CENTRUM OBLICZENIOWE
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ZASTOSOWANIE METOD MATEMATYCZNYCH I TECHNIKI OBLICZENIOWEJ W EKONOMICE

MATERIAŁY
ZE SZKOŁY LETNIEJ
LIPIEC 1964

WARSZAWA 1966
PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

CENTRUM OBLICZENIOWE
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ZASTOSOWANIE METOD MATEMATYCZNYCH I TECHNIKI OBLICZENIOWEJ W EKONOMICE

MATERIAŁY
ZE SZKOŁY LETNIEJ
LIPIEC 1964

WARSZAWA 1966
PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

REDAKTOR NAUKOWY
Mieczysław Warmus

REDAKTOR WYDAWNICZY
Jan Lipski

Printed in Poland

Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Oddział w Łodzi 1966

Wydanie I. Nakład 900 + 100 egz. Ark. wyd. 13,75, ark. druk. 14,00 + 1 wkl. Papier offset. kl. III, 70 g. 70 x 100. Oddano do druku 1. VII. 1966 r Druk ukończono w lipcu 1966 r. Zam. 487. N-9 Cena zł 27,—

Zakład Graficzny PWN
Łódź, ul. Gdańska 162

SPIS TREŚCI

ZAMIAST WSTĘPU

Przypadło mi w udziale otworzyć niniejszym przemówieniem Szkołę Letnią poświęconą Zastosowaniom Metod Matematycznych i Techniki Obliczeniowej w Ekonomice. Szkoła ta została zorganizowana przez Centrum Obliczeniowe Polskiej Akademii Nauk na wniosek Komisji Problemowej w ramach wielostronnej współpracy naukowej między Akademiami Nauk krajów socjalistycznych.

Miło mi w tym miejscu serdecznie powitać wszystkich obecnych, a przede wszystkim:

- Pana Profesora Oskara Langego, któremu wyrażamy głęboką wdzięczność za zgodę na zainaugurowanie Szkoły swoim wykładem i za poświęcenie nam swego cennego czasu w warunkach licznych i wielkich obowiązków państwowych i naukowych.

Dziękuję naszym miłym gościom zagranicznym: profesorowi Rudolphowi, doktorowi Freyowi, doktorowi Habrowi, doktorowi Czerniakowi, doktorowi Małkowowi, doktorowi Vlčekowi, doktorowi Kossowowi, doktorowi Kissowi, za to, że zgodzili się wziąć cenny udział w niniejszej Szkole Letniej, wygłaszając wykłady z zakresu swoich specjalności.

Dziękuję także tym Kolegom polskim, którzy swymi wykładami wzbogacili program Szkoły.

To, że otwarciu Szkoły Letniej nadajemy charakter nieco uroczysty, wypływa z jej znaczenia.

Po pierwsze - tematyka wykładów tej Szkoły należy do kierunku naukowego o bardzo dużym znaczeniu dla gospodarki narodowej, a przy tym kierunku nawskroś nowoczesnego, rozwijającego się niezwykle dynamicznie i odsłaniającego coraz to nowe możliwości wykorzystywania potężnego narzędzia, jakim są maszyny matematyczne.

Po drugie - zapotrzebowanie na wysoko kwalifikowanych specjalistów z dziedziny zastosowań techniki obliczeniowej do ekonomiki stale wzrasta, brak natomiast starej kadry nauczycieli-wychowawców, gdyż dziedzina ta należy do najmłodszych, a bardzo dynamicznych.

Po trzecie - tematyka Szkoły należy do dziedziny, w której jaskrawo występuje konieczność współpracy z jednej strony przedstawicieli różnych dyscyplin naukowych, z drugiej - przedstawicieli praktyki życia gospodarczego, stwarzając sytuację charakterystyczną dla nauki współczesnej: kompleksowość badań naukowych w organicznym powiązaniu z praktyką. Tym samym nasza Szkoła Letnia jest zarazem szkołą nowoczesnych metod prowadzenia pracy naukowej.

Po czwarte wreszcie - Szkoła Letnia, którą dzisiaj rozpoczynamy, jest pierwszą tego rodzaju imprezą w obozie socjalistycznym. To, że dziś wspólnie rozpoczynamy pracę, my - przedstawiciele kilku zaprzyjaźnionych krajów, aby dzielić się naszą wiedzą i doświadczeniami, a równocześnie wyrabiać nowe, pionierskie metody międzynarodowej współpracy, ma bez wątpienia duże polityczne znaczenie.

Życzę wszystkim uczestnikom Szkoły Letniej owocnej pracy.

Przemówienie inauguracyjne
Prof.dr Mieczysława Warmusa
na otwarciu Szkoły Letniej
w Jabłonnie

OSKAR LANGE

Uniwersytet Warszawski – Warszawa

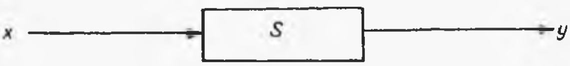
ZASTOSOWANIE TEORII REGULACJI STEROWANIA DO ZAGADNIEŃ EKONOMICZNYCH

Serdecznie witam naszych zagranicznych gości,którzy przybyli na konferencję. Ponieważ jest to konferencja międzynarodowa, przedstawiciele krajów socjalistycznych wyrazili życzenie posługiwania się językiem rosyjskim jako językiem obrad. Chcę uprzedzić, w szczególności naszych rosyjskich przyjaciół, że język w którym będę mówił, będzie w moim mniemaniu językiem rosyjskim, jednakże obawiam się, że po moim wykładzie powiedzą: "jak ten język polski, w którym on mówił, jest podobny do języka rosyjskiego; my go tak dobrze rozumieliśmy". Moim zamiarem jest więc mówić po rosyjsku, lecz jak go zrealizuję - jeszcze nie wiem.

Chcę mówić dzisiaj o zastosowaniu teorii regulacji i sterowania do zagadnień ekonomicznych. Jeżeli powiemy ekonomiście, że on zawsze zajmował się zagadnieniami cybernetyki, a szczególnie zagadnieniami sterowania, to może się zrodzić u niego uczucie podobne do uczucia pana Jourdan z komedii Moliera, który się bardzo zdziwił, gdy mu powiedziano, że całe życie mówił prozą. Jednak w rzeczywistości zagadnienie, którym zajmowali się ekonomiści od samego początku istnienia nanauki ekonomicznej - to zagadnienie regulacji i sterowania. Wystarczy przypomnieć literaturę ekonomiczną, klasyczną ekonomię polityczną i Marksa, żeby przekonać się, że najważniejszym problemem, którym zajmowali się ekonomiści - to problem prawa wartości jako regulatora produkcji kapitalistycznej. Pytanie, w jakim stopniu gospodarka kapitalistyczna podlega samoregulacji lub w jakim stopniu samoregulacja nie działa, np. w wypadku kryzysów, należy do najstarszych. Problem regulacji nabiera szczególnej wagi w gospodarce socjalistycznej, w której zagadnienie sterowania i planowania układu ekonomicznego należy do podstawowych. Obecnie, we współczesnych warunkach, jest całkiem jasne, że ogólna teoria sterowania złożonymi układami składającymi się ze wzajemnie powiązanych elementów, tj. cybernetyka, jest stosowana w ekonomii, i nawet więcej, że ekonomiści od dawna zajmowali się zagadnieniami, które noszą charakter cybernetyczny.

Nowość, którą wniosła cybernetyka, sprowadza się do tego, że zjawiska sterowania układami i regulacja układów występują w technice, w biologii, w naukach społecznych i posiadają analogię strukturalną, i że występuje - używając języka matematyki - znany izomorfizm pomiędzy zjawiskami sterowania w różnych dziedzinach; i to właśnie daje możliwość stworzenia ogólnej nauki. Taką nauką jest cybernetyka.

Chcę mówić tylko o jednym zagadnieniu, a więc o zastosowaniu podstawowych pojęć teorii regulacji, rozwiniętej w związku z autoregulacją w technice, do zagadnień ekonomicznych w ogóle. Chcę dzisiaj dowieść, że podstawy formuły teorii ekonomii są identyczne z formułą, na której opiera się teoria autoregulacji w technice. Rozpocznę od krótkiego przedstawienia podstaw teorii regulacji. Rozpatrujemy dowolny układ, oznaczymy go literą „S" i założymy, że ma on wejście i wyjście. Wejście układu opisuje jakaś liczba lub zbiór liczb, np. wektor, który oznaczymy przez $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots x_n)$. Wyjście oznaczymy także liczbą; np. „y" to może być również wektor. Wewnątrz układu zachodzi transformacja - przekształcenie stanu układu. To przekształcenie określimy symbolicznie $\bar{y} = S(\bar{x})$ lub za pomocą rys. 1.



Rys. 1

Słuszniej byłoby transformator S oznaczyć przez T, wówczas $\bar{y} = T(\bar{x})$. Najprostszym przykładem takiego przekształcenia jest przekształcenie powstałe z mnożenia wejścia x przez dowolną liczbę rzeczywistą.

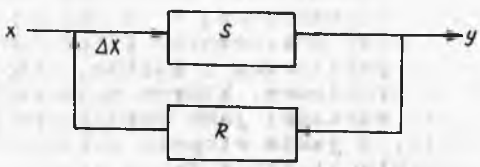
Jeśli na wejściu mamy wektor:

$$\bar{X} = (x_1, x_2, \dots x_n),$$

to jako rezultat transformacji otrzymujemy na wyjściu wektor:

$$\bar{Y} = (y_1, y_2, \dots y_m).$$

Ten zbiór dopuszczalnych znaczeń wektora x nazywamy obszarem transformacji, a zbiór dopuszczalnych znaczeń wektora y - polem transformacji. Symbol T nazwiemy wówczas operatorem transformacji. Określa on regułę, na podstawie której zachodzi transformacja. Oczywiście, transformację można przedstawić przy pomocy macierzy lub w jakiejkolwiek innej formie. Przyjmijmy, że dany układ, który będziemy nazywali układem regulowanym, jest sprzężony z innym układem R, który nazywamy regulatorem. Będzie to sprzężenie zwrotne (rys. 2).



Rys. 2

Tutaj wyjście układu S jest wejściem układu R. Przy tym regulator R powoduje jakieś przekształcenie wyjścia układu S, które oznaczymy przez $\Delta\bar{x}$.

I tak mamy:

$$\bar{y}=S\bar{x},$$

$$\Delta\bar{x}=R\bar{y}.$$

Przekształcenia S i R współdziałają, a więc na wejściu S będziemy mieli $\bar{x}+\Delta\bar{x}$. Wobec powyższego powstaje pytanie, jaki jest końcowy stan wyjścia w tym łącznym układzie, złożonym z układu regulowanego S i regulatora R.

Można to obliczyć natychmiast, jeśli przekształcenie jest proporcjonalne i składa się z mnożenia wejścia przez liczbę rzeczywistą S lub R. W takim wypadku:

$$y=S(\bar{x}),$$

$$\Delta(\bar{x})=R(\bar{y}).$$

Jeżeli wejściem jest $\overline{x+\Delta x}$, to:

$$\bar{y}=S(\overline{x+\Delta x})=S(\bar{x})+S\Delta(\bar{x})=S(\bar{x})+SR(\bar{y}).$$

Przenosząc $SR(\bar{y})$ na lewą stronę, otrzymamy:

$$\bar{y}-SR(\bar{y})=S(\bar{x}).$$

Stąd:

$$\bar{y}=\frac{Sx}{I-SR}\,\bar{x}.$$

Ten rachunek wykonano dla przypadku, gdy transformacja jest proporcjonalna, powstała z mnożenia przez liczbę rzeczywistą.

Analogiczny rachunek otrzymamy dla wszystkich wypadków transformacji liniowej. Do operacji liniowych stosuje się reguły algebry liniowej. Jeżeli transformacja zadana jest nie liczbą a macierzą lub jaką inną formą, to wówczas także stosowalne są reguły algebry. W taki sposób mamy:

$$\bar{y}=\frac{Sx}{I-SR}\,\bar{x}$$

Takie wyrażenia od dawna znane są ekonomistom. Odegrały one wielką rolę w historii teorii ekonomicznej. Pierwszym wyrażeniem tego typu jest powszechnie znany mnożnik dochodu narodowego Keynesa.

Oznaczając przez:

Y – dochód narodowy,

J – inwestycje,

S – łączną konsumpcję,

c – stosunek łącznej konsumpcji do dochodu narodowego,

mamy:

$$Y=S+J,$$

$$c=\frac{S}{Y},$$

$$Y = cY + J,$$

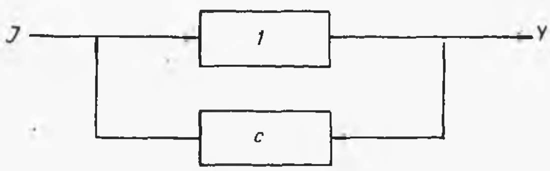
$$Y - cY = J,$$

$$Y(1 - c) = J,$$

$$Y = \frac{1}{1-c} J.$$

Ten wynik można przedstawić przy pomocy wykresu blokowego (rys. 3).

W tym wypadku wejściem są inwestycje, wyjściem — dochód narodowy. Do układu dołączony jest regulator, w którym zachodzi transformacja ze współczynnikiem konsumpcji „c".



Rys. 3

Zastosowanie formuły $Y = \frac{1}{1-c}J$ obrazuje fakt, że w tym procesie zachodzi działanie sprzężenia zwrotnego. Początkiem procesu jest dochód narodowy; zwiększenie inwestycji prowadzi do zwiększenia dochodu narodowego o wielkość równą inwestycjom. Część powiększonego dochodu narodowego stanowi zwiększenie konsumpcji, którą przyrównuje się do początkowego działania inwestycji.

I tak, działanie sprzężenia zwrotnego prowadzi do rezultatu, który staje się potem zwiększeniem dochodu narodowego. Oczywiście rozumie się, że ma to miejsce tylko w gospodarce kapitalistycznej i to tylko w określonych warunkach.

Weźmiemy teraz inny przykład z teorii reprodukcji Karola Marksa.

Oznaczymy przez:

P – produkt globalny,
C – nakłady kapitału stałego, tj. środków produkcji,
V – nakłady kapitału zmiennego (płacę roboczą),
m – wartość dodatkową
a_c – współczynnik reprodukcji, równy stosunkowi nakładów środków produkcji do produktu globalnego:

$$a_c = \frac{C}{P},$$

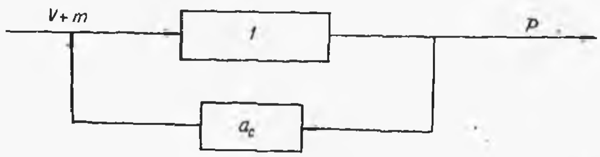
wówczas:

$$P = C + V + m = a_c P + V + m.$$

Przenosząc składnik $a_c P$ na lewą stronę, ostatecznie otrzymamy:

$$P = \frac{1}{1-a_c}(V + m).$$

Tę zależność także można przedstawić w formie wykresu blokowego (rys. 4). Na wejściu: praca żywa lub wartość tej pracy żywej $(v+m)$. Na wyjściu: wartość produktu – P. Zachodzi transformacja proporcjonalna o współczynniku 1 i dołącza się regulator, w którym także zachodzi przekształcenie proporcjonalne ze współczynnikiem a_c, równym współczynnikowi reprodukcji i wówczas, stosując ogólną formę otrzymujemy:



$$P = \frac{1}{1-a_c}(v+m).$$

Rys. 4

Oczywiście tu w procesie reprodukcji zachodzi działanie sprzężenia zwrotnego. Po pierwsze – wartość produktu równa się nakładowi pracy żywej, ale część tej wartości produktu wraca z powrotem do układu dla celów reprodukcji. Ta część dołącza się do wejścia i otrzymujemy mnożnik sprzężenia zwrotnego $\frac{1}{1-a_c}$, przez który należy pomnożyć nakład pracy żywej, żeby otrzymać końcową wartość produktu.

Rozpatrzmy, jak to będzie przebiegało w układzie reprodukcji, w którym występują dwa działy: 1 – produkcji środków produkcji, 2 – produkcji środków konsumpcji.

W tym wypadku otrzymamy dwa równania:

dla działu 1: $P_1 = c_1 + v_1 + m_1$,

dla działu 2: $P_2 = c_2 + v_2 + m_2$.

Wprowadzamy współczynnik reprodukcji:

$$a_{c_1} = \frac{c_1}{P_1}; \qquad a_{c_2} = \frac{c_2}{P_2}$$

i otrzymujemy:

$$P_1 = a_{c_1} P_1 + v_1 + m_1,$$

$$P_2 = a_{c_2} P_2 + v_2 + m_2,$$

stąd:

$$P_1 = \frac{v_1 + m_1}{1 - a_{c_1}}, \quad P_2 = \frac{v_2 + m_2}{1 - a_{c_2}}.$$

Jak wiadomo, proces reprodukcji prostej znajduje się w równowadze, jeśli:

$$v_1 + m_1 = c_2$$

albo

$$P_1 - c_1 = c_2.$$

Jako że z definicji:

$$c_1 = a_{c_1} P_1,$$

i

$$c_2 = a_{c_2} P_2 ,$$

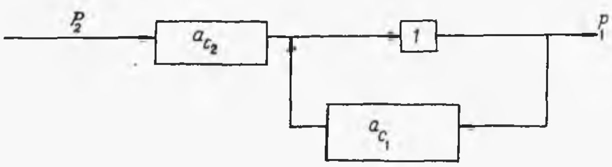
podstawiając otrzymamy:

$$P_1 - a_{c_1} P_1 = a_{c_2} P_2 ,$$

$$P_1 = \frac{1}{1 - a_{c_1}} \cdot a_{c_2} P_2 .$$

I tutaj występuje mnożnik sprzężenia zwrotnego.

Na przykład przy planowaniu może być postulowane, że produkcja środków konsumpcji winna wynosić P_1. Musimy więc odpowiedzieć na pytanie: "jaki musi być plan produkcji środków produkcji, aby układ był w równowadze?". Okazuje się, że należy zaplanować tyle środków, ile potrzeba dla produkcji środków konsumpcji, to jest $a_{c_2} P_2$. Oprócz tego niezbędne jest uwzględnienie działania sprzężenia zwrotnego na produkcję środków produkcji, które wejdą z powrotem do układu, dla odtworzenia nakładów środków produkcji w pierwszym dziale. Stąd wynika konieczność mnożenia przez współczynnik sprzężenia zwrotnego.



Rys. 5

Proces ten może być także przedstawiony przy pomocy wykresu blokowego (rys. 5).

Jak widać z rys.5, dany jest plan produkcji środków konsumpcji. W tym planie w procesie produkcji zachodzi przekształcenie o współczynniku a_{c_2}. Jako rezultat otrzymujemy na wyjściu układu pewną wielkość, którą regulator produkcji przekształca za pośrednictwem współczynnika a_{c_1}. Jako rezultat otrzymujemy szukaną produkcję P_1 środków produkcji, niezbędną do wykonania planu produkcji środków konsumpcji P_2.

Jest to mało skomplikowane uogólnienie, powstałe z zastosowania równie nieskomplikowanej aparatury teoretycznej.

Przechodzimy teraz do ostatniego przykładu. Weźmy równanie nakładów i wyników produkcji. Mamy m sektorów i n gałęzi. W taki sposób gospodarka narodowa zostaje podzielona na sektory i dla każdego sektora mamy równanie bilansu podziału produkcji:

$$x_i = a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \ldots + a_{in} x_n + y_1 \quad (i = 1, 2 \ldots, n),$$

gdzie:

a_{ij} - współczynnik technologiczny,
x_i - produkcja i-tej gałęzi,
y_i - produkcja końcowa i-tej gałęzi.

Równania te można zapisać w formie macierzy $\bar{x} = A\bar{x} + \bar{y}$. Stąd:

$$\bar{x} [E - A] = \bar{y}$$

lub

$$\bar{x} = [E - A]^{-1} \cdot \bar{y} ,$$

gdzie:

E - macierz jednostkowa.

Otrzymana zależność jest podobna do ogólnego mnożnika sprzężenia zwrotnego, wyrażonego w formule $\bar{y} = \frac{1}{1 - SR} \bar{x}$, a więc mnożniki $\frac{1}{E - A}$ i $\frac{1}{1 - SR}$ są izomorficzne.

Rzeczywiście, w tym układzie mamy sprzężenie zwrotne dlatego, że część produkcji globalnej każdej gałęzi wraca z powrotem do układu dla celów reprodukcji, a część zostaje jako finalny produkt.

Należy jeszcze zwrócić uwagę na wyjściową formułę sprzężenia zwrotnego:

$$\bar{y} = \frac{1}{1 - SR} \bar{x} .$$

Mnożnik sprzężenia zwrotnego można przedstawić w następującej formie:

$$\frac{1}{1 - SR} = 1 + SR + (SR)^2 + \ldots$$

W ten sposób otrzymujemy rozkład mnożnika sprzężenia zwrotnego na sumę postępu geometrycznego. Formułę sprzężenia zwrotnego można napisać w postaci:

$$\bar{y} = S \left[1 + SR + (SR)^2 + \ldots \right] \bar{x} .$$

W ten sposób po pierwszym obiegu $\bar{x}$ przechodzi w $S(\bar{x})$, po drugim obiegu mamy $\bar{y} = S(\bar{x}) + S^2R(\bar{x})$, przy trzecim obiegu $\bar{y} = S(\bar{x}) + S^2R(\bar{x}) + S^3R^2(\bar{x})$ itd.

Tutaj więc mamy już działanie sprzężenia zwrotnego w trzecim przybliżeniu. Powstaje możliwość nieskończonego powtarzania działań sprzężenia zwrotnego. Takie powtarzanie może dać rezultat końcowy, jeśli postęp geometryczny jest nieskończenie malejący, to jest

$$|SR| < 1 \quad \text{lub} \quad |R| < \left| \frac{1}{S} \right| .$$

Absolutne wielkości S i R nazywamy mocą układu. Tak więc, aby działanie sprzężenia zwrotnego dawało końcowy rezultat, jest niezbędne i wystarczające, aby moc regulatora była mniejsza od zwrotnej mocy regulowanego układu. A więc, jeśli moc regulowanego układu jest duża, to moc regulatora powinna być mała. Jest to oczywiste, bowiem sprzężenie zwrotne przechodzi przez regulator i znowu przez cały układ. Jeśli moc regulatora będzie zbyt duża, to końcowy proces może nie być stabilny. Tak więc warunkiem stabilności procesu jest: $|R| = \left|\frac{1}{S}\right|$.

Powrócimy teraz do przykładów ekonomicznych. W wypadku mnożnika Keynesa mamy

$$\frac{1}{1-c} = 1 + c + c^2 \ldots$$

i proces jest stabilny przy $|c|<1$. Taki rezultat znany jest w literaturze światowej.

W wypadku reprodukcji według Marksa

$$p = \frac{1}{1-a_c} = 1 + a_c + a_c^2 + \ldots$$

Oznacza to, że wartość produktu jest także ciągłym powtarzaniem sprzężeń zwrotnych. Rzeczywiście, wartość produktu równa się nakładom pracy żywej, lecz część produktu idzie jako sprzężenie zwrotne z powrotem do procesu produkcji dla odtworzenia zużytych środków produkcji. A więc $0 < a_c < 1$ i $\frac{c}{p} < 1$, tj. mniejsze od całości produktu używanego do produkcji.

Przechodzimy teraz do analizy międzygałęziowych związków:

$$\bar{x} = [E-A]^{-1}\bar{y}$$

lub inaczej:

$$\bar{x} = \frac{1}{E-A} \cdot \bar{y} .$$

Przedstawimy mnożnik sprzężenia zwrotnego w formie postępu geometrycznego

$$\frac{1}{E-A} = E + A + A^2 + \ldots$$

Wtedy możemy napisać

$$\bar{x} = [E + A + A^2 + \ldots]\ \bar{y} .$$

W pierwszym przybliżeniu otrzymamy:

$$\bar{x} = \bar{y} ,$$

w drugim:

$$\bar{x} = E\bar{y} + A\bar{y} ,$$

w trzecim:

$$\bar{x} = E\bar{y} + A\bar{y} + A^2\bar{y} .$$

Tutaj sprzężenie zwrotne powtarza się kilka razy. Proces może być rozbieżny przy $|A| > 1$ i zbieżny przy $\lim_{k\to\infty} A^k = 0$. Jak widać mamy zbieżność ogólnej teorii regulacji w technice obliczeniowej z formułami, które spotykamy w literaturze ekonomicznej. Te formuły powstały wcześniej i niezależnie od ogólnej teorii regulacji. Ogólna teoria regulacji pokazuje podobieństwo regulowania procesów w układach ekonomicznych z podobnymi procesami w technice i w układach biologicznych. Dowodzi to, że rozwój teorii regulacji, który jest szczególnie widoczny w stosowaniu do zagadnień techniki, ma znaczenie dla badania regulacji zagadnień ekonomicznych w układach gospodarczych. To podobieństwo zagadnień doprowadziło do podobieństwa rozwiązań. Zdarza się to często w historii nauki. Ważnym czynnikiem tego podobieństwa jest izomorfizm struktury. Badanie procesów ekonomicznych daje możliwość rozwoju analizy naukowej, która może doprowadzić do korzyści w postaci dalszego rozwoju różnych gałęzi nauki i także nauk społecznych. Jest to prosty i wstępny stopień analizy, który dzisiaj chciałem przedstawić.

Wypada zaznaczyć, że w końcowej części wykładu nie pokazano, iż działanie odbywa się w czasie. Dalszy rozwój teorii wymaga uwzględnienia tego czynnika.

J.I. CZERNIAK
Centralny Instytut Ekonomiczno-Matematyczny
Akademii Nauk ZSRR – Moskwa

WYBRANE PROBLEMY CYBERNETYKI EKONOMICZNEJ I POSTULATY

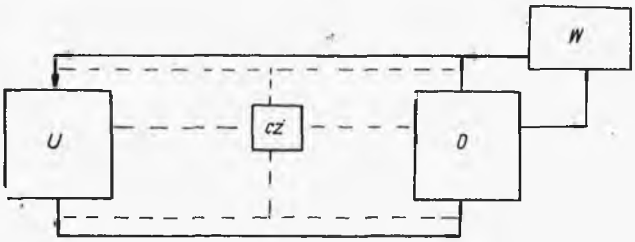
Z terminem cybernetyka ekonomiczna spotkaliśmy się po raz pierwszy w 1958 r. za pośrednictwem prac profesora Greniewskiego. Od tamtej pory cybernetyka ekonomiczna rozwija się w ZSRR z niespotykanym rozmachem. Stała się ona sprawą państwową, znalazła się w centrum uwagi kierowniczych organów państwowych, jest przedmiotem pracy wielu dziesiątków instytutów naukowo-badawczych i innych instytucji.

Profesor Lange podkreślił niedawno istnienie wielkiego kredytu zaufania między radzieckim światem nauki a kierownictwem nawy państwowej, w obliczu perspektyw wielkich korzyści z zastosowania cybernetyki w gospodarce narodowej. Obecnie uczeni radzieccy spłacają państwu dług za ogromne nakłady na rozwój tej nowej nauki: za wiele milionów rubli już wydatkowanych, za zaprojektowane wielkie inwestycje w budowę centrów obliczeniowych, wyposażonych w elektronowe maszyny matematyczne i sieci łączności oraz na badania naukowe.

Rozwój cybernetyki ekonomicznej w ZSRR już od podstaw różni się od procesu automatyzacji zarządzania w krajach kapitalistycznych. Dokładnie określono cel postawiony przed cybernetyką w ZSRR; jest nim stworzenie jednolitego, zautomatyzowanego systemu optymalnego zarządzania i planowania w gospodarce narodowej. To określa zadania cybernetyki ekonomicznej, jej środki działania i nadzwyczaj szeroką sferę metod i dyscyplin wiedzy, które włączają się do tej dziedziny nauki. W obecnym stadium rozwoju trudno bardziej szczegółowo zdefiniować pojęcie cybernetyki ekonomicznej.

W pracy Lenina "O dialektyce" znajdujemy właściwe określenie: "Wszelkie definiowanie - to ograniczenie, a więc zubożenie". Ograniczanie teraz dziedziny cybernetyki ekonomicznej byłoby bezsensowne. W najszerszym pojęciu cybernetykę ekonomiczną można określić jako kompleks ekonomicznych, matematycznych, cybernetycznych, społeczno-psychologicznych i innych dyscyplin, powołanych do stworzenia zautomatyzowanego systemu optymalnego zarządzania gospodarką narodową.U podstaw naukowej metody cybernetyki ekonomicznej leży organiczna jedność indukcyjnej i dedukcyjnej metody badań.

Podstawowym pojęciem w cybernetyce ekonomicznej jest pojęcie systemu wyodrębnionego, analiza logiczna, którą wykłada w swych pracach profesor Greniewski. Najogólniejszy schemat dla systemu wyodrębnionego, odnoszący się do wszelkich systemów ekonomicznych, można przedstawić na rys. 1.



Rys. 1

Istnieje przedmiot zarządzania i organ zarządzający; między nimi działa łączność lub więź, a także łączność zwrotna.Osobny blok wyraża również warunki wewnętrzne. W tym schemacie zamykają się właściwie wszystkie pojęcia cybernetyki.

Stafford Bir wyróżnia systemy: proste, złożone, bardzo złożone itd. System ekonomiczny jest zawsze złożony, prawdopodobny, czyli najbardziej złożony ze wszystkich, którymi zajmuje się cybernetyka. Przedstawiona na schemacie łączność zwrotna prosta w rzeczywistości nie istnieje w żadnym systemie ekonomicznym.Konieczne jest zatem wprowadzenie linii uzupełniających, które oznaczają nieadekwatność informacji o zarządzanym obiekcie, a także niedokładność informacji, będącej w posiadaniu kierownictwa. Toteż efektywność kierowania jest niepełna. Współczynnik *cz* wyraża stopień efektywności łączności pomiędzy jednostkami zarządzanymi a zarządzającą.

W rzeczywistości sytuacja jest jeszcze bardziej złożona, nie sposób bowiem otrzymać informacje o wszystkich parametrach zarządzanego systemu, podobnie jak nie można zmierzyć kontrolowanych parametrów;zazwyczaj okazują się one bardzo niedokładne.

Dalej, istnieją zawsze niejednolite ramy zarządzania,a to powoduje, że każda z nich może wpływać na różne parametry i to w różnych kierunkach. Prócz tego mamy do czynienia nie z jednym obiektem, ale z pewną ich liczbą; te znów nawzajem na siebie wpływają, niezależnie od kierowania nadrzędnego.Następnie istnieje zawsze nie jeden,lecz liczne organa kierowania; po pierwsze - mogą one być wzajem nieskoordynowane, zaś po drugie - mogą posiadać bardzo skomplikowaną strukturę hierarchiczną. Wszystko to powoduje, że metoda ekonomiczno-cybernetyczna jest skomplikowana i nie pozwala na posługiwanie się prostszymi pojęciami cybernetyki, sformułowanymi na użytek nauk technicznych. Norbert Wiener w ostatniej swej pracy pisał, że proste sprzężenia zwrotne, które miały tak wielkie znaczenie dla powstania cybernetyki, w dalszym jej rozwoju okazały się nie takie proste. Z tego to właśnie powodu szennonowskie podejście do badania ruchu informacji w ekonomice staje się niemożliwe do zastosowania.

W cybernetyce ekonomicznej stosuje się swoistą klasyfikację elementów systemów ekonomicznych, która pozwala nie tylko analizować, ale również konstruować konkretne systemy zarządzania ekonomicznego. Takie podejście stosuje się szczególnie w koordynacji badań ekonomiczno-cybernetycznych w Związku Radzieckim.

Pierwszym elementem systemu jest naukowa metodologia ekonomiczna, która legła u podstaw jego funkcjonowania. Drugi element stanowi system informacji. Element trzeci - to system modeli, który określa cały dany system ekonomiczny. Czwartym elementem jest system algorytmów,który pozwala rozpracowywać dane modele.Piąty element stanowią techniczne środki łączności zapewniające przekazywanie informacji w każdym systemie zarządzania, zaś szósty - techniczne środki obliczeniowe, głównie maszyny elektronowe i inne urządzenia, które zapewniają rozpracowywanie i masowe przetwarzanie danych. Jako osobny element można rozważać niezawodność systemu; można także wydzielić szereg innych elementów. Wszystkie elementy muszą być ze sobą połączone i brane pod uwagę w każdym ogniwie struktury.

Aparat ekonomicznego zarządzania w ZSRR zatrudnia obecnie około 10 milionów ludzi. Akademik Dorodnicyn postawił hipotezę, wg której złożoność zarządzania wzrasta w postępie geometrycznym w stosunku do złożoności danego systemu. Z tego wynika, że przy zaplanowanym tempie gospodarki radzieckiej (jej rozwoju) przy zachowaniu tradycyjnych metod zarządzania cała dorosła ludność ZSRR do 1980 roku powinnaby być zatrudniona w systemie ekonomicznego zarządzania. Proces burzliwego wzrostu aparatu gospodarczego zarządzania jest obiektywną prawidłowością w krajach wysoko rozwiniętych ekonomicznie. W Stanach Zjednoczonych AP do 1960 roku przyrost personelu biurowego wynosił rocznie około 4-5%. Od 1960 roku Stanom Zjednoczonym udało się powstrzymać rozwój liczbowy personelu zarządzania w wyniku wprowadzenia do użytku około 18 tysięcy maszyn elektronowych.

W projektach opracowywanych w ZSRR przewiduje się wprowadzenie elektronowych maszyn matematycznych do wszystkich ogniw zarządzania. Rozważa się problem powołania jednolitej, państwowej sieci centrów obliczeniowych, która powinna obejmować całą gospodarkę narodową, począwszy od poszczególnych zakładów produkcyjnych aż do wyższych organów zarządzania, we wszystkich gałęziach gospodarki narodowej. Sieć taka powinna obejmować grupę centralnych ośrodków obliczeniowych, przy czym jeden z nich będzie pełnić funkcję głównego ośrodka koordynującego. Ogólna moc każdego ośrodka obliczeniowego powinna wynosić kilka milionów, a w perspektywie - kilkadziesiąt milionów operacji na sekundę. Między sobą i z pozostałymi ośrodkami będą one związane szerokimi kanałami łączności automatycznej.

Następne ogniwo - to kilkadziesiąt ośrodków obliczeniowych wielkich okręgów przemysłowych i poszczególnych gałęzi gospodarki. Te ośrodki oprą działalność na sieci centrów obliczeniowych rad gospodarki narodowej i innych miejscowych organów zarządzania gospodarką. W wielu przypadkach przewidziano ogniwa uzupełniające: ośrodki dyspozycyjne lub obliczeniowe zjednoczeń produkcyjnych, grup przedsiębiorstw i branżowe ośrodki dyspozycyjne. Wreszcie wszystkie wielkie przedsiębiorstwa zostaną wyposażone w elektronowe maszyny matematyczne, zaś małe zakłady będą korzystały z usług ośrodków branżowych. Przedsiębiorstwa związane ze sobą stałą kooperacją zostaną związane bezpośrednimi kanałami łączności; we wszystkich pozostałych przypadkach łączność będzie się odbywać tranzytem poprzez ośrodki obliczeniowe.

W ten sposób zostanie powołana jednolita sieć ośrodków obliczeniowych i łącznościowych, która będzie obsługiwać wszystkie organa zarządzania. Sieć ośrodków obliczeniowych powinna zapewnić wykonanie wszelkich funkcji zarządzania gospodarczego, szczególnie perspektywiczne planowanie gospodarki narodowej: stałą korekturę planów w procesie ich wykonania, planowy rozrachunek w wielu wariantach w systemie bilansów, rachunek operatywny, zbieranie danych statystycznych itp.

W pierwszym stadium, optymalny rozrachunek planowy może być przedstawiany organom kierowniczym w formie zaleceń.W następnych etapach optymalne rozrachunki planowe mogą być adresowane bezpośrednio do danego systemu kierującego.

W okresie opracowywania planów pięcio- i dziesięcioletnich cały system zaczyna pracować w reżimie planowania perspektywicznego. W tym czasie każde przedsiębiorstwo określa zadania własne w stosunku do zadań ogólnonarodowych i informacje o tym kieruje do jednostek nadrzędnych. Z setek tysięcy pozycji powtaje ogromny system bilansów; pozycje łączą się następnie w różnych ogniwach tego systemu. Bilanse te składają się na projekt planu gospodarki narodowej i są zestawiane z cyframi kontrolnymi, określanymi przez organa planowania. Jednocześnie kilkaset instytutów naukowo-badawczych wszystkich dziedzin gospodarki narodowej przedstawia perspektywiczne normatywy dla projektowania nowych zakładów i wprowadzania nowych procesów technologicznych. Dalej następuje optymalny podział zadań planowych między poszczególne gałęzie gospodarki, rejony i poszczególne przedsiębiorstwa.Tak mniej więcej wyglądają sprawy w systemie bieżącego planowania rocznego. Podobne prace przewidziano również w zakresie systemu bieżącego kierowania produkcją i podziału pracy.

Zlokalizowane w różnych okręgach centra obliczeniowe mogą być specjalizowane w poszczególnych gałęziach produkcji. Jedną z najbardziej pracochłonnych dziedzin jest bieżące zarządzanie zaopatrzeniem materiałowo-technicznym. System bilansów materiałowo-technicznego wyposażenia, ogólnie mówiąc, nie jest rozliczany, ale jest ujęty w dziesiątkach milionów osobnych bilansów poszczególnych artykułów w skali powiatu, republiki i poszczególnych gałęzi gospodarki.

Na specyficznych zasadach odbywa się planowanie rozwoju mocy produkcyjnej. Inne są zasady planowania przewozów w skali całego kraju; inaczej odbywa się rozrachunek bilansu paliwowo-energetycznego, ciągły rozrachunek cen planowo-optymalnych i bieżące zarządzanie bezpośrednimi procesami produkcyjnymi.

System zarządzania gospodarką jest nadzwyczaj złożony i nic bardziej błędnego niż przypuszczenie, że obsługujący go zautomatyzowany system mógłby być całkiem prosty i zunifikowany. Będzie on obejmować branżowe i poboczne podsystemy,np. autonomiczny system kierowania transportem kolejowym, zarządzanie finansami, system energetyczny i szereg innych podsystemów. Już obecnie opracowuje się w praktyce szereg takich systemów. Rzecz w tym, że trzeba zaprojektować je tak, aby można je było połączyć w jednolity system zautomatyzowany.

Pojęcie zautomatyzowanego systemu nie oznacza u nas zwykłej sieci ośrodków obliczeniowych, związanych liniami łączności, lecz skomplikowany system społeczno-ekonomiczny. Gospodarka - to organizm żywy i bardzo złożony, toteż wprowadzenie do niej całego kompleksu automatów da się w pewnym sensie porównać do próby zastąpienia pewnych elementów organizmu ludzkiego organami syntetycznymi. Aby zastosowanie automatyki w zarządzaniu gospodarką wywołało efekty,niezbędne jest najbardziej szczegółowe przeanalizowanie wszystkich elementów systemu w całej ich masie i wzajemnym oddziaływaniu.Trzeba tu także podkreślić szeroką wymienność wzajemną tych lub innych elementów systemów. Już Norbert Wiener zwrócił uwagę na tę osobliwość wszelkich systemów; podobnie Ross Eshby. Mówili oni o wymienności wzajemnej struktury i funkcji. Badając realne systemy ekonomiczne można zauważyć częściową lub całkowitą wymienność wzajemną niemal wszystkich wskazanych tu elementów tych systemów. Setki miliardów rubli można zainwestować w budowę przepotężnych centrów obliczeniowych, które będą rachować zapotrzebowanie przedsiębiorstwa na każdy gwóźdź czy śrubę, ale można również problemy zaopatrzenia materiałowego przerzucić na barki państwowego handlu zasobami materiałowymi, stosując odpowiednie bodźce w stosunku do dostawców i odbiorców. Z formalnego punktu widzenia zagadnienie to zostało opracowane w pracy Oskara Lange pt."O centralizacji i decentralizacji gospodarki", zaś bardziej szczegółowo przeanalizowane w szeregu prac W.S. Niemczynowa. Prawidłowo zaprojektowany system będzie wymagał minimum ośrodków przetwarzania informacji i automatycznych linii łączności w warunkach istnienia przemyślanej organizacji samozarządzania i samoregulowania w każdym ogniwie ekonomicznym. Nie oznacza to jednak wcale, że w warunkach rozwiniętej ekonomiki można obejść się bez maszynowej techniki przetwarzania i przekazywania informacji. Wymiana wzajemna jest tu tylko częściowa. Przy współczesnej ilości informacji zakres samozarządzania i samoregulowania w gospodarce może działać jedynie przy dostatecznej mocy w dziedzinie przekazywania i przetwarzania informacji.

Jako pierwsze elementy wymieniliśmy strukturę, funkcję i metodologię funkcjonowania systemu jako całości. Metodologia socjalistycznego planowania i zarządzania w warunkach zautomatyzowanego systemu będzie bardzo istotnie różnić się od istniejącej metodologii planowania i zarządzania. Rzecz w tym, że możliwości jednostki ludzkiej w zakresie przetwarzania danych określały dawniej całą strukturę i wszelkie funkcje istniejących organów zarządzania. Określona moc jednostki ludzkiej, podobnie jak moc maszyny do przetwarzania informacji - używając terminologii energetyków - według obliczeń biorników, wynosi 10 operacji na sekundę, zaś moc robocza nie więcej niż 5 operacji na sekundę. Faktycznie - biorąc pod uwagę zmęczenie, czynniki psychologiczne i szereg czynników organizacyjnych - moc ta zostaje przynajmniej dziesięciokrotnie obniżona. Dlatego też powstał zasadniczy podział funkcji zarządzania produkcją, przygotowania produkcji,prac konstruktorskich, planowania i zarządzania gospodarczego, a w ślad za tym - planowania i zarządzania finansowego,zarządzania zasobami siły roboczej, planowania i organizacji zaopatrzenia a także kierowania innymi sprawami procesu produkcji.

Ten podział funkcji zaszedł nadzwyczaj daleko. Tak więc w przedsiębiorstwie księgowy niemal nic nie może powiedzieć na temat tego, co zakład produkuje i z jakich materiałów, a technolog prawie nic nie wie o finansowym stanie przedsiębiorstwa. W kierowaniu różnymi funkcjami powstały całkiem różne języki, zaś w rozlicznych organach informacja stała się nieporównywalna. Dlatego jednym z centralnych problemów w projektowaniu zautomatyzowanego systemu sieci łączności wzajemnej jest zagadnienie informacji ekonomicznej w jej różnorodnych aspektach. Trzeba powiedzieć, że właściwie wykonana praca w dziedzinie racjonalizacji informacji ekonomicznej przynosi niekiedy nadzwyczaj wielkie plony: może ona dziesięcio-, dwudziesto-, a nawet pięćdziesięciokrotnie ulepszyć dany system zarządzania bez stosowania automatyki. We wczesnych badaniach próbowano w ekonomice stosować dowolnie i mechanicznie pojęcia informacji przyjęte w termodynamice i systemach łączności. Okazało się to jednak nieprzydatne. Należy przede wszystkim wydzielić szczególne,podstawowe pojęcia logiczne informacji ekonomicznej. Należy dokładnie rozróżniać takie pojęcia jak informacja, tzn. rzeczywista wiedza o tym czy innym obiekcie gospodarczym, taka która da się wymierzyć odwrotnym logarytmem dokładności informacji. Następnie należy rozróżniać "sygnał", tzn. pojęcie odnoszące się głównie do techniki przekazywania informacji ekonomicznej. Sygnał posiada znaczenie tylko w tym przypadku, jeśli przekazujący i przyjmujący go jednoznacznie ten sygnał pojmują. Trzeba zatem wydzielić również takie pojęcie jak "komunikat".Komunikat jest zakończony frazą logiczną, przekazywaną przy pomocy określonej ilości sygnałów i zawiera określoną ilość informacji. Wreszcie - najpowszechniejszy w ekonomice termin - "wskaźnik". Reprezentuje on zazwyczaj pewną liczbę lub pojedynczy pewnik logiczny, któremu towarzyszą dwa znamiona, noszące w języku statystyki gospodarczej nazwę podmiotu i orzeczenia. Te podstawowe kategorie logiczne informacji pozostają we względnej tylko jedności. One również są nawzajem wymienialne i różnorodnie można zaprojektować ich wzajemne stosunki.

Rzecz charakterystyczna, że w ekonomice prawie nigdy nie spotykamy się z prostszymi sygnałami. Każdy wskaźnik ekonomiczny reprezentuje złożoną i przetworzoną formę informacji. Nawet ta informacja, którą posługuje się mistrz wydziału fabryki, jest agregatem i wynikiem określonego przetworzenia informacji. Trzeba przy tym wydzielić dwie zasadnicze postacie informacji ekonomicznej: informacja rozdzielna - da się rozłożyć na pierwotne elementy składowe i doprowadzić do kodu, oraz informacja nierozdzielna - w zasadzie nie podlega żadnemu podziałowi i może powstać w wyniku naszej niewiedzy.

W celu ujednolicenia informacji ekonomicznej i stworzenia jednoznacznego języka ekonomicznego trzeba było zacząć od badań makroekonomicznych, przejść do mikroekonomicznych, a następnie do czysto technologicznych analiz procesów produkcyjnych. Amerykanie i Francuzi stworzyli szereg modeli, w których starają się wyliczyć ilość informacji za pośrednictwem modeli makrodynamicznych. W naszym pojęciu takie podejście jest nie do przyjęcia, ponieważ mamy do czynienia z najbardziej złożonymi i przetworzonymi formami informacji. My sięgnęliśmy do procesu technologicznego i postaraliśmy się ukazać prostsze formy informacji, które w wyniku końcowym można doprowadzić do prostych liczb i do prostych dwojakich odpowiedzi. Analizowaliśmy produkcję przemysłu maszynowego jako najbardziej skomplikowaną, w porównaniu z którą wszelka inna produkcja wydaje się przypadkiem indywidualnym. I oto okazało się, że ogromną ilość wskaźników ekonomicznych można doprowadzić do czterech podstawowych źródeł. Rozważymy przykład planowania technologicznego procesu produkcyjnego. A więc pierwsze źródło informacji - zarys roboczy detalu, w którym, nie zagłębiając się w wielorakie formy dokumentów, zawiera się ogółem pięć typów informacji. Jest w nim: konfiguracja detalu, materiał, z którego jest on odrabiany, stosowanie detalu, półprodukty do wytworzenia danego detalu i wreszcie dokładność, z jaką dany detal ma być wykonany. Drugi czynnik - to dane o zasobach produkcyjnych, tzn. o sile roboczej i maszynach, którymi dysponuje zakład. Czynnik trzeci - to dane o taryfach i cenach. Wreszcie czwarta grupa danych, bez której - teoretycznie mówiąc - można się obejść, ale w praktyce jest zawsze niezbędna, to warunkowe algorytmy podziału tych nakładów, które nie wiadomo gdzie doliczyć, np. algorytm rozrachunku amortyzacji. Ogólnie mówiąc, można w zasadzie rozliczyć amortyzację całkiem dokładnie na każdy produkowany detal. Nikomu to jednak niepotrzebne, bo groszowa dokładność pociąga za sobą ogromne wydatki. Dlatego posługujemy się szerokim systemem podstawowych algorytmów. Trzy ostatnie grupy danych należą do stałych parametrów danego systemu, zaś dane pierwszej grupy okazują się zmienne. W danych wszystkich tych czterech czynników zawarta jest cała informacja ekonomiczna, jaka w ogóle istnieje w gospodarce narodowej i nie posiadamy żadnego wskaźnika, którego nie moglibyśmy stąd wyprowadzić. W przedstawionym schemacie kwadratami oznaczono to, co przyjęto nazywać danymi technologicznymi; są to te dane, na podstawie których pracuje wydział produkcyjny, wydział techniczny, biuro konstrukcyjne przedsiębiorstwa i niektóre inne wydziały. Kołami oznaczono to, co przyjęto nazywać informacją ekonomiczną; sześciokątami - wszystko to, co mieści się w pojęciu danych roboczych, rombami - z kolei - to wszystko, co wchodzi w zakres zaopatrzenia materiałowo-technicznego. Można również wydzielić specyficzną informację finansową, która jest pochodną tych wszystkich grup. Poza tym faktycznie nie ma żadnej informacji, choć mogą istnieć niewielkie wyjątki od tej zasady. Nie zmieniają one jednak istoty sprawy; cała informacja dla potrzeb zarządzania obiektem jest jednolita i posiada niezbędną, ograniczoną ilość źródeł.

Trzon podstawowej informacji stanowi produkcyjna dokumentacja technologiczna: instrukcje urządzenia, plany robocze detalu, technologia obróbki itd. Ten trzon informacji można zamieścić w wielkiej macierzy zwanej macierzą technologiczną przedsiębiorstwa produkcyjnego. Praktycznie rzecz biorąc,rozrasta się ona do takich rozmiarów, że trzeba ją dzielić na liczne bloki lub przetwarzać na specjalne zestawienia - pamięć systemu.

Z tą dokumentacją bezpośrednio wiąże się bardziej rozbudowana dokumentacja ekonomiczna przedsiębiorstwa. Składają się na nią taryfy i ceny, algorytmy rozpisania amortyzacji, nakłady itd. Na podstawie takiej informacji można sporządzić szereg macierzy dla poszczególnych oddziałów produkcyjnych. Macierze oddziałów łączą się w macierzowy model przedsiębiorstwa, zbudowany ze wskaźników kosztów. Wektor cen wyprowadzony między dwoma modelami powinien jednoznacznie przekształcać model ekonomiczny w technologiczny, zaś technologiczny - w ekonomiczny. Przeliczając mnożeniem model technologiczny na ceny, otrzymujemy model ekonomiczny - i na odwrót. Jeśli jednak spróbowalibyśmy dokonać tego na podstawie istniejących danych, to nie osiągniemy wyników, ponieważ w pierwszym lepszym przedsiębiorstwie mamy do czynienia z tak wielką deglomeracją danych, że są one nieporównywalne. Tylko dobrze zorganizowana pamięć automatyczna, zawierająca przynajmniej pięć czy dziesięć milionów wskaźników z jednego przedsiębiorstwa, może jednoznacznie organizować informację ekonomiczną i technologiczną.

Tak szczegółowe dane nie są niezbędne radom gospodarki narodowej, ich zarządom branżowym i zjednoczeniom produkcyjnym. Im potrzebne są dane o tym, co przedsiębiorstwo produkuje i co potrzebne mu dla tej produkcji.Toteż model rozrasta się. Ekonomiczny model macierzowy rozrasta się w agregat na zwykłych zasadach agregacji bilansu wielobranżowego, w wyniku czego otrzymujemy dokument, który nazwiemy macierzowym planem produkcyjno-finansowym przedsiębiorstwa. Odpowiada on bezpośrednio wymogom dokumentacji i był próbnie stosowany w tysiącu przedsiębiorstw Związku Radzieckiego. Blankiet taki dla niewielkiego przedsiębiorstwa, np. mleczarni, kopalni torfu lub niewielkiego warsztatu mechanicznego posiada rozmiary 10×10 w pierwszym kwadrancie. W innych przedsiębiorstwach blankiet może być większy, ale zazwyczaj nie przekracza pięćdziesięciu pozycji. Ma on zastosowanie jako bezpośredni, zunifikowany blankiet planu dowolnego zakładu i jest stosowany przez szereg rad gospodarki narodowej w ZSRR. Taki plan techniczno-przemysłowo-finansowy zawiera przykładowo 40 - 50 razy mniej wskaźników niż tradycyjny pakiet takiego planu, i to zawiera informacje lepsze, ponieważ są tu one zbilansowane. To zawdzięcza się formalnym zasadom macierzy. W modelu macierzowym osiąga się kolosalną oszczędność wskaźników, ponieważ każdy z nich zawiera cztery charakterystyki: dwa podmioty i dwa orzeczenia. Podmioty zanotowane w wierszach i kolumnach, a orzeczenia domyślne wyrażają się za pomocą pozycji wskaźników wewnątrz danej macierzy. Oprócz tego macierz w pełni zapobiega dublowaniu się wskaźników, co ma zawsze miejsce w planie techniczno-przemysłowo-finansowym zakładu.

Następnie potrzebny jest szczegółowy model dla zarządzania branżą. Można posłużyć się tu macierzą jednego przedsiębiorstwa, skumulować ją z macierzą drugiego przedsiębiorstwa i następnych i w ten sposób zbudować model branżowy. W zasadzie jest to dopuszczalne, ale niepraktyczne. Dlatego w tym wypadku korzysta się z innej formy modelu - z tzw. macierzy wariantowych. Każda z nich jest nadzwyczaj prosta, ale w sumie odzwierciedlają szczegółowy model danej gałęzi. Jest to prostokątna tablica, na której w kolumnach zapisano poszczególne przedsiębiorstwa produkujące jeden wyrób, zaś w wierszach - zużycie materiałów i środków: stal, węgiel, płaca robocza, rozchody z funduszów podstawowych. Tablica taka jest wygodna i prosta, ponieważ pozwala porównać wszelkie normatywy wszystkich współczynniki nakładów na daną produkcję. Na jej podstawie można nie tylko porównywać i analizować nakłady, ale również optymalnie rozkładać zadania na poszczególne przedsiębiorstwa. Szereg takich macierzy składa się na macierzowy plan lub raport zarządzania gałęzią produkcji.

System modeli rozrasta się znów w agregat, obejmujący macierz rady gospodarki narodowej, rejonu gospodarczego, republiki, kraju, przekroju wielu republik lub wielu branż. Każda z tych macierzy może być przedstawiona w dwu, czterech, ośmiu, szesnastu i trzydziestu dwu formach. W procesie ekonomicznego zarządzania niezbędne (i stosowane) są wielostronne formy informacji. Taka informacja jest wyrażana w naturalnych wskaźnikach (tona, kilogram itd.) i kalkulowana poprzez wykładniki pieniężne. Dlatego każda z macierzy przedstawiona jest w obu formach. Trzeba znać ilość materiałów, ilość dochodów, usług, towarów, które się produkuje, trzeba także znać normatywy nakładów na ich wykonanie, tzn. współczynniki nakładów w bilansie wielobranżowym. Dlatego stosujemy jeszcze dwa przekroje: wskaźniki obejmujące liczby całkowite i normatywy ułamkowe.

Następnie zaczyna działać mechanizm, który nazwaliśmy eliminowaniem Znaczy to, że części informacji nie należy w ogóle włączać do omawianego ogniwa. Oto przykład: dla zaplanowania produkcji przedsiębiorstwa budowy maszyn organa planujące nie potrzebują znać ilości wydziałów pomocniczych i przygotowawczych, jaką posiada zakład; potrzebna jest tylko informacja o tym. co zakład jest w stanie produkować i jakimi kosztami. Dlatego np. nie planuje się kosztów ogrzewania zakładu, ponieważ paliwo potrzebne do tego celu objęte jest normatywem nakładów na produkcję.

Dlatego w systemie modeli przy każdym przejściu do ogniwa wyższego występuje agregacja, to znaczy łączenie jednej części informacji i redukcja drugiej jej części. W ten sposób powstaje taki system, który do każdego wyższego organu przekazuje tyle informacji, ile mu potrzeba i ile jest w stanie przetworzyć.

Istnieje wszakże potrzeba organizowania kilku jeszcze takich hierarchicznych systemów macierzy. Organa finansowe i organa zaopatrzenia materiałowo-technicznego posiadają całkiem odrębne funkcje i mało jest punktów zbieżnych między niektórymi organami. Toteż posługują się one specyficzną informacją. Dlatego te organa posługują się analogicznym systemem modeli własnych wskaźników. Osobny system bilansów materiałowych we wskaźnikach naturalnych buduje się dla organów zaopatrzenia materiałowo-technicznego, zaś dla instytucji finansowych i bankowych - system bilansów finansowych typu francuskich bilansów zakupu-sprzedaży, który całkowicie odpowiada potrzebom organów finansowych, a zbudowany jest w tej samej nomenklaturze pozycji rozchodów, którą operują instytucje bankowe. Przy pomocy odpowiednich wektorów, za każdym razem można te macierze doprowadzić do porównywalności z podstawowymi modelami ekonomicznymi. Taki jest system modeli macierzowych i jego stosowanie w różnych okolicznościach.

Po raz pierwszy system modeli macierzowych zastosowano przy sporządzaniu republikańskiego bilansu na Białorusi.Przy właściwym podejściu do sprawy przedsiębiorstwa są w stanie w przeciągu dwu-trzech dni wypełnić blankiety macierzowe planów przemysłowo-finansowych. Posługują się przy tym typową metodyką, opracowaną na Białorusi. W praktyce można na to poświęcić znacznie więcej czasu: w ciągu miesiąca wszystkie 800 przedsiębiorstw sporządziły macierzowe plany przemysłowo-finansowe. Analogicznie może się odbywać kolejne zestawianie danych. Przeanalizowaliśmy 3 warianty tego działania: ręczny - aby lepiej pojąć logikę procesu, na arytmometrach analitycznych oraz na elektronowych maszynach matematycznych BESM-2. Najmniej czasu zajmuje działanie na tej ostatniej.Inaczej mówiąc, bilans międzybranżowy może stać się najbardziej operatywnym narzędziem planowania.

Opisaną tu metodyką systemu modeli macierzowych można posługiwać się dalej przy opracowywaniu podstawowych zasad pracy systemu informacyjnego i dla konkretnej unifikacji dokumentacji w przedsiębiorstwach i radach gospodarki narodowej. Wreszcie - ostatni projekt, stworzony na bazie systemu modeli, opracowany przez towarzysza Machrowa, to projekt skomponowania ogólnego zarysu planu gospodarki narodowej z zadań planowych poszczególnych przedsiębiorstw. W procesie perspektywicznego planowania socjalistycznego każde przedsiębiorstwo, otrzymawszy cyfry kontrolne, buduje własne wskaźniki planowe w formie macierzowej. Są one następnie zestawiane w poszczególne grupy przedsiębiorstw, gałęzi produkcji, w ramach rejonów i republik. W ten sposób posługując się całym parkiem elektronowych maszyn analitycznych, projekt planu gospodarki narodowej może być przygotowany w najkrótszym czasie. Komponowania można przy tym dokonywać w dowolnym przekroju: w skali branży, rejonu lub resortu. To jedynie kwestia programu.

W dynamice swej organizacja informacji podporządkowana jest w czasie następującym zasadom. Istnieje wyjściowy punkt zerowy i pewna praca, która kończy się w następnym punkcie, określanym jako punkt pierwszy.

Praca odbywa się w określonym czasie i istnieje organ zarządzania, który działa również na przestrzeni czasu. W okresie poprzedzającym podjęcie pracy kompletną informację o danym obiekcie zarządzanym trzeba przekazać do organu kierowniczego, w którym to organie zostaje ona poddana określonemu przepracowaniu i do chwili rozpoczęcia pracy powinien być dostarczony kompletny plan. Podstawowa informcja przekazywana jest w całości. Szczegółowy plan buduje się w formie macierzowej. Następnie, jeśli praca nie jest zbyt długotrwała, warto podzielić ją na trzy równe części (lub podzielić według zasady złotego środka). Po wykonaniu pierwszej części pracy należy przekazać pierwszą informację kontrolną o stanie pracy w danym momencie, a także drugą - wektoroprognozę o tym, czy cała praca zostanie wykonana w terminie i czy w ramach określonych kosztów. Po wykonaniu dwu trzecich pracy trzeba znów przekazać oba wektory; wektor drugi nie będzie już jednak zawierał prognozy, lecz dokładny meldunek o tym, czy praca zostanie terminowo wykonana, a jeśli nie, to z jakich powodów. Wreszcie - po zamknięciu wszystkich trzech etapów pracy, niezbędne jest przekazanie pełnego meldunku macierzy o nowo zbudowanym systemie, gdyż jego powstanie stanowi punkt wyjściowy nowej serii prac.

Następnym elementem ogólnego systemu jest system algorytmów planowania i zarządzania. Dla zapewnienia optymalnego planowania w gospodarce narodowej potrzebna jest jednolita hierarchia modeli i algorytmów nawzajem ze sobą powiązanych. W tej dziedzinie osiągnięto najmniej, mimo wieloletnich badań w dziedzinie ekonometrii i ekonomiki matematycznej. Jeśli nie brać pod uwagę rozliczeń doświadczalnych i przeglądowych, a tylko aktualną praktykę zarządzania gospodarką, można powiedzieć, że do tej pory nie funkcjonuje ani jeden algorytm (oprócz najbardziej elementarnych algorytmów do kierowania procesami technologicznymi produkcji i procesami przewozów). Rzecz w tym, że matematycy w ogóle nie interesują się masowym opracowywaniem informacji, które nosi nazwę "przetwarzanie danych", zaś bez tego żaden algorytm optymalny czy zbliżony do takiego, nie może funkcjonować. Ogólnie mówiąc, mianem twórczego procesu określa się każdy proces mało zbadany, o którym nie wiemy, jak przebiega. Okazuje się, że takich twórczych procesów nie pozostało już wiele. Samo zrutynizowane, zwyczajne przepracowanie danych stanowi więcej niż 95% całej działalności ekonomicznej.

Delegacja francuskich ekonomistów kierowana przez Francois Perou, która w 1959 r. odwiedziła ZSRR, pisała, że proces planowania i bieżącego zarządzania w warunkach socjalizmu nosi zapewne charakter nieprzerwanej macierzy włączającej co najmniej dwa miliony bilansów, przy czym dokonuje się to w postaci niejawnej w najszerszym kręgu organów gospodarczego zarządzania w czasie całego roku. Delegacja wyraziła zdziwienie, że metoda międzybranżowego bilansu nie znalazła najszerszego zastosowania w planowaniu socjalistycznym. W zasadzie to prawda, jednak francuscy ekonomiści w sposób oczywisty nie docenili rozmiaru macierzy: powinna ona włączać nie dwa miliony, ale co najmniej kilkadziesiąt milionów pozycji. Jeśli ten system bilansów przedstawić w postaci jednolitego modelu bilansów międzybranżowych, to nie upora się z nim żaden system obliczeniowy. Jeśli jednak bilanse te przedstawić w formie zdezagregowanej jako system modeli macierzowych, o czym była mowa wyżej, to działalność systemu w pełni odpowiada logice procesu planowania socjalistycznego, które w ostatecznym rachunku sprowadza się w istocie do wzajemnego zrównoważenia bilansów, to znaczy do doprowadzenia każdego elementu systemu do stanu równowagi dynamicznej. Dlatego podstawowa praca organów zarządzania może być upodobniona do prostych bilansów rozliczeniowych, rozwiniętych w systemie modeli macierzowych, który włącza np. dziesięć-dwanaście ogniw, począwszy od wydziału fabrycznego, a kończąc na planie państwowym ZSRR (powinien on być również rozciągnięty na poszczególne organa zarządzania). Informacja przedsiębiorstwa, poszczególnych gałęzi produkcji i rejonów oraz wszelkie bieżące rachunki planowe, zawarte w postaci modeli macierzowych, sprowadzają się do częściowej inwersji takiej macierzy i do bilansowania jej kolumn i wierszy. Jeśli zdołamy pracę te przerzucić na maszyny, to tym samym co najmniej 80% personelu zarządzania gospodarczego uwolnimy od mozolnej i nietwórczej pracy.

