Kreskowana część wykresu 4-go podaje prócz naprężeń σ dla przypadków 2 i 3 także pośrednie wartości.

Powracając teraz do układu, podanego na wykresie 1 autora, zauważymy, że symbolom I, II i t.d. nadać tam można znaczenie wielkości arytmetycznych od 0 do 3, dzięki czemu można krótko i dokładnie określić także pośrednie rodzaje obciążeń, odpowiadające np. liczbom 1,5 lub 2,5 i t. p.

Dzięki wprowadzeniu zasady równych odstępów między „słupkami" 0, I, II i III, otrzymaliśmy więc prosty i łatwo zrozumiały sposób porządkowania i użytkowania wyników doświadczalnych, i to nietylko dla wspomnianego materjału A 40, lub dla innych odmian stali średnio twardych, jak np. A 35, A 45, A 50 i t. d., ale nawet dla innych materjałów specjalnych, stosowanych w nowoczesnych ustrojach maszynowych.

Ze sposobu przedstawienia różnych wartości, oznaczonych tu literą S ze wskaźnikami na wykresie typu I, wyprowadzamy też dogodny a dostatecznie przybliżony wzór, podający ogólnie wartość wytrzymałości trwałej dla dowolnego typu obciążenia:

$$S = R - \frac{R - S_3}{3} x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

gdzie x oznacza dany typ obciążenia odpowiednią liczbą, zawartą w granicach od 1 do 3. W razie obciążenia III, połączonego z uderzeniami, możnaby nawet użyć liczby nieco większej od 3.

Powyższy wzór ogólny, zastosowany do stali normalnych od A 35 do A 60, dla których mamy (na rozciąganie i ściskanie) $S_3 = \sim 0{,}4\ R$, uprości się na

$$S = R\left(1 - \frac{x}{5}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

P r z y k ł a d. Dla stali A 40 i obciążenia typu $x = 2$ mamy:

$$S = 40\left(1 - \frac{2}{5}\right) = 24 \text{ kg/mm}^2.$$

Dla obciążenia $x = 1{,}5$ otrzymamy:

$$S' = 40\left(1 - \frac{1{,}5}{5}\right) = 28 \text{ kg/mm}^2.$$

L i t e r a t u r a.

G r a f: „Dauerfestigkeit" (Springer 1929).
R ö t s c h e r: Sicherheit etc. Maschinenbau (MB) 1930, 225.
G r a f: MB 1931, 84.
B o c k: Zulässige Spann. MB 1930, 637.
„Zuschriften" (Dyskusja do poprzedniego). MB 1931, 66 do 83.
D u s t i n: Dauerbanspruchung. Czas. „Arcos" 1933, 954.
T h u m: „Dauerfest. u. Konstruktion" (Berlin 1932).
E k e r: „Dopuszczalne naprężenia". Czas. Techn. 1933, 131.

Méthode de détermination des tensions admissibles dans le cas de charge alternative.

R é s u m é

Après avoir analysé les 3 cas de charge, c. à d. la charge constante, la charge variante de 0 à σ et la charge variante de $+\sigma$ à $-\sigma$ (alternative), l'auteur donne son diagramme permettant d'évaleur les tensions admissibles pour n'importe quelle catégorie de charge. Ce diagramme étant une modification de celui de Smith, d'une part, et de celui des VDI—Arbeitsblätter, de l'autre, présente beaucoup d'avantages énumérés par l'auteur dans ses conclusions.

L. KARASIŃSKI

Zginanie mimośrodkowe płaskie i wybaczanie prętów o stałym przekroju

1. Słuszność wywodzeń W y t r z y m a ł o ś c i t w o r z y w [1]) przy roztrząsaniu zagadnień równowagi sprężystej zależy w pierwszej mierze od ścisłego określenia warunków brzegowych i jednoznacznego ustalenia działania obciążeń. Zatem w szczególnych przypadkach zginania mimośrodkowego płaskiego i wybaczania prętów o stałym przekroju, trzeba wyraźnie orzec, jaki pręt wzięto pod uwagę.

W toku rozważań nie wolno go dodatkowo podpierać, ujmować w pierścienie, w tuleje, ani kłaść na podłożu; wszystko to bowiem, i temu podobne, wprowadza nowe więzy, dając ustrój, różny od pierwotnego. Nadto, do obciążenia, zgóry obranego, nie wolno dodawać, odrzucać zrównoważonych układów sił, ani wprowadzać zmian czasowych, prócz tych oczywiście, które zachodzą samorzutnie przy odkształcaniu.

