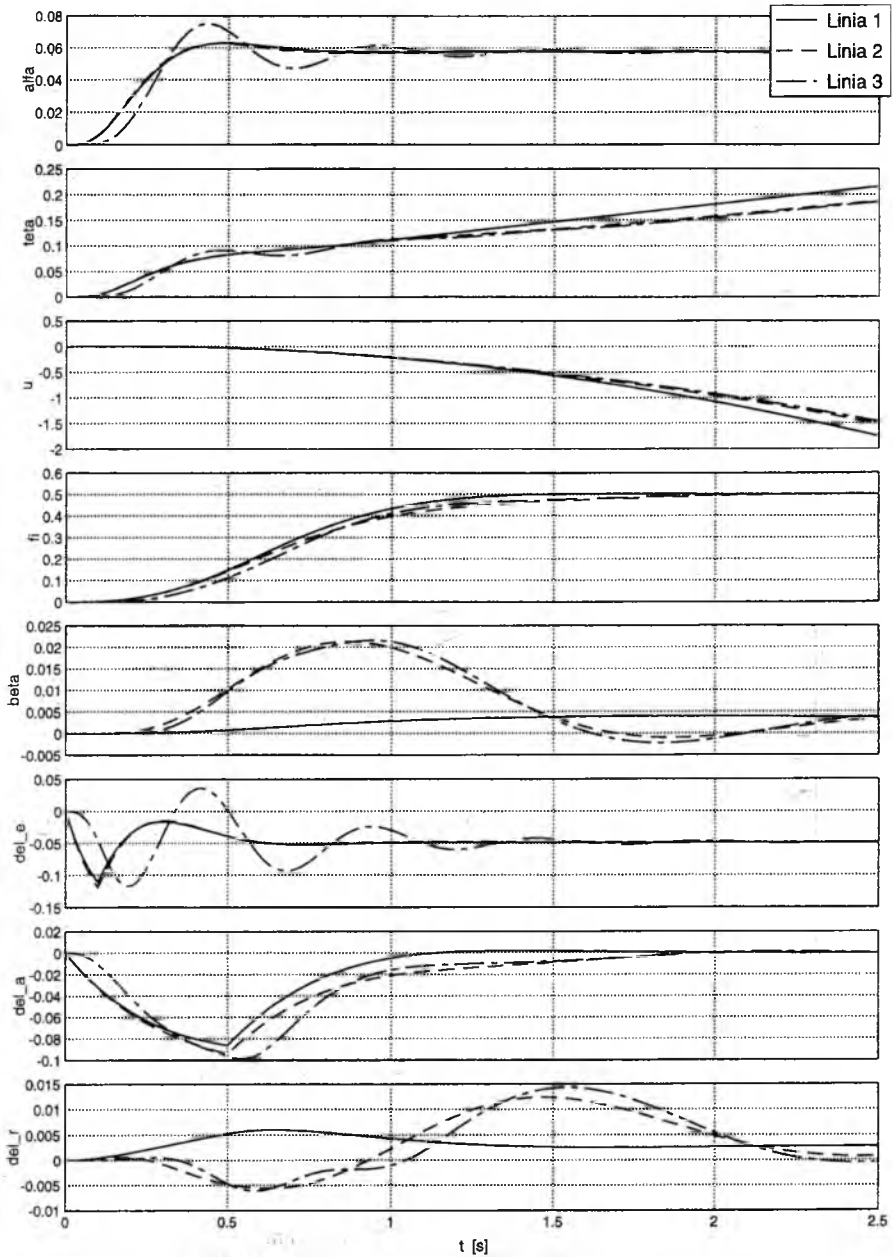
Wykonano szereg obliczeń i symulacji dla różnych wariantów układu sterowania (m.in. dla przypadku sterowania kątem pochylenia i kątem toru), różnych rodzajach wymuszeń realizowanych przez pilota oraz obu stanów lotu. Poniżej przedstawiono wybrane rezultaty symulacji, pozwalające ocenić jakość sterowania samolotem. Obliczenia dotyczą przypadku „trapezowego” narastania zadanego kąta natarcia do wartości 0.1 rd oraz zadanego kąta przechylenia 0.5 rd, z prędkością narastania tych kątów równą 1 rd/s. Zadany przyrost kąta natarcia wywołuje ruch samolotu po torze zakrzywionym z przyrostem współczynnika przeciążenia o ok. 2 g.

Rys. 2 ilustruje procesy przejściowe sterowania uzyskane przy zastosowaniu klasycznego (liniowego) układu sterowania. Błąd statyczny regulacji kąta natarcia wynosi ok. 40%, natomiast kąt przechylenia osiągnięty został bez błędu ustalonego. Różnice w trajektoriach obliczonych dla modelu pełnego (linia 2) oraz zlinearyzowanego (linia 1) nie są duże, co świadczy, że w badanym przypadku wpływ nieliniowości nie jest zbyt znaczący. Większe różnice widoczne są w przypadku kąta ślizgu, co wynika z rozprężenia ruchu boczno i symetrycznego w liniowym modelu dynamiki. Uwzględnienie dynamicznych właściwości mechanizmów wykonawczych (linia 3) powoduje pojawienie się oscylacji w kanale pochylenia, co świadczy o małej odporności liniowego układu sterowania na zmiany właściwości obiektu sterowania.

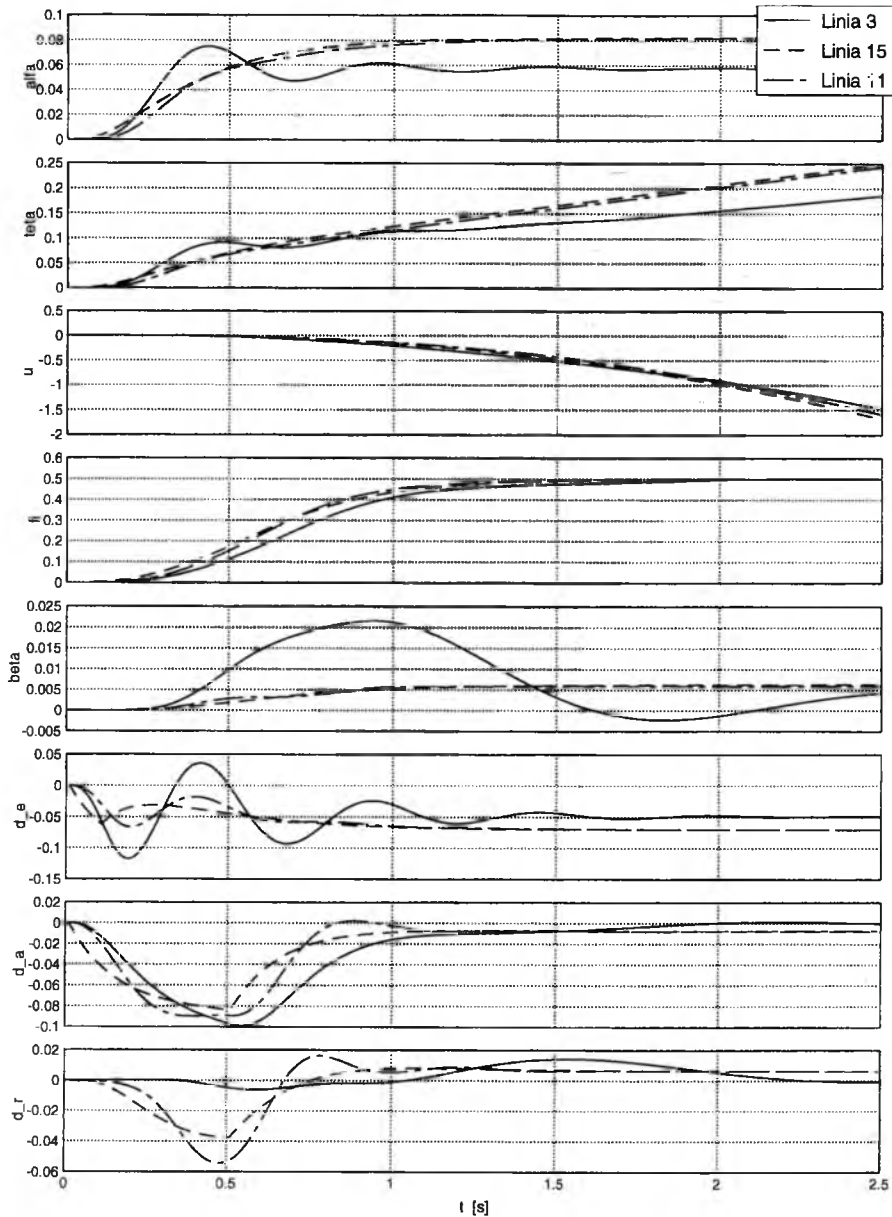
Na rys. 3 dokonano porównania sterowania realizowanego przez klasyczny układ sterowania oraz zaprojektowanego wg. przedstawionej powyżej metodyki dynamiki odwrotnej (NID). Zwraca uwagę praktyczna niewrażliwość układu NID na wprowadzenie dynamiki mechanizmów wykonawczych (linie 15 i 11), mniejszy błąd statyczny regulacji oraz mniejsze maksymalne wychylenia płaszczyzn sterowych, przy lepszej jakości procesu przejściowego regulacji. W szczególności zdecydowanie lepsza jest jakość stabilizacji kąta ślizgu, gdyż układ sterowania NID uwzględnia w swej strukturze istnienie sprzężeń pomiędzy ruchem bocznym i symetrycznym.

Rys. 4 obrazuje efekty zastosowania kompensacji błędu statycznego regulacji widoczne w sterowaniu kątem natarcia i stabilizacji kąta ślizgu. Dokładną wartość kąta natarcia uzyskano po ok. 1.5 sek. od początku manewru, bez pogorszenia jakości procesu przejściowego. Kąt ślizgu wyzerowany został po ok. 2.5 sek.

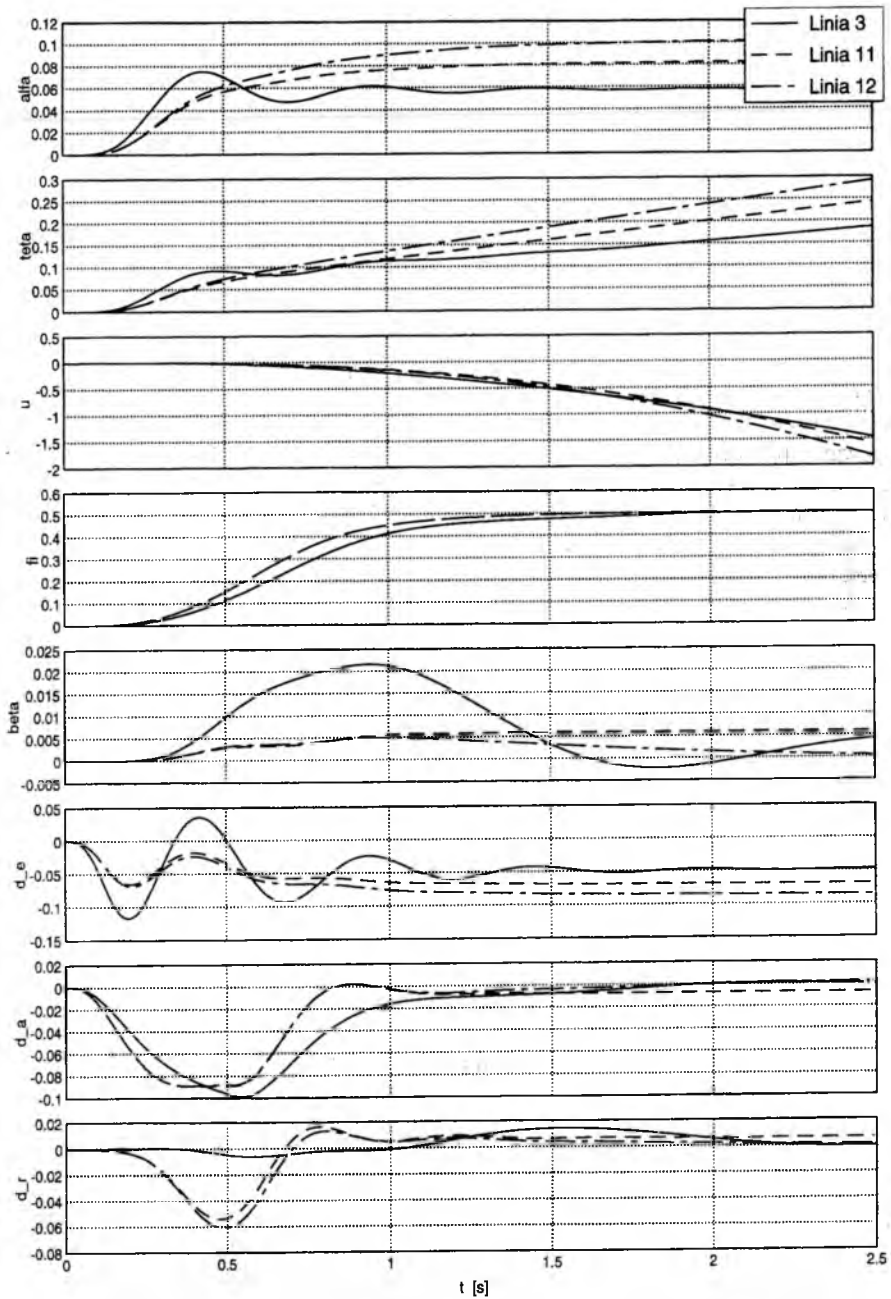
Wykresy z rys. 2-4 przedstawiają wyniki obliczeń dla modelu dynamiki samolotu oznaczonej jako stan A. Wykonane obliczenia i symulacje procesu sterowania dla innych stanów lotu, innych wymuszeń (modeli działania pilota) oraz odmiennej dekompozycji zadania sterowania (np. sterowania kątem pochylenia zamiast kątem natarcia) prowadzą do jakościowo zbliżonych wyników, pozwalających na sformułowanie uogólnionych uwag i spostrzeżeń dotyczących działania układu sterowania zaprojektowanego wg. metodyki nieliniowej dynamiki odwrotnej.



Rys. 2. Porównanie procesu sterowania przy pomocy klasycznego (liniowego) układu sterowania zastosowanego do zlinearyzowanego modelu dynamiki samolotu (Linia 1), nieliniowego modelu dynamiki (Linia 2) oraz nieliniowego modelu z uwzględnieniem dynamiki mechanizmów wykonawczych (Linia 3). Oznaczenia: $\alpha = \alpha$ [rd], $\theta = \Theta$ [rd], u [m/s], $\phi = \phi$ [rd], $\beta = \beta$ [rd], $[\delta_e, \delta_a, \delta_r] = [\delta_e, \delta_a, \delta_r]$ - obliczone wychylenia [rd] płaszczyzn sterowych: steru wysokości, lotek i steru kierunku.



Rys. 3. Porównanie procesu sterowania samolotem opisanym nieliniowym modelem dynamicznym, bez kompensacji błędu statycznego regulacji: Linia 3 - klasyczny (liniowy) układ sterowania, samolot z mechanizmami wykonawczymi, Linia 15 - układ sterowania typu NID, samolot bez mechanizmów wykonawczych, Linia 11 - układ sterowania typu NID, samolot wraz z mechanizmami wykonawczymi. Oznaczenia: $[d_e, d_a, d_r] = [d_e, d_a, d_r]$ - rzeczywiste wychylenia [rd] płaszczyzn sterowych: steru wysokości, lotek i steru kierunku, pozostałe oznaczenia jak na rys. 2.



Rys. 4. Porównanie procesu sterowania samolotem opisanym nieliniowym modelem dynamicznym wraz z mechanizmami wykonawczymi: Linia 3 - klasyczny (liniowy) układ sterowania, Linia 11 - układ sterowania typu NID, bez kompensacji błędów statycznych, Linia 12 - układ sterowania typu NID z załączoną kompensacją błędów statycznych. Oznaczenia jak na rys. 3.

5. Uwagi i wnioski

Przedstawiona w niniejszym opracowaniu metoda syntezy sterowania nieliniowymi obiektami dynamicznymi prowadzi do zaprojektowania efektywnego układu sterowania, wykazującego lepsze właściwości w porównaniu z klasycznym układem, opracowanym na podstawie liniowego modelu dynamiki. Wadą rozwiązania jest większa komplikacja obliczeń, lecz stosowane obecnie pokładowe systemy mikroprocesorowe mogą realizować te obliczenia w czasie rzeczywistym. Inną wadą rozwiązania opartego na metodzie NID jest konieczność dysponowania informacją o wszystkich zmiennych stanu. Niedogodności tej można uniknąć stosując obserwatory stanu, co tylko nieznacznie pogarsza jakość sterowania [12]. Do zalet układu typu NID należy zaliczyć małą wrażliwość na zmianę właściwości sterowanego samolotu oraz niedokładność jego matematycznego opisu, a także na wybór współczynników proporcjonalności K_1 we wzorach (8), (9) i (11), co ułatwia proces projektowania. Z praktyki obliczeniowej wynika jedynie, że współczynniki macierzy diagonalnej K_2 nie powinny przekraczać połowy wartości pasma przenoszenia mechanizmów wykonawczych. Ważnym elementem proponowanego rozwiązania jest dekompozycja zadania sterowania. Zwróćmy uwagę, że dla przykładowych danych z rozdz. 4 zadanie dynamiki odwrotnej bez dekompozycji nie posiada rozwiązania, gdyż macierz F w równaniu (6) byłaby macierzą osobliwą.

Oryginalnym elementem niniejszej pracy jest wprowadzenie zerowania błędów statycznych regulacji w zewnętrznej pętli sterowania układu NID. Astatyzm układu uzyskano bez zauważalnego pogorszenia właściwości dynamicznych, w szczególności nie stwierdzono występowania efektów przeregulowania (oscylacyjności) zmiennych stanu.

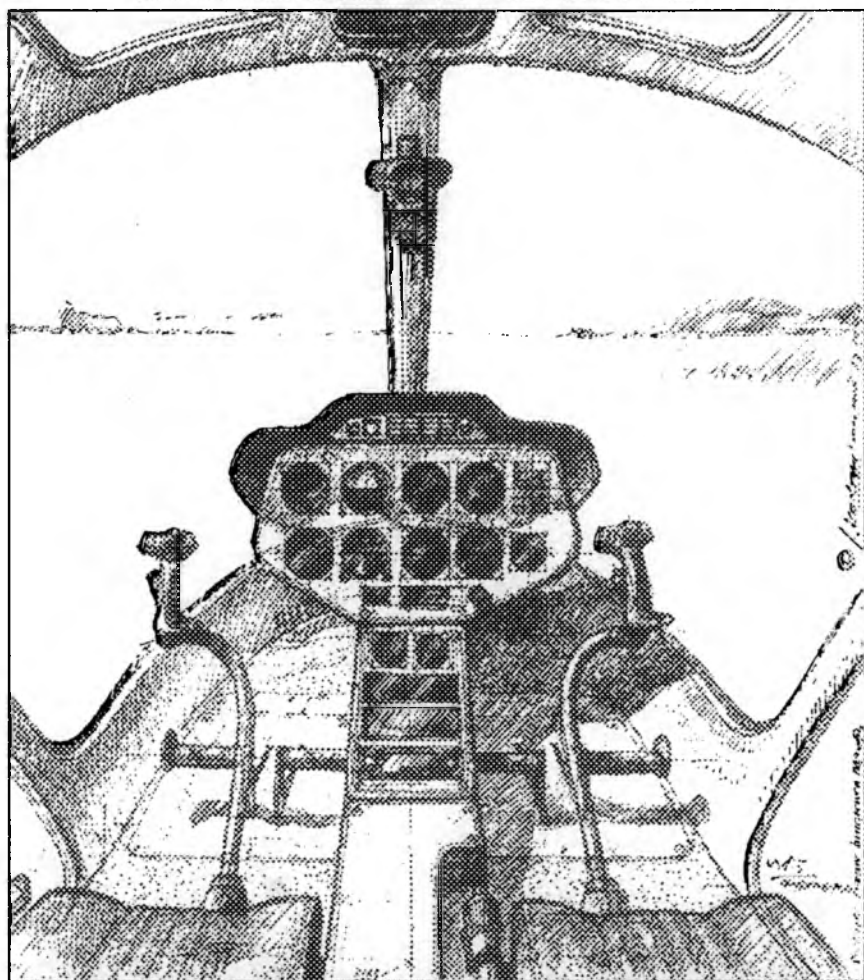
Metoda dynamiki odwrotnej jest szczególnie przydatna w przypadku silnie nieliniowego modelu dynamiki samolotu, gdy metody syntezy sterowania oparte na linearyzacji równań stanu prowadzą do znaczącego pogorszenia jakości sterowania. Z tego też powodu metoda ta jest szczególnie zalecana do projektowania układów sterowania dla samolotów wysokomanewrowych oraz wykonujących loty na dużych kątach natarcia.

Literatura

1. Bociek S., Dołęga B., Tomczyk A. „*Synthesis of the Microprocessor Digital Autopilot*”, System Science, vol.18, No 4, Wrocław, 1992, str. 99-115
2. Buffington J.M., Adams R.J., Banda S.S. „*Nonlinear, High-angle-of-attack Control Design for a Supermaneuverable Vehicle*”, AIAA-93-3774-CP, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Monterey, CA, 1993, str. 690-700
3. Chow J., Kokotovic P. „*Two-time-scale feedback design of a class of nonlinear systems*”, IEEE Trans. on Autom. Control, AC-23, No 3, 1978

4. Falb P.L., Wolovich W.A. *Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems*", IEEE Trans. on Automatic Control, AC-12, 1967, str. 651-659
5. Hacker T., Oprisiu C. „*A Discussion of the Roll-coupling Problem*”, Progress in Aerospace Science, vol.15, Pergamon Press, Oxford, 1974, str. 151-180
6. Hess R.A., Gao C., Wang S.H. „*Generalized Technique for Inverse Simulation Applied to Aircraft Maneuvers*”, J. of Guidance, Control, and Dynamics, vol.14, No 5, 1991, str. 920-926
7. Lane S.H., Stengel R.F. „*Flight Control Design Using Non-linear Inverse Dynamics*”, Automatica, vol.24, No 4, 1988, str. 471-483
8. MATRIXx ver. 5.0, „*Xmath and SystemBuild User's Guide*”, Integrated Systems, Inc., Santa Clara, CA, 1996
9. McFarland M.B., D'Souza C.N., „*Missile Flight Control with Dynamic Inversion and Structured Singular Value Synthesis*”, AIAA-94-3604-CP, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Scottsdale, AZ, 1994, str. 544-550
10. MIL-F-8785C, US Dept. of Defense Military Specification „*Flying qualities of piloted airplanes*”, USAF, 1980
11. Mooij H.A. „*Criteria for Low-Speed Longitudinal Handling Qualities*”, Delft, NL, 1984
12. Mulgard S.S., Stengel R.F. „*Optimal Nonlinear Estimation for Aircraft Flight Control in Wind Shear*”, Automatica, vol.32, No 1, 1996, str. 3-13
13. Reiner J., Balas G.J., Garrard W.L. „*Robust Dynamic Inversion for Control of Highly Maneuverable Aircraft*”, J. of Guidance, Control, and Dynamics, vol.18, No 1, 1995, str. 18-24
14. Singh S.N., Rugh W.J. „*Decoupling in a class of nonlinear systems by state variable feedback*”, ASME J. Dyn. Syst., Measurement, Control, Ser. G, vol.94, 1972, str. 323-329
15. Snell A.S., Enns D.F., Garrard W.L. Jr. „*Nonlinear Inversion Flight Control for a Supermaneuverable Aircraft*”, J. of Guidance, Control, and Dynamics, vol.15, No 4, 1992, str. 976-984
16. Tomczyk A. „*Praktyczne dyskretne algorytmy sterowania samolotem*”, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria: Automatyka, z.110, 1992, str. 158-168
17. Wells W.R., Singh S.N. „*Asymptotically Decoupled Control and Robust Flight Control Systems Design*”, Systems Science, vol.16, No 1, 1990, str. 43-66

INSTYTUT LOTNICTWA



**ŚMIGŁOWIEC
DWUMIEJSCOWY IS-2**

INSTYTUT LOTNICTWA, WARSZAWA

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VII" 1996

DYNAMIKA LOTU PRZY NIECIĄGLYCH IMPULSOWYCH WYMUSZENIACH STERUJĄCYCH

prof. dr hab. inż. Ryszard Vogt

mgr inż. Robert Głębocki

ITLiMS Politechnika Warszawska

streszczenie

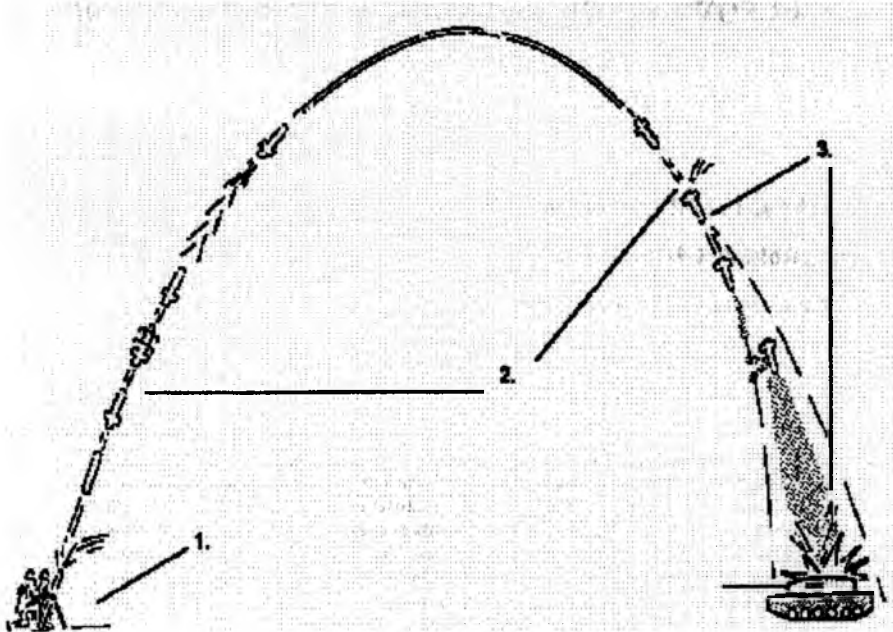
W referacie przedstawiono zagadnienie dynamiki sterowania lotem obiektu przy nieciągłych impulsowych wymuszeniach sterujących. Sterowanie obiektem realizowane jest za pomocą raketowych silniczków korekcyjnych rozmieszczonych promiennie wokół środka ciężkości obiektu latającego. Użycie poszczególnych silniczków korekcyjnych powoduje powstanie impulsu siły skierowanego prostopadle do osi głównej symetrii obiektu. Impuls siły skierowany jest wzdłuż prostej przechodzącej przez jego środek ciężkości. Eksperymenty przeprowadzone na numerycznym modelu obiektu zbadały właściwości dynamiczne takiego sterowania. Sprawdzono możliwości efektywniejszego oddziaływania na wektor prędkości obiektu jakie daje metoda sterowania przez impulsowe silniczki korekcyjne.

