BIBLIJOTEKA MATEMATYCZNO-FIZYCZNA.

POCZĄTKOWY WYKŁAD SYNTETYCZNY

WŁASNOŚCI PRZECIĘĆ STOŻKOWYCH.

PLAN BIBLIJOTEKI MATEMATYCZNO-FIZYCZNÉJ.

SERYJA PIÉRWSZA (12-mo).

Tom I. **Początki arytmetyki** M. BERKMANA. Str. X+266; z drzeworytami w tekście. W oprawie kop. 65.
Tom II. **Wiadomości początkowe z fizyki** S. KRAMSZTYKA. Książeczka I. Str. X+77; drzeworytów 47. W oprawie kop. 30.
Tom III. Toż. Książeczka II. Str. VIII+132; drzeworytów 56. W oprawie kop. 45.
Tom IV. **Wiadomości początkowe z gieografii fizycznéj i meteorologii** A. W. WITKOWSKIEGO. Str. VIII+108; drzeworytów 22, litografij 4. W oprawie kop. 45.
Tom V. **O najprostszych figurach gieometrycznych** M. BERKMANA. *Wkrótce wyjdzie z [druku.*

SERYJA DRUGA (12-mo).

Tom I. **Arytmetyka** M. BERKMANA. *W. w. z d.*
Tom II. **Krótki wykład gieometryi.**
Tom III. **Krótki wykład początków algiebry.**
Tom IV. **Przystępny wykład fizyki.**
Tom V. **Kosmografija i gieografija fizyczna z meteorologiją.**
Tom VI. **Nauka rysunków technicznych.**

. . . .

SERYJA TRZECIA (8-vo).

Tom I. **Arytmetyka,** kurs teoretyczny M. A. BARANIECKIEGO, z przypiskami A. ŻBIKOWSKIEGO i J. N. FRANKEGO. Str. LVIII+375, z drz. w tekście. Rub. 1 kop. 70.
Tom II. **Zadania arytmetyczne** A. JURGIELEWICZA. *W. w. z d.*
Tom III. **Algiebra elementarna i Teoryja przybliżeń liczebnych.**
Tom IV. **Gieometryja elementarna** I. BADOWSKIEGO. *W. w. z d.*
Tom V. **Początkowy wykład syntetyczny własności przecięć stożkowych** M. A. BARANIECKIEGO. Str. XVI+131; drzeworytów 63. Kop. 85.
Tom VI. **Trygonometryja płaska i kulista.**
Tom VII. **Miernictwo.**
Tom VIII. **Zasady fizyki** A. W. WITKOWSKIEGO. *W. w. z d.*
Tom IX. **Kosmografija** J. JĘDRZEJEWICZA. *W. w. z d.*
Tom X. **Gieografija fizyczna z meteorologiją.**
Tom XI. **Gieometryja wykreślna.**
Tom XII. **Mechanika elementarna.**

. . . .

SERYJA CZWARTA (8-vo Lex.).

Tom I. **Wstęp do analizy** M. A. BARANIECKIEGO. *W. w. z d.*
Tom II. **Rozwiązywanie równań liczebnych** J. SOCHOCKIEGO. Str. XII+212; drzew. 9. Rubli 2.
Tom III. **Teoryja równań algiebraicznych** J. SOCHOCKIEGO. *W. w. z d.* (*)
Tom IV. **Gieometryja analityczna** W. ZAJĄCZKOWSKIEGO. Str. XL+511; drzeworytów 85. Rubli 3.
Tom V. **Gieometryja syntetyczna.** (**)
Tom VI. **Rachunek różniczkowy i całkowy.**
Tom VII. **Ćwiczenia z rachunku różniczkowego i całkowego.** (***)
Tom VIII. **Rachunek waryjacyjny.**
Tom IX. **Rachunek prawdopodobieństwa i Metoda najmniejszych kwadratów.**
Tom X. **Zasady mechaniki teoretycznéj** J. N. FRANKEGO. *W. w. z d.*
Tom XI. **Rachunki wykreślne.**

. . . .