Oba te zastrzeżenia są również nader ważkie i dla zagadnień o rodzaju równowagi, chcąc bowiem zbadać jej stateczność, winniśmy obciążony układ odchylić dowolnie, a nieznacznie od położenia równowagi, i — różnym jego punktom — dać początkowe szybkości znikome. Niema tu więc mowy o dodatkowych warunkach brzegowych i zmianach obciążenia.

Łatwo nam przyjdzie ustalić bez zarzutu wytyczne dla dziedziny zginania mimośrodkowego płaskiego, biorąc najprostszy, *podstawowy* przypadek pręta, jednostronnie osadzonego. Stąd, wraz z lustrzanem odbiciem w przekroju osadzenia — będziemy mieli drugi, praktycznie również nader ważny pręt, prowadzony końcami.

2. Weźmy więc pręt o przekroju stałym F, pionowo osadzony u dołu. Ze środka O jego dolnego przekroju wyprowadzimy osie prostokątne: X — do góry, wzdłuż pierwotnie prostej osi pręta, Y — wprawo, Z — ku patrzącemu. W płaszczyźnie XZ leżą jednoimienne osie główne najmniejszego momentu bezwładności J i wytrzymałości W wszystkich przekrojów poprzecznych. Na wysokości l — pierwotnej długości pręta, w górnym przekroju

[1]) W potocznej mowie materjał oznacza „zasób, przysposobienie rzeczy, potrzebnych" do wykonania zamierzonej pracy lub dzieła (materjał na budynek, materjał do historji...). Gwara handlowa i techniczna nazwą materjału obejmuje wszystko to, co ulega magazynowaniu. Wytrzymałość, jako nauka, bada nie same materjały, lecz ich materję, ich tworzywo; należy więc mówić: *Wytrzymałość tworzyw*, a a nie materjałów, jak tego chce zadawnione przyzwyczajenie starszego pokolenia.

W następnych odsyłaczach *PT* — oznacza rocznik Przeglądu Technicznego, *T* — drugie wydanie Technika, *WT* — wydanie trzecie z roku 1930 mej Wytrzymałości Tworzyw.

czołowym leży mimośród m, ramię działania siły zewnętrznej P, niezmiennie pionowej. I m i P nie schodzą z płaszczyzny XY: po odkształceniu siła P pozostaje pionowa, a ramię m, pierwotnie równoległe do osi Y, pochyla się ku niej pod kątem θ. Siła P ma stały zwrot ku osi Y — wdół. Końcowy punkt p łuku s odkształconej będzie miał spółrzędne x, y. Jej styczna w p utworzy kąt φ z osią X, zatem:

$$\frac{dx}{ds} = \cos\varphi, \quad \frac{dy}{ds} = \sin\varphi, \quad \frac{d\varphi}{ds} = \frac{1}{r} \quad . \quad . \quad (1)$$

gdzie r oznacza promień krzywizny odkształconej w p. Po sprowadzeniu siły P do tego punktu otrzymamy: siłę osiową, ściskającą: — $P\cos\varphi$, siłę ścinającą: $P\sin\varphi$ i moment zginający $P(b-y)$, równoległy do osi Z, dodatni dla wypukłej względem osi X odkształconej.

Wpływ[2]) sił osiowych i ścinających można pominąć, jako znikomy. Równanie odkształconej:

$$\frac{1}{r} = n^2(b-y) \qquad n = \sqrt{\frac{P}{EJ}}$$

przeinaczymy, biorąc:

$$y = b(1-\cos z) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Stąd:

$$\frac{1}{r} = n^2 b \cos z, \quad dy = \sin\varphi\, ds =$$
$$= r \sin\varphi\, d\varphi = b \sin z\, dz$$
$$\sin\varphi\, d\varphi = n^2 b^2 \sin z \cos dz$$
$$C - \cos\varphi = \frac{1}{2} n^2 b^2 \sin^2 z.$$

