

## BADANIA NAPRĘŻEŃ NORMALNYCH.

(Ciąg dalszy do str. 239 w № 20 r. b.).

### Część druga. Badanie rozkładu naprężeń obu typów.

§ 1. Badanie naprężeń panujących w poszczególnych punktach danego pola, podległego działaniu danego momentu, leżącego w płaszczyźnie pola, sprowadza się do badania wzoru (9); wynika z niego, że:

1) W *środku sprężystości* (początku współrzędnych) oczywiście będzie

$$T_0 = 0, \dots \dots \dots (10)$$

skąd czerpiemy

**Wniosek I.** Naprężenie II ma wartość zero dla *środku sprężystości* danego pola.

2) Wyznaczając wartość *średniego* naprężenia danego pola

$$\frac{1}{S} \int T ds = T_s = -\frac{\mu \sin \alpha}{VS} \int X ds + \frac{\mu \cos \alpha}{HS} \int Y ds = 0 \quad (11)$$

otrzymamy:

**Wniosek II.** Średnie naprężenie II danego pola zawsze jest równe zeru.

3) Dając naprężeniu II wartość

t. j. inaczej mówiąc, uważając  $T$  w równaniu (9) za wielkość stałą, mamy:

$$\frac{X \mu \sin \alpha}{V} - \frac{X \mu \cos \alpha}{H} + T_1 = 0; \dots \dots \dots (12),$$

jest to równanie prostej, którą zwać będziemy „*linią równego naprężenia*“, t. j. równanie geometrycznego miejsca tych wszystkich punktów

$$M(X, Y)$$

danego pola

$$S,$$

w których naprężenia II (drugiego typu) są jednakowe.

**Wniosek III.** Punkty, w których panuje pewne stałe naprężenie II, leżą wszystkie na prostej, zwanej *linią równego naprężenia II*.

4) Z samego kształtu równania typu (12) wypływa:

**Wniosek IV.** Linie równych naprężeń II danej powierzchni płaskiej tworzą układ prostych równoległych, nachylonych ku głównej osi bezwładności  $OX$  naszej powierzchni pod kątem:

$$\text{arc tg} \left[ \frac{H}{V} \text{tg} \alpha \right] \dots \dots \dots (13).$$

5) Rozpatrując wyrażenie (13), mamy:

**Wniosek V.** Nachylenie układu równoległych prostych (12) ku głównej osi bezwładności  $OX$  danego pola jest funkcją nachylenia danego momentu ku tejże osi; układ ten jest równoległy do głównej osi bezwładności naszego pola, gdy moment leży na tej osi.

6) Przypuśćmy, że proste układu (12) przecinają oś  $OX$  w punktach (rys. 4):

$$F(X, 0).$$

Każdą z prostych

$$L_1 L_2 \dots L_k$$

naszego układu (12) będziemy charakteryzować odciętą

$$X$$

punktu  $F$ , gdyż oczywiście wartość

$$T = -\frac{X \mu \sin \alpha}{V} + \frac{Y \mu \cos \alpha}{H}$$

przy

$$Y = 0,$$

t. j. wartość

$$T_f = -\frac{X \mu \sin \alpha}{V} \dots \dots \dots (14)$$

wyliczona dla punktu  $F$ , panować będzie na wszystkich punktach prostej  $L$ , przez ten punkt przechodzącej.