1. Ogólny opis zagadnienia.

Celem referatu jest przedstawienie zagadnienia naprowadzania przeciwpancernych pocisków mózdzierzowych z górnej półsfery poprzez korygowanie ich toru lotu przy pomocy jednorazowych impulsowych raketowych silniczków korekcyjnych.

Pocisk wystrzelony jest z mózdzierza i 80% czasu swego lotu leci lotem balistycznym niesterowanym. Pocisk wiruje w trakcie lotu ruchem wymuszonym poprzez przekoszenie brzechw. Dopiero w końcowej

fazie lotu, w trakcie opadania, jest sterowany. Pocisk taki realizujący zasadę "fire and forget" jest niejako wstrzeliwany w obszar działania i dopiero w końcowej stromej fazie swego lotu jest naprowadzany na cel. Musi być dość dokładnie wstrzelony nad obszar działania celu. Zakłada się, że głowica śledząca ma kąt obserwacji do 15° i postrzega cele z odległości do 1000m. Daje to pole obserwacji o średnicy około 200m. Znalezienie się celu w tym obszarze jest warunkiem przechwycenia go przez pocisk. Poszczególne fazy lotu pocisku przedstawia rysunek 1.



rysunek 1. Fazy lotu pocisku

1. wystrzał
2. lot balistyczny
3. lot sterowany

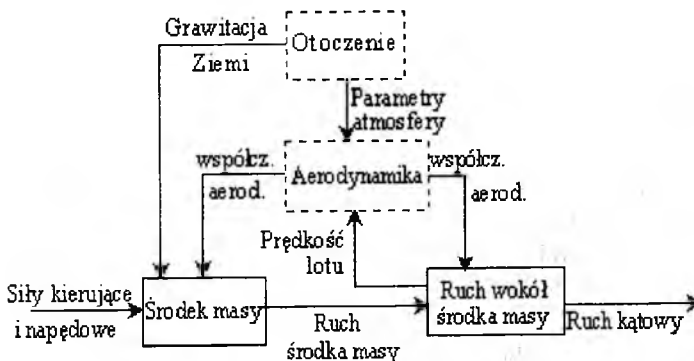
Funkcjonowanie pocisku możemy podzielić na kilka etapów:

1. Wykrycie celu przez obserwatora, obliczenie danych ogniowych.
2. Wystrzelenie pocisku, ruch w lufie, rozłożenie stateczników.
3. Balistyczna faza lotu pocisku.
4. Faza lotu kierowanego. W jej czasie pracuje głowica samonaprowadzająca. Następuje przechwycenie i wybór celu oraz sterowanie pociskiem przy pomocy silniczków korekcyjnych, aż do momentu uderzenia pocisku w cel.

W takim typie pocisku, gdzie sterowanie lotem jest tylko w końcowej jego fazie, wymagane jest niezbyt duże ale szybkie wpływanie na jego wektor prędkości. Zadanie takie bardzo dobrze może być zrealizowane przez układ wykonawczy zbudowany na bazie raketowych silniczków korekcyjnych. Niewielkie silniczki raketowe skuteczniej będą oddziaływać na wektor prędkości pocisku niż klasyczne sterowanie aerodynamiczne. Przez co mogą dać lepsze od niego efekty samonaprowadzania.

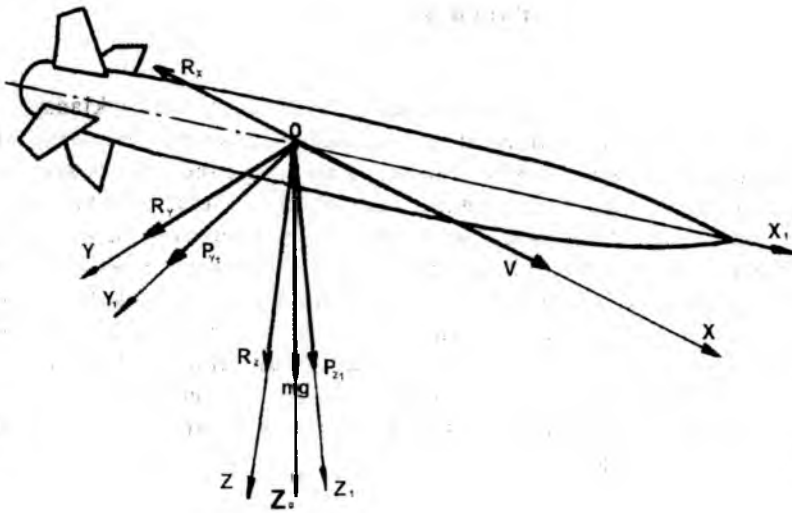
2. Dynamika zjawiska.

Klasyczne metody sterowania obiektami latającymi zakładają, iż układ wykonawczy sterowania tak oddziałuje na obiekt sterowany aby siły pochodzące od sterów wywoływały zmianę momentu sił oddziałujących na obiekt, powodując jego obrót wokół środka masy, dzięki czemu powierzchnie nośne otrzymują niezbędny kąt natarcia potrzebny do wytworzenia siły sterującej. Tak więc najpierw wywoływany jest obrót obiektu wokół środka masy co dopiero pociąga za sobą zmianę wektora prędkości środka masy obiektu. Rozwiązanie takie charakteryzuje spora inercja pomiędzy decyzjami układu sterującego a ich wykonaniem. Jest to dosyć istotna wada w sytuacji konieczności precyzyjnego naprowadzenia obiektu do celu w krótkim czasie, lub gdy sterowanie wymaga bardzo



rysunek 2. Schemat blokowy dynamiki obiektu latającego sterowanego poprzez oddziaływanie bezpośrednio na jego środek ciężkości.

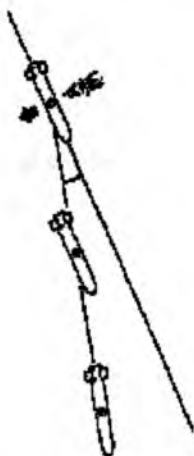
szybkiej reakcji na informacje docierające do obiektu. Wadę tę można by znacznie ograniczyć oddziałując bezpośrednio na środek ciężkości obiektu latającego. W proponowanym rozwiązaniu układ wykonawczy sterowania (zespół raketowych silniczków korekcyjnych) oddziałuje na środek masy obiektu a ruch wokół środka masy jest dopiero następstwem tego pierwszego i oddziaływań aerodynamicznych. Rozwiązanie takie pozwala na dużo efektywniejsze oddziaływanie na jego wektor prędkości. Schemat blokowy dynamiki zjawiska przedstawia rysunek 2.



rysunek 3 Siły działające na pocisk w czasie lotu sterowanego.

W obiektach wirujących, gdzie jeden kanał służy do sterowania zarówno w płaszczyźnie poziomej jak i pionowej, takie założenia może spełnić impulsowe oddziaływanie na środek ciężkości obiektu latającego. Rozwiązanie to pozwala nie tylko na szybszą reakcję obiektu na bodźce sterujące ruchem a co za tym idzie możliwość precyzyjniejszego naprowadzania obiektu na cel, lecz również umożliwia uproszczenie układu wykonawczego sterowania.

3. Metoda realizacji sterowania impulsowego poprzez raketowe silniczki korekcyjne.



rysunek 4. Sposób sterowania pociskiem

W rozwiązaniu tym sterowanie jest realizowane za pomocą jednorazowych raketowych silniczków korekcyjnych rozmieszczonych promieniście wokół środka ciężkości pocisku. Każdy z silniczków może być uruchomiony osobno. Uruchomienie silniczka powoduje powstanie impulsu siły skierowanego prostopadle do osi głównej symetrii pocisku i skierowanego wzdłuż prostej przechodzącej przez jego środek ciężkości (rysunek 4.).

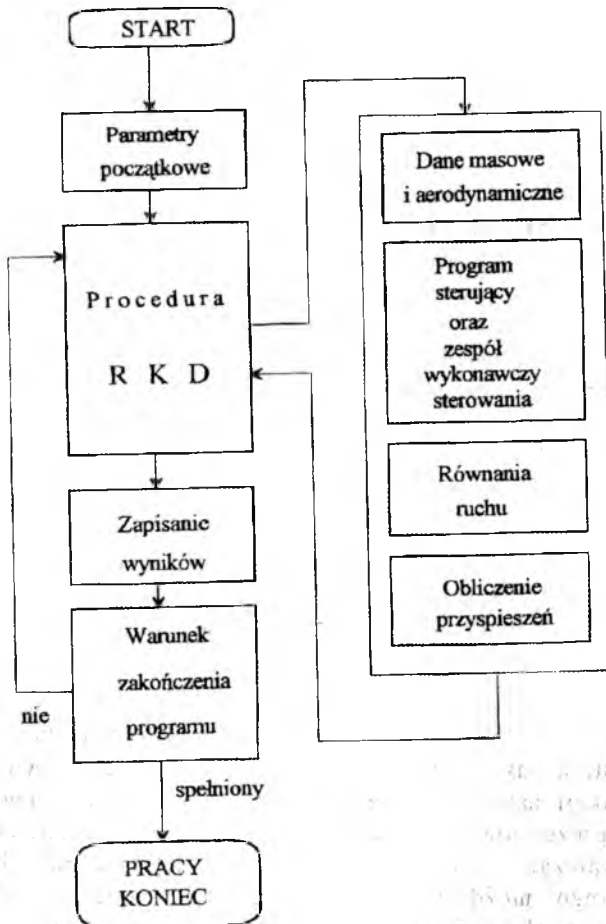
Zadziałanie silniczka oddziałuje bezpośrednio na zmianę wektora prędkości lotu pocisku zarówno co do kierunku jak i co do wartości. Precyzyjne naprowadzanie na cel realizuje się poprzez kolejne odpalanie kilku silniczków.

Powyższa koncepcja sterowania poprzez oddziaływanie impulsowymi silniczkami korekcyjnymi na środek ciężkości obiektu latającego została zastosowana przez firmy Bofors AB i SAAB Missles AB w konstrukcji moździerzowego pocisku przeciw-pancernego STRIX. Pocisk ten reprezentuje nową generację amunicji moździerzowej, która umożliwi zwalczanie grup wozów bojowych ogniem pośrednim przy użyciu etatowego moździerza, klasycznego kierowania ogniem oraz strzelania w warunkach braku widzialności celu, jeśli znane jest jego położenie i warunki meteorologiczne. W pocisku wykorzystano

autonomiczne sterowanie w końcowym odcinku toru lotu, realizowane przez pasywną głowicę samonaprowadzającą na podczerwień.

Na podstawie pomiaru położenia celu w polu widzenia, wypracowywany jest czas i kierunek impulsów korygujących tor lotu, a następnie sygnały inicjujące dla impulsowych raketowych silniczków sterujących.

4. Wyniki badań i prób symulacyjnych.



rysunek 5 Schemat programu modelującego lot pocisku.

Celem badań jest wyznaczenie algorytmów oraz właściwości dynamicznych impulsowego sterowania obiektem latającym według własnych metod sterowania. Badania przeprowadzono na numerycznym modelu dynamiki pocisku sterowanego. Model stanowi układ równań różniczkowych. Jest on nieliniowy i nieciągły. Opisuje on ruch przestrzenny pocisku we wszystkich jego etapach lotu od wylotu z lufy do uderzenia w cel lub w ziemię. Opis ruchu jest na tyle ogólny, że umożliwia badanie procesu sterowania przy różnych wariantach metod samonaprowadzania. Rysunek 5 przedstawia schemat programu modelującego ruch obiektu. Próby przeprowadzono na typowych dla lekkich moździerzy zakresach strzelań i dla typowych ładunków.

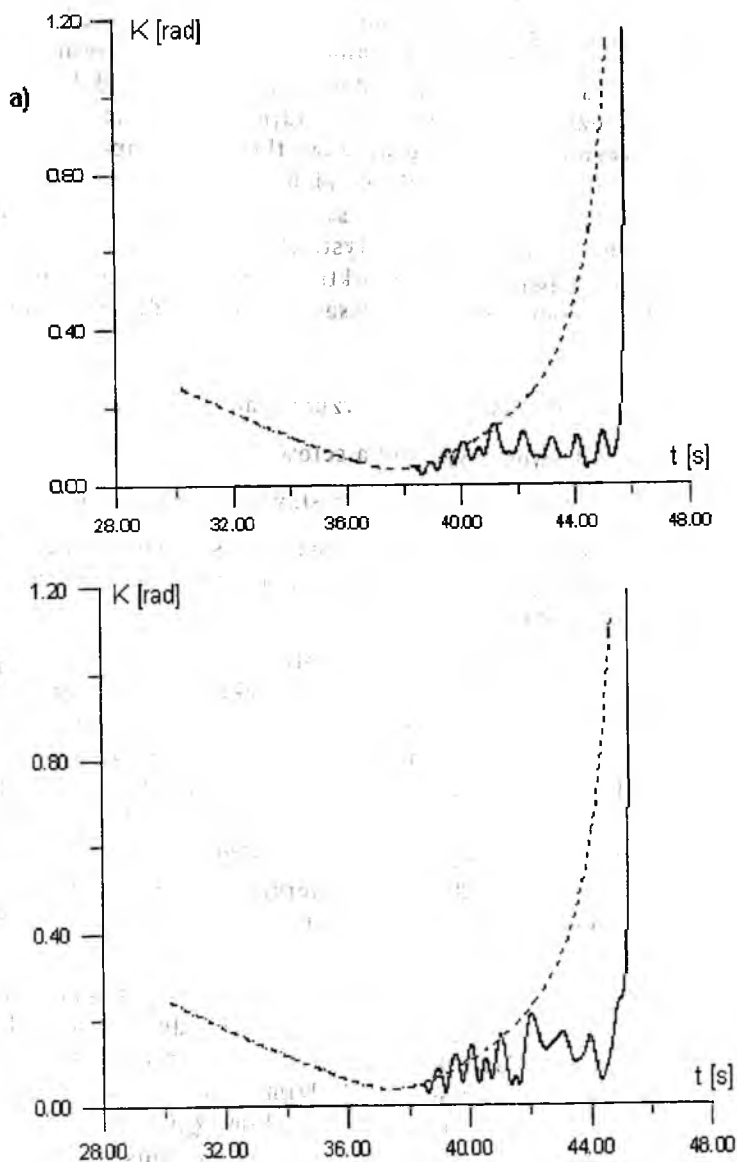
W czasie badań wyznaczono:

1. możliwości osiągnięcia celów
2. parametry i wymagania stawiane raketowym silniczkom korekcyjnym
3. sposób kształtowania sygnału sterującego decydującego o podjęciu decyzji uruchomienia kolejnych silniczków, oraz ograniczenia nakładane na te decyzje

Badania potwierdziły możliwość zastosowania silniczków sterujących rozmieszczonych wokół środka ciężkości pocisku. Wyniki symulowanych strzałów są zachęcające. Pociski trafiają z błędem nie większym niż 2m od punktu uznawanego za cel. Co biorąc pod uwagę gabaryty przeciętnego czołgu daje wynik zadowolający. Gorsze wyniki uzyskuje się dla celów poruszających się z prędkością większą niż 10km/h. Przewyciężenie tego problemu wymaga lepszej obróbki danych i komplikacji algorytmów sterujących. Wszelkie prace idą w kierunku rozbudowy algorytmów sterujących, przy zachowaniu prostego układu wykonawczego sterowania.

Na rysunku 6 przedstawiona jest zmiana kąta obserwacji (uchybu kąтового) w ostatniej fazie lotu dla dwóch różnych prób numerycznych (a,b) symulacji lotu obiektu. Linia przerywana lot niesterowany, linia ciągła lot sterowany. Widzimy, że cel jest obserwowany pod kątem zmieniającym się w niewielkim zakresie. Potwierdza to możliwość skutecznego zastosowania sterowania opisaną metodą do naprowadzania małych pocisków wirujących.

Gwałtowny wzrost uchybu w ostatnich dziesiątych sekundy lotu jest efektem zjawiska oślepienia głowicy i nie jest szkodliwe dla procesu sterowania. Obserwowane na rysunkach kolejne wahnięcia w dół kąta uchybu powstają w momentach kolejnych silniczków korygujących lot pocisku.

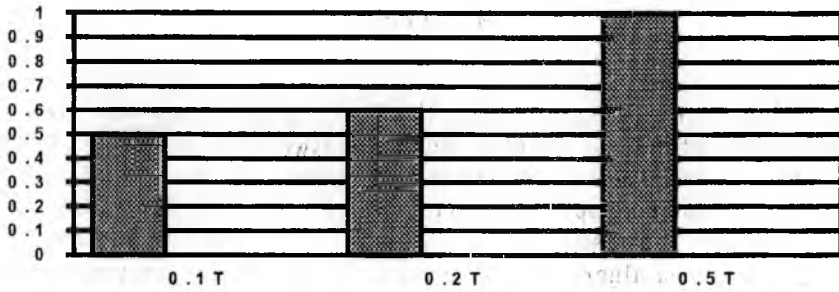


rysunek 6 Zmiany uchybu kontowego w ostatniej fazie lotu pocisku. Linia przerywana lot niesterowany, linia ciągła lot sterowany przy użyciu impulsowych silniczków korekcyjnych.

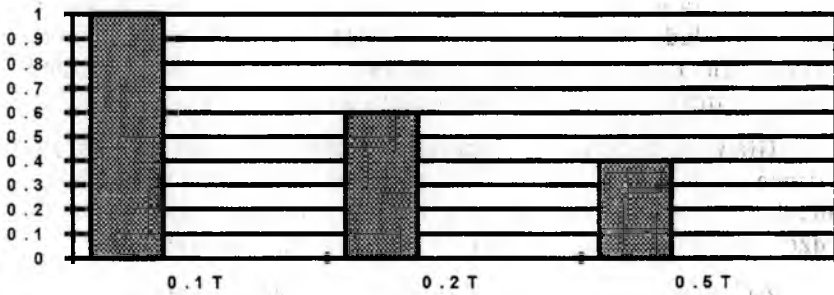
Silniczki korekcyjne powinny być uruchamiane tak aby możliwie nie wywoływać zmian położenia środka ciężkości pocisku na skutek

wypalania się ich ładunków. Można temu zapobiec poprzez kolejne uruchamianie silniczków naprzeciw ległych.

a) [Ns]



b) [N]



c)



rysunek 7. Zmiana wartości a) energii impulsu sterującego, b) siły sterującej w zależności od czasu pracy raketowego silniczka korekcyjnego; c) czas pracy silniczka (kolor czarny) w stosunku do okresu obrotu.

Ilość silniczków powinna zapewnić kontrolę układu sterującego nad lotem pocisku od momentu przechwycenia celu aż do momentu uderzenia w cel. Czas pracy silniczków nie powinien być dłuższy od 0.5 okresu obrotu pocisku wokół osi własnej. Badano możliwości

naprowadzania pocisku z ilością od 5 do 15 silniczków. Przy małej ilości silniczków ładunki muszą być odpowiednio proporcjonalnie większe i w niektórych przypadkach sterowanie jest niedostateczne.

4. Wnioski.

Eksperyment numeryczny wykazał duże możliwości zastosowania impulsowego sterowania lotem w obiektach swobodnie opadających (np. sterowanych pociskach moździerzowych i bombach lotniczych). Osiągana w fazie symulacji komputerowej jakość sterowania daje dobre prognozy na możliwość zastosowania jej w praktyce. Wymaga to bardziej skomplikowanych algorytmów sterowania, lecz upraszcza znacznie układ wykonawczy sterowania, składają się nań tylko silniczki i elektryczny układ uruchamiający.

Badania wykazały, że do skutecznego sterowania pocisk musi mieć odpowiedni ładunek energii zgromadzony w potencjale silniczków korekcyjnych. Ładunek ten zależy głównie od masy pocisku. Jego podział na ilość silniczków i czas ich pracy leży w gestii konstruktora.

Głównym zadaniem algorytmu sterowania jest wypracowanie możliwie najbardziej optymalnego czasu uruchamiania kolejnych silniczków. Ze względu na skąpość informacji sygnał musi być poddany bardzo głębokiej obróbce (filtracji, aproksymacji i linearyzacji).

Zaprezentowany sposób sterowania można zastosować również do sterowania bomb lotniczych.

FILTRACJA CYFROWA SYGNAŁÓW STERUJĄCYCH LOTEM OBIEKTU W WARUNKACH NIEPEWNEJ I NIECIĄGŁEJ INFORMACJI.

prof. dr hab. inż. Ryszard Vogt
mgr inż. Robert Głębocki
dr inż. Ryszard Kostrow

*ITLiMS Politechnika Warszawska
Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia, Zielonka k. Warszawy*

streszczenie

W referacie przedstawiono problemy występujące przy naprowadzaniu obiektów latających gdy pomiar wartości uchybu ma charakter nieciągły. Zakłócenia w czasie lotu powodują że i tak nieciągła informacja ma charakter niepewny. Wymusza to konieczność dokonania korekcji otrzymanych wartości sygnałów uchybu. Kolejnym zagadnieniem jest możliwość prognozowania sygnałów uchybu. W czasie eksperymentu numerycznego przebadano możliwości zastosowania do tych celów filtracji cyfrowej.

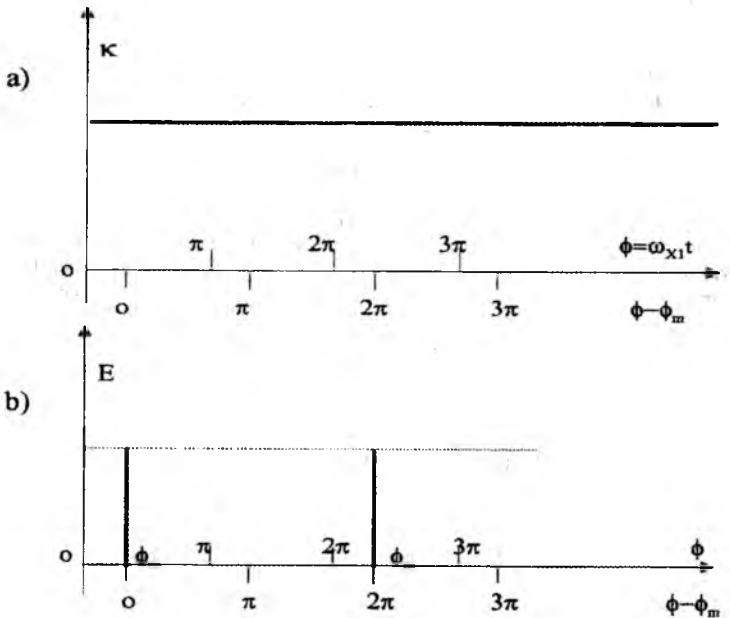
1. Opis badanego obiektu latającego.