Dla dolnego, osadzonego przekroju:

$$s = x = y = \varphi = 0 \quad z = 0,$$

a przeto stała całkowania C jest równa jedności. Dla górnego, swobodnego przekroju:

$$s = l, \ y = f, \ \varphi = 0, \ z = \omega$$
$$b = f + m\cos\theta$$

zatem:

$$\begin{aligned} 1-\cos\varphi &= \frac{1}{2} n^2 b^2 \sin^2 z \\ 1-\cos\theta &= \frac{1}{2} n^2 b^2 \sin^2\omega \end{aligned} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Stąd, wobec

$$f = b(1-\cos\omega)$$

mamy:

$$1-\cos\theta = \frac{1}{2} n^2 b^2 - \frac{1}{2} n^2 b^2 \cos^2\omega =$$
$$= \frac{1}{2} n^2 b^2 - \frac{1}{2} n^2 (b-f)^2 =$$
$$= \frac{1}{2} n^2 b^2 - \frac{1}{2} n^2 m^2 \cos^2\theta$$

i ostatecznie:

$$nm = \frac{2k}{\cos\theta}\sqrt{1 - \frac{1-\cos\theta}{2k^2}}, \quad k = \frac{1}{2} nb \quad (4)$$

Nadto:

$$nb = 2k = fn + mn\cos\theta,$$

[2]) Wzory, uwzględniające siły osiowe i ścinające ogłosiłem na str. 305, 306 *WT*.

a przeto:

$$fn = 2k\left[1 - \sqrt{1 - \frac{1-\cos\theta}{2k^2}}\right] \quad . \quad . \quad (5)$$

Inaczej jeszcze:

$$1 - \cos\varphi = 2\sin^2\frac{\varphi}{2} = \frac{1}{2} n^2 b^2 \sin^2 z$$

$$\sin\frac{\varphi}{2} = k \sin z, \quad \sin\frac{\theta}{2} = k\sin\omega \quad . \quad . \quad (6)$$

$$\sin^2\varphi = 4\sin^2\frac{\varphi}{2}\cos^2\frac{\varphi}{2}$$

$$\sin\varphi = nb\sin z\sqrt{1-k^2\sin^2 z} =$$
$$= \frac{dy}{dz} = b\sin z\frac{dz}{ds}$$

co daje:

$$n\,ds = \frac{dz}{\sqrt{1-k^2\sin^2 z}} \quad nl = \int_0^\omega \frac{dz}{\sqrt{1-k^2\sin^2 z}} \quad (7)$$

z warunkiem, aby k było mniejsze od jedności. Gdy natomiast:

$$k = \frac{1}{2} nb > 1 \quad \sin\omega = \frac{1}{k}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$\sin z = \frac{1}{k}\sin\frac{\varphi}{2} \qquad \cos z\, dz = \frac{1}{2k}\cos\frac{\varphi}{2} d\varphi$$

$$\sqrt{1-k^2\sin^2 z} = \sqrt{1-\sin^2\frac{\varphi}{2}} = \cos\frac{\varphi}{2}$$

$$n\,ds = \frac{1}{2k}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-\frac{\sin^2\frac{\varphi}{2}}{k^2}}}$$

$$nl = \frac{1}{k}\int_0^{\theta/2}\frac{dv}{\sqrt{1-\frac{\sin^2 v}{k^2}}} \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

3. Rozwinięcia szeregowe, lub pomoc tablic *Legendre'a* dają zależność wykresową rzędnych nl obciążenia od ugięć względnych f/l, jako odciętych. Wykres ograniczony jest: odciętą $2/\pi$ punktu A na osi f/l, rzędną $\pi/2$ punktu B na osi nl, oraz łukami AC, BC, prostopadłemi do tych osi w punktach przecięcia A, B.

Wzdłuż OBC panuje wartość zerowa mimośrodu względnego m/l, wzdłuż OAC — nieskończona. Krzywe pośrednich, stałych wartości m/l, zrazu, po wyjściu z O, wypukłe względem osi nl, potem wklęsłe, dążą do punktu C, wypełniając wnętrze wykresu. Ich punkt przecięcia C ma skrajną odciętą: 0,76276 i rzędną: 1,85407.

Na krzywej AC kąt θ jest równy $\pi/2$, w odcinku zaś OB — zeru. Pod kątem $\pi/4$ wybiega z O graniczny łuk i przecina krzywą AC w punkcie o rzędnej 0,88137 i odciętej: 0,66462. Wzdłuż tego łuku k ma wartość równą jedności, wwyż odeń mniejszą, niżej — większą, na OB — równą zeru, na OA nieskończoną.

