prowadzone w tulejach f. Reduktor przeponowy a, belka uchwytowa do prób na zginanie c, koło ślimakowe d porusza czynny uchwyt do prób na skręcanie, — p próbka rozciągana).

15°. **Rodzaje** G, T (do prób na zginanie i ścinanie) jako jednostki niezależne, nie mają powszechnego zastosowania: G występuje w omówionych wyżej odmianach: *RG*, *RCG*, *CG*, *CWG*. Do prób na ścinanie przeważnie robi się osobny przyrząd lub swoiste uchwyty, przystosowane do maszyny probierczej rodzaju R lub C. Odpowiednie rysunki podane będą w części następnej.

(d. c. n.)

T. L. KARASIŃSKI.

WYBOCZENIE SŁUPA.

Nieważki prosty pręt o stałym przekroju F osadzono u podstawy pionowo i obciążono mimośrodkowo w górnym przekroju — ciężarem P.

Środek dolnego osadzonego przekroju stanowi początek osi: X — pionowej i Y — poziomej. W płaszczyźnie XY, prostopadłej do najmniejszego momentu bezwładności J przekroju F, leży stale siła P. Oś X pokrywa się z nieodkształconą pręta; pierwotny sztywny mimośród m siły P, prostopadły do nieodkształconej, ma zwrot osi Y.

Oznaczam przez l — długość nieodkształconej, przez s — długość łuku odkształconej, mierzoną od środka osi spółrzędnych, przez x, y — spółrzędne bieżącego punktu odkształconej, przez φ — odchylenie od osi X — jej stycznej w tym punkcie, przez f — końcową strzałkę ugięcia, przez θ — kąt, jak tworzy z osią X — skrajna styczna odkształconej.

Największy mimośród siły P będzie więc:

$$e = f + m \operatorname{Cos} \theta \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Działanie sił osiowych i tnących pomijam, zatem, w obszarze niezmienności spółczynnika sprężystości E, promień krzywizny r odkształconej wyrażam z równania

$$\frac{1}{r} = n^2 (e - y)$$

w którem:

$$n^2 = P/EJ.$$

Dla odkształconej najprostszej postaci mogę oznaczyć:

$$y = e (1 - \cos z) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

przyczem, w przekroju dolnym

$$s = y = \varphi = z = o$$

w górnym zaś:

$$s = l, \; y = f, \; \varphi = \theta, \; z = \omega$$

z warunkiem:

$$m \operatorname{Cos} \theta = e \cos \omega \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (3$$

Nadto, w obranym układzie osi:

$$dy = \sin \varphi \; ds = r \sin \varphi \, d\varphi = e \sin z \, dz$$

skąd, po uwzględnieniu poprzednich zależności:

$$\sin \frac{\varphi}{2} = k \sin z, \qquad \sin \frac{\theta}{2} = k \sin \omega \quad . \quad (4)$$

$$\cos \varphi = 1 - \frac{n^2}{2} (2ey - y^2) = 1 - 2k^2 \sin^2 z \, . \quad (5)$$

$$\cos \quad = \frac{1 - {}^1\!/_2 \, n^2 f^2}{1 + m n^2 f} = 1 - 2k^2 + 2k^2 \cos^2 \omega. \quad (6)$$

$$\frac{e}{m} = \frac{1 - 2k^2}{\cos \omega} + 2k^2 \cos \omega \quad . \; . \quad (7)$$

$$n s = \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 z}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

$$n l = \int_0^\omega \frac{dz}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 z}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

gdzie $\qquad k = {}^1\!/_2 \, n e = \sin \alpha$

Stałe wartości:

$$r = \infty, \; y = f = \varphi = \theta = 0,$$

cechujące równowagę pręta niezgiętego, spełniają równanie odkształconej przy

$$e = 0,$$

a przeto wyboczenie możliwe jest tylko przy początkowym zerowym mimośrodzie m. Warunek ten jest spełniony:

1° *gdy mimośród m jest stale równy zeru.* Zatem:

$$e = f, \qquad \omega = \frac{\pi}{2}$$

Siłę krytyczną Euler'owską:

$$P_e = \frac{\pi^2 EJ}{4l^2}$$

otrzymamy z równania:

$$n_e l = l \sqrt{\frac{P_e}{EJ}} = \frac{\pi}{2}$$

2° *gdy mimośród m rodzi się wraz ze strzałką f i wraz z nią wzrasta według zależności:*

$$(f, \; m) = 0$$

która daje:

$$m = f (a + b f + \ldots), \qquad a > 0$$

Przy obciążeniu krytycznem:

$$P_0 = EI \, n_0^2$$

będzie:

$$m = y = f = e = \varphi = \theta = 0, \qquad n_0 l = \omega_0$$

a przeto siła krytyczna czyni zadość równaniu:

$$\cos (n_0 l) = \frac{a}{1 + a}$$

która daje P_e przy $a = 0$.

3° *może się wreszcie zdarzyć*, że mimośród m, początkowo równy zeru, znagła, zupełnie zresztą niezależnie, pojawi się wskutek działania przyczyn postronnych. Siła P_0, cisnąca na słup w owej chwili staje się nieoczekiwanym obciążeniem krytycznym.

W najogólniejszym wypadku, przy pierwotnym mimośrodzie m, różnym od zera, pręt prosty nie może być w równowadze pod obciążeniem P.