Podczas badań nad możliwością i sposobami naprowadzania przeciwpancernych pocisków moździerzowych natrafiono na dość skomplikowane zagadnienie wzajemnego położenia obiektu sterowanego i celu. Obiekt sterowany naprowadzany jest na cel z górnej półsfery. Układ wykonawczy sterowania stanowi zespół jednorazowych silniczków korekcyjnych rozmieszczonych promieniście wokół środka ciężkości obiektu i oddziałujących bezpośrednio na tenże środek ciężkości. Obiekt wiruje w trakcie lotu i sterowany jest jednokanłowo. Bliżej zagadnienie związane z zastosowanym sterowaniem zostało opisane w pracach [2], [3].

Układ pomiaru kąta uchybu celu względem obiektu charakteryzują własności:

- detektor związany na stałe z obiektem sterowanym;
- nieciągły pomiar sygnału uchybu związany z obrotem obiektu (zastosowano 1, 2 lub 3 pomiary na obrót).

Taki układ cechuje prosta konstrukcja. Układ wykonawczy sterowania składa się jedynie z jednorazowych, impulsowych raketowych silniczków korekcyjnych, oraz układu uruchamiającego. Z drugiej jednak strony komplikuje się obróbka sygnału przychodzącego z detektora. Związany na stałe z obiektem detektor reaguje na wszystkie zakłócenia lotu wykazując zmianę sygnału uchybu. Kolejny problem do rozwiązania stanowi nieciągłość pomiaru tego sygnału. Częstotliwość pomiarów zależy wprost proporcjonalnie od częstotliwości obrotu obiektu sterowanego.



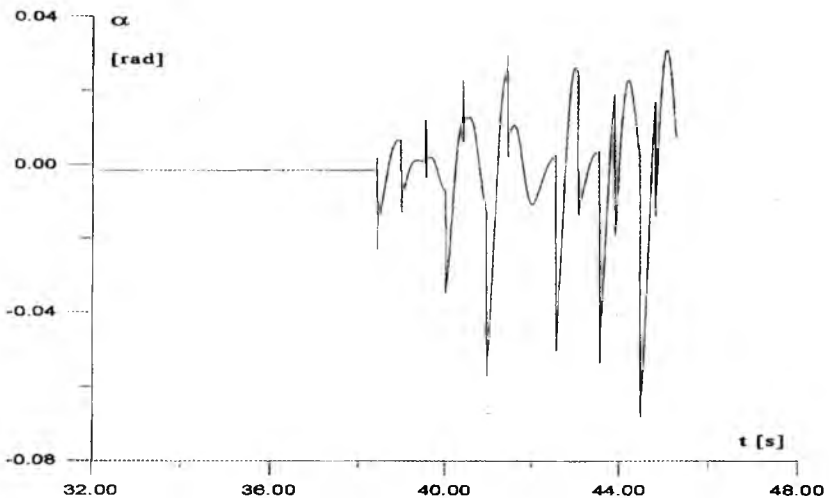
rysunek 1. Wypadkowy uchyb K oraz sygnał E przekazywany na jego podstawie do układu sterowania.

2. Charakter sygnałów sterujących.

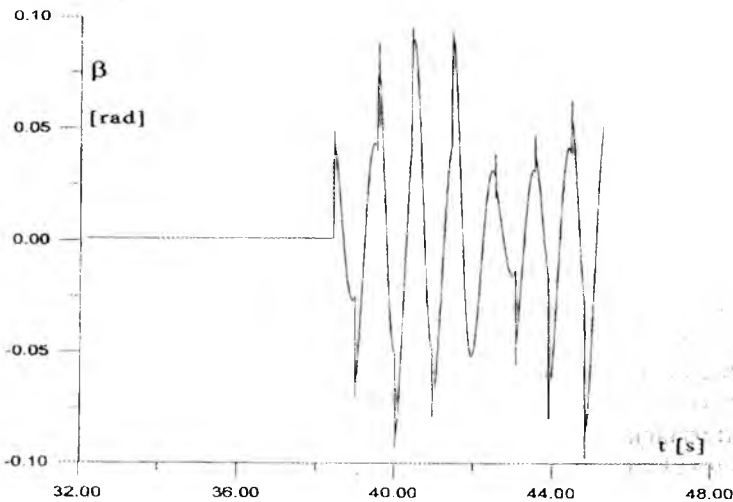
Informacje przychodzące z układu pomiarowego charakteryzują następujące własności:

- nieciągłość
wywołana nieciągłością pracy głowicy pomiarowej
- niepewność
związana z zakłóceniami toru lotu przez układ sterujący

Rysunek 1. Przedstawia zależność pomiędzy uchybem K pod jakim cel znajduje się względem obiektu naprowadzanego a sygnałem uchybu E przekazywanym do Bloku Formowania Sygnałów Sterujących. Sygnał ten ma postać impulsów. Ich wielkość związana jest z wielkością uchybu K , a częstotliwość ich występowania z prędkością obrotową obiektu. Skutkiem tego informacja o uchybie ma charakter nieciągły. Ciągła kontrola wielkości uchybu K wymaga interpolacji wyników z układu pomiarowego.



rysunek 2. Kąt natarcia



rysunek 3. Kąt ślizgu

Związanie głowicy pomiarowej na stałe z pociskiem powoduje to, iż na wynik pomiaru ma wpływ nie tylko wzajemna relacja położenia celu i obiektu. Nakładają się nań dodatkowo wszelkie ruchy jakie występują w czasie lotu (zaburzenia związane z pracą układu wykonawczego sterowania, zjawiskiem giroskopowym, oddziaływaniem z atmosferą). Rysunek 2. i rysunek 3. przedstawiają zmiany kątów natarcia i ślizgu w trakcie lotu sterowanego. Zaburzenia te mogą osiągać wartości nawet do 30% zakresu pomiarowego głowicy. Informacja przychodząca ma więc charakter niepewny. Niepewność ta obniża znacząco wartość decyzji podejmowanych przez układ sterujący a przez to i jakość sterowania. W tej sytuacji właściwa ocena relacji obiekt-cel wymaga znacznego zredukowania niepewności wartości sygnału uchybu K .

3. Zagadnienie filtracji i prognozowania.

Ponieważ zarówno w trakcie powstawania sygnału uchybu jak i jego obserwacji dochodzi do zakłóceń co do których można poczynić pewne założenia statystyczne, należy starać się dokonać korekcji otrzymywanych wartości sygnału uchybu. Korekcja może polegać na estymacji wartości sygnału w ustalonej chwili na podstawie pomiaru dokonanego w danej chwili i w chwilach poprzednich. Zadanie takie nazywamy filtracją sygnału uchybu otrzymanego w wyniku pomiarów. Jeżeli dokonamy estymacji sygnału na podstawie jedynie pomiarów z poprzednich chwil, to zadanie nazwiemy prognozowaniem.

Prognozowanie sygnału uchybu jest tu szczególnie ważne. Pozwala na podstawie aktualnych wyników pomiarów określać przyszłe zachowania sygnału uchybu (stan w jakim znajdzie się pocisk w kolejnej fazie lotu). Pozwala to poprawić efektywność sterowania.

3.1. Metody filtracji i prognozowania.

Filtrację i prognozowanie sygnału uchybu przeprowadzono przy użyciu następujących metod: aproksymacji wielomianami różnego stopnia (okazała się niedość skuteczna), poprzez zastosowanie cyfrowych filtrów dolno przepustowych (rozważono zarówno zastosowanie filtrów typu FIR jak i typu IIR), oraz przy zastosowaniu cyfrowych filtrów śledzących.

Przy zastosowaniu cyfrowej filtracji sygnału uchybu należy użyć filtru dolnoprzepustowego. Zależy nam bowiem na uwypukleniu trwałych tendencji zmian sygnału uchybu i wytłumieniu jego zmian intensywnych choć krótkotrwałych. Filtracja zwykłymi filtrami cyfrowymi nie daje jednak prognozy zachowań sygnału uchybu w najbliższym czasie. Można ją uzyskać dopiero w dodatkowej procedurze (np. poprzez dodatkową aproksymację sygnału po przejściu przez filtr).

Dobrym rozwiązaniem wydaje się zastosowanie do obróbki sygnału uchybu cyfrowych filtrów śledzących. Pozwalają one na prognozę zmian sygnału uchybu i jego pochodnej w najbliższej przyszłości. Weryfikują ponadto swe prognozy w oparciu o błędy między wartością prognozowaną sygnału uchybu, a jego wartością z pomiaru i obserwacje z wcześniejszych obliczeń. Wadą ich jest duża złożoność obliczeniowa co często wymaga zastosowania dodatkowego procesora sygnałowego na pokładzie pocisku. Spowodowane jest to tym, że procesor sterujący pracując w czasie rzeczywistym nie zawsze jest w stanie poradzić sobie z obliczeniami.

3.2. Cyfrowe filtry dolnoprzepustowe.

Filtr cyfrowy jest programową implementacją algorytmu zmieniającego w sposób jednoznaczny cyfrowy ciąg sygnałów wejściowych w cyfrowy ciąg sygnałów wyjściowych. Jest to układ z wydzielonym wejściem i wyjściem, którego sygnał wyjściowy, nazywany odpowiedzią filtru, jest jednoznacznie określony przez sygnał wejściowy, nazywany wymuszeniem, oraz funkcję przenoszenia, nazywaną w dziedzinie czasu odpowiedzią impulsową, w dziedzinie częstotliwości transmitancją lub odpowiedzią częstotliwościową układu. Filtr zastosowany w przypadku naszego obiektu jest jednowejściowy i jednowyjściowy. Jego odpowiedź jest liniową funkcją wymuszenia.

Relację między wejściem i wyjściem filtru można zapisać za pomocą splotu.

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(t, \tau)x(\tau)d\tau$$

gdzie: y - odpowiedź filtru

x - wymuszenie

h - transmitancja

po przejściu w dziedzinę częstotliwości:

$$Y(s) = H(s)X(s)$$

gdzie: $Y(s)$, $H(s)$, $X(s)$ są transformatami Laplace'a
funkcji $y(t)$, $h(t)$, $x(t)$

Jak już wcześniej nadmieniono rozpatrywano zastosowanie filtru wytłumiającego zmiany sygnału uchybu wyższych częstotliwości. Badano wpływ filtrów o różnych charakterystykach na efektywność sterowania pociskiem.

Filtry o skończonej odpowiedzi impulsowej (FIR).

W filtrach tego typu każda próbka sygnału wyjściowego otrzymywana jest poprzez uśrednienie m próbek sygnału wejściowego.

Równanie filtru typu FIR ma postać:

$$y(k) = c_1x(k) + c_2x(k-1) + \dots + c_mx(k-m+1)$$

gdzie: y - odpowiedź filtru

x - wymuszenie

c_i - współczynniki wagowe

k - kolejne próbki

Zaletami filtrów typu FIR jest to, że są zawsze stabilne i są odporne na błędy realizacji cyfrowej (brak efektu kumulacji błędów).

Filtry o nieskończonej odpowiedzi impulsowej (IIR).

W filtrach tego typu każda próbka sygnału wyjściowego otrzymywana jest poprzez uśrednienie m próbek sygnału wejściowego i n poprzednich próbek sygnału wyjściowego.

Równanie filtru typu IIR ma postać:

$$y(k) = c_1x(k) + c_2x(k-1) + \dots + c_mx(k-m+1) + d_1y(k-1) + d_2y(k-2) + \dots + d_ny(k-n)$$

gdzie: y - odpowiedź filtru

x - wymuszenie

c_i, d_i - współczynniki wagowe

k - kolejne próbki

Zaletami filtrów typu IIR jest to, że mogą być reprezentowane za pomocą niewielkiej liczby parametrów (zazwyczaj znacznie mniejszej niż w filtrach typu FIR). Wadą jest to, że są bardziej niż FIR wrażliwe na błędy realizacji cyfrowej.

3.3. Cyfrowe filtry śledzące.

Cyfrowe filtry śledzące są to algorytmy, które wyznaczają drogę celu na detektorze. W naszym przypadku jest to pozorną drogą celu w płaszczyźnie prostopadłej do osi głównej obiektu sterowanego. Zadanie to realizowane jest na podstawie otrzymywanych parametrów położenia obiektu w ustalonej chwili. Głównym zadaniem cyfrowych filtrów śledzących jest zmniejszenie błędu określenia aktualnej wartości uchybu celu oraz przewidywanie wartości uchybu celu w następnej chwili obserwacyjnej na podstawie obserwacji z danej chwili.

Równania definiujące następujące filtry:

dla zadania filtracji

$$\hat{v}(k) = A\hat{v}(k-1) + K(k) \left[y(k) - C\hat{v}(k/k-1) \right]$$

dla zadania prognozowania

$$\hat{v}(k+1/k) = A \left[I - K(k)C \right] \hat{v}(k/k-1) + AK(k)y(k)$$

gdzie: $\hat{v}(k)$ - estymowana wartość wektora stanu w chwili k
otrzymana w zadaniu filtracji

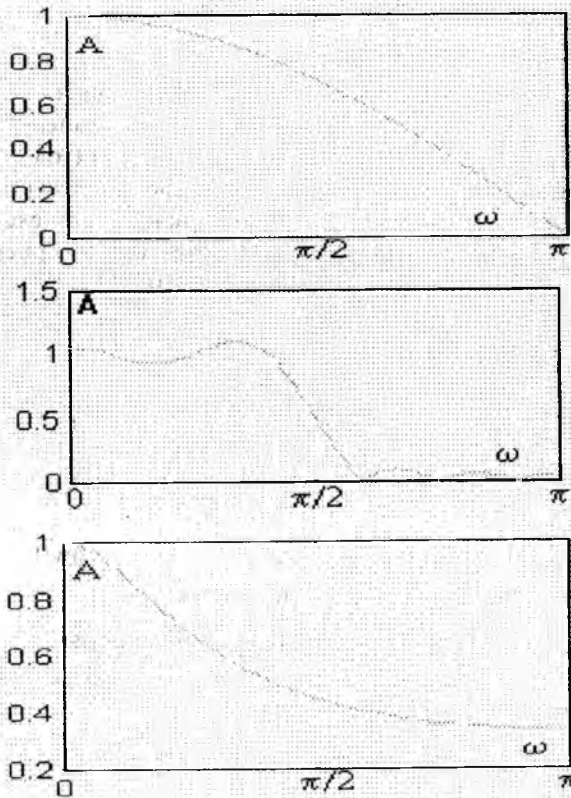
$\hat{v}(k+1/k)$ - przewidywana wartość zmiennej stanu w chwili $k+1$ na podstawie informacji z chwili k

K - macierz wzmocnienia filtru

4. Badania.

Badania nad filtracją prowadzono dla różnych typów filtrów dolnoprzepustowych o różnej skali tłumienia dla składowych sygnału uchybu o wysokiej częstotliwości. Sprawdzono jak zachowuje się układ sterujący przy zastosowaniu filtrów intensywnie tłumiących sygnały wyższej częstotliwości oraz przy tłumieniu łagodnym.

Rysunek 4. Przedstawia wybrane przykłady charakterystyk amplitudowo-fazowych filtrów użytych w badaniach.



rysunek 4. Charakterystyki amplitudowo-fazowa wybranych filtrów użytych w badaniach.

Cyfrowe filtry śledzące.

Wektor parametrów związanych z celem w chwili k

$$\mathbf{v}(k) = [\varepsilon(k), d\varepsilon(k)/dt]$$

gdzie: $\varepsilon(k)$ - uchyb zmierzony w chwili k

$d\varepsilon(k)/dt$ - prędkość zmiany kąta uchybu w chwili k

model ruchu obiektu

$$\mathbf{v}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{v}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k)$$

model obserwacji

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{v}(k) + \mathbf{w}(k)$$

$$\mathbf{u}(k) = [u_1(k), u_2(k)]^T$$

$\mathbf{y}(k)$ - wektor pomiarów wielkości $\varepsilon(k)$

$\mathbf{w}(k)$ - wektor zakłóceń pomiarów

równania filtru cyfrowego

$$\hat{v}(k+1/k) = A\hat{v}(k)$$

$$\hat{v}(k+1) = A\hat{v}(k) + K(k) \left[y(k+1) - C\hat{v}(k+1/k) \right]$$

$\hat{v}(k+1/k)$ - wektor stanu z chwili $k+1$ przewidywany w chwili k

$\hat{v}(k+1)$ - estymowany wektor stanu w chwili $k+1$ na podstawie pomiarów z danej chwili i wcześniejszych

$K(k)$ - macierz wzmocnienia filtru

$$\hat{v}(1) = \begin{bmatrix} y(1) \\ \frac{1}{T}[y(1) - y(0)] \end{bmatrix}$$

Filtr α - β ze stałymi współczynnikami

$$K(k) = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ \frac{\beta}{T} & 0 \end{bmatrix}$$

Filtr określony jest następującym przekształceniem dla filtracji

$$\hat{\varepsilon}(k) = \hat{\varepsilon}(k-1) + \alpha \left[\varepsilon(k) - \hat{\varepsilon}(k/k-1) \right]$$

$$\hat{\varepsilon}(k) = \hat{\varepsilon}(k-1) + \frac{\beta}{T} \left[\varepsilon(k) - \hat{\varepsilon}(k/k-1) \right]$$

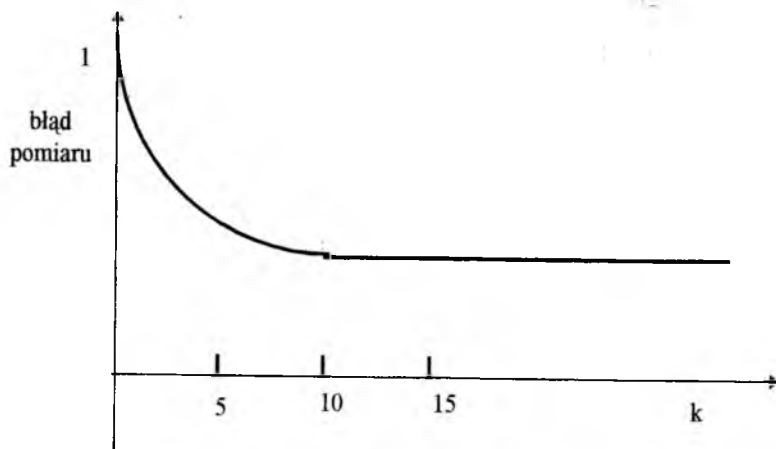
dla prognozowania

$$\hat{\varepsilon}(k+1/k) = \hat{\varepsilon}(k) + \hat{\varepsilon}(k)T$$

$$\hat{\varepsilon}(k+1/k) = \hat{\varepsilon}(k)$$

parametry α i β są wybierane z przedziału $[0,1]$

Na rysunku 5. Widzimy wpływ cyfrowego filtru śledzącego typu α - β na wartość błędu. Widzimy, że błąd maleje (jakość sterowania rośnie) wraz z czasem pracy filtru. Następnie po kilkunastu pomiarach osiąga stan nasycenia.



rysunek 5. Zmiana wartości błędu (mierzonej w skali od 0 do 1) w zależności od liczby pomiarów dla filtru α - β .

5. Wnioski

Badania wykazały możliwość poprawy jakości sterowania, w opisanym układzie, poprzez cyfrową filtrację sygnałów sterujących.

Podsumowując wyniki badań nad jej użyciem można sformułować następujące wnioski;

- poprawa efektów sterowania o 20% do 30%
- najlepsze efekty uzyskano stosując cyfrowe filtry śledzące typu $\alpha - \beta$
- nieefektywne okazały się filtry typu FIR o wielu elementach oraz ekstrapolator dwupunktowy

Literatura

1. W. Borodziewicz, A. Jaszczak „Cyfrowe przetwarzanie sygnałów”
2. R. Głębocki, R. Vogt, W. Milewski “Logika i dynamika impulsowego sterowania lotem obiektu wirującego”, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej Zeszyt 135, 1995.
3. R. Głębocki “Koncepcja naprowadzania pocisku z górnej półsfery przy użyciu rakietowych silniczków korekcyjnych”, Praca dyplomowa magisterska, promotor prof. dr hab. inż. R. Vogt Politechnika Warszawska MEiL 1994.

IDENTYFIKACJA W CZASIE RZECZYWISTYM WŁASNOŚCI OBIEKTÓW LATAJĄCYCH. ZARYS METODY

dr inż. Zbigniew Zagdański

Inżynier Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa

Streszczenie

W pracy przedstawiono zarys metody identyfikacji w czasie rzeczywistym własności obiektów latających (*MoRTI*). Podano ogólny algorytm metody i efekty uzyskiwane przy jej zastosowaniu w procesie numerycznego modelowania dynamiki ruchu statków powietrznych.

1. WSTĘP

W procesie projektowania, budowy i eksploatacji statków powietrznych (SP) podstawowe znaczenie ma modelowanie ich właściwości (geometrii, dynamiki konstrukcji i bryły, procesów eksploatacyjnych) [1, 19]. O ocenie SP (w tym szans na sukces produkcyjny i eksploatacyjny) decyduje znajomość jego własności, w tym własności dynamicznych [19]. Ze względu na koszty, istotny jest sposób ich określenia. Istnieją dwa sposoby: klasyczny [7, 8] i zautomatyzowany [3, 12, 13]. Sposób klasyczny wymaga wykonania badań tunelowych modelu posiadającego ruchome elementy konfiguracji oraz około 1000 godzin lotów badawczych rzeczywistego SP. Implikuje to bardzo wysokie koszty, często przekraczające możliwości finansowe wykonawcy projektu (wówczas wykonywane są badania niepełne, w wymiarze około 100 - 300 godzin lotu, co w efekcie daje model dynamiki ruchu SP funkcjonujący w ograniczonym zakresie). Na radykalne obniżenie kosztów i określenia modelu pozwala metoda identyfikacji własności obiektu w czasie rzeczywistym. Metoda umożliwia uzyskanie pełnego modelu dynamiki ruchu obiektu w trakcie około 4 godzin lotów badawczych rzeczywistego SP. Metoda ta jest obecnie stosowana między innymi w USA [3, 12, 13], lecz ze względu na jej wagę i wynikająca stąd wartość nie znajduje się w ofercie handlowej. W kraju znajduje się w trakcie opracowywania.