Siła P przy zerowem ramieniu staje się *osiową* ściskającą. Pod jej jarzmem ugięcie pręta, pierwotnie prostego, pojawia się dopiero w odcinku BC, to jest po przekroczeniu wartości $\pi/2$ obciążenia nl, dającej siłę graniczną Eulerowską:

$$P_e = \frac{\pi^2 EJ}{4\,l^2}.$$

Dla sił osiowych P, przewyższających P_e, zachodzi *wyboczenie* pręta.

W sąsiedztwie bezpośredniem od osi nl, a więc dla *małych* k, wystarcza zwykle pierwsze przybliżenie zerowej wartości wyższych potęg k, prócz pierwszej. Zatem, po odrzuceniu wyrazów z k^2, mamy kolejno z (3), (1):

$$\cos\varphi = 1, \quad \cos\varphi = 1 - \frac{1}{2}\varphi^2 + \ldots = 1$$

$$\begin{array}{ll} \varphi^2 = \varphi^3 = \ldots = 0 & \sin\varphi = \varphi \\ \cos\theta = 1 & \theta^2 = \theta^3 = \ldots = 0 \\ \sin\theta = \theta & b = f + m \\ dx = ds \quad x = s & dy = \varphi\, ds = \varphi\, dx \\ y' = \dfrac{dy}{dx} = \varphi & y'^2 = \varphi^2 = 0. \end{array}$$

Stąd przybliżone równanie odkształconej:

$$\frac{1}{r} = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} = y'' = n^2 (f + m - y) \; . \quad (9)$$

Dalej, po odrzuceniu wyrazów z k^2 w (7), otrzymamy:

$$ns = z = nx \qquad nl = \omega$$

i ostatecznie, po podstawieniu w (2):

$$y = (f + m)(1 - \cos nx); \quad f = (f + m)(1 - \cos nl) \quad (10)$$

To samo mielibyśmy, całkując (9). Ostatnie równanie daje nieskończone ugięcie f przy m różnem od zera i obciążeniu nl, dążącem do górnej granicy $\pi/2$. Nie trzeba się temu dziwić, zważywszy, że równanie przybliżone (10) słuszne jest tylko w sąsiedztwie bezpośredniem osi nl: wszystkie krzywe stałych wartości m/l, prócz zerowej, uciekają z tego obszaru poniżej owej granicy.

4. Dobieranie właściwych wymiarów poprzecznych pręta, pierwotnie prostego, mimośrodkowo płasko zginanego, *polega na podwójnem ograniczeniu* co do skrajnego naprężenia i odkształcenia. Czynimy zadość pierwszemu, pisząc według Navier:

$$\frac{P}{F} + \frac{Pb}{W} \leqslant N_g \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

gdzie przez N_g oznaczono dopuszczalne naprężenie przy zginaniu. Drugie ograniczenie wymaga, aby skrajne ugięcie względne f/l nie przekraczało granicznej, przez praktykę ustalonej wartości h.

Ta, stosunkowo dość niska granica zwęża możliwy obszar odkształceń do ugięć małych: w znacznej większości przypadków wystarcza przybliżone równanie odkształconej. Wyprowadziłem zeń wzory ogólne [3]) dla belek prostych, o stałym przekroju, mimośrodkowo płasko zginanych. Równanie (10) bezpośrednio wypływa z tych wzorów. Nie zawodzą również w żadnym, choćby najbardziej złożonym przypadku wyboczenia, dają bowiem granicę *obszaru niemożliwego ugięcia przy obciążeniu niezginającem.*

[3]) *PT* 1927, str. 213 p. 2, lub *T* str. 500, 501 p. 9, 10. To samo, lecz szerzej ujęte na str. 295—299 *WT*.

Łatwo to dostrzec, biorąc przykład pręta, pierwotnie prostego, spojonego z q odcinków l_i stałych sztywności E_iJ_i. Pręt ten, ściskany siłami P, osiowemi, ulega wyboczeniu po przekroczeniu górnej granicy P_w obciążenia. Środki obu czołowych przekrojów nie schodzą przytem z pierwotnej osi pręta; środek zaś przekroju granicznego sąsiednich odcinków: l_i, l_{i+1}, pochyla się ku osi pod kątem φ_i i oddala od niej na odległość f_i. Stosując owe wzory ogólne, otrzymamy [4]) dla przęsła l_i:

$$P\varphi_i = -\frac{1}{l_i}\left[-Pf_i - (-Pf_{i-1}) - P(f_{i-1} - f_i)\right] -$$