TOM DODATKOWY «BIBLIJOTEKI». **Słownik matematyczno-fizyczny.**

Jako uzupełniające seryją IV «Bibl. mat.-fiz.» należy uważać następuj. dzieła, ogłoszone przez BIBLIJOTEKĘ KÓRNICKĄ:

(*) **Teoryja wyznaczników,** kurs uniwersytecki M. A. BARANIECKIEGO. Paryż, 1879. 8-vo, str. XXII+600. Marek 12.

(**) **Wykład gieometryi wykreślnéj** E. SĄGAYZY. Paryż, 1882. 4-to, str. 444 z bardzo wielu drzeworytami w tekście, oraz LXII tablic miedziorytów. Marek 24.

(***) **Wykład nauki o równaniach różniczkowych** W. ZAJĄCZKOWSKIEGO. Paryż, 1877. 8-vo, str. XXIV+904. Marek 20.

BIBLIJOTEKA MATEMATYCZNO-FIZYCZNA,
WYDAWANA POD REDAKCYJĄ
M. A. BARANIECKIEGO
Z ZAPOMOGI KASY POMOCY DLA OSÓB, PRACUJĄCYCH
NA POLU NAUKOWYM, IMIENIA JÓZEFA MIANOWSKIEGO.
SERYJA III. TOM V.

POCZĄTKOWY WYKŁAD SYNTETYCZNY
WŁASNOŚCI
PRZECIĘĆ STOŻKOWYCH
NA PODSTAWIE ICH POKREWIEŃSTWA HARMONICZNEGO Z KOŁEM.

NAPISAŁ
DR. MARYJAN A. BARANIECKI,
PRYWAT-DOCENT UNIWERSYTETU W WARSZAWIE.

WARSZAWA.
W DRUKARNI NOSKOWSKIEGO.
1885.

Дозволено Цензурою.
Варшава 30 Января 1885 г.

Drzeworyty ciął W. Bojarski.
Papiér z papiérni w Pilicy.

Potrzeba wprowadzenia do średniego nauczania wykładu początkowego własności przecięć stożkowych niejednokrotnie była i u nas zaznaczana. Wykład ów jednak, tak niekiedy dawniéj w szkolach średnich ogólnych, jak i dotąd w t. z. szkołach realnych, opiéra się na metodzie Descartes'a. Literatura nasza posiada nawet w tym kierunku znakomity podręcznik: *Początki Geometryi analityczney dla szkól gimnazyalnych* Antoniego Wyrwicza, profesora uniw. wil. (Wilno, dwa małe tomiki, 1828—9). Prawdopodobnie jednak ze względu na wspomnianą metodę, tak odrębną od metody «Elementów» Euklidesa, a częściowo może także z powodu, że kurs taki uważano u nas niewłaściwie za specyjalną już jakoby gałąź studyjów matematycznych, nie wszedł on w poczet przedmiotów, ogólnie obowiązujących w nauczaniu średnim. —

Rozbudzenie we Francyi pod wpływem Monge'a, w ostatnich jeszcze latach zeszłego stulecia, zamiłowania do badań ściśle gieometrycznych *), pojawienie się Carnot'a *Géométrie de position* (1803), oraz kilku innych prac znamienitych, a następnie dzieła i wykłady Chasles'a, w Niemczech zaś głównie prace i wykłady Steiner'a wywołały coraz żywsze uprawianie nowych metod syntetycznych w gieometryi, które powoli wkraczały tam także do szkół średnich. U nas jedynie w latach 1833—1840 w gimnazyjum gubernijalnym w Łukowie Julijan Bayer, późniejszy wykładający w Szkole Głównéj warszawskiéj, uwzględniał jako «Nową syntezę» ten kierunek, przynajmniéj w obszernym zastosowaniu do teoryi poprzecznych i do własności koła **). W tymże mniéjwięcéj zakresie G. H. Niewęgłowski przeprowadził go w odpowiednich ustępach obu wydań swéj *Geometryi* (Poznań, 1854; Paryż, 1869).

