PRZEGLĄD TECHNICZNY

TYGODNIK POŚWIĘCONY SPRAWOM TECHNIKI I PRZEMYSŁU.

Tom XLVII. *Warszawa, dnia 10 czerwca 1909 r.* № 23.

BADANIA NAPRĘŻEŃ NORMALNYCH.

(Ciąg dalszy do str. 264 w № 22 r. b.).

§ 10. Z równania (52) mamy:

$$y - xy' = -\frac{H}{S\eta}$$

czyli

$$y\left(1 - \frac{x}{y}\, y'\right) = -\frac{H}{S\eta},$$

co, przyjąwszy pod uwagę (62) i (64), daje:

$$y\left(1 - \frac{\xi}{\eta}\, \eta'\right) = -\frac{H}{S\eta},$$

stąd

$$y = -\frac{H}{S(\eta - \xi\eta')} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

oraz na mocy znów (62):

$$x = \frac{V\eta'}{S(\eta - \xi\eta')} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

Tylko co otrzymane wzory pozwalają wypowiedzieć

Twierdzenie X. *Pomiędzy srodkiem naprężeń, leżącym na rdzeniu pola, a punktem sprzężonym obwodu danego pola zachodzi wzajemność, polegająca na tem, iż współrzędne pierwszego wyrażają się w funkcyi współrzędnych drugiego tak, jak współrzędne drugiego wyrażają się w funkcyi współrzędnych pierwszego.*

§ 11. Równanie stycznej w punkcie

$$Q(\xi, \eta)$$

rdzenia jest

$$Y - \eta = \eta'(X - \xi),$$

przyczem X, Y oznaczają bieżące współrzędne stycznej.

Na mocy (62) oraz (51) i (52) będziemy mieli kolejno:

$$Y - \eta = -\frac{Hx}{Vy}(X - \xi)$$

$$Y + \frac{H}{S(y - xy')} + \frac{Hx}{Vy}X - \frac{Hx}{Vy}\frac{Vy'}{S(y - xy')} = 0$$

i ostateczne

$$\frac{Xx}{V} + \frac{Yy}{H} + \frac{1}{S} = 0.$$

Otrzymane równanie niczem się nie różni od równania linii obojętnej, przynależnej do środka naprężeń

$$M(x, y),$$

leżącego na obwodzie danego pola. Stąd:

Twierdzenie XI. *Linia obojętna, przynależna do danego środka naprężeń, leżącego na obwodzie danego pola, stanowi styczną rdzenia tego pola w punkcie, dla którego dany środek naprężeń jest punktem sprzężonym.*

§ 12. Niechaj, jak dawniej, równanie

$$P(x, y) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (69)$$

wyznacza w układzie osi (rys. 11)

$$OX,\ OY$$

obwód danego pola S.

Podstawiając w (69) wartości:

$$x = \frac{V\eta'}{S(\eta - \xi\eta')} = w(\xi, \eta, \eta')$$

$$y = \frac{-H}{S(\eta - \xi\eta')} = v(\xi, \eta, \eta'),$$

otrzymujemy równanie różniczkowe

$$P(w, v) = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70)$$

któremu, oczywiście, czynić zadość powinno równanie rdzenia danego pola—jako jedna z całek równania (70). Aby ją otrzymać, użyjemy sposobu całkowania przez różniczkowanie. Mamy więc

$$\frac{dP}{d\xi} = \frac{\partial P}{\partial w}\frac{dw}{d\xi} + \frac{\partial P}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial \xi} = \frac{\partial P}{\partial w}\frac{V\eta\eta''}{S(\eta - \xi\eta')^2} - \frac{\partial P}{\partial v}\frac{H\xi\eta''}{S(\eta - \xi\eta')^2} = 0.$$

Pozatem różniczkując bezpośrednio:

$$\frac{\partial P}{\partial \eta'} = \frac{\partial P}{\partial w}\frac{V\eta}{S(\eta - \xi\eta')^2} - \frac{\partial P}{\partial v}\frac{H\xi}{S(\eta - \xi\eta')^2},$$

a więc ostatecznie

$$\frac{dP}{d\xi} = \frac{\partial P}{\partial \eta'}\eta'' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (71)$$

Z równania (71) wynika

$$\eta'' = 0,$$

skąd

$$\eta' = \alpha = \text{constans},$$

a zatem ogólna całka równania (70) posiada kształt

$$P\left(\frac{V\alpha}{S(\eta - \xi\alpha)}, \frac{-H}{S(\eta - \xi\alpha)}\right) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (72)$$

Weźmy pod uwagę, iż otrzymane równanie posiada w rzeczywistości jedną tylko niewiadomą

$$z = \eta - \xi\alpha$$

a więc, rozwiązując go względem z, otrzymujemy ogólną całkę równania (70) w postaci

$$\eta - \xi\alpha = A, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (73)$$

t. j. otrzymujemy równanie roju prostych, w którem stała całkowania

$$\alpha$$

odgrywa rolę parametru.