$$-(-Pf_{i-1})\frac{n_i}{\sin n_i l_i} + (-Pf_i)\frac{n_i}{\operatorname{tg} n_i l_i}$$

oraz [5]) dla przęsła l_{i+1}:

$$P\varphi_i = -\frac{1}{l_{i+1}}\left[-Pf_{i+1} - (-Pf_i) - P(f_i - f_{i+1})\right] -$$

$$-(-Pf_i)\frac{n_{i+1}}{\operatorname{tg} n_{i+1} l_{i+1}} + (-Pf_{i+1})\frac{n_{i+1}}{\sin n_{i+1} l_{i+1}}.$$

Stąd bezpośrednio:

$$a_i f_{i-1} + b_i f_i + a_{i+1} f_{i+1} = 0$$

$$i = 1, 2, \ldots q; \quad f_0 = f_{q+1} = 0$$

$$a_i = \frac{n_i}{\sin n_i l_i} \qquad b_i = -\frac{n_i}{\operatorname{tg} n_i l_i} - \frac{n_{i+1}}{\operatorname{tg} n_{i+1} l_{i+1}}$$

$$n_i = \sqrt{\frac{P}{E_i J_i}}; \quad n_{i+1} = \sqrt{\frac{P}{E_{i+1} J_{i+1}}}$$

Powyższy układ równań jednorodnych daje zerowe wartości *wszystkich* ugięć f_i o ile wyznacznik:

$$\begin{vmatrix} b_1, & a_2, & 0, & 0, & 0, \ldots & 0, & 0, & 0, \\ a_2, & b_2, & a_3, & 0, & 0, \ldots & 0, & 0, & 0, \\ 0, & a_3, & b_3, & a_4, & 0, \ldots & 0, & 0, & 0, \\ - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, \ldots & a_{q-1}, & b_{q-1}, & a_q, \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, \ldots & 0, & a_q, & b_q, \end{vmatrix}$$

jest różny od zera. Czyniąc go równym zeru, otrzymamy równanie dla P_w. Poza tą granicą pręt może się ugiąć, wyboczyć pod obciążeniem osiowem.

5. Pojęcie wyboczenia, jako ugięcia pod obciążeniem niezginającem, urąga zdrowemu rozsądkowi. Wymaga obostrzenia pojęć, wiodących na takie bezdroża. Zło leży niewątpliwie na rubieżach wykresu, w granicznych wartościach mimośrodu: nieskończoną odrazu trzeba pominąć, jako niemożliwą praktycznie. Pozostaje zerowa, a z nią — pojęcie obciążenia osiowego i wyboczenia.

Wobec wartości mimośrodu pośrednich, skończonych nie grały tu oczywiście żadnej roli nieznaczne krzywizny pierwotnej *istotnej* osi pręta, krzywej — wogóle przestrzennej, wijącej się w znikomem pobliżu dookoła *średniej* osi X pręta. Przy mimośrodzie znikomym trzeba uwzględnić owe, czysto przestrzenne odchylenia, a nadto wziąć pod uwagę położenia środków mas, zawartych pomiędzy sąsiedniemi przekrojami pręta, prostopadłemi do jego średniej osi.

Zupełnej przypadkowości tych krzywizn i skupień tworzywa przypisać należy niemożliwość ścisłego wyodrębnienia kierunku średniej osi, bez cze-

[4]) *T* str. 501 wzór (66), lub *WT*, str. 299 wzór (149).
[5]) *WT*, str. 299, wzór (148).

go, niewątpliwie, samo pojęcie *osiowości* obciążenia traci podstawę.

To samo dotyczy również i warunków brzegowych. Co robić przeto?

Należy utożsamiać pręty ściskane osiowo — z prętami o nieznacznej krzywiźnie pierwotnej i znikomem ramieniu sił ściskających, leżących na wspólnej osi, która to oś ma stać się pierwotną osią pręta po sprowadzeniu do ścisłego zera owej krzywizny i mimośrodu.

Zatem, jak i przy zwykłem zginaniu mimośrodkowem, dobieranie właściwych wymiarów poprzecznych pręta winno być oparte na wzorze (11).

Nadto — *pręt, praktycznie prosty, ma zostać takowym i po obciążeniu!*

6. Mimo to jednak trudności są poważne. Pokonał je pozornie Jasiński w 1895 roku, biorąc za podstawowy — przypadek pręta o stałym przekroju, prowadzonego końcami, a przeto różniącego się od naszego podwójną długością l.