2. OGÓLNY ALGORYTM *MoRTI*

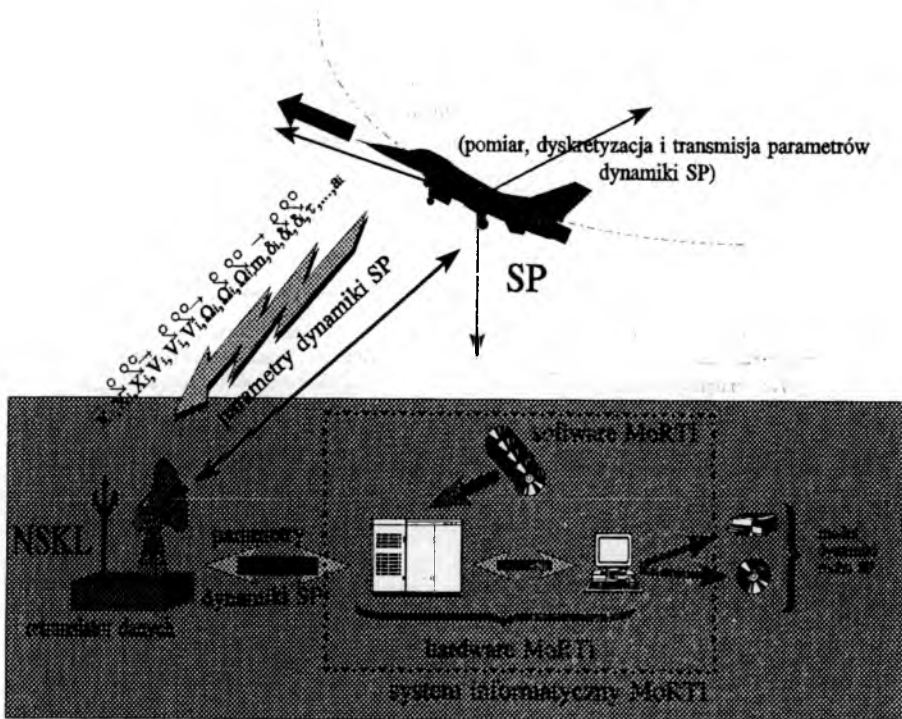
Schemat funkcjonalny metody pokazano na rys. 1. Określenie własności obiektu następuje w trakcie kilku lotów badawczych, przy równoległe realizowanych procesach - na pokładzie rzeczywistego SP i na ziemi (ogólny algorytm metody pokazano na rys. 2 - 7). Metoda zakłada realizację pełnego cyklu: *pomiar parametrów stanu SP + transmisja + filtracja + identyfikacja + weryfikacja zidentyfikowanych własności + rejestracja zidentyfikowanych własności* w trakcie jednego, *i-tego* kroku czasu i cykliczność operacji, aż do uzyskania pełnego modelu opisującego własności obiektu. Pierwszy lot badawczy realizowany jest przy założeniu quasi-statyczności procesów (przy niewielkich, zbliżonych do zera przyśpieszeniach liniowych i kątowych). W *i-tym* kroku czasu na pokładzie SP dokonuje się pomiarów wielkości (*i* ich pochodnych) $\llbracket P(\tau_i) \rrbracket$: sterowania $\delta_i(\tau_i)$, współrzędnych liniowych $X_i(\tau_i)$ i kątowych $\Phi_i(\tau_i)$, prędkości (liniowych i kątowych) $V(\tau_i)$, $\Omega_i(\tau_i)$, kątów (natarcia, ślizgu i toru) $\alpha^i(\tau_i)$, $\beta^i(\tau_i)$, $\gamma^i(\tau_i)$, parametrów środowiska $p_H(\tau_i)$, $T_H^i(\tau_i)$, $\chi(\tau_i)$, prędkości kątowych zespołów napędowych $\omega_i^i(\tau_i)$, wydatków paliwa $\zeta^i(\tau_i)$, wielkości charakteryzujących stan: zespołów napędowych $\xi_i^i(\tau_i)$, płatowca $\lambda_i^i(\tau_i)$, instalacji pokładowych $\mu_i^i(\tau_i)$, lokalnych parametrów drgań konstrukcji płatowca $x_i^i(\tau_i)$, i innych (1):

$$\begin{aligned} \llbracket P(\tau_i) \rrbracket = & \llbracket \delta_i(\tau_i), \dot{\delta}_i(\tau_i), \ddot{\delta}_i(\tau_i), X(\tau_i), \dot{X}_i(\tau_i), \ddot{X}_i(\tau_i), \Phi(\tau_i), \dot{\Phi}_i(\tau_i), \ddot{\Phi}_i(\tau_i), \\ & \Omega_i(\tau_i), \dot{\Omega}_i(\tau_i), \ddot{\Omega}_i(\tau_i), p_H(\tau_i), T_H^i(\tau_i), m(\tau_i), \alpha^i(\tau_i), \dot{\alpha}^i(\tau_i), \ddot{\alpha}^i(\tau_i), \\ & \beta(\tau_i), \dot{\beta}^i(\tau_i), \ddot{\beta}^i(\tau_i), \gamma(\tau_i), \dot{\gamma}(\tau_i), \ddot{\gamma}(\tau_i), \omega^i(\tau_i), \dot{\omega}^i(\tau_i), \ddot{\omega}^i(\tau_i), \\ & x^i(\tau_i), \dot{x}^i(\tau_i), \ddot{x}^i(\tau_i), \chi(\tau_i), \zeta^i(\tau_i), \xi_i^i(\tau_i), \lambda_i^i(\tau_i), \mu_i^i(\tau_i), \dots \rrbracket \end{aligned} \quad (1)$$

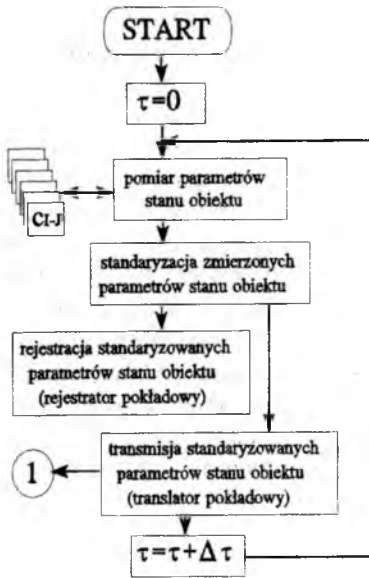
Zmierzone w *i-tym* kroku czasu wartości $\llbracket P(\tau_i) \rrbracket$ są w tym samym kroku czasu przetwarzane do postaci dyskretnej, standaryzowane, kodowane i w takiej postaci rejestrowane w pamięci rejestratora pokładowego i (równoległe) przesyłane drogą radiową poprzez translator pokładowy do retranslatora naziemnego. Retranslator naziemny odbiera plik danych transmitowany z pokładu SP i przesyła je do interfejsu naziemnego systemu informatycznego (INSI), gdzie dane są dekodowane i przesyłane do naziemnego systemu informatycznego (NSI). W NSI zdekodowane dane są filtrowane przy zastosowaniu metod filtracji optymalnej (Kalmana [6, 12]). Po zakończeniu procesu filtracji danych wykonywany jest proces automatycznej identyfikacji własności dynamicznych obiektu [1, 4, 8, 12, 13, 14]. Stosowane są metody aerodynamiki odwrotnej oraz metody iteracyjne. W ten sposób dla *i-tego* kroku czasu oraz *i-tych* parametrów stanu obiektu określa się *i-te* własności obiektu. Po zakończeniu procesu identyfikacji (dla *i-tego* kroku czasu) następuje rozwiązanie równań ruchu obiektu - dla *i-tych* zidentyfikowanych własności obiektu, postaci zjawisk i parametrów stanu. Po rozwiązaniu równań ruchu weryfikuje się zidentyfikowane własności poprzez porównanie uzyskanych z rozwiązania *i-tych* wyników z *i-tyimi* parametrami stanu obiektu zmierzonymi na pokładzie SP. Jeżeli wynik weryfikacji jest

pozytywny (oba zbiory są zgodne z określoną dokładnością), przyjmuje się uzyskane dla *i-tego* kroku czasu rozwiązanie za poprawne i rejestruje *i-ty* punkt (zbiór) własności obiektu w pamięci NSI. Jeżeli nie, iteracyjny proces identyfikacji powtarzany jest ponownie, z ponownie określoną dokładnością, aż do osiągnięcia zgodności, po czym cykl: *pomiar + transmisja + filtracja + identyfikacja + rozwiązanie równań + weryfikacja zidentyfikowanych własności + rejestracja zidentyfikowanych własności* powtarzany jest ponownie dla *i+1* kroku czasu oraz *i+1* pliku parametrów charakteryzujących stan obiektu.

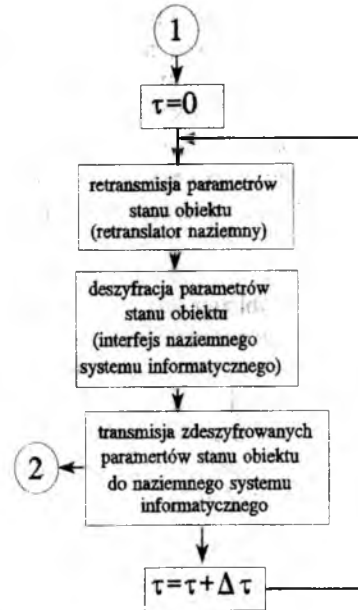
Po zakończeniu pierwszego lotu badawczego otrzymywane jest w ten sposób pierwsze przybliżenie zidentyfikowanych własności dynamicznych obiektu (pierwsza przybliżona postać modelu matematycznego dynamiki ruchu obiektu dla procesu quasi-statycznego). Cykl ten powtarzany jest w kolejnych lotach SP, przy kolejno zwiększającej się dynamice zjawisk (aż do pełnej akrobacji włącznie), przy uwzględnieniu niestacjonarności procesów aerodynamicznych i ewentualnie aeroelastyczności konstrukcji SP. Po zakończeniu cyklu lotów badawczych uzyskuje się w ten sposób zweryfikowany pełny model matematyczny dynamiki ruchu obiektu, funkcjonujący w pełnej przestrzeni stanu obiektu, środowiska i sterowania.



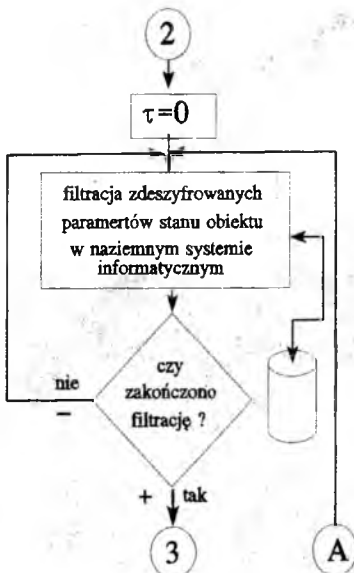
Rys. 1. Schemat funkcjonalny MoRTI, gdzie: NSKL - naziemne stanowisko kierowania lotem,



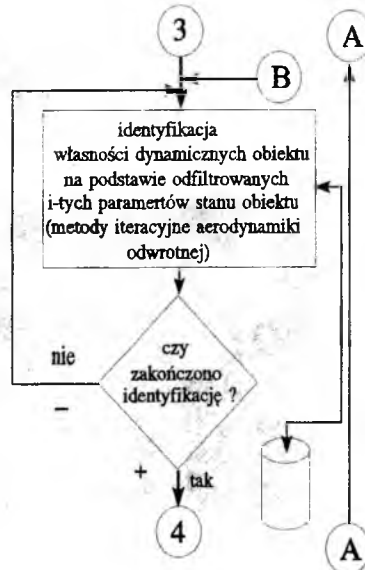
Rys. 2. Algorytm MoRTI - część realizowana na pokładzie badanego statku powietrznego



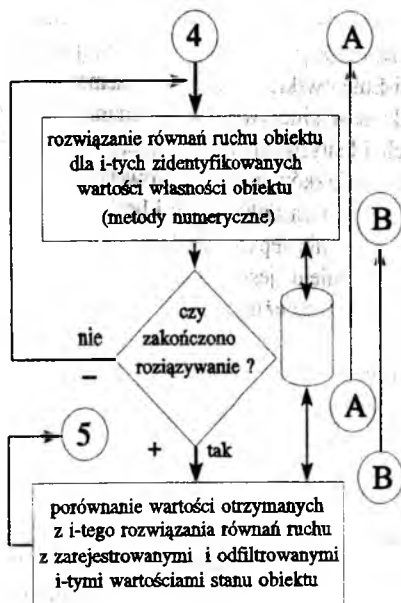
Rys. 3. Algorytm MoRTI - część realizowana na ziemi (retranslator naziemny, interfejs naziemnego systemu informatycznego)



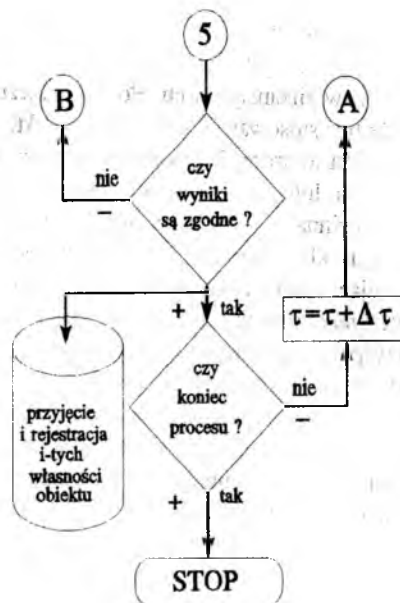
Rys. 4. Algorytm MoRTI - część naziemna, filtracja aktualnych parametrów stanu obiektu



Rys. 5. Algorytm MoRTI - część naziemna, identyfikacja własności obiektu



Rys. 6. Algorytm MoRTI - część naziemna, weryfikacja zidentyfikowanych własności obiektu



Rys. 7. Algorytm MoRTI - część naziemna, decyzje i koniec procesu

3. NIEKTÓRE UWARUNKOWANIA METODY

O jakości wyników uzyskiwanych w tej metodzie decydują [14, 15]:

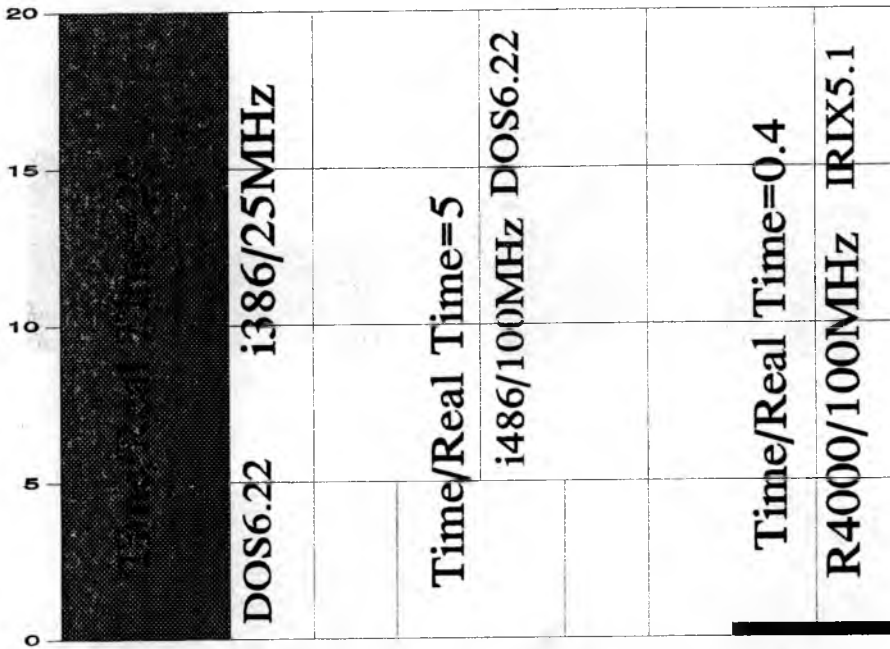
- postać modelu fizycznego SP jako bryły, modele fizyczne jego wyposażenia, postać i zakres modelu zjawisk fizycznych występujących w otoczeniu SP (środowisku) [1, 2, 5, 9, 19],
- postać matematyczna modelu (w tym sposób określenia położenia przestrzennego) [1, 2, 5, 9, 11, 13, 15, 16, 18, 19],
- rodzaj i dokładność metod numerycznych, rodzaj hardware'u i software'u [4, 8, 12, 13, 19],
- rodzaj i dokładność metod i aparatury pomiarowej [13, 14, 15, 16, 17, 19].

Postać modelu fizycznego decyduje o możliwej do osiągnięcia dokładności modelu w sensie jakości odwzorowania rzeczywistych zjawisk. Przykładowo, model fizyczny wojskowego SP (około- i naddźwiękowego) dla tej klasy zagadnień może być z zadowalającą dokładnością przedstawiony jako bryła sztywna o liczbie stopni swobody: $6 + (\text{liczba zespołów napędowych} \cdot \text{liczba wałów w napędzie}) + \text{liczba ruchomych elementów konfiguracji płatowca}$. Prowadzi to do powszechnie znanej postaci modelu matematycznego dynamiki ruchu SP [1, 7, 9, 19], gdzie duże znaczenie ma sposób i dokładność określenia położenia przestrzennego obiektu (w tym postać związków

kinematycznych) oraz postać oddziaływań zewnętrznych (sił i momentów aerodynamicznych). O dokładności określenia położenia przestrzennego decyduje postać związków kinematycznych. Postać klasyczna quasi-Eulerowskich związków kinematycznych może być stosowana wyłącznie dla niektórych zakresów kinematycznych parametrów lotu [15]. Ma to szczególne znaczenie w zagadnieniach identyfikacji i numerycznej symulacji dynamiki lotu długotrwałego. Postać "poprawiona" związków quasi-Eulerowskich w ogóle nie powinna być stosowana ze względu na znacznie gorszą dokładność i brak korelacji z postacią klasyczną [16]. Z pracy [11] wynika, że znacznie lepsze rezultaty otrzymuje się stosując postać kwaternionową. Odrębnym zagadnieniem jest postać sił i momentów aerodynamicznych. Szczególne znaczenie mają tutaj zależności sił i momentów od przyspieszeń liniowych i kątowych. Dla zagadnień modelowania ruchu o silnej dynamice zależności te powinny być uwzględnione. Pominięcie ich prowadzi do powstawania narastających w czasie błędów określenia kinematyki i dynamiki obiektu. Metody pomiarowe oraz jakość i dokładność aparatury pomiarowej decydują o jakości wyników wsadowych do procesu identyfikacji. Niewłaściwie dobrane prowadzą do wartości otrzymanych wyników do zera. Duży wpływ na jakość wyników mają metody numeryczne, w tym metody interpolacji, aproksymacji, rozwiązywania układów równań algebraicznych i całkowania układów równań różniczkowych. Niewłaściwie dobrane powodują brak stabilności procesu obliczeń lub niezadowalającą dokładność. Wybór metod zależy od rodzaju obiektu i charakteru zjawisk występujących w czasie ruchu. Metody klasyczne całkowania równań ruchu (na przykład Rungego-Kutty) wymagają częstotliwości powtarzania pętli obliczeń co najmniej 100 Hz. Stosowane są również metody typu *predyktor-korektor* w połączeniu z dostatecznie dużą dyskretyzacją procesu (minimum 100 Hz). Czas realizacji obliczeń numerycznych decyduje o przydatności aplikacji matematycznych w zagadnieniach czasu rzeczywistego. Czas realizacji pojedynczego cyklu obliczeń (*identyfikacja + weryfikacja*) powinien być krótszy od czasu rzeczywistego. Zależy to od **średniej** mocy obliczeniowej systemu informatycznego, a w tym od następujących parametrów:

- hardware'u: rodzaju procesora, częstotliwości zegara, struktury hardware'u, szyny danych, wielkości i struktury pamięci operacyjnej, długości słowa maszynowego,
- software'u: systemu operacyjnego, obsługi *wejścia-wyjścia*, aplikacji metod numerycznych, języka programowania.

Przykładowe wyniki realizacji typowego zadania symulacji numerycznej pełnego modelu dynamiki sterowanego samolotu na różnego typu komputerach, systemach operacyjnych, dla identycznej postaci modelu matematycznego i języka programowania (FORTRAN for Power Station) pokazano na rys. 8. Jako bezwymiarowy wskaźnik charakteryzujący rozwiązanie przyjęto stosunek czasu maszynowego realizacji cyklu obliczeń do czasu rzeczywistego. Dopiero zastosowanie procesorów typu RISC i systemu operacyjnego czasu rzeczywistego umożliwia zastosowanie modelu matematycznego dynamiki ruchu przestrzennego w zagadnieniach wymagających realizacji cyklu obliczeń numerycznych w czasie krótszym od rzeczywistego. Dla praktycznej realizacji *MoRTI* wymagana jest średnia moc obliczeniowa rzędu co najmniej 1 GFlops [10].

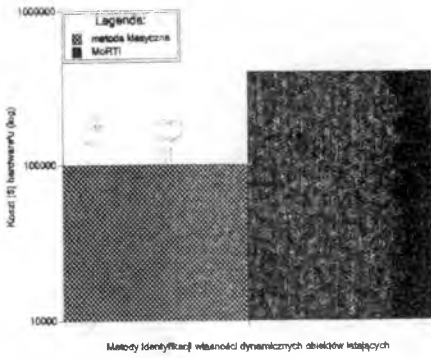


Rys. 8. Porównanie wyników realizacji typowego zadania symulacji numerycznej pełnego modelu dynamiki sterowanego samolotu na różnego typu komputerach, funkcjonujących w różnych systemach operacyjnych, dla identycznej postaci modelu matematycznego i języka programowania (FORTRAN for Power Station)

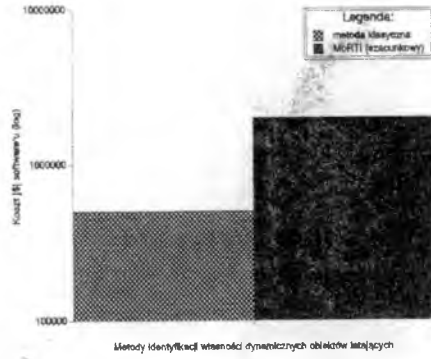
3. PORÓWNANIE WYBRANYCH CHARAKTERYSTYK UŻYTKOWYCH OBU METOD

Niektóre charakterystyki użytkowe obydwu metod pokazano na rys. 9 - 17. I tak (według cen obowiązujących w USA w 1995 roku):

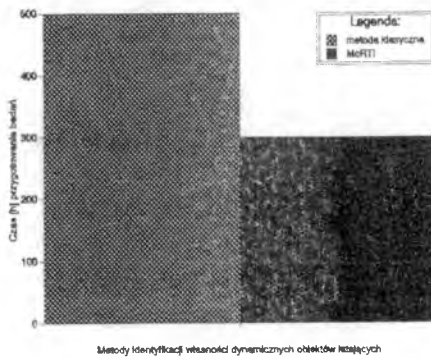
- koszty opracowania modelu metodą *MoRTI* są mniejsze o 99 % w porównaniu z metodą klasyczną,
- czas opracowania modelu metodą *MoRTI* jest mniejszy o 99.6 % w porównaniu do metody klasycznej (zarówno czas niezbędnych lotów badawczych jak i czas wykonania obliczeń),
- koszty hardware'u i software'u *MoRTI* są czterokrotnie wyższe niż zastosowanych w metodzie klasycznej,
- czas przygotowania badań w *MoRTI* jest o 40 % niższy niż w metodzie klasycznej.



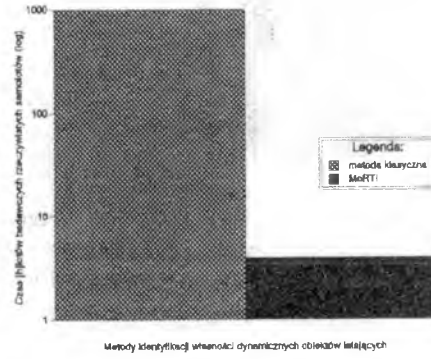
Rys.1. Porównanie kosztów hardware'u



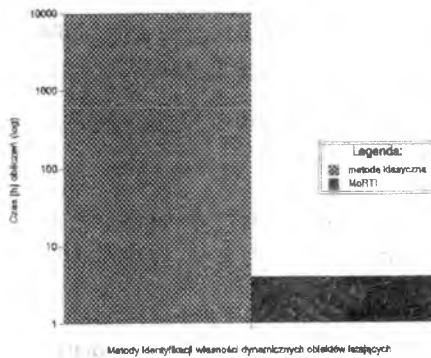
Rys. 3. Porównanie kosztów software'u



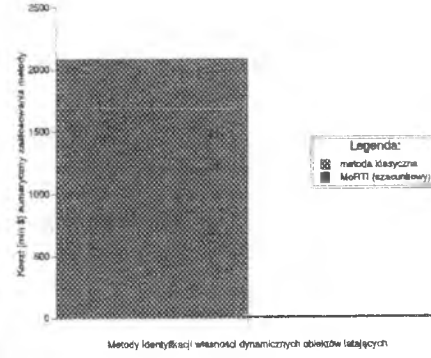
Rys. 4. Czas przygotowania lotów badawczych



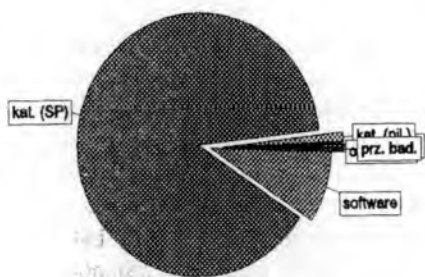
Rys. 5. Niezbędny czas lotów badawczych



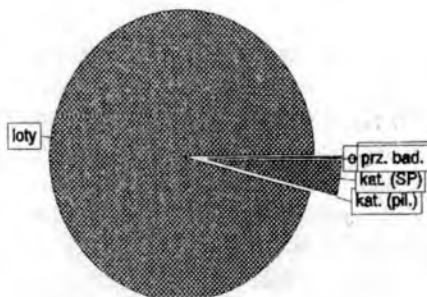
Rys. 5. Porównanie czasu obliczeń



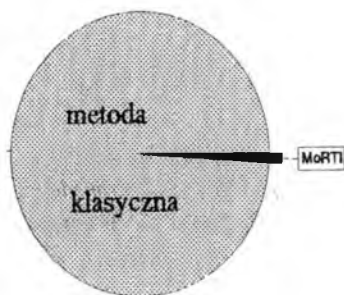
Rys. 5. Porównanie kosztów obu metod



Rys. 5. Struktura kosztów MoRTI



Rys. 5. Struktura kosztów w metodzie klasycznej



Rys. 5. Porównanie kosztów obu metod

Zupełnie odmiennie przedstawia się również struktura kosztów w obydwu metodach. I tak (według cen obowiązujących w USA w 1995 roku):

- **MoRTI:** pozycja dominująca (1) - przewidywany koszt ryzyka katastrofy i utraty SP (89 %); **metoda klasyczna:** (2) - 3.8 % kosztów ogólnych,
- **MoRTI:** pozycja (2) - koszty software'u (8 %), **metoda klasyczna:** (5) - 0.02 % kosztów ogólnych,
- **MoRTI:** pozycja (3) - koszty hardware'u (1.7 %), **metoda klasyczna:** (7) - 0.002 % kosztów ogólnych,
- **MoRTI:** pozycja (4) - przewidywane koszty ryzyka katastrofy i śmierci pilota doświadczalnego (1.3 %), **metoda klasyczna:** (4) - 0.05 % kosztów ogólnych,
- **MoRTI:** pozycja (5) - koszty przygotowania badań (0.4 %), **metoda klasyczna:** (6) - 0.007 % kosztów ogólnych,
- **MoRTI:** pozycja (6) - koszt lotów badawczych (0.1 %), **metoda klasyczna:** pozycja dominująca (1) - 95.9 % kosztów ogólnych,
- **MoRTI:** pozycja (7) - koszt wykonania obliczeń (0.4 %), **metoda klasyczna:** (3) - 0.14 % kosztów ogólnych.

