

posés constitués d'une substance ayant même coefficient d'absorption que le bacille qui y est contenu; et ceci pour les deux longueurs d'onde employées, 4 et 8 Å; le nombre des quanta absorbés par millimètre cube, ou autrement dit la dose reçue, correspond dans les deux cas à un quantum moyen par zone sensible de bacille, celle-ci étant figurée à l'échelle par un cercle hachuré. Pour chaque longueur d'onde, nous avons représenté deux bactéries (longueur 4 μ , largeur 0 μ ,7), l'une ayant eu de la chance et n'ayant pas de quantum absorbé dans sa zone sensible (*a*), l'autre n'ayant pas eu de chance et ayant absorbé la dose léthale (*b*).

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Sur l'étude des courbes de probabilité relatives à l'action des rayons X sur les bacilles.* Note⁽¹⁾ de M^{me} P. CURIE.

Cette Note est un complément théorique à l'exposé des recherches de F. Holweck et de A. Lacassagne sur l'action bactéricide des rayons X (voir ci-dessus). J'admets avec F. Holweck que, pour détruire un bacille, il est nécessaire que la *zone sensible* de celui-ci absorbe un nombre *s* minimum de quanta d'une fréquence déterminée; *s* est le *seuil* de l'effet pour une radiation donnée et un bacille donné⁽²⁾. Soient *u* le volume de la zone sensible, \hat{o} sa surface exposée aux rayons, *a* sa profondeur; si la culture reçoit *x* quanta par unité de surface, le nombre moyen de quanta absorbés par la zone est $\nu = \mu a \hat{o} x = \mu u x$, où μ est le coefficient d'absorption (μu est supposé faible). La probabilité P_n pour l'absorption de *n* quanta et la probabilité *P* de survie (ou proportion de survivants) sont alors données par les formules bien connues

$$P_n = \frac{\nu^n e^{-\nu}}{n!}, \quad P = \sum_0^{s-1} \frac{\nu_n e^{-\nu}}{n!}.$$

Quand $s = 1$, on trouve $P = e^{-\nu}$. En représentant $\log P$ en fonction de ν , on obtient une droite dont la pente permet de déterminer *u*.

Quand $s > 1$, *P* n'est pas une fonction exponentielle simple. En représentant *P* ou $\log P$ en fonction de ν pour diverses valeurs de *s*, on obtient une série de courbes qu'on a utilisées pour déterminer *s* et *u*, en essayant de

⁽¹⁾ Séance du 26 décembre 1938.

⁽²⁾ La notion de « seuil » demande une discussion qui ne peut prendre place dans cette Note.

superposer, par changement d'échelle des abscisses, la courbe expérimentale à l'une des courbes théoriques.

Je me propose d'indiquer une méthode simple pour calculer s et u d'après la forme des courbes $P = F(x)$.

Posons

$$F(x) = \left(1 + \frac{\alpha x}{1} + \frac{\alpha^2 x^2}{2!} + \dots + \frac{\alpha^p x^p}{p!} \right) e^{-\alpha x} = f_p(\alpha x) e^{-\alpha x},$$

où $p = s - 1$; $\alpha = \mu u$.

Formons les dérivées en remarquant que $\frac{df_p}{dx} = \alpha f_{p-1}$. On trouve

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dx} &= -\alpha e^{-\alpha x} \frac{\alpha^p x^p}{p!}, \\ \frac{d^2 P}{dx^2} &= \alpha^2 e^{-\alpha x} \frac{\alpha^{p-1} x^{p-1}}{p!} (\alpha x - p), \\ \frac{d^3 P}{dx^3} &= -\alpha^3 e^{-\alpha x} \frac{\alpha^{p-2} x^{p-2}}{p!} [\alpha^2 x^2 - 2p \alpha x + p(p-1)], \end{aligned}$$

$\frac{d^2 P}{dx^2}$ s'annulant pour $\alpha x = p$ tandis que $\frac{d^3 P}{dx^3}$ s'annule pour $\alpha x = p \pm \sqrt{p}$, les courbes $P = F(x)$ présentent un point d'inflexion pour $\alpha x = p = s - 1$. Si α était connu, la détermination de ce point d'inflexion donnerait s . Toutefois, sans connaître α , on peut trouver s , en remarquant qu'au point d'inflexion