Syntetyczne traktowanie wykładu początkowego własności przecięć stożkowych posiada już na zachodzie dość obszerną literaturę właściwą, świadczącą jednocześnie o wprowadzaniu go do wyższych klas różnych szkół oddzielnych; jako zaś bliskie metody «Elementów», prędzéj-późniéj ono powszechnie stanowić będzie składową część ogólnego wykształcenia średniego.—

---

*) Zarys historyczny rozwoju metod syntetycznych w gieometryi, częściowo uwzględniony we wstępie do tomu IV seryi IV «Bibl.», będzie umieszczony w tomie V téjże seryi.

**) Ów wykład istniał we wspomnianym okresie w klasie 5-éj szkoły łukowskiéj. W latach, w których Bayer owéj klasy nie prowadził, według jego kursu uczył w niéj Wilchelm Olszański. — Bayer późniéj ten kurs litografował około r. 1867 w Warszawie, p. t. *Pierwsze początki geometryi wyższéj* (4-to, str. 88 i tablic 24; bez wymienienia miejsca, autora i roku, oraz bez wstępnego słowa). Zupełną identyczność «Piérwszych początków» z ową «Nową syntezą» szkoły w Łukowie zaświadcza jéj uczeń z owych lat, prof. dr. Karol Jurkiewicz, któremu zawdzięczam przytoczone tu szczegóły.

Uwzględnienie w seryi III «Bibl.» takiego wykładu ma w chwili obecnéj głównie na celu rozpowszechnienie u nas pojęcia o tym, iż można go wprowadzić do nauczania średniego. Praktyczniéj zaś rzecz biorąc, ten tom «Bibl.» ma dziś przedstawiać jednę z tych niewielu wogóle, a u nas tymwięcéj, książek matematycznych, dostępnych większemu zastępowi czytelników; można ją bowiém studyjować nawet przed ukończeniem nauki gimnazyjalnéj, gdyż do jéj zrozumienia potrzebne są tylko główne wiadomości z planimetryi.

Niechaj nadto ta książka ułatwia piérwsze kroki do wielce doniosłych, a tak u nas zaniedbanych studyjów w zakresie gieometryi syntetycznéj wogóle, a wszczególności niech toruje drogę odpowiedniemu tomowi seryi IV «Bibl.»

28 stycznia r. 1885.

Red.

SPIS RZECZY.

DODATEK.

PRZEDMOWA.

Wykładając przez oba półrocza r. a. $187^8/_9$ na Uniwersytecie warszawskim ogólny kurs gieometryi syntetycznéj, doszedłem był wówczas do przekonania, iż bardzo byłaby pożyteczna niewielka książka, obejmująca, jako pewną całość, przedstawienie własności najprostszych zespoleń punktów i prostych, wraz z ich zastosowaniami do przecięć stożkowych. Dopóki bowiém syntetyczne traktowanie głównych własności przecięć stożkowych nie będzie uwzględniane w nauczaniu średnim, tylko przeczytanie odpowiedniéj książki może dać studentom matematyki pożądaną sposobność zaznajomienia się uprzedniego z charakterem takich badań przy rozpoczynaniu kursu systematycznego gieometryi syntetycznéj i rozbudzić zamiłowanie ogólniejsze do studyjów w tym kierunku, zgoła u nas przy egzaminach nie obowiązujących i jakkolwiek samodzielnie dotąd nieuprawianych. W celu wypracowania właśnie takiego dziełka prowadziłem na Uniwersytecie wykłady odpowiednie w r. a. $188^2/_3$; następnie zaś, opuściwszy jeszcze inwolucyją, a oparszy się wyłącznie na zespoleniu harmonicznym punktów i prostych, poddałem tak przygotowany kurs ostatecznéj próbie wykładowéj w bieżącym r. a. $188^4/_5$. Wprawdzie więc ta praca powstała w audytoryjum zakładu wyższego i wprawdzie wiele zawdzięczam temu, żem ją w nim mógł przeprowadzać przez wykład — lecz jest ona tylko przygotowaniem do systematycznego wykładu ogólnego gieometryi syntetycznéj, a właściwe miejsce dla takiego kursu, jaki ta książka przedstawia, jest w szkole średniéj ogólnéj. Czy zaś ona mogłaby być odpowiednim podręcznikiem szkolnym — o tym sądzić nie moją już rzeczą. Powiém tylko, że przy ostatecznéj redakcyi miałem to wciąż na myśli.