Z łatwością możemy zdać sobie sprawę, że rój prostych (73) stanowi układ stycznych rdzenia danego pola. W samej rzeczy funkcya

$$P(x, y)$$

staje się zerem tylko dla współrzędnych

$$x, y$$

punktów, leżących na obwodzie danego pola; ponieważ zaś mamy

$$P\left\{\frac{V\alpha}{S(\eta - \xi\alpha)}, \frac{-H}{S(\eta - \xi\alpha)}\right\} = 0,$$

przeto koniecznie muszą zachodzić równości:

$$\frac{V\alpha}{S(\eta - \xi\alpha)} = x,$$

$$\frac{-H}{S(\eta - \xi\alpha)} = y,$$

skąd otrzymujemy bezpośrednio

$$A = -\frac{H}{Sy},$$

$$\alpha = -\frac{Hx}{Vy},$$

a, co za tem idzie, ogólną całką równania (70) będzie równanie

$$\frac{\xi x}{V} + \frac{\eta y}{H} + \frac{1}{S} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74),$$

któremu odpowiada układ stycznych rdzenia danego pola. W równaniu tem zmienna

$$x$$

odgrywa rolę parametru, zmieniającego się ciągle w pewnych, ściśle określonych granicach wraz z

$$y$$

funkcyjnie zależnem od x na zasadzie równania

$$P(x, y) = 0.$$

Ponieważ najoczywiściej równanie rdzenia nie daje się otrzymać z całki ogólnej równania (70) drogą zmiany stałej całkowania, a mimo to jednak czynić ono musi mu zadość, przeto równanie rdzenia otrzymamy jako *całkę osobliwą* równania (70), rugując

$$\eta'$$

z równań

$$P(w, v) = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (75)$$

$$\frac{\partial P(w, v)}{\partial \eta'} = 0\,, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (76)$$

co da szukane równanie

$$F(\xi, \eta) = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (77)$$

rdzenia danego pola.

Tą samą drogą, t. j. rugując

$$\eta'$$

z równań (75) i (76), otrzymujemy równanie owijającej roju prostych (73), które to proste, na zasadzie § 11 (części trzeciej) możemy uważać za linie obojętne, przynależne do środków naprężeń, leżących na obwodzie danego pola. Możemy więc wypowiedzieć:

Twierdzenie XII. *Rdzeń danego pola stanowi owijającą roju linii obojętnych, przynależnych do środków naprężeń, leżących na obwodzie danego pola.*

§ 13. Równania (75) i (76), lepiej od równań (50) i (55), (56), nadają się do wyprowadzenia równania

$$F(\xi, \eta) = 0\,,$$

wyznaczającego rdzeń danego pola.

W samej rzeczy, szukajmy naprzykład równania rdzenia danego pola, którego obwód wyraża się równaniem drugiego stopnia:

$$P(x, y) = ax^2 + 2\,bxy + cy^2 + 2\partial x + 2fy + g = 0 \; . \; . \quad (78)$$

Kładąc w tem równaniu

$$x = w = \frac{V\eta'}{S(\eta - \xi\eta')}\,, \qquad y = v = -\frac{H}{S(\eta - \xi\eta')}$$

i mnożąc je przez

$$S^2(\eta - \xi\eta')^2\,,$$

otrzymujemy

$$P(w, v) = N\eta'^2 - 2\,M\eta' + R = 0\,, \quad . \; . \; . \; . \quad (79)$$

gdzie:

$$N = a\,V^2 - 2\partial S V\xi + gS^2\xi^2 \quad . \; . \; . \; . \quad (80)$$

$$M = bHV - \partial SV\eta + fSH\xi + gS^2\xi\eta \; . \quad (81)$$

$$R = cH^2 - 2fSH\eta + gS^2\eta^2 \quad (82)$$

Pozatem, różniczkując bezpośrednio, mamy z (79):