Wygięcie jego może być jednak *znikome*, przy:

$$1/r, \; y, \; f, \; e, \; m, \; \varphi, \; \theta$$

bardzo bliskich zeru. Zatem, po odrzuceniu wyrazów rzędu wyższego, zawierających e^2, otrzymamy ze wzorów ogólnych:

$$e = f + m, \qquad nl = \omega, \qquad m = e \cos \omega.$$

a nadto zależność:

$$\cos (nl) = \frac{m}{f+m} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

którą można uważać za uogólnienie wzoru Euler'a przy dodatkowym warunku co do wartości stosunku dwóch znikomo małych: m, f.

Tak, np. w myśl tego wzoru, ograniczenie

$$f \leqslant m$$

wymaga, aby obciążenie P słupa nie przekraczało $^4/_9$ siły Euler'owskiej krytycznej P_e. Łatwo to dostrzec, zważywszy, że:

$$nl = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{P}{P_e}},$$

Wzór (10) nie jest zbyt wygodny w użyciu. W roczniku 1924 Przegl. Techn. na str. 512 podałem znacznie prostszy wzór, dający prawie te same wyniki:

$$f = 1{,}24 \frac{Pm}{P_e - P} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (11$$

Dotychczasowe nasze rozważania słuszne są tylko w obszarze sprężystości i proporcjonalności. Najwyższe naprężenie słupa, — skrajne przekroju dolnego, osadzonego, wyrazi się wzorem:

$$N_m = \frac{P}{F} + \frac{Pe}{W} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

w którym W oznacza moment wytrzymałości przekroju F.

Zatem, zgodnie z wyżej wypowiedzianą uwagą, N_m nie może przekraczać granic: sprężystości i proporcjonalności. Nadto, zupełna pewność pracy słupa wymaga znacznego obniżenia N_m — aż do zrównania z naprężeniem dopuszczalnem tworzywa.

Tak należy zawsze obliczać słupy przy *znacznych*, a więc *wyraźnych* mimośrodach m obciążenia. Do tego służą wzory ogólne, wyżej zestawione.

To obliczenie byłoby jednak zgoła niewłaściwe przy mimośrodzie *m znikomym*, a więc *niewyraźnym*, lub *wątpliwym* co do istotnej wielkości. Prosty przykład najlepiej to uwypukli.

Słup — dwuteownik Nr. 20. Żelazo zlewne, $E = 2.100.000$ kg/cm^2 $l = 150$ cm, $P_e = 27000$ kg. Według str. 596 P. T. z 1928 r. bezpieczna siła nośna tego słupa przy $m = 1{,}125$ cm ma być 8660 kg. Daje ona naprężenie skrajne $N_m = 853$ kg/cm^2. To samo naprężenie przy $m = 0{,}065$ cm odpowiada sile 20.400 kg, a jednak najodważniejszy człowiek nie nazwie tej siły nośnej bezpieczną, jako, że odpowiada ona zaledwo $1^1/_3$—krotnej pewności w stosunku do siły krytycznej P_e.

Zatem przy mimośrodach m znikomo małych, postaremu należy obliczać pręty według wzorów na wyboczenie. Jeden z nich, zwany wzorem L. K. od ośmiu lat psuje zdrowie krytyce, która ostatnio, pragnąc widocznie, jako tako pokryć swe braki poprzednie, zwróciła się po sukurs do obcych.

Ten fakt, niezmiernie charakterystyczny w naszych stosunkach, pozwala już nadal — zdjąć punkt ciężkości z owej krytyki, szukającej zewsząd podpory — i — przenieść go na samo źródło pomocy. Zbawczy list został ogłoszony na str. 594 Przegl. Techn. z 1928 r.

Uważa on zastosowanie wzoru L. K. „w praktyce za niemożliwe, nawet wówczas, gdyby dla poszczególnych materjałów zachodziła zgodność — przypadkowa..." A to dla czego?! Przecież sądzićby należało, że, skoro dla tworzyw *A, B*... wzór ten zgadza się z doświadczeniem, to chyba *może być* stosowany praktycznie, gdy właśnie chodzi o te tworzywa *A, B*... To arcy-ciekawe zdanie listu przypisać chyba tylko można fatalnemu tłumaczeniu oryginału, a samą osnowę zdania — rozumieć w ten sposób, że wzór L. K. nie może być stosowany praktycznie, gdy chodzi o tworzywa *M, N*,... dla których wzór ów *nie zgadza* się z doświadczeniami, tym razem już *nie* przypadkowo.

I tak jednak nie jest, według słów listu, gdzie nawet sama możliwość istnienia tworzyw *A, B*... jest z góry wykluczona. Nie ulegająca żadnej wątpliwości zgodność wzoru L. K. z klasycznemi próbami Karmann'a „lub *jakiemikolwiek innemi* — może być jedynie *dziełem* (!) przypadku!"

Tak mówi list opiekuńczy i przytacza na potwierdzenie tych słów — szkic wraz z rozumowaniem, niestety, niezbyt szczęśliwie pomyślanem!

Sam szkic zawiera ziarno rozumowania odwrotnego! Może się znajdzie mąż przenikliwy, który rozwiąże ten rebus nowego rodzaju.

Nim się to stanie, zaznaczam, biorąc pod uwagę najgłębsze jądro listu, iż najwłaściwiej byłoby na razie stwierdzić wprost — w ilu i jakich „wypadkach" wzór L. K. zgadza się z doświadczeniem?

A nuż wypadkiem we wszystkich?!

Nie bacząc przeto na gołosłowne wywodzenia, ponawiam wyrażoną już ośm lat temu prośbę, aby krajowe placówki wytrzymałościowe zajęły się tem ciekawem zagadnieniem.