Technika elektronowa może jednak służyć nie tylko mechanizacji rutyny; stwarza ona zasadniczo nowe możliwości, którymi zainteresowani są bezpośrednio przede wszystkim matematycy. Bierze się pod uwagę możliwości znajdowania tzw. optymalnych rozwiązań. Możliwości te nie są jednak dyskontowane, czemu zawiniła - naszym zdaniem - jednostronność badań, zajęcie się wyłącznie programowaniem liniowym, przy niedocenianiu innych, bardziej elastycznych metod, dostosowanych do rozwiązywania zadań planowo-ekonomicznych. W tym świetle staje się jasne zarówno od strony praktycznych niepowodzeń, jak i teoretycznych rozważań, że metoda programowania liniowego jest w istocie nie do przyjęcia przy skomplikowanych procesach gospodarczego zarządzania. Pozytywne wyniki może ta metoda przynieść tylko w najprostszych przypadkach, np. w planowaniu przewozów jednego produktu wewnątrz miasta, w optymalizacji składników mieszanki chemicznej czy przy cięciu blachy. Oto - ogólnie mówiąc - wszystkie zadania programowania liniowego, jakie były wykonane w praktyce zarządzania.

Częściowo wiąże się to z tym, że ekonomiści i matematycy do tej pory nie zrozumieli się, dyskutując o znaczeniu słowa optimum. Dla ekonomistów jest to pojęcie całkiem mgliste i wyraża senne marzenie o uniwersalistycznej strukturze planu i strategii jego wykonania. Szereg ekonomistów używa nawet określenia: bardziej optymalny plan, plan najbardziej optymalny, choć to po prostu tautologia. Dla matematyków znowu optimum - to w ogóle ekstremum funkcji, przy czym jednej funkcji i kiedy ekonomista stawia takie zadanie przed matematykiem, to ten ostatni dąży do maksymalizowania lub do minimalizowania jednej funkcji. Oczywiście, żadnego z realnych zadań ekonomicznych nie można doprowadzić do maksymalizacji czy minimalizacji jednej funkcji. Toteż już od dawna czyni się próby wprowadzenia do zadań programowania kilku jednocześnie kryteriów. Zwrócono uwagę na to, że wprowadzenie jednego dodatkowego ograniczenia lub niewielkie odchylenie funkcji może wielokrotnie zniekształcić znaczenia zmiennych zadania. Przebadano szereg zadań ekonomicznych, szczególnie z zakresu transportu, przy zastosowaniu różnych funkcji kierunkowych. Przebadawszy wyniki, otrzymano wnioski, które pozwoliły zbudować w ogólnych zarysach funkcje ważone.

Każdemu zamierzeniu nadaje się określoną wagę, przeznacza się na nie określoną ilość oczek, a następnie wyprowadza się wypośrodkowaną funkcję celową (kierunkową). Rozwiązywanie takich zadań nie miało również żadnego znaczenia praktycznego. Zachęciło to matematyków radzieckich do zorganizowania konferencji w Trokae dla rozważenia wieloekstremalnych zadań programowania. Postanowienia zjazdu nie posiadały jednak formy obowiązujących uchwał. Więcej osiągnięto w dziedzinie dynamicznego programowania. Oryginalną, radziecką szkołę w zakresie rozwiązywania zadań cyfrowych programowania dynamicznego stworzyło środowisko matematyków kijowskich. Istota problemu sprowadza się do tego, że na wstępie analizuje się warunki zadania i wykrywa się całą sferę rozwiązań niemożliwych, którą od razu eliminuje się. Następnie z niezbędnej liczby rozwiązań możliwych, poprzez wielostopniowy proces, metodą gradientową lub jakąkolwiek inną otrzymuje się nie optimum, lecz optymalną sferę.

Poszukiwania najlepszych zamierzeń, najlepszego określenia celów, doprowadziły również do szeregu oryginalnych badań. Analizując hipotetyczne plany perspektywiczne na dwanaście lat naprzód, przy dużej rozpiętości kryteriów (np. maksimum dochodu narodowego, podniesienie stopy życiowej, zwiększenie majątku narodowego, zwiększenie akumulacji) uczeni stwierdzili, że w dalekiej perspektywie powstaje bardzo oryginalna, zamknięta dziedzina, w której mieszczą się wszystkie realne kryteria, które można stosować w procesie praktycznego planowania. Jeśli w planie rocznym maksymalizacja spożycia i maksymalizacja inwestycji okażą się kryteriami zgoła sprzecznymi, to w bardziej odległej perspektywie, biorąc jeszcze pod uwagę dalszy rozwój - wszystko to znajduje się we wspólnej, zamkniętej sferze, w obszarze n-wymiarowym i zadanie programowania polega na poszukiwaniu nie optimum w ogóle, lecz optymalnej dziedziny, wewnątrz której ujawnia się tzw. sfera naturalnych rozwiązan.

Największe nadzieje pokłada się obecnie w innych, nieanalitycznych metodach, szczególnie w metodzie, która nosi u nas nazwę imitacji, a także w metodach planowania eurystycznego. W obu dziedzinach, choć badania rozpoczęto dopiero przed dwoma laty, osiągnięto już realne sukcesy i rozwiązano większą ilość praktycznych zadań niż przy pomocy metod programowania. Jednym z pierwszych osiągnięć w dziedzinie symulacji lub imitowania był nadzwyczaj interesujący proces, przeprowadzony na maszynie elektronowej, polegający na imitowaniu ewolucji organizmów żywych. Odkryto nadzwyczaj ciekawą analogię pomiędzy działaniem automatów imitujących a życiem bakterii. Takie same doświadczenia przeprowadzono w dziedzinie ekonomicznej. Jeden z moskiewskich instytutów imitował proces technologiczny walcowania rur na Ukrainie i na podstawie danych otrzymanych z tej imitacji zbudowany został algorytm optymalnego planowania ekstensywnego produkcji. Ogólnie mówiąc, system modeli macierzowych poleca się również dla imitacji perspektywicznego procesu planowania. Trudności programowania, a dokładniej - doboru i sprawdzenia tak wielkiej liczby danych nie pozwoliły nam jednak do tej pory zakończyć prób. W programie eurystycznym przede wszystkim logicznie odtwarza się faktycznie stosowany proces zarządzania, zaś następnie stopniowo program udoskonala się przy pomocy ręcznych poprawek nanoszonych do programu lub za pomocą automatycznego ukształtowania przy wykorzystaniu sprzężenia zwrotnego. Programy takie były już stosowane w planowaniu wewnątrzzakładowym, przy tworzeniu optymalnych planów kalendarzowych w zakładach budowy maszyn w różnych warunkach: w taśmowej produkcji różnych wyrobów, w produkcji jednego wyrobu na wielu maszynach itp. Metodę tę stosowano również w zarządzaniu produkcją odlewniczą.

Metody planowania eurystycznego uważamy za najbardziej przydatne w perspektywie i dla ich realizacji przedsięwzięliśmy szerokie badania istniejących procesów zarządzania, począwszy od procesu technologicznego, a kończąc na planie państwowym ZSRR.

Istnieją określone reguły, według których przebiegają prace projektowe. Są one doskonale znane np. każdemu inżynierowi-konstruktorowi samolotów, budowniczemu okrętów,ale z jakichś względów ignorują je ekonomiści. Przyjęło się mniemanie, że wystarczy zainstalować maszyny i wyposażyć je w algorytmy, to już proces planowania jest zautomatyzowany. W rzeczywistości z tych lub innych powodów - a mogą ich być tysiące - nie udaje się wdrożyć automatyzacji do procesów zarządzania gospodarczego. Sprawa polega na tym, że na wstępie trzeba spełnić wszystkie warunki, które np. spełnia się przy projektowaniu samolotu. Staramy się jasno sformułować wszelkie warunki i zasadniczą kolejność prac w dziedzinie automatyzacji oraz opracować typową metodykę opracowywania zautomatyzowanego systemu zarządzania, planowania i obróbki informacji dla zasadniczych typów systemów gospodarczych.

Przede wszystkim należy określić cele pracy. Nie można zaliczyć do nich ani badania metod matematycznych i maszyn elektronowych, ani potanienia kosztów zarządzania; natomiast cel musi być określony tylko jako podniesienie łącznej efektywności systemu zarządzanego i zarządzającego,przy czym termin ten musi być dokładnie określony dla każdego konkretnego przypadku.Następnie należy określić uszeregowaną z grubsza w postaci próbnego projektu ogólną metodologię pracy tego systemu oraz jego strukturę. Kolejnym etapem jest opracowanie planu typu PERT; obecnie plany takie stosuje się przy opracowywaniu każdego systemu. Podobnie w przedsiębiorstwach, w których opracowuje się system zmechanizowany, plan wdrożenia tego systemu obejmuje ponad dwa tysiące przypadków.Powinien on służyć szczególnie koordynacji działania licznych organizacji, pracujących na terenie jednego obiektu.

Teraz następuje właściwa analiza. Ta analiza, jak mi się wydaje, stanowi nie tylko stadium wstępne całej pracy, ale jest również główną, istotną jej częścią. Specjaliści amerykańscy i angielscy, którzy wprowadzili wiele systemów zautomatyzowanych i posiadają doświadczenia pomyślne i niepomyślne, jednogłośnie oświadczają, że 80% efektu zawdzięcza się badaniom logiki procesów zarządzania i doprowadzeniu systemu do zgodności z tą logiką. Zaledwie pozostałe 20% można osiągnąć poprzez bezpośrednią automatyzację. Następnym etapem jest projektowanie systemu informacyjnego, a kiedy jest on już w zasadzie gotów, należy określić ogólną przepustowość kanałów komunikacji i niezbędną moc obliczeniową na jednostkę czasu. Właściwie tylko w ten sposób można określić, jakie maszyny są potrzebne i czy w ogóle są one potrzebne, czy potrzebny jest zautomatyzowany system informacji; a może istniejąca łączność dysponuje dostateczną przepustowością, tak że nie trzeba wprowadzać żadnych środków technicznych. Następnie rozpoczyna się techniczne projektowanie robocze ośrodka obliczeniowego i systemu informacyjnego.

Kiedy przystępowaliśmy do badania logiki procesu zarządzania, zapowiadało się ono jako sprawa niezmiernie trudna, tak np. jak zbudowanie bilansu międzybranżowego za 5-6 lat wstecz. Jeśli dawniej taki bilans mogli budować jedynie najbardziej doświadczeni statystycy, którzy świetnie znali sprawozdawczość i teorię bilansu międzybranżowego, to obecnie może to robić pracownik, który nie ma w ogóle żadnego przygotowania w dziedzinie zwykłego, zautomatyzowanego zestawiania. Spróbowaliśmy opracować taką metodykę, aby proces badania funkcji zarządzania i planowania, jak również projektowania racjonalnego, udoskonalonego systemu zarządzania, sprowadzić do pracy dość prostej i dostatecznie mechanicznej, żeby mógł ją wykonać zupełnie nie przygotowany pracownik. W tym celu opracowaliśmy pewne typowe formy, które pozwalają zbadać proces zarządzania każdą organizacją gospodarczą. Może okazać się to niewypałem, ale - być może - będą to zupełnie dobre macierze? Okazało się, że macierze świetnie funkcjonują zarówno w organizacji informacji o informacji, jak również w projektowaniu bardziej czy mniej zautomatyzowanych systemów zintegrowanych, zjednoczonych i systemów logicznie zamkniętych. Krótko mówiąc, sprawa polega na tym, że nasi pracownicy, zwłaszcza studenci na praktykach, przychodzą do ogniw kierowniczych i zadają ich pracownikom serie bardzo ściśle sformułowanych pytań. Jest ich mniej więcej około 25 i trzeba dać na nie najprostsze odpowiedzi. Aby nie zaplątać się w nadzwyczaj wielkiej liczbie informacji, opracowaliśmy proste formy notowania tych odpowiedzi i analizowania ich. Początkowo trzeba nakreślić strukturę danego organu, np. księgowości. Następnie wykreśla się drugi schemat, w którym bada się powszechnie stosowany obieg informacji wewnątrz tej księgowości. Dalej zakreśla się schemat łączności działu księgowości z wszystkimi innymi działami. Przyjmijmy w tym przypadku dział księgowości jako zamkniętą całość, choć wiadomo, że posiada ona określoną strukturę wewnętrzną i własne funkcje.

Informacja przychodzi i wychodzi z księgowości w postaci konkretnych dokumentów, przy czym dokładnie podane jest źródło lub adresat informacji: określony oddział, planowy wydział przedsiębiorstwa, wydział zaopatrzenia, rada gospodarki narodowej, oddział banku itp. W rachubę wchodzi kilkadziesiąt takich wskazówek i choć liczba takich kontaktów, które wydział musi utrzymywać, jest ograniczona, to jednak wystarczy, żeby się w tym zaplątać. Dlatego księgowość nie jako całość, ale każdą sekcję księgowości rozpatrujemy z punktu widzenia wzajemnych powiązań. Już w tym stadium okazuje się, że znaczna część pracowników, np. księgowości wykorzystywana jest nieracjonalnie, wykonując zrutynizowane, jednostronne i prymitywne czynności. Człowiek, który uważa się za ekonomistę, wykonuje pracę w istocie absolutnie nieekonomiczną, tylko elementarne czynności rachunkowe. Otrzymuje trzy wskaźniki, mnoży je nawzajem przez siebie i oddaje następnemu pracownikowi, który wylicza z tego czwarty wskaźnik i z kolei przekazuje następnemu pracownikowi.

Mechanizacja rozliczeń dlatego właśnie wykazuje nieudolność już ponad 80 lat, ponieważ zajęta jest mechanizacją najprostszych i prymitywnych operacji rachunkowych, nie badając logiki procesów zarządzania. Analityczne maszyny wynaleziono około 1880 roku, ale od tamtych czasów nie zdążyły one znaleźć powszechnego zastosowania. Nie przyniosły właściwie niczego innego niż straty.

Jak tworzy się projekt mechanizacji rozliczeń w księgowości? Otóż uprzednio pracownik otrzymywał dane o ilości materiałów w magazynie wraz z ich ceną. Następnie mnożył ilość przez cenę jednostkową i zapisywał w raporcie.Ten proces był jego zadaniem. Po zmechanizowaniu na miejsce tego jednego pracownika zatrudniono czterech. Jeden z nich z raportów,które otrzymywał z magazynu, musiał na własny blankiet raportu nanieść ilość materiału, następnie w katalogu odszukać cenę jednostkową i nanieść ją na tenże blankiet, który odnoszono do stacji mechanicznych obliczeń. Jeszcze jeden człowiek szyfrował dane na kartkach perforacyjnych. Operator operował przemnożeniem w maszynie matematycznej i wydawał wynik w postaci tabulogramu. Specjalny pracownik rozszyfrowywał go i przekazywał wynik księgowemu. Ponieważ księgowy nie ufał maszynie, sam powtarzał czynność mnożenia. Na takich oto operacjach opierała się, w istocie, cała mechanizacja rozliczeń. Dopiero obecnie, kiedy maszyny rachunkowo-analityczne zostały zastąpione przez elektronowe maszyny, opracowano wreszcie metody racjonalnego wykorzystania maszyn w zintegrowanych systemach informacji.

Tak więc kiedy otrzymaliśmy już wszystkie dane o obiegu wszelkich dokumentów w stosowanym systemie i kiedy zafiksowaliśmy ten ruch, rozpoczynamy analizę dokumentów, równocześnie z syntezą racjonalnego schematu procesu zarządzania. Dlatego wszystkie dane o obiegu informacji grupują się w prawdziwe modele macierzowe takiego typu, o jakim była mowa wyżej.

Proces powstawania wskaźników zanotowaliśmy za pomocą macierzy oraz rubryk (kolumn). Okazało się, że w obu formach zawiera się ta sama informacja o procesie obiegu informacji, przy czym macierz wygodniejsza jest dla analizy. Stosuje się tę formę modelu macierzowego, która służy celom planowania wewnątrzzakładowego. Cała macierz obejmuje określony wydział lub sekcję administracji zakładu,np. sekcję rozliczeniową wydziału księgowości. Każda kolumna i każdy wiersz odzwierciedla określoną funkcję przetwarzania informacji, albo - innymi słowy - pracę każdego człowieka zatrudnionego w tej sekcji. Jeśli człowiek ów wypełnia różne czynności, to dla każdej z nich przewidziano osobny wiersz i kolumnę. Tak jak w zwykłym przypadku, w macierzy oznacza się cztery kwadranty i w pierwszym z nich wydziela się cztery półkwadranty. Kwadrant trzeci oznacza wejście systemu i w nim notuje się każdy, poszczególny typ wskaźników stosowanej dokumentacji o dwu charakterystykach. "Produkcją podstawową" w tym wypadku są charakterystyki liczbowe, każda notowana w oddzielnej linijce III kwadrantu, z rozszyfrowaniem, w której kolumnie ("produkcja") została umieszczona. Za pomocą lewego "skrzydła" macierzy możemy także rozszyfrować, skąd one tu przyszły. "Produkcją pomocniczą" możemy natomiast nazwać charakterystyki wskaźników (np. "rubli na zmianę" lub "sztuk na godzinę" itp.). W kwadrancie I znajduje odzwierciedlenie proces przekształcania informacji na wzór procesu przekształcania produkcji z jednej postaci w drugą w bilansie międzybranżowym. W kwadrancie drugim, na wyjściu, otrzymujemy "produkt końcowy" systemu - informację kierunkową w postaci wskaźników i ich charakterystyki. Takich macierzy trzeba stworzyć tyle, ile grup zawiera oddział; dokładniej: ile funkcji ma do wypełnienia kierownictwo.

Następny etap pracy jest analogiczny do tworzenia bilansu międzybranżowego na podstawie modeli macierzowych. Jeśli zblokować takie macierze, to przede wszystkim okaże się, że istnieją gałęzie, które produkują (w tym wypadku wskaźniki traktujemy jako produkcję), a inne jedynie je obsługują. I jeśli następnie zastosować procedurę, którą nazywamy "podziałem nakładów pomocniczych na podstawowe", tzn. dokonać odsiewu, redukcji informacji, to - rozdzielając wskaźniki pomocnicze na podstawowe - otrzymamy system w pełni zintegrowany, który daje bezpośrednio produkcję końcową. Końcową produkcją będą te czy inne rozwiązania, wyrażone w kilku typach wskaźników o określonych charakterystykach.

Następnie można przeprowadzić zwykłe, mechaniczne zestawienie macierzy wg metody opisanej wyżej. Nie zdążyliśmy jeszcze wprowadzić jej do powszechnej praktyki, ale logika procesu jest dla nas już zrozumiała. Dla zestawiania stosuje się mechanizm macierzy wariantowej, przy pomocy którego można od razu wykryć wielokrotne dublowanie tych samych wskaźników w licznych wydziałach i sekcjach danego przedsiębiorstwa. Tę macierz wariantową nastawia się na jeden, ten sam wskaźnik rozwiązania w najróżniejszych wydziałach zarządzania przedsiębiorstwem, w przekroju "nakładów inwestycyjnych" w każdym z nich. Choć nie przeprowadzaliśmy jeszcze takiego zestawiania automatycznego, ale już pobieżny przegląd wskazuje na to, że istnieje dublowanie pewnych wskaźników do dwudziestu, czterdziestu i więcej razy. Zbiorcze kolumny macierzy wariantowych sprowadzają się do ogólnej macierzy systemu, który właśnie odzwierciedla logikę całego procesu zarządzania i nakreśla podstawową linię integracji jednolitego schematu opracowania informacji. Wobec skupienia wszystkich kolumn wariantowych macierzy w jedną sumującą kolumnę objętość zwiększonego wynikowego modelu może okazać się mniejsza od wielkości dowolnej podstawowej macierzy.

Już ze wstępnego przeglądu naszego schematu jasno widać, że tą samą podstawową informacją posługują się wszystkie komórki kierownicze przedsiębiorstwa. Po zebraniu całego materiału zamierzamy dokonać takiego zestawienia i porównać model macierzowy księgowości z modelem macierzowym wydziału planowania oraz z modelem macierzowym wydziału konstrukcyjnego i wszystkich innych wydziałów, aby otrzymać jedną,łączną,zintegrowaną macierz opracowania w całości informacji w zakładzie. Ciekawe, że w procesie tej pracy można uzyskać poboczne informacje, które można wykorzystać dla innych, ważnych rozwiązań. Ci, którzy zajmują się bilansem międzybranżowym, wierzą, że przedstawiony w blokowo-diagonalnej formie bilans stanowi najciekawszy instrument analityczny. Nałożone nawzajem bloki branżowe, rozmieszczone diagonalnie, wzięte razem zobrazują bilans międzybranżowy. Bloki nie sumują się, jeżeli poszczególne branże produkują towary unikalne. Jeśli natomiast jakiś artykuł produkują również inne branże przemysłu, wówczas bloki nakładają się (np. produkcja energii elektrycznej w zakładach wielu branż). Stopień wzajemnego nakładania się bloków w określonym celu cechuje racjonalność struktury systemu. Na przykład,jeśli by w okresie istnienia resortów zbudowano bilans międzybranżowy, w którym gospodarka każdego z nich tworzyłaby jeden blok, to okazałoby się, że w większości przypadków bloki niemal całkowicie nakładają się na siebie, ponieważ każde ministerstwo posiadało niemal całkowicie autarchiczną strukturę produkcji.

Okazało się, że macierz organizacji zarządzającej, np. księgowości lub dyrekcji przedsiębiorstwa można również doprowadzić do takiej postaci diagonalno-blokowej. Tam gdzie znaczne zmienne nie nakładają się, a tworzą oddzielne bloki, można śmiało stwierdzić, że istnieje określona funkcja zarządzania, wyodrębniona z innych funkcji. Jeśli dany blok jest dość duży i dostatecznie zapełniony, znaczy to, że istnieje potrzeba wyodrębnienia właściwego, bardziej szczegółowego podziału i wyznaczenia pracownika odpowiedzialnego za pełnienie tej funkcji.

Analogiczny obraz można otrzymać posługując się genealogią.

Mówiliśmy już o czterech grupach informacji,które zasilają każdy system informacji ekonomicznej. Jeśli spróbujemy przeanalizować genealogię obróbki informacji w całym przedsiębiorstwie, otrzymamy taki oto obraz: korzenie drzewa zasilające cały system informacji czterech typów - to kontrolerzy produkcji, konstruktorzy opracowujący nowe konstrukcje, technolodzy, mechanicy, energetycy, jak również i cenniki,akty ustawodawstwa pracy itd. Dalej korzenie zaczynają się zrastać, tworząc jeden pień drzewa - dokumentację produkcyjnotechniczną.

Następnie drzewo zaczyna się rozgałęziać, całkiem podobnie jak drzewo w lesie. Tak gwałtownie rozrastają się zgodnie z prawem Parkinsona wszelkie wskaźniki w funkcjonalnych ogniwach zarządzania. Oczywiście w odróżnieniu od prawdziwego drzewa niektóre gałęzie zrastają się tutaj później, jednak wielkie rozgałęzienia wskazują na obecność całkiem różnorodnych funkcji zarządzania, które powinny być wykonywane przez różne wydziały. Takie "drzewa" można w zasadzie zbudować wszędzie, ale w praktyce trudno się w nich orientować;

dopóki nie ma metodyki analizy logicznej podobnych wykresów - macierz jest wygodniejsza w wykrywaniu racjonalnej struktury organizacji kierowniczej.

Kiedy otrzymano już taką macierz, całkiem prosty jest proces masowej, zrutynizowanej obróbki danych, jak go przyjęto nazywać: "data processing". Obróbka danych powinna sprowadzać się do tego, aby nieprzerwanie korygować elementy ogólnej macierzy informacyjnej przedsiębiorstwa. Dokonuje się to przy pomocy zwykłych metod bilansowo-macierzowych i w końcowym rachunku sprowadza jedynie do bilansowania wierszy i kolumn wielkiej macierzy. Tu mamy do czynienia z pierwszą klasą algorytmów: z algorytmami masowego przetwarzania danych. W ten sposób otrzymamy wstępny, podstawowy blok skoordynowanej informacji.

Nie można jednak bezpośrednio z niego korzystać; informacja jest zbyt prymitywna i zbyt obszerna. Wprowadzamy drugą klasę algorytmów przekształcania wstępnych danych we wtórne oraz procedurę kształtowania dokumentów na podstawie tych danych. Szczególnie jeśli wskaźnikiem wstępnym jest produkcja dzienna, z pomocą całkiem prostej procedury można otrzymać np. wskaźniki procentowe "wykonania produkcji na dzień dzisiejszy w porównaniu z planem miesięcznym". Takie wskaźniki wtórne dynamiki i porównania stanowią lepszy,zrozumiały wzór dla człowieka: jeśli np. dziś jest 28, zaś plan wykonano w 80%, dla każdego jest jasne, że czas bić na alarm. Procedura formowania konkretnych dokumentów z takich wskaźników nie przedstawia większych trudności i mogą one być opracowane w większej ilości.

Następna klasa w systemie algorytmów - to algorytmy optymalnego planowania, które - biorąc pod uwagę niedoskonałość metod programowania - mogą być na razie przydatne tylko do sformułowania takich czy innych zaleceń, ale nie mogą jeszcze zamykać sprzężenia zwrotnego między kierującą maszyną elektronową a procesem produkcji. To sprzężenie przez długi jeszcze czas zamykać będzie człowiek. W przyszłości prawdopodobnie poszczególne elementy procesów opracowywania decyzji gospodarczych mogą być całkowicie zautomatyzowane, tzn. będą mogły odbywać się bez udziału człowieka.

Już w pierwszym stadium automatyzacji zarządzania, przy organizacji automatycznego przetwarzania danych, gruntownie zmieniają się funkcje wszystkich zatrudnionych w systemie zarządzania. Wszyscy pracownicy zajmujący się nietwórczą pracą, mechanicznym przetwarzaniem danych albo podnoszą kwalifikacje, przyjmując odpowiedzialność za decyzje, albo przechodzą do technicznej obsługi samego systemu, do programowawania, obsługiwania aparatów albo przekwalifikują się z administracji do produkcji.

Wszystko to wygląda logicznie i jest oczywiste w teorii. W praktyce wszędzie spotykamy się z niemiłym faktem, który stanowi matnię dla projektantów; starają się więc to przemilczeć. Rzecz w tym, że przy ustanowieniu zautomatyzowanych systemów zarządzania liczba personelu kierowniczego i pomocniczego nie zmniejsza się, a rośnie. Zaznajamialiśmy się z projektem zautomatyzowanego systemu zarządzania jednego z przedsiębiorstw. Według projektu wszystkie procesy przetwarzania danych dokonywane są kompleksowo przez jedną tylko elektronową maszynę matematyczną, jednakże niewiarygodna liczba personelu obsługującego znalazła zatrudnienie w samym tylko wprowadzeniu do systemu bieżącej informacji. Jeśli określić liczbę kontrolerów, którzy będą doglądać procesu produkcyjnego, kodować dane i wprowadzać je do maszyny elektronowej przy pomocy urządzeń telemechanicznych, to w zakładzie, który zatrudnia 20 000 ludzi, będzie ona wynosiła 2 000. Przy wdrożeniu pełnego systemu automatycznych przekaźników będzie ona wynosić tyle ile zatrudnia cały zakład.

Wydaje mi się, że to wiąże się z działaniem tego przeklętego prawa Parkinsona, ale nie w dziedzinie ludzkiego działania, lecz w sferze informacji. Systematyzacja i dokładniejsza wiedza o ekonomice i produkcji wiąże się z pojawieniem się wielkich ilości informacji, które ze swej strony tworzą nową informację o informacji. Nie ma już tu żadnych możliwości obliczeniowych systemu, i przetwarzanie tej, samorodnie rozwijającej się metainformacji zmusza znów do pokładania nadziei w człowieku. Dotyczy to nie tylko informacji bieżącej, ale również podstawowej.

W jednym z przedsiębiorstw spotkaliśmy się z typowym problemem: w istocie nie istnieje już normatywna baza planowania i zarządzania (z naszego punktu widzenia). Podobnie jak wszyscy, wyrażaliśmy zdziwienie: jak można kierować przedsiębiorstwem przy takim stanie normatywów. Cała rzecz polega na tym, że przy "ręcznych" metodach zarządzania potrzebna jest znacznie węższa informacja wyjściowa niż w systemach zautomatyzowanych; planowanie jest tu "nieoptymalne", niedokładne, ale prężne. Po to jednak, aby system zautomatyzowany pracował, wielki kolektyw uważał za stosowne w ciągu całego roku opracowywać coraz nowe i nowe dane. Powstało ponad 4 miliony wskaźników - większości z nich dawniej w ogóle nie było - absolutnie niezbędnych dla działania zautomatyzowanego systemu. Musieliśmy zrezygnować z macierzy; podobnie nie mogliśmy racjonalnie rozmieścić w macierzy całej masy danych wzajemnie powiązanych. Dla ich organizacji wybrano bardziej prężny, ale mniej dokładny system fiksowania pamięci rejestrującej. Macierzowy model całego przedsiębiorstwa dzieli się na trzy rzędy wykazów normatywnych: produkcji podstawowej, ubocznej i produkcji pomocniczej. Każdy element każdego wykazu jest rozszyfrowywany z punktu widzenia zużycia podstawowych materiałów. Ze swej strony jest on rozszyfrowany według zużycia materiałów pomocniczych, nakładu pracy zasadniczych pracowników, nakładu pracy personelu pomocniczego, wykorzystania urządzeń, zużycia czasu pracy maszyn a także urządzeń i aparatury wszelkiego rodzaju. Kształtuje się wysoka piramida wykazów, wielka liczba typów tablic, przy czym w niektórych typach dochodzi ona do dwu tysięcy. Tak wielką liczbę danych trudno pomieścić nawet w dobrze zorganizowanej pamięci, tym trudniej rozmieścić w istniejących systemach przechowywania informacji. Tu jako wyższe osiągnięcie traktuje się tymczasem kartotekę kart perforowanych. W wyniku odejścia od rygorystycznych form organizacji danych całkowicie został naruszony nasz harmonijny proces ruchu informacji w systemie modeli macierzowych. Zmieniając jakikolwiek wskaźnik w zagregatyzowanej macierzy zakładowej, musimy przeliczyć wszystkie wykazy od góry do dołu, następnie w odwrotną stronę, przejść do następnego rzędu wykazów itd. aż do otrzymania nadzwyczaj długiego procesu wieloiteracyjnego.

Każdy, kto opracowywał takie zautomatyzowane systemy informacji, spotkał się z tego rodzaju trudnościami. Jedyne wyjście - to wprowadzenie języka w miejsce funkcji samego systemu. Zautomatyzowany system wymaga w zasadzie innego języka niż "ręczne" metody zarządzania. Tu potrzebny jest język specyficzny, przystosowany do osobliwości pracy systemu. Jedynie w tym przypadku możemy znów o dziesiątki razy zmniejszyć objętość niezbędnej informacji i nie dopuścić do samowolnego jej rozmnażania się.

W całym świecie opracowano około 300 specjalnych języków, nastawionych na problemy, oraz autokodów dla takich lub innych maszyn. Teraz rzecz polega na opracowaniu jednolitego dla całego Związku Radzieckiego, ludzko-maszynowego języka algorytmowego. Za podstawę przyjęto międzynarodowy język Algol - jego część podstawową. Gramatyka, podstawowa symbolika, podstawowe procedury, które dopełnia się pewnymi jednostkami informacji i procedurami, typowymi dla maszynowego przetwarzania danych ekonomicznych. Taki język również nie rozwiązuje problemu, ponieważ w wielkim systemie może działać tylko w warunkach jednego wymiaru, co w ekonomice jest absolutnie niemożliwe. Postawiliśmy zadanie opracowania jednolitego systemu wymiaru ekonomicznego, podobnego do systemu: gram-centymetr-sekunda w fizyce lub: kilogram-metr-sekunda w technice. Nie wyczerpuje to oczywiście całego problemu języka automatyzacji zarządzania gospodarczego. Język taki stanowi nie tylko środek techniczny ułatwienia programowania dla maszyny, ale również skomplikowany system ze wszystkimi atrybutami systemu i zdolnością obejmowania innych, związanych z tym systemów.

W związku z tym warto zwrócić uwagę na kierunek, który na przyszłość rokuje największe nadzieje i - jak widać - w ogóle obali wszelkie wyobrażenia o zautomatyzowanych systemach ekonomicznych. Chodzi o zbudowanie elektronowej maszyny matematycznej, pracującej bezpośrednio w oparciu o własny, problemowo-kierunkowy język Algol. Jeśli doświadczenia prowadzone w tym kierunku zostaną uwieńczone sukcesem i jeśli podejmie się poważne wysiłki w dziedzinie opracowania systemów języków problemowo-kierunkowych, to odpadną setki problemów, które wydają się obecnie najaktualniejszymi i najtrudniejszymi; w ogóle nie będą potrzebni programiści, o dziesiątki razy obniżą się wymagania wobec kanałów łączności i nie będą konieczne maszyny elektronowe, przeznaczone do wyliczeń technicznych i matematycznych. Nieistotne staną się problemy, które obecnie z takim trudem staramy się rozwiązać.

W.W. KOSSOW
Centralny Instytut Ekonomiczno-Matematyczny
Akademii Nauk ZSRR – Moskwa

PODSTAWOWE ELEMENTY BILANSU MIĘDZYBRANŻOWEGO

Fundamentalne znaczenie bilansu międzybranżowego[1] w nowoczesnej formie polega na tym, ażeby przy pomocy tej metody dać dokładną analizę struktury ekonomicznej badanego obiektu, rejonu, grupy rejonów lub określonego kraju i na podstawie tych badań zbudować planowy model ekonomiki na dowolny rok naprzód. Głównym zadaniem metody[2] jest właśnie rozwiązanie zadań; z tej też pozycji planowania ekonomiki rozważamy bilans międzybranżowy.

Na wstępie-krótko o opracowaniu bilansów międzybranżowych. Otóż w Związku Radzieckim opracowano bilans sprawozdawczy za 1959 rok, we wskaźnikach pieniężnych w 83 branżach, zaś we wskaźnikach naturalnych – w 157 produktach. Oprócz bilansów sprawozdawczych zbudowano szereg bilansów planowych na lata 1962, 1963, zaś obecnie na 1970 rok. Prace te przeprowadzają w całości instytuty naukowo-badawcze GOSPŁAN ZSRR na terenie całego Związku Radzieckiego wraz z Głównym Centrum Obliczeniowym GOSPŁAN ZSRR. Pierwszy opracowuje bilanse międzybranżowe we wskaźnikach pieniężnych, zaś drugi – w naturalnych. Bilanse te przekazuje się do GOSPŁAN ZSRR, tam są analizowane do opracowywania planów rozwoju gospodarki narodowej. W ten sposób bilanse te wprowadzone są do praktyki planowania. Równolegle do opracowywania bilansów dla całego ZSRR wiele uwagi poświęca się badaniom rejonowym.

Międzybranżowe bilanse rejonów zostały opracowane[3] dla 4 republik związkowych (Białoruskiej, Łotewskiej, Litewskiej i Estońskiej) oraz dla 3 republik autonomicznych (Karelskiej, Mordwińskiej i Tatarskiej). Niewielka tablica została opracowana dla obwodu Kaliningradzkiego. Kraj jest wielki, a warun-

---

[1] W wykładzie rozpatrujemy tylko niektóre zagadnienia teorii bilansu międzybranżowego. Pełny wykład metody znajdzie czytelnik w pracach specjalistycznych.

[2] W.S. Niemczynow; Ekonomiko-matematiczeskije metody i modeli, Socekgiz, Moskwa 1962.

[3] Mieżotraslewoj bałans proizwodstwa i raspredelenija produkcji ekonomiczeskogo rajona, Nauka, Moskwa 1964.

ki gospodarcze w różnych rejonach odmienne; stąd jest dla nas rzeczą niezmiernie ważną zbadanie licznych osobliwości regionalnych. Prace w dziedzinie bilansów regionalnych prowadzone są pod kierunkiem naukowym naszego instytutu (Centralny Instytut Ekonomiczno-Matematyczny Akademii Nauk ZSRR), który został powołany do życia na zasadzie pracowni metod ekonomiczno-matematycznych AN ZSRR z inicjatywy akademika Wasylego Niemczynowa. Jednocześnie z pracami nad sporządzaniem rejonowych bilansów międzybranżowych na materiale faktologicznym przeprowadza się eksperymentalne rozrachunki planowe. Główny mankament tych eksperymentów polegał na tym, że skierowano je na kontrolę licznych hipotez rozwoju ekonomicznego, a nie na opracowywanie s y s t e m u rozrachunków planowych. A przecież głównym celem tego wysiłku jest opracowanie systemu optymalnych rozrachunków planowych. Początkowo prace w dziedzinie budowy i stosowania bilansów międzybranżowych prowadziliśmy wyłącznie własnymi siłami, zaś badania na terenie republik związkowych prowadziły organizacje miejscowe pod metodycznym kierunkiem naszego instytutu. Przy budowie bilansów rejonowych korzystano z dwu źródeł informacji: bilanse dla republik przybałtyckich były oparte na materiałach statystycznych, zaś bilans dla Białoruskiej SRR opracowano na podstawie planów produkcyjnych przedsiębiorstw i innych materiałów planistycznych.

Obecnie punkt ciężkości prac przesunął się na opracowanie systemu planowych rozrachunków, których elementem składowym jest bilans międzybranżowy.

BUDOWANIE BILANSU

Krótko - o budowie bilansu. Bilans międzybranżowy posiada kształt prostokątnej tablicy, podzielonej na cztery części, które oznacza się następująco:

I	II
III	IV

Nie jest to numeracja matematyczna ani geodezyjna, lecz ekonomiczna.

W rozdziale pierwszym bilansu - zazwyczaj jest to tablica szachowa - wykazuje się zużycie produkcyjne produkcji. Każdy jego wskaźnik przyjęto oznaczać X_{ij}. Ma on podwójne znaczenie: Z jednej strony (przy odczytywaniu wiersza) mówi on o tym, gdzie wykorzystuje się produkcję danej gałęzi. Z drugiej strony (odczytując kolumnę) otrzymujemy informacje o tym, jakie produkty wykorzystuje się w danej gałęzi. Trzeba tu podkreślić, że w pierwszej części wykazuje się tylko ruch produktów pośrednich (surowce, materiały, paliwo i energia elektryczna). Jeśli chodzi o produkty końcowe (gotowe maszyny i artykuły powszechnego użytku) są one wykazywane jedynie w części II. Gotowe maszyny wykazuje się w zestawieniu w części I tylko w tym przypadku, jeżeli są one przeznaczone do kompletowania, np. maszyny do obróbki skrawaniem przy uzupełnianiu linii automatycznej.

Jeśli pierwsza część bilansu przedstawia obraz kwadratowej tablicy (tworzącej szachownicę), to jej wiersze i kolumny oznaczane są identycznie. Rozmiar pierwszej części bilansu określa się zależnie od jego klasyfikacji. Charakteryzuje on więzi produkcyjne, istniejące w analizowanym systemie, lub poszczególne przedsiębiorstwo, podobnie, jak w macierzowym planie techniczno-produkcyjno-finansowym rejonu lub kraju. Niezależnie od tego w pierwszej części wykazuje się gałęzie produkcji materialnej lub produkty wytwarzane albo użytkowane w systemie.

Trzecia część bilansu charakteryzuje to, co uzupełnia dany proces produkcyjny: czystą produkcję + amortyzację. Części I i III obrazują wspólnie pion produkcji i charakteryzują wszystkie nakłady na produkcję, tzn. dają pełne koszta produkcji.

Rzeczą niezbędną jest tu zwrócić uwagę na fakt, że przeniesienie amortyzacji do III części bilansu, a nie I, powoduje szereg protestów. Istota ich sprowadza się do tego, że w III części powinno się wykazywać koszty na nowo wydatkowane, zaś amortyzacja - to rozchody materiałowe[1].

W drugiej części bilansu międzybranżowego wykazuje się końcowe zużycie, tzn. wykorzystanie produkcji w poszczególnych cyklach produkcyjnych na gromadzenie i zużycie nieprodukcyjne. Każdą z tych pozycji rozbija się na odpowiednią liczbę artykułów.

W czwartej części bilansu wykazuje się tzw. częściowy podział dochodu narodowego: płace robocze pracowników sfery nieprodukcyjnej oraz dochody osiągnięte ze sfery nieprodukcyjnej, np. dochody kin. Taka jest treść poszczególnych części bilansu, przedstawiona w skrócie.

Elementy bilansu międzybranżowego przyjęto oznaczać następująco:

X_j - zakres produkcji branży j,
Y_j - produkt końcowy branży j,
V_j - narzuty w branży j,
X_{ij} - nakłady produktu i na wykonanie produktu j.

Teraz można napisać następujące równania:
równanie rozłożenia

$$\sum_j X_{ij} + Y_i = X_i \quad , \tag{1}$$

równanie nakładów (właściwe tylko w systemie wyrazu jednostkowego)

$$\sum_i X_{ij} + V_j = X_j \tag{2}$$

Sumując (1) wg i, a (2) wg j oraz biorąc pod uwagę, że wg określenia $X_i = X_j$ przy $i \equiv j$, otrzymamy:

$$\sum_i \sum_j X_{ij} + \sum_i Y_i = \sum_{i,j} X_{ij} + \sum_j Y_j ,$$

[1] "Mieżotraslewoj bałans proizwodstwa i raspredelenija produkcji ekonomiczeskogo rajona", Nauka, 1964.

z czego wynika:

$$\sum_i y_i = \sum_j v_j , \qquad (3)$$

tzn. wyniki II i III części bilansu powinny być równe, co odpowiada dwu podejściom do określenia produktu końcowego.

W analizie międzybranżowej podstawową rolę odgrywa naturalnie dostawa międzybranżowa X_{ij}. Charakteryzuje ona ogólną wielkość nakładów. Dla organizacji rozrachunków planowych rozpatrzenie jej jako funkcji rozmiarów produkcji ma zasadnicze znaczenie.

Najprościej jest uznać, że:

$$X_{ij} = F(X_j) \qquad (4)$$

jest funkcją ilości wytwarzanego produktu. Na przykład zużycie zboża na produkcję mleka jest liniową, jednorodną funkcją wielkości udoju.

W tym wypadku można zapisać:

$$X_{ij} = A_{ij} X_j . \qquad (5)$$

Tutaj A_{ij} oznacza normę zużycia, np. zboża na 1 l mleka. Jest to przykład najprostszy, jaki można sobie wyobrazić. Dana zależność jest jednak bardziej złożona, w rzeczywistości zużycie paszy na produkcję mleka składa się z dwu zupełnie różnych nakładów. A więc: pasza tzw. podtrzymująca, po prostu niezbędna do życia, oraz pasza produktywna, wydatkowana na wytworzenie mleka. Toteż, biorąc pod uwagę tę niejednorodność, wprowadzamy następującą funkcję:

$$X_{ij} = A'_{ij} X_j + b_{ij} , \qquad (6)$$

gdzie:

A'_{ij} – norma zużycia paszy produktywnej,

b_{ij} – pasza podtrzymująca.

Logika wprowadzenia wolnego członu polega na tym, że włącza on pewną część nakładów, niezależną od rozmiarów produkcji. Tego rodzaju nakłady są dla ekonomistów całkiem oczywiste. W przemyśle zalicza się do nich tzw. ogólnowydziałowe i ogólnozakładowe wydatki, tzn. wydatki niezależne od programu produkcyjnego. Są one stałe w zasięgu danej mocy produkcyjnej. Jeśli moc wykorzystuje się np. w 70%, to przy zwiększeniu współczynnika wykorzystania mocy do 85% wydatki na administrację powinny pozostać niezmienione.

Takie są założenia podstawowe modelu liniowego. Zastąpienie zależności jednorodnej niejednorodną nieznacznie tylko komplikuje obliczenia.

Przy jednorodnej zależności równanie można zapisać następująco:

$$\sum_j^n A_{ij} X_j + Y_i = X_i \quad (i = 1, 2, \ldots n)$$

lub w postaci macierzowej:

$$AX+Y=X.$$

Wprowadzając człony podobne, otrzymamy:

$$(E-A)X=Y, \tag{7}$$

gdzie: E - macierz jednostkowa. Macierz znajdująca się w nawiasach jest macierzą kwadratową. Wszystkie elementy diagonalne tej macierzy będą dodatnie i bardziej lub mniej zbliżone do jedności, zaś wszystkie elementy niediagonalne - będą albo ujemne albo zerowe.

Równanie (7) pozwala względnie łatwo określić zasięg produkcji. Łatwo ją ustalić, jeśli wiadomy nam jest produkt końcowy. Na tym polega zasadnicza przewaga bilansu międzybranżowego jako metody planowania. Jeśli w naszej praktyce przy opracowywaniu planu szczególną uwagę zwróci się na znalezienie rozmiarów produkcji towarów, których niewiele przeznacza się na zużycie nieprodukcyjne, a wydatkuje się je na potrzeby produkcji, to w ten sposób określa się na wstępie, co powinno być wyprodukowane, a następnie metodą eliminacji znajduje się to, co pozostanie dla ludzi. Oto w ogólnych zarysach stosowany obecnie schemat planowania. Stosowanie bilansu międzybranżowego pozwala na postawienie zadania w sposób zasadniczo odmienny, tzn. na wstępie określić, co chcemy przeznaczyć w każdym roku na zużycie nieprodukcyjne, a następnie określić, co musimy produkować. Na tym polega pryncypalna przewaga bilansu międzybranżowego.

Przewagę tego bilansu jako instrumentu planowych rozrachunków i jego miejsce w systemie planowania określa się właśnie możliwością ustalenia zasięgu produkcji wg programu ostatecznych potrzeb. Wszystkie pozostałe elementy metody: bilansowanie, uzgodnienie potrzeb lub rezerw - już istnieją w praktyce planowania przy opracowywaniu bilansów materiałowych. Rzecz polega jednak na tym, że wszystkie bilanse materiałowe, stosowane obecnie w planowaniu, nie uwzględniają wzajemnych uzgodnień. Toteż podstawowe zadanie przy obecnej organizacji prac planistycznych polega właśnie na tym, aby uzgadniać bilanse cząstkowe. Synchronizację taką osiągamy w bilansie międzybranżowym.

Dla przeprowadzenia takich rozrachunków korzystamy ze współczynników pełnych nakładów

$$(E-A)^{-1}. \tag{8}$$

Możemy programować różne wielkości końcowego zapotrzebowania i otrzymywać różne oznaczenia wielkości produkcji. O ile w danym schemacie nakłady nie zależą od rozmiarów produkcji[1], pojawia się możliwość bardzo szybkiego dokonania

[1]Założenie to w szeregu przypadków nie odpowiada praktyce. Głównym jego walorem jest to, że pozwala istotnie uprościć schemat rozrachunków planowych.

licznych wariantów planu, dlatego, że macierz $(E-A)^{-1}$ pozostaje ta sama przy wszelkich rozrachunkach niezależnie od ilości zaprogramowanych oznaczeń końcowego zapotrzebowania.

Taki jest ogólny schemat planowania opartego na modelu liniowym. Jest on korzystny po pierwsze dlatego, że założenie liniowości pozwala rozliczyć całkowite nakłady, co istotnie ułatwia opracowanie licznych wariantów planu. Po drugie - metoda ta znacznie upraszcza opracowanie zebranej informacji, ponieważ cała sprawa sprowadza się do sumowania.Po trzecie - bardzo łatwo można zastępować jedną postać działalności drugą.

Rozważmy następujący przykład:

Weźmy pod uwagę energetykę i wydzielmy z niej dwie postacie działalności: cieplną produkcję energii elektrycznej i działalność elektrowni wodnych. To znaczy, że w każdej gałęzi produkcji wydzielamy kilka metod produkcji tego samego artykułu; w ten sposób możemy zająć się zagadnieniem znalezienia racjonalnego łączenia w każdej gałęzi produkcji różnych metod produkcji. W ramach naszego modelu nietrudno rozwiązać takie zadanie, i to będzie zadaniem programowania liniowego.

W ten sposób zamiana jednej formy działania w drugą sprowadza się do problemu programowania liniowego.

Wyodrębnienie w każdej gałęzi licznych metod produkcji pozwala nieco ułatwić obliczenie nieliniowości, podobnie jak w danym wypadku powstaje możliwość zmiany funkcji nieliniowej na cząstkowo-liniową. Wreszcie - ostatni wzgląd, z uwagi na który proponujemy tę metodę. Otóż schemat rozrachunków planowych okazuje się najprostszy, tzn. ostatecznie sprowadza się do określenia kilku wariantów zapotrzebowania końcowego, rozrachunków, następnie wielkości produkcji i wyboru z tych rozliczeń jakiegoś odpowiedniejszego. Oto wszystkie walory tej metody.

Teraz trzeba powiedzieć również o tej łyżce dziegciu,która psuje beczkę miodu.Tak właśnie ma się rzecz i z tymi sprawami. Wszystkie one są proste, ale nieco zbyt toporne dla określenia realnej sytuacji ekonomicznej. Według określenia Heinego wszystko wygląda dość prosto na tym najlepszym, najprostszym ze światów.

Jakie są wady takiego założenia? Pierwsza teza mówi o niezależności nakładów od zasięgu produkcji. Ten fakt jest wszystkim dość dobrze znany, że wraz ze zwiększeniem produkcji, z jej koncentracją, maleją nakłady na jednostkę produktu. Stąd zadanie określenia optymalnych rozmiarów przedsiębiorstw produkcyjnych. Model liniowy nie pozwala wszakże obliczyć oszczędności na nakładach na podstawie zwiększonej produkcji. Ponadto hipoteza o liniowości nie pozwala na awizowanie deficytowości poszczególnych zasobów. Wszak zastosowanie energii elektrycznej w przemyśle, znacznie jest ograniczane niedoborem energii w sieci. Jeśli więc byłoby więcej energii, można by znacznie szerzej elektryfikować procesy produkcyjne i w ten sposób zaoszczędzić część nakładów pracy; takie przedsięwzięcie byłoby korzystne. Rzecz jednak polega na tym, że energii elektrycznej jest po prostu za mało.W tych warunkach jesteśmy zmuszeni do ustalania normy,mając na względzie ograniczone zasoby. Normy nie określa optimum technologiczne, ale właśnie te zasoby, które można aktualnie wydzielić. Brak poszczególnych zasobów uzupełnia się większymi nakładami pracy żywej lub zastosowaniem innych, mniej ekonomicznych materiałów. Problem zastąpienia jednych zasobów innymi, problem deficytowości niektórych zasobów - tych spraw nie bierze się pod uwagę w modelu liniowym. Dokonana analiza wykazuje, że w ogóle powinniśmy - i to jest owo maksimum, do którego należy dążyć - odejść od hipotezy liniowej zależności nakładów od zasięgu produkcji, a rozpatrywać każdą dostawę międzybranżową jako pewną funkcję nieliniową.

Najprościej jest rozpatrywać dostawę międzybranżową jako nieliniową funkcję objętości wytwarzanego produktu:

$$X_{ij} = F_2(X_j) . \qquad (9)$$

Funkcja ta odzwierciedla w taki czy inny sposób, zmiany norm w zależności od zmiany objętości produkcji. Nie określa ona, jednak zamiany jednej postaci rezerw na drugą, dlatego argumentem jej jest jedynie X_j. Trzeba zrobić następny krok i stwierdzić, że

$$X_{ij} = F_3(X_j; X_i) , \qquad (10)$$

tzn. norma zużycia i-tego produktu na produkt j stanowi nieliniową funkcję wielkości produkcji wyrobu j oraz zużytego produktu i. Zużycie energii elektrycznej w produkcji aluminium zależy nie tylko od tego ile aluminium produkuje się, ale również od tego ile produkuje się energii elektrycznej. Ponieważ energię elektryczną zużywa się nie tylko na produkowanie aluminium, ale i na inne cele, to w istocie X_{ij} stanowi funkcję złożoną:

$$X_{ij} = F_4(X_1; X_2; \ldots ; X_n) . \qquad (11)$$

Taką funkcję naprawdę trudno zbudować. Dotychczasowe prace ograniczają się do badania geometrycznej zależności nakładów od wielkości produkcji.

Oto najprostszy przykład:

$$X_{ij} = \alpha_{ij} X_j^2 + \beta_{ij} X_j + \gamma_{ij} . \qquad (12)$$

Porównajmy obecnie (12) oraz (6).

W obu przypadkach występują człony o takim samym charakterze ekonomicznym. Są to:

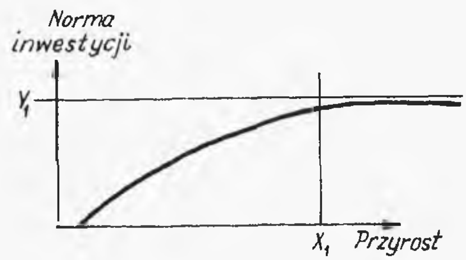
β_{ij} oraz A'_{ij} - nakłady warunkowo-ciągłe,

γ_{ij} oraz b_{ij} - normy zużycia.

Oprócz tego formuła (12) ma jeszcze współczynnik przy członie geometrycznym α_{ij}, który określa zmiany normy wraz ze zmianą wielkości produkcji. Ekonomiści wiedzą, że $\alpha_{ij} < 0$.

Okazuje się, więc, że jeśli przyjmiemy założenie zależności norm od wielkości produkcji, tzn. zastosujemy funkcje nieliniowe, to tym samym częściowo stracimy jeden z walorów metody międzybranżowej. Jeśli rozważa się zależności nieliniowe, trzeba powiedzieć, że przy każdej planowanej wielkości ostatecznego zużycia trzeba będzie posługiwać się systemem nieliniowych równań wyższych rzędów. Zastosowanie metody międzybranżowej we wszystkich przypadkach wymaga rozwiązania układu równań. Jednakże w przypadku zależności liniowej stosuje się tablicę odwrotności, która znacznie upraszcza rozliczenia.

Wymienione tu aspekty sprawy dość dobrze tłumaczy fakt, dlaczego dotychczas gros uwagi poświęca się opracowaniu różnorodnych modeli liniowych. Stosowanie zależności nieliniowych jest szczególnie aktualne przy uwzględnianiu potrzeb w inwestycjach, ponieważ norma nakładu bardzo zależy od wymaganego przyrostu mocy[1]. Charakteryzuje go rys. 1.



Rys. 1

Na rys. 1 prosta X_1 określa przyrost równy mocy jednostkowej zakładu, zaś Y_1 oznacza normę nakładów na budowę całego zakładu. Nieliniowość występuje tu przy częściowej rozbudowie zakładu, np. instalowaniu urządzeń uzupełniających. Stąd bierze się zjawisko, że nieliniowość sprawia wiele kłopotów, szczególnie w inwestycjach. Występuje ona szczególnie ostro w badaniach regionalnych. W innych natomiast przypadkach można poprzestać na zależnościach liniowych. Toteż na przyszłość mówiąc o metodzie międzybranżowej, nie będziemy tracili z pola widzenia modelu liniowego związków międzybranżowych.

Jeden z podstawowych problemów stosowania tej metody polega na wyliczeniu macierzy odwrotnych. Tak samo jak dla wyliczenia tych ostatnich stosujemy różne metody iteracyjne, podobnie ośrodkiem zainteresowania stają się badania warunków zbieżności procesu zbliżeń wtórnych.

Jak wiadomo, przy $\sum \max_j \sum_i A_{ij} < 1$ istnieje następująca zależność:

$$(E-A)^{-1} = E + A + A^2 + \ldots, \tag{13}$$

gdzie prawa strona przypomina sumę członów postępu geometrycznego z mianownikiem mniejszym od jedności. W istocie jest to postęp geometryczny, gdzie A jest ilorazem. Analiza (13) znacznie uprości się, jeżeli w miejsce macierzy podstawimy jej normę:

$$N = \max_j \sum_i A_{ij} \qquad (j = 1,2,\ldots,n) \tag{14}$$

Tutaj $\sum_i A_{ij}$ określa nakłady materiałowe w każdej gałęzi i mówi o tym, jaka część każdego rubla globalnej produkcji gałę-

[1] W.W. Kossow: O rozszerzeniu macierzowego modelu rejonu gospodarczego. W zbiorze: Planirowanije i ekonomikomatiematiczeskije mietody, Nauka, Moskwa 1964.

zi przypada na nakłady materiałowe. Największy z tych wskaźników będzie normą macierzy.

Przy pomocy normy macierzy nietrudno ocenić zbieżność procesu interacyjnego, jak również znaleźć minimalną liczbę członów postępu geometrycznego, które pozwolą wyliczyć elementy macierzy z pożądaną dokładnością, np. tak aby błąd był mniejszy niż dziesięć do minus czwartej potęgi.

Zadanie to można zanotować następująco:

$$10^{-4} \leq \frac{N^X}{(1-N)},$$

gdzie X oznacza numer członu postępu geometrycznego, do którego trzeba prowadzić obliczenia przy żądanej dokładności.

Logarytmując (14) otrzymujemy:

$$-4 \leq X \quad \lg N - \lg (1 - N), \tag{15}$$

skąd:

$$X \geq \frac{\lg (1 - N) - 4}{\lg N}. \tag{16}$$

Teraz oczywisty staje się tak ważny, czysto ekonomiczny szczegół. Okazuje się, że jeśli norma macierzy jest bliska jedności, wówczas rząd będzie malał bardzo powoli. Przy prowadzeniu obliczenia na maszynach nie będzie to miało zasadniczego znaczenia, bardzo często trzeba jednak dokonywać różnorodnych ocen, np. przy podliczaniu sprzężonych inwestycji.

Na początku wykładu była mowa o tym, że amortyzacja wchodzi do trzeciego rodzaju bilansu, zaś to doprowadza do zmniejszenia normy macierzy i do poprawy rzędu zbieżności.

KLASYFIKACJA BILANSÓW

Bilanse międzybranżowe opracowuje się we wskaźnikach pieniężnych i naturalnych. Bilans we wskaźnikach naturalnych i bilans we wskaźnikach pieniężnych mogą być wzajemnie współmierne lub nie. Zgodnie z obecną praktyką bilanse te są niewspółmierne. Teraz jest całkiem jasne, że rozrachunki we wskaźnikach naturalnych będą nieporównywalne z rozrachunkami wyrażanymi we wskaźnikach kosztów. Znaczy to, że naturalne wskaźniki planu będą oderwane od wskaźników pieniężnych. Problem ten jest dość dobrze znany ekonomistom i przejawia się w zjawisku zwanym "powietrze". Potrzeba porównywalności wskaźników naturalnych i wyrażonych w cenach wynika z samych podstaw planowania. Wymaga ona również porównywalności bilansów.

Oznaczymy przez:

A_{ij} – normę nakładów w bilansie naturalnym,
Y_i – produkt końcowy,
X_j – partię produktu j (w naturze).

Wówczas:

$$\sum_i A_{ij} X_j + Y_i = X_i.$$

Aby przejść do bilansu wyrażonego pieniężnie, musimy wprowadzić tu system cen:

$$p_i \sum_j X_{ij} + p_i Y_i = p_i X_i . \qquad (17)$$

Po określeniu:

$$A_{ij} = \frac{X_i}{X_j}$$

wprowadzając system cen, otrzymamy:

$$\bar{A}_{ij} = \frac{p_i X_i}{p_j X_j} = \frac{p_i}{p_j} A_{ij} , \qquad (18)$$

gdzie kreska wskazuje, że mowa o bilansie we wskaźnikach pieniężnych.

W postaci macierzowej równanie (18) można zanotować następująco:

$$\bar{A} = PAP^{-1} , \qquad (19)$$

gdzie P - macierz diagonalna cen. Nietrudno dojść, że:

$$(E-A)^{-1} = P(E-A)^{-1} P^{-1} . \qquad (20)$$

W ten sposób, aby przejść do norm bilansu wyrażonego pieniężnie, norma wydatkowania produkcji we wskaźnikach naturalnych powinna być pomnożona przez stosunek ceny wydatkowanego produktu do ceny produktu wytwarzanego. Taki warunek oparto na założeniu, że te same produkty ocenia się według tych samych cen. W istocie, praktycznie rzecz biorąc, z tym się nie spotykamy; ceny na liczne produkty zależą od kanałów wytwórczych. Jeśli działa zasada: jeden produkt - jedna cena, wówczas bardzo proste jest przejście od bilansu naturalnego do pieniężnego. Bilans, w którym realizuje się warunek: jeden produkt - jedna cena, najwłaściwiej jest nazywać łączonym bilansem materiałowym. Taki bilans zachowuje wszystkie właściwości bilansu materiałowego, istnieje jednak pewien istotny czynnik wstępny: wskaźniki łączonego bilansu materiałowego można zestawić w kolumny. Jeśli zbudować pełny bilans gospodarki narodowej we wskaźnikach naturalnych będzie on posiadał wprost kosmiczne rozmiary. Istnieje bowiem obecnie około 18 000 samych tylko grup artykułów przemysłowych. A jeśli dalej jeszcze różnicować każdą grupę, będziemy mieli do czynienia z kilku dziesiątkami milionów pozycji. I właśnie kiedy przechodzimy na luźny bilans materiałowy, wówczas łatwo możemy powiększyć bilans naturalny, zachowawszy podstawowe proporcje materialne.

Główny brak bilansu naturalnego polega na tym, że niewątpliwie obejmuje tylko część produkcji społecznej, np. 70%. A co to oznacza? Oznacza to, że dokładny plan buduje się tylko dla 70% produkcji społecznej, zaś pozostałe 30% uwzględnia się globalnie. Jeśli 30% zostaje dowolnie określone, to plan nie może być nigdy optymalny. Problem ten może być rozwiązany w takim przypadku, jeśli sprawimy, że bilans będzie obejmował całe 100% produkcji społecznej. W tym celu niezbędny staje się luźny bilans materiałowy.

Jak już powiedziano, w rzeczywistości ceny niektórych produktów zależą od kanału wytwórczości. Stąd wynika konieczność opracowania takiej modyfikacji bilansu międzybranżowego, która by dokładnie odzwierciedlała proces wytwarzania produktu społecznego. Taki bilans nazywa się wartościowym.

Analogicznie z (17) otrzymujemy:

$$\sum_j c_{ij} x_{ij} + c_{i0} y_i = \bar{c}_i x_i , \qquad (21)$$

gdzie:

c_{ij} – cena produktu i wydatkowanego na wytworzenie produktu j,

c_{i0} – cena produktu końcowego gałęzi i,

$\bar{c}_i$ – średni koszt wytwarzania.

Łatwo zauważyć, że między normami bilansu wartości i naturalnego istnieje następująca więź (porównaj z (18)):

$$\hat{A}_{ij} = \frac{c_{ij} x_{ij}}{\bar{c}_i x_i} = \frac{c_{ij}}{\bar{c}_i} \cdot \frac{x_{ij}}{x_i} . \qquad (22)$$

Formuła ta na wstępie wskazuje na to, że przejście od bilansu naturalnego do bilansu wartościowego okazuje się w istocie o wiele trudniejsze dlatego, że tu trzeba po prostu wykonać większą liczbę działań. Sprawa nie polega jednak tylko na tym. Jak wynika z (19), macierze norm prostych nakładów w materialnym i luźnym bilansie materiałowym są podobne do siebie. Dzięki temu przeliczenie pełnych nakładów okazuje się bardzo proste. Inny obraz przedstawia porównanie bilansu wartościowego z bilansem naturalnym. Tu sprawa jest znacznie bardziej skomplikowana i bezpośrednie przeliczenie współczynników pełnych nakładów okazuje się rzeczą praktycznie niemożliwą.