Dlategoto, pilnie strzegąc ścisłego ciągu w układzie całości, oile można najprzystępniejszéj, starałem się usilnie o należyte stopniowanie przy wprowadzaniu nowych pojęć i przy podawaniu dowodzeń, a przecięcie stożkowe wwiódłem przy pomocy koła. Tymi względami tłomaczy się np. że: nie wprowadzam funkcyj trygonometrycznych, idąc co do tego za przykładem kilku poważnych autorów podobnych dzieł elementarnych; przecięcia stożkowe uwzględniam jaktylko można najwcześniéj; aby nie odrazu dwa nowe pojęcia, pokrewieństwa harmonicznego i biegunów i biegunowych, zjawiały się w wykładzie, rzecz o istnieniu środka i średnic przecięcia stożkowego w rozdziale IV opiéram na drugim pokrewieństwie harmonicznym pomocniczym; jaknajwcześniéj mówię dość szczegółowo w rozdziale IV o kształcie elipsy, paraboli i hiperboli, co było możliwe tylko dzięki prostéj własności, wypowiedzianéj i uzasadnionéj w ustępie 14-ym, a z którą nigdzie się nie spotkałem; chociaż w rozdziale V wprowadziłem biegunową punktu i biegun prostéj, to jednak nad biegunowymi punktów na prostéj i biegunami prostych, przechodzących przez jeden punkt, zastanawiam się dopiéro w rozdziale VI, i t. d. Samo się przez się rozumié, że opracowanie w szczegółach, a bez uwzględnienia inwolucyi punktów lub prostych, uprzednio obmyślanego takiego właśnie układu téj książki, jaki w niéj zachowałem, wywołało potrzebę podania wielu nowych dowodów prawd ogólnie znanych (z ważniejszych np. uzasadnienia kilku własności w rozdziale IV, dowody własności w us. 110-ym, 133-im, 137-ym, 149-ym, 152-im — przynajmniéj nie znalazłem ich w żadnym z wielu dzieł, w których szukałem). Podane zaś tu powolnie przygotowane wyprowadzenie biegunowo wzajemnéj z przecięciem stożkowym względem przecięcia stożkowego przy pomocy tylko harmonicznego związku cztérech punktów i cztérech prostych *), a tymsamym możność wypo-

---

*) *O przekształceniu koła na przecięcie stożkowe* M. A. Baranieckiego (*Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń wydz. mat.-przyr. akademii umiejętności w Krakowie*, t. XIII).

wiedzenia zasady dwoistości w kursie tak elementarnym, jest, jak mniemam, najwłaściwszym jego zamknięciem.