„W najniekorzystniejszym przypadku, gdy oś wykrzywiona jest pierwotnie w jednym kierunku... według łuku koła..." promienia r_0 w naszem znakowaniu, a siły P działają z mimośrodem m, Jasiński z przybliżonego równania odkształconej znalazł skrajne ugięcie:

$$f=\left(m+\frac{8f_0}{\pi^2}\frac{P_e}{P}\right)\left[\frac{1}{\cos\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{P}{P_e}}}-1\right]$$

gdzie:

$$P_e=\frac{\pi^2 EJ}{l^2}$$

oznacza graniczną siłę Eulerowską, a f_0 — pierwotne, skrajne ugięcie pręta.

To samo otrzymalibyśmy z równania (9) wypisanego w postaci:

$$y''=n^2\left(f+m+\frac{1}{n^2 r_0^{\,2}}-y\right)$$

i jego całki (10), po zamianie w niej l na $\frac{1}{2}l$ i uwzględnieniu zależności:

$$\frac{1}{2}nl=\frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{EJ}}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{P l^2}{\pi^2 EJ}}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{P}{P_e}}.$$

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2+(r_0-f_0)^2=r_0^{\,2} \qquad \frac{1}{4}l^2-2r_0 f_0+f_0^{\,2}=$$

$$=\frac{1}{4}l^2-2r_0 f_0=0$$

$$\frac{1}{r_0}=\frac{8f_0}{l^2}; \qquad \frac{1}{n^2 r_0}=\frac{8f_0}{P}\frac{EJ}{l^2}=\frac{8f_0}{\pi^2}\frac{P}{P_e}.$$

Po podstawieniu w (11) otrzymał Jasiński swój wzór dla najwyższego naprężenia:

$$N_m=\frac{P}{F}+\frac{P}{W}\left[m+\right.$$

$$\left.+\left(m+\frac{8f_0}{\pi^2}\frac{P_e}{P}\right)\left(\frac{1}{\cos\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{P}{P_e}}}-1\right)\right] \quad . \quad .(12)$$

którym wyprzedził poczynania ostatnie o *ćwierćwiecze z okładem!*

7. Niechże sam Jasiński pouczy nas o doniosłości swego wzoru. Dla łatwiejszego zrozumienia nazwiemy w naszem znakowaniu przez:

u — pewność, czyli stosunek wytrzymałości na ściskanie do naprężenia ściskającego, dopuszczalnego,

w — *wiotkość* pręta, czyli stosunek jego długości pierwotnej l do najmniejszego ramienia bezwładności i stałego przekroju poprzecznego [7]).

N_w — naprężenie wybaczające w kg/cm², wyliczone ze wzoru Eulera, lub wzorów Jasińskiego, otrzymanych zapomocą rachunku wyrównawczego z. doświadczeń Bauschingera, Tetmajera i Considère'a. Zatem dla prętów o stałym przekroju, ściskanych, prowadzonych końcami, i dla *stali miękkiej* o najmniejszej wytrzymałości na ściskanie R, równej 3400 kg/cm²:

$$N_w=\frac{21279}{w^2}; \; N_w=3387-14{,}83\,w$$

w zależności od tego, czy $w > 110{,}1$, lub czy $w < 110{,}1$; zaś dla *żelaza kutego* o najmniejszej wytrzymałości na ściskanie R, równej 3100 kg/cm²:

$$N_w=\frac{19740}{w^2}; \; N_w=3390{,}7-16{,}49\,w,$$

gdy odpowiednio $w \geq 114{,}7$, lub gdy $w < 114{,}7$.

Teraz już mówi Jasiński: „Skrzywienie pierwotne osi pręta, uważanego w praktyce za prosty, nie przechodzi jednak pewnej granicy, zależnej od wymagalnej dokładności wykonania... f_0 nie przekracza 0,001 całkowitej długości pręta, zaś ramię siły ściskającej... m nie przenosi $0{,}05\,i$ do $0{,}1\,i$, zależnie od wielkości l/i. Przyjmując te wartości krańcowe dla f_0, m i przypuszczając najniedogodniejsze stosunki:

$$u=3{,}4 \qquad \frac{J}{Wi}=\frac{iF}{W}=2{,}75\div 3$$

znaleźliśmy, że:

— ... gdy $\frac{P}{F}$ nie przewyższa u-tej części N_w, określonej ze wzoru Eulera we właściwych granicach jego zastosowania, to N_m... nie może przewyższać tejże u-tej części R.