$$\frac{\partial P}{\partial \eta'} = 2N\eta' - 2M = N\eta' - M = 0\,,$$

skąd

$$\eta' = \frac{M}{N}\,, \quad . \; . \; . \; . \quad (83)$$

a więc równanie rdzenia będzie:

$$F(\xi, \eta) = N\frac{M^2}{N^2} - 2\,M\frac{M}{N} + R = R - \frac{M^2}{N} = 0$$

i ostatecznie:

$$M^2 - RN = S^2H^2(f^2 - cg)\,\xi^2 + 2S^2HV(bg - \partial f)\,\xi\eta + \\ + S^2V^2(\partial^2 - ga)\,\eta^2 + 2SH^2V(c\partial - bf)\,\xi + 2SHV^2(af - b\partial)\,\eta + \\ + H^2\,V^2(b^2 - ac) = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \quad (84)$$

Otrzymany wzór pozwala wypowiedzieć

Twierdzenie XIII. *Rdzeń pola, ograniczonego krzywą drugiego stopnia, jest też krzywą drugiego stopnia.*

§ 14. Niech teraz będzie

$$F(\xi, \eta) = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (85)$$

równanie rdzenia danego pola, posiadającego obwód

$$P(x, y) = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (86)$$

Kładąc w równaniu (85)

$$\xi = \frac{V}{S}\,\frac{y'}{y - xy'} = m\,(x, y, y')$$

$$\eta = \frac{H}{S}\,\frac{-1}{y - xy'} = n\,(x, y, y')$$

otrzymujemy równanie różniczkowe

$$F(m, n) = 0\,, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (87)$$

pomiędzy szczególnemi całkami którego winno się znajdować równanie (86) obwodu danego pola.

Równanie (87) rozwiązane zupełnie tak, jak to wyżej robiliśmy, daje jako ogólną całkę równanie

$$F\left(\frac{Va}{S(y - xa)}\,,\; \frac{-H}{S(y - xa)}\right) = 0\,, \; . \; . \; . \; . \quad (88)$$

któremu odpowiada rój stycznych obwodu danego pola, o czem przekonamy się zupełnie w ten sam sposób, jak i w § 12.

Ponieważ najoczywiściej równanie (86) nie daje się otrzymać z całki ogólnej (88) przez nadanie stałej całkowania wartości szczególnej, a mimo to jednak czynić musi mu ono zadość, przeto równanie obwodu danego pola otrzymamy, jako *całkę osobliwą* równania (89), rugując

$$y'$$

z równań

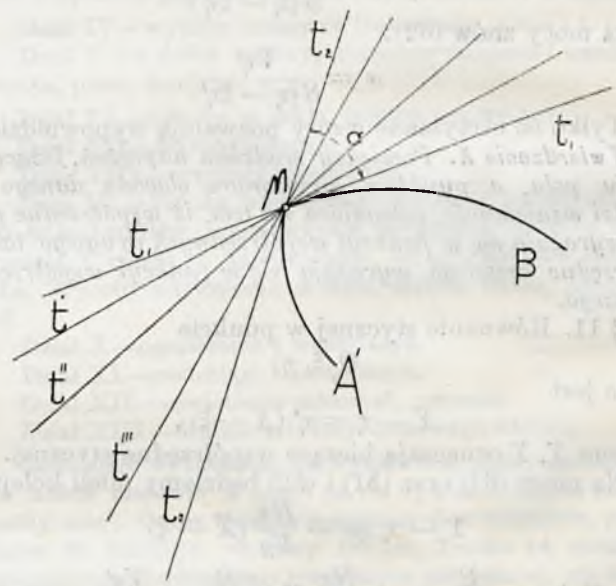
$$\frac{\partial F}{\partial y'} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (89)$$

$$F(m, n) = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (90)$$

Tą samą drogą, t. j. rugowaniem y' z równań (89) i (90) otrzymujemy równanie owijającej roju prostych (88), stanowiącego układ stycznych obwodu danego pola, które to styczne przynależą, jako linie obojętne do środków naprężeń, leżących na rdzeniu naszego pola. A stąd:

Twierdzenie XIV. *Obwód danego pola stanowi owijającą roju linii obojętnych, przynależnych do środków naprężeń, leżących na rdzeniu danego pola.*

Twierdzenie to można również na zasadzie prawa wzajemności, istniejącego między punktami rdzenia i sprzężonymi z nimi punktami obwodu (§ 10 część trzecia), wyprowadzić wprost, jako wniosek z twierdzenia XII.