4. PODSUMOWANIE

Opracowanie *MoRTI* wymaga wysokiego poziomu interdyscyplinarnej wiedzy. Jej praktyczne zastosowanie daje w porównaniu z metodami klasycznymi oszczędności finansowe rzędu 99 % nakładów, głównie poprzez radykalną redukcję kosztów badań w locie oraz tego samego rzędu oszczędności czasu niezbędnego do uzyskania pełnego modelu dynamiki SP. Metoda ta jest już opracowana i praktycznie stosowana (USA), lecz ze względu na wagę i wynikającą stąd wartość nie znajduje się w ofercie handlowej. W kraju znajduje się w stadium opracowania. Prace badawcze w tej dziedzinie (USA) były finansowane ze źródeł rządowych, lecz nigdy nie podano wielkości nakładów, zakresu prac ani listy instytucji zajmujących się tym zagadnieniem. Nie zmieszczono również tego pojęcia w oficjalnych dokumentach planistyczno-finansowych. Wynikiem aplikacji tej metody są między innymi *latające symulatory (VISTA)*, generacja inteligentnych pocisków manewrujących oraz radykalne skrócenie cyklu badań w locie prototypów SP.

5. LITERATURA

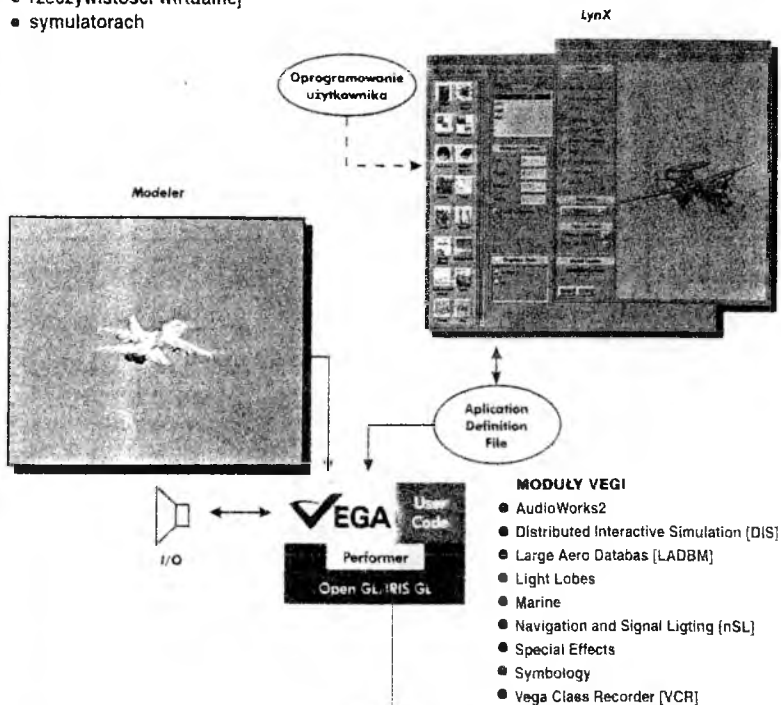
1. Z. DŻYGADŁO, J. MARYNIAK., "Numerical modelling of dynamics and flight data identification of a jet trainer airplane", 19th Annual Symposium Proceeding, Arlington, 1988,
2. B. E. ETKIN., "Dynamics of Atmospheric Flight", John Willey and Sons Inc., New York, London, Sydney, Toronto, 1972,
3. N. Ba. L. HAMILTON - JONES, D. LEGGET., "Analysis of the VISTA longitudinal simulation capability for a cruise flight condition", In Proceedings of NAECON, 2 (May 20-24, 1991),
4. P. HENNE., "Applied Computational Aerodynamics", American Institute of Aerodynamics & Astronautics Inc., Washington DC, 1990,
5. T. KOPCEWICZ., "Fizyka atmosfery". PWN, Warszawa, 1984,
6. J. M. JOVER, T. KAILATH., "A parallel architecture for Kalman filter measurement update and parameter estimation", Automatica, 22, 1, 43-57 (1982),
7. J. MANEROWSKI., "Identyfikacja modelu dynamiki lotu odrzutowego samolotu oraz jego układów sterowania. Rozprawa habilitacyjna", Informator ITWL, 296/1990, ITWL, Warszawa, 1990,
8. K. MAŃCZAK, Z. NAHORSKI., "Komputerowa identyfikacja obiektów dynamicznych", PWN, Warszawa, 1990,

9. J. MARYNIAK., *"Dynamiczna teoria obiektów ruchomych"*, Warszawa, WPW, 1979,
10. Materiały techniczne firm: Silicin Graphics Inc., CRAY Research Inc., Helwett-Packard Inc., ATM Inc., listopad 1993 - luty 1996,
11. P. NIEPSUJ., *"Sposób rozwiązania problemów obliczeniowych występujących przy zastosowaniu kwaternionów do opisu kinematyki symulacji ruchu samolotu"*, Prace Naukowe Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych, 2/1996, Warszawa, Wydawnictwo ITWL, 1996,
12. I. RUSNAK, M. STEINBERG, A. GUIZ, I. BAR-KANA., *"On-line identification and control of linearized aircraft dynamics"*, In Proceedings of NAECON, 2 (May 18-22, 1992),
13. M. F. SHAFER., *"In-Flight Simulation at the NASA Dryden Flight Research facility"*, AIAA-91-2916-CP, In Proceedings of The Flight Simulation Technology Conference and Exhibit, Dayton, Ohio, 1990, 71-77,
14. A. STRZAŁKOWSKI, A. ŚLIŻYŃSKI., *"Matematyczne metody opracowania wyników pomiarów"*, PWN, Warszawa, 1973,
15. Z. ZAGDAŃSKI., *"Badanie dokładności klasycznych quasi-Eulerowskich związków kinematycznych"*, Prace Naukowe Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych, 2/1996, Wydawnictwo ITWL, Warszawa, 1996,
16. Z. ZAGDAŃSKI., *"Badanie dokładności "poprawionych" quasi-Eulerowskich związków kinematycznych"*, Prace Naukowe Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych, 2/1996, Wydawnictwo ITWL, Warszawa, 1996,
17. Z. ZAGDAŃSKI., *"Manewrujące cele powietrzne"*, II Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna "Badania w Locie statków Powietrznych", Mrągowo, 1996,
18. Z. ZAGDAŃSKI., *"Model matematyczny dynamiki ruchów przestrzennych samolotu niepełnosprawnego w dowolnej konfiguracji przestrzennej"*, Informator ITWL, 279/1986, ITWL, Warszawa, 1986,
19. Z. ZAGDAŃSKI., *"Stany awaryjne statków powietrznych"*, Wydawnictwo ITWL, Warszawa, 1995,



Vega to oprogramowanie nowej generacji, dla profesjonalistów i amatorów, do budowania trójwymiarowych symulacji czasu rzeczywistego w:

- rozrywce i reklamie
- rzeczywistości wirtualnej
- symulatorach



CHARAKTERYSTYKA PAKIETU

- Obsługa baz danych w formacie OpenFlight
- Podział zadań na procesory
- Rozdzielenie obrazu na oddzielne kanały
- Tworzenie i obsługa efektów specjalnych
- Wykrywanie przecięć i kolizji
- Kontrola warunków atmosferycznych
- Obsługa poziomów dokładności modeli
- Obsługa dużych baz danych
- Generowanie dźwięków z uwzględnieniem efektów atmosferycznych, Dopplera itp.
- Możliwość rozproszenia symulacji po sieci (DIS)
- Analiza i optymalizacja szybkości działania programu



DYSTRYBUTOR:



PRZEDSIĘBIORSTWO TECHNICZNO-HANDLOWE
04-175 WARSZAWA, ul. OSTROBRAMSKA 75
TEL. 13 79 27, FAX: 13 98 56, 662 49 26

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VII" 1996

NUMERYCZNA ANALIZA DRGAŃ WŁASNYCH SKRZYDŁA O KONSTRUKCJI PÓLSKORUPOWEJ

dr inż. PIOTR ZALEWSKI

*Instytut Techniki Lotniczej
Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa*

Streszczenie

W pracy wykonano analizę numeryczną drgań własnych skrzydła o konstrukcji półskorupowej. Zastosowano i porównano dwa modele obliczeniowe: uproszczony, sprowadzony do obliczeń kesonu oraz rozszerzony opisujący całą strukturę skrzydła. Zaprezentowano wyniki analizy dla obu schematów na tle badań rezonansowych.

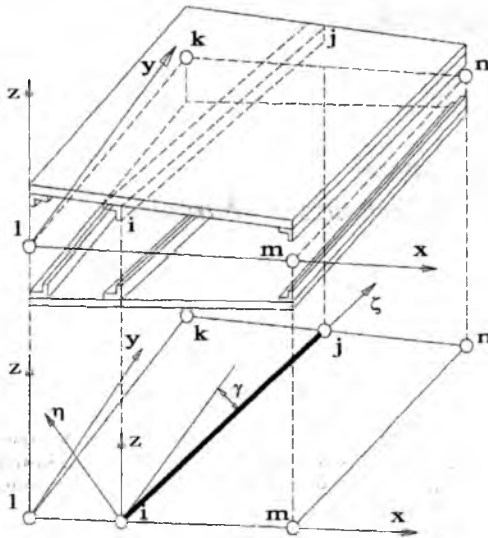
1. Wstęp

Większość współczesnych płatowców wyposażonych jest w skrzydła półskorupowe o wyraźnie wydzielonym elemencie siłowym zwanym kesonem. Keson stanowi powłoka utworzona z wzmocnionego podłużnicami pokrycia, ograniczona przednim i tylnym dźwigarem. W obliczeniach tego typu konstrukcji zakłada się że obciążenia są całkowicie przenoszone przez wymieniony element siłowy. Tym sposobem wymagane obliczenia (statyczne i dynamiczne) zawężone zostają do analizy pracy kesonu [1,2,3,5]. Takie podejście upraszcza model i procedurę obliczeniową w stosunku do modelu w którym cała struktura skrzydła jest traktowana jako układ siłowy [4]. Należy

dodać, że dla przypadku analizy flutterowej powszechnie stosowane są masowo-szywnościowe modele powierzchni nośnej oparte na dyskretyzacji jednowymiarowej (odkształcalna belka), sprowadzonej do dyskretyzacji kesonu [1,3]. W niniejszej pracy podjęto próbę wyznaczenia widma drgań skrzydła przy zastosowaniu schematu kesonowego oraz opisującego całą strukturę skrzydła.

Do analizy zagadnienia własnego wykorzystano dynamiczny model powierzchni nośnej bazujący na metodzie elementów skończonych. Masowo-szywnościowy model odkształcalnego skrzydła zbudowano z elementów „skrzynkowych” wzmocnionych belkami. Element ten został opracowany dla potrzeb zagadnień, które wymagają dwuwymiarowej dyskretyzacji struktury, czego przykładem są powierzchnie nośne o małym wydłużeniu.

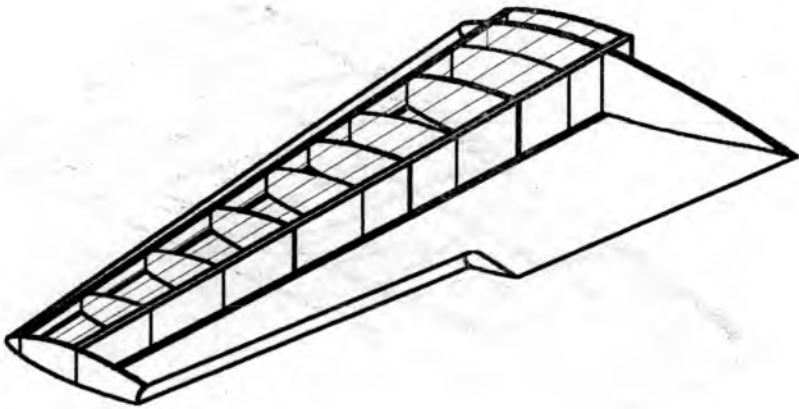
We wspomnianym elemencie (rys.1) jego górna i dolna powierzchnia przedstawia pokrycie. Belki, którymi wzmocniono powierzchnie - podłużnice i pasy dźwigarów. Zmienna grubość elementu pozwala odtworzyć profil lotniczy.



Rys. 1. Skrzynkowy element skończony

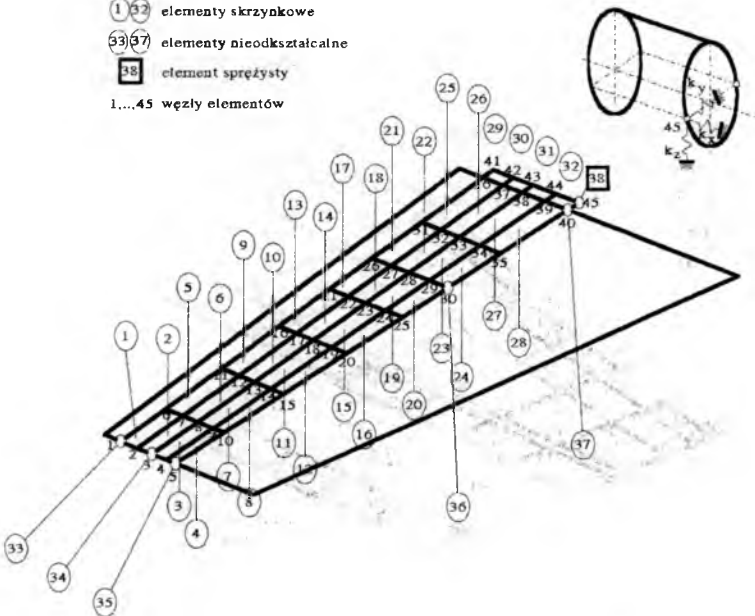
Za pomocą przedstawionego elementu uzupełnionego o elementy nieodkształcalne i sprężyste, szczegółowo opisane w [1,4] wykonano obliczenia zarówno kesonu jak i całej struktury skrzydła.

Analizie poddano półskorupową konstrukcję połówki płata samolotu szkolno-treningowego małym wydłużeniem przedstawioną na rys.2 i 3, o wyraźnie zarysowanym kesonie. Keson (rys.2), ograniczony ściankami przedniego i tylnego dźwigara, tworzą powłoki pokrycia wzmocnione podłużnicami i pasami dźwigarów. Te zakończono

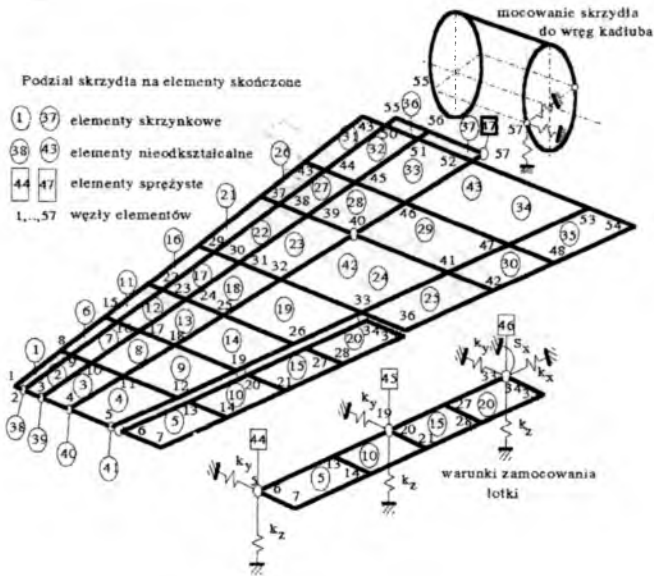
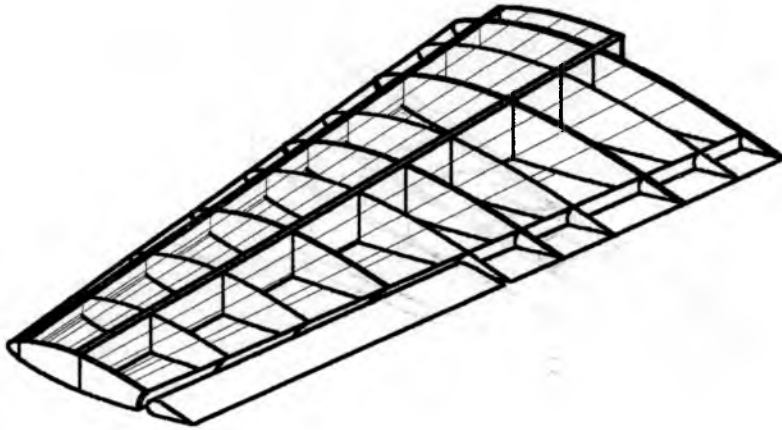


Podział kesonu na elementy skończone

- ① ② elementy skrzynkowe
- ③ ④ elementy nieodkształcalne
- ⑤ element sprężysty
- 1...45 węzły elementów



Rys. 2. Keson skrzydła i jego podział na elementy



Rys. 3. Skrzydło i jego podział na elementy

węzłami, za pomocą których keson, a także całe skrzydło mocowane jest do wręgi siłowych kadłuba. Skrzydło wyposażone jest w lotkę, a do żeber wzmocnionych mocowana jest goleń podwozia.

2. Model obliczeniowy kesonu

Konstrukcję kesonu skrzydła aproksymowano (rys.2) - 32 elementami skończonymi, podłużnice i pasy przedniego i tylnego dźwigara - 40 belkami stanowiącymi integralne elementy skrzynkowe. Pozostałe elementy, nie stanowiące struktury siłowej tj. doczepną końcówkę płata wykonaną z laminatu oraz podwozie, odtworzono - 5 elementami nieodkształcalnymi. Keson, zgodnie z rzeczywistymi warunkami, zamocowano za pomocą węzła przedniego (nr 41) bezpośrednio do wręgi oraz tylnego (nr 45). W konstrukcji tego drugiego zastosowano nietypowe rozwiązanie, mianowicie tylny dźwigar mocowany jest do wręgi pośrednio za pomocą łącznika. Ten węzeł zastąpiono elementem sprężystym o sztywności wspomnianego łącznika. Rysunek 4 ilustruje uzyskane częstotliwości i odpowiadające im postacie drgań.

3. Model obliczeniowy skrzydła

Strukturę całego skrzydła, analogicznie jak w poprzednim przypadku, zamodelowano (rys.3) - 37 elementami skrzynkowymi, podłużnice oraz pasy dźwigarów - 81 belkami. Warunki mocowania skrzydła, przyjęto analogicznie jak uprzednio (węzły 55 i 57). Ponieważ w tym podejściu starano się odwzorować pełną strukturę, lotkę - ruchomą powierzchnię sterową, zamodelowano czterema elementami skrzynkowymi. Sposób jej mocowania do płata zrealizowano w postaci trzech elementów sprężystych o odpowiednio dobranych sztywnościach.

Na rysunku 5 przedstawiono widmo drgań badanego obiektu.

4. Uwagi końcowe

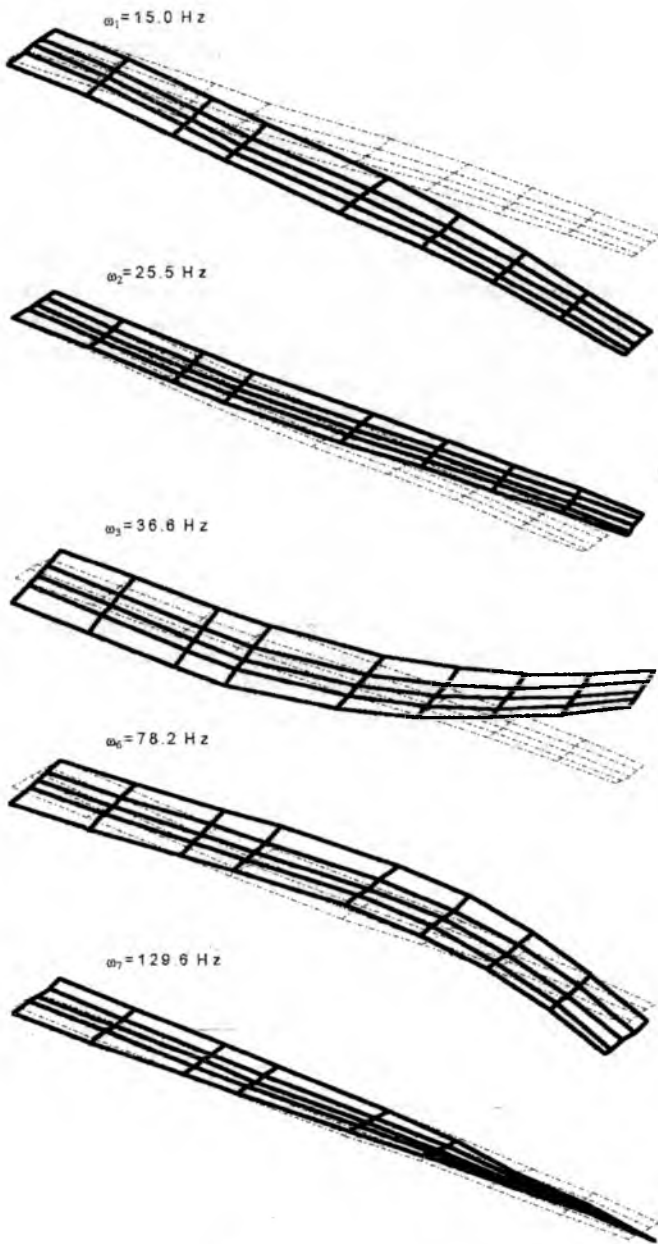
W celu porównania schematów obliczeniowych naniesiono wyniki obliczeń na widmo drgań uzyskane z prób rezonansowych badanego skrzydła (tabela 1).