*) Feliks Jasiński. „*Badania nad sztywnością prętów ściskanych*". Warszawa, 1895 rok. Nakład Redakcji Przeglądu Technicznego. §§ 16, 17, str. 65—74 oraz Przypisek B, str. 115—124 włącznie.

[7]) Stosunek l/i, jak mówi Karman: „wird schlechthin als Schlankheit bezeichnet". To samo można powiedzieć o odpowiedniku polskim smukłość, od przymiotnika smukły, dość często używanego z pogardliwym odcieniem. Zatem lepiej brzmi wysmukłość, pochodna przymiotnika wysmukły, czyli „w stosunku do długości dość cienki". Obie te nazwy byłyby słuszne, gdyby tu szło o stosunek długości pręta do widocznego wymiaru poprzecznego. Tak jednak nie jest. Weźmy dla przykładu dwa słupy tej samej średnicy d i tej samej wysokości l. Oba są niewątpliwie zupełnie tak samo wysmukłe i smukłe, choć jeden z nich jest pełny, a drugi wydrążony, choć różnią się tak znacznie co do wielkości stosunku l/i. Smagły, strzelisty wysmukły, smukły — schlank, — *élancé*, — „qui a beaucoup de hauteur et peu de grosseur" — nie są tu zgoła właściwe.

Natomiast w dobrem użyciu pojawił się: *grêle*, — „qui a beaucoup plus de longueur et de fragilité, qu'il n'en devrait avoir" — po polsku: *wiotki*. Stąd — *wiotkość*, jako stosunek l/i, wyraz, najlepiej dobrany, łączący wybujałość z brakiem odpowiedniej tęgości. Pozatem niewątpliwie *wiotkość* nie przeciwstawia się *sztywności*, jako że to ostatnie, zdawna i jędrnie ustalone pojęcie stanowi przeciwieństwo gibkości lub giętkości.

— ... gdy $\frac{P}{F}$ nie przewyższa u-tej części N_w, wyznaczonej ze wzorów Jasińskiego w granicach:

$110 > w > 58$ dla stali miękkiej, oraz
$115 > w > 73$ dla żelaza kutego,

to N_m nie może przewyższać tejże u-tej części R.

Gdy zaś: $w < 50$ dla stali miękkiej, oraz
$w < 73$ dla żelaza kutego,

to N_m może przewyższyć $\frac{R}{u}$ nie więcej jednak, jak

na 87 kg/cm² dla stali miękkiej oraz
167 kg/cm² dla żelaza kutego.

Przewyżka ta wszakże nie ma wielkiej doniosłości praktycznej, ze względu na to, iż końce prętów ściskanych zwykłych konstrukcyj metalicznych nie są nigdy całkiem swobodne.

A zatem wątpliwości co do zastosowania wzorów dla N_w... są zgoła bezzasadne w tych razach, gdy pierwotne skrzywienie osi i zboczenie z niej siły ściskającej nie przewyższają powyżej wskazanych granic, to jest, gdy są one tylko skutkiem nieuniknionych niedokładności wykonania... Gdy zaś zboczenia te... wynikają z właściwości konstrukcji i przewyższają wskazane granice, wtedy... *należy się uciec do" wzoru (12).*

A jednak... tego, co było świeże u schyłku zeszłego stulecia, nie wolno stosować w dobie dzisiejszej bez ściślejszego sprawdzenia u podstaw. Narazie chcę tu przerwać — słowami czci dla Feliksa Jasińskiego, wybitnego uczonego, szczerego Polaka, a nadewszystko — prawego człowieka.

Compression et flexion des barres à section constante; flambement.

Analyse.

1. L'exactitude des recherches sur l'existance et la stabilité de l'équilibre élastique, dépend de l'évaluation précise de l'influence des conditions aux appuis at de l'action des sollicitations extérieures. L'étude des barres à section constante, comprimées et fléchies en même temps, ne présente aucune difficulté.

2. Le cas fondamental d'une colonne, chargée de bout d'une force P, agissant avec l'exentricité m — est mis en équations exactes.

