Zastosowanie wzorów Clerc'a i Clapeyron'a do wyznaczania strzałek ugięcia belek prostych.

Napisał prof. **L. Karasiński.**

Rozwlekłość i niepraktyczność wzorów „przybliżonych", podanych w jednym z ostatnich numerów „Przeglądu" zniewala mnie do zabrania głosu w tej sprawie.

Oddawna już ścierają się dwa sprzeczne kierunki w poglądach na ścisłość rozwiązania zagadnień o zginaniu belek poziomych, obciążonych układem sił gnących. Obóz „ścisły" nie schodzi dotychczas ze stanowiska całkowania równania

$$EJ = M\rho,$$

nie bierze jednak pod uwagę sił osiowych i tnących, stając w ten sposób w jaskrawej sprzeczności w stosunku do swych własnych dążeń; czyni przytem wiele mimowolnych błędów, jak o tem wymownie świadczy praca niedawno wydrukowana w innem piśmie.

Drugi obóz, pod chorągwią Ritz'a i Timoszenki, stara się sprowadzić trudności do zera, wpada jednak często w przesadę, dając rozwiązania „przybliżone", uciążliwsze od rozwiązań zwykłych, opartych na całkowaniu równania

$$EJy'' = M.$$

Sądzę, że w prędkim czasie nastąpi w obu kierunkach właściwe wyczucie potrzeb istotnych i częściowy powrót do wyników zwykłych, dotychczas tylokrotnie bez wypadków w technicznych zagadnieniach stosowanych.

Pragnę podzielić się z Czytelnikami „Przeglądu" najprostszym sposobem wyznaczania odkształconych wyżej — wspomnianych belek, zwłaszcza, że nigdzie sposobu tego nie spotkałem, przypuszczam przeto, że nie jest znany, aczkolwiek wprost narzuca się swą prostotą.

Weźmy pod uwagę belkę poziomą, wspartą na podporach przegubowych pod jarzmem sił pionowych i obciążeń ciągłych. Wzór Clerc'a („Wytrzymałość Tworzyw", L. Karasiński, część piąta, ustęp 35), lub Clapeyron'a (36) umożliwi wyznaczenie momentów odporowych, a co za tem idzie, i samych odporów. Wyodrębnijmy myślowo pewne przęsło tej belki, mając na widoku wyznaczenie strzałki ugięcia y w odległości x od lewej podpory A tego przęsła. Prawą podporę oznaczmy przez B, przez X—przekrój w miejscu strzałki y — zatem przęsło AB rozpadnie się na dwa wrzekome przęsła: AX, XB. możemy przeto dla tych przęseł wypisać wzór Clerc'a lub Clapeyron'a, znamy już bowiem wartości momentów podporowych M_a, M_b, lub odporów A, B oraz strzałek (obniżeń) podpór y_a, y_b. Z tych danych wyznaczymy moment M_x, panujący na granicy przęseł wrzekomych. Jedyna niewiadoma zagadnienia — strzałka y z łatwością się wyrazi z tych wzorów w zależności od x. Różniczkowanie da y', czyli kąt θ pochylenia stycznej w przekroju X.

Weźmy, jako przykład, belkę jednoprzęsłową AB. (Nie chcąc przysparzać kosztów pismu, korzystam z rysunku Nr. 2 na str. 344 „Przeglądu"). W danym wypadku odpory:

$$A = -P\frac{b}{l}, \quad B = -P\frac{a}{l},$$

strzałki: $y_a = y_b = 0$ oraz momenty odporowe $M_a = M_b = 0$; możemy przeto wyznaczyć moment dla przekroju X w odległości x od A w postaci:

$$M_x = -P\frac{b}{l}x.$$

W założeniu stałej sztywności pręta EJ piszemy wzór Clapeyron'a w postaci:

$$6EJ\left[\frac{-y}{x} + \frac{-y}{l-x}\right] = 2\left[x + (l-x)\right]\left[-P\frac{b}{l}x\right] -$$

$$-\frac{Pb}{l-x}\left[(l-x)^2 - b^2\right],$$

skąd bezpośrednio:

$$y = \frac{Pb}{6EJl}x\left[l^2 - b^2 - x^2\right].$$

Różniczkowanie da kąt pochylenia stycznej:

$$\theta = y' = \frac{Pb}{6EJl}\left[l^2 - b^2 - 3x^2\right].$$

Wzory te są słuszne dla połaci AC, dla CB dość będzie odpowiednio przestawić litery.

Drugi przykład belki (rys. I str. 344) jaskrawo uwypukli, jak szybko sposób powyższy prowadzi do celu. Wyznaczmy strzałkę f siły P. W tym celu dla przęseł AB, BC piszemy wzór Clapeyron'a w założeniu stałej sztywności belki EJ. Da on:

$$6EJ\frac{f}{l-a} = 2lM_b = 2Pl(l-a),$$

skąd bezpośrednio:

$$f = \frac{Pl}{3EJ}(l-a)^2.$$

Rozwiązania dla belek osadzonych również nie nastręczają żadnych trudności: można skorzystać z trzeciego wzoru całkowego (31) lub, co na jedno wynosi, wypisać połowę wzoru Clerc'a lub Clapeyron'a. Tak, naprzykład, gdybyśmy pręt ostatnio rozpatywany osadzili w B, to wzór Clapeyron'a miałby postać:

$$6EJ\frac{f}{l-a} = 2(l-a)M_b = 2P(l-a)^2$$

skąd bezpośrednio:

$$f = \frac{P}{3EJ}(l-a)^3.$$

W ten sposób wszelkie wzory „przybliżone" tracą poniekąd prawo bytu, mogą służyć natomiast do szybkiego wyznaczania sił krytycznych w odpowiednich wypadkach obciążeń.

Przyrząd Heberta do określania twardości.

Do szeregu przyrządów do mierzenia twardości materjałów przybył nowy. Jest to wahadło, skonstruowane przez Edwarda Herberta, które opisujemy podł. *Machinery*.

Wahadło kształtu półkola (rys. 1) wspiera się na stalowej, względnie na rubinowej kulce a. Zapomocą pokręcania walcowatego ciężarka b, środek ciężkości wahadła można przesuwać wzdłuż osi pionowej przyrządu i w ten sposób zmieniać długość wahadła. Ciężarek posiada skalę, wskazującą długość wahadła w 0,001 *mm*. Jako normalną długość, Herbert przyjmuje 0,1 *mm*.

Twardość możemy określić dwojako:

1) okresem wahań (time test)

2) tłumieniem wahań (scale test).

Opierając sią na tem zjawisku, że im twardszy jest materjał badany, tem wahania będą większe,zarówno co do czasu, jak i amplitudy.

Przy pierwszym sposobie, liczbą, charakteryzującą twardość materiału, jest *czas* (w sekundach) dziesięciu wahań nor-