Tak więc międzybranżowe bilanse wyrażone pieniężnie występują w dwu postaciach: zbieżne materiałowe i wartościowe. Każdy z nich w swoisty sposób odzwierciedla proces tworzenia i wykorzystywania produktu społecznego. Tak więc, jeśli musimy otrzymać dość dokładną mapę ruchu strumieni materialnych w gospodarce narodowej, to w tym celu należy korzystać z wolnego bilansu materiałowego. Dla zbadania stosunków towarowo-pieniężnych w gospodarce narodowej stosuje się bilans wartości. Odzwierciedla on ruch pieniądza, spowodowany ruchem dóbr materialnych. Stąd oczywista staje się potrzeba opracowania obu bilansów.

PROBLEM KLASYFIKACJI BRANŻ I AGREGACJI

Problem klasyfikacji branż jest jednym z najbardziej interesujących rozdziałów teorii bilansu międzybranżowego. Jest on interesujący zarówno z powodu zależności, jak i znaczenia praktycznego, ponieważ klasyfikacja pierwszego rozdziału bilansu w znacznym stopniu określa walory poznawcze metody.

Rozpatrywany problem składa się z dwu części. Pierwszą stanowi wybór racjonalnych rozmiarów bilansu. Druga - to teoria agregacji, tzn. podział całej masy produktów na branże, kształtowanie branż.

Za racjonalne rozmiary bilansu międzybranżowego w wyrazie pieniężnym przyjęto obecnie uważać taki, który składa się z około 200 branż. Rozmiary bilansu naturalnego są znacznie większe; bliskie 500 pozycjom przy czym wyraźnie występuje tendencja do budowy bardziej szczegółowych bilansów. Oto podstawowa ocena rozmiarów bilansów międzybranżowych.

Następne zagadnienie - to problem agregacji. Istnieją dwa różne podejścia do rozwiązania tego problemu: jakościowe i analityczne. Pierwsze opiera się na badaniu różnorodnych właściwości w produkcji i jej wykorzystaniu; drugie - na badaniu określonych związków jakościowych. Podejścia te różnią się prócz tego sposobem opracowywania. Podejście jakościowe rozpracowywuje się niejedno już dziesięciolecie i korzysta się z niego szeroko w statystyce wszystkich krajów. Co innego podejście analityczne; zaczęto je opracowywać praktycznie w latach pięćdziesiątych, wiąże się ono z rozwojem analizy międzybranżowej. W tym wykładzie będziemy rozpatrywać jedynie analityczne rozwiązywanie problemów agregacji[1]. Pierwszy warunek, któremu musi sprostać dokładne agregowanie, nazywamy warunkiem wierności zwrotu.

Oznaczmy w skrócie elementy macierzy $(E - A)$ przez A. Literami wielkimi (A, Y, X) oznacza się przy tym elementy bilansu międzybranżowego większych rozmiarów, np. 10^4, zaś małymi (a, y, x) - elementy bilansu zwiększonego, np. 10^2.

Między elementami tych bilansów powinna istnieć następująca **zależność**:

$$y = TY, \tag{23}$$

$$x = TX, \tag{24}$$

gdzie T - operator agregowania. Wiersze tej macierzy odpowiadają gałęziom agregowanego systemu, zaś kolumny - gałęziom systemu agregującego. Elementy macierzy 0 oraz 1. W każdej kolumnie istnieje tylko jedna 1, właśnie w tym wierszu, w który agreguje się dana gałąź.

W ten sposób każdy wiersz tego operatora mówi o tym, jakie gałęzie systemu wyjściowego agregują się w danej gałęzi.

Warunek niezamienialności zwrotu wymaga, aby rozrachunki wg systemu wyjściowego były zgodne z rozrachunkami wg systemu agregowanego, tzn. jeśli:

$$Y = AX, \qquad y = ax,$$

to również:

$$TY = TAX \quad \text{oraz} \quad y = aTX.$$

---

[1] Jakościowe metody agregacji rozpatruje się w większości kursów statystyki ekonomicznej. Dobry wykład tych metod można znaleźć w art. M. Holzmana w książce W. Leontiewa i in. pt. " Issliedowanije struktury amierikanskoj ekonomiki". Gosstatizdat, Moskwa 1958.

Biorąc pod uwagę (23) mamy:

$$TAX = aTX \,, \tag{25}$$

przy czym tożsamość powinna mieć miejsce przy dowolnych X. Następnie warunek wierności zwrotu zamyka się w tym, aby:

$$TA = aT \,. \tag{26}$$

Sens tego twierdzenia łatwo rozpatrzyć na następującym przykładzie czterobranżowym, gdzie branże I oraz II łączą się w branżę 1, zaś branże III oraz IV - w branżę 2.

Tak więc mamy:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{pmatrix}, \qquad T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Stosunek (26) w danym przypadku będzie wyglądał następująco:

$$\begin{pmatrix} A_{11}+A_{21} & A_{12}+A_{22} & A_{13}+A_{23} & A_{14}+A_{24} \\ A_{31}+A_{41} & A_{32}+A_{42} & A_{33}+A_{43} & A_{34}+A_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{11} & a_{12} & a_{12} \\ a_{21} & a_{21} & a_{22} & a_{22} \end{pmatrix},$$

$$\begin{matrix} A_{11}+A_{21}=A_{12}+A_{22} & \quad A_{31}+A_{41}=A_{32}+A_{42} \\ A_{13}+A_{23}=A_{14}+A_{24} & \quad A_{33}+A_{43}=A_{34}+A_{44} \end{matrix} \,. \tag{26a}$$

Sens ekonomiczny takiego warunku jest jasny niezależnie od zmian ciężarów gatunkowych. Przy agregowaniu branż wielkość agregowanego współczynnika nie zmieni się przez to. Nietrudno zrozumieć, że praktycznie nie mamy do czynienia z sytuacją, w której trzeba liczyć na wykonanie tego warunku. Dalej - dokładne agregowanie nie jest w praktyce możliwe. A jeśli tak, to równie niemożliwa jest dokładna dezagregacja. Znaczy to, że praktycznie każde przejście od wskaźników powiększonych do zmniejszonych pełne będzie pomyłek. Do tej pory mówiło się o modelach liniowych. Na zasadzie indukcji można dojść do wniosku,że przy modelach nieliniowych sprawy będą wyglądały jeszcze gorzej i stąd wynika, że nie jest możliwe ani dokładne agregowanie, ani dokładne dezagregowanie. Praktycznie rzecz biorąc, wszelkiemu agregowaniu,a tym bardziej dezagregowaniu będą towarzyszyły błędy. I to jest w istocie proces obiektywny.Jedynie zadanie w tej sytuacji sprowadza się do tego, aby wykonać tę pracę z minimalnym błędem.

Przybliżone agregowanie może być wykonane przy pomocy różnych metod[1], biorąc pod uwagę te i inne osobliwości modelu. Takich metod jest wiele.

Najogólniejsza idea metod przybliżonego agregowania polega na tym, aby połączyć takie branże, które mają podobną strukturę nakładów. Nietrudno zauważyć, że w tym wypadku odrębność między prawymi i lewymi stronami w (26a) będzie minimalna. Następnie, że będzie zapewnione minimalne naruszenie warunku wierności odwrotności.

Realizacja techniczna takiego podejścia sprowadza się do wyliczenia współczynników korelacji między wierszami i kolumnami macierzy wyjściowej i połączenia ich branż, między którymi współczynnik korelacji będzie największy[2].

PROBLEMY TECHNICZNE OPRACOWANIA BILANSU MIĘDZYBRANŻOWEGO

Zbudowanie bilansu międzybranżowego należy obecnie do robót dość pracochłonnych. Wiąże się to przede wszystkim z niedoskonałością bazy statystycznej. Pracochłonność w znacznej mierze zależy od tego, na jakich zasadach zestawia się bilans: według czystych branż, czy też gałęzi gospodarowania. Pierwsza z wymienionych zasad daje o sobie znać przy agregowaniu produktów. Druga odpowiada istniejącej praktyce statystycznej klasyfikacji branż.

Przewaga pierwszej zasady kształtowania branż polega na tym, że zapewnia ona dużą dokładność rozrachunku ze względu na wielką jednorodność agregatów. Przewaga drugiej zasady polega na tym, że jest ona ściślej związana ze strukturą organizacyjną gospodarki, i ponieważ głównym przeznaczeniem bilansu są rozrachunki planowe - większe zastosowanie - szczególnie w ZSRR - znalazła zasada pierwsza.

Zbudowanie bilansu międzybranżowego na zasadzie czystej branży powoduje konieczność opracowania specjalnych metod przejścia od rozrachunków przez bilans międzybranżowy do zwykłych branż statystycznych.

Jedna z najwspanialszych metod, oparta na zasadzie jednorodności, jest fundamentalną przesłanką metody międzybranżowej.

Oznaczmy przez:

A_1 - macierz bilansu, zbudowanego na zasadzie czystej branży,

A_2 - macierz bilansu zbudowanego dla zwyczajnej branży (rozmiary macierzy - jednakowe).

Wówczas:

$$A_2 = S \cdot A_1 . \qquad (27)$$

---

1 I.Jamada: "Teorija i primienienije mieżotrasliewogo mietoda, Ił., 1963.

2 Algorytm tej metody rozpatrywany jest w naszym artykule pt. "Możliwe rozwiązanie problemu agregowania w bilansie międzybranżowym". Woprosy Ekonomiki, nr 6, 1963.

Macierz jest operatorem przejścia od jednego bilansu do drugiego. Kolumny tej macierzy odpowiadają czystym branżom, zaś wiersze - gałęziom gospodarowania. Rzeczą ważną jest przy tym zaznaczyć, że macierz jest szachownicą, tzn. jej wiersze i kolumny są jednakowo ocechowane. Każdy jej element S określa produkcję gałęzi i, wykonywaną w branży j. Z ekonomicznych rozważań wiadomo, że elementy diagonalne macierzy powinny być nadrzędne. Tę rolę elementów diagonalnych określa stopień specjalizacji każdej branży gospodarowania. Z uwagi na powyższe organizacja pracy planistycznej na bazie bilansu międzybranżowego może być potraktowana jako proces dwuetapowy. W pierwszym etapie zestawia się bilans planowy według czystych branż, zaś na etapie drugim - planuje się macierz.

Jeśli wybór tej lub innej zasady klasyfikacji branży wpływa na jednorodność agregatów bilansu, to wybór tego lub innego systemu cen, kosztów producenta lub kosztów użytkownika wpływają na badanie proporcji międzybranżowych.

Dwie wymienione postacie ceny, mówiąc ogólnie, odpowiadają dwu typom bilansu międzybranżowego w wyrazie pieniężnym.

Cena wytwórcy → zbiorczy bilans materiałowy.

Cena użytkownika → bilans wartościowy.

Różnica między tymi cenami polega na tym, że:

a) Cena wytwórcy odpowiada zasadzie: jeden produkt - jedna cena. Cena użytkownika odpowiada iloczynowi cen przez jeden produkt,

b) Transport w cenie wytwórcy (w ogóle nakłady na wyposażenie) zalicza się tylko jeden raz jako nakłady na dostawę materiałów. W cenie użytkownika transport liczy się dwukrotnie: w cenie surowca i materiałów oraz jako rozchód na realizację gotowej produkcji.

Następny przykład ilustruje dane sytuacje (tab.1).

T a b e l a 1

Bilans w cenach wytwórcy (ruble)

	Ruda	Żeliwo	Maszyny	Transport	Razem	Produkt końcowy	Ogółem
Ruda	-	100	-	-	100	-	100
Żeliwo	-	-	180	10	190	-	190
Maszyny	-	-	-	10	10	230	240
Transport	-	30	36	3	69	23	92
Razem	-	130	216	23	369	253	622
Praca	100	60	24	69	253	-	-
Ogółem	100	190	240	92	622	-	-

Z danego bilansu, biorąc pod uwagę osobliwości każdego systemu cen, łatwo przejść do bilansu wyrażonego w cenach użytkownika (tab.2).

T a b e l a 2

Bilans w cenach użytkownika (ruble)

	Ruda	Żeliwo	Maszyny	Transport	Razem	Produkt końcowy	Ogółem
Ruda	-	130	-	-	130	-	130
Żeliwo	-	-	216	12	228	-	228
Maszyny	-	-	-	11	11	253	264
Transport	30	38	24	-	92	-	92
Razem	30	168	240	23	461	253	714
Praca	100	60	24	69	253	-	-
Ogółem.	130	228	264	92	714	-	-

Prównajmy wskaźniki produktu społecznego, wyliczone w naszych bilansach:

bilans międzybranżowy w cenach użytkownika - 714

" " " " wytwórcy - 622.

Różnica między nimi - 92 stanowi globalną produkcję transportu. Przytoczony przykład wykazuje naocznie,że ocena produkcji w cenach użytkownika prowadzi do ponownego obliczenia produkcji transportu. Dlatego w statystyce radzieckiej przy określaniu produktu społecznego wydzielono przewozy, włączając je w globalną produkcję gałęzi (branży) wyposażenia.

Takie są podstawowe zagadnienia techniki budowania bilansu. W Centralnym Instytucie Ekonomiczno-Matematycznym Akademii Nauk ZSRR opracowano ostatnio szczegółowe wskazówki metodyczne do budowania bilansów międzybranżowych w oparciu o materiały statystyczne.Metodyka ta została opracowana w wyniku wielokrotnego budowania takich bilansów.

IMRE KISS
Centrum Obliczeniowe
Węgierskiej Akademii Nauk – Budapeszt

ZASADY BUDOWY MODELI ZARZĄDZANIA GOSPODARKĄ

Jedną z zasadniczych cech charakterystycznych dwudziestego wieku jest bardzo silny rozwój sił produkcyjnych. W związku z tym należy zwrócić uwagę przede wszystkim na formy organizacji sił produkcyjnych, dostosowane do nowych warunków.

Cybernetyka, jako nowa gałąź wiedzy, wywarła dzięki swemu pojawieniu pożądany wpływ na różne dziedziny nauki, między innymi również na naukę organizacji. Zastosowanie metod cybernetycznych w dziedzinie organizacji produkcji i administracji przyczynia się do powstania takich związków, których realizacja w zakresie organizacji znacznie zwiększa skuteczność danego systemu gospodarczego. Elektroniczne maszyny liczące i urządzenia do przetwarzania danych są właśnie w dziedzinie organizacji takim środkiem, który zapewnia realizację w praktyce zasad nowoczesnej teorii organizacji.

Centrum Obliczeniowe Węgierskiej Akademii Nauk zajmuje się od dłuższego czasu problemem zastosowania gospodarczego metod cybernetycznych i urządzeń elektronicznych. Nasze dotychczasowe doświadczenia wykazały, że zagadnienia najskuteczniejszej organizacji sił produkcyjnych należą do kompleksu zagadnień teorii zarządzania i techniki zarządzania. W tym artykule chcemy więc zbadać problemy organizacji procesów gospodarczych jako zagadnienia zarządzania teoretycznego i technicznego.

PODSTAWOWE ZASADY

Zanim przystąpimy do szczegółowego wyjaśnienia naszego tematu, musimy dokładnie zdefiniować pewne zasadnicze pojęcia, niezbędne dla jednolitego wykładu.

Zorganizowaną grupę pewnych osób i środki potraktujemy jako system gospodarczy w zakresie produkcji materialnej, zajmującej określoną pozycję w społecznym podziale pracy.

Grupa ta może samodzielnie postawić sobie cele, odpowiednio do swej pozycji i w ramach postawionych celów samodzielnie wykonywać czynności, prowadzące do zamierzonego wyniku.

Według tej definicji systemami gospodarczymi są zarówno cała gospodarka narodowa,jak i poszczególne gałęzie, trusty, przedsiębiorstwa, zakłady produkcyjne, jednostki zakładów produkcyjnych itd.

Będziemy używać pojęcia systemu gospodarczego w sensie ogólnym - niezależnie od szczebli zarządzania ustanowionych i ustalonych w swej strukturze dla kierowania gospodarką narodową.

Przedmiot czynności w systemie gospodarczym może być bardzo różnorodny w swojej konkretnej formie. Pomijając jednak cechy konkretne, funkcjonowanie systemu gospodarczego należy rozumieć jako wymianę działań pomiędzy procesami. Ze względu na zarządzenie można podzielić funkcjonowanie systemu gospodarczego na przepływy dóbr i energii,jak również przepływ informacji.

Przepływ dóbr i energii dostaje się z otoczenia do systemu i po przejściu przez system łączy się znowu z otoczeniem. Elementy przepływu dóbr i energii tworzone są przez konkretne dobra i energie. Elementy te wstępują do systemu w określonym stanie do otoczenia.

Przy każdorazowym występowaniu w systemie konkretnego elementu względnie konkretnej grupy elementów system gospodarczy znajduje się w jakimś określonym stanie. Stan ten powinien być tego rodzaju, aby zapewnić kolejność celowych przepływów dóbr i energii.Właściwą kolejność celowych przepływów można osiągnąć tylko przez odpowiednie kierowanie. Kierowanie odbywa się dzięki otrzymywaniu informacji.

Przepływ informacji łączy się z przepływem dóbr i energii, przechodzącym przez system gospodarczy, i nie jest właściwie niczym innym, jak tylko całkowitą aktualną informacją co do przepływu dóbr i energii,włącznie z przetwarzaniem materiałów informacyjnych.

Przepływ dóbr i energii tworzy się i realizuje przez konkretne procesy, związane z elementami przepływu,wskutek czego sam przepływ zmienia się równocześnie ze zmianami stanu elementów w przepływie. Takie zmiany stanu mogą być zbadane i kierowane najbardziej celowo jako procesy.

SYSTEM GOSPODARCZY

Z wyżej podanej definicji systemu gospodarczego wynika, że jego działalność można ująć w dwie główne grupy,a mianowicie:

1) grupę zaplanowanych czynności,
2) grupę realizowanych czynności,

Do grupy zaplanowanych czynności należą:

1a) definicja zadania,
1b) określenie wstępnych warunków dla spełnienia zadania,
1c) związane z tym obliczenia techniczno-gospodarcze (np. badania rynku, ustalenie optymalnej technologii).

Do grupy realizowanych czynności systemu gospodarczego należą natomiast:

2a) zabezpieczenie założeń dla spełnienia zadania,

2b) realizacja technologiczna zadania,

2c) organizacja realizacji technologicznej przy najlepszym wykorzystywaniu <u>danych</u> warunków, wskutek czego powinna być zapewniona realizacja zadań końcowych.

Tę ostatnią czynność nazywamy zarządzaniem systemem gospodarczym. Jeśli mowa o modelach zarządzania, należy zawsze rozumieć pod tym terminem taki model, który:

a) dla realizacji zadań końcowych, zawartych w planie, zapewnia najlepsze wykorzystanie danych, to znaczy istniejących warunków,

b) zawiera czynności zarządzania procesem i organizacją.

Rozpatrując sprawę ze strony praktycznej możemy stwierdzić, że zarządzanie składa się formalnie z dwóch grup czynności:

a) przetwarzania danych,

b) decyzji.

Przetwarzanie danych ma za zadanie ujęte liczbowe zdarzenia

a a) przejmować,

a b) kodować,

a c) magazynować,

a d) przetwarzać na wartościowe wyniki,

a e) przekazywać dalej wyniki.

Pod pojęciem decyzji zarządzania rozumiemy przy tym danie odpowiedzi na te wahania (na te różnice gospodarki), to znaczy operatywne sposoby zarządzenia, które należy zastosować:

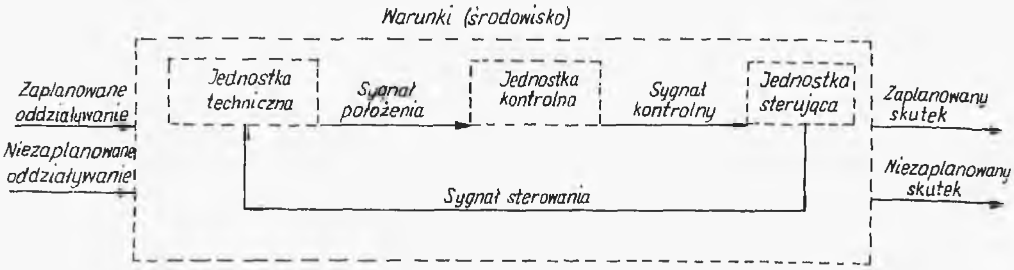
- w rzeczywistym stanie a, określonym przez przetwarzanie danych,
- jakimś przewidywanym albo pożądanym (zaplanowanym)stanem danego procesu,
- przy czym środki zarządzenia zmierzają do zmniejszenia odchyleń.

Obie grupy czynności zarządzania, a więc przetwarzanie danych i podejmowanie decyzji, można wyraźnie odróżnić tylko w przypadku używania konwencjonalnych urządzeń do przetwarzania danych. Jeśli się używa elektronicznych urządzeń do przetwarzania danych, oddzielenie nie jest możliwe. Traktujemy mianowicie wynik maszyny do przetwarzania danych, dotyczący znacznej części decyzji, jako część organiczną przetwarzania danych.

Modele zarządzania, opracowane dla elektronicznego urządzenia do przetwarzania danych, powinny właśnie zawierać oprócz przetwarzania danych także i wszystkie decyzje nie wymagające subiektywnej oceny. W ten sposób nie da się wyraźnie oddzielić części programu, dotyczącej wydania decyzji, co jest możliwe przy konwencjonalnym przetwarzaniu.

W celu opracowania właściwych modeli zarządzania niezbędne jest potraktowanie systemu gospodarczego jako systemu cybernetycznego.Jak wiadomo z literatury fachowej istnieje taka możliwość.

Schemat systemu gospodarczego przedstawiono na rys.1.



Rys. 1

Schemat ten zgodny jest w istocie ze schematem systemu cybernetycznego i przedstawia się następująco:

Wychodząc z warunków, określonych przez jakiś stan wyjścia, jednostka techniczna przeprowadza techniczny proces czynności. Jednostka kontroli bada regularny przebieg tego procesu technicznego. Gdy jednostka kontroli stwierdza niedopuszczalne odchylenie, wtedy włącza się jednostka sterowania do pracy jednostki technicznej.

Praca jednostki gospodarki nie przebiega w odosobnieniu, lecz w ścisłej łączności z otoczeniem.Przez otoczenie jakiegoś systemu gospodarczego rozumiemy taką ilość nienależących do danego systemu czynników społecznych,technicznych i naturalnych, która w danym momencie wpływa na dany system.

Przedstawiony schemat ważny jest nie tylko dla całego systemu gospodarczego, lecz również i dla jego poszczególnych czynności.Schemat ten stosujemy również w zarządzaniu.

Z opracowanej przez nas definicji zarządzania wynika,że pojęcie zarządzania nie jest równoznaczne z pojęciem administrowania. Pojęcie zarządzania obejmuje mniej czynności ze względu na przetwarzanie danych, natomiast z uwagi na możliwość podejmowania decyzji - więcej niż my rozumiemy pod pojęciem administracji.

Zadaniem administracji jest właśnie dostarczanie danych:

a) dla planowej czynności systemu gospodarki,

b) dla przeprowadzania czynności systemu gospodarczego,

c) dla planowej i realizowanej czynności wyższego systemu gospodarczego,

d) dla systemu gospodarczego w celu rozwinięcia jego stosunków z otoczeniem (do czego należy m.in. również i obliczanie płac),

e) dla kontroli w celu zabezpieczenia mienia socjalistycznego.

Wyżej wymieniona definicja modelu zarządzania nie obejmuje większej części tych zadań. Prace te należy wykonywać przy pomocy maszyn elektronicznych i oczywiście nie żadnym specjalnym rodzajem pracy, a zwłaszcza pracy ręcznej.

Nie sprzeciwiamy się wyżej wymienionej definicji twierdząc, że model zarządzania musi także zawierać rozwiązanie zadań administracji. Podkreślamy jednak, że istotą zasadniczej czynności zarządzania systemem gospodarczym jest kierowanie. Fakt ten należy przede wszystkim podkreślić dlatego, że organizacja pracująca konwencjonalnymi maszynami pomija to właśnie najważniejsze zadanie. Pominięcie to jest zrozumiałe, ponieważ maszyny konwencjonalne pracują stosunkowo powoli i nie nadają się do rozwiązania zadań decyzyjnych. Urządzenia elektroniczne oznaczają właśnie w tym zakresie zmianę jakościową.

W pracach przygotowawczych do zastosowania maszyn elektronicznych w systemach gospodarczych można dziś jeszcze zaobserwować dążenia, idące wyłącznie w kierunku spełnienia zadania wykonywania prac administracyjnych. Naszym zdaniem, należy wbudować do modeli zarządzania rozwiązanie pozostałych zadań administracyjnych jedynie jako wartościowe i ważne zadanie, ale peryferyjne. Głównym produktem modeli zarządzania jest kierowanie zasadniczymi procesami, a rozwiązanie pozostałych zadań administracji jest tylko jego użytecznym "produktem ubocznym".

Rozważmy w naszym dalszym badaniu konkretny gospodarczy proces F. Przypuśćmy, że chodzi tu o proces, który jest częścią zasadniczej czynności danego systemu gospodarczego i kierowanie nim należy do zakresu czynności zarządzania (np. wytwarzania określonej ilości danego produktu w oznaczonym okresie czasu).

Dany proces rozpoczyna się w określonym stanie początkowym i posiada kilka możliwych wyjść. Decyzja, która z możliwych wyjść będzie wyjściem właściwym danego procesu, określona jest przez zdarzenia powstające w trakcie procesu.

Proces jest w końcu niczym innym, jak tylko szeregiem zmian stanu, wywoływanych przez efekt wejścia różnych zdarzeń.

Do procesu należy możliwa ustalona L ilość zdarzeń, przy czym tylko część elementów tej ilości realizuje się podczas procesu.

Rzeczywiste wyjście procesu uzależnione jest zresztą od ilości rzeczywiście występujących zdarzeń. Na początku względnie podczas procesu, a więc w jakimkolwiek stanie procesu, może być podane:

a) z jakim prawdopodobieństwem wystąpią możliwe zdarzenia, i

b) jaki będzie skutek ich oddziaływania na proces.

Ilość możliwych zdarzeń składa się z następujących części, złożonych z elementów różnorodnych właściwości:

a) Możliwe zdarzenia uzależnione od stałych technicznych systemu. Przez stałe techniczne systemu rozumiemy istniejące (dane) techniczne warunki systemu, niezbędne do spełnienia zadania (maszyny, zabudowania, zapasy itd.).

b) Ilość możliwych zdarzeń określona przez zaprogramowane stałe systemu. Przez zaprogramowane stałe systemu rozumiemy warunki organizacyjne, niezbędne do wykonania zadania (charakter produkcji, program produkcji, obowiązujące przepisy i polecenia itd.).

c) Możliwe zdarzenia określone przez otoczenie, to znaczy zdarzenia występujące podczas procesu i pochodzące z otoczenia systemu (nowe zamówienia, dostawa materiału, nowe zlecenia itd.).

Jak już wspomniano, możliwe zdarzenia oddziałują na proces swoim występowaniem. Z założenia tego wynika, że pod względem dynamicznym mogą być uznane jako elementy możliwej ilości zdarzeń jedynie takie zdarzenia, które występowaniem swoim oddziałują na proces. Każdy inny element, nie posiadający tej właściwości, należy do indyferentnych (obojętnych) zdarzeń, a nim nie będziemy się tutaj zajmować. Skutek ten jest właściwie niczym innym, jak zmianą stanu określonego kierunku i prędkości.

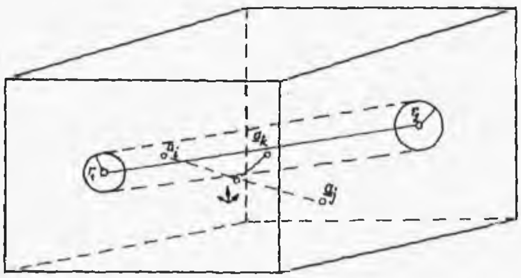
Zgodnie z tym twierdzeniem należy rozumieć ilość możliwych wypadków procesu jako n-wymiarową przestrzeń fazową. Tę przestrzeń fazową oznaczymy przez A.

Część składowa przestrzeni fazowej tworzona zostaje przez wektory stanu, należące do pożądanego zakończenia procesu ($A_k \subset A$).

Przypuśćmy, że proces znajduje się właśnie w a_i stanie i że ten a_i wektor jest elementem całości stanów należących do pożądanego wyjścia ($a_i \in A_k$).

Dla ułatwienia względnie przedstawienia przyjmujemy, że proces odbywa się w trójwymiarowej (i skończonej) przestrzeni stanu (rys. 2).

Przypuśćmy, że lewostronnie ograniczona płaszczyzna przedstawionego elementu zawiera stany wejściowe, natomiast prawostronnie ograniczona płaszczyzna - stany wyjściowe.



Rys. 2

Chcemy oznaczyć na tych obustronnych płaszczyznach tę ilość, która zawiera punkty odpowiadające pożądanym stanom wejściowym względnie wyjściowym. Ilość ta odpowiada po obu stronach otoczenia punktu o jakimś promieniu r_1 i r_2. Załóżmy następnie, że punkty naszkicowanego stożka ściętego przy pomocy dwóch kół odpowiadają stanom pośrednim.

Przyjęty poprzednio a_i wektor jest więc punktem tego stożka ściętego. Następnie oznaczono przez A_k część całości stanów pośrednich, należących do pożądanych wyjść, a więc na naszym rysunku punkty stożka ściętego. Jest oczywiste, że A_k jest częścią ilości A ($A_k \subset A$).

Gdy wystąpi zdarzenie, wpłynie ono na proces. Wpływ ten wyraża się w ten sposób, że proces ze swego a_i stanu ze zmienną v_{ij} prędkością przebiega dalej w kierunku a_j wektora wyjściowego.

Jeśli a_j wektor jest elementem części całości pożądanych wyjść, wtedy nie zachodzi konieczność oddziaływania na proces. Jeśli natomiast a_j wektor nie jest elementem tej części całości, wtedy musimy wpływać na proces. To oddziaływanie zwie się decyzją.

Decyzja w tym sensie jest więc również wektorem. Według wykładni werbalnej decyzja jest wektorem mnożenia, który przez wymnożenie przyjmuje postać macierzy diagonalnej. Przez macierz tę mnoży się więc dany wektor stanu, i w ten sposób proces zostanie doprowadzony z v_{ij} prędkości do a_k stanu należącego do części całości pożądanych wyjść.

Streszczenie: Z wyżej wspomnianej argumentacji wynika, że system gospodarczy można definiować w ten sam sposób jako automat:

$$G=(a_0, K, P, L, D, X, A, Y, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon),$$

przy czym różne oznaczenia mają następujące znaczenia:

a_0 - stan początkowy,
K - ilość możliwych zdarzeń wyznaczonych przez stałe techniczne systemu,
P - ilość możliwych zdarzeń wyznaczonych przez zaprogramowane stałe systemu,
L - ilość możliwych zdarzeń wyznaczonych przez otoczenie systemu,
D - ilość decyzji należących do zespołu zarządzania,
A - ilość stanów systemu gospodarczego.
Y - ilość wyjść systemu gospodarczego.

Podane ilości nie są ilościami sztucznymi ani wymuszonymi ilościami trudnymi. Praktyczne zastosowania wymagają jednak (i umożliwiają) - jak to później będzie przedstawione - opracowania modeli zawierających skończoną liczbę elementów.

W definicji litery greckie przedstawiają wykresy funkcji.

Tak więc wzór $\alpha(a_1, k_i, p_1, l_i)$

przedstawia l_i zdarzenie według ilości skutków; wzór

$$\beta(a_i, x_i)$$

przedstawia skutek według ilości stanów; wzór

$$\gamma(d_i, a_i)$$

przedstawia decyzję według ilości stanów; wzór

$$\delta(a_i, y_i)$$

przedstawia stan według ilości wyjść, gdy natomiast wzór $\varepsilon(x_i)$ pozwala na wybór odpowiednich funkcji decyzji.

Do naszej definicji systemu gospodarczego chcielibyśmy jeszcze dodać następujące uwagi:

W ramach tego referatu nie mamy zamiaru zajmować się abstrakcyjną teorią automatów. Nie jest to nawet celem naszej pracy badawczej nad gospodarczym zastosowaniem metod cybernetycznych.

Zajmowaliśmy się dotychczas teorią zarządzania systemami gospodarczymi, konstrukcją modeli zarządzania gospodarką i modeli planowania gospodarczego oraz badaniem gospodarki przedsiębiorstw i zajmować się będziemy nadal tymi tematami. Przez dłuższy okres czasu prowadziliśmy nasze badania nieświadomie i niezależnie od abstrakcyjnej teorii automatów. Po dokładnym zapoznaniu się jednak z abstrakcyjną teorią automatów doszliśmy do przekonania, że nasze myśli posiadają dużo pokrewnych cech. Po przekonaniu się o tym, że abstrakcyjna teoria automatów jest dziś już samodzielną nauką, opracowaną w szczegółach, postanowiliśmy wykorzystać ją przy opracowywaniu teorii zarządzania systemami gospodarczymi.

Podstawą tego postanowienia są wyniki dawniejszego badania, a nie badań, które dotyczą zastosowania abstrakcyjnej teorii automatów. Z tego właśnie powodu nasza terminologia nie jest w pełni zgodna z terminologią dotyczącą abstrakcyjnej teorii automatów.

W związku z naszym uzasadnionym staraniem użycia abstrakcyjnej teorii automatów dla skonstruowania abstrakcyjnej teorii zarządzania systemami gospodarczymi pozwalam sobie nadmienić, co następuje:

1. Systemy gospodarcze są sekwensem - innymi słowy - nie są one systemami prymitywnymi, pomimo tego że matematycy są czasami innego zdania.

2. System gospodarczy może być traktowany jako automat dyskretny.

To nasze twierdzenie nie stoi bynajmniej w sprzeczności z faktem, że mieliśmy inny pogląd przy rozwiązywaniu przybliżonym różnych problemów częściowych. Tak na przykład przy badaniu procesu gospodarczego jako kolejnych zmian stanu rozpatrywaliśmy ten proces jako przestrzennie stałą funkcję, względnie w związku z przestrzennym ujmowaniem stanu nie zwróciliśmy specjalnej uwagi na to, że w tym przypadku w istocie nie chodzi o badanie stałych ilości geometrycznych. Niemniej jednak wiemy, że proces gospodarczy - rozpatrywany pod kątem zarządzania - jest właściwie szeregiem dyskretnych stanów. Wystarczy zwrócić uwagę na sam tylko dyskretny charakter odbioru sygnałów stanu i możliwości zakłóceń. Następnie należy dodać, że ilości stanów systemów gospodarczych, wychodząc z punktu widzenia geometrycznego, są ogólnymi (uniwersalnymi) dyskretnymi ilościami. Elementy ilościowe stanów systemu gospodarczego nie są w ogóle uporządkowane regularnie, pomimo tego że stany procesu przebiegającego według określonych definiuje się jako funkcje. W naszych badaniach mamy zatem tylko ograniczoną ilość możliwości, w których założyć można regularność ilościową.

3. System gospodarczy można traktować jako automat inicjujący. Zależy to od charakteru systemów i procesów gospodarczych zgodnie z ich zastosowaniem.

Chcielibyśmy następnie nadmienić, że wyłącznie w pewnych konkretnych wypadkach procesy te mogą być uważane jako inicjujące częściowe automaty systemu gospodarczego. W wielu wypadkach musimy uważać różne konkretne jednostki gospodarki jako specjalne zespoły ciągłych automatów.

Wreszcie chcielibyśmy jeszcze dodać kilka uwag w sprawie definicji.

Nasze zdefiniowanie systemu gospodarczego jako automatu różni się od tych definicji, które można znaleźć w odpowiedniej literaturze fachowej, dotyczącej abstrakcyjnej teorii automatów. Ze względu na swą istotną treść nasza definicja odnosi się do specjalnego wypadku automatów Moore'go. Pomiędzy funkcjami podanymi w definicji istnieje relacja, na podstawie której można skonstruować funkcje sygnałowe systemu gospodarki. Należy jednak podkreślić dwa fakty. Jeden z nich polega na tym, że zdefiniowaliśmy siedem ilości, podczas gdy definicja automatu Moore'go zawiera tylko trzy ilości. Nasze dotychczasowe doświadczenia wykazały jednak, że wobec istnienia homomorfizmu i ekwiwalencji w systemach gospodarczych, jak i przy wyznaczaniu częściowych automatów, wszelkie ilości i funkcje zawarte w naszej definicji powinny być oddzielnie zbadane. Drugi fakt, który w związku z naszą definicją należy naszym zdaniem jeszcze podkreślić, dotyczy funkcji w naszej definicji. Funkcje te są funkcjami prawdopodobieństwa ze względu na charakter procesów lub systemów gospodarczych. Powrócimy jeszcze do tego problemu w dalszym ciągu tego referatu.

Po krótkiej dygresji, której celem było zwrócenie uwagi na możliwość zastosowania abstrakcyjnej teorii automatów w teorii systemów gospodarczych, powrócimy teraz do naszego pierwotnego problemu.

Zbadamy teraz dokładnie wspomniany F proces gospodarki na podstawie powyższych danych. Przypuśćmy, że proces znajduje się obecnie w a_i stanie. Ten a_i stan może być wyznaczony przez a_i wektor A przestrzeni. (Należy nadmienić, że A nie koniecznie jest przestrzenią euklidesową).

Jak już powiedziano l_i wektor możliwych zdarzeń może być podporządkowany temu a_i wektorowi stanu, to znaczy:

$$a_i - l_i \quad \text{i} \quad l_i \in L .$$

Wektor l_i należy tak zdefiniować, że

1) elementy możliwych ilości zdarzeń mogą być cytowane w wyznaczonej, stałej kolejności,

2) jakikolwiek z elementów 1 i 0 może być wpisany w odpowiednim miejscu jako składowa l_i wektora.

Należy wpisać 1 wówczas, jeśli wejście odpowiedniego zdarzenia jest pożądane ze względu na dowolne wyjście procesu (gdy $l_j \in L_k$ gdzie $L_k \subset L$); (L_k oznacza ilość pożądanych zdarzeń). To 0 należy wtedy wpisać, kiedy wejście zdarzenia nie jest pożądane (jeśli $\notin L_k$).

Ten l_i wektor zdarzenia określa się następująco:

$$\begin{array}{c c}
\text{Numer rzędu zdarzeń} & \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ n \end{array} & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} = l_i
\end{array}$$

gdzie więc wejście zdarzeń: 1, 4, ... n i niepowstanie zdarzeń 2 i 3 konieczne są dla przejścia naszego procesu, znajdującego się w a_i stanie do takiego a_j stanu, który jest zarazem elementem częściowej ilości stanów przejściowych, należących do pożądanego wyjścia. (To znaczy: a_i, $a_j \in A_k$ stosownie do naszego poprzedniego oznaczenia).

Utworzonemu w ten sposób wektorowi zdarzeń może być podporządkowany ilościowy wektor zdarzeń. Oznacza się go przez q_i. Ze względu na swoją strukturę ilościowy wektor zdarzeń jest zgodny z l_i wektorem, to znaczy że ilości należące w tej samej kolejności do wymienionych zdarzeń tworzą jego współrzędne. Tam gdzie składowa l_i wektora jest 0, tam oczywiście również składowa q_i wektora będzie zerem. Gdzie jednak składowa l_i wektora jest 1, tam składowa a_i wektora wskazuje, ile jednostek danej ilości zdarzeń powinno działać.

Temu l_i wektorowi może być również podporządkowany p_i - wektor prawdopodobieństwa

$$l_i \rightarrow p_i,$$

którego elementy podają:

a) z jakim prawdopodobieństwem występować będzie możliwe zdarzenie ze składową 1 przy stanie a_i procesu,

b) z jakim prawdopodobieństwem nie będzie występowało możliwe zdarzenie ze składową 0 (możliwość występowania jest właściwie $1-p$).

Występowanie albo brak jakiegoś elementu wektora l_i zdarzenia oddziałuje więc na proces. Jak powiedziano, uwidacznia się to oddziaływanie w postaci ruchu w określonym kierunku i określonej prędkości.

Kierunek ruchu - przyjmując przestrzeń euklidesową - może być podany pod kątem nachylenia α:

$$\cos \alpha = \frac{t \cdot (a_i - a_j)}{|t| \, |(a_i - a_j)|},$$

gdzie:

t - oś częściowej ilości stanów należących do pożądanego wyjścia,

a_j - wektor wyjściowy.

Efekt, to znaczy prędkość ruchu może być uważana za stałą.

Zanim będziemy kontynuować badanie abstrakcyjne systemu gospodarczego w tym celu, aby nie stracić z oczu przedmiotu naszego badania, powinniśmy zbadać, z jakimi praktycznymi następstwami związane jest abstrakcyjne badanie systemu gospodarczego.

W tym celu należałoby rozpatrzeć kilka naszych dotychczasowych stwierdzeń z punktu widzenia praktyki.

Wybór przytoczonych tutaj skutków nie był związkiem przyczynowym. W pierwszym rzędzie wymienimy rezultaty naszej pracy zorganizowanej na "zasadach klasycznych", które na Węgrzech należą do zasadniczych problemów.

Pierwszy skutek polega na tym, że w naszych opracowywanych modelach systemu gospodarczego musimy założyć rozwój zintegrowanego systemu zarządzania.

Przyjmując mianowicie, że proces jest szeregiem zmian stanu, odbywających się w przestrzeni n-wymiarowej, i stan procesu - w zasadzie - może być określony przez wektor danej przestrzeni, należy wtedy wspólnie zbadać zmianę współrzędnych. W funkcyjnym systemie zarządzania obserwowane są poszczególne współrzędne przy pomocy specjalnych działów funkcyjnych. W razie stwierdzenia przez nie nieregularności, to znaczy jeśli stwierdzą zmianę niepożądanej wielkości wyłącznie przez nie zbadanych współrzędnych, wtedy wpływają one na proces jedynie poprzez własną współrzędną. Mnożą one wektor stanu przez wektor decyzji, który jest wektorem przestrzeni najwyżej dwu- albo trójwymiarowej. Proces może więc tylko przypadkowo powrócić do ilości pożądanych stanów przejściowych.

Przy tworzeniu właściwych modeli zarządzania należy wyjść z założenia, że wszelkie informacje gromadzą się w jednym miejscu i działalność, to znaczy decyzje, wychodzi z tego samego miejsca. Jest to oczywiście tylko założenie konieczne, lecz nie wystarczające dla zestawienia właściwych modeli zarządzania. Dalsze warunki nie wymagają wyjaśnienia, tak że między innymi

a) należy zestawić decyzje ze względu na całość systemu gospodarczego,

b) decyzje powinny objąć całość systemu gospodarczego lub procesu, a więc wszystkie współrzędne przestrzenne stanu.

Przed tym powiedzieliśmy, że zawarte w definicji systemu gospodarczego ilości nie są koniecznie skończonymi ilościami. Również przestrzeń A stanów nie musi mieć koniecznie skończonego wymiaru.

Owa przestrzeń względnie owa ilość, którą należy wziąć pod uwagę w budowie naszych modeli zarządzania systemu gospodarczego, nie jest w praktyce koniecznie skończona.

Zbadaną przez nas przestrzeń stanu nazwiemy A_v; jest ona w rzeczywistości dolną przestrzenią tej przestrzeni A stanu, w której się ten proces odbywa. Nasze wektory decyzyjne są również wektorami tej dolnej przestrzeni. Nawet przy najlepszej chęci może się zdarzyć, że stan dostanie się do takiej przestrzeni, która jest dolną przestrzenią A przestrzeni o wyższych wymiarach od tej, która była przedmiotem naszej obserwacji. W takim przypadku nie można zastosować naszych wektorów decyzyjnych.

W obecnych czasach organizatorzy, którzy są zwolennikami klasycznych metod, starają się rozwiązywać zadanie w ten sposób, że zmieniają składową obecnego wektora decyzyjnego aż do najbardziej zewnętrznej wartości (zwiększenie stopy procentowej itd.). Właściwe postępowanie polega bez wątpienia na tym - i tak powinno być w tym wypadku - że wektor decyzyjny zostanie uzupełniony nową wymaganą składową i działanie zostanie przeprowadzone przy pomocy tego uzupełnionego wektora.

Naszym zdaniem, jedno z zasadniczych zadań organizacji gospodarki polega właśnie na zbliżeniu się do wymiarów właściwej przestrzeni przez ciągłe zwiększanie wymiarów dolnej przestrzeni, uwzględnionej w modelach zarządzania.

Należy teraz zbadać, z jakimi praktycznymi efektami związana jest nasza poprzednia dyskusja teoretyczna, dotycząca strumienia informacji.

W celu odpowiedniego sterowania danym procesem gospodarczym wskazane byłoby, abyśmy dokładnie znali:

a) każdorazowy stan procesu,

b) występujące zdarzenia,

c) wartości ilościowe występującego wypadku,

d) funkcje przejścia.

Chcemy tutaj zwrócić uwagę tylko na kilka wariacji w celu omówienia problemu.

Przyjmijmy prostą czasową w dowolnej skali:

$$\begin{array}{cccccccc} & a_{i_1} & a_{i_2} & & & & a_{i_6} & \\ \hline t_0 & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 & t_6 & T \end{array}$$

Oznaczmy na prostej czasowej przez t_1 moment, w którym proces znajduje się w a_{i_1} stanie. Informacja o tym dociera do organu zarządzającego w t_3 momencie czasowym. Przypuśćmy, że w t_2 momencie czasowym nastąpiło takie zdarzenie, które wpływa na proces w kierunku niepożądanych wyjść. Przyjmujemy to do wiadomości w t_4 momencie czasowym. Przy pomocy naszych wykresów funkcji odwzorowania wydajemy decyzję w t_5 momencie czasowym, który zaczyna działać na proces w t_6 momencie czasowym. W t_6 momencie czasowym znajduje się proces - w naszym przykładzie - już w a_{i_6} stanie. Działamy na ten stan z takim wektorem decyzyjnym, przy wyborze którego uwzględniono a_{i_1} stan i występujące w a_{i_2} stanie zdarzenia.

Jeśli poprzednia niepewność, wyłaniająca się z upływem czasu, zostanie jeszcze w ten sposób uzupełniona, że

a) pomiary stanu zawsze wykazują niedokładność,

b) nasze wykresy funkcji odwzorowania mogą być stosowane tylko niedokładnie,

c) nie jest za pewne, że w t_1-t_6 okresie czasu nie wystąpi inne zdarzenie itd.,

wówczas rzeczywiście staje się jasne, że automatyczne zarządzanie systemem gospodarczym nie jest łatwym zadaniem. Można jeszcze dodać, że niemożliwe jest opracowanie modelu dla całości zarządzania, dającego dokładnie optymalny wynik w sensie matematycznym. W ogóle jest to niemożliwe nawet dla częściowego obszaru zarządzania. Jesteśmy zdania, że obok dotychczas stosowanych, przeważnie matematycznych metod programowania już w najbliższej przyszłości bardzo ważną rolę odgrywać będą stochastyczne metody symulacji. Z podanego przykładu wynika następnie, że rozwiązanie takiego zadania nie jest tylko zadaniem dotyczącym gospodarki narodowej, lecz przynajmniej równie ważnym zadaniem matematycznym i telegraficzno-technicznym.

Organizacja zarządzania systemem gospodarczym, to znaczy struktura modelu zarządzania, uzależniona jest w decydującej mierze również od organizacji warunków. Organizacja warunków odbija się w wartościach p_i składowej wektorów prawdopodobieństwa, podporządkowanych 1_i wektorom zdarzenia. Im wartości p_i składowej są bliższe jedności, tym lepiej zorganizowane są warunki.

Dużo zależy oczywiście także od ilości możliwych zdarzeń określonych przez poprzednio zdefiniowaną K składową techniczną i P składową systemu. Elementy tych ilości powołane są właściwie do tłumienia albo wyrównania niepożądanego efektu elementów ilościowych L zdarzenia.

Wynika z tego również, że wykresy funkcji odgrywają także ważną rolę. Właściwe zestawienie i zastosowanie tych funkcji wymaga rzeczywiście wysokich kwalifikacji ekonomicznych i matematycznych.

Przekazywanie informacji i przetwarzanie informacji – więc właściwe przetwarzanie danych – odgrywają również określoną rolę. Główne zadanie polega na zmniejszeniu poprzednio wymienionego $t_1 - t_6$ okresu decyzji do takiej niskiej wartości, aby w tym okresie czasu praktycznie nie występowało takie zdarzenie, które wyłączyłoby procesowi inny kierunek.

Zadanie to nie może być spełnione wyłącznie przez zastosowanie maszyn wysokiej wydajności. Równie ważną rolę odgrywa tu wybór dalej przekazywanej ilości danych.

Poprzednio mówiliśmy o wektorze możliwych zdarzeń. Powiedzieliśmy, że 1 może być wpisana na miejscu odpowiedniej składowej wektora zdarzenia, jeśli wejście zdarzenia jest pożądane i może być wpisane 0, o ile wejście zdarzenia nie jest pożądane.

Definiujemy teraz d wektor danych konstrukcji podobnej do wektora możliwych zdarzeń, to znaczy że należy wybierać tę samą kolejność możliwych zdarzeń. W razie wejścia zdarzenia składowa wektora danych będzie 1; o ile wejście nastąpiło – będzie 0.

Na przykład:

$$
\begin{array}{c}
\\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ n
\end{array}
\begin{array}{c}
I_i \\
\left[\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{array}\right]
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{c}
\\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ n
\end{array}
\begin{array}{c}
d_i \\
\left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{array}\right]
\end{array}
$$

Zrozumiałe jest, że w przykładzie jedynie dane o drugim i trzecim zdarzeniu dostarczają taką informację dla zarządzania, na podstawie której potrzebne jest wkroczenie w proces. Składowe tych dwóch wektorów różnią się od siebie właśnie tylko w tych miejscach.

Nawet ten uproszczony schemat naprowadza nas na myśl, że kanał informacji powinien być obciążony przekazywaniem takich tylko danych, które wymagają decyzji.

Myśląc o tym, że przed tym zdefiniowaliśmy również i wektor zdarzeń, oznaczony przez q_i, należy dokładniej określić nasze stwierdzenie dotyczące przekazywania danych. W razie stwierdzenia, że jakakolwiek składowa zarówno wektora danych, jak i wektora możliwych zdarzeń równa się 1, wówczas jeszcze nie jest pewne, że element wektora ilości danych jest zgodny z odpowiednim elementem q_i wektora zdarzeń.(Według wyżej wymienionych danych można łatwo skonstruować r_i wektor ilości danych). Wkroczenie do procesu jest także uzależnione od wektora ilości danych.

W celu uniknięcia przeprowadzenia podwójnych porównań, względnie w tym celu, aby wyniki dwóch porównań nie musiały być przekazywane przy pomocy kanału informacji,należy zastosować - odpowiednio do okoliczności - szereg uproszczeń w praktycznej organizacji. Uproszczenia te wynikają same z siebie, wobec czego - naszym zdaniem - niepotrzebne jest ich przytaczanie. Należy tu tylko wymienić jedno z nich. Przykładowo może być wystarczające porównanie q_i i r_i wektorów. W takim przypadku informacja, a mianowicie różnica między q_i i r_i zostanie tylko wtedy podana, jeśli przekracza podaną wartość.

Wybierzmy dla łatwiejszego przeglądu ponownie zbadany już F proces gospodarki. Przy pomocy możliwych stanów procesu możemy ułożyć kwadratową macierz i kolumny macierzy mają oznaczać stany procesu w możliwie (stochastycznie) następujących po sobie kolejnościach.

$$\begin{array}{c|ccccccc}
 & a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_j & \cdots & a_n \\
\hline
a_0 & p_{00} & & & & & & \\
a_1 & & & & & & & \\
a_2 & & & & & & & \\
\vdots & & & & & & & \\
a_i & & & & & p_{ij} & & \\
\vdots & & & & & & & \\
a_n & & & & & & & \\
\vdots & & & & & & &
\end{array}$$

Dowolny element p_{ij} macierzy ma oznaczać, z jakim prawdopodobieństwem proces przechodzi ze swego i stanu do swego j stanu.

Te elementy prawdopodobieństwa mogą być obliczone w zasadzie na podstawie uprzednio określonego podporządkowania

$$a_i \text{ —— } l_i \longrightarrow p_i$$

przy pomocy funkcji przejścia.

Możemy wybrać z A przestrzeni stanu taki uporządkowany wektor stanu

$$\ldots a_{i_1}, a_{i_2} \ldots a_{i_k},$$

który odpowiada osi pożądanych stanów. W ten sposób mogą być również wyznaczone wektory, będące elementami częściowych ilości pożądanych stanów, których wymierzony odstęp od osi jest więc nie większy od podanej poprzednio wartości.

Końcowy wniosek jest więc jasny. Jeżeli wartości elementów, to znaczy prawdopodobieństwa przejścia, są największymi spośród elementów pożądanej ilości stanu w poprzednio zdefiniowanej macierzy przejścia i w każdym innym miejscu przyjmują w rzeczywistości wartość równą 0, wówczas dany system gospodarczy jest stabilny.

Zbadanie macierzy przejścia daje oczywiście dużo innych praktycznych skutków. W pierwszym rzędzie należy oczywiście zwrócić na to uwagę przy wyznaczaniu technicznych i programowych składowych systemu. W ten sposób można uniknąć błędu w trakcie organizowania niektórych dziedzin względnie postawienia ich na ostatnim planie.

Jeżeli na wspomniane stałe nie można już więcej oddziaływać w danym okresie czasu, wówczas należy delikatnie rozbudować sieć informacji i system decyzji, głównie w tych miejscach, w których prawdopodobieństwo przejścia w niepożądany stan jest względnie wysokie.

Mam nadzieję, że moją pracą udało mi się zaznajomić przede wszystkim matematyków z gospodarką narodową, z jej skomplikowanymi, ale nie niezrozumiałymi i nie niepojętymi prawidłowościami.

Sposób badania, według którego my, badacze węgierscy, podchodzimy do rozwiązania problemów gospodarczych, został już mniej lub więcej przyjęty w naukach przyrodniczych. Jesteśmy jednak zdania, że ta metoda w niedalekiej przyszłości zostanie powszechnie przyjęta również w dziedzinie nauki ekonomii politycznej.

Oczywiście musimy jeszcze wyjaśnić dużo problemów szczegółowych, a co najważniejsze, musimy przebadać wyniki naszych dotychczasowych doświadczeń na praktycznym modelu we wszystkich szczegółach. Praca ta jest obecnie w toku. Wierzymy jednak, że w stosunkowo krótkim czasie będziemy mieli możność informowania także o naszych wynikach dalszych badań.

KRYSTIAN ZORYCHTA
Centrum Obliczeniowe
Polskiej Akademii Nauk – Warszawa

O ALGORYTMACH METODY SIMPLEX*

1. UKŁADY NIERÓWNOŚCI I RÓWNAŃ LINIOWYCH

Niech $x_1, x_2, \ldots, x_p$ oznaczają układ p niezależnych zmiennych rzeczywistych, zaś $a_1, a_2, \ldots, a_p, d$ pewien układ stałych, również rzeczywistych.

F u n k c j ą l i n i o w ą z zmiennych $x_1, x_2, \ldots, x_p$ nazywać będziemy przyporządkowanie określone następującym wzorem:

$$z = a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_px_p + d. \tag{1.1}$$

W naszych rozważaniach przyjmować będziemy stałą addytywną d równą zeru. Będziemy zatem rozpatrywać funkcje liniowe przyjmujące postać:

$$z = a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_px_p. \tag{1.2}$$

Niech teraz f będzie pewną ustaloną liczbą rzeczywistą.

R ó w n a n i e m lub n i e r ó w n o ś c i ą (ostrą lub nieostrą) l i n i o w ą nazywać będziemy następującą relację między wartościami funkcji z a liczbą rzeczywistą f:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_px_p < r > f, \tag{1.3}$$

gdzie $<r>$ jest jednym ze znaków relacji: $=, \leqslant, \geqslant, <, >$.

Mając zdefiniowane jedno równanie liniowe (nierówność liniową), można łatwo przejść do określenia układu równań lub nierówności (albo równań i nierówności) liniowych. Niech będzie danych m układów $a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{ip}$ (i = 1,2,...,m), z których każdy złożony jest z p liczb rzeczywistych, oraz dla każdego i = 1,2,...,m, $<r_i>$ niech oznacza jedną ze wspomnianych

*Praca ta jest oparta głównie na podręczniku Gassa [1].

wyżej relacji. Ponadto niech dla $i = 1,2,\dots,m$ dane będą pewne ustalone liczby rzeczywiste f_i.

Zbiór relacji

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\dots+a_{1p}x_p<r_1>f_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\dots+a_{2p}x_p<r_2>f_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\dots+a_{mp}x_p<r_m>f_m \end{array} \qquad (1.4)$$

nazywać będziemy **układem równań i nierówności liniowych** albo w skrócie **układem liniowym**.

Wiele matematycznych opisów zespołów zjawisk i procesów fizycznych, ekonomicznych, stochastycznych i innych przyjmuje postać układu (1.4). Mówimy wtedy o tzw. **matematycznym modelu liniowym** opisywanego zespołu procesów i zjawisk. Aczkolwiek każdy model liniowy przyjmujący postać (1.4) można by z powodzeniem analizować w tej właśnie postaci, to jednak ze względów natury praktycznej postaramy się uprościć go. Przede wszystkim ograniczymy się jedynie do następujących znaków relacji : $=, \leqslant, \geqslant$. Relacje ostrych nierówności przydają się wprawdzie niekiedy do opisu zjawisk bardziej subtelnych, tym niemniej bardzo rzadko opisywanych, w związku z czym rezygnacja z nich prawie nie uszczupli nam aparatu matematycznego, a ułatwi znacznie analizę rozpatrywanych modeli liniowych. Ponadto ograniczymy się jedynie do układów w tzw. postaci kanonicznej.

Będziemy mówili, że **układ liniowy** posiada **postać kanoniczną**, jeżeli spełnia dodatkowo następujące warunki:

1) na każdą zmienną x_j układu (1.4) nałożony jest warunek: $x_j \geqslant 0$;

2) każdy znak $<r_i>$ relacji w układzie (1.4)(oprócz $x_j \geqslant 0$) jest znakiem równości.

Warunki te nie są zupełnie bezpodstawne,gdyż pierwszy wynika stąd, że w większości praktycznych modeli liniowych zmienne ograniczone są z dołu przez zero, zaś drugi wynika ze sprowadzenia rachunku na nierównościach do rachunku na równościach. Oba warunki dają znaczne ułatwienia w matematycznej analizie układów liniowych. Jeżeli jakiś układ nie spełnia tych warunków, to można go łatwo sprowadzić do postaci kanonicznej.

Przypuśćmy, że u-ty warunek układu (1.4) przyjmuje postać:

$$a_{u1}x_1+a_{u2}x_2+\dots+a_{up}x_p \leqslant f_u, \qquad (1.5)$$

zaś v-ty postać:

$$a_{v1}x_1+a_{v2}x_2+\dots+a_{vp}x_p \geqslant f_v. \qquad (1.6)$$

Wprowadzając dodatkowe zmienne s_u, s_v, tzw. z m i e n n e d o p e ł n i a j ą c e, spełniające warunki $s_u \geqslant 0$, $s_v \geqslant 0$, relacje (1.5) i (1.6) można zapisać w następującej, równoważnej im postaci:

$$\begin{aligned} a_{u1}x_1 + a_{u2}x_2 + \ldots + a_{up}x_p + s_u &= f_u \\ a_{v1}x_1 + a_{v2}x_2 + \ldots + a_{vp}x_p - s_v &= f_v . \end{aligned} \tag{1.7}$$

Jeżeli podobne zmiany zastosujemy do wszystkich nierówności w układzie (1.4), oraz jeżeli $x_j \geqslant 0$ dla $j = 1,2,\ldots,p$, to otrzymamy układ w postaci kanonicznej, równoważny układowi (1.4).

Każdą zmienną rzeczywistą x_j, mogącą przyjmować wartości na całej osi rzeczywistej, można przedstawić w postaci różnicy dwóch zmiennych nieujemnych:

$$x_j = x_j^+ - x_j^-, \quad \text{gdzie} \quad x_j^+ \geqslant 0, \quad x_j^- \geqslant 0 . \tag{1.8}$$

Stosując to przekształcenie, każdy układ zawierający zmienne nieograniczone z dołu przez zero można sprowadzić do równoważnego układu, w którym wszystkie zmienne są nieujemne.

Sprowadzenie układu do postaci kanonicznej powoduje na ogół powiększenie liczby zmiennych niezależnych, co nie jest wygodne ze względu na znaczne zwiększenie się liczby stałych opisujących układ, które trzeba pamiętać. (Liczba zmiennych może wzrosnąć maksymalnie do $2p + m$).Należy jednak wziąć pod uwagę fakt, że w zastosowaniach praktycznych, zmienne muszą na ogół zawsze spełniać warunki $x_j \geqslant 0$, zaś dodatkowe kolumny jednostkowe, powstałe przez wprowadzenie zmiennych dopełniających, stają się bardzo przydatne przy otrzymywaniu pierwszych rozwiązań. W związku z tym ograniczenie się jedynie do układów w postaci kanonicznej nie ogranicza teoretycznie wcale, a praktycznie prawie wcale klasy praktycznych problemów, które zamierzamy rozwiązywać.

2. ZBIÓR ROZWIĄZAŃ UKŁADU RÓWNAŃ LINIOWYCH JAKO ZBIÓR WYPUKŁY

Niech A będzie tzw. m a c i e r z ą u k ł a d u (1.4):

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \tag{2.1}$$

o wymiarach $m \times n$, X – w e k t o r e m z m i e n n y c h n i e z a l e ż n y c h:

$$X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)' , \tag{2.2}$$

zaś F - w e k t o r e m w y r a z ó w w o l n y c h:

$$F=(f_1, f_2, \dots, f_m)' . \tag{2.3}$$

Będziemy rozważać układ liniowy w postaci kanonicznej, czyli układ:

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1+a_{12}x_2+\dots+a_{1n}x_n=f_1\\ &a_{21}x_1+a_{22}x_2+\dots+a_{2n}x_n=f_2\\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ &a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\dots+a_{mn}x_n=f_m,\\ &x_1\geqslant 0,\ x_2\geqslant 0,\dots, x_n\geqslant 0 . \end{aligned} \tag{2.4}$$

Każdy wektor $X^{(0)}$, którego współrzędne spełniają układ (2.4), nazywać będziemy r o z w i ą z a n i e m tego układu. Możliwe są trzy przypadki: układ (2.4) nie posiada rozwiązań, posiada jedno rozwiązanie albo posiada ich nieskończenie wiele. W pierwszym przypadku mówimy, że z b i ó r r o z w i ą z a ń j e s t z b i o r e m p u s t y m, albo że u k ł a d j e s t s p r z e c z n y. W drugim przypadku powiemy, że układ jest u k ł a d e m o z n a c z o n y m, zaś w trzecim, że układ jest n i e o z n a c z o n y, albo że p o s i a d a s t o p n i e s w o b o d y. W naszych dalszych rozważaniach będziemy się również posługiwać następującym, równoważnym zapisem układu (2.4):

$$\begin{aligned} &x_1A_1+x_2A_2+\dots+x_nA_n=A_0\\ &x_1\geqslant 0,\ x_2\geqslant 0,\dots, x_n\geqslant 0, \end{aligned} \tag{2.5}$$

gdzie: A_j oznacza j-tą kolumnę macierzy A układu (2.4), zas A_0 wektor wyrazów wolnych F:

$$\begin{aligned} &A_j=(a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj})'\ (j=1,2,\dots,n),\\ &A_0=(f_1, f_2, \dots, f_m)'. \end{aligned} \tag{2.6}$$

Posługując się zapisem macierzowym, układ (2.4) można jeszcze zapisać w sposób następujący:

$$\begin{aligned} &AX=F\\ &X>0 . \end{aligned} \tag{2.7}$$

Wprowadźmy teraz kilka pojęć z zakresu teorii zbiorów wypukłych.