Rys. 12.

§ 15. Weźmy pod uwagę część obwodu danego pola, składającą się z dwóch łuków (rys. 12)

$$\smile AM\,, \qquad \smile MB$$

krzywych, nie posiadających punktów osobliwych, a zbiegających się w punkcie

$$M,$$

który *punktem zespolenia* zwać będziemy.

Rys. 13.

Styczne obu gałęzi AM, MB, krzywych tworzą w punkcie zespolenia kąt

$$\alpha$$

różny od zera w ogólności.

Rozpatrując rój stycznych tej części obwodu z łatwością dojdziemy do wniosku na zasadzie już dowiedzionych twierdzeń, że:

1) Każdemu łukowi krzywej obwodu danego pola, t. j. łukom

$$\smile AM\,, \quad \smile MB$$

odpowiada również pewien ściśle określony łuk

$$\smile A'M'\,, \quad \smile M''B'$$

rdzenia naszego pola (rys. 12 i 13).

2) Nieskończonej liczbie rzekomych stycznych

$$t', t'', t''' \ldots\ldots,$$

t. j. prostych zawartych w kącie α pomiędzy dwiema stycznemi

$$t_1\, M\, t_1\,, \quad t_2\, M\, t_2$$

gałęzi obwodu, a przechodzących przez punkt zespolenia,—odpowiada prosta

$$t_0\, M'\, M''\, t_0,$$

ściśle określona, stanowiąca część rdzenia i zwana *„prostą zespolenia“*.

Prosta zespolenia stanowi najoczywiściej wspólną styczną wyżej wspomnianych dwóch łuków

$$\smile A'M'\,, \quad \smile B'M''$$

rdzenia, równanie bowiem

$$\frac{Xx}{V} + \frac{Yy}{H} + \frac{1}{S} = 0$$

wyznacza zarówno prostą zespolenia

$$t_0\, M'\, M''\, t_0,$$

jako też i styczne łuków

$$\smile A'M'\,, \quad \smile M''B'$$

rdzenia w punktach

$$M'\ M''\,,$$

dla których punkt zespolenia

$$M$$

jest skojarzonym punktem obwodu. Oczywiście możemy wypowiedzieć

Twierdzenie XV. *Gdy jakakolwiek część obwodu danego pola składa się z dwóch gałęzi, należących do dwóch, wogóle mówiąc, różnych krzywych, zbiegających się w danym punkcie zespolenia, to odpowiednia część rdzenia tego pola będzie złożona z dwóch krzywych łuków (odpowiadających gałęziom obwodu), połączonych ze sobą prostą zespolenia (odpowiednik punktu zespolenia), styczną obu tych łuków.*

§ 16. Twierdzenie odwrotne jest również słuszne:

Twierdzienie XVI. *Gdy jakakolwiek część rdzenia danego pola składa się z dwóch krzywych łuków, połączonych ze sobą prostą zespolenia — ich wspólną styczną — to odpowiednia część obwodu tego pola będzie złożona z dwóch krzywych łuków, zbiegających się w punkcie zespolenia.*

§ 17. Wziąwszy pod uwagę poprzedzające twierdzenia, możemy wypowiedzieć na mocy prawa wzajemności

Twierdzenie XVII. *Gdy jakakolwiek część rdzenia danego pola składa się z dwóch gałęzi, należących do dwóch różnych, wogóle mówiąc, krzywych, zbiegających się w danym punkcie zespolenia, to odpowiednia część obwodu tego pola będzie złożona z dwóch krzywych łuków (odpowiadających gałęziom rdzenia), połączonych ze sobą prostą zespolenia (odpowiednik punktu zespolenia), styczną do obu tych łuków.*

§ 18. Również będziemy mieli

Twierdzenie XVIII. *Gdy jakakolwiek część obwodu danego pola składa się z dwóch krzywych łuków, połączonych ze sobą prostą zespolenia styczną do tych łuków—to odpowiednia część rdzenia tego pola będzie złożona z dwóch krzywych łuków, zbiegających się w punkcie zespolenia.*

(D. n.) *L. S. Karasiński.*

Czy opłaca się produkować surowiec w Królestwie Polskiem?