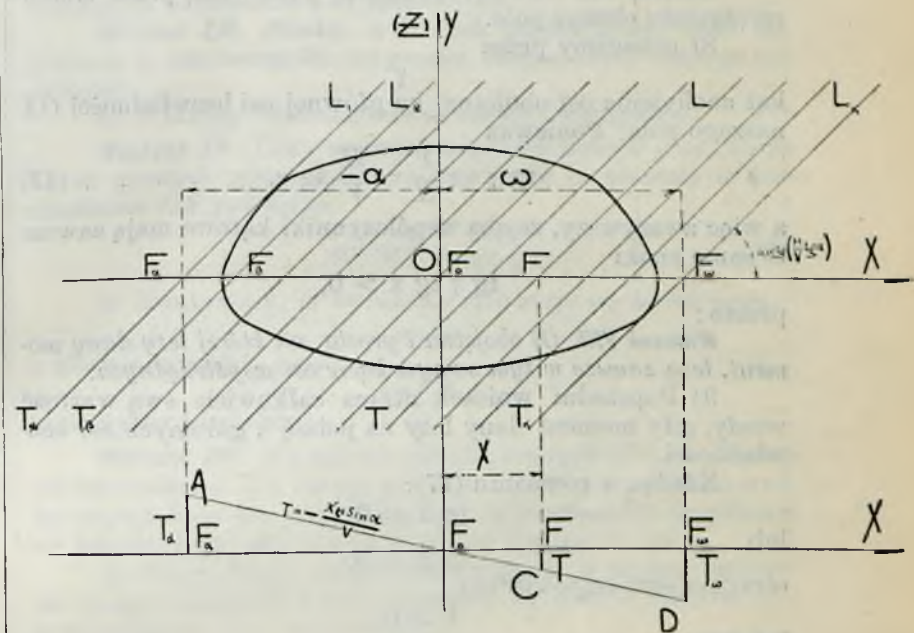
Załóżmy

$$T = (Z),$$

wtedy (14) da nam

$$(Z) = -\frac{X \mu \sin \alpha}{V}, \dots \dots \dots (15)$$

t. j. da równanie prostej, skąd czerpiemy wniosek:



Rys. 4.

**Wniosek VI.** Wartości naprężenia II zmieniają się ciągle i oczywiście linijnie (co wypływa z samego kształtu funkcji  $\phi$ ) w granicach ściśle określonych dla danego pola, przytem skrajne wartości dają dodatnią największość i ujemną najmniejszość naprężeń II, gdyż naprężenie II przechodzi przez zero dla *środku sprężystości* danego pola.

W danym naprzykład wypadku, zakładając

$$\sin \alpha > 0,$$

największością będzie wartość

$$T_a = \frac{\alpha \mu \sin \alpha}{V} > 0,$$

wyliczona dla linii

$$L_1,$$

stycznej do naszego pola, a najdalej posuniętej w kierunku ujemnych  $X$ -ów, t. j. mającej największą co do wartości absolutnej charakterystykę  $X$  ujemną; najmniejszością zaś będzie wartość

$$T_w = -\frac{\omega \mu \sin \alpha}{H} < 0,$$

wyliczona dla linii

$$L_k,$$

stycznej do pola  $S$  a posiadającej największą charakterystykę dodatnią.

Oznaczenie tych skrajnych wartości w każdym poszczególnym wypadku nie nastęrcza żadnych trudności. Geometrycznie naprężenie II przedstawic można jako odcinki

$$FC,$$

które otrzymujemy wykreśliwszy prostą (15); skrajne odcinki

$$AF_a, \quad DF_w$$

dają skrajne wartości naprężeń  $T$ , t. j. wartości  $T_{max}, T_{min}$ .

7) W rozpatrywanym wypadku zawsze mamy  $T_{max} \times T_{min} < 0$ ,

t. j. inaczej mówiąc, pole zawsze się dzieli na dwa obszary takie, że we wszystkich punktach pierwszego obszaru panują naprężenia jednego znaku, we wszystkich zaś punktach drugiego obszaru panują naprężenia również jednego znaku, lecz odwrotnego do pierwszego; t. j. jeżeli w obszarze pierwszym naprężenia II są dodatnie, to w obszarze drugim będą ujemne i naodwrot. Na granicy tych dwóch obszarów naprężenie ma wartość równą zeru.

Granice tę otrzymamy oczywiście kładąc  $T = 0$

we wzorze (9), co daje:

$$-\frac{X\mu \sin \alpha}{V} + \frac{Y\mu \cos \alpha}{H} = 0, \dots (16)$$

równanie prostej, zwanej *osią obojętną* dlatego, że we wszystkich punktach tej prostej naprężenie II jest równe zeru.