Co się tyczy podstawy tego wykładu, oparcia wywodu własności przecięć stożkowych na ich harmonicznym pokrewieństwie z kołem, to, ogólniéj wprawdzie, myśl ta była podana i rozwinięta jeszcze przez de La Hire'a w dziele *Nouvelle méthode en géométrie pour les sections des superficies coniques et cylindriques* (r. 1673); mianowicie w drugiéj części tego dzieła, noszącéj osobny tytuł, *Planiconiques*, jest podana piérwsza w nauce metoda, dostatecznie ogólna, przekształcania figur na inne figury tegoż rodzaju, a wszczególności przekształcania koła w jego płaszczyźnie na przecięcie stożkowe. Metoda de La Hire'a wychodzi na jedno z tym, co Poncelet w *Traité des propriétés projectives des figures* (r. 1822) nazwał homologiją.— Nie mogąc tu podawać różnych szczegółów historycznych co do téj kwestyi, wspomnę jednak o tym, jak ją uwzględnia Steiner, który tak wielki wpływ wywarł na uprawianie metod syntetycznych w gieometryi. Steiner, niezależnie od specyjalnych (do dalszych studyjów można czytelnikowi zalecić przedewszystkim jego: *Die Theorie der Kegelschnitte, gestüzt auf projectivische Eigenschaften*, wyd. pośm. Schröter'a, r. 1867), prowadził stale na uniwersytecie berlińskim wykłady popularniejsze, z których powstało słusznie cenione ogólnie dzieło: *Die Theorie der Kegelschnitte in elementarer Darstellung* (wyd. pośm. Geiser'a, r. 1867). Owóż, sądząc z téj książki, Steiner wprowadzał wprawdzie do wykładu elementarnego przekształcenie koła na przecięcie stożkowe, ale późno: jako liniją biegunowo wzajemną z kołem względem koła (§ 23). Dopiéro A. Milinowski, z wielkim zamiłowaniem rozwijający myśl Steiner'a uprzystępnienia nauki o przecięciach stożkowych, w bardzo pożytecznym dla nauczycieli dziele, *Elementar-synthetische Geometrie der Kegelschnitte* (r. 1882), rozważa (n^0. 122) przecięcie stożkowe jako figurę homologiczną z kołem w przypadku najprostszym, mianowicie, gdy dwa punkty, jeden na przecięciu stożkowym, drugi na kole, tworzą parę harmonicznie sprzężoną z punktem na osi i środkiem. To właśnie przekształcenie znajdzie czytelnik w us. 42-im, ze znacznym jednak uproszczeniem *) odpowiedniego udowodnienia. —

Zaznaczę jeszcze: że méj książki nie ułożyłem tak, aby naprzód podać własności koła, a następnie dopiéro zastosować je do przecięcia stożkowego, gdyż taki układ, z łatwych do zrozumienia pobudek, wydaje mi się niewłaściwym pod względem dydaktycznym; że we wprowadzeniu, zaraz w rozdziale I, odcinków ujemnych kierowałem się uwagami, wypowiedzianymi przez Chasles'a w przedmowie do *Traité de géométrie supérieure* (r. 1852); że, nie uwzględniwszy w téj książce inwolucyi punktów lub prostych, nie miałem powodu mówić o osi pierwiastkowéj dwu kół, a tymsamym i układu kół; że, nakoniec, przy opracowywaniu tego kursu korzystałem niejednokrotnie z przytoczonych powyżéj dzieł, a nadto kilkanaście ćwiczeń wziąłem z części drugiéj *Leitfaden der ebenen Geometrie* Huberta Müller'a (r. 1875), a parę z *Die fundamentaltheorieen der neueren Geometrie* etc. Seeger'a (r. 1880). —

Rysunki do téj książki wykonał pracowicie a dokładnie mój niegdyś uczeń, dziś przyjaciel, p. Michał Bobiński, inżynier; za pracę, jaką miał nad nimi, mogę mu tylko wyrazić moję wdzięczność prawdziwą. Szkoda jednak, że nie wszystkie one zostały należycie starannie i jednostajnie wycięte.

ERRATA.

str.	30	*wiérsz* 16	*od dołu*	*zamiast*	D	*powinno być*	E
„	77	„ 13	*od góry*	„	102	„	103
„	60	*figura* 25	*zamiast lewego*		B	„	B'

---

*) *O przekształceniu koła* etc.