TABELA 1

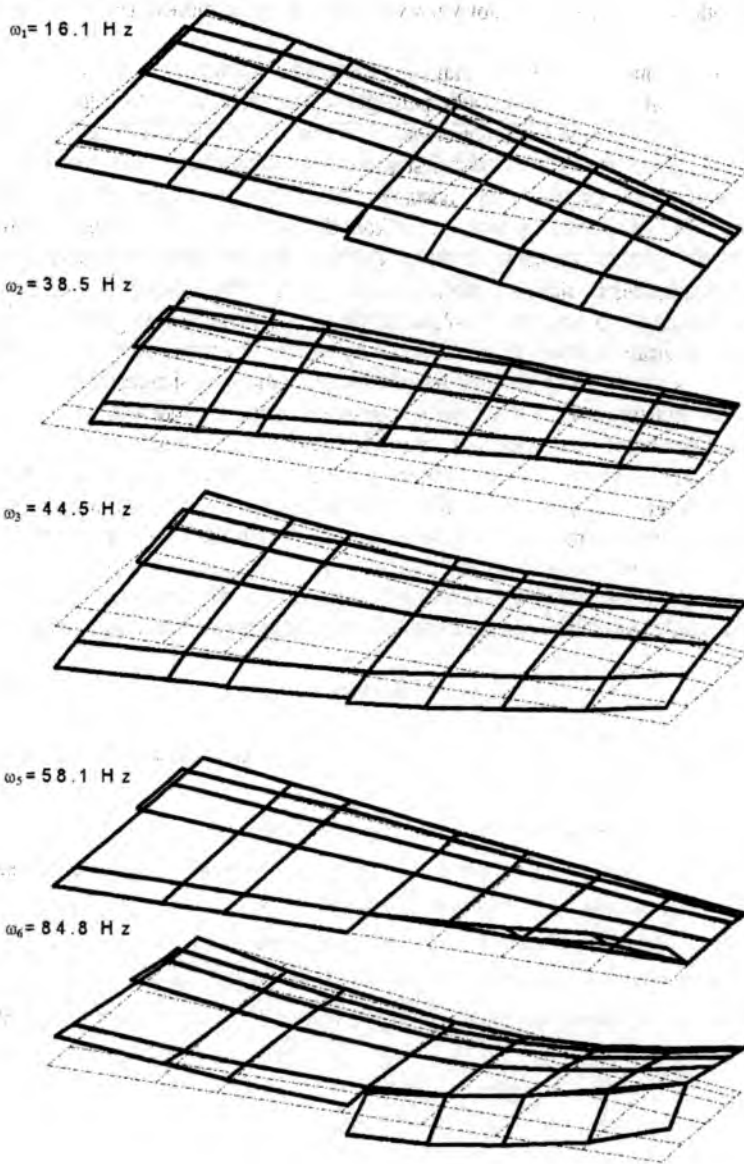
| Lp | badania | | analiza numeryczna | | | postać drgań |
|----|-----------|----------------|--------------------|----------|----------|---------------------------|
| | rezonans. | keson skrzydła | | skrzydło | | |
| | | ω | ω | δ | ω | |
| 1 | 15,9 | 15,0 | 6 | 16,1 | 7 | I - giętna |
| 2 | 37,8 | 25,5 | 25 | 38,5 | 2 | I - giętna w pł. skrzydła |
| 3 | 46,1 | 36,3 | 20 | 44,5 | 4 | I - skrętna |
| 4 | 56,1 | - | - | - | - | II - giętna |
| 5 | 59,2 | - | - | 58,1 | 2 | I - skrętna lotki |
| 6 | 81,6 | 78,2 | 4 | 84,8 | 4 | I - giętno-skrętna |

ω_i [Hz] - częstotliwość drgań własnych,

δ_i [%] - błąd względny, odniesiony do wyników rezonansowych.



Rys. 4. Widmo drgań kesonu skrzydła



Rys. 5. Widmo drgań skrzydła

Jak widać w przypadku obu podejść (rys.4, i 5) nie udało się uzyskać częstości $\omega_4=56,1\text{Hz}$, przedstawiającej drugą postać drgań giętych. Brak postaci odpowiadającej

skręcaniu lotki w schemacie kesonowym wynika z przyjętego modelu (nie odwzorowano lotki).

Wyznaczono względną zmianę częstości w stosunku do wyników prób rezonansowych samolotu. Dla modelu pełnego, opisującego całe skrzydło różnice są nieznaczne ($\delta=2-7\%$). Dla kesonowego, w przypadku częstości odpowiadających pierwszej i szóstej postaci dokładność jest porównywalna. Natomiast znaczne różnice zaobserwowano dla częstości ω_2 tj. postaci przedstawiającej zginanie w płaszczyźnie skrzydła. Ta nietypowa postać jest konsekwencją niedostatecznie sztywnego zamocowania tylnego dźwigara do wręgi kadłuba (poprzez odkształcany łącznik). Duża wartość wskaźnika błędów dla schematu kesonowego $\delta_2=25\%$ wynika z jego istoty, ma on dużo mniejszą sztywność zginania w płaszczyźnie cięciw aniżeli pełna struktura skrzydła. Decydującym parametrem o wielkości sztywności w tym kierunku jest cięciwa (szerokość) kesonu, która jest znacznie mniejsza od cięciwy skrzydła (rys.2). Także częstość ω_3 przedstawiająca skręcanie jest obciążona znacznym błędem.

Wnioskując z uzyskanych rezultatów, wprowadzie ograniczonych do sześciu postaci gdyż tylko tyloma wynikami eksperymentu dysponowano, możemy stwierdzić, że przyjęcie schematu kesonowego od obliczeń może okazać się mało efektywne. Model ten w pewnych nietypowych rozwiązaniach konstrukcyjnych np. takich jak zaprezentowano w niniejszym artykule (niewystarczająco sztywne zamocowanie), może okazać się niewystarczający by określić podstawowe postacie drgań. W skrajnych przypadkach brakująca postać może być istotna, a nawet determinująca powstanie flatteru na skrzydle.

Literatura

- [1] Z. DZYGADŁO, I. NOWOTARSKI, A. OLEJNIK, A discrete model for analysis of natural vibration a deformable aeroplane, *J.Tech. Phys.* **25** (1984).
- [2] H.W. FORSHING, *Grundlagen der Aeroelastik*, Springer-Verlag, Berlin 1974.
- [3] M. NOWAK, *Opracowanie metody i programów obliczeń flatteru samolotu*, Sprawozdanie 1 - metodyka obliczeń flatteru. Praca nr 287/71 wykonana na zlecenie WSK „Delta” w Mielcu. Warszawa, 1972.
- [4] A.OLEJNIK, P. ZALEWSKI, *A model of a deformable aeroplane with a wing of low aspect ratio and movable control surfaces for studying natural vibrations*. *J. Tech. Phys.* **32** (1991), 447-465.
- [5] R. SCANLAN, H. ROSENBAUM, *Introduction to the study of aircraft vibration and flutter*. New York 19551.

SYNTEZA NIELINIOWEGO PRAWA STEROWANIA CZYNNEGO RUCHEM "WING-ROCK"

dr inż. Maria Złocka

ITLiMS Politechnika Warszawska

Streszczenie

Głównym celem pracy jest prezentacja wyników symulacji numerycznej stabilizacji czynnej niestateczności typu "wing rock" (WR). W pracy najpierw przedstawiono model matematyczny tego zjawiska, a następnie scharakteryzowano dwie metody sterowania nieliniowymi układami dynamicznymi. Po przeprowadzeniu ich oceny do syntezy nieliniowego prawa sterowania wytypowano metodę funkcji Lapunowa. Obliczenia wykonano dla samolotu F-16. Stwierdzono, że optymalne sterowanie nieliniowe daje wyniki zbliżone do suboptymalnego sterowania liniowego.

1. Wstęp

Jak wynika z pracy [1] jednym z dwóch sposobów realizacji wymogów taktyki prowadzenia walki powietrznej jest manewrowanie na dużych kątach natarcia. Myśliwce czwartego pokolenia takie jak Su-27, MiG-29, F-16 czy F/A-18 mają z zasady własność supermanewrowości, tzn. mogą latać na kątach natarcia 60-70 stopni. Warto zauważyć, że tzw. obszar manewrów Herbsta [2] w ogóle nie przewidywał możliwości realizacji stanu hipermanewrowości, do jakiego jest zdolny Su-27 (kobry Pugaczowa wykonywana w zakresie kątów natarcia 80 - 120 stopni).

Dynamika lotów manewrowych na dużych kątach natarcia jest wszakże stosunkowo młodą dziedziną dynamiki lotu i, co za tym idzie, na wiele poważnych pytań dotyczących stateczności i bezpieczeństwa lotu nie uzyskano dotąd zadowalającej odpowiedzi. Bierze się to stąd, że cechą główną modelu ruchu samolotu manewrowego jest nieliniowość i dlatego nie mają tu zastosowania dobrze opracowane metody badania dynamiki samolotu konwencjonalnego. Typowym, choć nadal mało znanym społeczeństwu

lotniczej zjawiskiem, jest tzw. *wing rock* (WR). Jest to zjawisko samowzbudne, które wprawdzie występuje już na podkrytycznych kątach natarcia, ale z racji charakteru nieliniowego może stanowić poligon dla badań zjawisk dynamicznych związanych z super- i hiper-manewrowością.

Ponieważ WR jest na ogół zjawiskiem niebezpiecznym, więc pojawia się kolejny problem, jakim jest sterowanie zjawiskiem z natury nieliniowym. Celem pracy jest zaprezentowanie wyników syntezy nieliniowego prawa sterowania czynnego, która została przeprowadzona metodą funkcji Lapunowa. Obliczenia zostały wykonane dla danych samolotu F-16. Do sterowania WR użyto lotek.

2. Budowa modelu matematycznego

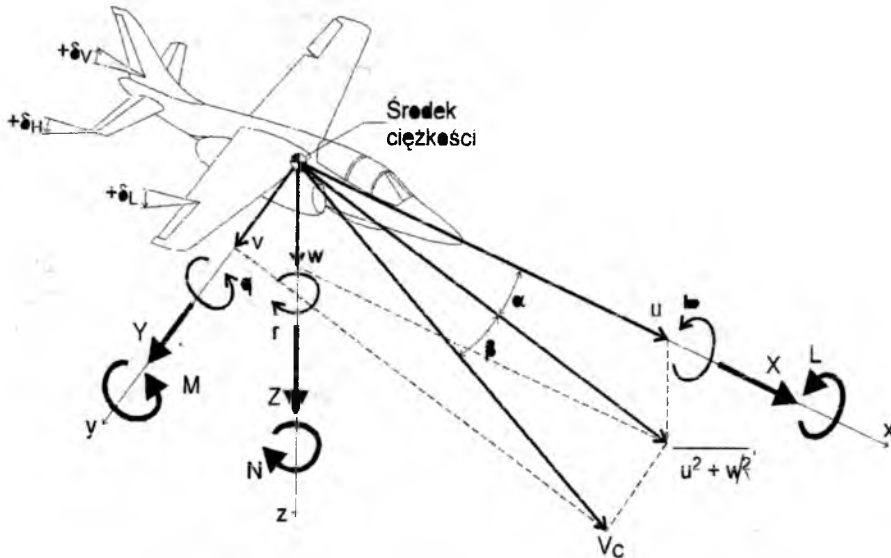
2.1. Model ruchu przestrzennego samolotu nieodkształcalnego

Wykorzystanie techniki sterowania czynnego wymaga znajomości modelu matematycznego obiektu sterowania. Dla celów nin. pracy można przyjąć, że samolot jest modelowany jako ciało sztywne (np. [3]). Pokażemy jak otrzymuje się model stosowany do badań WR z modelu ogólnego, który ma postać

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}(t)), \quad (1)$$

gdzie:

$$\mathbf{X} = [\alpha, \beta, V_C; P, Q, R; \phi, \theta, \psi, h]^T, \quad (2)$$



Rys. 1. Prędkości liniowe i kątowe oraz siły i momenty w układzie samolotu

$$F_1 = Q - (P \cos \alpha + R \sin \alpha) \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{m V_c \cos \beta} (-X \sin \alpha + Z \cos \alpha) + \frac{g}{V_c \cos \beta} (\sin \alpha \sin \theta + \cos \alpha \cos \theta \cos \phi) \quad (3a)$$

$$F_2 = P \sin \alpha - R \cos \alpha + \frac{1}{m V_c} [-(X \cos \alpha + Z \sin \alpha) \sin \beta + Y \cos \beta] + \frac{g}{V_c} (\cos \alpha \sin \beta \sin \theta + \cos \beta \cos \theta \sin \phi - \sin \alpha \sin \beta \cos \theta \cos \phi) \quad (3b)$$

$$F_3 = \frac{1}{m} [(X \cos \alpha + Z \sin \alpha) \cos \beta + Y \sin \beta] + g (\sin \beta \cos \theta \sin \phi - \cos \alpha \cos \beta \sin \theta - \sin \alpha \cos \beta \cos \theta \cos \phi) \quad (3c)$$

$$F_4 = \frac{B-C}{A} QR + \frac{L}{A} \quad (3d)$$

$$F_5 = \frac{C-A}{B} PR + \frac{M}{B} \quad (3e)$$

$$F_6 = \frac{A-B}{C} PQ + \frac{N}{C} \quad (3f)$$

$$F_7 = P + Q \sin \phi \operatorname{tg} \theta + R \cos \phi \operatorname{tg} \theta \quad (3g)$$

$$F_8 = Q \cos \phi - R \sin \phi \quad (3h)$$

$$F_9 = Q \sin \phi \sec \theta + R \cos \phi \sec \theta \quad (3i)$$

$$F_{10} = U \sin \theta - V \sin \phi \cos \theta - W \cos \phi \cos \theta \quad (3j)$$

W wyrażeniach (2) i (3) użyto następujących oznaczeń (pomijamy te, które podane są na rys. 1): θ , ϕ i ψ - odpowiednio, kąt pochylania, przechylenia i odchylenia; h - wysokość lotu; m - masa samolotu; A , B i C - momenty bezwładności samolotu względem osi x , y i z . Przyjęto przy tym, że $I_{xz} = 0$.

Zauważmy, że równanie (1) jest nieliniowe, niezależnie od charakteru obciążeń. Zauważmy także, że równanie to nie zawiera jeszcze sterowania; pojawia się ono dopiero na etapie specyfikowania tych obciążeń.

2.2. Modele ruchu poprzecznego

Mając na uwadze otrzymanie modelu do sterowania WR, zajmiemy się ruchem niesymetrycznym (poprzecznym), bowiem z przeprowadzonych eksperymentów [4] wynika, że WR jest niestacnością, która manifestuje się cyklem granicznym z dominacją kąta przechylenia. Dlatego przyjmujemy, że

$$\alpha = \operatorname{const} = \alpha_s, \quad V_c \cong \operatorname{const} = V_s, \quad Q = 0, \quad \theta = \operatorname{const}, \quad h = \operatorname{const}, \quad (4)$$

gdzie indeks „s” oznacza stan ustalony, tzn. w przypadku ogólnym mamy

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{X}(t) - \mathbf{X}_s \quad (5)$$

Przy tych założeniach wektor stanu (2) redukuje się do postaci

$$\mathbf{x} = [\beta, P, R; \dot{\phi}, \psi]^T \quad (6)$$

Z tego powodu, że wektor (6) zawiera trzy zmienne (β , P i R) opisujące dynamikę samolotu, odpowiedni model nazywamy modelem o trzech stopniach swobody.

Jeżeli chcemy otrzymać prostszy model, często spotykany w literaturze, to musimy jeszcze złożyć dodatkowo, że

$$R = 0. \quad (7)$$

Dopiero takie założenie prowadzi do równań

$$\dot{\beta} \approx P \sin \alpha_s \quad (8)$$

$$A \dot{P} = L \quad (9)$$

$$\dot{\phi} = P, \quad (10)$$

z których można już zbudować model o jednym stopniu swobody.

Po podstawieniu (10) do (8) i scałkowaniu otrzymujemy

$$\beta = \phi \sin \alpha_s, \quad (11)$$

natomiast podstawienie (10) do (9) daje

$$A \ddot{\phi} = L \quad (12)$$

czyli model o jednym stopniu swobody.

2.3. Klasyczny model sterowanego WR

Przez model *klasyczny* będziemy rozumieli model (12) z odpowiednio dobranym momentem przechylającym. Otóż przyjmujemy, że

$$L = \frac{1}{2} \rho V_s^2 S b C_l \quad (13)$$

gdzie: ρ = gęstość powietrza na danej wysokości; S i b = powierzchnia i rozpiętość skrzydła samolotu; C_l = bezwymiarowy współczynnik momentu przechylającego aproksymowany wzorem [5]

$$C_l = C_{lp} \beta + (C_{lp} + C_{lpp} |\beta| + C_{lpp} |P|) P \quad (14)$$

gdzie

$$P = \frac{F \dot{\delta}}{2V_s} \quad (15)$$

jest bezwymiarową prędkością kątową przechylania, a $C_{l\beta}$, ... są pochodnymi aerodynamicznymi względem odpowiednich współrzędnych.

Po podstawieniu wzoru (13) z wykorzystaniem związku (14) do równania (12) otrzymujemy równanie

$$\ddot{\phi} = \frac{\rho V_s^2 S b}{2A} (C_{l\phi} + C_{l\beta} \sin \alpha_s \phi + C_{lp} P + C_{lpp} \sin \alpha_s |\phi| P + C_{lpp} |P| P) \quad (16)$$

skąd mamy ostatecznie równanie WR

$$\ddot{\phi} = a_1 \dot{\phi} + a_2 \phi + a_3 |\dot{\phi}| \dot{\phi} + a_4 |\phi| \dot{\phi}, \quad (17)$$

gdzie

$$a_1 = \frac{\rho V_s^2 S b}{2A} C_{lp} \sin \alpha_s \quad (18a)$$

$$a_2 = \frac{\rho V_s S b^2}{4A} C_{lp} \quad (18b)$$

$$a_3 = \frac{\rho V_s S b^2}{4A} C_{lp\beta} \sin \alpha_s \quad (18c)$$

$$a_4 = \frac{\rho S b^3}{8A} C_{lpp} \quad (18d)$$

Należy podkreślić, że model (17) nie jest kompletny, gdyż nie zostało jeszcze dookreślone sterowanie. Przyjmijmy zatem, że do sterowania WR użyjemy lotek, które generują moment sterując

$$L_s = \frac{1}{2} \rho V_s^2 S b C_{ls} \delta_L \quad (19)$$

Po uwzględnieniu wzoru (19) oraz wprowadzeniu wektora stanu i sterowania w postaci

$$\mathbf{x} = [\phi, P]^T \quad (20)$$

$$\mathbf{u} = \delta_L \quad (21)$$

otrzymujemy model do syntezy nieliniowego prawa sterowania

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathfrak{G}(\mathbf{x}), \quad (22)$$

gdzie

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathfrak{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_3 |\dot{\phi}| P + a_4 |\phi| P \end{bmatrix} \quad (24)$$

przy czym a_1, a_2, a_3, a_4 są dane wzorami (18), natomiast

$$b_1 = \frac{1}{2A} \rho V_s^2 S b C_{ls} \quad (25)$$

Istotą modelu zjawiska WR jest więc nieliniowość manifestująca się wyrazem (24), którego linearyzacja, tak powszechna w klasycznej dynamice lotu, tutaj w ogóle nie wchodzi w rachubę.

3. Charakterystyka nieliniowych metod syntezy

3.1. Określenia

Zapotrzebowanie na nieliniowe metody syntezy zrodziły nie tylko wymagania taktyki prowadzenia walki powietrznej z wykonywaniem manewrów na dużych kątach natarcia. Od wielu lat aktualny jest pogląd o pozytywnym wykorzystaniu działań nieliniowych (zob. p.12-4 w [6]). Według tej opinii działanie nieliniowe zapewnia lepsze sterowanie niż działanie liniowe. Z tego powodu prezentujemy dwie najlepiej znane metody sterowania nieliniowymi układami dynamicznymi. Ich cechą wspólną jest przede wszystkim model dynamiki samolotu, który przyjmujemy w postaci ogólnej

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)). \quad (26)$$

gdzie: $\mathbf{x} = n$ - wymiarowy wektor stanu; $\mathbf{u} = r$ - wymiarowy wektor sterowania.

Na ogół zakłada się, że wszystkie zmienne stanu są dostępne, tzn. dają się zmierzyć, co jest jednak trudne do spełnienia. Na zmienne sterujące nakłada się zwykle pewne warunki dodatkowe (ograniczenia). Sterowanie spełniające te ograniczenia nazywamy sterowaniem *dopuszczalnym*, co symbolicznie zapisujemy w postaci

$$\mathbf{u} \in U, \quad (27)$$

gdzie U jest zbiorem sterowań dopuszczalnych. Przedstawienie techniczne tego samego faktu ma postać

$$u_{\min}^i \leq u^i \leq u_{\max}^i \quad (28)$$

gdzie u_{\min} oraz u_{\max} są wartościami z góry danymi.

Ponadto formuluje się jeszcze tzw. *wskaźnik jakości* (funkcja celu, kryterium optymalności). Do najczęściej spotykanych należy wskaźnik typu całkowitego

$$I = \int_{t_0}^{t_k} \varphi(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt, \quad (29)$$

gdzie φ jest funkcją skalarną, zwaną funkcją strat chwilowych, natomiast t_k oznacza czas trwania procesu (w przypadku szczególnym " $t_k = \infty$ ").

Podstawową definicją teorii sterowania jest definicja sterowania *optymalnego*: jest to takie sterowanie dopuszczalne, które ekstremalizuje wskaźnik (29) i spełnia równanie stanu (26). Dla nas ważniejsza jest jednak definicja *syntezy regulatora*: jest to zagadnienie polegające na wyznaczeniu zależności sterowania optymalnego \mathbf{u}^* od wektora stanu \mathbf{x} , tzn.

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^*(\mathbf{x}), \quad (30)$$

która umożliwi realizację sterowania optymalnego w układzie zamkniętym.

Zagadnienie takie nazywać będziemy także *syntezą prawa sterowania*. Gdy tylko daje się to osiągnąć, to mówimy, że sterowanie optymalne jest *zsyntezowane*. Z kilku metod wyznaczania sterowania [7] wybrano tylko te, którym można nadać walor syntezy.

Aby to zrobić trzeba jeszcze sformułować *cel sterowania*: nie jest nim, wbrew temu co się zwykle pisze, ekstremalizacja wskaźnika jakości (29). Z punktu widzenia dynamiki lotu przede wszystkim istotne jest wykonanie pewnego zadania. W nin. pracy polega ono na stabilizacji zadanego stanu lotu. Wówczas $t_k \rightarrow \infty$, natomiast funkcję podcalkową φ wybiera się zwykle w postaci

$$\varphi = \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}. \quad (31)$$

gdzie $\mathbf{Q} \geq 0$ i $\mathbf{R} > 0$ są macierzami wagowymi (danymi z góry).

3.2. Zasada maksimum Pontriagina

Niech dynamika lotu samolotu będzie opisana modelem w postaci (26). Z wielu wariantów sformułowania zagadnienia (zob.p.4.3 w [8]) wybieramy ten, który najlepiej odpowiada celowi sterowania - tutaj jest nim stabilizacja, którą można opisać w ten sposób:

*stan początkowy zadany: $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ (32)

*stan końcowy zadany: $\mathbf{x}(t_k \rightarrow \infty) = \mathbf{0}$ (33)

Formułujemy zatem następujące zagadnienie: należy wyznaczyć takie sterowanie \mathbf{u} , które przeprowadza samolot ze stanu (32) do stanu (33) oraz spełnia przy tym równanie (26) i minimalizuje wskaźnik (29).

W metodzie Pontriagina wprowadza się funkcję skalarną H , zwaną *hamiltonianem*, która jest zdefiniowana zależnością

$$H = H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \Psi) = -\varphi + \mathbf{f}^T \Psi \quad (34)$$

gdzie: φ - funkcja strat chwilowych (zob. wskaźnik (29)); \mathbf{f} - wektor prędkości zmian stanu, będący prawą stroną równania (26); Ψ - sprzężony wektor stanu, który jest rozwiązaniem równania różniczkowego

$$\dot{\Psi} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}} \Psi \quad (35)$$

Po wykorzystaniu definicji hamiltonianu (34), równanie (26) można przedstawić w postaci

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial H}{\partial \Psi} = \mathbf{f} \quad (36)$$

Równania (35) i (36) nazywamy *równaniami Hamiltona-Pontriagina*.

Zasada maksimum głosi, że sterowanie optymalne nadaje hamiltonianowi (34) wartość maksymalną. Realizacja tego warunku jest najbardziej kłopotliwym etapem wyznaczania sterowania. Jeżeli jednak na sterowanie nie narzuca się ograniczeń typu (28), to sterowanie można wyznaczyć z warunku

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (37)$$

Jeżeli skorzystamy teraz z modelu WR (22), to warunek (37) dla zależności (31) daje wzór na sterowanie

$$\mathbf{u} = \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \Psi \quad (38)$$

w którym nieznaną wielkością jest wektor sprzężony zdefiniowany przez równanie (35); dla modelu (22) przybiera ono postać

$$\dot{\Psi} = \mathbf{Q}\mathbf{x} - \left(\mathbf{A}^T + \frac{\partial \mathcal{J}^T}{\partial \mathbf{x}} \right) \Psi \quad (39)$$

Po rozwiązaniu tego równania (nieliniowego !) sterowanie optymalne wyznaczamy ze wzoru (38).

3.3. Metoda funkcji Lapunowa

Niech dynamika lotu samolotu będzie opisana modelem w postaci (26). Formułujemy od razu zagadnienie stabilizacji optymalnej (choć metoda dopuszcza sformułowanie zagadnienia stabilizacji „zwykłej”): należy wyznaczyć takie sterowanie \mathbf{u} , które nie tylko minimalizuje wskaźnik jakości (29) i spełnia równanie (26), ale przede wszystkim zapewnia stateczność asymptotyczną położenia równowagi dynamicznej, tzn. realizuje warunek (zob. str. 288 w [9])

$$\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{0} \text{ przy } t_k \rightarrow \infty \quad (40)$$

Synteza prawa sterowania opiera się na koncepcji funkcji Lapunowa wywodzących się z bezpośredniej metody Lapunowa badania stateczności. Kluczową rolę w obu sformułowaniach odgrywa wielkość skalarna $V = V(\mathbf{x})$ zwana *funkcją Lapunowa*.