Wobec dających się często słyszeć narzekań, że produkować surowiec w wielkich piecach fabryk Królestwa Polskiego nie opłaca się, i taniej jest sprowadzać go z południowej Rosyi, pozwolę sobie zrobić teoretyczne porównanie kosztów własnych surowców różnych gatunków w dwóch fabrykach, jednej w Królestwie i drugiej w południowej Rosyi, w których warunki produkowania surowca są mi dobrze znane. Weźmiemy za punkt wyjścia teoretyczny skład naboju wielkiego pieca na różne gatunki surowców tu i tam i zobaczymy, jaka różnica wypadnie w kosztach surowych materyałów przetopowych, niezbędnych do wytopienia jednego puda surowca. Powiedziałem *teoretyczny* na tej zasadzie, że przedewszystkiem obliczenie teoretyczne powinno dać rezultaty gorsze, niż da w rzeczywistości nawet tylko bardzo przeciętny średni bieg wielkiego pieca, to znaczy, że już przy średnim biegu rzeczywiste rezultaty będą lepsze od teoretycznych; powtóre, ceny przetopowych materyałów, przyjętych do obliczeń w hucie polskiej nie są rzeczywiste, lecz fikcyjne, *wyższe* od rzeczywistych; ceny te służyły do obliczenia tantjem inżynierów, pracujących przy wielkich piecach. Stąd wypływa, że rzeczywista cena własna surowca będzie zawsze *niższa* z tych dwóch tylko co wymienionych przyczyn.

Ponieważ każdy wielki piec produkuje zawsze najwięcej surowca martenowskiego, przeto obierzemy produkcyę jego za jednostkę, z którą będziemy porównywać produkcyę innych gatunków.

Fikcyjne ceny do obliczania tantjem, *wyższe* od rzeczywistych, w tym czasie, gdy prowadziłem wielkie piece w hucie polskiej w 1904/5 r., były następujące:

Ruda prażona z własnych kopalń. . . .	11	kop. za pud.
„ surowa „ „	7	„ „
„ południowo-rosyjska (Krzywy Róg)	19	„ „
„ manganowa	29—34	„ „
Żużel szwejsowy	11,5—12,5	„ „
„ fosforowy	18,5	„ „
„ pudlowy	16	„ „
„ martenowski	1,75	„ „
Fosforyty podolskie	34	„ „
Odpadki (wypałki) pirytowe (purple ore)	10	„ „
Zendra kupowana	16,5	„ „
Zendra własna	12	kop. za pud.
Kamień wapienny własny	1,25	„ „
Koks ostrawski	20	„ „
„ śląski	16	„ „

Fikcyjne ceny surowców:

	przy biegu 2 pieców	przy biegu 1 pieca	
S. mart. płynny	51 kop.	53	kop. za pud.
„ „ w gęsiach do 1% Mn .	51 „	53	„ „
„ „ „ 1,0—1,5% Mn	51,5 „	53,5	„ „
„ „ „ 1.5—1,8% Mn	52,0 „	54,0	„ „
„ „ „ wyżej 1,8%, Mn	52,5 „	54,5	„ „
„ hematyt, zawierający min. 2% Si+1,8% Mn . . .	55 „	57	„ „
„ fosforowy zawierający min. 2% P	55 „	57	„ „
„ lejniczy № 1 z zawartością Si = 2,5% i wyżej . .	55 „	57	„ „
„ lejniczy № 2 z zawartością Si = 1,7 do 2,5%. . .	53 „	55	„ „

„ zwierciadl. z zawartością	Mn = 6—10%	62	kop. za pud.
„ „ „	Mn = 10—13%	67	„ „
„ „ „	Mn = 13—16%	71	„ „
„ „ „	Mn = 16—19%	75	„ „
„ „ „	wyżej niż 19% Mn	80	„ „
Ferromangan z zawartością	78—82% Mn. .	178	„ „
Ferrosilicium „	10—12% Si . .	110	„ „

Uwagi. 1) Surowiec lejniczy z zawartością Si mniej od 1,7% uważa się w obrachunku, jako martenowski.

2) Hematyt, który zawiera więcej jak 0,2% P, liczy się po cenie martenowskiego surowca.

3) Za surowiec wyprodukowany, zawierający do 0,08% S, nie robi się potrąceń za zawartość siarki; za surowiec, zawierający 0,08 do 0,10% S, potrąca się za każde 0,01% S po 0,25 kop. na pudzie, a za surowiec, zawierający 0,10% S i więcej, potrąca się 0,5 kop. na pudzie za każde 0,01% S.

Mając niżej podane składy nabojów na różne surowce i odpowiednie ceny materyałów przetopowych, łatwo dla każdego oddzielnego wypadku zadecydować, o ile produkowanie