3. Cette solution fournit une abaque très instructive. Sa description, quoique bien sommaire, suffit tout-de-même pour etablir une définition du flambement, c'est à dire: „d'une flexion sous l'effort axial, non-fléchissant" et correspondant à la valeur limite de m—nulle.

Pour une valeur de m très petite la solution exacte se désagrège en équations approximatives.

4. Le calcul des barres comprimées et fléchies repose sur deux restrictions: celle de Navier, indispensable, concernant la tension admissible, et une autre, accessoire, bornant la déformation à une limite, très petite. Or, pour ce domaine restraint les équations approximatives sont plus que suffisantes: donc, j'ai tiré d'elles et publié en 1927 mes *équations générales* pour le calcul ses poutres droites. Exemple: équations et déterminant de résolution en cas du flambement d'une barre, composée de plusieurs tronçons soudés.

5. La définition du flambage, citée plus haut, laisse à désirer, car il n'y a point d'effort axial, comme il n'y a point de barres rigoureusement droites. D'ailleurs m n'est pas nul. Donc on doit identifier les barres comprimées axialement avec les barres d'une imperceptible courbure accompagnée d'une légère excentricité de deux forces de compression.

6. C'est la méthode de l'éminent savant polonais Jasiński, publiée en 1895. Il a étudié une douzaine de cas, dont quelques-uns très compliqués, et il les a réduit tous à un seul cas fondamental — d'une barre chargée de bout à section constante. Sa courbure primordiale est en arc de cercle, d'une longueur l et d'une flèche f_0, très petite. La flèche totale est, d'après Jasiński:

$$f = \left(m + \frac{8\,f_0}{\pi^2}\,\frac{P_e}{P}\right)\left(\frac{1}{\cos\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{P}{P_e}}} - 1\right) \qquad P_e = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$$

7. Cette valeur de f_0 substituée dans la formule (11) de Navier, la change en *formule de Jasiński* (12) qui sert de base pour tous les calculs de flambement. Jusqu'à présent on n'a su mieux faire; toutefois une révision rigoureuse est indispensable.

Inż. metal. E. PERCHOROWICZ, Laboratorjum P. Z. Skody, Warszawa.

Stale zaworowe*)

Część II.

BADANIA WŁASNE.

Do badań użyto 10 gatunków stali zaworowych o składzie chemicznym, podanym w tabeli I.

Zawartość siarki i fosforu nigdzie nie przekraczała 0,04%, wahając się przeważnie od 0,001 do 0,01.

TABELA I.

Nr.	C %	Mn %	Si %	Ni %	Cr %	Mo %	Co %	W %	V %
1	0,27	1,79	0,37	33,95	3,8	—	—	—	0,34
2	0,32	0,16	0,92	10	21,33	—	—	2,92	—
3	0,3 — 0,5	0,6 — 0,4	2 — 3	7 — 9	11,5 — 13	—	—	—	—
4	0,4 — 0,5	0,5 — 0,6	1,2 — 2,0	10 — 12	11 — 14	—	—	2 — 2,5	—
5	0,4 — 0,5	0,5 — 0,6	1,8 — 2,25	7	19	—	—	3,6 — 4,6	—
6	0,46	0,38	1,93	—	11,74	0,45	—	—	—
7	0,46	0,35	1,28	14,4	12,21	—	—	2,10	—
8	0,4 — 0,6	0,4 — 0,9	0,3 — 0,7	13 — 15	11 — 13	0,3 — 1,0	—	1,6 — 3,0	—
9	0,56	0,4	0,41	25,44	13,44	—	—	—	—
10	1,2 — 1,5	0,2 — 0,3	0,15— 0,4	< 0,8	11,5 — 14	0,45—0,95	2,5 — 3,5	—	0,2

Pomiary ciężaru właściwego wykonano w sposób następujący: próbki szlifowane o średnicy około 8 mm i długości 30 mm po starannem wymyciu w eterze ważono na wadze analitycznej: ciężar wynosił około 10 — 12 g. Ciężar właściwy obliczano ze wzoru $\gamma = \frac{a}{b}$, gdzie a = ciężar na powietrzu, b = strata na wadze w wodzie. Próbki przywiązywano na cienkiej nitce jedwabnej (jeżeli przy nitce powstawały bańki powietrza, to je łatwo było usunąć). Naczynie z wodą stawiano nad szalką wagi na specjalnej podstawce. Próby wykonano w temperaturze 20°C.

*) Dokończenie do str. 442 w zesz. 13 z r. b.