**Wniosek VII.** *Oś obojętna zawsze przechodzi przez środek sprężystości danego pola.*

8) oznaczymy przez  $\gamma$

kąt nachylenia osi obojętnej ku głównej osi bezwładności  $OX$  naszego pola. Ponieważ

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{Y}{X} = \frac{H}{V} \operatorname{tg} \alpha, \dots (17)$$

a więc zważywszy, że oba współczynniki kątowe mają zawsze te same znaki

$$\operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \alpha > 0,$$

przeto:

**Wniosek VIII.** *Oś obojętna i prosta, na której leży dany moment, leżą zawsze w tym samym kącie osi współrzędnych.*

9) Poprzedni wniosek utracą całkowicie swą wartość wtedy, gdy moment dany leży na jednej z głównych osi bezwładności.

Kładąc w równaniu (17):

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,$$

lub

$$\operatorname{tg} \alpha = \infty,$$

otrzymujemy odpowiednio:

$$Y = 0,$$

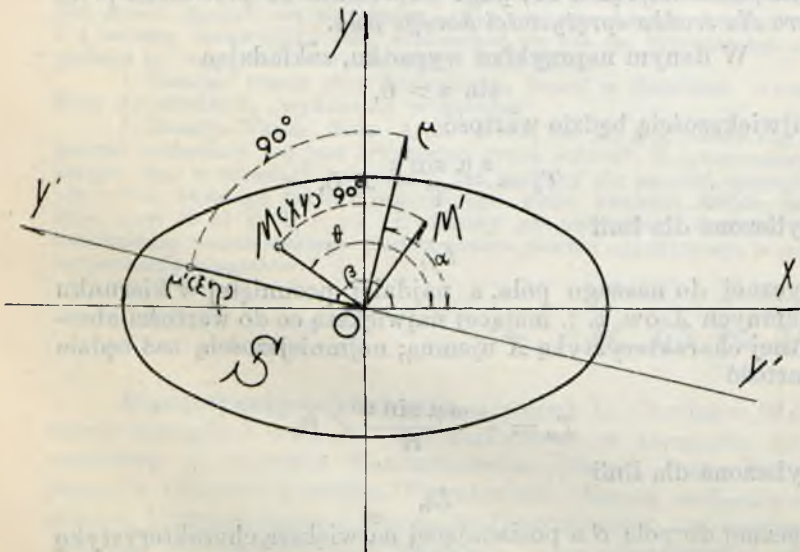
lub też

$$X = 0,$$

równania osi obojętnych dla danego wypadku. A więc:

**Wniosek IX.** *Główna oś bezwładności danego pola staje się osią obojętną, gdy na tej osi leży dany moment.*

Warunek ten wypływa bezpośrednio z wniosku (V), bo oś obojętna należy do układu prostych (12).



Rys. 5.

10) Wyobraźmy sobie płaszczyznę, przechodzącą przez środek sprężystości danego pola a prostopadłą do kresy, wyobrażającej dany moment. Oczywiście para sił, tworząca dany moment, będzie leżała w tej płaszczyźnie a przeto ową płaszczyznę „płaszczyznę pary sił” zwać będziemy (rys. 5).

Płaszczyzna pary sił przecina się z płaszczyzną  $XOY$

wzdłuż prostej

$$Y'Y',$$

którą *osią sił* zwać będziemy, prostopadłej do kresy

$$O\mu,$$

a zatem kąt, jaki oś sił tworzy z osią współrzędnych  $OX$ , t. j. kąt

$$\beta$$

będzie:

$$\beta = \alpha + 90^\circ \dots (19).$$

Zważywszy, iż:

$$\sin \beta = \cos \alpha,$$

$$\cos \beta = -\sin \alpha,$$

możemy napisać (9)

$$T = \frac{X\mu \cos \beta}{V} + \frac{Y\mu \sin \beta}{H}; \dots (20)$$

jest to nowa postać wzoru na naprężenie II w punkcie  $M(X, Y)$ ,

dowolnie obranym na polu  $S$ .