K o m b i n a c j ą l i n i o w ą punktów (wektorów) $Y^{(1)}, Y^{(2)}, \dots, Y^{(r)}$ nazywamy punkt (wektor):

$$V=\lambda_1 V^{(1)}+\lambda_2 V^{(2)}+\ldots+\lambda_r V^{(r)}, \qquad (2.8)$$

gdzie: λ_i $(i = 1,2,\ldots,r)$ są wielkościami skalarnymi.

Mówimy, że układ wektorów jest układem liniowo niezależnym wtedy i tylko wtedy, jeżeli znikanie kombinacji liniowej

$$\lambda_1 V^{(1)}+\lambda_2 V^{(2)}+\ldots+\lambda_r V^{(r)}=0 \qquad (2.9)$$

pociąga za sobą znikanie współczynników λ_i $(i = 1,2,\ldots, r)$.

Wypukłą kombinacją liniową punktów $V^{(1)}, V^{(2)},\ldots, V^{(r)}$ nazywamy punkt:

$$V=\lambda_1 V^{(1)}+\lambda_2 V^{(2)}+\ldots+\lambda_r V^{(r)}, \qquad (2.10)$$

gdzie λ_i są skalarami, spełniającymi warunki:

$$\sum_{i=1}^{r} \lambda_i=1\ ; \quad \lambda_i \geqslant 0 \quad (i=1,2,\ldots,r). \qquad (2.11)$$

Podzbiór G przestrzeni E_n jest zbiorem wypukłym wtedy i tylko wtedy, jeśli dla każdej pary punktów $V^{(1)}, V^{(2)} \in G$ każda wypukła kombinacja liniowa $V = \lambda V^{(1)} + (1-\lambda)V^{(2)}$ $(0 \leqslant \lambda \leqslant 1)$ tych punktów również należy do G.

Punktem wierzchołkowym zbioru wypukłego G nazywamy każdy taki punkt $W \in G$, który nie da się przedstawić w postaci wypukłej kombinacji liniowej dwóch różnych punktów zbioru G. Wypukłą powłoką $C(G)$ danego zbioru G nazywamy zbiór wszystkich wypukłych kombinacji liniowych punktów zbioru G. Jeżeli zbiór G złożony jest ze skończonej liczby punktów, to powłokę $C(G)$ nazywamy wielościanem wypukłym rozpiętym na punktach zbioru G.

Podamy teraz kilka twierdzeń, ustalających odpowiedniość pomiędzy elementami zbioru wypukłego a elementami zbioru rozwiązań (2.4). Niech $\mathfrak{X}$ będzie zbiorem rozwiązań tego układu.

Twierdzenie 1

Zbiór $\mathfrak{X}$ jest zbiorem wypukłym.

Dowód tego twierdzenia jest bardzo prosty. Jeżeli $X^{(1)}, X^{(2)} \in \mathfrak{X}$, tzn. jeśli $AX^{(1)} = F$, $AX^{(2)} = F$ i $X^{(1)}, X^{(2)} \geqslant 0$, oraz jeśli $X^{(0)} = \lambda X^{(1)} + (1-\lambda)X^{(2)}$, to $AX^{(0)} = \lambda AX^{(1)} + (1-\lambda)X^{(2)} = \lambda F + (1-\lambda)F = F$. Ponieważ $0 \leqslant \lambda \leqslant 1$, więc również $X^{(0)} \geqslant 0$. Zatem $X^{(0)}$ także należy do zbioru $\mathfrak{X}$ rozwiązań układu (2.4).

Następne dwa twierdzenia podamy bez dowodu.

Twierdzenie 2

Jeżeli układ wektorów $A_{\alpha_1}, A_{\alpha_2},\ldots, A_{\alpha_k}$ jest układem liniowo niezależnym, oraz jeśli istnieje taki układ liczb $x_{\alpha_1} \geqslant 0$, $x_{\alpha_2} \geqslant 0, \dots,$ $x_{\alpha_k} \geqslant 0$, że:

$$x_{\alpha_1} A_{\alpha_1} + x_{\alpha_2} A_{\alpha_2} + \dots + x_{\alpha_k} A_{\alpha_k} = A_0, \tag{2.12}$$

to punkt $X^{(0)}$ o współrzędnych:

$$\begin{aligned} x^{(0)}_{\alpha_i} &= x_{\alpha_i} \text{ dla } i = 1, 2, \dots, k, \\ x^{(0)}_j &= 0 \text{ dla } j \neq \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \end{aligned} \tag{2.13}$$

jest punktem wierzchołkowym zbioru wypukłego $\mathcal{X}$.

T w i e r d z e n i e 3

Jeżeli $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})'$ jest punktem wierzchołkowym zbioru $\mathcal{X}$, to wektory odpowiadające dodatnim $x_j^{(0)}$ tworzą układ liniowo niezależny.

Zakładając dodatkowo, że układ wektorów $A_1, A_2, \dots, A_n$ zawiera co najmniej jeden układ m liniowo niezależnych wektorów, można dowieść, że każdemu punktowi wierzchołkowemu zbioru $\mathcal{X}$ odpowiada m liniowo niezależnych wektorów, wybranych spośród $A_1, A_2, \dots, A_n$.

Z twierdzenia 3 wynika, że punkt wierzchołkowy zbioru $\mathcal{X}$ posiada co najwyżej m współrzędnych większych od zera.

Każde rozwiązanie posiadające nie więcej niż m współrzędnych większych od zera nazywamy r o z w i ą z a n i e m b a z o w y m, zaś liniowo niezależny układ m wektorów, odpowiadający temu rozwiązaniu, nazywamy b a z ą d o p u s z c z a l n ą
Z powyższych twierdzeń wynika, że współrzędne każdego punktu wierzchołkowego są współrzędnymi rozwiązania bazowego, a zatem każdemu punktowi wierzchołkowemu odpowiada pewna baza dopuszczalna, wybrana spośród wektorów $A_1, A_2, \dots, A_n$, i na odwrót, każdej bazie dopuszczalnej odpowiada pewien wierzchołek zbioru $\mathcal{X}$. Ponieważ liczba różnych baz dopuszczalnych jest ograniczona (nie większa od $\binom{n}{m}$), więc i liczba wierzchołków zbioru $\mathcal{X}$ jest skończona. Wynika stąd, że zbiór $\mathcal{X}$ jest wielościanem wypukłym, zaś rozwiązania bazowe układu (2.4) są jego wierzchołkami.

3. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU PROGRAMOWANIA LINIOWEGO

Niech $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ będzie macierzą jednowierszową o współczynnikach rzeczywistych. P r o b l e m p r o g r a m o w a n i a l i n i o w e g o w p o s t a c i k a n o n i c z n e j formułuje się w następujący sposób: znaleźć wektor $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$, minimalizujący (maksymalizujący) funkcję liniową

$$z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \tag{3.1}$$

na zbiorze $\mathcal{X}$ rozwiązań układu liniowego:

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ldots+a_{1n}x_n=f_1\\ &a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ldots+a_{2n}x_n=f_2\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\ldots+a_{mn}x_n=f_m,\\ &x_1\geqslant 0,\ x_2\geqslant 0,\ldots,\ x_n\geqslant 0. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Funkcję liniową (3.1) nazywamy f u n k c j ą c e l u.

Ponieważ $\max z = -\min(-z)$, wobec tego na ogół będziemy mówili o minimalizacji pamiętając, że każdy problem maksymalizacyjny można sprowadzić do problemu minimalizacyjnego.

Zadanie (3.1) i (3.2) zapisywać będziemy również często w postaci:

$$\begin{aligned} &x_1A_1+x_2A_2+\ldots+x_nA_n=A_0\\ &x_1\geqslant 0\ ,\ x_2\geqslant 0,\ldots,\ x_n\geqslant 0\\ &c_1x_1+c_2x_2+\ldots+c_nx_n\to(\min) \end{aligned} \tag{3.3}$$

albo też w postaci macierzowej:

$$\begin{aligned} &AX=F\ ;\ X\geqslant 0\\ &CX\to(\min). \end{aligned} \tag{3.4}$$

Wektor $X^{(0)}$, spełniający warunki (3.3), nazywamy r o z w i ą z a n i e m o p t y m a l n y m. Powyższy sposób postawienia zadania programowania liniowego wymaga znalezienia tylko jednego rozwiązania optymalnego. Zadanie to można jednak postawić nieco ogólniej. Niech $\mathcal{X} = \{X : AX = F,\ X \geqslant 0\}$. Znaleźć taki podzbiór $\mathcal{X}^{(0)}$ zbioru $\mathcal{X}$, że dla każdej pary rozwiązań $Y \in \mathcal{X}^{(0)}$ i $\hat{Y} \in \mathcal{X} - \mathcal{X}^{(0)}$:

$$CY=\min_{X\in\mathcal{X}} CX \quad \text{oraz} \quad C\hat{Y}\neq \min_{X\in\mathcal{X}} CX. \tag{3.5}$$

Zacytujemy teraz następujące twierdzenie:

T w i e r d z e n i e 4

Funkcja liniowa (3.1) osiąga swoje minimum w punkcie wierzchołkowym zbioru $\mathcal{X}$. Jeżeli funkcja ta przyjmuje minimalną wartość w więcej niż jednym punkcie wierzchołkowym, to przyjmuje ją także w dowolnym punkcie, będącym wypukłą kombinacją liniową tych punktów. Z cytowanych dotychczas twierdzeń wynika, że istnieje rozwiązanie optymalne będące rozwiązaniem bazowym. Zatem aby znaleźć rozwiązanie optymalne, wystarczy badać wartość funkcji w kolejnych wierzchołkach wielościanu $\mathcal{X}$. Jedną z metod pozwalającą badać pewien skończony ciąg wierzchołków wielościanu $\mathcal{X}$, taki że jego ostatni wyraz jest wierzchołkiem optymalnym, jest tzw. m e t o d a   s i m p l e x. Omówimy teraz podstawy teoretyczne tej metody.

4. PODSTAWY TEORETYCZNE METODY SIMPLEX

Będziemy mówili, że układ (3.2) jest u k ł a d e m   n i e z d e g e n e r o w a n y m, jeżeli dla każdej bazy dopuszczalnej $A_{\alpha_1}, A_{\alpha_2}, \ldots, A_{\alpha_m}$, z równości

$$x_{\alpha_1} A_{\alpha_1} + x_{\alpha_2} A_{\alpha_2} + \ldots + x_{\alpha_m} A_{\alpha_m} = A_0 ,$$

dla każdego $i = 1,2,\ldots, m$ wynika, że $x_{\alpha_i} > 0$. Problem programowania liniowego, którego układ liniowy jest układem niezdegenerowanym, nazwiemy p r o b l e m e m   n i e z d e g e n e r o w a n y m.

Niech $A_{\alpha_1}, A_{\alpha_2}, \ldots, A_{\alpha_m}$ będzie pewną bazą dopuszczalną, zaś $x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}, \ldots, x_{\alpha_m}$ - współrzędnymi odpowiedniego rozwiązania bazowego. Mamy zatem:

$$\begin{aligned} x_{\alpha_1} A_{\alpha_1} + x_{\alpha_2} A_{\alpha_2} + \ldots + x_{\alpha_m} A_{\alpha_m} &= A_0 , \\ x_{\alpha_1} c_{\alpha_1} + x_{\alpha_2} c_{\alpha_2} + \ldots + x_{\alpha_m} c_{\alpha_m} &= z_0 . \end{aligned} \tag{4.2}$$

Przypuśćmy dalej, że dla każdego $j = 1,2,\ldots, n$ mamy dany układ liczb $x_{\alpha_1 j}, x_{\alpha_2 j}, \ldots, x_{\alpha_m j}$, spełniający warunki:

$$x_{\alpha_1 j} A_{\alpha_1} + x_{\alpha_2 j} A_{\alpha_2} + \ldots + x_{\alpha_m j} A_{\alpha_m} = A_j \qquad (j=1,2,\ldots,n). \tag{4.3}$$

Niech z_j będzie wielkością określoną następującym wzorem:

$$x_{\alpha_1 j} c_{\alpha_1} + x_{\alpha_2 j} c_{\alpha_2} + \ldots + x_{\alpha_m j} c_{\alpha_m} = z_j \qquad (j=1,2,\ldots,n). \tag{4.4}$$

Załóżmy, że rozważamy problem polegający na minimalizacji funkcji (3.1) przy warunkach (3.3). Przy założeniu, że rozpatrywany problem jest problemem niezdegenerowanym, prawdziwe jest następujące twierdzenie.

T w i e r d z e n i e   5

Jeżeli dla pewnego ustalonego j spełniony jest warunek

$$z_j - c_j > 0 , \tag{4.5}$$

to można określić taki zbiór rozwiązań rozpatrywanego problemu, że dla dowolnego z tych rozwiązań odpowiadająca mu wartość funkcji celu $z < z_0$. Jeżeli zbiór wartości z jest z dołu ograniczony, to można zbudować nowe rozwiązanie bazowe z wartością funkcji celu mniejszą od z_0.

Jeżeli zbiór wartości z jest z dołu nieograniczony, to można znaleźć rozwiązanie zawierające dokładnie $m+1$ współrzędnych większych od zera i zależnych liniowo od pewnego parametru $\theta > 0$, przy czym jeśli $\theta \to +\infty$, odpowiadająca wartość funkcji celu $z(\theta) \to -\infty$.

Dowód: Mnożąc kolejno równości (4.3) i (4.4) przez pewien parametr $\theta > 0$, a następnie odejmując je odpowiednio od równości (4.2), otrzymujemy:

$$(x_{\alpha_1}-x_{\alpha_1 j}\theta)A_{\alpha_1}+(x_{\alpha_2}-x_{\alpha_2 j}\theta)A_{\alpha_2}+\ldots+(x_{\alpha_m}-x_{\alpha_m j}\theta)A_{\alpha_m}+\theta A_j=A_0,$$
$$(4.6)$$
$$(x_{\alpha_1}-x_{\alpha_1 j}\theta)c_{\alpha_1}+(x_{\alpha_2}-x_{\alpha_2 j}\theta)c_{\alpha_2}+\ldots+(x_{\alpha_m}-x_{\alpha_m j}\theta)c_{\alpha_m}+\theta c_j=z_0-\theta(z_j-c_j).$$

Do drugiej z równości (4.6) dodano po obu stronach θc_j. Jeżeli dla każdego $i=1,2,\ldots,m$, $x_{\alpha_i j} \leqslant 0$, to przyjmując $\theta > 0$, otrzymujemy $x'_{\alpha_i} = x_{\alpha_i} - x_{\alpha_i j}\theta > 0$. Zatem układ $m+1$ liczb x'_{α_1}, $x'_{\alpha_2}, \ldots, x'_{\alpha_m}$, $\theta = x_j$ spełnia układ równań, i jeżeli $\theta \to \infty$ to $z_0 - \theta(z_j - c_j) \to -\infty$. Jeżeli natomiast istnieje $x_{\alpha_i j} > 0$, to przyjmując

$$\theta_0 = \min_i \frac{x_{\alpha_i}}{x_{\alpha_i j}} \quad \text{dla} \quad x_{\alpha_i j} > 0, \tag{4.7}$$

zerujemy jedną ze współrzędnych x'_{α_i}, np. x'_{α_l}, w wyniku czego otrzymujemy nowe rozwiązania bazowe, w którym zniknęła współrzędna o numerze α_l, zaś współrzędna o numerze j przyjęła wartość dodatnią θ_0 ($\theta_0 > 0$, ponieważ problem jest niezdegenerowany). Wartość funkcji celu równa jest $z_0-\theta_0(z_j-c_j)<z_0$.

Bardzo ważne jest również twierdzenie 6, ustalające kryterium, które pozwoli stwierdzić, czy dane rozwiązanie bazowe jest rozwiązaniem optymalnym. Twierdzenie to podamy bez dowodu.

Twierdzenie 6

Jeżeli dla pewnego rozwiązania bazowego, dla każdego $j=1,2,\ldots,n$ prawdziwe są nierówności $z_j - c_j \leqslant 0$, to rozwiązanie to jest rozwiązaniem optymalnym.

Konstrukcja metody simplex jest już teraz jasna. Startując ze znanego rozwiązania podstawowego, będziemy przechodzić od wierzchołka do wierzchołka, przechodząc w kolejnym kroku do wierzchołka, dla którego $z_j - c_j > 0$. Jeżeli na którymś kroku zdarzy się, że $x_{\alpha_i j} \leqslant 0$, oznaczać to będzie, że funkcja liniowa jest nieograniczona na zbiorze rozwiązań układu liniowego. Jeżeli dla jakiegoś wierzchołka wszystkie $z_j - c_j \leqslant 0$, to znaczy, że współrzędne tego wierzchołka są współrzędnymi rozwiązania optymalnego. Wielkości $z_j - c_j$, służące do oceny wpływu danej zmiennej na optimum, nazywamy c e n a m i w z g l ę d n y m i. Założenie o niezdegenerowaniu problemu, istotne w dowodzie twierdzenia 5, a pozwalające uniknąć tzw. c y k l i, będziemy w dalszym ciągu pomijać, gdyż praktyczna możliwość pojawienia się cyklu w zadaniu jest bardzo rzadka.

5. PROBLEMY DWOISTE

P a r ą p r o b l e m ó w d w o i s t y c h nazywać będziemy parę problemów określonych następująco.

P r o b l e m p i e r w o t n y: znaleźć wektor $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$, minimalizujący funkcję liniową:

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

i spełniający warunki:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= f_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= f_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= f_m \\ x_1 \geqslant 0,\ x_2 \geqslant 0, \dots, x_n \geqslant 0 . \end{aligned}$$

P r o b l e m d w o i s t y: znaleźć wektor $W^{(0)} = (w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, \dots, w_m^{(0)})$, maksymalizujący funkcję liniową:

$$v = f_1w_1 + f_2w_2 + \dots + f_mw_m$$

i spełniający warunki:

$$\begin{aligned} a_{11}w_1 + a_{21}w_2 + \dots + a_{m1}w_m &\leqslant c_1 \\ a_{12}w_1 + a_{22}w_2 + \dots + a_{m2}w_m &\leqslant c_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{1n}w_1 + a_{2n}w_2 + \dots + a_{mn}w_m &\leqslant c_n . \end{aligned}$$

Współrzędne $w_i^{(0)}$ rozwiązania problemu dwoistego nazywamy c e n a m i d w o i s t y m i.

Z zadaniami dwoistymi związane jest następujące ważne twierdzenie.

T w i e r d z e n i e 7

Jeżeli jeden z problemów dwoistych posiada rozwiązanie optymalne, to i drugi posiada rozwiązanie, przy czym ekstremalne wartości obu funkcji liniowych są równe, tj. min z = = max v. Jeżeli funkcja celu jednego z problemów jest nieograniczona, to drugi problem nie posiada rozwiązań.

Twierdzenie to podajemy bez dowodu. Jeżeli $B = (A_{\alpha_1}, A_{\alpha_2}, \ldots, A_{\alpha_m})$ jest bazą dopuszczalną problemu pierwotnego, i współrzędne wektora $X = B^{-1}F$ są współrzędnymi rozwiązania optymalnego tego problemu, to

$$W^{(0)} = C^{(0)} B^{-1} \tag{5.1}$$

jest rozwiązaniem optymalnym zadania dwoistego, gdzie $C^{(0)}$ jest m-wymiarowym wektorem - wierszem złożonym ze współrzędnych c_j, odpowiadającym kolumnom bazy B.

Rozwiązania dwoiste grają bardzo ważną rolę w interpretacji modeli liniowych. Można je traktować jako miarę wpływu poszczególnych warunków liniowych (równań) na optymalną wartość funkcji celu. Jeżeli któryś z tych warunków był początkowo nierównością, i jeżeli nierówność ta pozostaje ostra przy podstawieniu w nią rozwiązania optymalnego, to odpowiadająca temu warunkowi cena dwoista będzie równa zeru. Jeżeli natomiast zamieni się w równość, to cena wtedy będzie różna od zera i będzie tym bardziej od zera różna, im większy będzie wpływ odpowiadającego temu warunkowi wyrazu wolnego na wielkość optymalną funkcji celu. Z tego też względu ceny dwoiste bardzo często nazywamy c e n a m i o b r a c h u n k o w y m i. Rozwiązanie dwoiste ma ścisły związek z cenami względnymi. Wystarczy zauważyć, że

$$z_j - c_j = C^{(0)} \overline{X}_j - c_j = C^{(0)} B^{-1} A_j - c_j = W^{(0)} A_j - c_j. \tag{5.2}$$

W przypadku, gdy A_j jest kolumną jednostkową z i-tą współrzędną równą jedności, oraz $c_j = 0$ (np. gdy A_j powstało na skutek wprowadzenia do układu zmiennej dopełniającej), to cena względna tej kolumny równa jest cenie dwoistej $w_i^{(0)}$.

6. PIERWSZE ROZWIĄZANIE BAZOWE

Załóżmy, że wyrazy wolne f_i $(i = 1,2,\ldots,m)$ układu (3.2) spełniają warunki:

$$f_i \geq 0 \quad (i = 1,2,\ldots,m). \tag{6.1}$$

Jeżeli któraś z f_i tego warunku nie spełnia, to mnożymy i-te równania przez -1. Wybierzmy teraz z macierzy A naszego układu wszystkie liniowo niezależne kolumny jednostkowe. Przypuśćmy, że wybrane kolumny tworzą bazę. Wtedy pierwsze rozwiązanie bazowe mamy dane, gdyż jeżeli w i-tym równaniu naszego układu znajduje się jedynka należąca do wybranej kolumny jednostkowej A_j, to $x_j = f_i$ jest współrzędną tego rozwiązania bazowego. Wyjaśnimy to na przykładzie:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 2, \\ -x_1 + 2x_3 + x_4 &= 1, \end{aligned}$$

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0.$$

$B = (A_2, A_4) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ jest bazą dopuszczalną , zaś $X = (0,2,0,1)$ - rozwiązaniem. Ponieważ B jest macierzą jednostkową, więc i współrzędne $x_{\alpha_i j}$ rozkładu dowolnej kolumny A_j w bazie B są dane. Są to po prostu współrzędne kolumny A_j.

Na przykład

$$A_1 = \binom{2}{-1} = x_{21}\binom{1}{0} + x_{41}\binom{0}{1} = 2\binom{1}{0} - 1\binom{0}{1}.$$

Możemy zatem obliczyć ceny względne $z_j - c_j$, i jeżeli tylko potrafimy rekurencyjnie obliczać dla każdego kolejnego wierzchołka współrzędne $x_{\alpha_i j}$, będziemy mogli kontynuować obliczenia w myśl twierdzeń 5 i 6. Przypuśćmy teraz, że nie mogliśmy skompletować bazy jednostkowej z kolumn macierzy A. W tym przypadku uzupełnimy ją tzw. kolumnami jednostkowymi sztucznymi, rozszerzając tym samym ilość zmiennych o pewną liczbę tzw. sztucznych zmiennych. Ponumerujmy je kolejno, poczynając od $n + 1: x_{n+1}, x_{n+2}, \ldots, x_{n+s}$. Teraz mamy wprawdzie również dopuszczalną bazę jednostkową, ale zawiera ona pewną liczbę kolumn sztucznych.

Przykład:

$$\begin{array}{rl|ll}
x_1 + x_2 - x_3 & & & = 2 \\
2x_2 + x_3 & + x_4 & & = 3 \\
x_2 - 2x_3 & & + x_5 & = 1
\end{array}$$

x_4, x_5 - sztuczne zmienne

Rozbijmy nasz problem na dwa zadania, różniące się jedynie funkcją celu. Będą to następujące funkcje:

$$\bar{z} = 0 \cdot x_1 + \ldots + 0 \cdot x_n + x_{n+1} + \ldots + x_{n+s}, \tag{6.2}$$

$$z = c_1 x_1 + \ldots + c_n x_n + 0 \cdot x_{n+1} + \ldots + 0 \cdot x_{n+s},$$

przy czym obie podlegają minimalizacji. Jeżeli najpierw zminimalizujemy pierwszą z funkcji (6.2), a minimum to jest zerem, jeśli układ nie jest sprzeczny, to tym samym uniezależnimy się od zmiennych sztucznych i otrzymamy pierwsze rozwiązanie bazowe naszego problemu wyjściowego. Opisana powyżej metoda jest jedną z najbardziej popularnych metod poszukiwania pierwszego rozwiązania bazowego.

Przypuśćmy teraz, że z kolumn macierzy A nie możemy skompletować bazy jednostkowej, natomiast macierz ta posiada pewną liczbę liniowo niezależnych, ujemnych kolumn jednostkowych. Tak jest np. w przypadku, gdy wychodzimy z układu nierówności:

$$
\begin{aligned}
&a_{11}x_1+\ldots+a_{1,n-m}x_{n-m}\geq f_1\geq 0\,,\\
&a_{21}x_1+\ldots+a_{2,n-m}x_{n-m}\geq f_2\geq 0\,,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&a_{m1}x_1+\ldots+a_{m,n-m}x_{n-m}\geq f_m\geq 0
\end{aligned}
\tag{6.3}
$$

i sprowadzamy go do układu równań:

$$
\begin{aligned}
&a_{11}x_1+\ldots+a_{1,n-m}x_{n-m}-x_{n-m+1} &&=f_1,\\
&a_{21}x_1+\ldots+a_{2,n-m}x_{n-m} \quad -x_{n-m+2} &&=f_2,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&a_{m1}x_1+\ldots+a_{m,n-m}x_{n-m}+\ldots \quad -x_n &&=f_m\,.
\end{aligned}
\tag{6.4}
$$

Wybieramy wówczas max $f_i = f_t$, a następnie od t-tego równania odejmujemy pozostałe. Otrzymujemy wówczas następujący, równoważny układ:

$$
\begin{aligned}
&(a_{t1}-a_{11})x_1+\ldots+(a_{t,n-m}-a_{1,n-m})x_{n-m}+x_{n-m+1}+ \quad -x_{n-m+t} &&=f_t-f_1\\
&(a_{t1}-a_{21})x_1+\ldots+(a_{t,n-m}-a_{2,n-m})x_{n-m} \quad +x_{n-m+2} \quad -x_{n-m+t} &&=f_t-f_2\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&(a_{t1}-a_{m1})x_1+\ldots+(a_{t,n-m}-a_{m,n-m})x_{n-m} \quad -x_{n-m+t} \quad +x_n &&=f_t-f_m\,.
\end{aligned}
\tag{6.5}
$$

W układzie (6.5) mamy już $m-1$ kolumn jednostkowych i wystarcza dołączenie jednej sztucznej zmiennej, żeby otrzymać pierwszą bazę dopuszczalną. Sposób ten można stosować również wtedy, gdy macierz zawiera mniej niż m ujemnych kolumn jednostkowych. Powyższy zabieg zwiększa nam znacznie liczbę współczynników niezerowych macierzy, jeśli t-te równanie posiada ich dużo. Aby tego uniknąć, wystarczy do układu (6.4) dołączyć fikcyjne równanie $x_{n+1} = f_t$ i od niego odejmować pozostałe równania.

7. ALGORYTM PROSTY

Niech $B = (I_{\alpha_1}, I_{\alpha_2}, \ldots, I_{\alpha_m})$ będzie macierzą jednostkową, złożoną z kolumn macierzy A oraz kolumn sztucznych. $\bar{N} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m)$ niech bedzie tzw. wektorem numerów bazy, N – zbiorem złożonym ze współrzędnych wektora $\bar{N}$, S – zbiorem złożonym ze wskaźników kolumn sztucznych, zaś T – zbiorem złożonym ze wskaźników tych kolumn macierzy A, które należą do bazy. Jeżeli $f_i \geq 0$ dla $i = 1,2,\ldots,m$, to $x_{\alpha_i} = f_i$ oraz $x_j = 0$ dla $j \notin N$ są współrzędnymi pierwszego rozwiązania bazowego.

Określimy teraz macierz $U = (u_{ij})$ ($i = 1,2,\ldots, m+2$, $j = 0,1,2,\ldots, n+s$), której elementami początkowo będą następujące wielkości:

$$u_{i0} = x_{\alpha_i} = f_i \qquad (i=1,2,\ldots,m),$$

$$u_{m+1,0} = z = \sum_{i=1}^{m} c_{\alpha_i} x_{\alpha_i} = \sum_{j\in T} c_j x_j = \sum_{\alpha_i \in T} c_{\alpha_i} f_i,$$

$$u_{m+2,0} = \bar{z} = \sum_{i=1}^{m} \bar{c}_{\alpha_i} x_{\alpha_i} = \sum_{j\in S} x_j = \sum_{\alpha_i \in S} f_i, \tag{7.1}$$

$$u_{ij} = x_{\alpha_i j} = a_{ij} \qquad (i=1,2,\ldots,m, \quad j=1,2,\ldots,n+s),$$

$$u_{m+1,j} = z_j - c_j = \sum_{i=1}^{m} c_{\alpha_i} x_{\alpha_i j} - c_j = \sum_{r\in T} c_r x_{rj} - c_j = \sum_{\alpha_i \in T} c_{\alpha_i} a_{ij} - c_j,$$

$$u_{m+2,j} = \bar{z}_j - \bar{c}_j = \sum_{i=1}^{m} \bar{c}_{\alpha_i} x_{\alpha_i j} - \bar{c}_j = \sum_{r\in S} x_{rj} - \bar{c}_j = \sum_{\alpha_i \in S} a_{ij} - \bar{c}_j$$

$$(j=1,2,\ldots,n+s).$$

Niech teraz $B = (A_{\alpha_1}, A_{\alpha_2}, \ldots, A_{\alpha_m})$ stanowi bazę dopuszczalną. Przypuśćmy, że znamy wszystkie rozkłady kolumn A_j w tej bazie. Mamy zatem:

$$x_{\alpha_1 j} A_{\alpha_1} + \ldots + x_{\alpha_m j} A_{\alpha_m} = A_j \quad (j=1,2,\ldots,n+s).$$

$$x_{\alpha_1 k} A_{\alpha_1} + \ldots + x_{\alpha_m k} A_{\alpha_m} = A_k, \tag{7.2}$$

przy czym $z_k - c_k$ ($\bar{z}_k - \bar{c}_k$) jest większe od zera.

Mnożąc drugą z równości (7.2) przez θ_j i odejmując od pierwszej, otrzymujemy:

$$(x_{\alpha_1 j} - \theta_j x_{\alpha_1 k}) A_{\alpha_1} + \ldots + (x_{\alpha_m j} - \theta_j x_{\alpha_m k}) A_{\alpha_m} + \theta_j A_k = A_j. \tag{7.3}$$

Jeżeli w formule (4.7) dla $j = k$ minimum zostało przyjęte dla $\frac{x_{\alpha_l}}{x_{\alpha_l k}}$, to oznacza, że do bazy w miejsce kolumny A_{α_l} wchodzi kolumna A_k. Zatem współrzędne x'_{α_l} we wszystkich rozkładach kolumn A_j w formule (7.3) muszą przyjąć wartość zero. Mamy więc

$$x'_{\alpha_l j} = x_{\alpha_l j} - \theta_j x_{\alpha_l k} = 0 \qquad (j=1,2,\ldots,n+s), \tag{7.4}$$

a stąd

$$\theta_j = \frac{x_{\alpha_l j}}{x_{\alpha_l k}} \qquad (j=1,2,\ldots,n+s). \tag{7.5}$$

Współrzędne rozkładu w nowej bazie będą teraz następujące:

$$x'_{kj}=\frac{x_{\alpha_l j}}{x_{\alpha_l k}} \quad (j=1,2,\ldots,n+s),$$
$$x'_{\alpha_i j}=x_{\alpha_i j}-\frac{x_{\alpha_l j}}{x_{\alpha_l k}}\cdot x_{\alpha_i k} \quad (i=1,2,\ldots,m,\ i\neq l). \tag{7.6}$$

Dołączając do tego formuły na nowe rozwiązanie bazowe ze związku (4.6):

$$x'_k=\frac{x_{\alpha_l}}{x_{\alpha_l k}},$$
$$x'_{\alpha_i}=x_{\alpha_i}-\frac{x_{\alpha_l}}{x_{\alpha_l k}}x_{\alpha_i k} \quad (i=1,2,\ldots,m,\ i\neq l), \tag{7.6 a}$$

otrzymujemy jednorodne formuły zarówno na otrzymywanie kolejnych rozwiązań podstawowych, jak i kolejnych rozkładów.

Pokażemy, że i zmieniające się wielkości z', $\bar{z}'$, $z'_j - c_j$ oraz $\bar{z}'_j - \bar{c}_j$ podlegają tym samym formułom:

$$z'=\sum c_{\alpha_i}x'_{\alpha_i}+c_k x'_k=\sum_{i=1}^{m} c_{\alpha_i}\left(x_{\alpha_i}-\frac{x_{\alpha_l}}{x_{\alpha_l k}}x_{\alpha_i k}\right)+$$
$$-c_{\alpha_l}\left(x_{\alpha_l}-\frac{x_{\alpha_l}}{x_{\alpha_l k}}x_{\alpha_l k}\right)+c_k\frac{x_{\alpha_l}}{x_{\alpha_l k}}=$$
$$=z-\frac{x_{\alpha_l}}{x_{\alpha_l k}}z_k+\frac{x_{\alpha_l}}{x_{\alpha_l k}}c_k=z-\frac{x_{\alpha_l}}{x_{\alpha_l k}}(z_k-c_k).$$

Analogicznie można dowieść, że

$$z'_j-c_j=z_j-c_j-\frac{x_{\alpha_l j}}{x_{\alpha_l k}}(z_k-c_k).$$

Podobne wzory można uzyskać dla $\bar{z}'$ oraz $\bar{z}'_j - \bar{c}_j$.

Mając gotowe formuły, możemy teraz przystąpić do zapisu kolejnych kroków algorytmu prostego. Niech U_i oznacza i-ty wiersz macierzy U. Obliczenia przebiegać będą w dwóch etapach.

Etap I

1. Jeśli wśród numerów bazy nie ma numerów kolumn sztucznych, przejdź do etapu II – w przeciwnym wypadku do następnego punktu.

2. Oblicz: $u_{m+2,k} = \max u_{m+2,j}$ $(j = 1,2,\dots,n)$.

3. Jeżeli $u_{m+2,k} \leqslant$ i $u_{m+2,} \neq 0$ to układ jest sprzeczny. Jeśli nie, przejdź do punktu 4.

4. Oblicz: $\theta_l = \min\limits_i \dfrac{u_{i0}}{u_{ik}} = \dfrac{u_{l0}}{u_{lk}}$ dla $u_{ik} > 0$ oraz $i = 1,2,\dots,m$.

5. Wykonaj przekształcenie:

$$\alpha'_l := k$$

$$U'_l := \frac{1}{u_{lk}} U_l$$

$$U'_i := U_i - u_{ik} U'_l \quad (i = 1,2,\dots,m+2,\ i \neq l).$$

6. Powtórz etap I od punktu 1.

Etap II

1. Oblicz $u_{m+1,k} = \max\limits_j u_{m+1,j}$ $(j = 1,2,\dots,n)$.

2. Jeśli $u_{m+1,k} \leqslant 0$, to aktualne rozwiązanie jest rozwiązaniem optymalnym. Jeśli nie, przejdź do punktu 3.

3. Jeżeli dla każdego $i = 1,2,\dots,m$ $u_{ik} \leqslant 0$, to funkcja celu jest nieograniczona. W przeciwnym przypadku przejdź do punktu 4.

4. Oblicz $\theta_0 = \min\limits_i \frac{u_{i0}}{u_{ik}} = \frac{u_{l0}}{u_{lk}}$ dla $i = 1,2,\dots,m$ oraz $u_{ik} > 0$.

5. Wykonaj przekształcenia jak w punkcie 5 etapu I.

6. Powtórz etap II od punktu 1.

Każde rozwiązanie podstawowe, a tym samym i optymalne, dane jest w sposób następujący:

$$x_{\alpha_i} = u_{i0},$$

$$x_j = 0 \qquad \text{dla } j \notin N, \tag{7.7}$$

$$z = u_{m+1,0},$$

gdzie α_i są aktualnymi numerami bazy dopuszczalnej. Ponieważ powyższy proces rachunkowy jest po prostu eliminacją Gaussa, zatem na miejscach kolumn jednostkowych, wchodzących do bazy początkowej, ukształtuje się macierz odwrotna do bazy optymalnej. Na mocy wzoru (5.1) możemy więc określić rozwiązanie problemu dwoistego. Jeżeli nie zależy nam na uzyskaniu rozwiązania dwoistego, to do początkowej macierzy U nie musimy wprowadzać kolumn sztucznych, które w procesie rachunkowym podlegają jedynie eliminacji z bazy, a zatem znajomość ich rozkładów w bazie nie jest konieczna. Początkowa macierz U będzie miała wtedy wymiary $(m+2) \times n$.

8. ALGORYTM Z BAZĄ ODWROTNĄ

Niech teraz B^{-1} będzie macierzą odwrotną do aktualnej bazy dopuszczalnej. Wektory rozkładów $\bar{X}_j = (x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}, \dots, x_{\alpha_m})$ kolumn A_j w bazie $B = (A_{\alpha_1}, A_{\alpha_2}, \dots, A_{\alpha_m})$ dane są wtedy wzorami:

$$\bar{X}_j = B^{-1} A_j . \tag{8.1}$$

Zatem nie musimy przekształcać całej macierzy U po to tylko, aby mieć każdorazowo rozkład dowolnej kolumny. Wystarczy jedynie przekształcać macierz odwrotną do bazy.

Niech macierz $\bar{A}$ określona będzie tak, jak macierz początkowa U (7.1) z tym, że nie będzie zawierać kolumny o numerze zero i kolumn sztucznych, zaś $m+1$ i $m+2$ wiersz będą miały znaki przeciwne. Ponadto, niech U będzie macierzą jednostkową $m+2$-go stopnia, $V = (v_1, v_2, \dots, v_{m+2})$ - wektorem rozwiązań, określonym jak poprzednio: kolumna zerowa macierzy U z tym, że $v_{m+1} = -u_{m+1,0}$ oraz $v_{m+2} = -u_{m+2,0}$, zaś $\bar{N}$ - jak poprzednio - wektorem numerów bazy.

Oznaczmy i-ty wiersz macierzy U przez U_i i przeprowadźmy obliczenia według następującego schematu.

Etap I

1. Jeśli N nie zawiera numerów kolumn sztucznych, to przejdź do etapu II. Jeśli zawiera, to punkt 2.
2. Oblicz $\gamma_j = U_{m+2} \bar{A}_j \quad (j = 1, 2, \dots, n, \ j \notin N)$.
3. Oblicz $\gamma_k = \min\limits_j \gamma_j$.
4. Jeśli $\gamma_k \geqslant 0$ i $v_{m+2} \neq 0$ to układ jest sprzeczny. Jeśli nie, przejdź do punktu 5.
5. Oblicz $v_{ik} = U_i A_k$ dla $i = 1, 2, \dots, m+2$.
6. Oblicz $\theta_0 = \min\limits_i \frac{v_i}{v_{ik}} = \frac{v_l}{v_{lk}}$ dla $i = 1, 2, \dots, m$ oraz $v_{ik} > 0$.
7. Wykonaj przekształcenia:

$$\alpha'_l := k ,$$

$$U'_l := \frac{1}{v_{lk}} U_l ,$$

$$U'_i := U_i - v_{ik} U'_l \qquad (i = 1, 2, \dots, m+2, i \neq l),$$

$$V'_l := \frac{v_l}{v_{lk}} ,$$

$$v'_i := v_i - v_{ik} v'_l \qquad (i = 1, 2, \dots, m+2, i \neq l) .$$

8. Powtórz etap I od punktu 1.

Etap II

1. Oblicz $\delta_j = U_{m+1} \bar{A}_j \qquad (j = 1, 2, \dots, n; \ j \notin N)$.

2. Oblicz $\delta_k = \min \delta_j$.

3. Jeśli $\delta_k \geq 0$, to aktualne rozwiązanie jest rozwiązaniem optymalnym. Jeżeli nie, przejdź do punktu 4.

4. Oblicz $v_{ik} = u_i\bar{A}_k$ dla $i = 1,2,\dots,m+2$.

5. Jeśli dla każdego $i = 1,2,\dots,m$, $v_{ik} \leq 0$, to funkcja celu jest nieograniczona. W przeciwnym wypadku przejdź do punktu 6.

6. Oblicz $\theta_0 = \min \frac{v_i}{v_{ik}}$ dla $i = 1,2,\dots,m$ oraz $v_{ik} > 0$.

7. Wykonaj przekształcenia jak w punkcie 7 etapu I.

8. Powtórz etap II od punktu 1.

Rozwiązania optymalne i optymalna wartość funkcji celu dane są w sposób następujący:

$$x_{\alpha_i} = v_i \quad \text{dla} \quad i = 1,2,\dots,m,$$

$$x_j = 0 \quad \text{dla} \quad j \notin N,$$

$$z = -v_{m+1}.$$

Sprawdźmy teraz, czy proponowane postępowanie jest poprawne. Na początku musimy wyjaśnić, że $\min \gamma_j$ ($\min \delta_j$) występujące w powyższym postępowaniu zamiast odpowiedniego $\max \gamma_i$ ($\max \delta_j$) w powyższym postępowaniu wynika stąd, że początkowe wartości $z_j - c_j$ ($\bar{z}_j - c_j$), znajdujące się w $m+1$ i $m+2$ wierszu macierzy $\bar{A}$, wzięte były ze znakiem przeciwnym. W celu sprawdzenia poprawności przekształcania macierzy odwrotnej U wystarczy pomnożyć przekształcone wiersze tej macierzy przez dowolną kolumnę $\bar{A}_j$:

$$\frac{1}{v_{lk}} u_l \bar{A}_j = \frac{x_{\alpha_l j}}{x_{\alpha_l k}} = x'_{kj},$$

$$\left(u_i - v_{ik} \cdot \frac{1}{v_{lk}} u_l\right) \bar{A}_j = x_{\alpha_i j} - \frac{x_{\alpha_l j}}{x_{\alpha_l k}} x_{\alpha_i k} = x'_{\alpha_i j}.$$

Analogicznie, jeżeli założymy, że $z_j - c_j = u_{m+1}\bar{A}_j$, to w następnym kroku otrzymamy:

$$\left(u_{m+1} - v_{m+1,k} \frac{1}{v_{lk}} u_l\right)\bar{A}_j = u_{m+1}\bar{A}_j - \frac{v_{lj}}{v_{lk}} u_{m+1}\bar{A}_k =$$

$$= z_j - c_j - \frac{x_{\alpha_l j}}{x_{\alpha_l k}}(z_k - c_k) = z'_j - c_j.$$

Podobne sprawdzenie można przeprowadzić dla $\bar{z}_j - c_j$. Widzimy więc, że formuły algorytmu z bazą odwrotną prowadzą w prosty sposób do formuł algorytmu prostego.

W przypadku, gdy startujemy z pełnej bazy sztucznej, a właściwie z bazy jednostkowej, której odpowiadają współczynniki funkcji celu równe zeru, to pierwsze m współrzędnych m+1-go wiersza macierzy U są, z przeciwnym znakiem, równe współrzędnym rozwiązania dwoistego. Wynika to stąd, że jeśli dla każdego $j = 1,2,\ldots,n$

$$\delta_j = u_{m+1}\bar{A}_j \geqslant 0,$$

to:

$$u_{m+1}\bar{A}_j = u_{m+1,1}a_{1j} + u_{m+1,2}a_{2j} + \ldots + u_{m+1,m}a_{mj} + c_j \geqslant 0,$$

a więc układ liczb: $-u_{m+1,1}, -u_{m+1,2},\ldots,-u_{m+1,m}$ spełnia zadanie dwoiste.

9. ALGORYTM MULTYPLIKATYWNY

Jeżeli

$$U = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{m+2} \end{pmatrix}$$

jest macierzą określoną jak w opisie algorytmu z bazą odwrotną i odpowiadającą pewnemu rozwiązaniu podstawowemu, zaś $\bar{U}$ - macierzą otrzymaną w wyniku jednego kroku tego algorytmu, tzn.

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} u_1 - \frac{v_{1k}}{v_{lk}} u_l \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{1}{v_{lk}} u_l \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ u_{m+2} - \frac{v_{m+2,k}}{v_{lk}} u_l \end{pmatrix}, \qquad (9.1)$$

to łatwo zauważyć, że

$$\bar{U}=E^{(l)}U=\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & -\frac{v_{1k}}{v_{lk}} & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & -\frac{v_{2k}}{v_{lk}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{v_{lk}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -\frac{v_{m+2,k}}{v_{lk}} & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_l \\ \dots \\ u_{m+2} \end{pmatrix} \tag{9.2}$$

Macierz $E^{(l)}$ nazywamy m a c i e r z ą e l e m e n t a r n ą. Ponieważ pierwsza macierz U jest macierzą jednostkową, zatem w wyniku p-tego kroku macierz U będzie iloczynem p macierzy elementarnych:

$$U^{(p)}=E^{(l_p)}E^{(l_{p-1})}\dots E^{(l_1)}\,. \tag{9.3}$$

Wykorzystując skrótowy zapis macierz $E^{(l_i)}$ można zapisać w następujący umowny sposób:

$$E^{(l_i)}=(l_i;\, y_{1l_i}, \dots, y_{l_il_i}, \dots, y_{ml_i}), \tag{9.4}$$

gdzie:

$$y_{il}=-\frac{v_{ik}}{v_{lk}} \quad (i=1,2,\dots,m;\ i\neq l),$$
$$y_{ll}=\frac{1}{v_{lk}}\,. \tag{9.5}$$

Powyższy sposób rozkładu macierzy U na iloczyn macierzy elementarnych sugeruje pewien nowy algorytm, oparty na algorytmie z bazą odwrotną, w którym nie musimy każdorazowo przekształcać macierzy U, a jedynie pamiętać kolejne macierze elementarne. Aby ten fakt wykorzystać, musimy jednak znać sposób obliczania współczynników $\delta_j(\gamma_j)$ oraz współrzędnych rozkładu dowolnej kolumny w bazie.

Zauważmy, że

$$\gamma_j=u_{m+2}\bar{A}_j=Q_{m+2}U\bar{A}_j=Q_{m+2}E^{(l_p)}E^{(l_{p-1})}\dots E^{(l_1)}\bar{A}_j=$$
$$=\left\{\left[\left(Q_{m+2}E^{(l_p)}\right)E^{(l_{p-1})}\right]\dots E^{(l_1)}\right\}\bar{A}_j\,, \tag{9.6}$$

gdzie $Q_{m+2}=(0,0,\dots,0,1)$ jest $m+2$-wymiarowym wektorem - wierszem.

Podobną formułę otrzymamy na obliczanie wielkości δ_j.

Jeżeli przez $H^{(i)}$ oznaczymy wektor - wiersz określony wzorem:

$$H^{(i)}=\left(h_1^{(i)},h_2^{(i)},\ldots,h_{m+2}^{(i)}\right)=Q_{m+2}E^{(l_p)}E^{(l_{p-1})}\ldots E^{(l_{p+1-i})}, \tag{9.7}$$

to współrzędne wektora $H^{(i+1)}$ można obliczyć według następujących formuł:

$$h_r^{(i+1)}=h_r^{(i)} \text{ dla } r\neq l_{p-i},$$

$$h_{l_{p-i}}^{(i+1)}=\sum_{r=1}^{m+2} h_r^{(i)}y_{rl_{p-i}}. \tag{9.8}$$

Obliczanie wektora $\bar{X}_k = V_k$ sprowadzać można do równie prostych wzorów:

$$V_k=\left\{E^{(l_p)}\left[E^{(l_{p-1})}\ldots\left(E^{(l_1)}\bar{A}_k\right)\right]\right\}. \tag{9.9}$$

Przyjmując

$$D^{(i)}=\left(d_1^{(i)},d_2^{(i)},\ldots,d_{m+2}^{(i)}\right)'=E^{(l_i)}E^{(l_{i-1})}\ldots E^{(l_1)}\bar{A}_k, \tag{9.10}$$

łatwo można obliczyć współrzędne wektora $D^{(i+1)}$. Współrzędne te wyrażają się następująco:

$$d_r^{(i+1)}=d_r^{(i)}+y_{rl_{i+1}}d_{l_{i+1}}^{(i)} \text{ dla } r\neq l_{i+1},$$

$$d_{l_{i+1}}^{(i+1)}=y_{l_{i+1}l_{i+1}}d_{l_{i+1}}^{(i)}. \tag{9.11}$$

Mając sformułowane powyższe wzory, możemy teraz przystąpić do opisu samego algorytmu.

Etap I

1. Jeśli do N należą jeszcze wskaźniki kolumn sztucznych, przejdź do punktu drugiego. Jeżeli nie, to przejdź do etapu II.
2. Oblicz U_{m+2} według formuł (9.6)-(9.8).
3. Oblicz $\gamma_j = U_{m+2}\bar{A}_j$ dla $j = 1,2,\ldots,n$ oraz $j\notin N$.
4. Oblicz $\gamma_k = \min\limits_j \gamma_j$.
5. Jeśli $\gamma_k\geqslant 0$ i $v_{m+2}\neq 0$ to układ jest sprzeczny. Jeżeli nie, to przejdź do punktu 6.
6. Oblicz V_k według formuł (9.9)-(9.11).
7. Oblicz $\theta_0 = \min\limits_i \frac{v_i}{v_{ik}} = \frac{v_l}{v_{lk}}$ dla $i = 1,2,\ldots,m$ oraz $v_{ik} > 0$.
8. Oblicz $E^{(l)} = \left(l;\ -\frac{v_{1k}}{v_{lk}},\ldots,\frac{1}{v_{lk}},\ldots,-\frac{v_{m+2,k}}{v_{lk}}\right)$.

9. Wykonaj przekształcenie:

$$\alpha'_l := k$$

$$v'_l := \frac{v_l}{v_{lk}}$$

$$v'_i := v_i - v_{ik} v'_l \quad \text{dla } i \neq l \ .$$

10. Przejdź do punktu 1 etapu I.

Etap II

1. Oblicz u_{m+1} według formuł (9.6)-(9.8), przyjmując zamiast wektora Q_{m+2} wektor Q_{m+1} = (0,0,...,0,1,0), posiadający $m+2$ współrzędne.
2. Oblicz $\delta_j = u_{m+1}\bar{A}_j$ dla $j = 1,2,...,n$ oraz $j \notin N$.
3. Oblicz $\delta_k = \min\limits_j \delta_j$.
4. Jeżeli $\delta_k \geqslant 0$, to aktualne rozwiązanie jest rozwiązaniem optymalnym. Jeżeli nie, to przejdź do punktu 5.
5. Oblicz V_k według formuł (9.9)-(9-11).
6. Jeżeli $v_{ik} \leqslant 0$ dla $i = 1,2,...,m$, to funkcja liniowa jest nieograniczona. W przeciwnym przypadku przejdź do punktu 7.
7. Wykonaj punkty 7,8,9 jak analogiczne punkty etapu I.
8. Przejdź do punktu 1 etapu II.

Współrzędne rozwiązania optymalnego określone są tak samo jak w algorytmie z bazą odwrotną.

Analogicznym prawidłom podlega również uzyskanie rozwiązania dwoistego, dla otrzymania którego musimy obliczyć wiersz u_{m+1} odwrotnej bazy optymalnej.

10. ALGORYTM DWOISTY

Załóżmy, że mamy daną parę problemów dwoistych programowania liniowego. Niech $B = (A_{\alpha_1}, A_{\alpha_2}, ..., A_{\alpha_m})$ będzie bazą dopuszczalną dla problemu dwoistego, tzn. że jeśli $W = C^{(0)}B^{-1}$, to

$$WA_j \leqslant c_j \qquad (j=1,2,...,n). \tag{10.1}$$

Jeżeli $\bar{X} = B^{-1}F \geqslant 0$, to ze względu na (10.1), który to warunek równoważny jest warunkowi $z_j - c_j \leqslant 0$, współrzędne wektora $\bar{X}$ są współrzędnymi niezerowymi rozwiązania optymalnego problemu pierwotnego. Oznaczmy przez B_i i-ty wiersz macierzy B^{-1} i załóżmy, że baza B nie jest dopuszczalna dla problemu pierwotnego. Istnieją zatem współrzędne wektora $\bar{X}$, które są ujemne.

Niech

$$\bar{x}_l = B_l F = \min_i B_i F \qquad \text{dla } i=1,2,...,m \tag{10.2}$$

oraz $B_l F < 0$.

Dalej postępować będziemy następująco. W każdym kroku zmieniać będziemy rozwiązanie dwoiste tak, aby uzyskać wzrost dwoistej funkcji celu.

Z chwilą, gdy któraś z kolejnych baz stanie się dopuszczalną dla problemu dwoistego, tzn. gdy odpowiadające jej współrzędne wektora $B^{-1}F$ będą nieujemne, to tym samym ze względu na (10.1) będą one współrzędnymi rozwiązania optymalnego problemu pierwotnego. Będziemy zatem operować macierzami problemu pierwotnego, posługując się przy tym kryteriami problemu dwoistego.

Niech

$$B_l A_{\alpha_i} = \delta_{li} \qquad (i=1,2,\dots,m).$$

Określimy teraz wektor $\bar{W}$:

$$\bar{W} = W - \theta B_l \,. \tag{10.3}$$

Pokażemy, że $\bar{W}F \geqslant WF$, jeżeli tylko $\theta \geqslant 0$

$$\bar{V} = \bar{W}F = WF - \theta B_l F = V - \theta \bar{X}_l \geqslant V. \tag{10.4}$$

Gdyby zatem można było dobrać takie θ, ażeby $\bar{W}$ było również rozwiązaniem problemu dwoistego, to otrzymalibyśmy rozwiązanie, dla którego wartość funkcji kryterium jest na ogół większa od poprzedniej (jeśli $\theta > 0$, to byłaby ściśle większa). Spróbujemy znaleźć takie θ. Dla wszystkich A_j należących do bazy B mamy:

$$\bar{W}A_{\alpha_i} = WA_{\alpha_i} - \theta B_l A_{\alpha_i} = C_{\alpha_i} - \theta \delta_{li} \,. \tag{10.5}$$

Stąd

$$\bar{W}A_{\alpha_i} = C_{\alpha_i} \quad \text{dla } l \neq i \tag{10.6}$$

oraz

$$\bar{W}A_{\alpha_l} = C_{\alpha_l} - \theta \leqslant C_{\alpha_l} \quad \text{dla } \theta \geqslant 0 \,. \tag{10.7}$$

Biorąc pod uwagę równość (10.7), łatwo można wywnioskować, że warunek (10.2) stanowi kryterium ustalające numer kolumny, którą należy usunąć z bazy.

Z kolei dla wszystkich A_j nie należących do bazy mamy:

$$\bar{W}A_j = WA_j - \theta B_l A_j \,. \tag{10.8}$$

Jeżeli dla każdego $j \notin N$ $B_l A_j \geqslant 0$, to na podstawie (10.8) dla każdego $\theta \geqslant 0$ oraz $j = 1,2,\dots,n$ $\bar{W}A_j \leqslant C_j$. Ale przy wzroście θ do $+\infty$ funkcja $\bar{V} = V - \theta \bar{X}_l$ również dąży do nieskończoności. Zatem w tym przypadku funkcja celu problemu dwoistego jest nieograniczona i tym samym problem pierwotny nie ma rozwiązań.

Załóżmy teraz, że istnieją $B_l A_j < 0$ dla $j \notin N$. Zauważmy, że $B_l A_j = X_{\alpha_l j}$. Dla każdego $X_{\alpha_l j} < 0$ chcemy mieć spełniony warunek:

$$WA_j - c_j \leqslant \theta x_{\alpha_l j}. \qquad (10.9)$$

Jeżeli weźmiemy pod uwagę, że $WA_j - c_j = z_j - c_j$, to θ spełniać musi warunek:

$$0 \leqslant \theta \leqslant \frac{z_j - c_j}{x_{\alpha_l j}} \qquad (10.10)$$

Wybieramy θ maksymalne spośród możliwych i w ten sposób otrzymujemy kryterium na wprowadzenie nowej kolumny do bazy:

$$\theta = \min_{x_{\alpha_l j} < 0} \frac{z_j - c_j}{x_{\alpha_l j}} = \frac{z_k - c_k}{x_{\alpha_l k}} \geqslant 0. \qquad (10.11)$$

W ten sposób postępowanie zostało określone. Opiszemy go teraz krótko. Niech B będzie bazą początkową, zaś U jej macierzą odwrotną, U_i - jej wierszem, zaś N - wektorem numerów bazy. Ponadto niech będzie dane rozwiązanie dwoiste W oraz pierwotne, niedopuszczalne $\bar{X}$.

1. Jeżeli $\bar{X}_i \geqslant 0$ dla $i = 1,2,\dots,m$, to aktualne rozwiązanie jest rozwiązaniem optymalnym. Jeżeli nie,to przejdź do punktu 2.
2. Oblicz $\bar{X}_l = \min \bar{X}_i$ $(i = 1,2,\dots,m, \quad \bar{X}_i < 0)$.
3. Oblicz $\bar{X}_{lj} = {}^lB_l A_j$ dla $j \notin N$.
4. Jeżeli $\bar{X}_{lj} \geqslant 0$ dla $j \notin N$, to układ pierwotny jest sprzeczny. W przeciwnym przypadku przejdź do punktu 5.
5. Oblicz $\delta_j = WA_j - c_j$ dla $j \notin N$.
6. Oblicz $\theta_0 = \min\limits_{j \notin N} \frac{\delta_j}{\bar{X}_{lj}} = \frac{\delta_k}{\bar{X}_{lk}}$ dla $\bar{X}_{lj} < 0$.
7. Wykonaj przekształcenia:

$$\alpha_l := k$$

$$\bar{W} := W - \theta_0 B_l$$

$$\bar{X}'_l := \frac{\bar{X}_l}{\bar{X}_{lk}}$$

$$\bar{X}'_i := \bar{X}_i - \bar{X}'_{ik} \bar{X}'_l \qquad \text{dla } i \neq l \quad \text{oraz } i = 1,2,\dots,m$$

$$U'_l := \frac{1}{\bar{X}_{lk}} U_l$$

$$U'_i := U_i - \bar{X}_{ik} U'_l \qquad \text{dla } i \neq l \quad \text{oraz } i = 1,2,\dots,m.$$

8. Przejdź do punktu 1.

Tym algorytmem zakończyliśmy omówienie różnych schematów obliczeniowych metody simplex. Pierwszy z nich, tzw.algorytm prosty ma niewątpliwie poważne znaczenie teoretyczne, natomiast praktycznie jest stosowany jedynie przy niezbyt wielkich układach. Algorytmy z bazą odwrotną i multyplikatywny zyskały bodaj największe dotąd uznanie w ośrodkach obliczeniowych i są bardzo powszechnie stosowane wraz z różnymi ich modyfikacjami.

Natomiast czwarty z nich, tzw. algorytm dwoisty jest bardzo przydatny, ale raczej w grupach zadań o bardziej specyficznych właściwościach. Na przykład jeżeli współczynniki funkcji celu są nieujemne, to $W = 0$ jest rozwiązaniem problemu dwoistego.

W sumie, algorytmy oparte na metodzie simplex stanowią najczęściej stosowaną i najbardziej efektywną grupę algorytmów w dziedzinie programowania liniowego.

LITERATURA

[1] Saul I. Gass: Linear Programming, 1958.
[2] G. Hadley: Linear Programming, 1962.
[3] G. Zoutendijk: Methods of Feasible Directions, 1960.
[4] George B. Dantzig: Linear Programming and Extensions, 1963.

T. FREY
Centrum Obliczeniowe
Węgierskiej Akademii Nauk – Budapeszt

DOŚWIADCZENIA W PRAKTYCE STOSOWANIA METOD PROGRAMOWANIA LINIOWEGO

Nasze akademickie centrum obliczeniowe zostało założone w r. 1956. Od r. 1959 używamy automatu cyfrowego, zwanego M-3. Już w okresie założenia centrum istniała liczna grupa ekonomistów, która przygotowała wiele interesujących zadań z dziedziny optymalizacji liniowej, a potem także wklęsłej, jak również z kręgu problemów transportowych.

W pierwszym rzędzie chciałbym mówić o naszych pracach matematyczno-technicznych i o doświadczeniach w związku z zadaniami optymalizacyjnymi, następnie zaś, bardzo krótko, także o niektórych problemach ekonomiczno-technicznych tych zadań.

Przede wszystkim wypracowaliśmy i zaprogramowaliśmy nieco zmodyfikowaną wersję algorytmu simplex, która stanowi podstawę naszych dalszych prac. Przy tym programie musieliśmy wziąć pod uwagę, że nasz automat jest maszyną stałoprzecinkową z małą pamięcią operacyjną i bez pamięci pomocniczych. Udało nam się skonstruować program bardzo dobry zarówno pod względem czasu, jak i pod względem zapotrzebowania na zdolność pamięciową. Będę najpierw mówił o myśli przewodniej tego algorytmu.

Przy zastosowaniu każdej wersji algorytmu simplex mamy liniowy system równań w postaci dogodnej do mnożenia zmiennych wprowadzonych do bazy nawet za pomocą macierzy jednostkowej. W celu zaoszczędzenia pojemności pamięci nie zapamiętujemy tej macierzy jednostkowej, lecz zapisujemy z boku z lewej strony systemu. W ten sposób jednak stale się zmienia kolejność zmiennych, czyli poszczególne kolumny zapamiętanych macierzy nie należą już do stałych zmiennych. Właśnie dlatego zmieniamy kolejność współczynników funkcji kosztów przy każdym kroku simplexu w taki sposób, że każdorazowa kolejność współczynników zasadniczo może być zmieniana w stosunku do poszczególnych zmiennych. Współczynniki te zapamiętujemy tylko w odpowiednich komórkach od 7 albo 8 bitu, a w pierwszych 6-7 bitach zapamiętujemy indeksy odpowiednich zmiennych.

W związku z tą metodą powstaje jeszcze jedna komplikacja. Zasadniczo nie mamy żadnego dopuszczalnego rozwiązania problemu. W tym wypadku wybieramy taki kwadratowy minor (tzn. taką zmienną), którego kierunek można bez trudności zmienić. Zmieniamy wówczas kierunek i ustawiamy zmienne w takiej kolejności, żeby wybrany minor znalazł się z lewej strony.Mnożąc powstałe funkcje odwrotne, otrzymujemy znowu postać charakterystyczną: z lewej strony mamy macierz jednostkową.Fakt, że naszym punktem wyjścia nie jest rozwiązanie dopuszczalne, lecz dokonane na podstawie naszego wyboru, uzewnętrznia się w tym, że teraz po prawej stronie mamy wektor z paroma ujemnymi siłami ubocznymi (otrzymaliśmy go, mnożąc poprzednią prawą stronę przez funkcję odwrotną). Nasze pierwsze zadanie polega w tym wypadku na przejściu do dopuszczalnego rozwiązania przy pomocy zamiany wektorów wprowadzonych do bazy, tzn. za pomocą tego samego algorytmu jak przy normalnej metodzie simplex, ale bez uwzględnienia zmiany funkcji kosztów.W związku z tym dowiedliśmy następującej rzeczy: jeżeli w ogóle istnieje dopuszczalne rozwiązanie, można je osiągnąć przez stopniową zamianę zmiennych wprowadzonych do bazy (czyli przez algorytm simplex), o ile następnie użyjemy kryterium dla elementów rozwiązujących (tzn. dla zmiennych, które mamy zamieniać). Trzeba znaleźć taki element rozwiązujący, przy którym zmniejszy się suma elementów ujemnych prawej strony. Jeżeli zaś nie można podać takiego elementu rozwiązującego, to nie istnieje żadne dopuszczalne rozwiązanie.