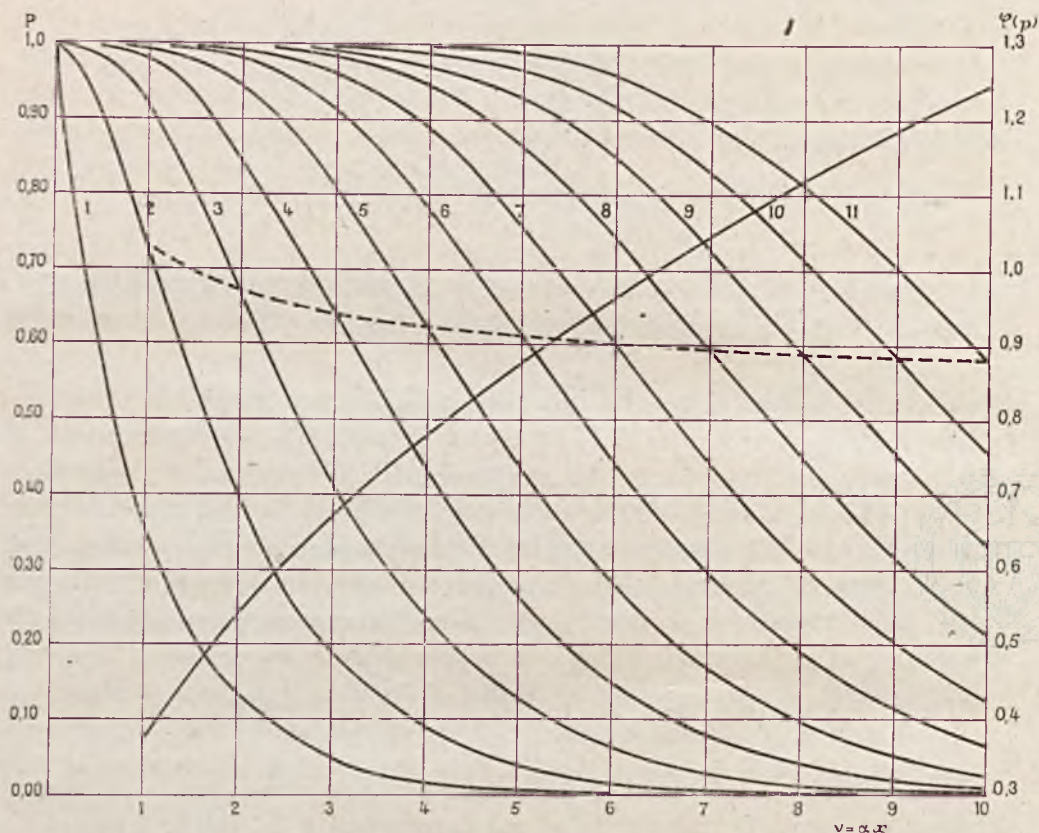
$$\frac{dP}{dx} = -\alpha e^{-p} \frac{p^p}{p!} \quad \text{et} \quad x \frac{dP}{dx} = -\frac{p^p e^{-p}}{(p-1)!} = -\varphi(p).$$

Ayant construit la courbe qui représente $\varphi(p)$ en fonction de p , nous pourrions trouver la valeur de p qui correspond à la valeur observée de $x \frac{dP}{dx}$ d'où la valeur du seuil s . Pour déterminer $x \frac{dP}{dx}$, il suffit de disposer d'une courbe qui représente la proportion des bacilles survivants en fonction du temps d'irradiation (à intensité et fréquence constante), car cette expression ne varie pas quand on multiplie x par un coefficient constant. Pour déterminer ensuite u par la relation $\mu u x = s - 1$, il est nécessaire de connaître le nombre μ de quanta absorbés par unité de volume de la culture.

La fonction $\varphi(p)$ se simplifie pour des valeurs suffisantes de p , par l'emploi de la formule de Stirling, et l'on obtient

$$\varphi(p) = \sqrt{\frac{p}{2\pi}} = \sqrt{\frac{s-1}{2\pi}}.$$

On a représenté dans la figure les courbes $P = F(v)$ pour quelques valeurs de s , inscrites à côté des courbes, et la courbe $\varphi(p)$. On a utilisé pour les abscisses p la même échelle que pour les abscisses v .



Signalons enfin que l'ordonnée P du point d'inflexion est aussi une fonction de p donnée par la formule

$$P_p = \left(1 + \frac{p}{1} + \frac{p^2}{2!} + \dots + \frac{p^p}{p!} \right) e^{-p} = (\psi(p)).$$

Cette fonction est représentée sur la figure par une ligne en pointillé; on voit que, sauf au début, $\psi(p)$ varie très peu avec p , et que l'emploi de la fonction φ paraît préférable.