Odłóżmy na osi sił odcinek

$$O\mu' = O\mu = \mu,$$

wtedy współrzędne punktu  $\mu'$  będą

$$\xi = \mu \cos(\alpha + 90^\circ) = \mu \cos \beta$$

$$\eta = \mu \sin(\alpha + 90^\circ) = \mu \sin \beta$$

i zamiast (20) mamy

$$T = \frac{X\xi}{V} + \frac{Y\eta}{H} \dots (21).$$

Wyobraźmy sobie teraz kresę pewnego momentu równego

$$\rho,$$

t. j. równego promieniowi wodzącemu naszego punktu  $M$ , tworzącą z osią współrzędnych  $OX$  kąt

$$\theta = 90^\circ,$$

przyczem przez

$$\theta$$

oznaczamy kąt między promieniem wodzącym punktu  $M$ , a osią  $OX$ .

Nowy ten moment wyobrażony będzie na naszym rysunku przez kresę

$$OM' = OM = \rho.$$

Niechaj teraz punkt

$$\mu'(\xi, \eta)$$

będzie punktem, dowolnie obranym na danym polu; naprężenie w tym punkcie powstające pod wpływem naszego nowego momentu  $\rho$  będzie

$$T' = \frac{\xi \rho \cos \theta}{V} + \frac{\eta \rho \sin \theta}{H} \dots (22)$$

zgodnie z (20).

Oczywiście mamy

$$T' = T,$$

skąd:

**Wniosek X.** *Naprężenie, powstające w punkcie*

$$M(\rho, \theta)$$

danego pola pod wpływem momentu

$$\mu,$$

leżącego w tem polu a pochylonego ku głównej osi bezwładności  $OX$

$$O\mu$$

naszego pola pod kątem

$$\alpha,$$

jest równe naprężeniu, jakiego powstało w punkcie

$$N(\mu, \alpha + 90^\circ),$$

gdyby ten punkt należał do pola i gdyby na to nasze pole działał leżący w niem moment

$$\rho,$$

pochylony pod kątem

$$\theta = 90^\circ$$

ku tejże osi.

11) Pomiędzy osią obojętną z jednej, a osią sił z drugiej zachodzi nader prosty związek, pozwalający wyznaczyć położenie jednej z nich mając daną drugą.

Równanie osi obojętnej, po wprowadzeniu doń kąta

$$\beta,$$

jaki tworzy oś sił z osią bezwładności  $OX$ , będzie:

$$\frac{Y \sin \beta}{H} + \frac{X \cos \beta}{V} = 0 \dots (23).$$

Skąd, oznaczwszy przez  $\text{tg } \gamma$  współczynnik kątowy osi obojętnej, mamy z równania (23):  

$$H + V \text{tg } \beta \text{tg } \gamma = 0, \dots (24)$$

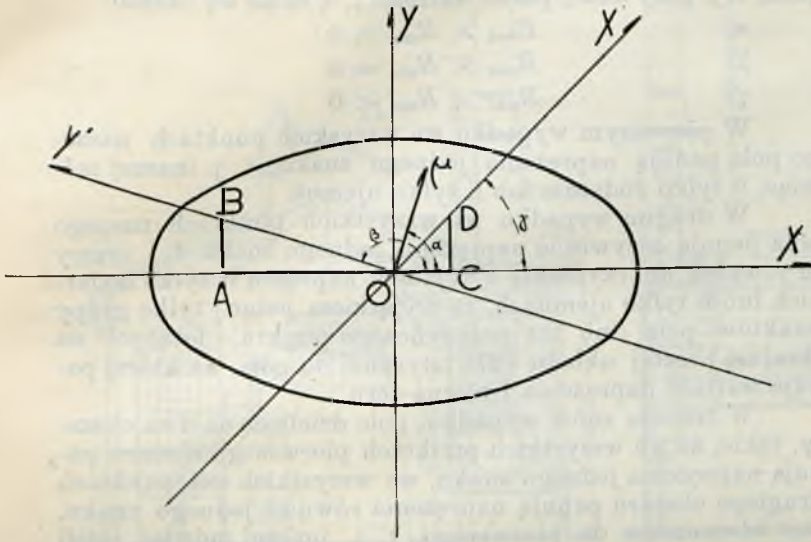
co dowodzi, że oś obojętnej i oś sił to dwie sprzężone średnice elipsy bezwładności danego pola  $S$ . A więc:

**Wniosek XI.** Oś obojętnej i oś sił danego pola, podlegającego działaniu danego momentu, stanowią parę średnic sprzężonych elipsy bezwładności danego pola.

Stąd łatwy sposób budowania osi obojętnej, znając położenie osi sił.

W samej rzeczy niech

$Y' Y'$  (rys. 6)



Rys. 6.

będzie daną osią sił; odłóżmy na osi  $OX$  odcinek:

$$OA = V$$

tak, aby odcinek ten leżał na ujemnej osi  $X$ -ów dla wszystkich kątów  $\beta$ , zawartych w granicach:

$$90^\circ < \beta < 270^\circ,$$

a dla innych  $\beta$  — na dodatniej osi  $OX$ .

Przeprowadziwszy

$AB$

równoległe do osi  $OY$ , odkładamy na osi  $OX$ , tego samego znaku co i  $AB$  — odcinek

$$OC = AB.$$

Wtedy, budując z punktu

$C$

na kresie  $\mu$  odcinek

$$CD = H,$$

równoległe do osi  $OY$ , przeprowadzamy prostą

$OD$ ,

która będzie średnicą elipsy bezwładności naszego pola, sprzężoną ze średnicą  $OB$ .

Łatwo tego dowieść. Oczywiście bowiem możemy tutaj napisać wartość

$$\text{tg } \beta = \pm \frac{AB}{AO} = \pm \frac{AB}{V},$$

pozatem

$$\text{tg } \gamma = \mp \frac{DC}{OC} = \mp \frac{H}{AB},$$

które to wartości czynią zadość równaniu (24).

§ 2. Badanie naprężeń, panujących w poszczególnych punktach danego pola, podległego działaniu danej, prostopadłej do płaszczyzny pola siły, sprowadza się do badania wzoru (5). W samej rzeczy:

1) W środku sprężystości (początku współrzędnych) mamy oczywiście

$$R_0 = \frac{P}{S}, \dots (25)$$

skąd czerpiemy:

**Wniosek XII.** Naprężenie  $I$  w środku sprężystości danego pola jest niezależne od położenia środka naprężeń, czyli punktu przyłożenia siły  $P$ .

2) Wartość średniego naprężenia danego pola:

$$R_s = \frac{1}{S} \int R ds = \frac{P}{S} \left[ \frac{\xi}{V} \int X ds + \frac{\eta}{H} \int Y ds + \frac{1}{S} \int ds \right] = \frac{P}{S} = R_0, \dots (26)$$

skąd:

**Wniosek XIII.** Średnie naprężenie  $I$  danego pola niezależne jest od położenia środka naprężeń i równu się naprężeniu w środku sprężystości tego pola.

3) Dając naprężeniu  $R$  pewną określoną stałą wartość  $R_1$ ,

t. j. inaczej mówiąc, uważając  $R$  w równaniu (5) za stałą, otrzymujemy

$$\frac{X\xi}{V} + \frac{Y\eta}{H} + \left[ \frac{1}{S} - \frac{R_1}{P} \right] = 0, \dots (27)$$

równanie prostej, którą „linią równego naprężenia“ zwać będziemy, t. j. równanie geometrycznego miejsca tych wszystkich punktów:

$$M(X, Y),$$

w których naprężenia  $I$  są jednakowe.