Teraz, aby zabezpieczyć algorytm stałoprzecinkowy, wprowadzamy na każdą kolumnę zapamiętanej części macierzy czynnik normujący. Jeżeli czynnik normujący należący do kolumny k oznaczymy jako α_k, a elementy znajdujące się w wierszu i w kolumnie k – przez a^*_{ik}, zapamiętamy tu:

$$a_{ik} = \alpha_k \cdot a^*_{ik} .$$

Jeżeli teraz elementem rozwiązującym kroku simpleksowego będzie a^*_{rs}, to nowy zapamiętany element w $i \neq$ wierszowi r i $k \neq$ kolumnie s będzie:

$$\tilde{a}_{ik} = a_{ik}\, a_{rs} - a_{is}\, a_{rk} , \tag{1}$$

a nowy czynnik normujący w kolumnie k:

$$\tilde{\alpha}_k = \alpha_k \cdot a_{rs} . \tag{2}$$

A więc wszystkie operacje w systemie stałoprzecinkowym są do przeprowadzenia. Jeżeli w każdym kroku simpleksowym tak unormować wszystkie elementy (zgodnie z czynnikiem normującym), żeby absolutnie największy element wynosił $\frac{-1}{2}$, to można tym samym przeszkodzić mocnej kumulacji błędu, wynikającego z zaokrąglenia.

Cały program składa się więc z trzech części. W pierwszej dokonuje się normowania poszczególnych kolumn. W drugiej części wybiera się element rozwiązujący, tzn. wektory-kolumny przeznaczone do zamiany. (Ta część ma inny algorytm, jeżeli nie mamy jeszcze dopuszczalnego rozwiązania; po osiągnięciu dopuszczalnego rozwiązania trzeba ten algorytm zastąpić przez znany i ogólnie używany). W trzeciej części dokonuje się operacji zamiany wektorów (1), (2) - i kilka dalszych form dla $i = r$, ewentualnie $k = s$.

Należy zauważyć, że przy wyborze elementów rozwiązujących wypróbowaliśmy dwie możliwości: z jednej strony wybraliśmy element występujący najpierw, dla którego suma absolutna elementów ujemnych z prawej strony, ewentualnie suma kosztów została już zmniejszona; z drugiej strony przejrzeliśmy wszystkie możliwości, dla każdej zniżki wyliczyliśmy dokładnie sumy absolutne względnie sumy kosztów i wybraliśmy element rozwiązujący, dla którego ta zniżka jest najmniejsza. Po wielu próbach możemy powiedzieć, że ostatnia jest o wiele lepsza pod względem zużycia czasu.

Jeśli mamy taki automat cyfrowy, który nie dokonuje szybciej mnożenia stałoprzecinkowego niż bieżące dodawanie przecinkowe, to nie potrzeba już stosować czynników normujących i używać powyższego algorytmu o stałym przecinku; jednak we wszystkich innych szczegółach nasz algorytm okazał się bardzo dobry. W takich wypadkach nasz algorytm składa się z dwóch głównych części: jedna wyszukuje element rozwiązujący, zaś druga kieruje zmianą wektorów. W pierwszej części niezbędne jest zapamiętanie minoru tylko przy pomocy kolumn, drugą zaś zazwyczaj organizujemy tak, żeby minor sporządzić przy pomocy wierszy (1) względnie według odpowiedniej formuły w razie zastosowania zwykłej metody przecinkowej:

$$\tilde{a}_{ik}^{*} = a_{ik}^{*} - \frac{a_{rk}^{*}}{a_{rs}^{*}} a_{is}^{*} .$$

Wykazuje ona, że po "extrazapamiętaniu" wiersza rozwiązującego (a_{is}^{*}; $i = 1,2,\dots$) dobrze jest organizować obliczenie elementów nowych macierzy przy pomocy wierszy.

Można jednak zorganizować drugi algorytm inaczej, mianowicie przy pomocy kolumn. Niepotrzebny jest wtedy wiersz rozwiązujący, wystarczy dodatkowe zapamiętanie kolumny rozwiązującej (a_{is}^{*}, $k = 1, 2, \dots$), dokładniej kolumny ilorazowej ($\frac{a_{rk}^{*}}{a_{rs}^{*}}$; $k = 1,2,\dots$); otrzymamy wtedy równie wygodny algorytm, jak przedtem.

Ta uwaga jest szczególnie ważna, jeżeli mamy tak duże zadanie, że pamięć operacyjna nie wystarcza już do jego rozwiązania. W takich wypadkach trzeba skorzystać z możliwości zapamiętywania pomocniczego, a wtedy jednoczesne zapamiętywanie przy pomocy wierszy (w drugim algorytmie częściowym) i przy pomocy kolumn (w pierwszym algorytmie częściowym) zajęłoby zbyt dużo czasu w pamięci pomocniczej. Wystarczy w takich wypadkach zapamiętać minor przy pomocy kolumn według przytoczonego wyżej wzoru. Przy korzystaniu z pamięci pomocniczej najwięcej czasu zabiera wymiana danych między pamięcią operacyjną i pomocniczą. Dla oszczędności czasu wyszukujemy tylko w pamięci operacyjnej najwłaściwszy element rozwiązujący i przy pomocy tych danych przeprowadzamy zamianę wektorów. Powtarzamy to dopóty, dopóki to jest możliwe. Gdy to jest już gotowe, wykonujemy wszystkie konieczne operacje na całej macierzy. (Określę to jako metodę multiplex, ponieważ przeprowadzamy równocześnie kilka transformacji bazy. Pierwsza bezpośrednia metoda dla wielkich problemów).

Użycie pamięci pomocniczej oznacza oczywiście zawsze stratę czasu. Właśnie dlatego wypracowaliśmy algorytm pomocniczy, przy pomocy którego w pewnych wypadkach mogą wystarczyć pamięci operacyjne. Zdarza się bowiem bardzo często zadanie pośrednie, w którym jednak część zmiennych jest też ograniczona z góry. Jeżeli zaś rozpatrujemy przy pomocy równań pomocniczych i zmiennych pomocniczych górne ograniczenia, to stanowią one problem tak poważny, że nie da się go rozwiązać za pomocą pamięci operacyjnej. W takich wypadkach możemy jednak działać następująco. Oznaczamy wektor-kolumnę zmiennej ograniczonej od góry, ewentualnie nie ograniczonej, przez $\underline{\underline{z}}$ bądź przez $\underline{\underline{x}}$. Problem optymalizacyjny zapisujemy w tej formie:

$$\underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{x}}=\underline{\underline{b}}-\underline{\underline{F}}\,\underline{\underline{z}},$$
$$\underline{\underline{c}}^{*}\underline{\underline{x}}+\underline{\underline{d}}^{*}\underline{\underline{z}}=K=\text{optimum}.$$

Zakładamy jeszcze, że $\underline{\underline{A}}$ nie ma mniej kolumn niż wierszy, a więc powyższy problem można rozpatrywać jako problem optymalizacyjny, nie biorąc pod uwagę $\underline{\underline{z}}$. W tym wypadku traktujemy $\underline{\underline{z}}$ jako wektor-parametr, który w efekcie równa się zeru. Optymalizujemy więc najpierw problem:

$$\underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{x}}=\underline{\underline{b}};\quad \underline{\underline{c}}^{*}\cdot\underline{\underline{x}}=\text{optimum},$$

wektory-kolumny $-\underline{\underline{F}}$ traktujemy jednak przy zastosowaniu metody simplex tak samo jak $\underline{\underline{b}}$. Gdy proces jest zakończony, otrzymujemy postać:

$$(\underline{\underline{E}}+\underline{\underline{C}})\underline{\underline{x}}=\underline{\underline{\tilde{b}}}-\underline{\underline{\tilde{F}}}\cdot\underline{\underline{z}}=\underline{\underline{\tilde{b}}}-\sum \tilde{l}_i z_i \ .$$

Teraz próbujemy wciągnąć do bazy poszczególne składowe $\underline{\underline{z}}$. Łatwo bowiem obliczyć, w którym kierunku przesunie funkcję kosztów wprowadzenie z_i do bazy. Mianowicie:

$$\frac{\Delta K}{z_i}=-\underline{\underline{c}}'^{*}\cdot\underline{\underline{F}}_i+d_i \ .$$

Jeżeli K zmierza przy $\Delta z_i>0$ w kierunku optimum, to wprowadzamy z_i do bazy. Odbywa się to następująco: obliczamy największą możliwą wartość $z_i>0$, dla której także $\underline{\underline{\tilde{b}}}-\underline{\underline{\tilde{f}}}_i\, z_i>0$ jest stałe. Jeżeli ta wartość $z_i^{(0)}$ i $\underline{\underline{\tilde{\tilde{b}}}}=\underline{\underline{\tilde{b}}}=\underline{\underline{\tilde{f}}}_i\, z_i^{(0)}$, w innym wypadku przyjmujemy z_i za równe jego górnej granicy. W pierwszym wypadku z_i zostaje całkowicie wprowadzone do bazy, w drugim - baza jest rozszerzona o z_i. Tak postępujemy dotąd, aż zajdzie konieczność wprowadzenia nowych zmiennych. Może się jednak zdarzyć, że ΔK ma dla z odpowiedni znak, a jednak wartość $z_i^{(0)}$ okazuje się równa zeru. Będzie to znaczyło, że tej zmiennej nie można wprowadzić zamiast x_j, można natomiast ją wprowadzić zamiast już wprowadzonego z_k. W takiej sytuacji dochodzą do głosu takie z_k, które w przeciwieństwie do odpowiednich zer dla $\underline{b}$ w f_j mają współczynnik z odpowiednim znakiem. Można to łatwo obliczyć bezpośrednio, ale można też tak postępować, żeby tablicę simplex przekształcić w ten sposób, aby mogła zawierać zmienne, wprowadzone całkowicie do bazy, po lewej stronie, i mieć za punkt wyjścia tę nową bazę simplex. Trzeba jednak tą pierwszą, bezpośrednią metodą obliczyć, czy niektóre zmienne, dla których ΔK ma odpowiedni znak, nadają się do zamiany z jakąś wprowadzoną zmienną od z_k do górnej granicy, czy też nie.

Podana tu metoda jest właśnie dlatego bardzo ciekawa, że możemy ją stosować także w wypadkach, kiedy żadna ze zmiennych nie jest ograniczona od góry; jednak problem jest za duży dla pamięci operacyjnej. W takich razach możemy używać tej metody w sposób następujący: używamy w pamięci operacyjnej możliwie dużo wektorów $\underline{F}$, a potem przeprowadzamy wszystkie możliwe zamiany; później wprowadzamy drugą część $\underline{F}$ itd. Jeśli przekroczyliśmy $\underline{F}$, wracamy dzięki odpowiedniej transformacji do pierwszego algorytmu itd. Poszczególne kroki tego algorytmu są trochę bardziej skomplikowane niż przy "pierwszej metodzie bezpośredniej", ale potrzebują o wiele mniej pamięci pomocniczej (druga bezpośrednia metoda multiplex dla dużych macierzy).

Wypracowaliśmy jednak także algorytmy podziału dla większych problemów. O metodzie Dantziga-Wolffego nie będę mówił - powie o tym kolega Małkow. Inna jest metoda Kornai'a-Liptaka, tzw. dwuwarstwowa metoda planowania. Myśl przewodnia tej metody jest następująca: dzielimy zmienne macierzy oraz prawą stronę na części, a więc zamiast problemu

$$\underline{\underline{A}} \cdot \underline{x} - \underline{b}; \quad \underline{c}^* \cdot \underline{x} = \text{optimum} \tag{3}$$

rozpatrujemy to samo:

$$\underline{\underline{A}} \cdot \underline{x}_i - \underline{b}_i; \qquad \sum_i \underline{b}_i = \underline{b}; \qquad \sum_i \underline{c}_i^* \cdot \underline{x}_i = \text{optimum.}$$

Rozpatrujemy teraz poszczególne zadania optymalizacyjne.

$$\underline{\underline{A}}_i \cdot \underline{x}_i = \underline{b}_i; \qquad \underline{c}_i^* \cdot \underline{x}_i = \text{optimum.} \tag{4}$$

Jeżeliby $\underline{b}$ uczestniczyło w rozwiązaniu pierwotnego zadania optymalizacyjnego, odpowiadając na $\underline{b}_i$, to odpowiedzi (4) dawałyby odpowiedź (3). Początkowe dzielenie $\underline{b}$ nie jest w ogóle pożądane. Według Kornai'a i Liptaka poszczególne sektory (i) powinny podać swoje rozwiązanie centrum, a wtedy centrum poda sektorom lepszy podział $\underline{b}$ (nowe $\underline{b}_i$). Kornai i Liptak zorganizowali pracę centrum za pomocą metod teorii gier. Jednak zbieżność jest bardzo powolna. Z tego powodu zorganizowaliśmy inaczej centrum, mianowicie macierz $\underline{b}_i$ ($i = 1,2,\ldots$) jest budowana odpowiednią metodą gradientów, dzięki czemu metoda ta stanie się jednolita i bardziej zbieżna.

Algorytm jest zbudowany następująco: w celach optymalizacji każdy sektor posługuje się trzema wektorami współczynników cen rozrachunkowych i czterema wektorami ograniczeń centrum. Podaje on mianowicie, między jakimi granicami b_{ik} może się zmieniać każde k w tym celu, aby utrzymać bazę optymalizacyjną dla sektora i; używa on przy tym współczynnika ceny rozrachunkowej d_i. W przypadku, kiedy b_{ik} zostało wybrane poza tymi granicami, (otrzymujemy wtedy już inną bazę optymalizacyjną dla sektora i), sektor musi obliczyć, jak duże b_{ik} można wybrać z obu stron, aby jeszcze zatrzymać te sąsiednie bazy optymalizacyjne, i jak wielki współczynnik ceny rozrachunkowej $d_i^{(e)}$, ewentualnie $d_i^{(+)}$ jest w tych bazach. Za pomocą wektorów współczynników cen rozrachunkowych centrum dla poszczególnych sektorów tworzy optymalną macierz zmian $\underline{b}_i$ $(i=1,2,...)$ zgodnie z ograniczeniami.

W najbliższym czasie wypróbujemy wszystkie metody wypracowane dla większych zadań w tym celu, żeby wybrać najlepszą. Myślę jednak, że metody bezpośrednie okażą się najlepsze pod względem zużycia czasu.

Chciałbym jeszcze wspomnieć pokrótce, że zajmowaliśmy się także kilkoma wklęsłymi zadaniami optymalizacyjnymi. Mianowicie przy planowaniu inwestycji można stosować dla potrzeb i w warunkach równowagi liniowy system równań, jednak zależność produkcji od sumy inwestycji nie jest liniowa, lecz wklęsła.

Otrzymujemy w ten sposób zadanie optymalizacyjne w formie:

$$\underline{x} \geq \underline{0}\,; \qquad \underline{\underline{A}}\,\underline{x} = \underline{b}\,; \qquad \sum_i f_i(x_i) = K = max\,, \tag{5}$$

gdzie f_i są wklęsłymi funkcjami swych argumentów. Łatwo teraz wykazać (także w bardziej ogólnych przypadkach), że K może osiągnąć maximum tylko w jednym wierzchołku wielościanu określonego przez $\underline{\underline{A}}$ i $\underline{b}$, tzn. że problem (5) można rozwiązać sposobem podobnym do metody simplex, tylko zmianę funkcji kosztów trzeba obliczyć inaczej niż w przypadku liniowym. Komplikacja polega na tym, że tu w przeciwieństwie do przypadków liniowych mogą się znajdować na wielościanie także wierzchołki lokalno-optymalne, tj. takie wierzchołki, w których wartość funkcji kosztów jest większa niż w sąsiednich wierzchołkach; są jednak w wielościanie i takie wierzchołki, w których funkcja kosztów jest jeszcze większa.

Dla usunięcia tych trudności wypracowaliśmy najpierw praktyczną metodę, która z jednej strony włącza elementy przypadkowe do normalnej metody simplex, z drugiej - zmienny parametr do funkcji kosztów, za pomocą którego można zmieniać wygięcie ekwipotencjalnych (o równym potencjale) hyperpowierzchni funkcji kosztów, co stwarza możliwość kontynuowania obliczeń w razie występowania tylko lokalnego extremum.

W ten sposób można po dość długiej pracy powiedzieć z wystarczającą pewnością, że już znalazło się ogólne extremum. Teoretycznie jednak nie mogliśmy udowodnić tego praktycznego algorytmu i myślę, że to byłoby bardzo trudne.

Jednak tak zmodyfikowaliśmy wymienioną już wersję gradientów metody Liptaka-Kornai'a, że w wypadku dostatecznie gładkich funkcji kosztów można dla każdego $\varepsilon > 0$ podać wystarczającą - czyli $\delta(\varepsilon)$ - gęstą siatkę interpolacyjną, odnoszącą się do każdego znalezionego lokalnego punktu extremum. Pozwala to albo odkryć, że extremum jest tylko lokalne, albo stwierdzić z pewnością, że nie ma takiego wierzchołka na wielościanie, w którym funkcja byłaby większa od ε niż w punkcie wyjścia. W praktyce metoda ta jest wystarczająca.

Chciałbym jeszcze pokrótce wskazać na pewien problem ekonomiczny w związku z liniowymi zadaniami optymalizacyjnymi. Otrzymaliśmy kilka takich problemów programowania liniowego (np. import skór), które w swojej pierwotnej formie w ogóle nie miały dopuszczalnego rozwiązania. Trzeba więc było niektóre równania rozwiązać za pomocą zmiennych pomocniczych, kilka innych za pomocą par zmiennych pomocniczych w formie "bez warunku". Można by jednak udowodnić w sposób ekonomiczny, dlaczego było ważne możliwie najdokładniejsze wypełnienie rozwiązanych równań. To życzenie można naturalnie ująć także w sposób matematyczny; do zmiennych pomocniczych należy przydzielić odpowiednie współczynniki kosztów. Ale co ma znaczyć w takim wypadku przymiotnik "odpowiedni", tego nasi ekonomiści nie potrafią dokładnie określić. Takimi problemami trzeba się więc zająć jeszcze z ekonomiczno-teoretycznego punktu widzenia.

U. CH. MAŁKOW
Centralny Instytut Ekonomiczno-Matematyczny
Akademii Nauk ZSRR – Moskwa

O ALGORYTMACH ROZWIĄZYWANIA WIELKICH ZADAŃ PROGRAMOWANIA LINIOWEGO NA ELEKTRONOWYCH MASZYNACH MATEMATYCZNYCH

WPROWADZENIE

Celowość i efektywność algorytmu stosowanego do rozwiązania zadania programowania liniowego (PL) zależy od kilku następujących czynników:

1) od tego, co chcemy otrzymać w wyniku rozwiązania,
2) od charakteru (właściwości) zadania,
3) od rozmiarów zadania.

Rozwiązanie powinno najczęściej zawierać następujące dane:

1) optymalne rozwiązanie (kilka rozwiązań suboptymalnych),
2) rozwiązanie dwoistego zadania (zarys kosztów),
3) końcową tablicę simplex,
4) odwrotną macierz bazową,
5) dozwolone granice dwoistych ocen, tzn. granice zmian komponentów zadania dwoistego, w ramach których nie zmienia się struktura optymalnego rozwiązania,
6) parametryczna analiza prawych stron

Zadania można klasyfikować według następujących właściwości:

1) zapełnialności macierzy warunków współczynnikami niezerowymi (1-5%, 8-15%, 20-50%, 60-100%);
2) wydłużalności macierzy warunków, tzn. o ile liczba zmiennych jest większa od liczby warunków;
3) struktury wewnętrznej macierzy warunków (zadania transportowe, zadania blokowe itd.).

ITERACYJNE METODY ROZWIĄZYWANIA ZADAŃ PL

Metody rozwiązywania zadań PL dzielą się na proste oraz iteracyjne. Jak wiadomo z praktyki rozwiązywania zadań PL i zadań algebry liniowej, proste metody – jeśli na ich stosowanie pozwalają rozmiary zadania – dają zawsze możność szybszego znalezienia rozwiązania niż metody iteracyjne. Prócz tego szybkość przebiegu metod iteracyjnych jest różna dla różnych zadań i przy stosowaniu iteracyjnego algorytmu wymagana jest umiejętność modyfikowania kilku parametrów w czasie przebiegu rozwiązywania zadania. Stąd wniosek, że metody iteracyjne trzeba stosować jedynie w przypadkach ostatecznych,np. jeśli zadania nie da się rozwiązać prostymi metodami z powodu wielkich rozmiarów.

Naturalnie, algorytm iteracyjny może dać jedynie optymalne rozwiązanie i zarys kosztów (shadow prices).Oczywiście,im mniej komponentów niezerowych zawiera macierz warunków, tym bardziej efektywne jest stosowanie metod iteracyjnych.

Nasze doświadczenie wykazuje, że najbardziej efektywną wśród metod iteracyjnych rozwiązywania zadań PL jest metoda polskiego matematyka, Pietrzykowskiego. Oto na czym polega:

Zadanie początkowe:

$$\text{znaleźć min } \left\{f/x \mid g_i(x) \geq 0 \ \ (i=1,\dots,m+n)\right\} \tag{1}$$

sprowadza się do zadania:

$$\text{znaleźć min } \left\{f(x) - \sum_{i=1}^{n+m} \left[g_i(x)\right]^2 \varphi\left[g_i(x)\right]\right\}, \tag{2}$$

które rozwiązuje się metodą najszybszego spadku.

Tutaj

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i ,$$

$$g_i(x) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ (i=1,\dots,m),$$

$$g_i(x) = x_{i-m} \ (i=m+1,\dots,m+n),$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} -1, & \text{jeśli } x < 0, \\ 0, & \text{jeśli } x \geq 0. \end{cases}$$

Rozwiązanie zadania (2) jest zbieżne z rozwiązaniem zadania (1) dla jakiegoś parametru o małej wartości . Znaczy to, że trzeba znaleźć rozwiązanie zadania (2) dla μ_0, $\mu_0/2$, $\mu_0/4$,..., dopóki dwa ostatnie rozwiązania nie są zbieżne z dokładnością ε.

W trakcie rozwiązywania zadania PL metodą Pietrzykowskiego, prócz zachowania współczynników niezerowych a_{ij}, b_i, c_j, potrzebne jest jeszcze zachowywanie $2n + 3m$ wielkości pośrednich.

PROSTE METODY ROZWIĄZYWANIA OGÓLNEGO ZADANIA PL

Jest rzeczą naturalną, że przy rozwiązywaniu małych zadań PL (o liczbie warunków 10 , 20) nie trzeba mówić o różnych algorytmach, ponieważ małe zadania rozwiązuje się szybko każdym sposobem. Toteż w dalszym ciągu będziemy mówili jedynie o większych zadaniach PL.

W Centrum Obliczeniowym Akademii Nauk ZSRR rozwiązano wielką ilość praktycznych zadań PL na elektronowych maszynach matematycznych i zebrano sporo doświadczeń w dziedzinie efektywności różnych algorytmów rozwiązywania zadania PL.

Wydaje nam się, że najbardziej efektywnymi algorytmami prostych metod rozwiązywania zadań PL są następujące:

1) kombinowany algorytm metody simplex (KA) [2,3],
2) multiplikacyjny algorytm metody simplex (MA) [1].

KOMBINOWANY ALGORYTM METODY SIMPLEX

KA jest kombinacją prostego algorytmu metody simplex z MA. Przy rozwiązywaniu wielkich zadań PL na EMM[1] o względnie małej pamięci operatywnej, wiele czasu traci się na kontakty z urządzeniami pamięciowymi EMM (bębny magnetyczne, taśma magnetyczna).

KA został opracowany dla skrócenia czasu, niezbędnego dla kontaktu z zewnętrznymi urządzeniami pamięciowymi EMM w trakcie rozwiązywania zadania.

Jako odpowiedź, KA wypuszcza ostateczną tablicę simplex oraz dwoiste rozwiązanie. Na podstawie KA łatwo otrzymać dozwolone granice dwoistych ocen i analizę parametryczną stron prawych.

Algorytm KA zbiega się z prostym algorytmem metody simplex (1 algorytm wtórnego poprawienia planu[2]) w tym wypadku, kiedy zadanie w pełni mieści się w pamięci operatywnej EMM.

KA jest algorytmem najbardziej efektywnym w następujących przypadkach: jeśli zadanie w pełni nie mieści się w operatywnych urządzeniach pamięciowych EMM i potrzebne jest otrzymanie końcowej tablicy simplex; jeśli macierz warunków zawiera większą liczcę elementów niezerowych (więcej niż 40-50%), a zadanie nie jest zbyt wydłużone, tzn. liczba zmiennych przekracza liczbę warunków nie więcej niż 5-6-krotnie. Przy rozwiązywaniu takich zadań algorytm KA wymaga minimalnej ilości czasu, przeznaczonego na wymianę informacji między zewnętrznymi urządzeniami pamięciowymi a pamięcią operatywną EMM.

Schemat algorytmu KA. Przyjmijmy, że tablica simplex została rozbita na s masywów, przy czym każdy masyw zawiera pełną liczbę kolumn i całkowicie mieści się w operatywnej pamięci EMM (OP).

Przyjmijmy, że wszystkie masywy przechowuje się na bębnach magnetycznych (BM). Przyjmijmy, że na BM istnieje wolna przestrzeń (nazwiemy ją strefą $\divideontimes_k$) dla zapisu l kolumn.

---

[1] EMM - elektronowa maszyna matematyczna.

[2] D.B. Judin i E. Goldsztejn: Liniejnoje programmirowanije, FM. Moskwa 1963.

Oznaczymy:

N - liczba wektorów wprowadzonych do bazy w ostatnim przeglądzie wszystkich masywów,

e_i - liczba wektorów wprowadzonych do bazy z i-tego masywu,

$X_{k_1}^{(i)}, X_{k_2}^{(i)}, \ldots, X_{k_{e_i}}^{(i)}$ - rozłożenie kolumn według bieżącej bazy, wprowadzonych do bazy z i-tego masywu w trakcie przeglądu i-tego masywu,

ε - granica dla krzyżowania wejścia do bazy wektorów ze zbyt małą oceną $c_j - z_j$,

i - numer bieżącego masywu.

0. Weźmiemy $\varepsilon = \varepsilon_0$, $N = 0$, $e_i = 0$ $(i = 1,\ldots,s)$,
1. Weźmiemy $i = 1$.
2. Wywołamy i-ty masyw do OP.
3. Przekształcimy i-ty masyw za pomocą $N - e_i$ kolumn w kolejności

$$X_{k_1}^{(i+1)}, X_{k_2}^{(i+1)}, \ldots, X_{k_{e_{i+1}}}^{(i+1)}, \ldots, X_{k_{e_s}}^{(s)}, X_{k_1}^{(1)}, \ldots, X_{k_{e_{i-1}}}^{(i-1)},$$

zgodnie ze znanymi formułami simpleksowymi, tzn.:

$$x'_{ij} = x_{ij} - x_{rj}\frac{x_{ik}}{x_{rk}} \ (i \neq r); \quad x'_{rj} = \frac{x_{rj}}{x_{rk}} .$$

4. Weźmiemy $e_i = 0$ i opróżnimy w strefie X_k to miejsce, które było zajęte przez wektory $X_{k_1}^{(i)}, \ldots, X_{k_{e_i}}^{(i)}$.

5. Jeżeli N = L (tzn. strefa X_k jest całkowicie zajęta), przechodzimy do punktu 9, w przeciwnym wypadku - do punktu 6.

6. Określimy dla i-tego masywu:

$$\max_j (c_j - z_j) = c_{k_{l_i+1}} - z_{k_{l_i+1}} = \hat{c} .$$

7. Jeżeli $\hat{c} \leq \varepsilon$, wtedy przechodzimy do punktu 9, a jeśli nie - do punktu 8.

8. Weźmiemy $e_i = e_i + 1$, $N = N + 1$ i zapiszemy wektor $X_{k_{e_i}}$ na wolnej przestrzeni strefy X_k wraz z numerem głównego wiersza w danej iteracji. Przekształcimy i-ty masyw w podstawowe rozwiązanie, zgodnie ze znanymi formułami simpleksowymi, z tym, że na miejsce wektora $X_{k_{e_i}}$ wpiszemy rozkład tego wektora według bieżącej bazy, który wywodzi się z bazy w danej iteracji. Przechodzimy do punktu 5.

9. Wpiszemy i-ty masyw na jego miejscu w BM.

10. Weźmiemy $i = i + 1$. Jeżeli $i < s$, przejdziemy do punktu 2, jeśli zaś nie - do punktu 11.

11. Jeżeli $N \neq 0$, przejdziemy do punktu 1; w przeciwnym przypadku - dalej.

12. Weźmiemy $\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\alpha}$. Jeżeli $\varepsilon > \varepsilon'$, wówczas przejdziemy do punktu 1; w przeciwnym razie - dalej.

13. Wydrukujemy optymalne rozwiązanie i wszystko,co jest potrzebne.

Jako ε_0 można przyjąć $\max_j c_j$, a ε' i α określić $\varepsilon' = 10^{-6}$; $\alpha = 20$.

Z pewnością praktycznie najlepszym wariantem byłoby, jeślibyśmy w punkcie 12 wzięli $\varepsilon = \max_j (c_j - z_j)$; 2, gdzie jako j oznacza się numery wszystkich zmiennych pozabazowych.

Stosowanie zmiennej ε pozwala na zmniejszenie liczby iteracji, tzn. początkowo robi się tylko takie iteracje, dla których $c_k - z_k$ jest wystarczająco duże.

Praktyka wykazała, że KA pozwala zmniejszyć niezbędny czas pracy maszyny dla rozwiązania zadania PL o dziesięć razy w stosunku do takiego wariantu prostego algorytmu metody simplex, gdzie w każdej iteracji rozpatruje się i przekształca wszystkie masywy (ten kanon odnosi się np. do EMM BESM-P, który posiada OP 2048 komórek i wykonuje około 10 000 operacji na sekundę, z szybkością zapisu-odczytywania z BM równą 800 liczbom na sekundę).

Praktyka wykazała, że im większe s, tzn. liczba masywów, tym więcej iteracji trzeba wykonać. Im większe L, tzn. długość strefy $X_k : (m+3)$, tym szybciej rozwiązuje się zadanie.

MULTIPLIKACYJNY ALGORYTM METODY SIMPLEX

Dla rozwiązania zadania PL, którego macierz warunków posiada małą pojemność dla współczynników niezerowych, najbardziej efektywnym algorytmem (oczywiście, jeśli jako odpowiedź nie jest wymagana tablica simplex lub odwrotna macierz bazowa) jest niewątpliwie algorytm MAM[1].

Algorytm MAM jest zbyt skomplikowany dla małych i średnich EMM, a prócz tego efektywność algorytmu AM - moim zdaniem - niewiele ustępuje efektywności algorytmu MAM, toteż ograniczam się do przedstawienia algorytmu AM.

Podstawowe operacje, w których AM odróżnia się od prostego algorytmu metody simplex, są następujące:

1. Wyliczenie wektora mnożników simpleksowych π według formuły:

$$\pi = \bar{c} B^{-1}, \tag{3}$$

gdzie:

$\bar{c}$ - wektor ceny zmiennych bazowych,
B^{-1} - odwrotna macierz bazowa.

2. Wyliczenie ocen $c_j - z_j$ określa się formułą:

$$z_j = \pi P_j, -$$

---

[1]Patrz [1] modyfikowany algorytm multiplikacyjny.

gdzie:

P_j – j-ta kolumna macierzy warunków.

3. Wyliczenie rozkładu X_k według bazy wektora P_k zgodnie z formułą:

$$X_k = B^{-1} P_k . \tag{4}$$

Operacje 1,2,3 są podstawowymi w algorytmie AM, tzn. podstawowy warunek przebiega w czasie wykonywania tych operacji.

Przypuśćmy, że macierz B w pierwszej iteracji jest jednostkową macierzą E. Wtedy odwrotną macierz B^{-1} w ν-tej iteracji można przedstawić w postaci iloczynu elementarnych macierzy $E^{s}_{\tau_s}$ $(s = 1, \ldots, \nu-1)$,

$$B^{-1} = E^{\nu-1}_{\tau_{\nu-1}} E^{\nu-2}_{\tau_{\nu-2}} \ldots E^{1}_{\tau_1}, \tag{5}$$

gdzie:

$$E^{s}_{\tau s} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \ldots & -x_{1k_s}/x_{\tau k_s} & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & -x_{2k_s}/x_{\tau k_s} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & & \ldots & & \ldots \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 1/x_{\tau k_s} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & & \ldots & & \ldots \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & -x_{mk_s}/x_{\tau k_s} & \ldots & 1 \end{pmatrix}$$

oraz $X_{k_s} = (x_{1k_s}, \ldots, x_{mk_s})^T$ – rozkład według bazy s-tej iteracji wektora, który jest główną kolumną w danej iteracji, tzn. wprowadza się do bazy.

W AM przy wyliczeniu wektorów π i X_k według formuł (3) oraz (4) bierze się pod uwagę, że macierz B^{-1} jest przedstawiona w formie (5).

Nowością, niezmiernie ważną z punktu widzenia zmniejszenia objętości, wprowadzoną przez Zontedijka, jest okresowe stosowanie powtarzania w algorytmie AM.

Powtórzenie polega na rzeczy następującej. Przypuśćmy, że dokonano ν iteracji $(\nu > m)$. W bazie podstawowej znajduje się m kolumn, zaś w multiplikacyjnej postaci macierzy B^{-1} istnieje ν macierzy elementarnych.

Jasne, że macierz B^{-1} może być przedstawiona w formie multiplikacyjnej za pomocą m bazowych wektorów-kolumn. Dokonanie powtórzenia sprowadza się właśnie do przeliczenia multiplikacyjnej postaci macierzy B^{-1} przez m wiadomych kolumn, tzn. przez m bazowych w danej iteracji.

Oznacza to, że stosowanie powtórzenia pozwala na skracanie multiplikacyjnej formy przedstawienia macierzy B^{-1} w $\nu - m$ macierzy elementarnych, tym samym skraca się obliczenie przy określeniu π oraz X_k w następnych iteracjach.

Podobnie, jak główna macierz warunków zawiera względnie mało współczynników niezerowych, również wektory x_{k_s} zawierają wiele elementów zerowych, i rzeczywiście, im mniejsze s, tym więcej elementów zerowych one zawierają.

Stosowaliśmy powtórzenia po (4/3) m, (5/3) m, 2 m, (7/3) m,... iteracji. Okazało się, że przy 10% stanie zapełnienia macierzy warunków współczynnikami niezerowymi, macierz B^{-1}, po zastosowaniu powtórzenia w formie multiplikacyjnej, zawierała jedynie $(1/5 \sim 1/6)\,m^2$ współczynników niezerowych, tzn. niezerowych komponentów wektorów x_{k_s}. Oznacza to, że dla zachowania informacji o macierzy B^{-1} zupełnie wystarczyła $(1/4)\,m^2$ komórek (komponent niezerowy i indeks wiersza, gdzie znajduje się ten komponent, zachował się w jednej komórce).

Biorąc pod uwagę to wyjaśnienie, dojdziemy do wniosku, że w algorytmie AM wraz z zastosowaniem powtórzenia doprowadzono do minimum niezbędną liczbę działań arytmetycznych i objętość danych pośrednich.

Tak jak za każdym razem przy stosowaniu powtórzenia mieliśmy do czynienia na początku z liczbami pierwszymi, to zastosowanie powtórzenia wyraźnie zmniejsza wpływ nagromadzenia błędów zaokrąglania.

Znając tylko numery zmiennych bazowych, możemy w każdej chwili wszystko odtworzyć za pomocą powtórzenia. Stąd wynika, że możemy przerwać rachunek w dowolnym miejscu, ponieważ dla odnowienia rachunku potrzebne są jedynie liczby pierwsze i numery zmiennych bazowych. Dzięki powtórzeniu AM jest trwałym algorytmem dla posuwów maszyny.

O KRYTERIUM WYBORU GŁÓWNEJ KOLUMNY

Liczba iteracji w dowolnym algorytmie metody simplex zależy od kryterium wyboru głównej kolumny.

Najbardziej efektywną metodą jest gradiencyjne[1)] kryterium wyboru głównej kolumny:

$$q_k = \frac{c_k - z_k}{\sum_{i=1}^{m}(x_{ik}) + (c_k - z_k)} = \max_j \frac{c_j - z_j}{\sum_{i=1}^{m}(x_{ij}) + (c_j - z_j)},$$

gdzie w każdej iteracji maksymalizuje się zwiększenie funkcjonalności na jednostkę zmiany wartości zmiennych.

Griadiencyjne kryterium wyboru okazało się niemal w 25% bardziej efektywne niż poniższe kryterium:

$$c_k - z_k = \max_j (c_j - z_j),$$

przy czym maksymalizuje się przyrost funkcjonalności na jednostkę zmiany wartości zmiennej wprowadzanej do bazy.

[1)] Patrz [4].

Przykładowo można powiedzieć, że efektywność gradiencyjnego kryterium jest jednakowa z następującym kryterium:

$$q'_k = \frac{c_k - z_k}{\sum\limits_i x^+_{ik} + (c_k - z_k)} = \max_j \frac{c_j - z_j}{\sum\limits_i x^+_{ij} + (c_j - z_j)},$$

gdzie $\sum\limits_i x^+_{ij}$ oznacza, że sumowanie dotyczy tylko dodatnich komponentów x_{ij}.

Rzecz jasna, że gradiencyjne kryterium wyboru głównej kolumny można stosować jedynie w prostym algorytmie metody simplex. Zapewne, niejakie korzyści osiąga się również w algorytmie AK, stosując gradiencyjne kryterium wyboru wewnątrz jednego masywu.

STRATA DOKŁADNOŚCI I POWSTAWANIE WIELKICH LICZB W ITERACJACH SIMPLEKSOWYCH

Podstawowa formuła rachunku w algorytmach metody simplex jest następująca:

$$x'_{ij} = x_{ij} - x_{rj} \frac{x_{ik}}{x_{rk}}. \tag{6}$$

Zawdzięczając przybliżonej prezentacji liczb w EMM, wynik operacji (6), liczba x'_{ij} różni się od istotnego znaczenia. Toteż, jeżeli

$$(x'_{ij}) \leq \varepsilon (x_{ij}),$$

gdzie $\varepsilon \approx 10^{-6} \sim 10^{-8}$, wówczas trzeba mieć na względzie, że x'_{ij} różni się od zera wskutek błędów zaokrąglania.

Obliczenie wyżej wymienionego w programach pozwoliło, w wielu przypadkach, zapobiec powstawaniu wielkich liczb.

Jedna z przyczyn powstawania wielkich liczb (rozbieżności rozwiązania) sprowadza się do tego, że jako główny element x_{rk} wybiera się bardzo małą liczbę (która - być może - jest różna od zera wskutek błędów zaokrąglania (1)). Aby tego uniknąć, trzeba postawić w programie warunek, aby maszyna nie wybierała jako głównej kolumny takich kolumn, dla których, np. $x_{rk} < 10^{-6}$.

W przypdku degeneracji, tzn. jeżeli wśród zmiennych wartości bazowych x_{ni} są wartości zerowe, należy wybrać główny wiersz z warunku.

$$x_{rk_\nu} = \max_j \left\{ x_{ik_\nu} \,\middle|\, x_{ni} = 0, x_{ik_\nu} > 0 \right\}. \tag{x}$$

To przedsięwzięcie, moim zdaniem, zmniejsza prawdopodobieństwo wpadania w cykl.

(Forma zapisu formuły (x) oznacza rozpatrywanie jedynie tych wartości indeksu i, dla których spełniono warunki $x_{ni} = 0$, $x_{ik_\nu} > 0$).

Uwzględnienie osobliwości w macierzy warunków pozwala znacznie przyspieszyć rozwiązanie zadania. Rozkładając na składniki algorytm z odwróconą macierzą metody simplex (AOM), otrzymamy efektywne metody dla zadań PL różnych klas. W taki sposób otrzymuje się np. metodę potencjałów (metoda MOD) dla zadania transportowego, uogólnienie metody potencjałów dla zadania rozdzielczego [7,8] itd.

Zatrzymamy się nieco dłużej na algorytmie zadania rozdzielczego.

W AOM, podobnie jak w AM, dla dokonania kolejnej iteracji trzeba określić wektory X_k oraz π zgodnie z formułami (4) i (3).

W trakcie tego wektory X_k oraz π stanowią rozwiązanie następujących układów równań:

$$\pi B = \bar{c} \,, \tag{7}$$

$$B X_k = P_k \,. \tag{8}$$

W przypadku, gdy macierz B posiada prostą strukturę, najłatwiej jest określić wektory π oraz X_k wprost z układu równań (7) i (8), nie dochodząc do odwrócenia macierzy B. Na przykład, jeżeli macierz B jest trójkątna, wtedy określenie π i X_k nie wymaga żadnego trudu. W przypadku zadania transportowego B zawsze jest macierzą trójkątną.

Jednakże, czy macierz B jest trójkątna, czy nie, można wyjaśnić za pomocą następującego algorytmu wykreślania:

W macierzy B odnajdujemy taki wiersz, który zawiera nie więcej niż jeden komponent niezerowy. Eliminujemy ten wiersz a także kolumnę, w której znajdował się ten komponent niezerowy i proces ten powtarzamy do tej pory, dopóki nie będzie zakończona eliminacja całej macierzy lub nie okaże się, że we wszystkich pozostałych wierszach liczba elementów niezerowych jest większa lub równa dwom.

Macierz B, eliminowana w ten sposób, jest trójkątna a dokładniej - można ją sprowadzić do postaci trójkątnej przez przestawienie wierszy i kolumn. W celu rozwiązania układu równań (7) i (8) nie jest właściwie konieczne przestawianie wierszy i kolumn. Komponenty wektora X_k są określane w takiej kolejności, w jakiej eliminowane były kolumny macierzy B, natomiast komponenty wektora π - w porządku odwrotnym do eliminowania wierszy w macierzy B.

W przypadku, gdy każdy wiersz pozostały w macierzy B po zastosowaniu algorytmu eliminacji zawiera po 2 elementy niezerowe, macierz B nazywamy prawie eliminowaną.

Okazuje się, że bazowa macierz zadań dwukomponentowych[1] jest zawsze macierzą eliminowaną lub prawie eliminowaną.

W przypadku drugim systemy równań (7) i (8) rozpadają się na samodzielne podukłady i dla ich rozwiązania można zastosować następującą zasadę.

[1] Tzn. zadań, których macierz warunków zawiera w każdej kolumnie nie więcej niż dwa elementy niezerowe.

Fiksując jedną zmienną x, nazywamy ją specjalną, pozostałe zmienne trzeba określić w danym podukładzie tak jak w przypadku eliminacji, przy czym tylko jeden warunek nie będzie spełniony ze względu na nie schodzenie się linii wskutek błędów wymiarowych r, gdzie r stanowi liniową funkcję od x:

$$r(x) = \alpha x + \beta .$$

Ponieważ $\beta = r(0)$, $\alpha = r(1) - r(0)$, stąd wniosek, że trzeba wziąć:

$$x = \frac{r(0)}{r(0) - r(1)} .$$

Następnie, w przypadku prawie eliminacji schemat rachunku komplikuje się w nienaturalny sposób.

Rozpatrzmy przykład bardziej ogólny. Przypuśćmy, że macierz B wskutek przestawienia wierszy i kolumn została doprowadzona do następującej postaci:

$$B = \begin{array}{|c|c|} \hline B_0 & B_1 \\ \hline B_2 & \Delta \\ \hline \end{array}$$

gdzie Δ – trójkątna macierz, zaś B_0 – kwadratowa macierz układu s. Dajmy na to, że x_k i P_k są również rozdzielone na dwie części w odpowiedni sposób:

$$x_k = \begin{pmatrix} x_k^{(1)} \\ x_k^{(2)} \end{pmatrix}, \qquad P_k = \begin{pmatrix} P_k^{(1)} \\ P_k^{(2)} \end{pmatrix},$$

fiksując $x_k^{(1)}$ metodą dowolną, możemy $x_k^{(2)}$ określić na podstawie równania:

$$\Delta x_k^{(2)} = P_k^{(2)} - B_2 x_k^{(1)} . \tag{9}$$

Ponieważ $x_k^{(1)}$ zostało zafiksowane metodą dowolną, pierwsze s równań układu (8) nie spełniają się, to znaczy:

$$r(x_k^{(1)}) = P_k^{(1)} - B_0 x_k^{(1)} - B_1 x_k^{(2)} \neq 0 . \tag{10}$$

Wektor $r(x_k^{(1)})$ zależy liniowo od $x_k^{(1)}$:

$$r(x_k^{(1)}) = \alpha x_k^{(1)} + \beta ,$$

gdzie:

α – kwadratowa macierz układu s.

Łatwo upewnić się w tym, że

$$\beta = r(0), \ \alpha = [r(e_1) - r(0), r(e_2) - r(0), \dots, r(e_s) - r(0)],$$

gdzie:

e_i – jednostkowy wektor z jednostką na i-tym miejscu.

Wektory $\tau(0)$, $\tau(e_1),\dots,\tau(e_s)$ łatwo określić z formuł (9) i (10).

Następnie rozwiązanie X_k określa się jako $X_k^{(1)}=\alpha^{-1}\beta$, a następnie podstawiając znalezione $X_k^{(1)}$ do formuły (9), określamy $X_k^{(2)}$.

Teoretycznie rzecz biorąc, wszystko wygląda tu prosto. Główne trudności powstają przy odszukaniu efektywnego algorytmu formalnego dla EMM.

Intuicja podpowiada, że to podejście jest bardziej efektywne niż algorytm AM dla wąskiej kategorii zadań, tzn. dla zadań, których macierz warunków zawiera bardzo mało elementów niezerowych, czyli gdzie minimalne będą rozmiary s. Na przykład w przypadku zadania dwukomponentowego wszystko przebiega dobrze.

Ciekawe byłoby przeprowadzenie następującej klasyfikacji zadań PL: przypuśćmy, że do kategorii I odnoszą się zadania, które łatwiej rozwiązywać przy pomocy algorytmu AM, a do kategorii II należą te zadania PL, które lepiej rozwiązywać za pomocą algorytmu odpowiadającego omówionym wyżej ideom.

W przypadku zadania rozdzielczego $s \leqslant 1$, dokładniej niż w układzie równań (7) i (8) rozpadają się one na samodzielne podukłady, dla których z osobna $s \leqslant 1$, tzn. możliwy jest np. przypadek:

$$B=\begin{pmatrix} XX00 \\ XX00 \\ 00XX \\ 00XX \end{pmatrix},$$

gdzie przez X oznaczono współczynnik niezerowy.

Zadanie rozdzielcze:

$$\max\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \Big/ \sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_{ij}=A_j,\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij}\leqslant B_i,\ x_{ij}\geqslant 0\right\}.$$

Podejście opisane w danym rozdziale posiada następujące zalety:

1. W trakcie wyliczania stosuje się tylko liczby pierwsze, co znacznie zmniejsza wpływ błędów zaokrąglania i można zachowywać informację w postaci zwartej, bez zer.
2. Łatwo ponowić liczenie po dowolnej liczbie iteracji. W tym celu trzeba jedynie znać numery zmiennych bazowych.
3. Dla przeprowadzenia kolejnej iteracji nie trzeba przeglądać wszystkich danych wyjściowych (wszystkie kolumny macierzy warunków).

ALGORYTM APROKSYMACYJNY ROZWIĄZANIA ZADAŃ PL WEDŁUG ZASADY ROZŁOŻENIA DANTZIGA-WOLFEA

Stosowanie zasady rozłożenia Dantziga-Wolfea pozwala znacznie przyspieszyć rozwiązanie zadań PL, posiadających określoną strukturę blokową.

Według zasady rozłożenia Dantziga-Wolfea można rozwiązywać zadania według różnych schematów wyliczeniowych. Wydaje nam się, że jednym z najbardziej efektywnych jest algorytm aproksymacyjny. Oto jego opis. Przypuśćmy, że mamy zadanie PL:

$$\max\left\{\sum_{s=1}^{n}\sum_{j=1}^{n_s} c_j^{(s)}x_j^{(s)} \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n_s} a_{ij}^{(s)}x_j^{(s)}=b_i^{(s)}, \sum_{s,j=1}^{n,n_s}\bar{a}_{ij}^{(s)}x_j^{(s)}= =\bar{b}_i,\, x_j^{(s)}\geq 0\right\}. \tag{11}$$

Wprowadzimy oznaczenia:

$$A^{(s)}=\|a_{ij}^{(s)}\|,\ \bar{A}^{(s)}=\|\bar{a}_{ij}^{(s)}\|,\ c^{(s)}=(c_1^{(s)},\dots,c_{n_s}^{(s)}),$$

$$b^{(s)}=(b_1^{(s)},\dots,b_{m_s}^{(s)})^T,\ X^{(s)}=(x_1^{(s)},\dots,x_{n_s}^{(s)})^T,\ \bar{b}= =(\bar{b}_1,\dots,\bar{b}_m)^T.$$

Macierz warunków A zadania (11) posiada strukturę blokową:

$A^{(1)}$	0	...	0
0	$A^{(2)}$	...	0
...	...	...	...
0	0	...	$A^{(n)}$
$\bar{A}^{(1)}$	$\bar{A}^{(2)}$	...	$\bar{A}^{(n)}$

Zadanie (12) nazwiemy podzadaniem:

$$\max\left\{c^{(s)}X^{(s)} \,\middle|\, A^{(s)}X^{(s)}=b^{(s)}, X^{(s)}\geq 0\right\}. \tag{12}$$

Nie naruszając łączności, przewidujemy, że wieloboki warunków podzadań są ograniczone. Jeśli tak nie jest, zawsze można to osiągnąć, dodając do zadania (12) warunek:

$$\sum_{j=1}^{n_s} x_j^{(s)}\leq L,$$

gdzie L jest liczbą dość wielką, określającą treść fizyczną zadania.

W tym przypadku dowolny punkt $\tilde{X}^{(s)}$, odpowiadający warunkom podzadania, można przedstawić w postaci wypukłej kombinacji wierzchołka $X_\mu^{(s)}$ wieloboku warunków zadania (12):

$$\tilde{X}^{(s)} = \sum_{\mu} \lambda_{\mu}^{(s)} X_{\mu}^{(s)}, \tag{13}$$

gdzie wielkości $\lambda_{\mu}^{(s)}$ odpowiadają warunkowi wypukłości:

$$\sum_{\mu} \lambda_{\mu}^{(s)} = 1, \lambda_{\mu}^{(s)} \geqslant 0. \tag{14}$$

Optymalnego rozwiązania zadania (11) można następnie szukać w formule (15):

$$\tilde{X} = (\tilde{X}^{(s)}, \ldots, \tilde{X}^{(n)}), \tag{15}$$

gdzie $\tilde{X}(i)$ określają formuły (13) i (14).
Warunki (16) nazwiemy wiążącymi:

$$\sum_{s=1}^{n} \bar{A}^{(s)} X^{(s)} = \bar{b}. \tag{16}$$

W mocy wypełnialności warunku (14), wektor $\tilde{X}$ odpowiada warunkom podzadań, ale wektor jako rozwiązanie zadania (11) powinien odpowiadać również warunkom wiążącym, tzn. powinno mieć miejsce równanie (17):

$$\sum_{s=1}^{n} \sum_{\mu} \left[A^{-(s)} X_{\mu}^{(s)} \right] \lambda_{\mu}^{(s)} = \bar{b}. \tag{17}$$

Podstawmy wektor $\tilde{X}$ do funkcjonału $f = \sum_{s=1}^{n} c^{(s)} X^{(s)}$, a otrzymamy:

$$f = \sum_{s=1}^{n} \sum_{\mu} \left[c^{(s)} X_{\mu}^{(s)} \right] \lambda_{\mu}^{(s)}.$$

Rozwiązanie zadania (11) można sprowadzic następnie do rozwiązania (18):

$$\max \left\{ \sum_{s=1}^{n} \sum_{\mu} \left[c^{(s)} X_{\mu}^{(s)} \right] \lambda_{\mu}^{(s)} \,\middle|\, \sum_{s=1}^{n} \sum \left[\bar{A} X_{\mu}^{(s)} \right] \lambda_{\mu}^{(s)} = \bar{b}, \sum_{\mu} \lambda_{\mu}^{(s)}\ 1, \lambda_{\mu}^{(s)} \geqslant 0 \right\}. \tag{18}$$

Jako rozwiązanie otrzymane wielkości $\lambda_{\mu}^{(s)}$ podstawiamy do formuły (13), otrzymując optymalne rozwiązanie (11) w formule (15).

Zadanie (18), dalej będziemy je nazywać zadaniem koordynującym, posiada $n + m$ warunków, tzn. liczba podzadań plus liczba warunków wiążących. Liczba zmiennych zadania koordynującego jest równa liczbie wierzchołków $X_{\mu}^{(s)}$ zadań (12), a to liczba olbrzymia.

Okazuje się jednak, że dla znalezienia optymalnego rozwiązania zadania (11) można ograniczyć się do względnie niewielkiej liczby wierzchołków $X_{\mu}^{(s)}$.

Przypuśćmy, że mamy bazowe rozwiązanie zadania (18)

$$\lambda=\left[\lambda_{\mu_1}^{(s_1)},\lambda_{\mu_2}^{(s_2)},\ldots,\lambda_{\mu_{n+m}}^{(s_{n+m})}\right],\tag{19}$$

wektor cen zmiennych bazowych $\tilde{c}=(\tilde{c}_1,\tilde{c}_2,\ldots\tilde{c}_{n+m})$, gdzie $\tilde{c}_\tau = c^{(s_\tau)}x_{\mu_\tau}^{(s_\tau)}$ $(\tau = 1,\ldots,n+m)$.

Bazową macierzą $\tilde{B}$ zadania koordynującego jest macierz następująca:

$$\tilde{B}=(Q_1,Q_2,\ldots,Q_{n+m}),\ \text{gdzie}\ Q_\tau=\begin{pmatrix}\bar{A}^{(s_\tau)}x_{\mu_\tau}^{(s_\tau)}\\0\\1\\0\end{pmatrix}$$

posiada 1 na $(m+s)$-tym miejscu.

Simpleksowe mnożniki zadania koordynującego, oznaczmy je symbolem $W=(\pi_1,\pi_2,\ldots\pi_m,t_1,t_2,\ldots,t_n)$, wylicza się, jak wiadomo, według formuły:

$$W=\tilde{c}\tilde{B}^{-1}.\tag{20}$$

Wierzchołkowi $x_\mu^{(s)}$ odpowiada kolumna

$$P_\mu^{(s)}=\begin{pmatrix}\bar{A}^{(s)}x_\mu^{(s)}\\0\\1\\0\end{pmatrix}$$

z 1 na $(m+s)$-tym miejscu i z wartością $\tilde{c}_\mu^{(s)}=c^{(s)}x_\mu^{(s)}$ w macierzy warunków zadania (18).

Jak wiadomo, rozwiązanie zadania PL jest optymalne, jeżeli dla wszystkich kolumn spełniono następujący warunek: wartość kolumny jest mniejsza lub równa iloczynowi wektora mnożników simpleksowych na kolumnę. W danym przypadku ten warunek wyraża następująca formuła:

$$P_\mu^{(s)}W\geq\tilde{c}_\mu^{(s)}\qquad (s=1,\ldots,n\ \text{dla wszystkich}\ \mu)$$

lub

$$\bar{A}^{(s)}x_\mu^{(s)}\pi+t_s\geq c^{(s)}x_\mu^{(s)},$$

lub

$$(c^{(s)}-\pi\bar{A}^{(s)})x_\mu^{(s)}\leq t_s\quad (s=1,\ldots,n\ \text{dla wszystkich}\ \mu).\tag{21}$$

Sprawdzenie warunku (21) dla wszystkich wierzchołków, jest - jak się okazuje - rzeczą stosunkowo łatwą. Wystarczy rozwiązać następujące zadanie:

$$\max\left\{(c^{(s)}-\pi\bar{A}^{(s)})x^{(s)}\,\middle|\,A^{(s)}x^{(s)}=b^{(s)},x^{(s)}\geq 0\right\}.\tag{22}$$

Oznaczmy optymalne rozwiązanie zadania (22) symbolem $\hat{x}^{(s)}$. Jeżeli warunek (21) wykonano dla wektora $\hat{x}^{(s)}$, wówczas jest on wypełniony również dla wszystkich pozostałych wierzchołków, ponieważ wielkość $(c^{(s)}-\pi\bar{A}^{(s)}x^{(s)}$ nabiera maksymalnego znaczenia przy $x^{(s)}\ \hat{x}^{(s)}$.

Wyliczenie optymalnego rozwiązania zadania (11) można rozpatrywać jako następstwo takich oto posunięć:

1. Rozwiązanie zadania (22) dla wszystkich s.
2. Określenie

$$\beta_e=(c^{(e)}-\pi\bar{A}^{(e)})\hat{x}^{(e)}-t_e=\max_s\left[(c^{(s)}-\pi\bar{A}^{(s)})\hat{x}^{(s)}-t_s\right].$$

Jeżeli $\beta_e \leqslant 2^{-20}$, wówczas przechodzimy do operacji 5; w przeciwnym przypadku - do operacji następnej.

3. Wprowadzenie do bazy zadania koordynującego kolumny

$$\begin{pmatrix} \bar{A}^{(e)}\hat{x}^{(e)} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

o wartości $c^{(e)}\hat{x}^{(e)}$.

4. Określenie W według formuły (20) i przejście do operacji 1.
5. Wyliczenie optymalnego rozwiązania zadania (11) według formuły (13) i (15).

Dla wykonania operacji 1 i 3 można wykorzystać np. program realizacji algorytmu AM.

Wyliczenie można rozpoczynać od stosowania metody sztucznych zmiennych, tzn. wziąć na wstępie $B = E$, $\lambda = (\bar{b}_1,\ldots,\bar{b}_m, 1,\ldots,1)^T$, $\bar{c} = (-L,\ldots,-L)$, gdzie L - dostatecznie wielka liczba w stosunku do wielkości $c^{(s)}x^{(s)}_{\mu}$. Przy wyborze L trzeba brać pod uwagę to, że im większe L wybierzemy, tym więcej wynika komponentów funkcjonału zadania (22).

Jeżeli przy rozwiązaniu zadania (22) wykorzystamy również metodę M, wówczas stosunek między M i L powinien być taki, aby M okazał się znacznie większy od wszystkich komponentów funkcjonału zadania (22).

Przy rozwiązywaniu zadania (22) najlepiej stosować algorytm AM, gdzie wyliczenie należy rozpoczynać od operacji powtórzenia.

W trakcie rachunku, prócz $\tilde{B}^{-1}$, λ, $\bar{c}$, W, $\hat{x}^{(e)}$, trzeba zachowywać $n+m$ wierzchołków $x^{(s)}_{\mu}$, odpowiadających bieżącemu rozwiązaniu bazowemu zadania koordynującego.

Omówiony tu schemat wymaga częstego zwracania się do wewnętrznych urządzeń pamięciowych EMM dla wywołania odpowiednich podzadań i zadania koordynującego oraz potrzebnych programów. Prócz tego wymagane jest wielokrotne rozwiązanie podzadań i jeżeli podzadania są większe niż zadanie PL, wówczas rozwiązanie ogólnego zadania wymaga bardzo dużo pracy maszynowej.

W Centrum Obliczeniowym AN ZSRR w Moskwie opracowano program, realizowany według wyżej wymienionego schematu wyliczeniowego rozwiązania zadania PL na zasadzie rozłożenia Dantziga-Wolfea. W rozwiązaniu podzadań stosuje się prosty algorytm simplex. Z powodu ograniczoności pamięci operacyjnej EMM i bębnów magnetycznych (EMM BESM-P, OP-2048 komórek, MB-15000 komórek, podzadanie powinno w pełni zmieścić się w PO) można rozwiązać zadania typu blokowego, dla których wykonano warunki:

$$(n_j+4)(m_j+3) < 1140 \, ; \, n+m \leq 38 \, ; \, N \leq 610 \, ;$$

$$(n+m)(\max_j n_j) < 1530 \, ; \, n\left[\max_j (n_j+3)(m_j+3)\right] < 12000,$$

gdzie:

N - ogólna liczba niezerowych $\bar{a}_{ij}^{(s)}$.

Zadanie 236 $\times$ 296 ($n_j = 28, m_j = 16, n = 10$) zostało rozwiązane przy 2^h, przy czym liczba iteracji w zadaniu koordynującym wynosiła około 200.

W tym programie rozwiązuje się kolejno zadanie (22) z wprowadzeniem do bazy zadania koordynującego pierwszej z brzegu kolumny $\begin{pmatrix} \bar{A}^{(s)}\hat{x}^{(s)} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, dla którego spełniono warunek $(c^{(s)} - \pi\bar{A}^{(s)})\hat{x}^{(s)} - t_s > \varepsilon$, gdzie ε stopniowo zmniejsza się w miarę zbliżania do optymalnego rozwiązania zadania ogólnego.

Wydaje nam się, że w znacznym stopniu uda się przyspieszyć rachunek i możliwość rozwiązania większych zadań (szczególnie zadań o większych podzadaniach) poprzez następujące zmiany postaci wyliczeń, które będziemy nazywali algorytmem aproksymacyjnym rozwiązanie zadania PL według zasady rozkładania Dantziga-Wolfea (AADW).

Proces rozwiązania rozbijamy na dwa etapy:

1. Znajdziemy optymalne rozwiązanie $\hat{x}_0^{(s)}$ zadań (21) oraz mn optymalnych rozwiązań

$$\hat{x}_1^{(1)}, \hat{x}_2^{(1)}, \ldots, \hat{x}_m^{(2)}, \hat{x}_1^{(2)}, \hat{x}_2^{(2)}, \ldots, \hat{x}_m^{(2)}, \ldots, \hat{x}_1^{(n)}, \hat{x}_2^{(n)}, \ldots, \hat{x}_m^{(n)} \tag{23}$$

zadań (22) przy funkcjonałach:

$$(c^{(s)} - \pi\bar{A}^{(s)} + \nu e_i \bar{A}^{(s)}) x_i^{(s)} \quad \begin{pmatrix} i = 1, \ldots, m \\ s = 1, \ldots, n \end{pmatrix}, \tag{24}$$

gdzie:

$e_i = (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)$ (1 na i-tym miejscu).

Niżej powiemy o tym, jak wybrać ν i π.

2. Znajdziemy optymalne rozwiązanie zadania (18), rozpatrując w charakterze kolumn macierzy warunków tego zadania - wektory

$$\begin{pmatrix} \bar{A}^{(s)}\hat{x}_i^{(s)} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

z wartością $c^{(s)}\hat{x}_i^{(s)}$ ($i = 0, 1, \ldots, m; \; s = 1, \ldots, n$) (w tych kolumnach 1 na $(m+s)$-tym miejscu).