Podstawy matematyczne metody funkcji Lapunowa zostały przedstawione w pracy [10]; sprowadzają się one do korzystania z układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi V i \mathbf{u} :

$$(\text{grad } V)^T \bullet \mathbf{f} + \phi = 0. \quad (41)$$

$$(\text{grad } V)^T \bullet \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} + \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{u}} = 0, \quad (42)$$

gdzie \mathbf{f} oznacza prawą stronę równania stanu (26), a wielkość ϕ jest funkcją podcałkową we wskaźniku jakości (29).

Zauważmy teraz, że dzięki postaci równania (22) i wyborowi (31) z równania (42) otrzymujemy od razu wzór na sterowanie

$$\mathbf{u} = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \text{grad } V \quad (43)$$

Po podstawieniu wzoru (43) do równania (41) otrzymujemy równanie

$$(\text{grad } V)^T \mathbf{A}\mathbf{x} - \frac{1}{4} (\text{grad } V)^T \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \text{grad } V + (\text{grad } V)^T \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}) + \mathbf{x}^T \mathbf{Q}\mathbf{x} = 0 \quad (44)$$

do wyznaczenia funkcji Lapunowa. Po jego rozwiązaniu i sprawdzeniu warunku ujemnej określoności pochodnej funkcji Lapunowa, optymalne sterowanie stabilizujące wyznaczamy ze wzoru (43).

3.4. Wybór metody

Do syntezy nieliniowego prawa sterowania wytypowano metodę funkcji Lapunowa, a zadecydowały o tym następujące względy:

Duży kłopot w stosowaniu zasady maksimum Pontriagina sprawia rozwiązywanie równania (39). Próba jego rozwiązania za pomocą znanej w „literaturze nieliniowej” metody Kryłowa-Bogoliubowa [11] doprowadziła mianowicie do bardzo zawiłych zależności. Gdyby się nawet ta próba powiodła, to pojawiłby się kolejny kłopot, a mianowicie sprawdzenie czy wyznaczone sterowanie ma charakter stabilizujący.

Za wyborem metody funkcji Lapunowa przemawia także fakt, że ostatnio pojawiły się prace (np. [12]), w których stosuje się metodę sterowania adaptacyjnego, a ważnym ich elementem są właśnie funkcje Lapunowa.

4. Prawo sterowania ruchem WR

Jak było pokazane w p. 3.3., metoda funkcji Lapunowa daje wzór (43). Aby zeń skorzystać trzeba dysponować funkcją Lapunowa, czyli rozwiązać równanie (44). Do uzyskania rozwiązania przybliżonego tego równania zastosowano metodę szeregów potęgowych omówioną w pracy [10]. W rozważanym przypadku sprowadza się ona do poszukiwania funkcji Lapunowa w postaci

$$V(\mathbf{x}) = \sum_{n=2}^{\infty} V_n(\mathbf{x}) \quad (45)$$

gdzie V jest formą jednorodną n -tego stopnia względem zmiennych stanu i przy tym bez wyrazów liniowych. W pracy [13] wzięto pod uwagę formy jednodne stopnia drugiego i trzeciego

$$V = p_{11} \phi^2 + 2p_{12} \phi P + p_{22} P^2 + C_1 \phi^3 + C_2 \phi^2 P + C_3 \phi P^2 + C_4 P^3 \quad (46)$$

gdzie współczynniki p_{11}, \dots, C_4 podlegają wyznaczeniu.

Po podstawieniu wyrażenia (46) do równania (44) oraz porównaniu wyrazów przy odpowiednich kombinacjach współrzędnych stanu, można otrzymać układ równań do wyznaczenia poszukiwanych współczynników (zob. rozdz. 4 w [13]). Układ ten daje się rozwiązać analitycznie w wyniku czego sterowanie stabilizujące ruch WR można przedstawić w postaci

$$u = -\frac{b_1}{2r} \left(p_{12} \phi + p_{22} P + C_3 \phi P + \frac{3}{2} C_4 P^2 \right) \quad (47)$$

gdzie współczynniki p_{12} i p_{22} wyznacza się z równań (48) i (49)

$$\frac{b_1^2}{r} p_{12}^2 - 2a_1 p_{12} - q_1 = 0 \quad (48)$$

$$\frac{b_1^2}{r} p_{22}^2 - 2a_2 p_{22} - 2p_{12} - q_2 = 0 \quad (49)$$

natomiast współczynniki C_3 i C_4 - z układu równań (50)

$$2 \left(a_2 - \frac{b_1^2}{r} p_{22} \right) C_3 + \left(3a_1 - \frac{3b_1^2}{r} p_{12} \right) C_4 = -2a_2 p_{22} \operatorname{sgn}(\phi) - 2a_1 p_{12} \operatorname{sgn}(P) \quad (50a)$$

$$C_3 + 3 \left(a_2 - \frac{b_1^2}{r} p_{22} \right) C_4 = -2a_1 p_{22} \operatorname{sgn}(P) \quad (50b)$$

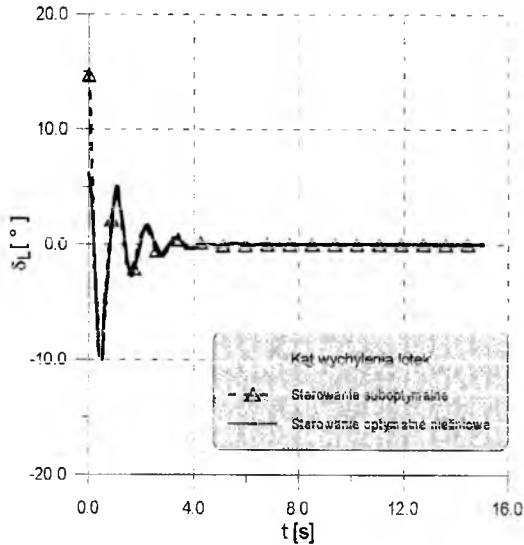
Wyniki obliczeń dla samolotu F-16 przedstawiono na rys. 2,3 i 4. Wykorzystano przy tym zależność

$$|(\bullet)| = (\bullet) \operatorname{sgn}(\bullet) \quad (51)$$

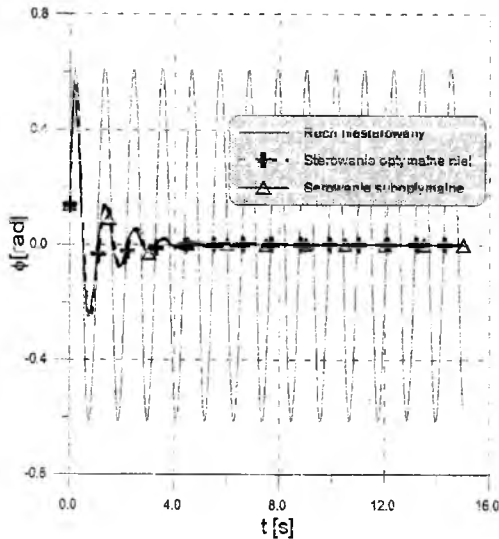
oraz przyjęto następujące elementy macierzy wagowych (zob.(31))

$$q_1 = 1, q_2 = 1, r = 1. \quad (52)$$

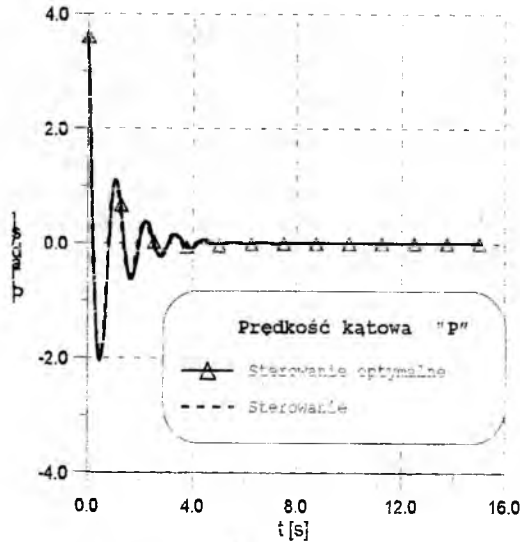
Przebieg funkcji Lapunowa przedstawiono na rys. 5, z którego wynika, że spełnia ona wymagane własności.



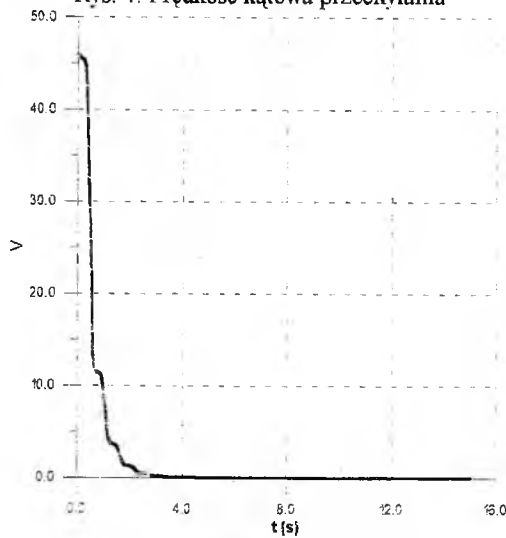
Rys. 2. „Praca” lotek



Rys. 3. Kąt przechylenia



Rys. 4. Prędkość kątowna przechylenia



Rys. 5. Przebieg funkcji Lapunowa

5. Wnioski

1. Dzięki zastosowaniu metody funkcji Lapunowa w postaci form jednorodnych względem współrzędnych stanu uzyskano sterowanie zsyntezowane w postaci analitycznej.
2. Obliczenia nie potwierdziły spodziewanych korzyści ze sterowania nieliniowego: stwierdzono, że optymalne sterowanie nieliniowe daje wyniki zbliżone do suboptymalnego sterowania liniowego, czyli cały ciężar sterowania spoczywa na sterowaniu liniowym.

3. Należy kontynuować prace nad metodą funkcji Lapunowa, a w szczególności w celu zapewnienia wymaganych własności samej funkcji już na etapie jej budowy.
4. Należy podjąć badania podstawowe, aby odpowiedzieć na pytanie czy równowartość suboptymalnego sterowania liniowego jest tylko specyfiką ruchu WR, czy też jest to pewna prawidłowość dla szerszej klasy modeli nieliniowych.
5. Rzeczą celową i interesującą jest porównanie metody funkcji Lapunowa z omówioną w p. 3.2 zasadą maksimum Pontriagina, a także poszukiwanie innych metod syntezy nieliniowego prawa sterowania.

Literatura

1. SAMOJŁOWICZ O.S. „Konfiguracje aerodynamiczne współczesnych i przyszłych pościgowców”, Maszynopis wykładu w maju 1996r. na Wydz.MEiL PW (w j.ros.);
2. HERBST W.B. „Future Fighter Technologies”, J.of Aircraft 1980, Vol.17, No.8, pp.561-566;
3. MARYNIAK J. „Ogólny model symulacji samolotu”, Zespół N-B DOR. ITLiMS PW. Sprawozdanie nr 141/85, Warszawa 1985;
4. ARENA A.S. JR., NELSON R.C. „Experimental Investigations on Limit Cycle Wing Rock of Slender Wings”. J.of Aircraft, Vol.31 1994, No.5, pp. 1148-1155;
5. HSU C.H., LAN C.E. „Theory of Wing Rock”, J.of Aircraft 1985, Vol.22, No.10, pp.920-924;
6. TAKAHASHI Y. et al. „Sterowanie i systemy dynamiczne”, WN-T, Warszawa 1976;
7. PIETRUCHA J. „Zastosowanie metod teorii sterowania do modyfikacji własności dynamicznych układów mechanicznych”, Dodatek do materiałów Szkoły PTMTiS „Sterowanie w mechaniczności”, Warszawa 1987;
8. KACZOREK T. „Teoria sterowania”, t.2, PWN, Warszawa 1981;
9. GUTOWSKI R. „Równania różniczkowe zwyczajne”, WN-T, Warszawa 1971;
10. PIETRUCHA J., ZŁOCKA M. „Aspekty teoretyczne metody funkcji Lapunowa do syntezy nieliniowego prawa sterowania samolotem”, Mechanika w Lotnictwie "ML-VI" (Red J.Maryniak), str.441-457, PTMTiS, Warszawa 1995;
11. BOGOLIUBOV N.N., MITROPOLSKI J.A. „Asymptotic Methods in Theory of Nonlinear Oscillations” (w j.ros.), Moskwa, 1958;
12. SINGH S.N. et al. „Direct Adaptive and Neural Control of Wing-Rock Motion of Slender Delta Wings”, J.of Guidance, Control & Dynamics, 1995, Vol.18, No.1, pp.25-30;
13. PIETRUCHA J., ZŁOCKA M. „Zastosowanie metody funkcji Lapunowa do sterowania zjawiskiem wing rock”, ZN Katedry Mech. Tech. Pol. Śl., z.2, s. 193-196.

WŁASNOŚCI DYNAMICZNE PRZESTRZENNEGO RUCHU SAMOLOTU I ICH WRAŻLIWOŚĆ NA UPRASZCZAJĄCE ZMIANY MODELU

dr inż. Maria Złocka

ITLiMS Politechnika Warszawska

Streszczenie

W pracy przedstawiono metody badania własności dynamicznych ruchu samolotu podczas wykonywania manewrów i figur akrobacyjnych przez zastosowanie symulacyjnej techniki komputerowej. Do oceny przestrzennego manewrowego ruchu, dla przyjętego modelu zdefiniowano wybrane własności dynamiczne. Zastosowano w tym celu między innymi teorię wrażliwości. Teorię tę wykorzystano również do wyznaczenia wpływu przyjmowanych uproszczeń w modelach ruchu stosowanych do syntezy praw sterowania. Stwierdzono między innymi, że uproszczenia w istotny sposób ograniczają możliwości stosowania poszczególnych praw sterowania.

1. Wstęp

Ruchowi samolotu w atmosferze towarzyszy wiele skomplikowanych zjawisk i modele ruchu samolotu w zależności od celu pracy są budowane przy uwzględnieniu założeń upraszczających. Dotyczą one przede wszystkim stopni swobody, opływu i postaci sił działających na samolot, dynamiki serwomechanizmu. Modele stosowane do syntezy praw sterowania podlegają uproszczeniom, które w dużej mierze zależą od metody syntezy. Wszystkie modele muszą być dodatkowo upraszczane jeżeli obliczenia mają być wykonane w rzeczywistym czasie ruchu samolotu. Istotnym problemem staje się wyznaczenie wpływu zmian strukturalnych i parametrycznych modelu na badanie własności dynamicznych ruchu. W niniejszej pracy do badania wpływu zmian modelu zaproponowano zastosowanie teorii wrażliwości.

2. Model ruchu przestrzennego

2.1 Założenia przyjęte w modelu

Standardowy model fizyczny dla przypadku lotu manewrowego obejmuje następujące założenia:

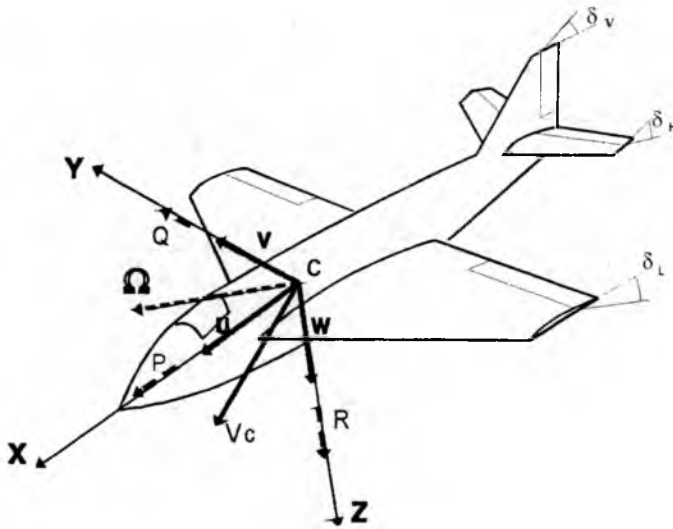
- masa, momenty bezwładności, środek masy samolotu są znaną funkcją ilości paliwa, a w szczególnych przypadkach są stałe;
 - samolot ma pionową płaszczyznę symetrii geometrycznej i masowej;
 - ciąg leży w płaszczyźnie symetrii;
 - pomijane są efekty giroskopowe;
 - samolot jest nieodkształcalny;
 - początek samolotowego układu odniesienia, sztywno związanego z samolotem, pokrywa się ze środkiem masy samolotu;
 - pominięte są efekty wiatru i turbulencji;
 - opływ jest quasistacjonarny;
 - postać statycznych współczynników sił aerodynamicznych nie jest bardziej skomplikowana niż to wynika z pomiarów tunelowych;
 - sterowanie lotem odbywa się przez zmianę położenia powierzchni sterowych i zmianę ciągu.
 - wychylenie powierzchni sterowych jest ograniczone i dokładnie mierzalne;
 - ograniczona jest również prędkość wychyleń powierzchni sterowych.
- W przypadku badania stateczności ruchu zaburzonego od stanu ustalonego zakłada się dodatkowo, że zmiany parametrów ruchu liniowo wpływają na siły i momenty aerodynamiczne.

2.2 Przyjmowane układy odniesienia

W celu wyprowadzenia równań ruchu samolotu na ogół przyjmowane są dwa rodzaje układów współrzędnych: układ inercjalny i układy nieinercjalne związane z samolotem. Układ inercjalny kartezjański i prawoskrętny związany jest z Ziemią, którą traktuje się jako płaską i której ruchu nie uwzględnia się. Układy nieinercjalne to najczęściej kartezjański układ sztywno związany z samolotem (rys.1), zwany dalej "dynamicznym", kartezjański układ związany z opływem, w którym określone są "statyczne" współczynniki aerodynamiczne, kartezjański układ grawitacyjny o jednej osi równoległej do osi układu inercjalnego. Położenia między układami określone są za pomocą kątów Eulera Ψ, Θ, Φ i kątów natarcia α i ślizgu β , które są zdefiniowane jako:

$$\alpha = \arctan \left(\frac{W}{U} \right), \quad -\pi \leq \alpha \leq \pi, \quad \beta = \arcsin \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad -\pi \leq \beta \leq \pi.$$

Występujące we wzorach wielkości U, V, W są współrzędnymi wektora prędkości samolotu $\mathbf{V}_0 = [U, V, W]^T$ w układzie samolotowym.



Rys. 1. Układ współrzędnych sztywno związany z samolotem

2.3 Równania ruchu samolotu w locie przestrzennym

Dynamiczne równania ruchu przestrzennego w przypadku ogólnym wyprowadzone są zwykle przy zastosowaniu równania Boltzmanna-Hamela [4]. Równania te są nieliniowe o następującej postaci wektorowej:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (1)$$

do której w przypadku sterowania czynnego i identyfikacji należy dołączyć równanie wyjścia

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (2)$$

W powyższych równaniach \mathbf{x} jest wektorem stanu, a \mathbf{u} wektorem sterowania. Wektor stanu w równaniu (1) zależy od uwzględnianych dodatkowych stopni swobody (np. ruch powierzchni sterowych), od układu, w którym wyprowadzone są dynamiczne równania ruchu, jak również od równania wyjścia. W układzie samolotowym, dla samolotu sztywnego w ruchu przestrzennym realizującym korkociąg ma postać:

$$\mathbf{x} = (U, V, W, P, Q, R, \Theta, \Phi, \Psi, h)^T,$$

w której P, Q, R są współrzędnymi wektora prędkości kątowej samolotu Ω , a h jest wysokością lotu.

Wektor prawych stron równania (1) ma postać:

$$f_1 = -QW + RV + \frac{X}{m}, \quad f_2 = -RU + PW + \frac{Y}{m}, \quad f_3 = -PW + QU + \frac{Z}{m} \quad (3)$$

$$f_4 = \left(\frac{J_x - J_z}{J_x} - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z} \right) \frac{QR}{D} + \left(1 - \frac{J_y - J_x}{J_z} \right) \frac{J_{xz} PQ}{J_x D} + \frac{L}{J_x D} + \frac{J_{xz} N}{J_x J_z D}$$

$$f_5 = \frac{M}{J_y} + \frac{J_z - J_x}{J_y} QP + \frac{J_{xz}}{J_y} (R^2 - P^2) \quad (3)$$

$$f_6 = \left(\frac{J_{xz}^2}{J_x J_z} - \frac{J_y - J_x}{J_z} \right) \frac{PQ}{D} + \left(\frac{J_y - J_z}{J_x} - 1 \right) \frac{J_{xz} QR}{J_z D} + \frac{J_{xz} L}{J_x J_z} + \frac{N}{J_z D}$$

$$\begin{bmatrix} f_7 \\ f_8 \\ f_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \Phi \tan \Theta & \cos \Phi \tan \Theta \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 0 & \sin \Phi \sec \Theta & \cos \Phi \sec \Theta \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix},$$

$$f_{10} = U \sin \Theta - V \sin \Phi \cos \Theta - W \cos \Phi \cos \Theta$$

gdzie:

$$D = 1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}, \quad X = F_x - mg \sin \Theta + T_x, \quad Y = F_y + mg \cos \Theta \sin \Phi,$$

$$Z = F_z + mg \cos \Theta \cos \Phi + T_z.$$

F jest wektorem sił aerodynamicznych, $M = [L, M, N]^T$ jest momentem aerodynamicznym,

m jest masą samolotu, g przyspieszeniem ziemskim, $T = [T_x, 0, T_z]^T$ ciągiem, J_x, J_z ... są momentami bezwładności.

Wektor sterowania dla samolotów o klasycznym sterowaniu można przedstawić jako:

$\mathbf{u} = [\delta_H, \delta_L, \delta_V, \delta_T]^T$, gdzie występują kolejno kąt wychylenia steru wysokości, kąt wychylenia lotek, kąt wychylenia steru kierunku, kąt otwarcia przepustnicy.

W przypadku uwzględnienia dynamiki serwomechanizmów i dynamiki silnika układ (5) zwiększa o dodatkowe równania [3,5] pierwszego lub drugiego rzędu typu:

$T\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{u} = \mathbf{u}_z$ w którym T macierzą stałych czasowych, a \mathbf{u}_z wektorem zadanych wartości na wejściach serwomechanizmów. Równanie opisujące dynamikę silnika ma postać równania drugiego rzędu [4,9]:

$$\ddot{\delta}_T = k_1 \dot{\delta}_T + k_2 \delta_T + k_3 \delta_{T_z}, \quad \text{w którym } k_1 - k_3 \text{ są}$$

parametrami silnika, w przypadku ogólnym zależne od parametrów lotu. Spotykana jest również postać równania pierwszego rzędu:

$$\dot{\delta}_T = -\frac{1}{\tau_e} (\delta_T - \delta_{T_z}), \quad \text{w którym } \tau_e \text{ jest stałą}$$

czasową.

2.4 Siły i momenty aerodynamiczne

Wyznaczenie sił i momentów aerodynamicznych działających na samolot jest istotnym problemem, ponieważ zależą one w skomplikowany sposób od kształtu samolotu, kątów natarcia i ślizgu, prędkości kątowej, prędkości opływu (liczby Macha), wychylenia powierzchni sterowych. Opracowane do tej pory metody (teoretyczne i doświadczalne) nie wyznaczają dokładnie tych sił dla dowolnego przestrzennego ruchu samolotu. W przypadku lotu manewrowego, dla Macha < 0.5 stosuje się metodę superpozycji w myśl, której siłę X można przedstawić:

$$X = -mg \sin \Theta + X_s(\alpha, \beta) + \sum_j X_{\delta_j}(\alpha, \beta) \delta_j + X_p(\alpha, \beta) P + \\ + X_Q(\alpha, \beta) Q + X_R(\alpha, \beta) R + X(\alpha, \beta)_{PQ} PQ + X(\alpha, \beta)_{PP} P^2 + \dots + T_x \quad (4)$$

Siła określona równaniem liniowo zależy od kątów wychyleń powierzchni katowych i nieliniowo od współrzędnych wektora stanu. Jest to tradycyjne uproszczenie równań ruchu chociaż, jak wykazano [8] wyższe pochodne sił aerodynamicznych liczone względem kątów wychyleń powierzchni sterowych istnieją.

3. Uproszczenia modelu ruchu

Symulacja przestrzennego lotu manewrowego wymaga syntezy prawa sterowania. Modele ruchu samolotu stosowane do syntezy praw sterowania wymagają uproszczenia równia (1) zależnie od metody syntezy. Po uwzględnieniu postaci siły przedstawionej równaniem (4) uproszczone dynamiczne równanie ruchu można przedstawić:

$$\dot{x} = g(x) + B(x) u \quad (5)$$

W dalszym ciągu współrzędne wektora g i elementy macierzy B są nieliniowymi funkcjami współrzędnych wektora stanu x .