**Wniosek XIV.** Punkty, w których panuje pewne stałe naprężenie  $I$ , leżą wszystkie na prostej, zwanej linią równego naprężenia.

4) Z samego kształtu równania (27) wypływa:

**Wniosek XV.** Linie równych naprężeń danego pola tworzą układ prostych równoległych, nachylonych ku głównej osi bezwładności  $OX$  pod kątem

$$\text{arc tg} \left[ - \frac{H\xi}{V\eta} \right], \dots (28).$$

5) Zważywszy, iż wyrażenie (28) staje się zerem przy

$$\xi = 0,$$

a nieskończonością przy

$$\eta = 0,$$

możemy wypowiedzieć

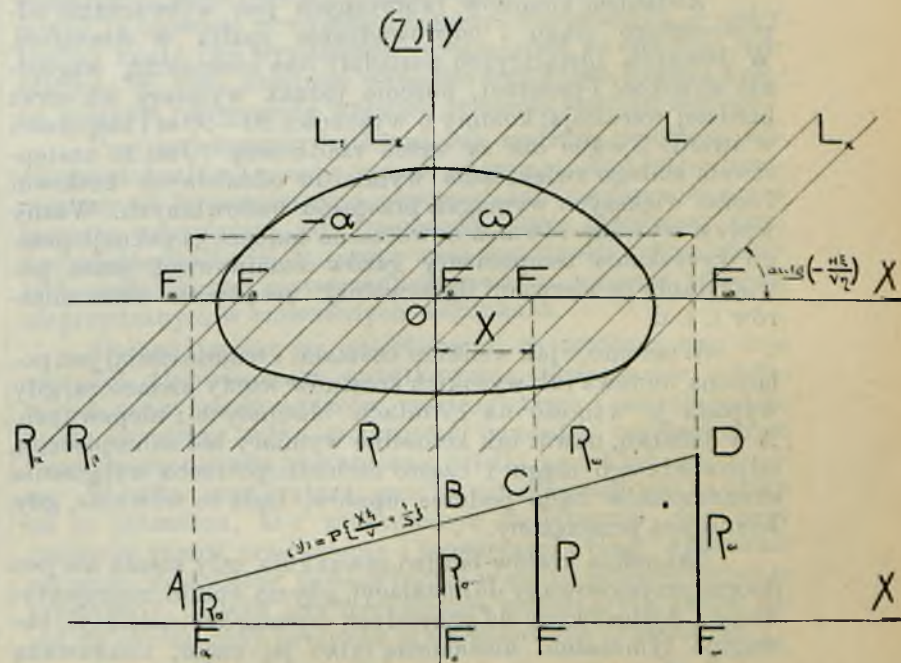
**Wniosek XVI.** Nachylenie układu prostych (27) ku głównej osi bezwładności  $OX$  danego pola — jest funkcją położenia środka naprężeń na tem polu; układ ten jest prostopadły do głównej osi bezwładności, gdy środek naprężeń leży na tej osi.

6) Przypuśćmy (a przypuszczenie to w niczem ogólności naszych warunków nie uszczupli), że proste układu (27) przecinają oś  $CX$  w punktach

$$F(X, 0).$$

Każdą z prostych

$$L_1, L_2, \dots, L_k$$



Rys. 7.

naszego układu\* charakteryzować będziemy odciętą  $X$ , bowiem oczywiście wartość

$$R = P \left( \frac{X\xi}{V} + \frac{1}{S} \right), \dots (29)$$

wykazana dla punktu  $F$ , panować będzie we wszystkich punktach prostej, przechodzącej przez ten punkt.

Załóżmy

$$R = (Z),$$

a wtedy wyłącznie (29) zmienia się w

$$(Y) = P \left[ \frac{X\xi}{V} + \frac{1}{S} \right], \dots \dots \dots (30)$$

t. j. otrzymujemy równanie prostej, skąd czerpiemy:

**Wniosek XVII.** Wartości naprężenia  $I$  zmieniają się ciągle i oczywiście liniowo (co wypływa z samego kształtu funkcji  $\varphi$ ) w granicach ściśle określonych dla danego pola; przytem wartości skrajne dają największość i najmniejszość wartości naprężenia.