Następnie powracamy do etapu I, rozpatrując w charakterze wektora π pierwsze m komponentów dwoistego rozwiązania zadania (18), określonego na etapie II. Zwiększamy liczbę kolumn zadania (18) za pomocą wierzchołka $\hat{x}_i^{(s)}$, określonych na etapie I. Powtarzamy opisaną procedurę do spełnienia warunku:

$$\left(c^{(s)}-\pi\bar{A}^{(s)}\right)\hat{x}_0^{(s)}-t_s<\varepsilon \quad (s=1,\dots,n). \qquad (25)$$

gdzie:

$\hat{x}_0^{(s)}$ - optymalne rozwiązanie zadania (22), otrzymane przy ostatnim powrocie do etapu I.

Zakładamy, że po kilku powtórzeniach etapu I i II znajdzie się w praktyce dość dobre rozwiązanie zadania (11).

Na początku z całym prawdopodobieństwem trzeba przyjąć $\bar{\pi}$ = o; oczywiście im bardziej uda nam się przybliżyć główne $\bar{\pi}$ do opymalnego znaczenia π, tym szybciej możemy rozwiązać zadanie.

Jak określić v?

Przypuśćmy, że zadanie (11) posiada następującą treść ekonomiczną:

Cały kraj został podzielony na n rejonów ekonomicznych. Trzeba opracować najlepszy plan lokalizacji i specjalizacji wytwarzania c/x (rolniczej) produkcji według rejonów kraju.

Jako funkcjonał będziemy rozpatrywali sumaryczną produkcję c/x wytwarzania we wskaźnikach pieniężnych w całym kraju.

W podzadaniach uwzględnia się wewnętrzne warunki i potrzeby rejonów.

Warunki wiążące - to w zasadzie: nierówności typu $\geqslant$, tzn. potrzebna jest pszenica, żyto, ryż, zboże towarowe, mleko, mięso itp. nie mniej niż jakaś określona ich ilość dla całego kraju, oraz pewna ilość warunków typu $\leqslant$, tzn. ograniczono ogólną ilość nawozów mineralnych i środków finansowych dla kraju jako całości.

Następnie funkcjonał (24) w danym przypadku oznacza, że na I etapie szukamy takich rozwiązań dla s-tego rejonu, dla których wagą v maksymalizuje się produkcję pszenicy ($i=1$), żyta (i = 2) itd., to znaczy wagą v maksymalizuje się warunki wiążące.

Naturalnie, przyjęcie wagi v jest negatywne dla warunków wiążących typu $\leqslant$.

Na pewno v należy wziąć z rzędu 1 w pierwszym cyklu (jeśli współczynniki $\bar{a}_{ij}^{(s)}$ jednego rzędu - wielkościami $c_j^{(s)}$), a później waga v powinna zmniejszać się.

Na podstawie opisanej wyżej metodyki rozwiązaliśmy zadanie 700 $\times$ 1200 ($n_j \sim 100$, $m_j \sim 70$, $n = 10$, $m = 25$, $\bar{N} = 4000$). Już w pierwszym cyklu znaleziono dość dobre rozwiązanie, przy czym okazało się, że nie trzeba znajdować $(m+1)n$ rozwiązania $\hat{x}_i^{(s)}$ na etapie I, lecz nieco mniejsze i ograniczyliśmy się do 5-7 rozwiązań dla każdego podzadania. Dla jakich i trzeba wyliczyć $\hat{x}_i^{(s)}$, podpowie analiza ekonomiczna zadania. Na przykład, jeżeli i-ty warunek wiążący oznacza sumaryczną produkcję ryżu, wtedy jest rzeczą jasną, że dla rejonów, w których ryż nie rośnie, nie trzeba wyliczać $\hat{x}_i^{(s)}$.

LITERATURA

[1] G. Zontendijk: Methods of feasible directions, 1960 (Metody wozmożnych na prawlenij), Moskwa 1963.

[2] U.Ch. Małkow: Reszenije bolszich zadacz liniejnogo programmirowanija na EWM. Wykład na międzynarodowym kollokwium w sprawie stosowania matematycznych metod w planowaniu, Budapeszt, czerwiec 1963.
[3] U.Ch. Małkow: Podprogramma simpleks-metoda. Wyd. WC AN ZSRR, Seria U. Tipowyje i standartnyje podprogrammy WC AN ZSRR dla EWM BESM - II. 1962.
[4] I.C. Dickson and Frederick: A Decision Rule for improved efficionary Lin. Progr. Probl. with Simplex algh. Communications of the association for computing Machinery 3 (1960) 509-512.
[5] W.A. Masz: Ob odnom sposobie wybora wwodimoj pieremiennoj w simpleks-metodie lin. programmirowanija. Żurnał wyczyslitelnoj matemat. i matem. fizyki.T. 4,N° 2, Moskwa 1964.
[6] E.P. Borisowa: Podprogramma iteracjonnogo metoda reszenija obszczej zadaczi lin.programmirowanija. AN ZSRR, Wyczyslitielnyj centr. Standartnyje i tipowyje programmy BESM - 2.W.8., Moskwa 1964.
[7] U.Ch. Małkow: Ałgoritm reszenija raspierieditielnoj zadaczi.Żurnał wyczisl.matem. i mat.fiz. T.2,N° 2, Moskwa 1962.
[8] U.Ch. Małkow: Reszenije niekotorych zadacz lin.programmirowanija. Dysertacja i jej autoreferat, 1962.
[9] U.Ch. Małkow: O reszenij bolszich zadacz lin. programmirowanija na EWM po principu rozłożenija Dantziga-Wolfea. Sb.Primienienije matematiczeskich metodow w ekonomiczeskich issliedowanijach po sielskomu chozjaistwu. Moskwa 1963[1]. (Tezisy sowieszczanija - w WNIIESCh, wrzesień 1963). Istnieje przekład na język słowacki, dokonany przez Katedra Ekonomicko-matematickych Metod Vysokej Školy Ekonomickej w Bratysławie.
[10] Dantzig-Wolfe: Decomposition principle for linear programs. Operation Research, Vol. 8, styczeń-luty 1960.
[11] Judin i Golsztejn: Liniejnoje programmirowanije Moskwa, 1963.
[12] T. Pietrzykowski: On an iteration method for maximizing a concave function on a convex set. Prace ZAM, Ser.A.Nr 13, 1961.

[1] Wyszła drukiem książka "Primienienije matematiczeskich metodow w ekonomiczeskich issledowanijach po sielskomu chozjaistwu", Ekonomizdat, Moskwa 1964.

J. RUDOLPH
Państwowa Komisja Planowania NRD – Berlin

WERYFIKACJA OPTYMALNYCH PLANÓW ROZWOJU GOSPODARKI NARODOWEJ

1. UWAGI WSTĘPNE

Zagadnienie opracowywania proporcjonalnych i optymalnych planów rozwoju gospodarki narodowej stało się dzisiaj nieodzownym wymogiem we wszystkich krajach socjalistycznych. W NRD postawiono je sobie za cel w związku z opracowywaniem nowego systemu ekonomicznego planowania i kierowania gospodarką narodową. Praktyczna realizacja tego zadania przyczynia się ostatnio do podwyższenia efektywności pracy narodowej, tzn. że osiąga się przez to ten sam skutek, który ustala się podczas wprowadzania nowej techniki do produkcji.

Z tego względu poświęca się od kilku już lat większą uwagę pracom badawczym nad rozwiązaniem tego zagadnienia. Równocześnie rozpoczęto również eksperymenty praktyczne na dużą skalę w poszczególnych dziedzinach w oparciu o odpowiednie postanowienia Państwowej Komisji Planowania. W pierwszym rzędzie zajęto się tzw. częściowymi bilansami przepływów, w których stosunki między produkcją z jednej strony a zużyciem materiałów i energii z drugiej strony bilansują się oraz na odcinku obliczeń w zakresie nakładów pracy.

Na razie wypróbowano program ekonomicznego modelu optymizacji, który chciałbym omówić. Po zakończeniu prac teoretyczno-koncepcyjnych rozpoczęliśmy obecnie prace, które zestawiają na razie w etapie eksperymentu modele niezbędne dla celów statystycznych (bilanse sprawozdawcze) z samymi liczbowymi danymi statystycznymi. Głównym kierunkiem naszej pracy badawczej było jednak stale wypracowanie modeli dla celów prognozy, celów planowania i kierowania, tzn. orientowaliśmy zawsze na to, aby rozwinąć obliczenia decyzyjne. Równocześnie taka praca badawcza prowadziła także i do dokładniejszego niż dotychczas poznania prawidłowości procesu reprodukcji rozszerzonej, a przez to i do lepszej jego interpretacji.

Z konieczności uzyskania decyzji optymalnych dla rozwoju gospodarki narodowej i jej części składowych wynikał cały program dalszego rozwinięcia naszych tradycyjnych obliczeń bilansowych i innych obliczeń decyzyjnych. Dotyczy to zarówno wszystkich faz procesu planowego kierowania gospodarką, tj.

1) fazy prognoz (około 8-15 lat),
2) planu perspektywicznego i planu rocznego (około 1-7 lat),
3) fazy realizacji planu,

jak również realizacji tych funkcji na wszystkich szczeblach kierowania socjalistyczną gospodarką narodową, tzn.

1) kierowania zakładami produkcyjnymi,
2) kierowania gałęziami,
3) kierowania centralnego.

Wstępne przygotowanie każdej decyzji w tych ramach polega w swej istocie na rozważeniu różnych możliwości (wariantów) postępowania, ograniczonego istniejącymi środkami ekonomicznymi w celu znalezienia w każdym przypadku najbardziej racjonalnego rozwiązania. Człowiek, niezależnie od tego czy indywidualnie, czy też kolektywnie, może podjąć taką decyzję tylko wówczas, gdy rozporządza idealnym pojęciem, tzn. modelem procesu, na który chce wpływać poprzez swą decyzję. Jest przy tym zupełnie obojętne, czy zdaje on sobie sprawę z tego faktu, czy też nie. Z drugiej strony jest oczywiste, że jakąś decyzję można uważać za racjonalną,prawidłową pod względem naukowym tylko wówczas, gdy człowiek zdaje sobie sprawę z konieczności istnienia takiego modelu, dysponuje modelem zdolnym do funkcjonowania i czyni z niego instrument swej pracy. Tylko w ten sposób można uczynić decyzje ekonomiczne obiektywnymi, tzn. wyeliminować równocześnie subiektywizm i woluntaryzm z kierowania gospodarką.

Jednakże samo posiadanie jakiegoś modelu oczywiście jeszcze nie wystarcza. Po to, by go uczynić instrumentem praktycznego działania, trzeba go sformułować matematycznie, trzeba posiadać lub rozwinąć odpowiednie metody numeryczne dla rozwiązania zawartych w nim systemów równań,trzeba następnie posiadać konieczne urządzenia do przetwarzania danych i maszyny matematyczne, oraz trzeba - rzecz niemałej wagi - rozporządzać niezbędną informacją ekonomiczną. W ramach niniejszego referatu ograniczę się tylko do omówienia jednego modelu, który dzisiaj daje znane rozwiązanie matematyczne, wskazując na zadania jeszcze nie rozwiązane.Opis mój dotyczy ekonomicznego modelu bilansu globalnego, który można wprowadzić zarówno do obliczeń prognoz (I faza: 8-15 lat), jak również w celach planowania perspektywicznego (II faza: 1-7 lat).

2. KILKA PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW MODELOWANIA GOSPODARKI

W celu zbudowania jakiegoś modelu, niezbędnego do podjęcia decyzji ekonomicznych, trzeba w zasadzie postępować w ten sam sposób co w każdej innej dziedzinie działalności ludzkiej, czy to w technice, czy w medycynie, czy też w jakiejś innej dziedzinie, w której człowiek odgrywa aktywną rolę w procesie ruchu materii. W pierwszym rzędzie trzeba sobie zdawać sprawę z form decyzji i obiektywnych praw danego działu specjalistycznego materii, gdzie ma przejawić się aktywność człowieka. Innymi słowy: trzeba zbadać:

1) strukturę materii,

2) jej dynamikę.

Jak wiadomo, E n g e l s określił ekonomię jako wysoko zorganizowaną formę materii. Zbadanie struktury materii oznacza, krótko mówiąc, co następuje:

1) znaleźć jej elementy,

2) zbadać istotne wewnętrzne współzależności tych elementów,

3) odkryć specyficzną naturę całości tej struktury.

Stosując to do ekonomii, dochodzimy do następujących stwierdzeń:

Specyficzna natura całości struktur ekonomicznych polega na ujarzmieniu natury przez człowieka dla zaspokojenia jego potrzeb (Marks). Ta specjalna aktywność człowieka przebiega w ramach grup ludzkich (kolektywu), do których utworzenia doprowadziły i nadal prowadzą częściowo ekonomiczne, a częściowo pozaekonomiczne przyczyny. Głównymi przyczynami ekonomicznymi są formy własności środków produkcji oraz podział pracy. Podział pracy prowadzi do rozszczepienia się jednolitego niegdyś procesu na różne gałęzie, które usamodzielniają funkcje produkcji (stadia przetwarzania materii, składowanie, transport), cyrkulacji, dystrybucji i konsumpcji pod względem funkcjonalnym. Forma własności prowadzi do usamodzielnienia instytucjonalnego względnie do scalenia ekonomicznych procesów jednostkowych (procesów produkcyjnych i ich elementów materialnych - zob. dalej). Przyczyny pozaekonomiczne współuczestniczą w tworzeniu państwowych dziedzin gospodarki lokalizacji częściowych ekonomicznych funkcji i związanych z nimi grup ludzkich, w tempie rozwoju ekonomicznego itp. Powstałe w ten sposób ekonomiczne elementy strukturalne mają charakter systemów. Przedstawiają one, każdy dla siebie pewną całość, są jednak albo też tworzą pewien kompleks podsystemów (subsystemów). Skala tych ekonomicznych elementów strukturalnych rozciąga się od rynków światowych (międzynarodowych) aż do pojedynczych producentów. Punktami krystalizacji w tym systemie globalnym, który można porównać z piramidą, są istniejące dzisiaj w danych państwach organizmy gospodarcze (gospodarki narodowe), gałęzie (i ich zarządy) (są to np. w przemyśle NRD zjednoczenia państwowych zakładów wytwórczych) w socjalistycznej gospodarce narodowej i same zakłady produkcyjne. Gałęzie jako jednostki organizacyjne (tylko w tym sensie będę używał tutaj tego pojęcia) oraz zakłady produkcyjne są systemami, organizmami społecznymi o specyficznym zadaniu w globalnym procesie przetwarzania materii, który to proces jest treścią gospodarki narodowej, będącej także pewnym systemem. Proces konsumpcji indywidualnej, aczkolwiek nie będący procesem pracy z ekonomicznego punktu widzenia, jest związany z procesem reprodukcji globalnej przez przepływ produktów, służących jako środki konsumpcyjne, i przez to, że jest on równocześnie biologicznym i kulturalnym procesem życiowym jednostki oraz procesem reprodukcji siły roboczej. Mamy zatem w ekonomii do czynienia z sieciowym systemem społecznych elementów strukturalnych, a mianowicie zarówno w ułożeniu poziomym (obok położonym), jak również pionowym (górnym lub dolnym).

Decyzje ekonomiczne są w systemie specjalistycznej gospodarki narodowej opracowywane zgodnie z założeniami tego systemu. Mamy zatem rozwinąć odpowiednie modele bilansowe również i dla tych systemów.

Zgodnie z tym stwierdzeniem aspekt strukturalny zostałtu dopiero ujęty z jednego punktu widzenia. Obok tych uwarunkowanych społecznie elementów strukturalnych istnieją jeszcze takie, które są uwarunkowane charakterem procesu roboczego. W procesie roboczym przetwarzanie materii przebiega w formie elementarnej; jego elementami strukturalnymi są: siła robocza, środki pracy, przedmiot pracy i produkt,będący wynikiem tego procesu roboczego. Należy przy tym uwzględnić i ten fakt, że ekonomiczny proces przetwarzania materii zawiera w sobie nie tylko zmianę występujących w przyrodzie surowców i sił, lecz także proces cyrkulacji i dystrybucji produktów,jak również bezpośrednio związany z ostatnimi "podział pracy", tzn. wynikające stąd zapotrzebowanie na ten produkt. Na tym zamyka się zasadniczo krąg elementarnych kategorii ekonomicznych, występujących w modelu.

Wewnętrzne współzależności tych elementów struktur ekonomicznych określone są przez system praw ekonomicznych. Prawa ekonomiczne dadzą się podzielić na takie,które określają wytwarzanie, zmiany i współdziałanie samych systemów, oraz na takie, które określają proporcje między elementami procesu roboczego i procesu podziału, jak również na takie,które określają związany z tym proces tworzenia wartości. Trzeba je uchwycić przy budowie modelu.

Przy modelowaniu procesów ekonomicznych trzeba następnie, jak zresztą i w innych dziedzinach, uwzględnić to, że formami bytu również tej części materii uniwersalnej są przestrzeń i czas. Powoduje to w procesie poznania, związanym z modelowaniem to, że system podlegający modelowaniu trzeba z jednej strony ujmować w jego każdorazowym stanie, że tak powiem jako fotografię momentalną, a z drugiej strony w jego ruchu, przy czym w ostatnim przypadku przeprowadza się to w takiej formie, że ruch ten jest przedstawiony jako skutek stanów dyskretnych. Z tą okolicznością łączy się podział na modele statyczne i dynamiczne. Jest to obecnie w ekonomii powiązane ze specjalną problematyką, ponieważ planowanie w sposób tradycyjny rozpatruje przedmiot ekonomiki, jakbyśmy powiedzieli "w przekroju jednego roku", przy czym odnośnie do niektórych wielkości przeprowadza się podział na kwartały lub terminizację według miesięcy (np. w kierunku inwestycji).

Przedstawię obecnie rozpatrywany model początkowo w aspekcie statycznym, a następnie dopiero w aspekcie dynamicznym.

3. MODEL STATYCZNY LUB INTERWAŁOWY

Budowa modelu statycznego procesu ekonomicznego reprodukcji musi wychodzić z analizy i odpowiedniego do modelu przedstawienia elementarnych procesów ekonomicznych, którymi są:

1) proces roboczy,
2) proces cyrkulacji,
3) proces konsumpcji,
4) procesy tworzenia wartości i dystrybucji.

W ramach niniejszego referatu, z uwagi na oszczędność czasu, rozpatrzę bliżej te procesy, będę jednak musiał użyć pewnych uproszczeń.

3.1. Model (pojedynczego) procesu roboczego

W procesie roboczym współdziałają:
siła robocza E,
środki pracy G,
przedmiot pracy M
w celu wytworzenia jako wyniku tego procesu roboczego
produktu B.

Jest przy tym bez znaczenia, czy wynikiem tego procesu jest produkt materialny, tzn. czy ten proces roboczy jest produktywny, wytwarzający dochód narodowy, czy też nieproduktywny.

W zależności od rodzaju produktu oraz od sposobu i rodzaju jego powstawania różnić się będą jakościowo i ilościowo: siła robocza, środki pracy i przedmiot pracy.

Siła robocza występuje jako kolektyw (robotnicy zespołowi), jej zakres mierzy się liczbą globalnej ilości osób, które muszą być obecne w procesie (jednostki w pełnym wymiarze zatrudnienia), jej jakość wyraża się składem stosownie do rodzajów kwalifikacji.

Znajdujemy więc, że w rozważanym przedziale - co zawsze jest założone - do wytworzenia ilości produktu rodzaju j ($j = 1,\ldots,n$) B_j potrzeba ogólnego robotnika o E_j składzie wg rodzaju kwalifikacji k ($k = 1,2,\ldots,m$)

$$E_j = \sum_k E_{kj} \tag{1}$$

lub - innymi słowy - musi on być obecny w strukturze:

$$e_{kj} = E_{kj} E_k^{-1} . \tag{2}$$

W celu wyprodukowania ilości B_j musi ten robotnik ogólny pracować h_j godzin w rozważanym przedziale.

Środki pracy występują także jako wielkości złożone (kolektyw), mianowicie jako "fundusz podstawowy", przez co należy rozumieć pewną kombinację produkcji o charakterze środków pracy w określonym celu wytworzenia produktów rodzaju j.

Ten fundusz podstawowy ma określoną zdolność do wytwarzania produktów na jednostkę czasu (godzinę).

Jest to jego wydajność godzinowa G_j.

Składnikami tego funduszu podstawowego są produkty o charakterze środków pracy rodzaju i ($i = j = 1,\ldots,n$):

$$G'_{ij} ,$$

więc "strukturę rzeczową" funduszu podstawowego można scharakteryzować wskaźnikiem:

$$g_{ij} = G'_{ij} \cdot G_j^{-1}. \tag{3}$$

W celu wytworzenia ilości B_j produktu fundusz podstawowy musi być w ruchu w tym przedziale przez

$$c_j$$

godzin.

Również i przedmiot pracy jest kolektywem; jednakże poszczególne jego składniki (surowce itd.) są uchwycone w swej indywidualności. W celu wytworzenia ilości B_j potrzeba surowców itd. w ilości:

$$M_{ij}, \text{ tzn. } M_{1j}, \ldots, M_{nj}.$$

Specyficzny nakład, tzn. odniesiony na jednostkę siły roboczej, środków pracy i przedmiotu pracy, wyraża się w ich relacji z ilością produktu:

$p_j = B_j E_j^{-1} h_j^{-1}$ – godzinowa produkcyjność siły roboczej, (4)

$k_j = B_j G_j^{-1} C_j^{-1}$ – stopień wykorzystania (godzinowej wydajności) funduszu podstawowego, (5)

$m_{ij} = M_{ij} \cdot B_j^{-1}$ – odpowiednie zużycie materiałowe na produkty rodzaju i. (6)

Rodzaj produktu, rodzaj zastosowanej technologii i poziom techniczny funduszu podstawowego, jak również (dostosowane do nich) kwalifikacje siły roboczej, dzienny czas roboczy[1] oraz dzienne współczynniki zmianowe i współczynniki ruchu określają wspólnie wyrażoną we wskaźnikach:

$$p_j, e_{kj}, k_j, m_{ij}, g_{ij}, c_j, h_j$$

wewnętrzną współzależność elementów tego systemu – "procesu roboczego". Do określonego stanu procesu roboczego należy zatem każdorazowo zupełnie określony "zespół wskaźników" tego rodzaju.

Zakładamy teraz, że w przedziale rozważanym "statycznie" zjawia się ruch. Wyraża się on w tym, że wielkości B_j i M_{ij} występują jako "sumy przedziałów", oraz że wielkości E_j i G_j zmieniają ich stan. Ostatnie wielkości pojawiają się jako stan początkowy i końcowy

$$E_{(b)j} \text{ i } G_{(z)j}, E_{(e)j} \text{ i } G_{(e)j},$$

jak również jako rozchody i przychody

$$E_{(a)j} \text{ i } G_{(a)j}, E_{(t)j} \text{ i } G_{(t)j}$$

w czasie tego przedziału.

[1] Podporządkowany społecznemu przeciętnemu stopniowi natężenia pracy.

Wielkości

$$E_j \text{ i } G_j$$

przedstawiają następnie stan przeciętny podczas rozpatrywanego przedziału. Z powodu zwięzłości referatu będę tu rozpatrywał tylko zmiany funduszu podstawowego i to tylko w zakresie przychodów, a odnośnie do sił roboczych będę operował jednak stanem przeciętnym. Za odpowiedni moment dla zmian funduszu podstawowego uznano środek przedziału, tzn. "czas funkcyjny" wpływu podczas tego przedziału, mianowicie:

$$y_{(z)j} = 0{,}5 .$$

Następnie przedstawia się współzależność między stanem przeciętnym, stanem początkowym i przychodem, jak następuje:

a) wydajność:

$$G_j = G_{(b)j} + G_{(z)j}\, y_{(z)j} , \tag{7}$$

b) struktura:

$$G_j\, g_{ij} = G_{(b)j}\, g_{(b)ij} + G_{(z)j}\, g_{(z)ij}\, y_{(z)j} , \tag{8}$$

$$g_{ij} = (G_{(b)j}\, g_{(b)ij} + G_{(z)j}\, g_{(z)ij}\, y_{(z)j})\, G_j^{-1} . \tag{9}$$

W celu zabezpieczenia tego przypadku konieczne jest, aby produkty o charakterze środków pracy (= nowe inwestycje) znajdowały się w ramach zależności:

$$J_{(n)ij} = G_{(z)j}\, g_{(z)ij} . \tag{10}$$

Ponieważ fundusz podstawowy w czasie trwania tego przedziału podlega zużyciu fizycznemu, trzeba określone jego części składowe zastąpić nowymi[1]. W jakim zakresie ma to nastąpić, kierujemy się tzw. "stopą zużycia" d_{ij}; nie można jej mylić ze "stopą przenoszenia wartości" (= "stopą amortyzacyjną"). Pierwsza z nich wynika z okresu fizycznej trwałości części składowych funduszu podstawowego, ostatnia z ekonomicznego okresu trwałości, globalnego funduszu podstawowego (uwzględniono w niej także moralne zużycie).

Rozmiar tego zastępowania nowymi częściami w przedziale wynosi zatem:

$$J_{(e)ij} = G_{(j)}\, g_{ij}\, d_{ij} = G_{(b)j}\, g_{(b)ij} + G_{(z)j}\, g_{(z)ij}\, y_{(z)j}\, d_{ij} . \tag{11}$$

Otrzymuje się więc całkowite zapotrzebowanie na produkty i rodzaju (o charakterze środków pracy) w celu zachowania i roz-

---

[1] Dla uproszczenia uwzględniono tutaj tylko formę elementarną materiału zastępczego fizycznie zużytych części składowych funduszu podstawowego.

szerzenia funduszu podstawowego dla wytworzenia produktów j rodzaju w rozmiarach:

$$J_{ij} = J_{(n)ij} + J_{(e)ij} = G_{(z)j}\, g_{(z)ij} + (G_{(b)j}\, g_{(b)ij} + G_{(z)j}\, g_{(z)ij}\, y_{(z)j})\, d_{ij}. \qquad (12)$$

Chciałbym jeszcze wskazać na to, że przedstawiony tutaj system procesu roboczego dla wytworzenia B_j ilości produktu (odpowiadającej zapotrzebowaniu gospodarki narodowej) należy ujmować jako agregat. Zwykle ten sam produkt wytwarzany jest w wielu, różnie zlokalizowanych procesach indywidualnych. Ze względu na uproszczenie należy to jednak pominąć.

Przemiana materii w tym systemie, tzn. w pojedynczym procesie roboczym w powiązaniu z wszystkimi innymi systemami ekonomicznymi - jak się to mówi - w łączności z jego środowiskiem, wyraża się w przedziale - odnośnie do produktów i sił roboczych - w następujących wielkościach:

Wyniki (Output)	Nakłady (Input)
B_j	$\sum_k E_{kj}, \sum_i M_{ij}, \sum_i J_{ij}$

3.2. Model procesu cyrkulacyjnego

W celu uzyskania prostego przedstawienia tego procesu chcę tutaj rozpatrzyć jedynie najważniejsze procesy z zakresu stosunków w dziedzinie gospodarki zagranicznej, a z procesów cyrkulacyjnych przebiegających w kraju tylko bezpośredni obrót pomiędzy poszczególnymi wielostopniowymi produktami globalnego procesu w podziale pracy i końcowymi konsumentami. Handel, transport i obieg pieniężny nie będą zatem przedmiotem rozważania.

Ruch towarowy w handlu zagranicznym określony jest przez eksport X_j i import Y_j, struktura kraju (indeks $m = 1,...,r$ - sfery walutowe) przez X_{jm} i Y_{jm}.

Ceny zrealizowane w eksporcie można określić za pomocą symbolu Φ_{jm}, a opłacone w imporcie - przez Ψ_{jm} (gdzie m - obce jednostki walutowe). Przy obcych walutach, których nie można dowolnie zamieniać, wpływające i wydatkowane kwoty muszą się każdorazowo wyrównywać; wyrównanie to następuje często poprzez obroty wahadłowe (swing), kredyty trwałe oraz ich spłaty, jak również w wolnych dewizach; saldo to określimy jako θ_m. Wówczas dla każdego rodzaju obcej waluty (dewiz), jak również dla całości dowolnie zamienianych walut słuszne jest następujące równanie dla każdego przedziału:

$$\sum_j X_{jm}\, \Phi_{jm} = \sum_j Y_{jm}\, \Psi_{jm} + \theta_m. \qquad (13)$$

Przepływ produktów w obrocie krajowym pomiędzy poszczególnymi stopniami produkcji i do końcowych konsumentów można przedstawić dla każdego produktu za pomocą następującego równania:

$$B_{j=i} + \sum_m Y_{jm} = \sum_j M_{ij} + \sum_j J_{ij} + \sum_j U_{ij} + \sum_v R_{iv} + \sum_m X_{jm} . \qquad (14)$$

U_{ij} oznacza tu zmianę zapasu produktów i rodzaju niezbędnego do wytworzenia No. j produktu, R_{iv} – zużycie nieproduktywne produktów rodzaju i przez grupę No. v konsumentów ($v=1,\dots,f$ – odnosi się do grupy rodzin, $v = f+1,\dots,s$ – dotyczy instytucji społecznych, takich jak administracja państwowa, obrona itp., jak również badania i rozwój itd.). System bilansowy, składający się z j, $i = 1,\dots,n$ równań tego rodzaju (No. 14) przedstawia całkowity krajowy przepływ produktów i ilustruje tym samym bilans przepływów globalnego produktu społecznego. Za pomocą równań (13) i (14) podany jest model procesu cyrkulacyjnego stosowanie do poczynionych na wstępie założeń.

3.3. Model procesu konsumpcyjnego

Proces konsumpcji jest ostatnim aktem działalności, która obejmuje produkt pracy społecznej. Jest przy tym obojętne, czy odnośnie do danego produktu chodzi o wynik pracy produktywnej, czy nieproduktywnej, a już zupełnie nieistotne jest, czy posiada on postać materialną, czy też jest on świadczeniem usług. W nim realizuje się to, że jest on celem, środkiem zaspokojenia indywidualnych lub społecznych potrzeb człowieka; w ten sposób znajduje swoje urzeczywistnienie cel działalności ekonomicznej człowieka.

Proces ten przebiega z reguły w ramach rodzin, kolektywów, instytucji publicznych. Chciałbym taki kolektyw określić mianem: "gospodarstwo domowe". Rodzaj gospodarstwa domowego (tzn. grupy, do której należy pewne gospodarstwo domowe) należy określić indeksem v (zob. wyżej).

Każde gospodarstwo domowe ma swoją specyficzną <u>skalę spożycia</u> scharakteryzowaną przez rodzaj i zakres zużytych produktów:

$$R_{iv} .$$

Równocześnie całość zużytych w danym gospodarstwie domowym produktów odpowiada pewnej określonej ilości pracy społecznej:

$$\sum_i R_{iv} H_i . \qquad (15)$$

Powinno to odpowiadać jej <u>dochodowi</u>, którego poziom określa z kolei proces dystrybucji (do czego jeszcze powrócę). Jeśli dochód całkowity gospodarstwa domowego określimy przez J_v, to <u>strukturę spożycia</u> można scharakteryzować jak następuje:

$$r_{iv} = R_{iv} \cdot J_v^{-1} \qquad (16)$$

Tym samym dany jest model procesu konsumpcyjnego.

3.4. Model procesu tworzenia wartości oraz procesu podziału

Proces pracy jest, jak to wykazał Marks, równocześnie procesem tworzenia wartości, ponieważ występuje w nim praca zarówno jako praca konkretna tworząca wartość użytkową (tzn. zmieniająca formę egzystencji materii), jak również jako praca abstrakcyjna, po prostu praca ludzka, tzn. jako "wydatkowanie energii mięśni, nerwów, mózgu itd." (Marks). Dlatego z procesem podziału produktów wytworzonych przez podział pracy nierozerwalnie jest związany proces podziału wartości, tzn. podział roszczeń na masę towarową odpowiadającą dochodowi narodowemu, a będącą wynikiem wykonanej pracy.

Wydatkowana w procesie roboczym na wytworzenie B_j masy towarowej praca uprzedmiotowiona i żywa składa się z:

1) Wartości przeniesionej zużytego funduszu podstawowego:

$$B_j \alpha_j = G_j \delta_j \sum_i g_{ij} H_i , \qquad (17)$$

2) wartości przeniesionej zużytych przedmiotów pracy:

$$B_j \mu_j = \sum_i M_{ij} H_i , \qquad (18)$$

3) nowej wartości wytworzonej przez pracę żywą:

$$B_j \lambda_j = E_j h_j \sum_k e_{kj} g_k , \qquad (19)$$

$H_{i=j}$ – specyficzny (tzn. przeliczony na jednostkę) nakład społecznie niezbędnej[1] pracy na produkt $i=j$ rodzaju:

$$g_k = \sum_i (\varrho_{ik} + G_i)\, a_k^{-1} H_i \left[\sum_i (\varrho_{i.1} + G_i) a_1^{-1} H_i\right]^{-1} ; \qquad (20)$$

– stopień złożoności pracy, wykonanej przez siłę roboczą o k[2] kwalifikacji. Tutaj $k = 1$ przedstawia taki rodzaj siły roboczej, która wytwarza pracę prostą;

δ_j – stopa wartości przeniesionej z funduszu podstawowego, zwana również stopą amortyzacji (= odwrotna wartość trwałości ekonomicznej);

ϱ_{ik} – koszty reprodukcji k rodzaju siły roboczej różnej kwalifikacji, niezbędnej do wytwarzania produktów rodzaju i ;

---

[1] Podporządkowanej produkcji uzasadnionej zapotrzebowaniem, co zawsze jest słuszne dla obliczeń planowych.

[2] Zakłada się celowe zaangażowanie siły roboczej.

σ_i - ogólne, społecznie przeciętne koszty utrzymania siły roboczej, niezbędne do wytworzenia produktów rodzaju i;

a_k - (przeciętna) ilość lat pracy siły roboczej rodzaju k.

Specyficzny (przeciętny społecznie) nakład pracy w produkcji krajowej przy uwzględnieniu wyrażonych we wzorach nr 4,5 i 6 współzależności można zdefiniować jak następuje:

$$\varkappa_j = \sum_i \left(k_j^{-1} c_j^{-1} \sigma_j g_{ij} + m_{ij}\right) H_i + \sum_k e_{kj} p_j^{-1} q_k . \qquad (21)$$

Wielkość ta ulega pewnej poprawce wskutek tego, że towary są importowane i eksportowane. Towary eksportowane służą jako środki do opłacania importu. W związku z tym należy wydzielić pracę po raz pierwszy z procesu wytwarzania wartości narodowej:

$$- \sum_m X_{jm} \varkappa_j . \qquad (22)$$

Jeżeli chodzi o włożoną w to pracę narodową,to rozstrzygnięcie padnie nie na rynku wewnętrznym, lecz na rynku zagranicznym, czy ona okaże się pracą przeciętną w skali międzynarodowej, tzn. odnoszącą się do rynku m (!), czy też będzie ona mniej lub bardziej intensywna (Marks). Wymiar tego "mniej lub bardziej" określa cena ϕ_{jm}, zrealizowana za towary eksportowane:

$$D_{jm} = \phi_{jm} \eta_m - \varkappa_j . \qquad (23)$$

Ta D_{jm} różnica realizacji przedstawia pewien zysk lub pewną stratę dochodu narodowego, których przyczyny leżą z jednej strony we względnych różnicach narodowych produktywności, z drugiej zaś strony w warunkach rynkowych (przyczyny ustalenia się cen).

Wielkość η_m przedstawia narodowy ekwiwalent pracy na jednostkę obcej waluty m:

$$\eta_m \left(\sum_j X_{jm} \varkappa_j\right)\left(\sum_j X_{jm} \phi_{jm}\right)^{-1} . \qquad (24)$$

Import towarów polega na tym, że producenci zagraniczni wnoszą swój udział do pokrycia zapotrzebowania krajowego. Z tego wynika pewien obiektywny wpływ również na narodowy proces tworzenia wartości, a mianowicie poprzez warunki ich produktywności oraz poprzez cenę na rynkach światowych".

Narodowy ekwiwalent pracy j importowanego towaru wynosi zatem:

$$+ \sum_m Y_{jm} \psi_{jm} \eta_m . \qquad (25)$$

Dzięki temu określona jest także wielkość specyficznego narodowego nakładu pracy dla produktu j:

$$H_j = \left[\left(B_j - \sum_m X_{jm}\right)\varkappa_j + \sum_m Y_{jm}\psi_{jm}\eta_m\right]\left(B_j - \sum_m X_{jm} + \sum_m Y_{jm}\right)^{-1}. \quad (26)$$

Wskaźnik ten jest główną wielkością charakteryzującą efektywność pracy narodowej i podstawą do oznaczania optimum planu; tę sprawę trzeba jeszcze bliżej omówić.

Obecnie możemy określić wielkość dochodu narodowego:

$$N = \sum_j B_j \nu_j + \sum_{j,m} X_{jm} D_{jm} - \sum_m \theta_m . \quad (27)$$

Powyższa suma pracy narodowej reprezentuje tę masę produktów, którą dysponujemy w celach akumulacji i konsumpcji w rozważanym przedziale. Rozmiar funduszu akumulacyjnego równa się nakładowi pracy na wytworzenie masy towarowej, który angażuje się (lub należy zaangażować) w celu (ekstensywnego i intensywnego) rozszerzenia procesu produkcji materialnej; tzn. jest on ekwiwalentem pracy sumy wszystkich pozycji

$$J_{ij}$$

w systemie równań bilansowych nr 14 po odjęciu "amortyzacji", oraz wszelkie pozycje

$$U_{ij}.$$

Tym samym otrzymuje się fundusz akumulacyjny:

$$A = \sum_{j,i} \left(J_{ij} H_i - B_j \alpha_j + U_{ij} H_i\right). \quad (28)$$

Fundusz konsumpcyjny obejmuje ekwiwalent pracy sumy wszystkich pozycji

$$R_{i\nu}$$

w systemie równań bilansowych nr 14:

$$K = \sum_{i\nu} R_{i\nu} H_i . \quad (29)$$

Mamy tu także:

$$K = \sum_{\nu} I_{\nu} . \quad (30)$$

Pozostaje jeszcze zbadać proces dystrybucji funduszu konsumpcyjnego, tzn. powstawanie wielkości

$$I_{\nu} .$$

W każdym procesie roboczym dającym w wyniku produkt j biorą udział siły robocze rodzaju k w ilości

$$E_{kj}$$

w ciągu h_j godzin w danym przedziale.

Dochód (osobowy) na godzinę pracy wynosi (pomijam tu procesy wtórnego podziału dla uproszczenia i jasności przedstawienia w_k dla siły roboczej o kwalifikacjach k. Suma dochodu w gałęzi j wynosi stąd:

$$E_{kj} h_j w_k \, . \tag{31}$$

Udział każdej v grupy rodzimej - gospodarstwa domowego ($v = 1,\ldots,f$) w całkowitej ilości sił roboczych o kwalifikacjach k wynosi

$$f_{kv} = E_{kv} E_k^{-1} \, . \tag{32}$$

Wówczas dochód v grupy rodzinnej gospodarstwa domowego jest określony przez:

$$I_v = \sum_{i,k} E_{kj} h_j w_k f_{kv} \, . \tag{33}$$

Fundusz konsumpcyjny K (zob. wzór 29) może być przedstawiony, z punktu widzenia jego podziału na konsumpcję indywidualną i społeczną, w sposób następujący:

$$K = \sum_v I_v - \sum_{i,v=f+1}^{s} R_{iv} H_i . \tag{29a}$$

Jeśli przyjmiemy, że drugi składnik jest określony przez wielkości R_{iv}, to otrzymamy następującą zależność między dochodem narodowym,akumulacją i konsumpcją indywidualną: im większe A przy danym N, tym mniejszy jest fundusz na konsumpcję indywidualną. To wyjaśnienie nie jest jeszcze dokładne; nie pozwala ono na obiektywne uchwycenie prawidłowego związku między produkcyjnością i standardem życiowym w sposób ilościowy. Aby tego dokonać, trzeba posłużyć się dokładniejszą analizą. Tak więc wielkości w_k nie należy przyjmować jako danej lub dowolnie obranej; jest ona sama raczej określona obiektywnie. Z funduszu konsumpcji indywidualnej, jak widzieliśmy wyżej, pokrywa się z jednej strony koszty reprodukcji siły roboczej rodzaju k, uzależnione od kwalifikacji, z drugiej zaś strony takież koszty reprodukcji niezależne od kwalifikacji (ostatnie nazwałem terminem "ogólnych kosztów utrzymania").Mamy zatem następujące równanie:

$$\sum_v I_v = \sum_{k,j,i} E_{kj} (\rho_{ik} + \sigma_i) a_k^{-1} H_i . \tag{34}$$

Wielkość ρ_{ik} zależy od specyficznego procesu wyszkolenia siły roboczej o kwalifikacji k oraz jej funkcji w procesie roboczym, a więc określona jest egzogenicznie. W przeciwieństwie od tego wielkość σ_i charakteryzuje wyłącznie standard życiowy; jest ona pewnym rezultatem poziomu narodowej produkcyjności. Jeśli porównamy z tego punktu widzenia równania (27, 29a, 33 i 34), to stwierdzimy, że istnieje następujący związek:

$$N-A-\sum_{i,\nu=f+1}^{s} R_{i\nu} H_i-\sum_{k,j,i} E_{kj}\, \varrho_{ik}\, a_k^{-1} H_i-\sum_{k,j,i} E_{kj}\, a_k^{-1} \sigma_i H_i . \tag{35}$$

Stojąca po prawej stronie tego równania wielkość przedstawia społeczne globalne spożycie przy "ogólnych kosztach utrzymania" w przedziale. W celu utworzenia związku z w_k musimy odnieść wielkość przedziału występującą w równaniu (34) do roboczogodziny; osiągamy to przez podzielenie najpierw sumandy (składnika sumy) związanej z ϱ_{ik} przez $\sum\limits_{k,j} E_{kj} h_j$:

$$\sum_{j,i} E_{kj}\, a_k^{-1}\, \varrho_{ik} H_i \Big(\sum_i E_{kj} h_j\Big)^{-1}=\sum_i \varrho_{ik} H_i \times \left[\Big(\sum_{k,j} E_{kj} h_j\Big)\Big(\sum_{k,j} E_{kj}\Big)^{-1} a_k\right]^{-1} \tag{36}$$

Kładąc następnie:

$$h_k=\Big(\sum_{k,j} E_{kj} h_j\Big)\Big(\sum_{k,j} E_{kj}\Big)^{-1} \tag{37}$$

dla przeciętnej ilości godzin pracy sił roboczych k rodzaju we wszystkich j gałęziach, otrzymujemy wyrażenie:

$$\sum_i \varrho_{ik} H_i h_k^{-1} a_k^{-1} . \tag{38}$$

Ta sama operacja dla składnika sumy powiązanego z σ_i daje:

$$\sum_i \sigma_i H_i h_k^{-1} a_k^{-1} . \tag{39}$$

Jeśli dalej określimy udział nakładów na produkt specjalny i w globalnych kosztach utrzymania na siłę roboczą przez:

$$\xi_i=\sigma_i H_i \Big(\sum_i \sigma_i H_i\Big)^{-1}, \tag{40}$$

i uwzględnimy równanie (35), to otrzymamy:

$$\begin{aligned} w_k=\sum_i \Big\{ \varrho_{ik} H_i a_k^{-1} h_k^{-1}+\xi_i \Big[N-A-\sum_{i,\nu=f+1} R_{i\nu} H_i \times \\ \times \sum_{k,i,j} E_{kj}\, \varrho_{ik} H_i a_k^{-1}\Big] \Big(\sum E_{kj} a_k^{-1}\Big)^{-1} a_k^{-1} h_k^{-1}\Big\} . \end{aligned} \tag{41}$$

W ten sposób wykryto obiektywny, prawidłowy związek, dzięki któremu oznacza się rozmiary siły roboczej, wynikające z wydajności pracy na godzinę, w produkcie globalnym.

Muszę tu zwrócić uwagę, że przy w_k nie chodzi o zapłatę za prace w postaci pieniądza! Związek między nakładem pracy, wartością, ceną, pieniądzem i zapłatą za pracę wyraźnie pominąłem w całym tym wyrażeniu ze względu na brak czasu [1].

Mamy tu jaskrawy przykład, w jaki sposób dzięki modelowaniu matematycznemu procesów ekonomicznych można jaśniej niż dotychczas przedstawić teorię ekonomiczną.

Ponieważ w naszej statystyce nie dysponujemy wskaźnikami z indeksem ϱik i Gi, musieliśmy uprościć ten model eksperymentalny jak następuje:

1) q_j wyliczono zamiast q_k za pomocą rachunku pomocniczego (Relacje zapłaty taryfowej: $e_{kj} = 1$).

2) Fundusz konsumpcji indywidualnej obliczono wg równania (29) w sposób następujący:

$$\sum_{v} I_v = N - A - \sum_{i,v=f+1} R_{iv} H_i . \qquad (42)$$

3.5. Model podziału sił roboczych między gałęzie

Ilość sił roboczych stojących do dyspozycji w planowanym okresie czasu do wdrożenia we wszystkich gałęziowych procesach roboczych ("ogólny robotnik społeczny") byłaby wtedy:

$$E = \sum_{j} E_j = \sum_{k,j} E_{kj} . \qquad (43)$$

W wyrażeniu tym zawarty jest warunek:

$$E_k = \sum_{j} E_{kj} . \qquad (44)$$

Udział każdej j gałęzi E_j można przedstawić jako relację poprzednio wyrażonej wielkości:

$$l_j = E_j E^{-} , \qquad \text{gdzie} \quad \sum_{j} l_j = 1 . \qquad (45)$$

Wraz z równaniami bilansowymi (= warunkami równowagi) (43) i (44) znaleźliśmy czwarty i ostatni warunek proporcjonalności modelu optymizacyjnego gospodarki narodowej.

3.6. Kryterium efektywności gospodarki narodowej

W gospodarce narodowej panuje w rozważanym przedziale proporcjonalność, jeśli spełnione są przytoczone 4 warunki równowagi. Zakładając to, można określić stopień efektywności pracy wykonanej w przedziale za pomocą miary względnej. Jest nią suma oszczędności pracy występującej w wymienionych warunkach w planowanym (t) przedziale w porównaniu z panują-

[1] Porówn. w tej sprawie: J.Rudolph: Bilanse konsumpcyjne w "Problemach ekonomii politycznej", Akademie-Verlag, Berlin 1963.

cymi warunkami efektywności w poprzednich $(t-1)$ przedziałach sprawozdawczych, odniesiona mianowicie do masy produktów istniejącej lub mającej być osiągniętą w (t) przedziale dla pokrycia ilości zgodnej z zapotrzebowaniem rynku krajowego.

Tę miarę efektywności można zdefiniować następująco:

$$\varepsilon_t = \sum_j \left(B_j - \sum_m X_{jm} + \sum_m Y_{jm}\right)_t \left(H_{t-1,j} - H_{tj}\right). \tag{46}$$

Tutaj wielkości $H_{t-1,j}$ są znane z poprzedniego przedziału. Wraz ze sformułowaniem tej miary efektywności model statyczny, czyli interwałowy jest zupełny.

4. MODEL DYNAMICZNY

W rozważaniach w rozdziale 3 opisano (uproszczoną) strukturę gospodarki narodowej w postaci - że użyję tego określenia - "fotografii migawkowej". Taki model sam jeszcze nie wystarcza dla celów planowania gospodarki narodowej; jest ono bowiem w swej istocie planowaniem rozwojowym, które każdorazowo obejmuje pewien szereg przedziałów (umownie: rok kalendarzowy).

Wspomniane warunki równowagi gospodarki narodowej powinny być spełnione w całym okresie trwania planu perspektywicznego; musi być przy tym rozwiązane zadanie znalezienia maksimum dla kryterium efektywności. Ten warunek jest obiektywny; wynika to z prawa ekonomii czasu (Marks).

Sytuacja skonfrontowana przy rozwiązaniu tego zadania jest następująca:

Na początku każdego przedziału gospodarka narodowa znajduje się w określonym stanie. Jest on scharakteryzowany przez określone parametry ekonomiczne np. dla:

1) każdego gałęziowego j procesu roboczego:

$$E_{(b)j}, G_{(b)j}, P_{(b)j}, g_{(b)ij}, k_{(b)j}, e_{(b)kj}, m_{(b)ij}, c_{(b)j} \text{ itd.},$$

2) procesu konsumpcyjnego każdej v grupy:

$$r_{(b)iv},$$

3) procesu tworzenia wartości i procesu podziału:

$$\delta_{(b)j}, \rho_{(b)ik}, \sigma_{(b)i}, a_{(b)k}, f_{(b)kv} \text{ itd.},$$

4) całej gospodarki narodowej $E_{(b)}$.

Stan ten ulega zmianom w danym przedziale. Najważniejsze tego przyczyny są następujące:

1) Skuteczność inwestycji, środki podjęte w zakresie wykształcenia, środki organizacyjne w produkcji, zmiana warunków naturalnych - w ogóle te wszystkie czynniki, które Marks

wymienił już jako przyczyny rozwoju produkcyjności pracy[1] włączając tu jeszcze oddziaływanie wynikające z międzynarodowego podziału pracy.

2) Zmiany w stosunkach produkcji i w podziale.

3) Zmiany w przyzwyczajeniach i potrzebach konsumentów.

4) Wzrost ludności.

Wynikające z tych przyczyn <u>impulsy</u> dla rozwoju gospodarki narodowej wyrażają się także w określonych wskaźnikach ekonomicznych, np. w:

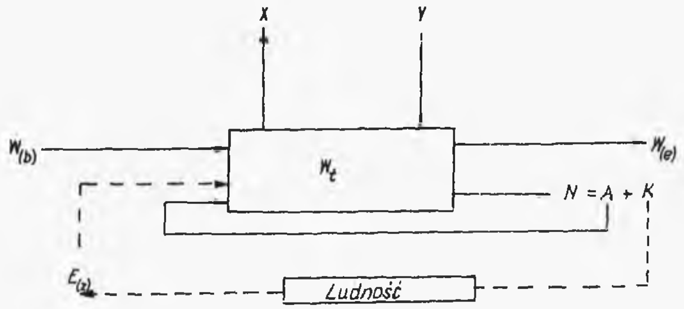
$$E_{(z)j} \text{ lub } E_{(a)j}, d_{ij}, \sigma_{(z)j}; \; g_{ij}, p_j, m_{ij},$$

$$k_j, c_j, h_j, e_{kj} \text{ itd.}; \; r_{iv}; \; \sigma_j, \rho_{ik}, \sigma_i, a_k \text{ itd.}; E.$$

Jako <u>rezultat</u> ekonomicznych potęg zawartych w stadium początkowym oraz w wymienionych impulsach otrzymujemy:

1) określoną ilość $B_1, \ldots, B_n$ produktów, określony N dochód narodowy, jak również określone A względnie K fundusze - akumulacyjny i konsumpcyjny oraz określoną E_t efektywność gospodarki narodowej (przy czym należy zauważyć, że te rezultaty przedstawiają częściowo równocześnie wymienione poprzednio impulsy);

2) określony <u>stan</u> gospodarki narodowej pod <u>koniec</u> tego przedziału, który jest identyczny ze stanem początkowym następnego przedziału. Proces ten powtarzający się w każdym przedziale można przedstawić graficznie na rys. 1.



Rys. 1

Ten schemat cybernetyczny (rys. 1) pokazuje równocześnie w znacznie uproszczonej formie proces sterowania w gospodarce narodowej (z pominięciem stosunków własnościowych).

Skoro wyjaśniliśmy tę zależność, możemy omówić budowę modelu dynamicznego. Plan perspektywiczny rozwoju gospodarki narodowej obejmuje pewną liczbę przedziałów. W każdym z nich odbywa się omawiany właśnie proces, gdzie jednak znany jest tylko stan gospodarki narodowej pod koniec <u>przedziału bazowego</u>, jak również kilka dat "pozaekonomicznych", np. rozwój

---

[1] K. Marx, Das Kapital, Erster Band, w: Marx-Engels-Werke, wydanie Dietza, Berlin 1962, część 23, s. 54.

ilościowy ludności i sił roboczych. Rozwój samej ekonomiki zależy przede wszystkim od tego:

1) jak wielki jest fundusz akumulacji w każdym przedziale,

2) jak jest on podzielony między gałęzie,

3) jaki poziom techniczny przedstawiają powiązane z nim zrealizowane inwestycje,

4) jak szybko inwestycje staną się skuteczne pod względem produkcji i wydajności.

W warunkach wysoko rozwiniętej przemysłowo gospodarki narodowej problematyka wymieniona w punktach 2 i 3 jest związana w pierwszym rzędzie z zastąpieniem istniejących,technicznie przestarzałych urządzeń produkcyjnych - nowoczesnymi (w postaci modernizacji, racjonalizacji, rekonstrukcji).

Istnieje z punktu widzenia gałęzi bardzo wiele możliwości odnośnie do zasięgu A' funduszu akumulacyjnego, jego podziału na gałęzie oraz wyboru techniki i technologii. Dla każdej z tych możliwości można by było wypracować z punktu widzenia technicznego jeden wariant rozwoju gałęzi. Który z wariantów dla każdej gałęzi prowadzi do optymalnego planu gospodarki narodowej, można obliczyć tylko za pomocą porównywania bilansowego wszystkich wariantów dla wszystkich gałęzi, tzn. przy uwzględnieniu wspomnianych wyżej warunków równowagi.

Tego rodzaju możliwości wariantów istnieją również odnośnie do udziału w międzynarodowym podziale pracy, a w pewnych warunkach także odnośnie do całkowitej ilości zaangażowanych w gospodarce narodowej sił roboczych.

Pierwszy rodzaj wariantu określę jako "gospodarkę gałęziową", drugi - jako "gospodarkę zewnętrzną"; trzeci rodzaj pominę w rozważaniach.

Rozważmy najpierw wariant gałęziowy. Przyjmijmy, że mamy w gospodarce narodowej 3 gałęzie nr 1, 2 i 3 o następujących wariantach (z których każdy jest scharakteryzowany przez wyżej podane "wskaźniki gałęziowe"):

gałąź nr 1: 2 warianty,
" nr 2: 1 wariant,
" nr 3: 2 warianty.

Symbolem $Vz_{(jp)}$ określam wariant nr p dla gałęzi j, a przez Vz_s - kombinację nr s dla każdego z wariantów każdej gałęzi:

$$\begin{aligned} Vz_1 &= [Vz_{1.1}; \quad Vz_{2.1}; \quad Vz_{3.1}] \\ Vz_2 &= [Vz_{1.1}; \quad Vz_{2.1}; \quad Vz_{3.2}] \\ Vz_3 &= [Vz_{1.2}; \quad Vz_{2.1}; \quad Vz_{3.1}] \\ Vz_4 &= [Vz_{1.2}; \quad Vz_{2.1}; \quad Vz_{3.2}] \end{aligned} \tag{45}$$

Mamy tu 4 kombinacje wariantów gałęziowych.

Dalej powinny istnieć dwa warianty gospodarki zewnętrznej

$$Vx_1 \text{ i } Vx_2 .$$

Kombinacja wariantów gałęziowych oraz dotyczących gospodarki zewnętrznej prowadzi do pewnego określonego stanu ogólnego W gospodarki narodowej w sensie zdefiniowanym na początku tego rozdziału. Taką kombinację nazwę "wariantem planowym gospodarki narodowej" w t przedziale i określam ją symbolem:

$$W(t/z \cdot x),$$

gdzie:
- t – przedział,
- z – kombinacja wariantów gałęziowych,
- x – wariant gospodarki zewnętrznej.

Jeśli odniesiemy ten przykład do przedziału $t = 1$, to otrzymamy:

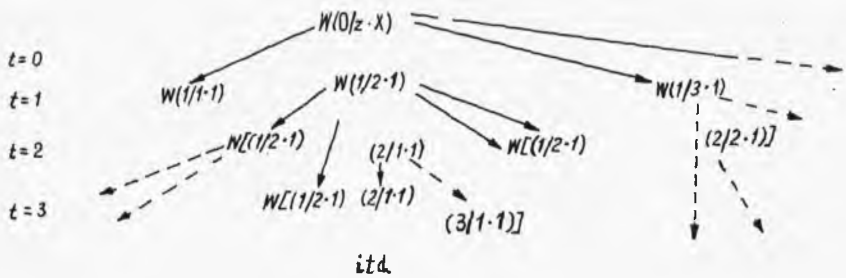
$$\begin{aligned} W(1/1.1) &= \left[Vz_1;\ Vx_1\right] \\ &= \left[Vz_{(1.1)};\ Vz_{(2.1)};\ Vu_{(3.1)};\ Vx_1\right]. \end{aligned} \tag{46}$$

Stan początkowy (znany) można określić przez:

$$W(0/z \cdot x).$$

Biorąc pod uwagę stan początkowy, widzimy, że istnieje w naszym przykładzie 8 różnych możliwości rozwoju gospodarki narodowej. Każda z nich prowadzi do innych impulsów, innych rezultatów oraz innego stanu końcowego. A dla każdego ze stanów końcowych = możliwych stanów początkowych $t = 2$ przedziału dołącza się znów wiele możliwości. Ważne znaczenie ma tutaj fakt, że każdy z tych wariantów planowych gospodarki narodowej prowadzi do gospodarki narodowej, której stan może być określony jako proporcjonalny, tzn. która nie wykazuje żadnego zaburzenia warunków równowagi.

Ze względów koniecznych dla planowania można ten rozwój przedstawić na schemacie, podobnym do stale rozgałęziającego się drzewa (rys. 2).



Rys. 2

Otrzymujemy zatem pewną ilość "linii", z których każda przedstawia "wariant dynamiczny planu gospodarki narodowej". Prawdopodobnie niektóre z tych linii będą musiały być przerywane, ponieważ w określonym przedziale okazuje się, że osiągnięty dotychczas wynik nie jest zgodny z określonymi warunkami granicznymi. Tak np. może się zdarzyć, gdy nie osiągnie się określonego normatywu (warunku granicznego), przyjętego dla efektywności minimalnej lub dla przyrostu minimalnego funduszu konsumpcyjnego. W każdym razie pozostanie nadal większa część takich dynamicznych wariantów planowych gospodarki narodowej, których "linie" sięgają np. od roku pierwszego do roku siódmego. Wśród nich jednak tylko jedna odpowiada wymogom optymalności ekonomicznej, tzn. że miara jej efektywności, stosownie do wyrażenia (36), osiąga wartość maksymalną

$$\hat{\varepsilon}=\sum_{t=1}^{7} \varepsilon_t = \sum_{t=1}^{7} \varepsilon w \left[(t/z.x)(t+1/z.x)\ldots\right]. \tag{47}$$

Taki dynamiczny wariant planowy gospodarki narodowej, przy którym zachodzi ten przypadek, przedstawia z punktu widzenia narodowego optymalne rozwiązanie ekonomiczne dla planu perspektywicznego.

Ten ogólny model posiada - nawet w przypadku uproszczeń, poczynionych ze względu na prostotę przedstawienia - wyjątkowo wysoki stopień skomplikowania.

Rzeczywistość ekonomiczna stawia to zadanie przed nami i musimy je rozwiązać. "Patentowane receptury" w postaci frapująco prostych modeli, jak np. tzw. określone "funkcje produkcyjne", nie pomagają w praktyce do poczynienia dalszych kroków.

5. ROZWIĄZANIE MATEMATYCZNE I OBLICZANIE NUMERYCZNE

Rozwiązanie matematyczne istnieje dotychczas tylko dla modelu statycznego; trwa jeszcze praca nad rozwiązaniem dla modelu dynamicznego.

Pierwsze z nich przedstawia się następująco:

Punktem wyjścia jest równanie bilansowe nr 14 dla przychodu i spożycia produktów. Z wyjątkiem eksportu X, importu Y oraz θ salda gospodarki zewnętrznej wszystkie inne wielkości można wyrazić za pomocą definicji wprowadzonych w rozdziale 3 jako funkcje produkcji B oraz innych przytoczonych parametrów ekonomicznych.

Następnie produkcję B_j można przedstawić nawet jako funkcję gospodarki narodowej w zakresie globalnej ilości siły roboczej E oraz l_j - współczynnika podziału sił roboczych pomiędzy gałęzie (por. wzór 44), jak również h_j - czasu pracy w danej gałęzi i p_j - produkcyjności gałęziowej:

$$B_j = E l_j h_j p_j . \tag{48}$$

Wówczas w tym moedelu znane są wszystkie wielkości oprócz l_j dla określonego wariantu planowego gospodarki narodowej. To znaczy, że trzeba rozwiązać system równowagi względem l_j[1] Nie

[1] Por. również: J. Rudolph: Optymizacja planu produkcyjnego gospodarki narodowej za pomocą bilansu gospodarki narodowej, Wyd. "Die Wirtschaft", Berlin 1962.

będę tu tego przeprowadzał; można to łatwo dodatkowo obliczyć. Otrzymuje się wyrażenia zawierające l_j oraz takie, które nie zawierają l_j. Pierwsze określę przez α_{ij}, ostatnie przez γ_j. Do tego dochodzą składniki β_{ij} we wszystkich przypadkach, w których $i = j$.

Powstały w ten sposób system równowagi, mający za przedmiot warunki proporcjonalności, przyjmuje następującą formę:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11}+\beta_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22}+\beta_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn}+\beta_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_n \end{pmatrix} \qquad (49)$$

lub:

$$(\underline{A}+\underline{B})\underline{l}=\underline{C}. \qquad (50)$$

Ponieważ l_j są niewiadomymi, przepis rachowania dla rozwiązania modelu statycznego brzmi:

$$\underline{l}=(\underline{A}+\underline{B})^{-1}\underline{C}. \qquad (51)$$

Za pomocą wyników tego rachunku oblicza się najpierw wskaźniki B_j i H_j, potrzebne do obliczenia miary t efektywności (por. wzór 45).

Przygotowaliśmy ten model w celu przeprowadzenia eksperymentalnych obliczeń do planu perspektywicznego 1964-1970. Wyłonił się cały szereg problemów natury ekonomicznej i matematycznej. O pierwszych nie będę wspominał, chodzi tu o przydatność obecnego aparatu wskaźnikowego oraz o jego "przeliczanie", zgodnie z dokładnymi definicjami, wymaganymi przez model.

Co się tyczy problemów matematycznych, to chodzi tu o następujące zagadnienia: jeśli przypomnimy sobie o tym, co powiedzieliśmy wyżej o procesie tworzenia wartości i o procesie podziału, to stwierdzimy, że - przy obliczaniu specyficznego nakładu pracy niezbędnego dla wytworzenia produktów j wg ścisłego wzoru (20) - wielkość H_i występuje jako niewiadoma w sumie w liczniku i w mianowniku. Wskutek tego system równowagi jest nieliniowy. Dla rozwiązania specjalnych nieliniowych systemów równowagi w celu obliczenia H_j rozwinięto w międzyczasie odpowiednią metodę (metodę iteracji). Nie możemy jej jednak jeszcze zastosować do modelu optymizacji gospodarki narodowej, ponieważ ona go znów skomplikuje. Z tego też powodu musimy przeprowadzić obliczenie wielkości H_j zupełnie oddzielnie. Prowadzi to do następującego algorytmu:

1. Obliczenie modelu bilansowego (równanie 49) przy założonej H_j's wielkości szacunkowej.
2. Obliczenie H_j's.
3. Powtórzenie pierwszej operacji itd. dopóki wartości H_j nie wykażą tendencji do ustalenia.