Dalszym uproszczeniem równania (5) stosowanym przy wyznaczaniu więzów programowych i w metodzie nieliniowej dynamiki odwrotnej [1,2,5], jest założenie, że wychylenia powierzchni sterowych wpływają tylko na momenty aerodynamiczne.

Znacznie większe uproszczenia równania (1) potrzebne są w zagadnieniu stabilizacji. Zagadnienie to rozwiązywane metodą Kalmana-Letowa wymaga założenia opływu stacjonarnego i lincaryzacji modelu ruchu do postaci:

$$\dot{z} = Az + Bv \quad (6)$$

gdzie: $z = x(t) - x_s$, $v = u(t) - u_s$, $A = \left. \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right|_{x_s, u_s}$,

x_s, u_s - parametry lotu ustalonego.

Model taki prowadzi do syntezy regulatora liniowego.

W przypadku syntezy nieliniowego regulatora optymalnie stabilizującego ruch samolotu [7] wykorzystuje się twierdzenie Krasowskiego i poszukuje się funkcji

Lapunowa. Jedną z metod poszukiwania funkcji Lapunowa, zaproponowaną przez Zubowa [10], wymaga przekształcenia równania (5) do postaci:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Az} + \mathbf{Bv} + \sum_{n=2}^N \Phi_n(\mathbf{z}), \quad (7)$$

gdzie współrzędne wektorów Φ_n są jednorodnymi formami n -tego stopnia. Na przykład współrzędna Φ_{12} ma postać

$\Phi_{12} = c_1^{11} z_1^2 + c_1^{12} z_1 z_2 + \dots + c_1^{1k} z_1 z_k$, gdzie: $c_1^{11}, c_1^{12}, \dots$ - stałe współczynniki.

W podobnej postaci przedstawiane są również siły i momenty aerodynamiczne w nieliniowej dynamice odwrotnej [5].

3. Wrażliwość własności dynamicznych na zmiany modelu ruchu

Tradycyjnie badanymi własnościami ruchu są przeciążenie, stateczność i sterowność. Wielkości służące do oceny wspomnianych własności są określane dla ruchu ustalonego lub dla małych zaburzeń od ruchu ustalonego. Dla lotu manewrowego przeciążenie zostaje przedstawione w następującej postaci wektorowej:

$$n_x = \frac{1}{mg} (F_x + T_x), \quad n_y = \frac{1}{mg} F_y, \quad n_z = \frac{1}{mg} (F_z + T_z). \quad (8)$$

Zgodnie z powyższym stan nieważkości występuje gdy wszystkie współrzędne wektora są równe zero. przykładowy wpływ uproszczenia, w którym zakłada się, że siły aerodynamiczne zależą tylko od współrzędnych wektora stanu $\mathbf{F} \approx \mathbf{F}(\mathbf{x})$, przedstawia rys.2.

Uproszczenie to prowadzi również do ilościowych różnic przyjętych dla ruchu manewrowego wielkości definiujących sterowność jako:

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \delta_i} = \frac{1}{mg} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathfrak{g}_i + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \delta_i}, \quad (i = H, L, V), \quad (9)$$

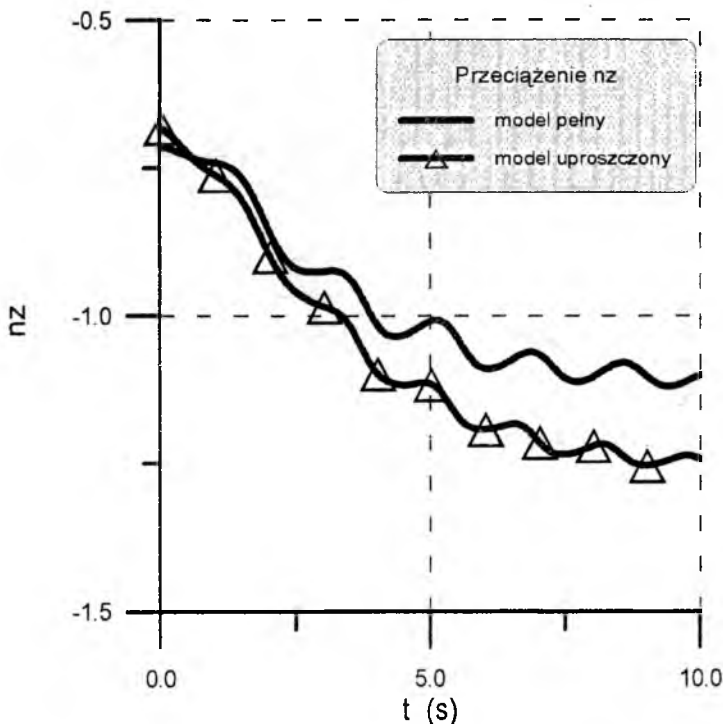
gdzie: \mathbf{n} - wektor przeciążenia, \mathbf{F} - siła aerodynamiczna, \mathbf{T} - siła ciągu, δ_i - kąt wychylenia powierzchni sterowej, $\mathfrak{g}_i = \partial \mathbf{x} / \partial \delta_i$ - wektor funkcji wrażliwości. Funkcje wrażliwości są rozwiązaniem równań wrażliwości o postaci:

$$\dot{\mathfrak{g}}_j = \mathbf{D} \mathfrak{g}_j + \mathbf{w}_j, \quad \mathfrak{g}_j = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \delta_j}, \quad \mathfrak{g}_j(0) = \mathbf{c}_v, \quad (10)$$

gdzie elementy macierzy \mathbf{D} są następujące:

$$d_{kl} = \frac{\partial g_k}{\partial x_l} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial b_{ki}}{\partial x_l} \cdot u_i(t), \quad (k, l = 1 \dots n),$$

wektor $\mathbf{w}_j = \mathbf{b}_j$ jest odpowiednią kolumną macierzy \mathbf{B} , a wektor \mathbf{c}_v jest wektorem wartości stałych.



Rys.2 Wpływ uproszczenia modelu na przeciążenie

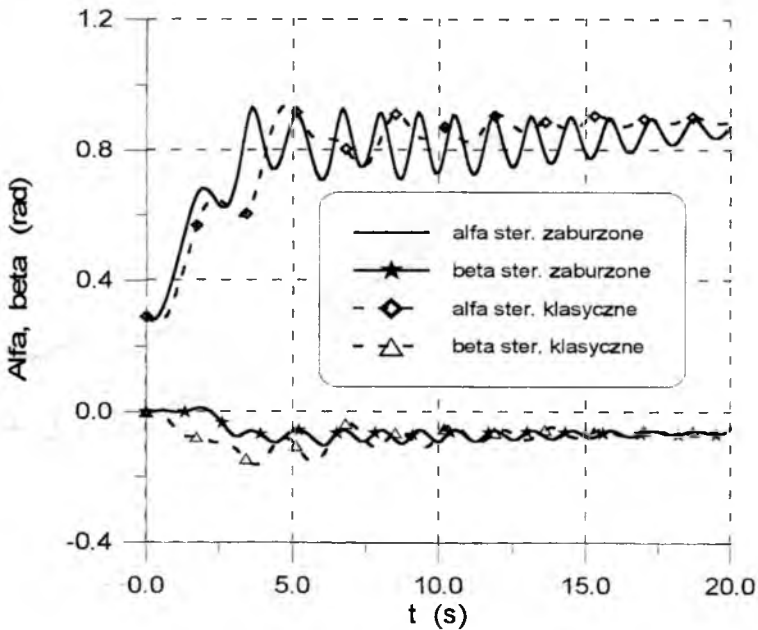
Ostatnią omawianą własnością dynamiczną jest stateczność ruchu. Pojęcia stateczności np. w sensie Lapunowa i w sensie Lagrange'a, nawet zmodyfikowane i rozszerzone są trudne do zastosowania w przypadku nieustalonego ruchu manewrowego ze względu na nieliniowy charakter układu dynamicznych równań ruchu (1). Stateczność ruchu bada się w takim przypadku metodą symulacji numerycznej i do jej oceny może być zastosowane pojęcie stateczności technicznej. Przyjmuje się, że układ jest technicznie stateczny, jeżeli rozwiązanie układu (5) $x(t)$ dla skończonego czasu τ pozostają w obszarze Δ , który zawiera się w pewnym obszarze Σ . Zakłada się, że spełnione są założenia istnienia i jednoznaczności rozwiązań w obszarze Σ , a stałe działające zaburzenia dla dopuszczalnych zmian wartości początkowych spełniają nierówność

$$\|B(x)u(t)\| \leq \Lambda \tag{11}$$

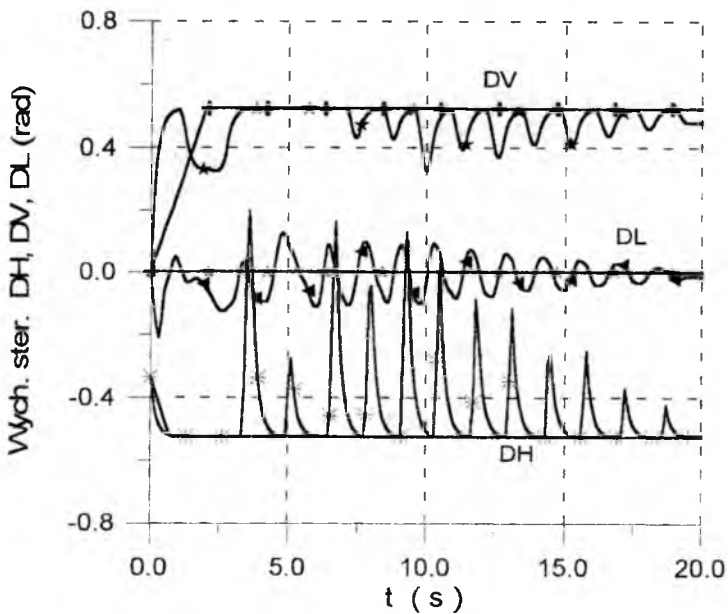
W praktyce sprowadza się to do śledzenia przebiegu rozwiązań $x(t)$ w zakresie $t \in [0, \tau]$ dla szeregu wybranych warunków początkowych. Dołączenie do rozwiązań funkcji wrażliwości liczonych dla zmiany warunków początkowych (12) zmniejsza konieczną liczbę numerycznych rozwiązań

$$\dot{v}_j = Dv_j, \quad v_j = \frac{\partial x}{\partial x_{0j}}, \quad v_j(0) = I. \tag{12}$$

Przykładem badania stateczności technicznej jest symulacja korkociągu klasycznie sterowanego i ze sterowaniem zaburzonym.



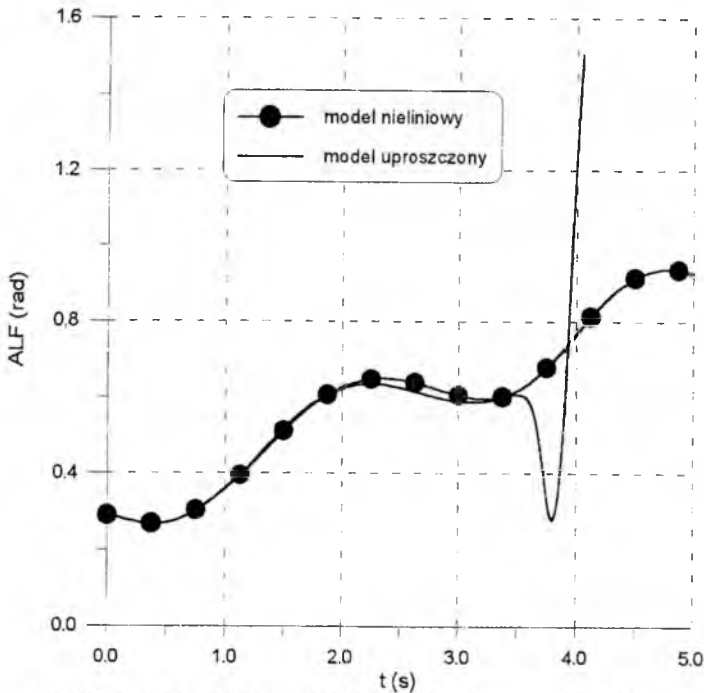
Rys. 3. Kąt natarcia i kąt ślizgu w korkociągu klasycznym i zaburzoneym



Rys. 4. Kąty wychyleń powierzchni sterowych ruchu klasycznego i zaburzonego

Przedstawiony na rysunku 3 ruch samolotu jest stateczny w sensie technicznym.

W przypadku wymaganego uproszczenia modelu do syntezy nieliniowego optymalnego prawa sterowania (5), nawet przy uwzględnieniu wielomianów siódmego stopnia, symulowane to samo jak na rys. 3 i 4 klasyczne wejście w korkociąg wykazuje niestateczność ruchu w sensie technicznym.



Rys.5 Przebieg kąta natarcia w fazie wprowadzenia w korkociąg

Z przedstawionego wyżej rysunku wynika, że uproszczenia modelu stosowane do syntezy nieliniowego optymalnego prawa sterowania powodują, że ocena badanej własności dynamicznej różni się jakościowo w przypadku modelu (5) i modelu (7). Ogranicza to w sposób istotny stosowanie nieliniowego optymalnego sterowania. Trzeba zaznaczyć, że sterowanie suboptymalne [6] przedstawione na rys. 4 i 5, pomimo zjawiska przesterowania wprowadza samolot w korkociąg.

Literatura

1. AZAM M., SINGH S., „*Invertibility and Trajectory Control for Nonlinear Maneuvres of Aircraft*”, J. Guidance, Control and Dynamics, 17, 1994;
2. BLAJER W., „*Metoda projekcyjna - teoria i zastosowanie w badaniach nieswobodnych układów mechanicznych*”, Radom WSI Monografie NR 13/1994;
3. DŻYGADŁO Z., BOŁDAK R., „*Numeryczne modelowanie dynamiki figur akrobacji*”

- lotniczej*", Biuletyn WAT, XXXIV, 1985;
4. GUTOWSKI R., „*Mechanika analityczna*”, PWN, Warszawa 1971;
 5. LANE S., STENGEL R., „*Flight Control Design Using Non - Linear Invers Dynamics*”, Automatica, Vol. 24 No. 4, 1988;
 6. MICHALSKI W., ZŁOCKA M., „*Wprowadzanie czynne samolotu w korkociąg.*”, Mechanika w Lotnictwie, PTMTi S Oddział Warszawski, Warszawa 1992;
 7. PIETRUCHA J. ZŁOCKA M., „*Aspekty teoretyczne metody funkcji Lapunowa do syntezy nieliniowego prawa sterowania samolotem.*”, Mechanika w Lotnictwie "ML-VI" Warszawa, 1994;
 8. ROADS D., SHULER J., „*A Theoretical and Experimental Study of Airplane Dynamics in Large Disturbance Maneuvers*”, J. of Aeronautical Science - July, 1957;
 9. ZŁOCKA M., „*O pewnej metodzie upraszczania modelu ruchu samolotu*”, Mechanika w Lotnictwie PTMTi S Oddział Warszawski, Warszawa 1992;
 10. ZUBOV V., „*Lekcii po teorii upravlenija. Nauka*”, Moskwa 1975.

Badania zrealizowano w ramach projektu Nr 7 S101 050 06 finansownego w latach 1994-1996 przez Komitet Badań Naukowych.

SPIS TREŚCI – "ML-VII" 1996

- **Konferencje "MECHANIKA W LOTNICTWIE"** **3**
- **Borowczyk W.** — Badanie modelu głowicy samonaprowadzającej z koordynatorem optycznym z modulacją amplitudowo-fazową w warunkach zakłóceń flarami **5**
- **Czarnocki P.** — Lotnicze struktury kompozytowe – pewne aspekty danych materiałowych **27**
- **Gacek J., Machowski B.** — Określenie charakterystyk aerodynamicznych pocisków na podstawie doświadczalnych badań w locie **33**
- **Gacek J., Machowski B., Sienicki K.** — Symulacja komputerowa procesu naprowadzania rakiety przeciwlotniczej z uwzględnieniem zakłóceń **43**
- **Goetzendorf-Grabowski T.** — Dobór metody całkowania różniczkowych równań ruchu z zastosowaniem algebry kwaternionów **53**
- **Goetzendorf-Grabowski T.** — Systemy poprawy stateczności samolotów przy zmieniającym się położeniu punktu neutralnego stateczności **69**
- **Goraj Z.** — Analiza dynamiki dobiegu samolotu z samonastawnym kółkiem ogonowym **83**
- **Goraj Z., Błaszczak P., Goetzendorf-Grabowski T., Kulicki P., Lasek M., Winiecki J.** — Analiza stateczności ruchu konfiguracji aerodynamicznych silnie sprzężonych **93**
- **Gosiewski Z., Falkowski K.** — Dwuosiowy giroskop lotniczy z magnetycznym zawieszeniem wirnika **103**
- **Gosiewski Z., Ortyl A.** — Analiza porównawcza algorytmów orientacji przestrzennej statku powietrznego w inercjalnych bezkardanowych systemach nawigacji **121**

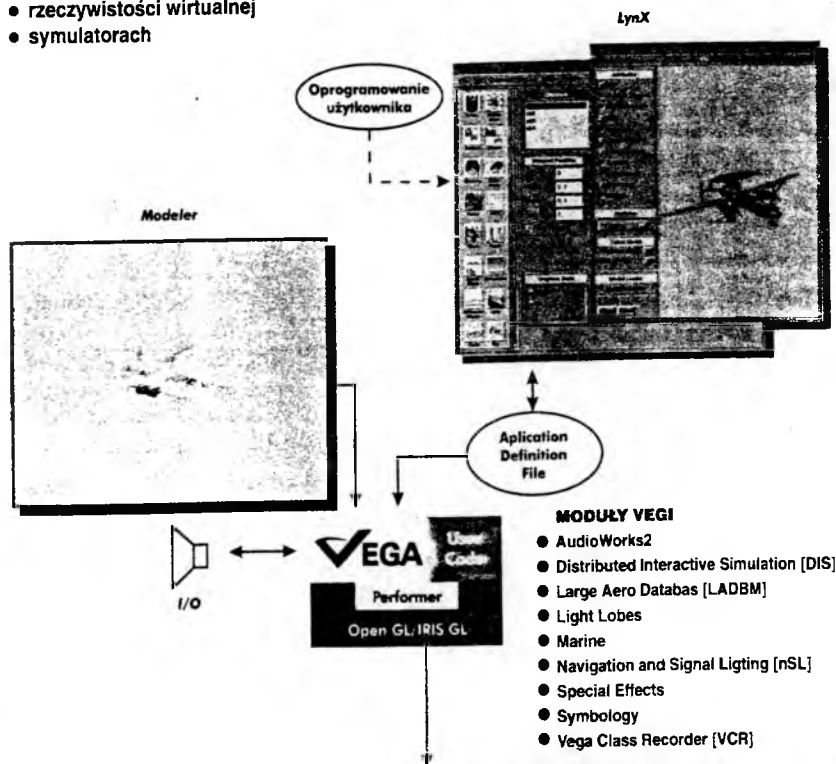
- **Gosiewski Z., Wałach Z., Grzegorzczak T.** — Trójosiowy przyspieszeniometer lotniczy z magnetycznie zawieszoną masą pomiarową 137
- **Gosiewski Z., Popowski S.** — Błędy giroskopu sprężystego pod wpływem działających przyspieszeń liniowych 155
- **Goszczyński J., Maryniak J.** — Badania symulacyjne przestrzennego ruchu samolotu – beczki po torze wypukłym 179
- **Jeż M., Świder A.** — Analityczne i symulacyjne badania nieliniowego zawieszenia silnika lotniczego 189
- **Klepacki Z., Majka A.** — Wpływ błędów modelowania podstawowych charakterystyk samolotu na dokładność oszacowania jego własności (na etapie projektu koncepcyjnego) 205
- **Kmieciak P., Machowski B., Mróz M.** — Analiza wrażliwościowa czynników wpływających na pole rozrzutu pocisków z dodatkowym napędem raketowym 215
- **Kręt K.** — Optymalizacja funkcjonowania jednorodnego systemu lotniczego 225
- **Kulicki P., Lasek M.** — Wykorzystanie mieszanej metody liczenia sił aerodynamicznych na potrzeby symulacji – ruch symetryczny 237
- **Lewitowicz J., Zagdański Z.** — Kompatybilność symulatorów lotu i symulatorów naprowadzania oraz kontroli ruchu lotniczego 253
- **Manerowski J., Zgrzywa F., Krajniewski S.** — Uniwersalny model symulacyjny dynamiki lotu sterowanego statku powietrznego z kształtowanymi własnościami lotnymi 261
- **Maryniak J., Rogulski P.** — Dynamika i stateczność motoszybowca na przykładzie PW-3m Bakcyl 271
- **Maryniak J., Sisi A.F.** — Odpowiedź dynamiczna sterowanego odkształcalnego szybowca po wejściu w 3-D zmienne pole wiatru 285
- **Mrozek B., Nowotarski I.** — Obliczenia statyczne i dynamiczne płyt przekładkowych o grubości zmiennej w jednym kierunku 307
- **Pyzik L.** — Sieci neuronowe w diagnostyce zespołu napędowego 317

- **Sisi A.F.** — Odpowiedź dynamiczna odkształcalnego szybowca na brutalne wychylenie steru kierunku **325**
- **Skomra A., Matyszczyk L.** — Propozycja sposobu naprowadzania rakiet klasy p-z na cele punktowe **341**
- **Skomra A., Stępień S.** — Wpływ warunków strzelania na rozrzut lotniczej rakiety nakierowanej **357**
- **Tomczyk A.** — Kształtowanie właściwości pilotażowych samolotu poprzez zastosowanie nieliniowej dynamiki odwrotnej i dekompozycji zadania sterowania **371**
- **Vogt R., Głębocki R.** — Dynamika lotu przy nieciągłych impulsowych wymuszeniach sterujących **385**
- **Vogt R., Głębocki R., Kostrow R.** — Filtracja cyfrowa sygnałów sterujących lotem obiektu w warunkach niepewnej i nieciągłej informacji **395**
- **Zagdański Z.** — Identyfikacja w czasie rzeczywistym własności obiektów latających. Zarys metody **405**
- **Zalewski P.** — Numeryczna analiza drgań własnych skrzydła o konstrukcji skorupowej **417**
- **Złocka M.** — Synteza nieliniowego prawa sterowania czynnego ruchem "wing-rock" **425**
- **Złocka M.** — Własności dynamiczne przestrzennego ruchu samolotu i ich wrażliwość na upraszczające zmiany modelu **437**



Vega to oprogramowanie nowej generacji, dla profesjonalistów i amatorów, do budowania trójwymiarowych symulacji czasu rzeczywistego w:

- rozrywce i reklamie
- rzeczywistości wirtualnej
- symulatorach



CHARAKTERYSTYKA PAKIETU

- Obsługa baz danych w formacie OpenFlight
- Podział zadań na procesory
- Rozdzielenie obrazu na oddzielne kanały
- Tworzenie i obsługa efektów specjalnych
- Wykrywanie przecięć i kolizji
- Kontrola warunków atmosferycznych
- Obsługa poziomów dokładności modeli
- Obsługa dużych baz danych
- Generowanie dźwięków z uwzględnieniem efektów atmosferycznych, Dopplera itp.
- Możliwość rozproszenia symulacji po sieci (DIS)
- Analiza i optymalizacja szybkości działania programu



DYSTRYBUTOR:



PRZEDSIĘBIORSTWO TECHNICZNO-HANDLOWE
04-175 WARSZAWA, ul. OSTROBRAMSKA 75
TEL. 13 79 27, FAX: 13 98 56, 662 49 26

Wydawnictwo zostało sfinansowane przez:

- Instytut Lotnictwa, Warszawa
- Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa
- Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej Politechniki Warszawskiej
- MTS SYSTEMS GMBH, 14 163 Berlin, Hohentwielsteig 3
Przedstawicielstwo w Polsce, Warszawa tel. (0-22) 863-91-18
- Przedsiębiorstwo Techniczno-Handlowe KOLT S.A., Warszawa
- WSK PZL Rzeszów
- Wydział Uzbrojenia i Lotnictwa Wojskowej Akademii Technicznej,
Warszawa
- Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej

Druk i oprawa:
Zakład Poligraficzny Kuratorium Oświaty
ul. Paryska 25, 03-945 Warszawa, tel./fax 617-60-87

ISBN 83-902194-1-7

Druk : Zakład Poligraficzny KO, ul. Paryska 25, 03-945 Warszawa, tel./fax 617-60-87