W danym naprzykład wypadku, zakładając

$$P > 0, \quad \xi > 0,$$

największością będzie wartość

$$R_{\omega} = P \left[ \frac{\omega \xi}{V} + \frac{1}{S} \right],$$

wykazana dla linii

$$L_k,$$

stycznej do naszego pola, a najdalej posuniętej w stronę dodatnich  $X$ -ów, t. j. mającej największą charakterystykę  $X$  dodatnią; najmniejszością zaś będzie wartość

$$R_{\alpha} = P \left[ -\frac{\alpha \xi}{V} + \frac{1}{S} \right],$$

wyliczona dla linii

$$L_1,$$

stycznej do pola  $S$ , a posiadającej najmniejszą charakterystykę ujemną.

Oznaczenie tych skrajnych wartości w każdym poszczególnym wypadku nie nastręcza żadnych trudności. Geometrycznie  $R$  można przedstawić jako odcinki

$$CF,$$

które otrzymujemy, wykreśliwszy prostą (30); skrajne odcinki

$$DF_{\omega}, \quad AF_{\alpha}$$

dają odpowiednio wartości dla największości i najmniejszości  $R_{\max}$  i  $R_{\min}$ .

7) Ostatni wniosek traci swą wartość w tym szczegól-

nym wypadku, kiedy punkt  $Q$  (rys. 1) zlewa się z punktem  $O$ , t. j. kiedy siła  $P$  działa na środek sprężystości, wtedy bowiem naprężenie jest:

$$R = \frac{P}{S}$$

dla wszystkich punktów naszego pola, co wypływa ze wzoru (5), jeżeli przyjmiemy pod uwagę, że w tym razie.

$$\xi = \eta = 0.$$

**Wniosek XVIII.** Jeżeli środek naprężeń zlewa się ze środkiem sprężystości, to naprężenie ma wartość stałą we wszystkich punktach danego pola.

8) Przy danym położeniu środka naprężeń na danym polu, t. j. przy danej parze wartości  $\xi, \eta$  może się okazać:

$$\alpha) \quad R_{\max} \times R_{\min} > 0$$

$$\beta) \quad R_{\max} \times R_{\min} = 0$$

$$\gamma) \quad R_{\max} \times R_{\min} < 0$$

W pierwszym wypadku we wszystkich punktach naszego pola panują naprężenia jednego znaku, t. j. inaczej mówiąc, li tylko dodatnie lub li tylko ujemne.

W drugim wypadku we wszystkich punktach naszego pola panują oczywiście naprężenia jednego znaku, t. j. mamy tu również do czynienia z układem naprężeń li tylko dodatnich lub li tylko ujemnych, za wyjątkiem jednej tylko grupy punktów pola (lub też pojedynczego punktu), leżących na skrajnej prostej układu (27), stycznej do pola, na której panuje wartość naprężenia  $I$  równa zero.

W trzecim znów wypadku, pole dzieli się na dwa obszary, takie, że we wszystkich punktach pierwszego obszaru panują naprężenia jednego znaku, we wszystkich zaś punktach drugiego obszaru panują naprężenia również jednego znaku, lecz odwrotnego do pierwszego, t. j. inaczej mówiąc, jeżeli w obszarze pierwszym naprężenia są dodatnie, to w drugim są one ujemne i na odwrót.

Na granicy tych dwóch obszarów naprężenie ma wartość równą zero:

**Wniosek XIX.** Największość i najmniejszość naprężeń  $I$  danego pola całkowicie określają rozkład naprężeń po całym polu.

(C. d. n.)

L. S. Karasiński.

**Sprostowanie.** W № 20, str. 236, szp. I, w. 9 od góry, powinno być: „środek ciężkości byłby  $V$  leżał na równoległej do osi  $Z$ “.