Ponieważ przyjęte na początku wartości szacunkowe H_j oddziaływują bezpośrednio tylko na wielkość

$\sum_{\nu} I_{\nu}$ (porównaj wzory 33 i 42),

trzeba się liczyć z tym, że po drugim lub trzecim powtórzeniu rachunek może być przerwany, gdyż osiąga się dostatecznie dokładne wyniki.

Następnie dla tego wariantu planowego oblicza się miarę efektywności oraz wskaźniki ekonomiczne, charakteryzujące osiągnięty rezultat ekonomiczny oraz stan końcowy w przedziale.

W Centrum Obliczeniowym Państwowej Komisji Planowania został opracowany i zbadany wymagany dla tego modelu program. Jednorazowy przebieg tego programu wymaga około 5 godzin (maszyna: "Bull Gamma 3").

6. PERSPEKTYWA DALSZEJ PRACY

Przy całej trudności problematyki, którą przyniosły opracowanie i weryfikacja tego modelu optymizacji gospodarki narodowej, jedno zostało dowiedzione w sposób jednoznaczny, mianowicie, że możliwe i korzystne jest rozwijanie praktyki planowania nadal w tym kierunku. Nie jest to wcale takie samo przez się zrozumiałe, jak się pozornie wydaje. W praktyce planowania zakorzenił się pod wieloma względami sposób myślenia, który nie sprzyja takim "nieprzejrzystym", lecz zarazem "eleganckim" rozwiązaniom. Winien temu jest m.in. dogmatyzm, który panował w teorii ekonomicznej socjalizmu i związane z nim niezrozumienie roli zastosowania matematyki w ekonomii. Lecz nawet gdybyśmy wypracowali ścisłe modele i odpowiednie dla nich metody numeryczne, to i tak ich zastosowanie byłoby niemożliwe, ponieważ nie mielibyśmy jeszcze automatycznych urządzeń elektronicznych koniecznych do obliczeń i przetwarzania danych. Nasz eksperyment pokazuje, jakie znaczenie ma ta ostatnia okoliczność. Model, który na razie opracowaliśmy, posiada 26 gałęzi produkcyjnych, pracuje dla jednego rodzaju sił roboczych i traktuje wszystkie parametry gospodarki zewnętrznej jako całość. Przebieg programu trwa przy tym pięć godzin. W praktyce będziemy musieli pracować, jak uczy doświadczenie, dla potrzeb nomenklatury produkcyjnej planu państwowego, liczącej około 500 pozycji, z około 80 rodzajami sił roboczych i około 30 partnerami gospodarki zewnętrznej.

Jest to jeden wymiar, wymagający zbyt jeszcze wiele od "drugiej generacji" maszyn elektronicznych, którymi obecnie rozporządzamy, zwłaszcza jeśli chodzi o wydajność i szybkość. Musimy jednak skrupulatnie przygotować, poprzez prace badawczo ekonomiczne i matematyczne, jak również na drodze eksperymentalnej, przyszłe stadium planowania gospodarki narodowej, które ma być osiągnięte. Poza tym przy pomocy naszego dzisiejszego modelu należy już teraz uzyskać wyniki i naświetlenie problemów o istotnym znaczeniu dla gospodarki narodowej. W ten sposób przeprowadziliśmy na zawartym w nim modelu częściowym obliczenia dotyczące nakładu pracy w zakresie analizy przydatności naszego systemu cen (odchylenia cen od wartości), dotyczące efektywności handlu zagranicznego, parytetu walutowego itp. Model całkowity nadaje się do obliczeń prognostycznych, które mogą dać informacje na temat rzędu wielkości stopy wzrostu gospodarki narodowej; można na nim przeprowadzić porównania międzynarodowe.

Poza tym pracujemy za pomocą modelu optymizacyjnego dla perspektywicznych planów gałęziowych. Ma to wielkie znaczenie praktyczne dlatego, że z wielkiej ilości wariantów danej gałęzi można wybrać kilka drogą selekcji wstępnej i następnie zblilansować je w skali gospodarki narodowej wg wyżej omówionej metody. Ten model i jego rozwiązanie matematyczne jest podobny poza tym do przedstawionego powyżej, aczkolwiek o wiele prostszy. W ten sposób dochodzimy do systemu rachunków decyzyjnych w postaci modeli optymizacyjnych. Ma on specyficzne formy, a mianowicie z jednej strony - w zakresie fazy procesu planowania i kierowania (prognoza) ok. 8-15 lat, planu perspektywicznego około 1-7 lat, plan roczny i realizacja zadań planowych) oraz w zakresie szczebli kierowania socjalistyczną gospodarką narodową (gospodarka narodowa,gałąź, zakład).

Zarówno analiza oparta na pojęciu "Operations Research", jak również na rozwiniętym tutaj rodzaju rachunków decyzyjnych pokazuje, że ich struktura ma zasadniczo tę samą budowę (warunki krańcowe i funkcja celu), przy czym jednak nie jest powiedziane, że do ich rozwiązania musi prowadzić jedna tylko metoda numeryczna; zapewne jest ich większa ilość, zwłaszcza po wybraniu aspektu dynamicznego, gdzie występują problemy następstwa w czasie. Na tym polu jest jeszcze bardzo wiele do zrobienia w dziedzinie prac badawczych zarówno ekonomicznych, jak i matematycznych.

JÓZEF PAJESTKA
Komisja Planowania – Warszawa

WYKORZYSTANIE TABLIC PRZEPŁYWÓW MIĘDZYGAŁĘZIOWYCH DLA BILANSOWANIA PLANU I ANALIZ STRUKTURALNYCH

Celem wykładu jest przedstawienie problemów i doświadczeń w zakresie zastosowania makroekonomicznego modelu powiązań międzygałęziowych w pracach nad planem 5-letnim Polski na lata 1965–1970. W wykładzie nie obejmuję całości prac praktycznych nad zastosowaniem modeli bilansowania produkcji w Polsce, lecz tylko jedną pracę nad modelem makroekonomicznym, zastosowanym w pracach nad planem 5-letnim.

1. CEL I CHARAKTER PRAC

Ogólnym celem prac było sprawdzenie możliwości i przydatności stosowania jednookresowego, statycznego modelu powiązań międzygałęziowych w pierwszej fazie prac planistycznych, to jest przy opracowywaniu wytycznych do planu w Komisji Planowania. Niektóre doświadczenia mają oczywiście nieco szersze znaczenie i mogą być wykorzystane dla innych potrzeb analiz ekonomicznych.

W szczególności chodziło o zbadanie:

a) możliwości ustalania planowych (tj. na okres przyszły) współczynników powiązań międzygałęziowych oraz współczynników kapitałochłonności, pracochłonności i importochłonności;

b) przydatności modelu dla bilansowania planu na rok końcowy;

c) przydatności modelu dla analizy przesunięć strukturalnych w planie.

Nie wykluczano również możliwości podjęcia prób ogólnej optymalizacji planu, jeżeli okazałoby się, że można na tej podstawie uzyskać wiarogodne wyniki.

Prace miały charakter eksperymentalny i prowadzone były równolegle do normalnych prac nad planem w Komisji Planowania, w których stosowano metody tradycyjne.

Nasze ogólne założenie metodologiczne stanowiło, że proces planowania jest procesem fazowym, w którym na różnych etapach trzeba stosować różne metody planistyczne. Sądzimy również, że podstawowe znaczenie posiada znalezienie najbardziej prawidłowej pierwszej hipotezy planu rozwoju, w oparciu o którą rozwijane są szczegółowe i pracochłonne studia i analizy planistyczne. Stąd też posiadanie w pierwszej fazie prac planistycznych instrumentów, pozwalających na wariantowanie planu, wydaje się jak najbardziej istotne.

Nie dążymy do budowy uniwersalnych modeli planistycznych, lecz do wypracowania instrumentów analitycznych, które mogą być przydatne w konkretnych etapach prac i dla konkretnych celów. Prace rozwijamy równolegle do prac prowadzonych nad planem w Komisji Planowania, aby poznać nieco lepiej rzeczywistą praktykę planowania i przygotować metodologię, umożliwiającą w przyszłości stosowanie modeli bilansowania produkcji jako faktycznego instrumentu planistycznego.

2. STOPIEŃ AGREGACJI

Model obejmuje agregaty wartościowe. Objęto 20 gałęzi produkcji, w tym 14 gałęzi przemysłu: 1) energetyka, 2) paliwa, 3) hutnictwo żelaza, 4) hutnictwo metali nieżelaznych, 5) przemysł maszynowy, 6) przemysł chemiczny, 7) przemysł materiałów budowlanych, 8) przemysł drzewny, 9) przemysł papierniczy, 10) przemysł włókienniczy, 11) przemysł odzieżowy, 12) przemysł skórzano-obuwniczy, 13) przemysł spożywczy, 14) inne gałęzie przemysłu, 15) budownictwo, 16) rolnictwo, 17) leśnictwo, 18) transport i łączność, 19) obrót ekonomiczny, 20) pozostała produkcja.

Ten stopień agregacji podyktowany był przez fakt, że posiadano tablice statystyczne powiązań międzygałęziowych oraz dane statystyczne dotyczące zatrudnienia, majątku trwałego i inwestycji na takim właśnie stosunkowo wysokim szczeblu agregacji, a także ponieważ w pracach planistycznych operuje się podziałem gałęziowym o tym stopniu agregacji.

Również i na najbliższą przyszłość nie liczymy się z możliwością posłużenia się dla celów planistycznych większymi tablicami powiązań międzygałęziowych. Wprawdzie są na ukończeniu prace nad tablicą statystyczną obejmującą około 130 gałęzi, brak jednak będzie danych porównawczych za dłuższy okres czasu, niezbędnych dla ustalenia dynamiki współczynników. Brak również odpowiednich danych o zatrudnieniu, inwestycjach i handlu zagranicznym w bardziej zdezagregowanym rozbiciu gałęziowym.

Ponadto w pracach planistycznych (w praktyce Komisji Planowania i w instrukcjach planistycznych) stosuje się podział gałęziowy dla produkcji, zatrudnienia i inwestycji tylko w rozbiciu na około 20 gałęzi. Bardziej szczegółowe tablice nie pozwalałyby na konfrontacje z pracami planistycznymi, prowadzonymi metodami tradycyjnymi. Konfrontację taką uważamy za podstawową zarówno dla sprawdzenia metody, jak i w przyszłości dla jej powiązania z innymi metodami analiz planistycznych.

Powyższe argumenty uzasadniają przyjęty szczebel agregacji względami praktycystycznymi. Nie zwalnia to od odpowiedzi na pytanie, czy agregacja jest prawidłowa ze względu na cele zastosowania modelu. Nasz pogląd na to jest obecnie następujący. Dla rozpatrywanych funkcji planistycznych, to znaczy dla wariantowania pierwszych hipotez planu, istniejąca agregacja pod względem ilości gałęzi jest bliska temu, co można by określić jako praktyczne optimum. Sądzimy, że operowanie modelami obejmującymi 20-30 gałęzi jest najbardziej wygodne dla wspomnianych studiów planistycznych. Natomiast potrzebę pewnej dalszej dezagregacji widzimy przede wszystkim w gałęziach, w których połączone są procesy oparte na różnej bazie surowcowej. Dotyczy to np. takich gałęzi, jak paliwa i przemysł chemiczny.

3. PROJEKCJE WSPÓŁCZYNNIKÓW POWIĄZAŃ MIĘDZYGAŁĘZIOWYCH

W okresie opracowywania tablic powiązań międzygałęziowych na okres planowy dysponowano wyłącznie tablicą statystyczną o podobnym stopniu agregacji za rok 1957. Tablice statystyczne za dalsze lata obejmowały mniejszą ilość gałęzi.

Dla projekcji współczynników powiązań międzygałęziowych posłużono się następującymi metodami:

a) dla wszystkich analizowanych lat (1957, 1961, 1965, 1970) sprowadzono dane do jednolitych cen z 1953 roku;

b) ocenę współczynników za rok 1961 oparto na analizie struktury kosztów jednostek organizacyjnych, które przyjęto za reprezentatywny dla gałęzi produkcji i na analizie niektórych współczynników techniczno-ekonomicznych;

c) dla dalszych lat (1965, 1970) przyjmowano w pierwszym przybliżeniu współczynniki oparte na ekstrapolacji trendów, zaobserwowanych w okresie 1957-1961;

d) ocenę kształtowania się współczynników weryfikowano przez konfrontację uzyskanej na ich podstawie produkcji finalnej z produkcją finalną znaną na innej podstawie (przy tej samej produkcji globalnej). Produkcję globalną i finalną dla roku 1961 znano z danych statystycznych, dla lat 1965 i 1970 uzyskano z niezależnych szacunków planistycznych Komisji Planowania.

W ocenie doświadczeń uzyskanych przy zastosowaniu powyższych metod sądzimy, że niezależnie od znaczenia systematycznej obserwacji i analizy kształtowania się współczynników, bardzo pożyteczna jest metoda konfrontacji wektorów produkcji globalnej i finalnej, uzyskanych na podstawie przyjętych wstępnie współczynników, z ich niezależnymi szacunkami, dokonywanymi przez aparat planujący, posługujący się stosowanymi dotychczas metodami szacunków planistycznych. Pomijając tablice dla roku 1961, takich konfrontacji zestawu współczynników z danymi produkcji globalnej i finalnej dokonano 5 razy (raz dla roku 1965 i cztery razy dla roku 1970).

Jest do pomyślenia oczywiście takie zorganizowanie pracy aparatu planowania, aby poszczególne jego komórki same dokonywały szacunków kształtowania się odpowiednich współczynników. Postulatu takiego obecnie jednak nie wysuwamy. Oznaczałby on poważne obciążenie pracy tego aparatu i zmuszałby do operowania takim szczeblem agregacji, który nie jest dla niego przekonywający. Najwłaściwszym także wydaje się rozwiązanie, aby dla celów wariantowania pierwszych hipotez planistycznych można się było oprzeć na ekonometrycznych projekcjach współczynników, dokonywanych przez aparat badawczy (Instytuty).

Trudno w tym miejscu zajmować się przedstawieniem kierunków zmian współczynników, które uzyskano w końcowym efekcie dla lat 1957, 1961, 1965 i 1970. Ogólnie jednak otrzymano szybszy wzrost produkcji globalnej niż dochodu narodowego. Znaczy to, że założono wzrost kosztów materiałowych.To twierdzenie ma jednak znaczenie tylko dla przyjętego szczebla agregacji i oznacza, że w przyjętej agregacji następuje wzrost międzygałęziowych powiązań produkcyjnych.

Bardzo istotne są wyniki wielokrotnych konfrontacji rezultatów uzyskanych z tablic opartych na założonych współczynnikach z kolejnymi wariantami planu 5-letniego. Konfrontacje te pozwalają sądzić, że kolejne warianty planu nie zakładają współczynników marginalnych, które mają widoczny wpływ na współczynniki przeciętne. Znaczy to,że hipoteza stałych współczynników kosztowych, stosowana przy wariantowaniu planu w oparciu o model powiązań międzygałęziowych, nie jest zbyt odległa od istniejącej praktyki planowania (dotyczy to omawianej fazy prac planistycznych).

Dodatkową możliwość oceny zakładanych współczynników kosztowych można uzyskać przez badanie wynikającej z przyjętych współczynników relacji wzrostu produkcji globalnej do wzrostu produkcji czystej. W tym zakresie nie została przeprowadzona jeszcze pełna analiza, brak było bowiem dostatecznie wiarogodnych danych o kształtowaniu się tej relacji w okresie przeszłym. Analiza tego rodzaju będzie jeszcze przeprowadzona.

Istotne trudności w przeprowadzaniu projekcji współczynników kosztowych powodował brak odpowiednich stastystyk kosztowych a także brak klasyfikacji produkcji finalnej w przyjętym podziale gałęziowym. Aparat planistyczny stosuje obecnie podział gałęziowy produkcji jedynie dla produkcji globalnej. Stosowany obecnie w praktyce planowania gałęziowy podział produkcji służyć może wyłącznie dla ogólnego opisu kierunków rozwoju produkcji. Nie pozwala on natomiast na gałęziowe bilansowanie produkcji, jest więc dla potrzeb planowania mało przydatny.

4. PRZYDATNOŚĆ TABLIC DLA BILANSOWANIA PRODUKCJI

Opracowane według opisanych metod tablice powiązań międzygałęziowych posiadają jeszcze szereg wątpliwych szacunków. Nie mamy do nich dostatecznego zaufania, aby je już obecnie polecić do stosowania w praktyce planowania.

Wartość tego rodzaju tablic może jednak w przyszłości znacznie się podnieść. Sądzimy, że szczególne znaczenie dla podniesienia wartości planistycznych tablic powiazan międzygałęziowych może mieć w najbliższej przyszłości:

1) kontynuowanie prac nad tablicami statystycznymi;

2) opracowywanie gałęziowych indeksów cenowych;

3) prowadzenie systematycznych analiz statystyczno-ekonometrycznych kształtowania się współczynników kosztowych, relacji wzrostu produkcji globalnej i czystej i innych podobnego charakteru;

4) wprowadzenie do praktyki planistycznej gałęziowego podziału do poszczególnych pozycji produkcji finalnej,w szczególności do konsumpcji i do handlu zagranicznego;

5) wprowadzenie w praktyce planistycznej gałęziowej produkcji finalnej; w Polsce gałęziowa produkcja finalna obliczona jest dotąd w planowaniu i statystyce tylko dla rolnictwa.

Opracowane przez nas tablice powiązań międzygałęziowych wykazały już obecnie pewną przydatność dla bilansowania planu. Po podniesieniu ich wartości na wskazanych wyżej podstawach mogą one posłużyć do szybkiego bilansowania planu, to znaczy do sporządzania szeregu wariantów planu. Chodzi tu oczywiście, jak już podkreślano, o warianty opracowywane we wstępnej fazie prac planistycznych.

W fazie tej opracowanie jednego wariantu planu (kolejnego, nie pierwszego) wymaga obecnie co najmniej jednego miesiąca uciążliwej pracy wszystkich zespołów Komisji Planowania. Stąd też ilość rozpatrywanych wariantów jest bardzo ograniczona, a przyjęcie pewnego pierwszego wariantu w poważnym stopniu przesądzić może o całości prac nad planem.

Analiza obecnej praktyki planowania wykazuje,że posługiwanie się w pierwszej fazie prac planistycznych jednookresowym, statycznym modelem powiązań międzygałęziowych, stosowanym dla końcowego okresu planu, jest uzasadnione. Nie wydaje się ona zawierać szczególnych założeń upraszczających, nie zakładanych w dotychczas stosowanych metodach.Stosowanie tego modelu umożliwia sporządzanie praktycznie nieograniczonej ilości wariantów. Kryteria oceny tych wariantów są odrębnym zagadnieniem, którego na tym miejscu nie będziemy poruszać. Zakładając, że kryteria takie istnieją, zastosowanie omawianego modelu umożliwić może uzyskanie dobrego punktu wyjścia dla bardziej szczegółowych i konkretnych prac planistycznych przy znacznie mniejszej pracochłonności niż dotychczas.

Przy opisanych wyżej względnie innych możliwych obecnie metodach budowy tablic planistycznych,w szczególności w związku ze szczeblem agregacji i metodą oceny współczynników,nie można oczywiście oczekiwać, że uzyska się na ich podstawie ostateczny, zbilansowany i prawidłowy plan. Dlatego też sądzimy i podkreślamy, że omawiany model może znaleźć zastosowanie wyłącznie dla wariantowania pierwszych, wstępnych hipotez planu.

Dla uzasadnienia tezy, że przy pomocy modelu powiązań międzygałęziowych można dokonać opracowania wielu wariantów wstępnych hipotez zbilansowanego planu, trzeba jeszcze wykazać, że pozwala on również na zbilansowanie siły roboczej, inwestycji i handlu zagranicznego. Do zagadnień tych wrócimy w dalszym ciągu.

Dla pokazania stopnia przydatności opracowanych tablic dla bilansowania planu przedstawiono w tabeli 1 różnice w ocenie produkcji finalnej, obliczonej na podstawie założonych współczynników, z produkcją finalną, wyliczoną z założeń planistycznych innych zespołów Komisji Planowania.Produkcja globalna została przyjęta na podstawie założeń planistycznych dla różnych wariantów planu na rok 1970.

T a b e l a 1

Produkcja finalna, obliczona z tablic w procentach produkcji założonej w planie

	Warianty planu		
	I	II	III
Energetyka	- 6,2	- 2,9	- 6,1
Przemysł paliw	+10,2	+ 8,8	+ 3,6
Hutnictwo żelaza	- 2,0	- 3,1	- 4,0
Hutnictwo metali nieżelaznych	-20,3	-22,0	-21,7
Przemysł maszynowy	+ 5,6	+ 0,8	+ 5,6
Przemysł chemiczny	+ 4,2	+ 7,5	+16,0
Przem.materiałów budowlanych	- 5,9	0	0
Przemysł drzewny	-10,6	- 9,1	- 8,1
Przemysł papierniczy	- 5,3	-12,7	-16,3
Przemysł włókienniczy	-12,5	+ 0,6	- 1,0
Przemysł odzieżowy	+19,8	+ 2,5	0
Przemysł skórzany	-13,9	-10,0	- 9,3
Przemysł spożywczy	- 0,4	+ 6,9	+ 3,9
Inne przemysły	+ 9,3	+ 8,1	+ 1,2
Budownictwo	+16,1	+ 7,4	+ 4,7
Rolnictwo	- 2,8	-10,0	-11,0
Leśnictwo	-30,5	-30,0	-37,7
Transport	- 1,1	+ 4,9	+ 7,2
Obrót ekonomiczny	+ 3,0	+ 7,0	+ 6,2
Pozostała produkcja	0,4	11,6	- 1,0
O g ó ł e m	1,6	0,9	0,9

Nie znamy dostatecznie przyczyn występujących różnic,metody stosowane nie pozwalają bowiem na bezpośrednie porównania. Pewną konfrontację uzyskamy na podstawie analizy wyników dalszych faz prac nad planem,w szczególności po opracowaniu planu opartego na projektach całego aparatu gospodarczego.

5. ANALIZA PRACOCHŁONNOŚCI I BILANSOWANIE ZATRUDNIENIA

Dla uzyskania ekonomicznej charakterystyki strukturalnych kierunków rozwoju i bilansowania zatrudnienia przeprowadzone zostały badania nad dynamiką współczynników pracochłonności dla objętych gałęzi.

Współczynniki pracochłonności bezpośredniej,wyrażone w ilości zatrudnionych na jednostkę produkcji globalnej danej gałęzi, badano na podstawie szeregów czasowych za okres 1955-1965. W oparciu o te dane przeprowadzano ekstrapolację tych współczynników metodami ekonometrycznymi i graficznymi na rok 1970. Stosowano więc ekstrapolację współczynników przeciętnych, a nie ocenę współczynników przyrostowych.

W rezultacie otrzymano przewidywaną wielkość zatrudnienia na rok 1970. Była ona zdumiewająco bliska założeniom wielkości zatrudnienia produkcyjnego, przyjętym całkowicie niezależnie przez Komisję Planowania. W zakresie zatrudnienia produkcyjnego poza rolnictwem różnice nie przekraczały 2%.

Z powyższego można by wyciągnąć wniosek, że raczej nie należy oczekiwać większych trudności w stosowaniu modelu powiązań międzygałęziowych dla bilansowania siły roboczej. Jednakże w kolejnych wariantach planu 5-letniego wyraźnie zastosowano marginalne współczynniki pracochłonności. Było to jednak związane ze szczególnymi przedsięwzięciami, dążącymi do zwiększenia pracochłonności kierunku rozwoju produkcji.

Dla analizy pracochłonności obliczano trzy podstawowe charakterystyki pracochłonności:

a) pracochłonność produkcji globalnej:

$$z_j = \frac{Z_j}{P_j} ;$$

b) pracochłonność produkcji czystej:

$$z_j = \frac{Z_j}{P_j - \sum_i a_{ij} P_j} ;$$

c) pracochłonność pełną produkcji finalnej:

$$\bar{z}_j = \sum_i z_i A_{ij} .$$

6. ANALIZA WSPÓŁCZYNNIKÓW KAPITAŁOCHŁONNOŚCI

Analiza współczynników kapitałochłonności (przyrostowej) przedstawia niezwykle poważne trudności i stanowi jedną z najtrudniejszych przeszkód stosowania modelu makroekonomicznego.

Trudności w ustalaniu współczynników kapitałochłonności wzrostu produkcji, na których można by się oprzeć przy stosowaniu modelu dla celów planistycznych, związane są w szczególności z następującymi cechami inwestycji.

1. Ewidencyjnie (w statystyce i planowaniu) inwestycje ujmowane są makroekonomicznie jako nakłady. W modelu należy się natomiast oprzeć na zależności $I = f(P)$. W tym celu zamiast inwestycji trzeba by się posłużyć wielkością przyrostu majątku trwałego. Statystyczne ujęcie tej wielkości jest bardzo niedoskonałe, a jeszcze bardziej niedoskonałe w planowaniu.

2. Stosunek przyrostu majątku trwałego do wielkości inwestycji można, przy pewnych upraszczających założeniach, ująć jako funkcje przeciętnego okresu zamrożenia oraz tempa wzrostu nakładów inwestycyjnych. Próbowano posłużyć się tą zależnością, obliczając w oparciu o nią gałęziowe współczynniki kapitałochłonności przyrostu produkcji. Tak więc zamiast wzoru na kapitałochłonność $k_i = \frac{I_i}{P_i}$ posłużono się wzorem:

$$k_i = \frac{I_{oi}}{P_i},$$

gdzie:

$$I_{oi} = I_i \frac{1}{(1+p)^t},$$

p - tempo wzrostu nakładów,

t - przeciętny okres zamrożenia.

Wzór ten dał pozytywne rezultaty tylko dla niektórych gałęzi produkcji. Znaczy to, że tylko dla niektórych gałęzi sprawdzają się jego założenia o równomiernym procesie rozpoczynania i kończenia budowy obiektów, o stałym przeciętnym okresie zamrożenia nakładów, o równomiernym tempie wzrostu nakładów (niezależnie od innych czynników, zniekształcających zależności między inwestycjami a wzrostem produkcji).

3. Zjawisko niepodzielności występuje w inwestycjach w sposób bardziej wyraźny niż w zakresie innych zjawisk ekonomicznych. Stąd też widoczne są tu duże różnice między współczynnikami przeciętnymi a marginalnymi.

4. Zjawisko niepodzielności dotyczy nie tylko obiektów, ale również całych gałęzi. Stąd też w pewnych fazach rozwoju niektóre gałęzie mogą się charakteryzować większą kapitałochłonnością, a w innych - mniejszą (dotyczy to np. przemysłu chemicznego w okresie rozwoju podstawowych półproduktów chemicznych i w okresie rozwoju dalszych faz przetwórstwa). Aby mieć odpowiednie rozpoznanie tych zjawisk, trzeba śledzić rozwój przez dłuższy okres czasu.

5. Na rozpatrywanym szczeblu agregacji (chyba i na każdym innym) gałęzie produkcji są pod względem kapitałochłonności bardzo niejednorodne.

6. Przyrost produkcji zależy od wielu czynników nieinwestycyjnych. Dotyczy to w szczególności gałęzi o wyższym stopniu przetwórstwa.

Te i jeszcze niektóre inne czynniki powodują, że prawidłowość operowania gałęziowymi współczynnikami kapitałochłonności przyrostu produkcji może być bardzo problematyczna.

W analizie naszej posłużono się współczynnikami kapitałochłonności przyrostu produkcji, obliczonymi na podstawie badań statystycznych za okres 1955-1965. Przeprowadzono również konfrontację współczynników majątkochłonności z współczynnikami kapitałochłonności przyrostowej. Analiza ta jednak nie wydawała się dostarczać dostatecznie uzasadnionych przesłanek dla ekstrapolowania współczynników na okres 1965-70. Dlatego też dla charakterystyki ekonomicznej struktury produkcji przyjęto dodatkowo współczynniki, wynikające z obliczeń planistycznych Komisji Planowania dla okresu 1965-1970. W niektórych analizach współczynniki te próbowano korygować przez szacunek wartości inwestycji nie zakończonych w roku 1970.

Studia nad współczynnikami kapitałochłonności doprowadzają do koniecznego wniosku, że niezbędne jest jeszcze rozwinięcie poważnych prac analitycznych, zanim można będzie przyjmować mniej więcej wiarogodne współczynniki kapitałochłonności dla pełnego stosowania modelu powiązań międzygałęziowych do wariantowania planu w pierwszej fazie prac planistycznych.

Dla charakterystyki ekonomicznej zostały przyjęte,podobnie jak dla zatrudnienia, współczynniki kapitałochłonności na produkcję globalną, na produkcję czystą oraz pełne współczynniki kapitałochłonności na produkcję końcową. W odróżnieniu jednak od pracochłonności, gdzie stosowane są współczynniki przeciętne, dla kapitałochłonności obliczane są współczynniki przyrostowe.

7. ANALIZA WSPÓŁCZYNNIKÓW IMPORTOCHŁONNOŚCI

Analiza współczynników importochłonności napotyka na duże trudności, przede wszystkim na brak odpowiedniej ewidencji statystycznej i planistycznej, odpowiadającej przyjętej w modelu agregacji gałęziowej. Wprowadzenie klasyfikacji gałęziowej, odpowiadającej klasyfikacji produkcji, do obrotów handlu zagranicznego, wyrażanych w cenach krajowych i cenach realizacji na rynku zagranicznym, jest istotnym warunkiem stosowania modelu powiązań międzygałęziowych dla wariantowania planu.

W analizie współczynników importochłonności rozpatrywana była możliwość i celowość rozbicia importu na: 1) import komplementarny (niezbędny) i 2) import substytucyjny. Koncepcje te jednak nie wykazały dostatecznej przydatności i ostatecznie zdecydowano podzielić import na dwie nieco inne kategorie: 1) import zaopatrzeniowy, 2) import na popyt finalny.

Analiza współczynników importu zaopatrzeniowego,przeprowadzona w oparciu o dane statystyczne i planistyczne, wykazała pewne wyraźne kierunki zmian tych współczynników,zrozumiałe na tle warunków ekonomicznych kraju i jego tendencji rozwojowych. Uważa się jednak, że posiadane dane analityczne, jakimi dysponujemy, są jeszcze niewystarczające dla odpowiedniego projektowania tych współczynników.

Charakterystyka importowości poszczególnych gałęzi przeprowadzona została w sposób podobny do opisanego poprzednio dla innych czynników, z tym że współczynniki pełne obliczano w sposób następujący:

$$\bar{m}_j = \sum_i m_i A_{ij} + m'_j$$

gdzie:

m_i – współczynniki importochłonności zaopatrzeniowej,

m'_i – współczynniki importochłonności na popyt finalny.

8. CHARAKTERYSTYKA EKONOMICZNA PRODUKCJI FINALNEJ POSZCZEGÓLNYCH GAŁĘZI

Dla obliczenia współczynników charakterystyki ekonomicznej jednostki produktu finalnego posłużono się macierzą współczynników typu:

$$(I + m - A)^{-1}.$$

Obliczono również macierz odwrotną współczynników typu:

$$(I - A)^{-1}.$$

Stanowiło to dla nas pewną niespodziankę, że relacje pełnych współczynników pracochłonności i kapitałochłonności, uzyskane na podstawie tych dwóch macierzy, wykazały poważne różnice. Problem ten zasługuje na rozpatrzenie teoretyczne.

Dla dalszych analiz zostały przyjęte współczynniki oparte na pierwszej macierzy jako bardziej miarodajne. Znaczy to, że przyjęto jako bardziej prawidłową dla ekonomicznej charakterystyki produkcji finalnej hipotezę, że import zaopatrzeniowy kształtuje się w zależności liniowej od zmian w produkcji.

Dla ekonomicznej charakterystyki gałęzi zestawiono trzy wektory pełnych współczynników:

a) pracochłonności przeciętnej $- \bar{z}$,
b) kapitałochłonności przyrostowej $- \bar{k}$,
c) importochłonności przeciętnej $- \bar{m}$.

Należy podkreślić, że są to współczynniki planowe na rok 1970.

Uzyskane rezultaty dały bardzo interesującą charakterystykę różnych dziedzin produktu finalnego. Dla ilustracji podaje się relacje tych współczynników dla niektórych gałęzi produkcji w tabeli 2.

Tabela 2

	$\bar{k}$	$\bar{z}$	$\bar{m}$
Energia elektryczna	1	1	1
Przemysł paliw	1,14	1,52	4,9
Hutnictwo żelaza	0,64	1,01	5,6
Przemysł maszynowy	0,46	1,32	6,0
Przemysł chemiczny	0,59	0,92	2,9
Przemysł włókienniczy	0,35	1,51	3,4
Przemysł odzieżowy	0,36	1,91	2,4
Budownictwo	0,42	1,92	1,4
Rolnictwo	1,15	.	1,4

Znajomość powyższych współczynników daje teoretycznie możliwości przeprowadzania szeregu interesujących analiz ekonomicznych, mających poważne znaczenie dla praktyki planistycznej. Należą do nich między innymi następujące:

1. Obliczanie kosztów społecznych na okres planowy (na końcowy rok) jednostki produktu finalnego według wzoru:

$$E_i = a_i \bar{z}_i + (1 + b)\bar{k}_i + c_i \bar{m}_i ,$$

gdzie:

a_i – projektowane średnie płace w gałęzi i,
b – współczynnik efektywności inwestycji,
c_i – gałęziowy kurs przeliczeniowy walut (m_i wyrażane jest w cenach handlu zagranicznego).

2. Wykorzystanie tablicy współczynników planowych dla gałęziowych analiz nakładów ciągnionych na okres planowy.

Problemy te mają oczywiście swą własną problematykę teoretyczną i metodologiczną. Istnieje jednak możliwość różnych konstrukcji teoretycznych. Tak na przykład dla E_i można przyjąć przeciętny dla całej gospodarki współczynnik efektywności inwestycji bądź współczynniki gałęziowe, współczynnik c_i oprzeć na krajowych nakładach pracy (kosztach przeliczeniowych) eksportu bądź na współczynnikach przyrostowych itd. Przed stosowaniem tego rodzaju bądź innych analiz rzeczą podstawową jest jednak posiadanie odpowiednich, wiarogodnych współczynników wyjściowych tablic, co - jak wykazuje doświadczenie - stanowi największą trudność praktyczną.

9. WARIANTOWANIE ANALITYCZNE

Przed rozpatrzeniem metod i kryteriów wariantowania trzeba określić zakres i charakter wyboru ekonomicznego w omawianej fazie planowania.

W okresie budowy wstępnych hipotez planistycznych nie chodzi o wybór technik produkcji, obiektów inwestycyjnych czy szczegółowego asortymentu produkcji. Chodzi natomiast o wybór tempa rozwoju i ogólnych, strukturalnych kierunków rozwoju produkcji. Wybór ten ma oczywiście wstępny charakter i podlega dalszym weryfikacjom w następujących stadiach planowania.

Model powiązań międzygałęziowych, o którym mowa, dostosowany jest pod względem stopnia agregacji i sposobu określania współczynników właśnie do takiego i tylko takiego wyboru ekonomicznego. Chciałbym zwrócić uwagę, że metoda ekstrapolacji - jak wynika z tego, co zostało uprzednio powiedziane - zastosowana dla ustalania współczynników planowych, opiera się na założeniu, że tendencje w postępie techniczno-ekonomicznym, które charakteryzowały gospodarkę w okresie przeszłym, będą kontynuowane. Założenie tego rodzaju nie jest pozbawione podstaw, szczególnie przy wstępnych studiach nad planem na średni okres czasu, to jest na pięć lat.

Przyjmujemy, że prace nad sporządzeniem pierwszych hipotez planistycznych sprowadzają się przede wszystkim do następujących zagadnień:

1) budowy planu wewnętrznie zgodnego (na stosunkowo wysokim szczeblu agregacji);

2) określenia stopnia wykorzystania zasobów ekonomicznych, w szczególności siły roboczej;

3) wyboru proporcji w podziale dochodu narodowego na konsumpcję i akumulację;

4) wyboru między kształtowaniem się salda handlu zagranicznego a wzrostem konsumpcji;

5) wyboru ogólnej struktury konsumpcji i handlu zagranicznego.

W licznych pracach teoretycznych proponuje się zastosowanie modeli optymalizacyjnych, opartych np. na programowaniu liniowym. Nie wykluczając pewnej użyteczności stosowanie tego rodzaju modeli, zwrócić trzeba uwagę na rzecz następującą. Niezależnie od oceny hipotez liniowości, w szczególności w powiązaniu z wysokim szczeblem agregacji,modele te posiadają szereg specyficznych cech, występujących wyraźnie w konfrontacji z wskazanym wyżej charakterem prac planistycznych wstępnej fazy.

a) Modele optymalizacji zakładają istnienie jednorodnego kryterium optymalizacji. W praktyce planowania niezwykle trudno o sformułowanie takiego kryterium. W praktyce planistycznej występują jako ważne np. następujące problemy wyboru: wybór między tempem rozwoju a strukturą zatrudnienia,między strukturą konsumpcji a wzrostem zatrudnienia i stopą inwestycji itd. Istnienie tego rodzaju wyborów podważa hipotezę o istnieniu jednorodnego kryterium optymalizacji.

b) Szczególnie wygodnym sposobem, praktykowanym w programowaniu liniowym, jest przyjęcie za dane zasobów siły roboczej. Tymczasem w polityce zatrudnienia podstawowym problemem - w każdym razie w warunkach ekonomicznych Polski - jest określenie struktury zatrudnienia w podziale na zatrudnienie rolnicze i pozarolnicze. Rozwiązanie tego problemu strukturalnego rzutuje na podział dochodu narodowego i na cały szereg innych ważnych zjawisk społeczno ekonomicznych. Ocena i wybór tempa rozwoju, stopy inwestycji, struktury rzeczowej konsumpcji itp. związane są z oceną ich implikacji dla struktury zatrudnienia. Podobne problemy występują w zakresie innych "strategicznych" zmiennych.

c) Programowanie liniowe wymaga sformułowania ex ante wszystkich zasadniczych kryteriów wyboru i ograniczeń. Tymczasem w praktyce planowania są one określane w procesie opracowywania planu, a nie wcześniej.

Ogólnie sformułować należy tezę, że logika programowania powinna raczej symulować faktyczną logikę dokonywania wyborów planistycznych, a nie narzucać praktyce swą własną logikę, wynikającą z uproszczonych konstrukcji teoretycznych.

Odpowiedzią na powyższe argumenty może być propozycja stosowania programowania parametrycznego.

Wydaje się jednak również możliwe zastosowanie jeszcze bardziej "luźnej" metody programowania, wykorzystującej zalety modelu powiązań międzygałęziowych,stwarzającej jednak możliwości stosowania różnych kryteriów, dostosowanych do faktycznej praktyki planistycznej. Programowanie to, a raczej pewną niesformalizowaną procedurę wyborów, można nazwać wariantowaniem analitycznym.

W odróżnieniu od jednorazowego rozwiązania modelu optymalizacyjnego wariantowanie analityczne polega na procedurze iteracyjnej, w której wychodząc z pewnego wariantu bazowego, poszukujemy wariantów lepszych od niego, stosując różne kryteria i konfrontując je, przy znajomości charakterystyk ekonomicznych zmiennych (produktu końcowego).

Ponadto wariantowanie analityczne wydaje się posiadać pewne istotne walory praktyczne. Należą do nich w szczególności:

a) łatwiejsze zrozumienie dla podejmujących decyzje (we wstępnym wyborze) tego, jakie rozwiązania doprowadzają do bardziej optymalnego planu; stosowanie jednorazowego rozwiązania programu optymalizacyjnego rodzi trudności w przyjęciu otrzymanego rozwiązania, a nie jest bowiem w pełni zrozumiały mechanizm tego rozwiązania;

b) lepsze zrozumienie i ustalenie możliwości i znaczenia przesunięć w produkcie finalnym;

c) lepsze zrozumienie działania innych ograniczeń.

Wariantowanie analityczne jest sposobem studiów planistycznych, który raczej wzbogaca znajomość zależności rozwojowych organów decydujących, a nie eliminuje ich działania.

Poniżej przedstawiono jeden z możliwych modeli wariantowania analitycznego.

Uproszczony model wariantowania analitycznego

Bilans produkcji:

$$(I + m - A)X = I + K + E. \tag{1}$$

Bilanse zasobów:

a) bilans siły roboczej:

$$Z - \sum_i \bar{z}_i Y_i - Zk = Zr. \tag{2}$$

b) bilans inwestycji:

$$I' - \sum_i \bar{k}_i (Y_{it} - Y_{i0}) - I'k' = I'r. \tag{3}$$

c) bilans handlu zagranicznego:

$$\sum_i \alpha_i E_i - \sum_i \beta_i \bar{m}_i Y_i - \sum_i \gamma_i m'_i K_i = Mr, \tag{4}$$

gdzie:

Z – zasoby siły roboczej (ogólne bądź poza rolnictwem)

I' – inwestycje w okresie od o do t,

$Zk, I'k'$ – zatrudnienie i inwestycje na cele nieprodukcyjne,

$Zr, I'r, Mr$ – niewykorzystane bądź brakujące zasoby,

α, β, γ – kursy przeliczeniowe cen krajowych na ceny handlu zagranicznego.

d) Charakterystyka ekonomiczna produktu końcowego:

$$\bar{m}, \bar{k}, \bar{z} \quad \text{(dane)}. \tag{5}$$

Procedura

Zmienne strategiczne: I', I (można przyjąć $I = f(I')$), K, E, Z (bądź Zr), Mr (ew. m'_i).

Zmienne endogeniczne: X, $I'x$ X_i, I'_i.

Procedura polega na dokonywaniu przesunięć w wektorze konsumpcji (K) oraz eksportu (E) na podstawie znajomości ich charakterystyki ekonomicznej, aby:

1) doprowadzić na przykład do maksimum K przy obserwowaniu dopuszczalnych przesunięć strukturalnych i ich ocenie społeczno-ekonomicznej (niesprecyzowanej kwantytatywnie);

2) przy pełnym wykorzystaniu założonych inwestycji ($I'r = 0$), uzyskaniu określonego salda bilansu płatniczego (Mr) i pełnym wykorzystaniu siły roboczej ($Zr = 0$). W rozwiązaniu dopuszcza się zmianę założeń dotyczących np. inwestycji i zatrudnienia przy konfrontacji i ocenie tych zmian w stosunku do zmian w konsumpcji, handlu zagranicznym.

W konsekwencji tego rodzaju operacji powinno się uzyskać szereg wariantów planu, których zmienne strategiczne podlegają wyborowi przez władze planistyczne.

Po tym wyborze następuje rozwiązanie modelu dla X_i oraz I_i'. W modelu istnieje duża ilość stopni swobody. Rozwiązanie dla wielu zmiennych pozostawiamy poza zakresem rachunku. Stwarzamy natomiast ekonomiczne przesłanki, ułatwiające ten wybór.

Przy przyjęciu jakiegokolwiek kryterium optymalizacji procedura powyższa daje możliwość dokonywania przesunięć, które doprowadzają do planu lepszego niż pierwotnie założony.

Zaletą powyższej procedury - jak wynika z tego, co powiedziano poprzednio - jest to, że poszczególne kroki są łatwo zrozumiałe i mogą być sprawdzone rozumowaniem opartym na "zdrowym rozsądku". Tego ostatniego nie można lekceważyć, w modelach matematycznych bowiem, zawsze opierających się na uproszczeniach, nigdy nie można dokładnie ocenić, jakie istnieją upraszczające założenia i w jaki sposób wpływają na wynik. Jest to szczególnie istotne dla modeli przyjmujących duże uproszczenia agregacji. Rozumowe kontrolowanie każdego kroku, zbliżającego rozwiązanie do optymalnego, ma tu poważne znaczenie.

Do podstawowych umiejętności posługiwania się metodami matematycznymi należy również rozumienie granic ich zastosowania. W operowaniu modelem odróżniamy:

a) zmienne strategiczne: są to zmienne nie poddane ścisłym kryteriom optymalizacyjnym; na ich podstawie operujący modelem ustala konfrontuje i zmienia kryteria, opierając się na pewnych przesłankach ekonomiczno-społecznych i dokonuje wyboru ekonomicznego w zakresie tych zmiennych;

b) zmienne wynikowe; wylicza się je na podstawie modelu;

c) parametry i inne dane egzogeniczne.

Selekcja zmiennych strategicznych nie jest jednoznacznie określona. Zależy ona od sytuacji społeczno-ekonomicznej kraju i powinna być zrobiona w dostosowaniu do faktycznej praktyki planowania. Dla wyjaśnienia modelu przyjmujemy, że do strategicznych zaliczamy następujące zmienne:

- wielkość i strukturę produktu finalnego w jego podstawowych elementach;
- ogólną wielkość inwestycji całego okresu planowego (5-letniego);
- wielkość zatrudnienia (bądź zatrudnienia w działach poza rolnictwem);
- saldo bilansu handlowego;
- inwestycje i zatrudnienie nieprodukcyjne.

Model zakłada dużą ilość swobody. W powyższym zestawieniu jest ich $(3n + 2)$. Praktycznie redukuje się to do $(2n + 3)$, ponieważ struktura rzeczowa inwestycji (I) jest raczej wyznaczona i brak tu swobody wyboru. Jeżeli przyjąć, co nie jest

Tabela 3

Zestawienie równań i zmiennych modelu

Równania modelu	Parametry	Zmienne strategiczne	Zmienne wynikowe	Ilość równań	Ilość zmiennych	Uwagi
(1)	m, A	I, K, E	X	n	$4n$	
(2)	$\bar{z}$	Z, Zr, Zk		1	2	$Zr=0$
(3)	$\bar{k}, Y_{io}$	$\sum_i I'_i, I'k, I'r$		1	2	$I'r=0$
(4)	$\bar{m}, m'_i$	Mr		1	1	$Y=I+K+E$
$Z_i=\bar{z}_i Y_i$			Z	n	n	
$I'_i=\bar{k}_i(Y_{it}-Y_{io})$			I'	n	n	
				$3n+3$	$6n+5$	

pozbawione uzasadnienia, że $I = f(I')$, wówczas mamy $(2n+2)$ stopnie swobody.

Pozostawienie w operowaniu modelem dużej ilości stopni swobody oznacza, że wybór ekonomiczny w tym zakresie nie jest poddany kryteriom kwantytatywnym, zawartym w modelu.Nie jest to twierdzenie o znaczeniu absolutnym dla modeli makroekonomicznych. W omawianym przypadku znaczy ono, że nie stosuje się jakiegoś jednego, uproszczonego kryterium optymalizacji.

Jeżeli operujący modelem decyduje się na przyjęcie jakiegokolwiek kryterium optymalizacji, nie ma trudności, by na podstawie znajomości charakterystyk ekonomicznych stosując procedurę iteracyjną, dochodzić do rozwiązań lepszych.Teoretycznie można by w takim przypadku zastosować również model optymalizacji z jednoczesnym rozwiązaniem. Nie można z góry wykluczyć pewnej użyteczności posługiwania się takim modelem. Procedura iteracyjna ma jednak pewne szczególne zalety,o których nie można zapominać, szczególnie przy rozpatrywaniu metod planowania we wstępnej fazie studiów planistycznych. Kolejne kroki procedury "kolejnych przybliżeń" są łatwo zrozumiałe. W każdym z nich można wyważyć celowość przesunięć (na przykład w strukturze konsumpcji) uzyskanymi na tej podstawie efektami ekonomicznymi. Każde przesunięcie może być sprawdzone rozumowaniem opartym na "zdrowym rozsądku".Tego ostatniego nie można lekceważyć, w modelach matematycznych bowiem z konieczności opierających się na uproszczeniach, nigdy nie można dokładnie ocenić tego, jakie upraszczające założenia i w jaki sposób wpływają na wynik. Jest to szczególnie istotne dla modeli przyjmujących duże uproszczenia agregacji. Rozumowe kontrolowanie każdego kroku, zbliżającego rozwiązanie do optymalnego, ma tu poważne znaczenie.

Do jednej z podstawowych umiejętności posługiwania się metodami matematycznymi należy również rozumienie granic ich rozumnego zastosowania.

*
* *

Tezy metodologiczne formułowane poprzednio, dotyczące wykorzystania makroekonomicznego modelu powiązań międzygałęziowych, odnoszą się wyłącznie do wstępnej fazy analiz planistycznych. W dalszych fazach planowania wiele z nich musi ulec poważnej zmianie. Szczególne znaczenie mają dwie następujące, dalsze fazy planowania:

- dalsza faza prac na szczeblu centralnym (przy opracowywaniu wytycznych), w której prowadzone są bardziej szczegółowe studia w różnych gałęziach, operujące nie tylko agregatami wartościowymi, ale również wskaźnikami ilościowymi dla głównych produktów, konkretnymi obiektami inwestycyjnymi itd.
- faza prac nad narodowym planem gospodarczym w oparciu o projekty planów różnych organizacji ekonomicznych.

Zastosowanie modeli powiązań międzygałęziowych w tych fazach musi zakładać inny szczebel agregacji i inne założenia metodologiczne, niż to zostało sformułowane poprzednio.

Na zakończenie chciałbym jeszcze raz powtórzyć jedną z tez, sformułowanych na początku. Nie może być uniwersalnych modeli planistycznych. Trzeba wypracowywać modele, będące instrumentami analityczno-planistycznymi w dostosowaniu do konkretnych faz, z pełnym uwzględnieniem ich miejsca i roli w ogólnym, wielofazowym procesie planowania.

JAROSLAV HABR
Laboratorium Ekonometryczne
Czechosłowackiej Akademii Nauk – Praga

METODY PRZYBLIŻONE PROGRAMOWANIA LINIOWEGO

Mój referat składa się z trzech części:
1) metody aproksymacji w programowaniu liniowym,
2) opis tzw. metody wąskiego przekroju,
3) praktyczne doświadczenia z metodą wąskiego przekroju.

Nie ulega wątpliwości, że metoda simpleks w powiązaniu z automatyczną maszyną cyfrową stanowi idealną pomoc w rozwiązywaniu rozlicznych i skomplikowanych problemów zarządzania. Jeżeli jednak porównać te możliwości z naszą praktyką, a zwłaszcza zagraniczną, stwierdzimy, że programowanie liniowe znalazło stosunkowo małe zastosowanie mimo szerokiej przydatności i wielu korzyści. Powstaje pytanie, co jest przyczyną, że w dzisiejszej, dobrze znanej praktyce ekonomicznej nie zawsze można się liczyć z wymienioną korzystną kombinacją metod i środków.

Główną przyczynę tego na niższych szczeblach dyspozycyjnych stanowi przede wszystkim niedostateczna znajomość nowych metod, następnie obawa przed koniecznością zapoznania się z dość skomplikowanym aparatem matematycznym,wreszcie stosunkowa niedostępność współczesnej techniki obliczeniowej. Czas usunie te braki, niemniej jednak można się spodziewać, że kombinacja dokładnej metody z automatyczną maszyną cyfrową nie zawsze będzie do przyjęcia w praktycznej eksploatacji. Zasadniczą przeszkodę może tu stanowić analiza kosztów,wymaganie rytmiczności rozwiązań, obawa przed zakłóceniami w sieci kontaktowej, nawet obawa przed niedyskrecją podczas przekazywania danych poza przedsiębiorstwo.

Rozważmy najpierw tę z przeszkód w szerszym stosowaniu liniowej optymalizacji w praktyce, która zależy od czynnika zatrudnienia. Dwa momenty działają tu niekorzystnie: z jednej strony całkiem nowe pojęcia w zakresie rozwiązywania problemów ekonomicznych (tzw. sposób rozwiązywania), z drugiej - trudności obliczeniowe, czyli - mówiąc inaczej - obawa przed matematyką.

Jeżeli chodzi o rozwiązania zadań ekonomicznych przy pomocy modeli, to jest to raczej przeszkoda psychologiczna.Zdaje się, że hamulec raczej stanowi słowo "model" niż odpowiednie przystosowanie modelu do rozwiązania. Każdy bowiem, kto ma coś rozstrzygnąć, posługuje się w rzeczywistości świadomie lub nieświadomie odpowiednim modelem do rozwiązania. Różnica polega tylko na tym, że współczesne modele ekonomiczne mają zbyt sformalizowaną strukturę i mogą być skomplikowane.

Drugi hamulec szerszego stosowania (modeli) jest poważniejszy. Uniwersalny proces obliczeniowy w zakresie liniowej optymalizacji, jakim jest metoda simpleks, wykazuje w praktyce kilka nieprzyjemnych cech. Jeżeli pominiemy proces liczenia ręcznego, monotonny i połączony z możliwością omyłek, to niesprzyjające zjawisko polega tutaj na tym, że operacje matematyczne, wywodzące się ze znajomości algebry liniowej, nie dają żadnej możliwości bezpośredniej interpretacji ekonomicznej w poszczególnych fazach obliczania - zwłaszcza dla początkujących. W większym stopniu odnosi się to twierdzenie do metod operujących zmiennymi dualnymi.

Pod tym względem nawet wytrawni ekonomiści znajdują się nieraz w trudnym położeniu, ponieważ pełny aparat pojęciowy ekonomii nie wystarcza do interpretacji. (Można się spodziewać, że metody matematyczne będą stanowiły wkład do wzbogacenia naszych wiadomości także w dziedzinie ekonomii politycznej).

Tradycyjne wychowanie, które praktycznie zostało już zaniechane, odgrywa rolę negatywną w tym sensie, że dzisiejszym ekonomistom-praktykom, przyzwyczajonym do myślenia kategoriami bardziej realistycznymi, model liniowej optymalizacji wydaje się zbyt abstrakcyjny, a algorytm obliczeniowy zbyt tajemniczy.

Niektóre z poruszonych tu braków - rzecz prosta - zmniejszą się, bądź znikną całkowicie, skoro tylko upowszechni się współczesna technika rachunkowa. Dotyczy to przede wszystkim zmniejszenia wysiłku mózgowego, zmęczenia itp. Pod jednym względem jednak zastosowanie automatycznych maszyn cyfrowych nie poprawi prawdopodobnie sytuacji: nie zwiększy mianowicie bezpośredniej interpretacji ekonomicznej procesu optymalizacyjnego. Maszyna nie da już nic więcej niż sama metoda simplex. Duża szybkość maszyny pogarsza jeszcze sytuację, bowiem przez poszczególne analizy cząstkowe samą analizę problemu pozbawia wartości gospodarczych. Nie byłoby zgodne z właściwościami automatycznej maszyny cyfrowej, gdyby np. drukowała wszystkie wyniki operacji pośrednich. A mimo to właśnie wyniki niektórych krytycznych operacji pośrednich mogą mieć często większą wartość dla poznania systemu optymalizacyjnego niż wynik optymalizacji. Wiadomo mianowicie, że w naszych warunkach, tzn. w gospodarce planowej, dokładne poznanie systemu ekonomicznego ma bardziej zasadnicze znaczenie niż zakomunikowanie właściwego optimum. Prawda, że niektóre wiadomości o wrażliwości zadania na zmiany współczynnika funkcji celu i na warunki uboczne można osiągnąć właśnie za pomocą automatycznej maszyny cyfrowej, możemy jednak na podstawie praktycznego doświadczenia stwierdzić, że większość ich jest ukryta w simplexowych operacjach pośrednich, które albo trzeba zrekonstruować, albo dojść do nich przy pomocy operacji ręcznych. Dotyczy to przede wszystkim suboptymalizacji, zmian dysponentów i w ogóle ograniczeń, które się uzupełniają albo zmieniają. To, że nie można związać błyskawicznych operacji maszyny już w trakcie obliczeń optymalizacyjnych logicznymi rozważaniami człowieka, ma jeszcze jedną ujemną stronę: zwiększa niebezpieczeństwo formalizmu. A jednak wiadomo - zakończone właśnie sympozjum w Londynie stwierdziło to raz jeszcze - że prawie nigdy nie udaje się rozwiązać problemu ekonomicznego za jednym zamachem.

Być może, te obawy wydadzą się nieaktualne albo przesadzone. Rozporządzamy przecież, albo będziemy rozporządzali, dobrze rozwiniętymi programami rozwiązań parametrycznych. Nie można jednak nie docenić faktu, że tylko pełna znajomość ewentualnych braków może nas uchronić przed bezkrytycznym włączeniem się do nowych metod i środków i przed możliwością późniejszego ich zdyskredytowania.

Przytoczony kompleks braków dobrałem specjalnie, by w dalszej części referatu tym plastyczniej wypadła moja argumentacja. Pytanie brzmi: jeżeli dzisiaj istnieją w odniesieniu do ludzi bądź maszyn trudności, które praktycznie przeszkadzają osiągnięciu poważniejszych rezultatów metody programowania liniowego, to czy jedyny punkt wyjścia polega na rytmicznym przezwyciężeniu tych braków? Czy jest możliwe inne rozwiązanie?

Byłoby z pewnością niepożądane, gdyby wymienione przeszkody mogły na dłuższy czas uniemożliwić szersze wprowadzenie metody liniowego programowania do praktyki gospodarczej, zwłaszcza gdy wiemy, że chodzi o metodę, która może dać duże efekty ekonomiczne.

Jedna z możliwych dróg przezwyciężenia w pewnym stopniu wymienionych braków polega na stosowaniu metody aproksymacji. Innymi słowy: przezwyciężenie przeszkód oznacza, że trzeba szukać takich sposobów rozwiązania, które wprawdzie nie prowadzą całkowicie do optimum, ale stwarzają dość atrakcyjne rozwiązanie z praktycznego punktu widzenia, a zarazem są korzystne właśnie w tych kierunkach, gdzie formy klasyczne nie mają szans na bezpośrednie osiągnięcia w praktyce. Wymagamy od metod aproksymacji, żeby były umiarkowane zarówno z punktu widzenia konstrukcji logicznej, jak i techniki obliczeniowej, i żeby umożliwiały osiągnięcie bezpośredniej interpretacji ekonomicznej w dowolnej fazie procesu obliczeniowego.

Moje wywody nie są w żadnym razie czczą spekulacją. Opierają się na praktycznych doświadczeniach. Podstawą naszych uogólnień są doświadczenia zebrane w wyniku rozwiązywania licznych zadań ekonomicznych. Jako wynik końcowy tych doświadczeń rozwinęła się metoda aproksymacji, służąca do rozwiązywania ogólnych problemów programowania liniowego. W tym sensie zastępuje znaną metodę simplex. (Nie będę tu mówił o innych, na pewno znanych metodach aproksymacji, służących do rozwiązywania specjalnych problemów, jak np. metoda indeksów, metoda przeciwstawnych preferencji, voglowska metoda aproksymacji [VAM] itd.).

Właściwości nowej, tzw. metody wąskiego przekroju, są następujące:

1. Opiera się ona na logicznych rozważaniach, które w praktyce są dobrze znane. Wskutek tego są one łatwe do zrozumienia także dla praktyków nie mających wcale albo mających bardzo niskie kwalifikacje matematyczne.

2. Chociaż metoda ta opiera się na praktycznych rozważaniach logicznych, jest ona wystarczająco standaryzowana.

3. Właściwy proces obliczania jest łatwy.

4. Metoda ta umożliwia bezpośrednią interpretację ekonomiczną na wszystkich stopniach obliczeniowych. Jest więc całkiem przejrzysta, nie formalno-abstrakcyjna.

5. Ma dość powszechne zastosowanie.

6. Umożliwia wykazanie jakości rozwiązania, tzn. pozwala określić, jak daleko wynik odbiega od optimum matematycznego (daje możliwie maksymalne przerwy w obliczeniach dla stwierdzenia błędów).

7. W przeciwieństwie do metody simplex rozwiązuje kwestię zmiennych swobodnych w sposób szczególnie prosty.

8. W przeciwieństwie do metody simplex nie wymaga sztucznych zmiennych.

9. Nie wymaga żadnego szczególnego postępowania w wypadku usterek.

10. W pewnych okolicznościach można ją też przystosować do przypadków z warunkami nieliniowymi.

11. Rozwiązanie osiągnięte za pomocą metody wąskiego przekroju może stanowić punkt wyjścia dla dalszej optymalizacji środkami klasycznymi (np. metodą simplex).

Reasumując, można określić metodę wąskiego przekroju następująco: opiera się ona na analizie logicznej, stały proces systematyczny gwarantuje skuteczność tej analizy. Schematyzacja i mechanizacja procesu przyspiesza przeprowadzenie obliczenia. Chodzi tutaj bardziej o metodę ekonomiczną niż o matematyczną.

Aby unaocznić proces, weźmiemy jakiś prosty przykład cyfrowy i opiszemy poszczególne stadia obliczenia.

P r z y k ł a d

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + \phantom{3x_3 +{}} 5x_4 &\leq 30, \\ 2x_2 + 3x_3 \phantom{{}+ 5x_4} &\leq 12, \quad x_i \geq 0 \quad (i = 1 \ldots 4), \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &\leq 18. \end{aligned}$$

Funkcja celu:

$$10x_1 + 20x_2 + 60x_3 + 40x_4 = max!$$

Proces maksymalizacyjny następuje w dwóch stadiach:

1. Ustalenie preferencji dla zmiennych (tzn. ustalenie kolejności zmiennych wg ich przydatności dla optymalizacji).

2. Określenie granic dopuszczalnej wielkości poszczególnych zmiennych, które mogą wchodzić w grę dla optymalizacji (określenie wąskiego przekroju).

Pierwsze stadium. Jest wiele możliwości określenia preferencji. Najprostsza jest zwykła metoda indeksu. Szereguje się zmienne według wielkości ich współczynników. W naszym wypadku chodzi o maksymalizację, a więc kolejność preferencji jest następująca: x_3, x_4, x_2, x_1. Już teraz chciałbym zauważyć, że istnieją inne możliwości określenia preferencji. Można np. uszeregować zmienne według potencjalnego przyrostu funkcji celu.

Można nawet użyć do tego metody frekwencyjnej (przy czym chodzi o względną przydatność, bez uwzględnienia dalszych okoliczności).

Rozważmy teraz termin: "wąski przekrój". Najlepsze możliwe wielkości dla poszczególnych zmiennych stanowią właściwe wąskie przekroje. Ograniczenia poszczególnych zmiennych można bardzo łatwo obliczyć, dzieląc całkowitą wartość ograniczenia przez odpowiednie współczynniki:

$$q_{ij}=\frac{b_i}{a_{ij}},$$

$$q_j=x_j=\min \frac{b_i}{a_{ij}} \ (i=1,2,\ldots,m).$$

Jeżeli np. zmienna x_2 ma maksymalne wartości: 30/3, 12/2, 18/3, wąskim przekrojem jest 6. Ekonomicznie można je interpretować następująco: największe możliwe wykorzystanie źródeł, którymi rozporządzamy, w przypadku realizacji tylko jednego procesu. Inne równają się zeru.

Wracamy teraz do naszej kolejności preferencji i łączymy je z określeniem wąskiego przekroju. Najkorzystniejszą zmienną jest x_3. Odpowiednimi ilorazami są: 12/3 = 4, 18/2 = 9. Wąskim przekrojem jest 4. Zmienna x_3 może osiągnąć najwyżej wielkość 4 jednostek. Notujemy więc ten wynik częściowy.