## SZTUCZNY CIĄG.<sup>1)</sup>

Zadaniem kominów fabrycznych jest wytwarzanie odpowiedniego ciągu i odprowadzanie spalin w atmosferę. W dawnych instalacjach posiadały one nieznaczną względnie wysokość i prześwit, obecnie jednak wymiary ich coraz bardziej wzrastają; komin o wysokości 80—90 m i szerokości w świetle 3—4 m nie są wcale rzadkością. Jest to następstwem stałego zwiększania wymiarów oddzielnych kotłowni i coraz większych wymagań przepisów budowlanych. Ważny wpływ wywiera również nowoczesna tendencja jaknajlepszego wyzyskania temperatury gazów kominowych przez powiększanie powierzchni ogrzewalnej, urządzenie ekonomizerów i. t. d.

Wiadomo, z jak wielkimi kosztami i trudnościami jest połączona budowa tak wysokich kominów wtedy zwłaszcza, gdy wypada je wznosić na gruntach błotnistych i niepewnych. A w dodatku, nawet tak kolosalne wymiary nie zabezpieczają odpowiedniego ciągu i często zachodzi potrzeba wyłączenia ekonomizerów bądź podczas upałów, bądź to wówczas, gdy komin jest przeciążony.

Ekonomia kotłów bardzo szwankuje, gdy komin nie jest dobrze przystosowany do instalacji, gdy np. komin, zaprojektowany i dostosowany do przyszłych wymiarów instalacji, obsługuje tymczasem nieznaczną tylko jej część, zbudowaną w początku; wówczas na cały przeciąg lat prawidłowe działanie komina jest wykluczone.

Rachuje się zwykle, że koszt eksploatacji komina składają się jedynie z oprocentowania i amortyzacji kapitału, wyłożonego na budowę; nie bierze się zaś w rachubę strat ciąg-

łych i względnie wysokich, uważanych za zło konieczne. Są to tak zwane „straty kominowe“, które zachodzą wskutek tego, że komin musi otrzymać z paleniska odpowiednią ilość ciepła, aby był w stanie wytworzyć potrzebny ciąg. Ciepło to, wyrażone w procentach wartości ciepłikowej węgla, wynosi w przybliżeniu tyle, co siła ciągu komina w mm słupa wodnego.

Wobec powyższego staje się jasnym, że ani komin murowany, ani tem bardziej, komin z blachy i żelazobetonu nie stanowią idealnych urządzeń do otrzymywania ciągu. Do ideału tego bardziej zbliża się sztuczne wytwarzanie ciągu, co się odbywa w sposób następujący.

Specjalny przyrząd ssący, mający wewnątrz dyszę, ustawia się w tem miejscu, gdzie zwykle się mieści komin murowany, t. j. za ostatnim urządzeniem, które ma czerpać ciepło ze spalin. Ustawiony w dowolnym miejscu wentylator ssie zimne powietrze bądź wprost z atmosfery, bądź z pomieszczenia, które ma być poddane wentylacji, bądź wreszcie wprost z kotłowni i wtłacza je pod odpowiednim ciśnieniem w dyszę wspomnianego aparatu ssącego. Urządzenie to wywiera na cały kanał dymowy aż do samych rusztów działania ssące, zupełnie takie same, jak komin murowany. Zachodzi tu jednak zasadnicza różnica; zapomocą zmiany wielkości wentylatora, ilości jego obrotów, lub wreszcie przez zmianę przekroju dyszy można w czasie działania kotła osiągnąć taką siłę ciągu i taką szybkość gazów w kanałach dymowych, jaka jest najodpowiedniejsza w danych warunkach. W kominach murowanych siła ciągu jest zamknięta w granicach, ściśle określonych przez wymiary komina; przy ciągu sztucznym granice te nie istnieją, a przynajmniej mogą być znacznie rozszerzone.

<sup>1)</sup> Według artykułu F. C. Gaab w „Stahl und Eisen“.