W tym celu, aby obliczyć następne zmienne, musimy dokonać korektury w pierwotnym ograniczeniu. Możliwość dla następnej zmiennej, tzn. dla x_4 zmniejsza się mianowicie o wielkość, ku której dąży zmienna x_3, czyli x_3 mnoży się przez odpowiednie współczynniki. A więc 12 minus 3 razy 4 jest 0. 18 minus 2 razy 4 jest 10. Nowe ograniczenia całkowite wynoszą: 30, 0, 10.

Ilorazy dla x_4 wynoszą: 30/5, 10/1; wąskim przekrojem jest 6, wskutek tego x_4 = 6. Nowe ograniczenie całkowite ma wartości: 0, 0, 4.

Następne zmienne równają się zeru. Wartości ograniczenia krańcowego nie są niczym innym, jak wartościami zmiennych swobodnych. $x_5 = x_6 = 0$; $x_7 = 4$. Razem mamy 3 zmienne różne od zera. Odpowiada to dokładnie znanej ogólnej zasadzie programowania liniowego. Odpowiedni wektor jest w rzeczywistości wierzchołkiem wypukłego wielościanu. Wartość funkcji celu wynosi 480.

Mamy teraz rezultat, przy czym nie wiemy, czy chodzi o maximum czy nie, czy wynik jest dobry czy zły. Dla stwierdzenia dokładności korzystamy z innej zasadniczej metody programowania liniowego, mianowicie z zasady dwoistości. Obliczamy ten sam przykład jako zadanie minimalizacyjne.

$$30y_1 + 12y_2 + 18y_3 = \min.$$

$$\begin{array}{rcrcrcr}
2y_1 & & & + & y_3 & \geq & 10 \\
3y_1 & + & 2y_2 & + & 3y_3 & \geq & 20 \\
 & & 3y_2 & + & 2y_3 & \geq & 60 \\
5y_1 & & & + & & \geq & 40
\end{array}$$

Minimalizujemy, kolejność preferencji jest y_2, y_3, y_1. Odpowiednimi mnożnikami $\frac{b_i}{a_{ij}}$ są: 20/2, 60/3. Przy określaniu wąskiego przekroju musimy jednak uważać. Warunki uboczne są tym razem ograniczone nie od góry, lecz od dołu. Oznacza to, że wąski przekrój powinien jednocześnie spełnić warunek (10,20). A więc $y_2 = 20$.

Jak wspomniałem, są jeszcze inne metody ustalenia kolejności preferencji. Dla ilustracji wykorzystamy np. metodę potencjalnych przyrostów funkcji celu. W naszym przykładzie wchodzą w grę następujące wąskie przekroje: (5, 6 2/3, $\underline{8}$:,10, $\underline{20}$; 10, 6 2/3, 30, $\underline{40}$). Poszczególnym wąskim przekrojom odpowiadają następujące wartości funkcji celu: 240, 240, 720. Ze względu na minimalizację wybieramy jako pierwszą zmienną y_1 albo y_2. Jako rezultat końcowy otrzymujemy następujące wartości: $y_1 = 8$, $y_2 = 20$, $y_4 = 6$, $y_5 = 44$, $y_3 = y_6 = y_7 = 0$. Wartość funkcji celu wynosi 480.

Porównajmy oba rezultaty, tzn. rozwiązanie primalne i dualne; widzimy, że są jednakowe.

W tym wypadku osiągnęliśmy optimum.

Gdyby oba te rezultaty różniły się między sobą, powstałyby następujące możliwości:

1. Wartość primalna stanowi maximum, dualna - ultraminimum.

2. Wartość dualna stanowi minimum, primalna - submaximum.

3. Wartość primalna stanowi submaximum, dualna - ultraminimum.

Najwyższe możliwe odchylenie rezultatu osiągniętego metodą przybliżeniową od optimum daje różnica między wartościami obu funkcji celu. O ile wiem, jest to jedyny wypadek, żeby metoda aproksymacji programowania liniowego posiadała tę właściwość.

Wymieńmy jeszcze jedno proste działanie, które może posłużyć jako kryterium oceny jakości obliczenia. Do tego wystarczy rozwiązanie aproksymacji (primalne albo dualne).

	10	20	60	40		
	y_4	y_5	y_6	y_7		
	-6	-44	0	0		
y_1 8	2	3		5	0 x_5	30
y_2 20		2	3		0 x_6	12
y_3 0	1	3	2	1	4 x_7	18
	0	0	4	6		
	x_1	x_2	x_3	x_4		

O ile różnica jeszcze nie odpowiada praktycznym wymaganiom w konkretnych warunkach, można zastosować rezultat jako dopuszczalne rozwiązanie wyjściowe. Dla tych celów opracowaliśmy program dla NE803B.

* * *

Nasze doświadczenia wykazują, że przy zastosowaniu metody wąskiego przekroju prawie zawsze można osiągnąć oszczędność czasu i kosztów.

Wymieńmy jeszcze, jakie typy zadań ekonomicznych nadają się szczególnie do stosowania tej metody, a jakie utrudniają rozwiązanie.

Do pierwszej kategorii należą problemy, które mają w strukturze stosunkowo dużą liczbę współczynników zerowych. Jak wiemy z praktyki, są to właśnie problemy charakterystyczne dla całej dziedziny tzw. programowania produkcyjnego. Chodzi przy tym o dziedzinę naprawdę rozległą, aktualną i ciekawą. Kwestia optymalizacji programu produkcyjnego rozstrzyga się przeważnie na niższych szczeblach kierownictwa gospodarki, tzn. w przedsiębiorstwach. Ponieważ znajomość matematyki jest tam słaba, a wyższa technika cyfrowa nie zawsze dostępna, problemy te stwarzają szczególne pole do stosowania metod aproksymacji. Zauważmy przy tym, to zjawisko ma również dodatni aspekt psychologiczny. Zwiększa ono zaufanie do metod matematycznych i przygotowuje drogę do stosowania metod bardziej abstrakcyjnych i skomplikowanych.

Istnieją jednak problemy ekonomiczne, dla których metoda wąskiego przekroju nie wydaje się właściwa. Są to przede wszystkim problemy zawierające w macierzy wiele elementów różnych od zera. Typowym przykładem takich problemów są tzw. problemy mieszane. Rezultat osiągnięty za pomocą metody wąskiego przekroju traktuje się w tym przypadku jako rozwiązanie wyjściowe.

Skąd ta różnica w jakości wyników? Aby na to odpowiedzieć, wrócimy do naszych poprzednich wywodów: jakie rozwiązanie daje nam właściwie metoda wąskiego przekroju? Z punktu widzenia matematycznego albo geometrycznego odpowiada ono tylko wierzchołkom wypukłego wielościanu, leżącym na jednej osi (różne sytuacje przedstawiono graficznie).

Przy zastosowaniu metody wąskiego przekroju – jak podałem – należy jeszcze przeprowadzić dalsze uogólnienie procesu obliczeniowego. Dotąd nie było tu mowy np. o ujemnych współczynnikach, o mieszanych ograniczeniach itd. Nie mogę się tu zajmować poszczególnymi wypadkami tego typu. Jednak, jak wspomniałem, nie stanowią one szczególnego problemu. Krótkie rozważenie logiczne wystarczy tu do rozwiązania. Chodzi tylko o modyfikacje, a nie o wyjątki czy o jakieś nowe reguły dla procesu obliczeniowego. Wszystkie te rozważania uzupełniające mogą łatwo doprowadzić do rutyny.

Dla takiego wypadku możemy nakreślić następujący schemat. Poszczególne wektory-kolumny, które przedstawiają indywidualne wierzchołki q_{ij} ($q_{ij} = \frac{b_i}{a_{ij}}$, b – ograniczenie, $i = 1,2,\ldots,m$; a – współczynnik strukturalny), dzielą się na dwa główne typy. Indywidualne wąskie przekroje albo są określone wyłącznie przez nierówności, albo są mieszane (tzn.w systemie znajdują się też równości; systemy z samymi nierównościami nie są przydatne dla metody wąskiego przekroju,mogą jednak być rozpatrywane jako dualnie dopuszczalne). Dla każdej zmiennej można wówczas znaleźć wąski przekrój. Znajduje się on, zależnie od charakteru procesu optymalizacyjnego, na górnej albo dolnej granicy, ewentualnie w jakimś określonym punkcie (w przypadku równości).

Jeżeli niektóre współczynniki są w strukturze ujemne i wynikają z równań, trzeba gruntownie zbadać sytuację.W ogóle takie zadania nie nadają się do stosowania metody wąskiego przekroju. W każdym razie należą bardziej do dziedziny analizy strukturalnej niż do programowania liniowego.Można jednak wykorzystać różne procesy. Przy tej okazji należy zauważyć, że równania w systemie programowania liniowego zawsze oznaczają sztywny warunek, który często bardzo źle wpływa na wynik końcowy, tak że należy ich unikać przy formułowaniu systemu.

Teraz na zakończenie parę słów o doświadczeniach z metodą wąskiego przekroju. Mówiliśmy już, że ta metoda nadaje się przede wszystkim do takich problemów,w których występuje dużo elementów zerowych w macierzy. Prawie wszystkie problemy dotyczące optymalizacji produkcji należą do tego typu. Charakteryzuje je także to, że zawierają zwykle większość ograniczeń od góry bądź od dołu. Przeprowadzaliśmy u nas trochę obliczeń porównawczych, które wykazały, że stosowanie metody simplex przy wyznaczeniu optymalnego asortymentu stanowi właściwie nadmierną stratę energii, czasu pracy, sił roboczych i kosztów obliczeniowych. Dla zilustrowania skuteczności metody wąskiego przekroju chcę przytoczyć pewien przykład. Chodzi o przykład pochodzący z amerykańskiej literatury fachowej. R.W. Metger,kierownik działu badania przedsięwzięć w znanym koncernie General Motors, przytacza w swojej książce następujące dane o rozwiązaniu wymienionego przykładu. Zadanie zawierało 11 ograniczeń i 21 zmiennych. Czas wyprowadzenia optimum za pomocą metody simplex bez zastosowania automatów cyfrowych: $3\frac{1}{2}$ do 5 godzin (zależnie od biegłości rachmistrzów). Czas przy zastosowaniu IBM 650; jedna godzina 30 minut.A teraz rozwiązanie za pomocą metody wąskiego przekroju bez zastosowania jakiejkolwiek maszyny cyfrowej: czas około 7 minut. Rozwiązanie było w naszym wypadku też optymalne.

Wreszcie chciałbym wypowiedzieć uwagę, przeznaczoną raczej dla tych, którzy pracują metodologicznie. W różnych rozważaniach i analizach natrafiamy bardzo często na skomplikowane stosunki techniczno-ekonomiczne,które utrudniają zasadniczo naszą decyzję. Chodzi zwykle o taką sytuację,która stwarza możliwość większej ilości wariantów rozwiązania. W pierwszych etapach naszej pracy,gdy zwyczajnie manipulujemy z agregowanymi wielkościami, bardzo by nam pomogło, gdybyśmy mogli się orientować w naszym położeniu choćby w przybliżeniu bez nastawienia na dokładny wynik. W przeciwnym razie zastosowanie dokładnego aparatu oznacza koszty i stratę czasu. Albo też rozwiązujemy nasze pośrednie etapy optymalizacji tylko intuicyjnie, to znaczy na wyczucie. W takim wypadku nasza ocena może być słuszna, a dalszy przebieg pozbawiony niekorzystnych wpływów. Nasza ocena może być też bardzo problematyczna, a wtedy nasze dalsze rozważania tracą sens.

A teraz ostatnia uwaga, związana z poprzednią. Każdy, kto się zajmuje kwestiami programowania liniowego, znajduje się często w sytuacji, w której musi analizować i weryfikować swoje myśli, propozycje i rozważania w wielu przykładach cyfrowych. Chociaż chodzi tylko o proste przykłady cyfrowe, rozwiązanie metodą simplex bez maszyny cyfrowej jest zwykle sprawą nader niekorzystną. Następnie bardzo często, zwłaszcza przy pracy badawczej, nie potrzebujemy dla naszych celów dokładnych rezultatów cyfrowych, ale wystarczy nam tylko rozwiązanie przybliżone. We wszystkich wymienionych przypadkach metoda wąskiego przekroju okazuje się pożytecznym instrumentem. Mam nadzieję, że ta metoda i dla was może być pożyteczna.

JÓZEF WINKOWSKI
Instytut Maszyn Matematycznych – Warszawa

O IMITOWANIU PEWNEGO PROCESU OBSŁUGI

Weźmy pod uwagę system złożony z N obiektów przeznaczonych do wykonywania pewnej pracy, M_1 obsługujących 1-go rodzaju, ..., M_α obsługujących α-tego rodzaju. Niech czas pracy każdego obiektu będzie zmienną losową ξ przyjmującą wartości $1,\ldots,n$ z prawdopodobieństwami $p(1),\ldots,p(n)$, a czas obsługi obsługującego i-tego rodzaju zmienną losową η_i przyjmującą wartości $1,\ldots,n_i$ z prawdopodobieństwami $p_i(1),\ldots,p_i(n_i)$.

System działa w ten sposób, że obiekt, który przestaje pracować, może być przywrócony do pracy tylko przez obsłużenie. Polega ono na kolejnym wykonaniu α operacji obsługi – pierwszej przez obsługującego 1-go rodzaju,..., α-tej przez obsługującego α-tego rodzaju. Żaden z obsługujących nie może obsługiwać równocześnie kilku obiektów.

Niech C będzie kosztem utrzymania jednego nie pracującego obiektu, a C_i kosztem utrzymania jednego obsługującego i-tego rodzaju przez jednostkę czasu. Zadanie polega na minimizacji średniego ogólnego kosztu utrzymania całego systemu przez jednostkę czasu przy danym N.

Praktycznie dostępną metodę rozwiązania tego zadania jest metoda imitowania zachowania się systemów odpowiadających różnym $M_1,\ldots,M_\alpha$ i oceniania odpowiednich średnich kosztów ogólnych $K(M_1,\ldots,M_\alpha)$. Wielkości $M_1,\ldots,M_\alpha$, dla których $K(M_1,\ldots,M_\alpha)$ osiąga minimum, określają poszukiwany system. Imitacja zachowania systemu przebiega wg niżej opisanego algorytmu.

Stan s_t systemu w chwili t wyznaczają jednoznacznie następujące wielkości:

$N_t(\tau)$ – ilość obiektów pracujących τ jednostek czasu od chwili ostatniego przywrócenia do pracy $(\tau=0,1,\ldots,n-1)$,

$N^*_{i,t}$ – ilość obiektów oczekujących na obsłużenie przez obsługującego i-tego rodzaju $(i=1,\ldots,\alpha)$,

$M_{i,t}(\tau)$ – ilość obsługujących i-tego rodzaju wykonywujących rozpoczętą ostatnio obsługę τ jednostek czasu ($\tau=0,1,\ldots,n_i-1$; $i=1,\ldots,\alpha$),

$M^*_{i,t}$ – ilość nie zajętych obsługujących i-tego rodzaju ($i=1,\ldots,\alpha$).

Zmianę stanu związaną z przejściem od chwili t do $t+1$ można opisać posługując się wielkościami:

$\Delta N_t(\tau)$ – ilość obiektów, które przestają pracować po $\tau+1$ jednostkach czasu pracy ($\tau = 0,1,\dots,n-1$),

$\Delta M_{i,t}(\tau)$ – ilość obsługujących i-tego rodzaju, kończących obsługę po $\tau+1$ jednostkach czasu obsługiwania ($\tau = 0,1,\dots,n_i-1$; $i = 1,\dots,\alpha$),

X_i – ilość obsługujących i-tego rodzaju, rozpoczynających obsługę w chwili $t+1$.

Dla stanu osiąganego w chwili $t+1$ otrzymujemy następujące zależności:

$$N_{t+1}(0) = \Delta M_{\alpha,t}(0) + \dots + \Delta M_{\alpha,t}(n_\alpha - 1)$$

$$N_{t+1}(1) = N_t(0) - \Delta N_t(0)$$

$$\vdots$$

$$N_{t+1}(n-1) = N_t(n-2) - \Delta N_t(n-2)$$

$$N^*_{1,t+1} = N^*_{1,t} + \Delta N_t(0) + \dots + \Delta N_t(n-1) - X_1$$

$$M_{1,t+1}(0) = X_1$$

$$M_{1,t+1}(1) = M_{1,t}(0) - \Delta M_{1,t}(0)$$

$$\vdots$$

$$M_{1,t+1}(n_1-1) = M_{1,t}(n_1-2) - \Delta M_{1,t}(n_1-2)$$

$$M^*_{1,t+1} = M^*_{1,t} + \Delta M_{1,t}(0) + \dots + \Delta M_{1,t}(n_1-1) - X_1$$

$$N^*_{2,t+1} = N^*_{2,t} + \Delta M_{1,t}(0) + \dots + \Delta M_{1,t}(n_1-1) - X_2$$

$$\vdots$$

$$N^*_{\alpha,t+1} = N^*_{\alpha,t} + \Delta M_{\alpha-1,t}(0) + \dots + \Delta M_{\alpha-1,t}(n_{\alpha-1}-1) - X_\alpha,$$

$$M_{\alpha,t+1}(0) = X_\alpha$$

$$M_{\alpha,t+1}(1) = M_{\alpha,t}(0) - \Delta M_{\alpha,t}(0)$$

$$\vdots$$

$$M_{\alpha,t+1}(n_\alpha-1) = M_{\alpha,t}(n_\alpha-2) - \Delta M_{\alpha,t}(n_\alpha-2)$$

$$M^*_{\alpha,t+1} = M^*_{\alpha,t} + \Delta M_{\alpha,t}(0) + \dots + \Delta M_{\alpha,t}(n_\alpha-1) \qquad \dots (1)$$

przy czym

$$X_1 = \min\left\{N^*_{1,t} + \Delta N_t(0) + \dots + \Delta N_t(n-1), M^*_{1,t} + \Delta M_{1,t}(0) + \dots + \Delta M_{1,t}(n_1-1)\right\} \qquad \dots$$

$$X_i = \min\left\{ N^*_{i,t} + \Delta M_{i-1,t}(0) + \ldots + \Delta M_{i-1,t}(n_{i-1}-1),\ M^*_{i,t} + \Delta M_{i,t}(0) + \ldots + \Delta M_{i,t}(n_i - 1) \right\} \quad \ldots \quad (2)$$

Te zależności są w pewnym sensie "równaniami ruch" systemu. Wielkości po lewej stronie reprezentują stan w chwili $t+1$. Mogą one być wyznaczone, gdy jest znany stan w chwili t oraz $\Delta N_t(\tau)$ dla $\tau = 0,1,\ldots,n-1$ i $\Delta M_{i,t}(\tau)$ dla $\tau = 0,\ldots,n_i-1$; $i = 1,\ldots,\alpha$. Jednakże $\Delta N_t(\tau)$, $\Delta M_{i,t}(\tau)$ są ilościami sukcesów w schemacie Bernouilli z odpowiednio dobranymi prawdopodobieństwami sukcesu i ilościami losowań.

Znając rozkłady zmiennych losowych ξ, η_i można wyznaczyć

$$P(\xi=\tau+1 \mid \xi \geq \tau+1) = \frac{P(\xi=\tau+1,\ \xi\geq\tau+1)}{P(\xi\geq\tau+1)} = \frac{P(\xi=\tau+1)}{P(\xi\geq\tau+1)} =$$

$$\begin{cases} p(\tau+1) & \text{dla } \tau=0 \\ \dfrac{p(\tau+1)}{1-(p(1)+\ldots+p(\tau))} & \text{dla } \tau=1,\ldots,n-1 \text{ i } p(1)+\ldots+p(\tau)\neq 1 \\ 1 & \text{dla } \tau=1,\ldots,n-1 \text{ i } p(1)+\ldots+p(\tau)=1 \end{cases} \quad \ldots \quad (3)$$

oraz analogicznie

$$P(\eta_i=\tau+1 \mid \eta_i \geq \tau+1) =$$

$$\begin{cases} p_i(\tau+1) & \text{dla } \tau=0 \\ \dfrac{p_i(\tau+1)}{1-(p_i(1)+\ldots+p_i(\tau))} & \text{dla } \tau=1,\ldots,n_i-1 \text{ i } p_i(1)+\ldots+p_i(\tau)\neq 1 \\ 1 & \text{dla } \tau=1,\ldots,n_i-1 \text{ i } p_i(1)+\ldots+p_i(\tau)=1 \end{cases} \quad \ldots \quad (4)$$

gdzie $i = 1,\ldots,\alpha$.

$P(\xi = \tau + 1 \mid \xi \geq \tau + 1)$ jest prawdopodobieństwem, że obiekt już pracujący τ jednostek czasu przestanie pracować po $\tau+1$ jednostkach czasu pracy. Z drugiej strony $P(\eta_i = \tau+1 \mid \eta_i \geq \tau+1)$ jest prawdopodobieństwem zakończenia przez obsługującego i-tego rodzaju obsługi trwającej już τ jednostek czasu po $\tau+1$ jednostkach. Zatem $\Delta N_t(\tau)$ jest dla $\tau = 0,1,\ldots,n-1$ ilością sukcesów w schemacie Bernouilli z prawdopodobieństwem sukcesu $P(\xi = \tau+1 \mid \xi \geq \tau+1)$ i ilością losowań $N_t(\tau)$.

Również $\Delta M_{i,t}(\tau)$ jest dla $\tau = 0,\ldots,n_i-1$; $i=1,\ldots,\alpha$ ilością sukcesów w takim schemacie z prawdopodobieństwem sukcesu $P(\eta_i = \tau + 1 \mid \eta_i \geq \tau + 1)$ i ilością losowań $M_{i,t}(\tau)$. Tak więc, mając możność realizowania schematu Bernouilli, można określić $\Delta N_t(\tau)$, $\Delta M_{i,t}(\tau)$ jeśli jest znany stan systemu w chwili t oraz rozkłady zmiennych ξ, η_i. Stąd, wobec (1), (2) można wyznaczyć stan w chwili $t+1$.

Realizowanie algorytmu, który polega na losowaniu $\Delta N_t(\tau)$, $\Delta M_{i,t}(\tau)$, a następnie wyznaczaniu $N_{t+1}(\tau)$, $N^*_{i,t+1}$, $M_{i,t+1}(\tau)$, $M^*_{i,t+1}$

wg zależności (1), (2) jest imitacją zachowania się systemu. Wobec dużej ilości koniecznych wyliczeń wykonanie takiej imitacji w praktyce jest możliwe tylko przy zastosowaniu maszyn matematycznych.

Z treści zadania wynika, że ilość stanów systemu jest skończona. Przejście od jednego stanu do innego realizuje się ze stałym prawdopodobieństwem, zależnym tylko od obu stanów. Zatem, jeśli są zadane prawdopodobieństwa początkowych stanów systemu (dla $t = 0$), wyznacza on jednorodny łańcuch Markowa.

Koszt utrzymania systemu przez jednostkę czasu rozpoczynającą się w chwili t jest

$$\varkappa(M_1,\dots,M_\alpha,N_t^*)=C_1M_1+\dots+C_\alpha M_\alpha+CN_t^* \qquad \dots \quad (5)$$

gdzie

$$N_t^*=N-(N_t(0)+\dots+N_t(n-1)) \qquad \dots \quad (6)$$

Dla każdego układu $M_1,\dots,M_\alpha$ jest to funkcja na stanach rozpatrywanego łańcucha Markowa. Wiadomo, że dla każdego przebiegu (tzn. realizacji) tego łańcucha istnieje z prawdopodobieństwem 1 granica:

$$\varkappa(M_1,\dots,M_\alpha)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1}\varkappa(M_1,\dots,M_\alpha,N_t^*) \qquad \dots \quad (7)$$

Różnym przebiegom odpowiadają różne na ogół wartości $\varkappa(M_1,\dots,M_\alpha)$. Tę wielkość można traktować jako zmienną losową. Wiadomo, że może ona przyjmować tylko skończoną ilość wartości. Średni ogólny koszt utrzymania systemu określamy jako wartość oczekiwaną tej zmiennej:

$$K(M_1,\dots,M_\alpha)=E(\varkappa(M_1,\dots,M_\alpha)) \qquad \dots \quad (8)$$

Korzystając z opisanego algorytmu imitacji można oceniać koszt $K(M_1,\dots,M_\alpha)$ wybierając losowo pewną ilość stanów początkowych i oceniając $\varkappa(M_1,\dots,M_\alpha)$ dla skończonych odcinków odpowiednich przebiegów. Obliczenia może ułatwić fakt, że wielkość $\varkappa(M_1,\dots,M_\alpha)$ przyjmuje niekiedy z prawdopodobieństwem 1 tę samą wartość. Wówczas jest ona poszukiwanym $K(M_1,\dots,M_\alpha)$. W tym przypadku wartość ta może być oszacowana z jednego tylko przebiegu (a dokładniej jego skończonego odcinka).

Zadanie wyznaczenia systemu optymalnego, charakteryzującego się najmniejszym średnim kosztem ogólnym, sprowadza się w rezultacie do odszukania minimum funkcji $K(M_1,\dots M_\alpha)$ przy warunkach

$$M_i>0, \quad i=1,\dots,\alpha \qquad \dots \quad (9)$$

Jest jasne, że wystarczy poszukiwać tego minimu dla

$$M_i<N, \quad i=1,\dots,\alpha \qquad \dots \quad (10)$$

tzn. dla całkowitych $M_1,\ldots,M_\alpha$ leżących w zbiorze określonym warunkami (9), (10).

O funkcji K praktycznie nic nie wiemy. Znamy jedynie metodę szacowania jej wartości dla zadanych $M_1,\ldots,M_\alpha$. Zatem jedyną dostępną drogą rozwiązania zadania w przedstawionej postaci jest metoda Monte Carlo. Jej zastosowanie staje się możliwe dzięki skonstruowaniu algorytmu imitowania zachowania się systemu i wykorzystaniu własności imitowanego procesu sformułowanych w zależnościach (5) - (8).

HENRYK GRENIEWSKI
Uniwersytet Warszawski – Warszawa

PODSTAWY TEORETYCZNE METODY PERT I METOD ZBLIŻONYCH

0. UWAGI WSTĘPNE

0.0. Praktyczna doniosłość metody PERT i metod zbliżonych nie ulega już wątpliwości. W tych właśnie warunkach warto się starać o zbudowanie podstaw teoretycznych tych metod.

0.1. Postaramy się znaleźć te podstawy w obrębie rachunku logicznego, mianowicie w postaci ogólnej algebry relacji (tj. algebry relacji n-członowych), uzupełnionej pewną elementarną teorią ilościową. Jak wiadomo, algebra relacji wieloczłonowych (w przeciwstawieniu do algebry relacji dwuczłonowych) jest słabo rozwinięta i jeszcze mniej znana. Z tego właśnie względu większość niniejszych rozważań poświęcona będzie badaniu relacji wieloczłonowych.

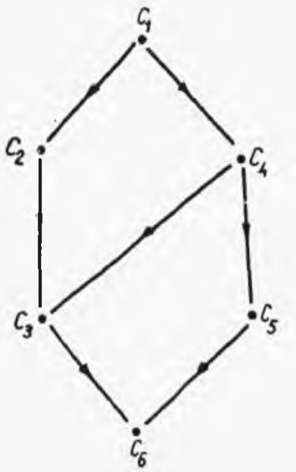
0.2. Będziemy w miarę potrzeby stosować powszechnie znaną symbolikę: $\neg$ (negacja), $\vee$ (alternatywa), $\wedge$ (koniunkcja), $\rightarrow$ (implikacja), $\equiv$ (równoważność), $\bigvee$, $\bigwedge$ (mały i wielki kwantyfikator), $\in$ (przynależność do zbioru).

0.3. Dla ilustrowania dalszych wywodów posługiwać się będziemy bardzo prostym (zresztą fikcyjnym) przykładem planu PERT; plan ten nazwiemy planem C (patrz rys. 0.3a). Plan C można również przedstawić graficznie nie tylko "po pertowsku", ale również metodą graficzną, którą zwykle stosuje się w teorii układów względnie odosobnionych (rys. 0.3b).

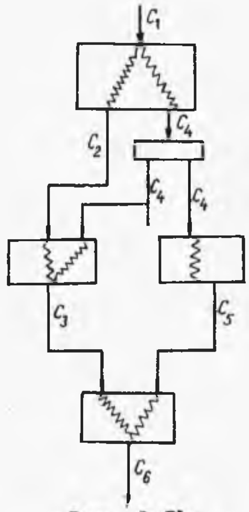
W rys. 0.3b położono nacisk głównie na sprzężenia międzyukładowe, tj. na organizację, natomiast w PERT-owskim rys. 0.3a – na wykonywane czynności, tj. na technikę. Nie będziemy tutaj przytaczali dalej tych uwag porównawczych, mimo że prowadzą one do rozbudowy teorii układów względnie odosobnionych w nowym kierunku.

0.4. Nasz przykładowy PERT C można przedstawić nie tylko jako graf (rys. 0.3a), ale również jako zbiór par uporządkowanych:

0.41. $$C=\{\langle c_1,c_2\rangle, \langle c_2,c_3\rangle, \langle c_3,c_6\rangle, \langle c_1,c_4\rangle, \langle c_4,c_3\rangle, \langle c_4,c_5\rangle, \langle c_5,c_6\rangle\},$$



Rys. 0.3a



Rys. 0.3b

czyli jako relację dwuczłonową. Relację taką można też zapisać w postaci macierzy zero-jedynkowej:

0.42.

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
c_1	0	0	0	0	0	0
c_2	1	0	0	0	0	0
c_3	0	1	0	1	0	0
c_4	1	0	0	0	0	0
c_5	0	0	0	1	0	0
c_6	0	0	1	0	1	0

Graf C można traktować jako zbiór par uporządkowanych, ponieważ nie jest multigrafem. Z tego samego powodu można graf C przedstawić jako macierz zero-jedynkową 0.42.

0.5. Graf 0.3a można też (i należy) uzupełnić macierzą liczbową, ustalającą czasy trwania poszczególnych czynności (patrz 0.51). W tablicy tej liczba niewłaściwa ∞ wskazuje na niewykonalność czynności w danej technice C, zaś liczba 0 na natychmiastowość wyniku.

0.51.

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
c_1	0	∞	∞	∞	∞	∞
c_2	t_{12}	0	∞	∞	∞	∞
c_3	∞	t_{23}	0	t_{43}	∞	∞
c_4	t_{14}	∞	∞	0	∞	∞
c_5	∞	∞	∞	t_{45}	0	∞
c_6	∞	∞	t_{36}	t_{46}	t_{56}	0

W tablicy o.51 mamy (dla i, j = 1,2,3,4,5,6):

0.52

albo $t_{ij}=0$,

albo $0<t_{ij}<\infty$,

albo $t_{ij}=\infty$.

1. RELACJE n-CZŁONOWE

1.0. W algebrze relacji n-członowych mamy do czynienia z indywiduami, ciągami skończonymi indywiduów i ze zbiorami tych ciągów. Z formalnego punktu widzenia (ściślej: przy traktowaniu budowanej algebry jako uogólnienia geometrii analitycznej n-wymiarowej) indywidua odgrywają rolę podobną do współrzędnych, ciągi n-wyrazowe indywiduów - rolę punktów przestrzeni n-wymiarowej, zaś zbiory tych ciągów (czyli relacje n-członowe) - rolę hyperbrył w przestrzeni n-wymiarowej. Stosownie do trzech rodzajów obiektów (indywiduów, ciągów i mnogości ciągów) wprowadzimy do naszych rozważań trzy rodzaje zmiennych:

(a) indywiduowe - $x, y, z, x_0, x_1, x_2, \ldots, y_0, y_1, y_2, \ldots$

(b) ciągowe - $x^{(n)}, y^{(n)}, z^{(n)}$

(c) mnogościowe - $X^{(n)}, Y^{(n)}, Z^{(n)}$

(dla n = 1,2,3,...).

Zmienne indywiduowe przebiegają przestrzeń indywiduów, zmienne ciągowe przebiegają n-tą potęgę kartezjańską przestrzeni indywiduów, wreszcie zmienne mnogościowe przebiegają podzbiory tej potęgi kartezjańskiej.

1.1. Wprowadzamy oznaczenie poniższe:

(a) $x_i^{(n)}$ - i-ty wyraz n-wyrazowego ciągu (i = 1,...,n),

(b) $<x^{(k)}, y^{(l)}>$ = wynik operacji "zlepiania" ciągu k-wyrazowego i ciągu l-wyrazowego (wynik ten jest ciągiem k + 1 - wyrazowym),

(c) $<x'y>$ - para uporządkowana (tj. wynik "zlepiania" ciągów jednowyrazowych).

1.2. Postulaty "zlepiania". Operację "zlepiania" ciągów określić można przez trzy postulaty:

1.21. Postulat jednoznaczności lewostronnej:

$$(<x_1, y_1> = <x_2, y_2>) \rightarrow (x_1 = x_2).$$

1.22. Postulat jednoznaczności prawostronnej:

$$(<x_1, y_1> = <x_2, y_2>) \rightarrow (y_1 = y_2).$$

1.23. Postulat łączności:

$$\langle\langle x^{(k)}, y^{(l)}\rangle, z^{(m)}\rangle = \langle x^{(k)}, \langle y^{(l)}, z^{(m)}\rangle\rangle.$$

1.3. Operacje booleowskie na relacjach n-członowych. Każda operacja booleowska jest wewnętrzna w tym sensie, że prowadzi ona od relacji n-członowych do relacji n-członowej. Trzy klasyczne dziś operacje booleowskie (dodawanie, mnożenie i odejmowanie) można określić przez postulaty następujące:

1.31. Postulat dodawania booleowskiego:

$$(x^{(n)} \in X^{(n)} \cup Y^{(n)}) \equiv \left[(x^{(n)} \in X^{(n)}) \vee (x^{(n)} \in Y^{(n)})\right].$$

1.32. Postulat mnożenia booleowskiego:

$$(x^{(n)} \in X^{(n)} \cap Y^{(n)}) \equiv \left[(x^{(n)} \in X^{(n)}) \wedge (x^{(n)} \in Y^{(n)})\right].$$

1.33. Postulat odejmowania booleowskiego:

$$(x^{(n)} \in X^{(n)} - Y^{(n)}) \equiv \left[(x^{(n)} \in X^{(n)}) \wedge \neg (x^{(n)} \in Y^{(n)})\right].$$

Wszystkie trzy postulaty powyższe spełnione są dla:

$$n = 1, 2, 3, \ldots$$

Łatwo dowieść (w oparciu o postulaty 1.31-1.33), że rodzina relacji n-członowych jest algebrą Boole'a z jedynką, a mianowicie ze względu na trzy wyżej wprowadzone operacje booleowskie. Wszystkie te trzy operacje są wysoce przydatne do badania sieci cybernetycznych, chociaż w pracy niniejszej przydatne będzie tylko odejmowanie booleowskie.

1.4. Inkluzję relacji n-członowych można zdefiniować w sposób poniższy:

1.41. $$X^{(n)} \subset Y^{(n)} \underset{Df}{=} \bigwedge_{x^{(n)}} \left[(x^{(n)} \in X^{(n)}) \rightarrow (x^{(n)} \in Y^{(n)})\right].$$

1.5. Operacje kartezjańskie na relacjach wieloczłonowych. Każda z obu niżej wprowadzonych operacji kartezjańskich jest wykonalna na parze relacji: relacji k-członowej i relacji 1-członowej: wynikiem jest relacja $(k+1)$-członowa.

1.51. Postulat dodawania kartezjańskiego:

$$(\langle x^{(k)}, y^{(l)}\rangle \in X^{(k)} + Y^{(l)}) \equiv \left[(x^{(k)} \in X^{(k)}) \vee (y^{(l)} \in Y^{(l)})\right].$$

1.52. Postulat mnożenia kartezjańskiego:

$$(\langle x^{(k)}, y^{(l)}\rangle \in X^{(k)} \times Y^{(l)}) \equiv \left[(x^{(k)} \in X^{(k)}) \wedge (y^{(l)} \in Y^{(l)})\right].$$

1.6. Rzutowanie relacji n-członowych nie jest ani operacją booleowską ani operacją kartezjańską. Operacja rzutowania $D_k^{(n)}(k = 1, \ldots, n)$ zastosowana do relacji n-członowej daje zawsze w wyniku zbiór indywiduów. Operacja rzutowania jest określona przez poniższy postulat:

1.61. $\left(x \in D_k^{(n)} X^{(n)}\right) \equiv \bigvee_{x^{(n)}} \left[\left(x^{(n)} \in X^{(n)}\right) \wedge \left(x = x_k^{(n)}\right)\right]$,

gdzie

$$k = 1, 2, \ldots, n.$$

Oczywiście

$$D_1^{(2)} X^{(2)} \text{ oraz } D_2^{(2)} X^{(2)},$$

to odpowiednio dziedzina i przeciwdziedzina relacji dwuczłonowej $X^{(2)}$, mamy bowiem na mocy postulatu 1.41:

1.62. $\left(x_1 \in D_1^{(2)} X^{(2)}\right) \equiv \bigvee_{x_2} \left(\langle x_1, x_2 \rangle \in X^{(2)}\right)$,

1.63. $\left(x_2 \in D_2^{(2)} X^{(2)}\right) \equiv \bigvee_{x_1} \left(\langle x_1, x_2 \rangle \in X^{(2)}\right)$;

w szczególności dla przykładu

$$X^{(2)} = C \qquad \text{(patrz rys. 0.3a)}$$

mamy

1.64. $D_1^{(2)} C = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5\}$,

1.65. $D_2^{(2)} C = \{c_2, c_3, c_4, c_5, c_6\}$.

1.7. Elementy pierwsze i ostatnie. Zdefiniujemy teraz dwie operacje podobne do rzutowania; będą to

$$\mathrm{Prim}^{(n)}, \ \mathrm{ult}^{(n)} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots).$$

Każda z tych operacji transformuje relację n-członową na zbiór indywiduów. Odnośne definicje brzmią:

1.71. $\mathrm{Prim}^{(n)} X^{(n)} =_{Df} D_1^{(n)} X^{(n)} - D_n^{(n)} X^{(n)}$,

1.72. $\mathrm{ult}^{(n)} X^{(n)} =_{Df} D_n^{(n)} X^{(n)} - D_1^{(n)} X^{(n)}$.

Wynikiem każdej z obu operacji jest więc różnica dwu rzutów; w szczególności mamy

1.73. $\mathrm{Prim}^{(2)} X^{(2)} = D_1^{(2)} X^{(2)} - D_2^{(2)} X^{(2)}$,

1.74. $\mathrm{ult}^{(2)} X^{(2)} = D_2^{(2)} X^{(2)} - D_1^{(2)} X^{(2)}$;

dla przykładu

$$X^{(2)} = C \qquad \text{(patrz ponownie rys. 0.3a)}$$

mamy więc

1.75. $\text{Prim}^{(2)}C=\{c_1,c_2,c_3,c_4,c_5\}-\{c_2,c_3,c_4,c_5,c_6\}=\{c_1\}$,

1.76. $\text{Ult}^{(2)}C=\{c_2,c_3,c_4,c_5,c_6\}-\{c_1,c_2,c_3,c_4,c_5\}=\{c_6\}$.

1.8. Ścieżka. Poszczególne czynności objęte dowolnym planem PERT mogą być traktowane jako łuki grafu czy też jako pary uporządkowane. Dla badania planu PERT trzeba rozważać nie tylko wspomniane łuki, lecz i złożone z nich ścieżki. W konsekwencji potrzebna jest operacja, która transformuje relacje dwuczłonowe (tj. zbiory par uporządkowanych) na relacje n-członowe (tj. na zbiory ciągów n-wyrazowych, mianowicie na zbiory ścieżek). Tę operację "ścieżkowania" oznaczamy

$$\text{Via}^{(n)} \qquad (n=1,2,3,\ldots)$$

i określamy za pomocą postulatu:

1.81. Postulat ścieżki.

$$(X^{(n)}\in \text{Via}^{(n)}X^{(2)})\equiv\Big[\bigwedge_{i=1}^{n-1}(\langle x_i^{(n)},x_{i+1}^{(n)}\rangle\in X^{(2)})\wedge$$
$$\wedge(x_1^{(n)}\in \text{Prim}^{(2)}X^{(2)})\wedge$$
$$\wedge(x_n^{(n)}\in \text{Ult}^{(2)}X^{(2)})\Big].$$

Przykłady (patrz rys. 0.3a):

1.82. $$\begin{cases}\langle c_1,c_2,c_3,c_6\rangle\in \text{Via}^{(4)}C,\\ \langle c_1,c_4,c_3,c_6\rangle\in \text{Via}^{(4)}C,\\ \langle c_1,c_4,c_5,c_6\rangle\in \text{Via}^{(4)}C.\end{cases}$$

2. TECHNIKA I CZAS TRWANIA

2.0. Relacje jednoznaczne. Zbiór wszystkich relacji n-członowych jednoznacznych ze względu na k-ty argument ($k=1,2,\ldots,n$) oznaczamy:

$$\text{Univ}_k^{(n)}\ ;$$

zbiór ten jest określony za pomocą postulatu ($n = 1,2,\ldots;$ $k = 1,\ldots,n$):

2.01. $(X^{(n)}\in \text{Univ}_k^{(n)})\equiv$

$$\equiv\bigwedge_{x^{(n)}}\bigwedge_{y^{(n)}}\Big\{\Big[(x^{(n)}\in X^{(n)})\wedge(y^{(n)}\in X^{(n)})\wedge\bigwedge_{\substack{i=1\\ i\neq k}}^{n}(x_i^{(n)}=y_i^{(n)})\Big]\rightarrow(x_k^{(n)}=y_k^{(n)})\Big\};$$

w szczególności dla relacji dwuczłonowych:

2.02.

$$(X^{(2)} \in \mathrm{Univ}_1^{(2)}) \equiv$$

$$\equiv \bigwedge_{X^{(2)}} \bigwedge_{y^{(2)}} \left\{ \left[(x^{(2)} \in X^{(2)}) \wedge (y^{(2)} \in X^{(2)}) \wedge (x_2^{(2)} = y_2^{(2)}) \right] \rightarrow (x_1^{(2)} = y_1^{(2)}) \right\},$$

oraz

2.03.

$$(X^{(2)} \in \mathrm{Univ}_2^{(2)}) \equiv$$

$$\equiv \bigwedge_{X^{(2)}} \bigwedge_{y^{(2)}} \left\{ \left[(x^{(2)} \in X^{(2)}) \wedge (y^{(2)} \in X^{(2)}) \wedge (x_1^{(2)} = y_1^{(2)}) \right] \rightarrow (x_2^{(2)} = y_2^{(2)}) \right\}.$$

2.1. Technika. Jako graf, można traktować nie tylko plan PERT a więc jako relację dwuczłonową, ale również technikę czynności prostych, o których mowa w dowolnym planie PERT, można traktować jako relację dwuczłonową, zwykle jednoznaczną ze względu na drugi argument (patrz 2.0), nie zawsze jednak jednoznaczną.

2.2. Czas trwania czynności prostej. Każdej czynności prostej występującej w planie PERT można przypisać (w pierwszym, rzecz prosta, przybliżeniu) jedyny czas możliwego trwania, ale tylko ze względu na daną technikę. Niech x_1 oraz x_2 będą wierzchołkami PERT-owskiego grafu (np. rys. 0.3a) oraz niech relacja jednoznaczna $X^{(2)}$ będzie techniką, którą stosujemy aktualnie. Czas trwania bezpośredniego przejścia od x_1 do x_2 przy zastosowaniu techniki $X^{(2)}$ zapiszemy:

$$\frac{x_1 x_2}{X^{(2)}}$$

2.3. Postulaty czasu trwania czynności prostej:

2.31. Postulat czasu transformacji identycznościowej:

$$(x_1 = x_2) \rightarrow \left(\frac{x_1 x_2}{X^{(2)}} = 0 \right).$$

2.32. Postulat czasu transformacji niewykonalnej:

$$\left[(x_1 \neq x_2) \wedge \neg (\langle x_1, x_2 \rangle \in X^{(2)}) \right] \rightarrow \left(\frac{x_1 x_2}{X^{(2)}} = \infty \right).$$

2.33. Postulat czasu transformacji wykonalnej:

$$\left[(x_1 \neq x_2) \wedge (\langle x_1, x_2 \rangle \in X^{(2)}) \right] \rightarrow \left(0 < \frac{x_1 x_2}{X^{(2)}} < \infty \right).$$

2.34. Postulat czasu dodatniego:

$$\bigvee_{X^{(2)}} \bigvee_{x_1 x_2} \left[(<x_1, x_2> \in X^{(2)}) \wedge \left(0 < \frac{x_1 x_2}{X^{(2)}} < \infty\right)\right].$$

2.35. Postulat nieprzemienności:

$$\bigvee_{X^{(2)}} \bigvee_{x_1 x_2} \left[(<x_1, x_2> \in X^{(2)}) \wedge (<x_2, x_1> \in X^{(2)}) \wedge \left(\frac{x_1 x_2}{X^{(2)}} \neq \frac{x_2 x_1}{X^{(2)}}\right)\right].$$

Zauważmy, że z pięciu powyższych postulatów tylko dwa są postulatami istnienia.

3. ŚCIEŻKA KRYTYCZNA

3.0. Można teraz zdefiniować czas trwania serii czynności prostych:

3.01. $$\frac{x^{(n)}}{X^{(2)}} =_{Df} \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^{(n)} x_{i+1}^{(n)}}{X^{(2)}}.$$

Mamy oczywiście wniosek

3.02. $$\bigwedge_{i=1}^{n-1} (<x_i^{(n)}, x_{i+1}^{(n)}> \in X^{(2)}) \rightarrow \left(0 \leq \frac{x^{(n)}}{X^{(2)}} < \infty\right).$$

3.1. Można teraz wprowadzić pojęcie ścieżki krytycznej. Zbiór wszystkich ścieżek krytycznych sieci - technologii $X^{(2)}$ oznaczamy:

$$Crit^{(n)} X^{(2)} \qquad (n = 1, 2, \ldots)$$

Pojęcie to określamy za pomocą postulatu:

3.11. $$(x^{(n)} \in Crit^{(n)} X^{(2)}) \equiv \Big\{ (x^{(n)} \in Via^{(n)} X^{(2)}) \wedge$$
$$\wedge \bigwedge_{y^{(m)}} \left[(y^{(n)} \in Via^{(n)} X^{(2)}) \rightarrow \left(\infty > \frac{x^{(n)}}{X^{(2)}} \geq \frac{y^{(n)}}{X^{(2)}}\right)\right]\Big\}.$$

Łatwo zauważyć, że postulat ten nie zapewnia jedyności ścieżki krytycznej.

JAN ŻYDOWO
Centralne Biuro Konstrukcji Okrętów – Gdańsk

DOŚWIADCZENIA W STOSOWANIU METODY PERT

Od wielu lat w całym świecie trwa ustawiczny wysiłek, by w dziedzinie zarzadzania i planowania wprowadzać takie metody, ktore by eliminowały do minimum ryzyko podejmowania decyzji. Od szeregu też lat polski przemysł okrętowy prowadził intensywne prace, mające na celu polepszenie metod planowania i kontroli przebiegu budowy statków morskich oraz przebiegu wszystkich prac przygotowawczych, związanych z budową statków. Osiągnięto też duże sukcesy w tym zakresie, które się wyrażały m. in. umiejętnością precyzyjnego przewidywania terminów oddawania statków do eksploatacji, jeszcze przed przystąpieniem do ich budowy, przy cyklach produkcyjnych sięgających 2 lat, a nawet więcej. Jednakże prawdziwy postęp w tej dziedzinie był możliwy dopiero po zastosowaniu w przemyśle okrętowym elektronicznych maszyn cyfrowych. Maszyny te umożliwiły bowiem stosowanie w planowaniu metod, jakie uprzednio były nieosiągalne. Taką metodą, w sposób szczególny odpowiadającą specyfice budowy okrętów, jest każda metoda planowania i kontroli przedsięwzięć oparta na siatkach zależności. Metody oparte na siatkach zależności są bowiem szczególnie przydatne dla wszelkich przedsięwzięć o charakterze jednostkowym. Takim przedsięwzięciem jest m. in. budowa statku morskiego. Również takim przedsięwzięciem jest proces tworzenia dokumentacji konstrukcyjnej dla statku. Najbardziej znane to CPM – "Critical Path Method" lub PERT –"Programm Evaluation and Review Technique".

Wspomniałem o budowie statków oraz o wykonawstwie dokumentacji konstrukcyjnej dla statków, ponieważ do tych celów po raz pierwszy zastosowaliśmy metodę PERT. Warto wspomnieć, jak do tego doszło, jakie czynniki złożyły się na to, że praktyczne wprowadzenie tej metody do produkcji było możliwe. Trzeba stwierdzić, że pierwszym czynnikiem były przede wszystkim dane statystyczne, którymi dysponował przemysł okrętowy po wieloletnich pracach nad usprawnieniem planowania budowy statków. W wyniku tych prac, zajmujący się nimi personel nabrał ogromnej praktyki zarówno jeśli chodzi o technologię budowy statków, jak i prace planistyczne.

Z drugiej strony wprowadzenie metody PERT w pełnym zakresie do praktycznego użytkowania w przemyśle okrętowym stało się możliwe po uzyskaniu przez Ośrodek Badawczy Przemysłu Okrętowego nowoczesnej maszyny cyfrowej. To doskonałe narzędzie pracy, wokół którego zgrupowany został zespół uprzednio już wyszkolonych matematyków, umożliwiło jej wykorzystanie natychmiast po zainstalowaniu i uruchomieniu. Tego rodzaju baza dała podstawy dojrzałej grupie inżynierów praktyków, zajmujących się w Ośrodku sprawami technologii budowy okrętów i organizacji stoczni, do opracowania zasad i zakresu stosowania metody PERT w naszym przemyśle okrętowym.

Trzeba tu wyraźnie podkreślić, że właśnie takie zespolenie fachowców z dwóch dziedzin - inżynierów-technologów z wieloletnią praktyką i zdolnych matematyków - pozwoliło na szybkie opanowanie, a następnie wdrożenie do praktyki metody PERT. Pozwoliło następnie na jej dalsze rozwinięcie i rozszerzenie zakresu stosowania.

Oczywiście metoda PERT może być stosowana wszędzie, nie tylko w budownictwie okrętowym. Może być zastosowana do każdego skomplikowanego przedsięwzięcia, które należy realizować. Inaczej można powiedzieć, że chyba trudno byłoby znaleźć takie przedsięwzięcia, których zależności i związki wewnętrzne nie mogłyby być objęte tą metodą.

Należy przy tym podkreślić, że gospodarka państw socjalistycznych - gospodarka ściśle planowa - daje ogromną przewagę w możliwościach stosowania metod opartych na siatkach zależności, w porównaniu z państwami kapitalistycznymi. Świadczy o tym szereg publikacji z krajów kapitalistycznych, które podają trudności w jej wprowadzaniu do przemysłu, o czym zresztą mieliśmy możność przekonać się również w naszych osobistych kontaktach.

Metoda PERT ułatwia planowanie i kontrolę realizacji każdego przedsięwzięcia na każdym szczeblu zarządzania, dając przy użyciu maszyn cyfrowych dodatkowe informacje o wielkiej wartości dla kierownictwa, którego uzyskanie przy dotychczas stosowanych metodach nie było możliwe. Stąd jej rosnąca popularność przede wszystkim w Stanach Zjednoczonych, a od niedawnego czasu również i w niektórych krajach europejskich. O jej popularności i powszechnie uznanej wartości świadczy fakt, że przy niektórych zamówieniach rządowych w Stanach Zjednoczonych załączenie do oferty siatki zależności wraz z analizą przeprowadzoną na maszynie cyfrowej jest obligatoryjne. Bez tego składnika oferta nie jest rozpatrywana.

Podane powyżej powody świadczą o wielkiej celowości i przydatności omawianych metod dla naszej socjalistycznej gospodarki na każdym szczeblu zarządzania, przy kierowaniu wszelkimi przedsięwzięciami względnie badaniami naukowymi, zakrojonymi na szerszą skalę.

Pracami nad metodą PERT, a ściślej mówiąc nad metodami planowania opartymi o siatki zależności, Ośrodek Badawczy Przemysłu Okrętowego zaczął zajmować się przed blisko dwoma laty. Pierwsze nasze rozeznanie opierało się na dostępnej literaturze amerykańskiej oraz na pewnych informacjach od firm angielskich produkujących maszyny cyfrowe. Znaczenie tej metody dla potrzeb naszego przemysłu okrętowego, jak również dla potrzeb innych gałęzi przemysłu stało się dla nas zrozumiałe bardzo szybko. Wkrótce opanowaliśmy technikę sporządzania wykresów siatkowych oraz opracowaliśmy klucz do przejścia z powszechnie stosowanych wykresów Gantta do siatek zależności. Klucz ten okazał się nadzwyczaj pomocny przy instruktażach oraz wykonywaniu pierwszych prac przygotowawczych przez nowo wyszkolony personel.

Przykłady różnych form zapisu w układzie siatki zależności i przejścia na te formy z wykresów Gantta, podane w tablicy 1, w zasadzie wyczerpują wszystkie przypadki i pozwalają na skonstruowanie siatek zależności nawet najbardziej skomplikowanego przedsięwzięcia. Układ tablicy jest bardzo przejrzysty i nie wymaga dalszych objaśnień. Z tablicy tej jednak wynika w sposób bezpośredni jedna z wielkich zalet tego rodzaju graficznego odwzorowania przedsięwzięcia w stosunku do wykresów Gantta. Mianowicie przy wykresie Gantta dla osiągnięcia jednoznaczności powiązań i zależności konieczne jest w wielu przypadkach,dodatkowo, słowne objaśnienie. Z wykresu siatkowego natomiast wszelkie powiązania wynikają w sposób jednoznaczny, bez konieczności dawania dodatkowych komentarzy. Siatka zależności w sposób precyzyjny odwzorowuje przebieg zamierzonego procesu wykonawczego. Dodatkowo można stwierdzić, że podczas gdy wykres Gantta dla jakiegoś przedsięwzięcia wymaga kilku czy kilkunastu stron, to wykres siatkowy dla tego samego przedsięwzięcia zmieści się na jednej kartce papieru. Oczywiście łatwość i przejrzystość takiego wykresu, w którym całość można objąć jednym rzutem oka, nie wymaga komentarzy. Do zalet wykresu siatkowego wrócimy jeszcze w dalszej części wykładu.

Jednakże poważny krok w dalszych pracach nad zastosowaniem metody PERT można było zrobić dopiero po zainstalowaniu w Ośrodku Badawczym własnej maszyny cyfrowej przed około rokiem. Od tego momentu można było rozpocząć własne prace oraz zakrojone na szerszą skalę szkolenie. W okresie bowiem niecałego ostatniego roku o materiały instruktażowe, opracowane i wydane w naszym Ośrodku, zwróciło się do nas ponad 300 przedsiębiorstw i instytucji z całego kraju. Wiele z nich stało się naszymi stałymi klientami, a niektóre rozpoczęły u siebie prace, bazując na programie wykonanym dla polskiej maszyny cyfrowej - UMC. Instruktaż i przeszkolenie przeszło w tym czasie ponad 800 pracowników przemysłu i innych instytucji. Wielu z nich posługuje się poznaną u nas metodą w swojej codziennej pracy. Udzieliliśmy również wielu konsultacji i przekazaliśmy nasze opracowania delegacjom, jakie u nas w tym celu bawiły, z zaprzyjaźnionych krajów naszego obozu.

Wydaje mi się zbyteczne wspominać tutaj o zasadach i podstawowych pojęciach metody PERT, ponieważ sądzę, że są one dostatecznie znane. Dlatego przystąpię do praktycznych aspektów jej stosowania i rozwijania w naszym Ośrodku. Naszym poligonem doświadczalnym, na którym zaczęliśmy pierwsze praktyczne próby, był wydział montażu kadłubów K-3 Stoczni Gdańskiej, liczący 1500 robotników oraz Biuro Konstrukcyjne Stoczni im. Komuny Paryskiej. Na Wydziale K-3 metoda PERT znalazła zastosowanie przy budowie kadłubów statków morskich,natomiast w biurze konstrukcyjnym - przy planowaniu i kontroli przebiegu prac przy projektowaniu statków. Te dwa przykłady świadczą o wielkiej różnorodności zastosowań metody. Z jednej strony planowanie i kontrola prac montażowych ciężkich elementów, z drugiej zaś - planowanie twórczej pracy umysłowej. W obydwu przypadkach metoda się przyjęła i zdała egzamin życia w ponad jednorocznym okresie stosowania. W obydwu przypadkach istniała ścisła współpraca z Ośrodkiem Badawczym i duży entuzjazm ze strony pracowników stoczni.Bez tej współpracy, bez wzajemnego zrozumienia osiągnięcie szybkiego tempa wprowadzania metody do coraz nowych zagadnień nie byłoby możliwe. Początkowo do praktycznych obliczeń posługiwaliśmy się programem firmowym, oznaczonym LO-1, dostarczonym nam razem z maszyną Elliott 803. W stosunkowo jednak krótkim czasie okazało się, że program ten nie jest wystarczający do zaspokojenia bieżących potrzeb, bowiem wyniki obliczeń drukowane były w formie nie nadającej się do bezpośredniego użytku w produkcji. Chodzi o to, że według tego programu w tablicy wyników maszyna drukuje kolejne dni czy też inne jednostki czasu dla poszczególnych zdarzeń, od dowolnego momentu początkowego. Dane te wymagały dodatkowej przeróbki, tak aby mogły być zrozumiałe dla każdego użytkownika; przede wszystkim powinny posiadać konkretne daty kalendarzowe. Niezależnie od tego tabulogram zawiera czynności zamieszczone w porządku topologicznym, a więc ten sam wykonawca występuje kilka lub więcej razy w różnych miejscach tabulogramu (tablica 2).

Ta forma wyników zaczęła być istotnym hamulcem na drodze upowszechniania metody, szczególnie wśród niższego personelu technicznego, a mianowicie wśród majstrów. Zdaliśmy sobie sprawę, że dalszy rozwój zastosowania metody PERT uzależniony jest od tego, czy potrafimy uzyskać bezpośrednio z maszyny takie formy wyników, które bez dalszych ręcznych przeróbek będą odpowiadały potrzebom majstra, kierownika czy dyrektora, jednym słowem będą odpowiadały potrzebom każdego szczebla zarządzania. Poza tym informacja z maszyny, odnosząca się wyłącznie do terminów prac, jest informacją bardzo wycinkową. Narastała potrzeba uwzględnienia dodatkowych czynników, a przede wszystkim uwzględnienia przynajmniej niektórych środków, niezbędnych do realizacji zamierzonego przedsięwzięcia.

Z powyższego wynika najważniejszy wniosek, warunkujący uzyskanie dobrych praktycznych rezultatów przy wprowadzaniu metod opartych o siatki zależności: uzyskiwane z maszyny cyfrowej wyniki obliczeń siatek zależności muszą zawierać wszystkie dane potrzebne bezpośredniemu użytkownikowi, w formie nie wymagającej dalszego, ręcznego przepracowania.

Istnieją już obecnie metody, które uwzględniają - obok związków czasowych - również szereg niezbędnych środków dla realizacji przedsięwzięcia, wartościują te środki i następnie przeprowadzają optymalizację ich zużytkowania.Jedna z bardziej znanych metod tego rodzaju została nazwana skrótem RAMPS od pełnej nazwy Resources Allocation and Multiproject Scheduling. Jednakże jej zastosowanie wymaga maszyny matematycznej o takich parametrach, jakie w chwili obecnej są dla nas niedostępne. Niezależnie od tego twórcy programu, z którymi mieliśmy możność sprawę przedyskutować, są trochę sceptycznie nastawieni, jeżeli chodzi o szerokie stosowanie metody RAMPS. Uważają, że konieczna jest szczegółowa analiza opłacalności jej stosowania oraz każdorazowa adaptacja dla zamierzonych celów przed przystąpieniem do prac przygotowawczych. Zresztą, o ile nam wiadomo, program ten jest obecnie przepracowywany.

Dlatego też bardziej prawidłowa jest własna droga rozwojowa, uwzględniająca własne, specyficzne potrzeby oraz własne możliwości techniczne. I taką drogą poszliśmy.

Jak już wspomniałem, wyniki programu LO-1 przestały wystarczać i ich forma, aby nie hamować wprowadzania metody do praktyki, wymagała odpowiedniego zmodyfikowania i rozwinięcia. Pierwszym krokiem było wprowadzenie dat kalendarzowych, jako wynik obliczeń siatki. Program opracowany w naszym Ośrodku przyporządkowuje ponumerowanym dniom, liczonym kolejno od początku realizacji przedsięwzięcia, odpowiednie daty kalendarzowe. Jako początek przedsięwzięcia można ustalić dowolną datę. Podporządkowanie dat kalendarzowych może się odbywać dowolnie, jednym z dwóch następujących sposobów:

a) uwzględnia się wszystkie dni w roku, niezależnie od tego, czy są to dni ustawowo wolne od pracy czy nie,

b) uwzględnia się tylko dni robocze w roku, z wyłączeniem dni ustawowo wolnych od pracy w Polsce. W tym przypadku termin końcowy jest odpowiednio przesunięty o ilość dni wolnych od pracy.

Tabulogram, wykonany według dat kalendarza, przedstawia tablica 3. Oczywiście istnieje w razie potrzeby możliwość zastosowania wszelkich innych kombinacji kalendarza, np. dla pięciodniowego tygodnia pracy. Kaldendarz według sposobu a) używany jest przy pracy ciągłej, również w niedzielę i święta, przy planowaniu perspektywicznym itp., natomiast według sposobu b) - przy normalnym trybie prowadzenia prac.

Jednakże w dalszym ciągu nie były rozwiązane trudności bezpośrednich użytkowników, wynikające z braku pogrupowania w tabulogramie czynności wykonywanych przez jedną grupę mistrzowską, wydział, brygadę czy też zespół inżynierów. Wybieranie i ręczne sortowanie tych czynności z tabulogramu było bardzo żmudne i długotrwałe i zniechęcało do stosowania metody. Przy tym, jak wynikło z naszej analizy, samo sortowanie czynności według wykonawców również nie rozwiązuje całości sprawy, nie daje bowiem jeszcze kierownikowi danego odcinka prac pełnej informacji o terminach. Zgodnie z techniką zarządzania nadzwyczaj wygodne i praktyczne jest posegregowanie i ułożenie czynności w tabulogramie w pewnych przypadkach, np. według rosnących dat najwcześniejszych terminów rozpoczęcia lub też według rosnących wielkości zapasów czasowych, względnie też najwcześniejszych czy najpóźniejszych terminów zakończenia prac. Dopiero taki tabulogram, posortowany według wykonawców, a wewnątrz według jednego z dowolnych kryteriów czasowych w zależności od aktualnej potrzeby, stanowić może pełną i zrozumiałą dyrektywę czasową dla wykonania powierzonych zadań. Przykłady takich tabulogramów pokazuje tablica 4.

Trzeba stwierdzić, że dopiero zakończenie prac nad sformułowanymi w ten sposób programami pozwoliło na szersze zastosowanie metody PERT w planowaniu operatywnym. Doszło bowiem do zrealizowania postulatu postawionego uprzednio: wykonawca otrzymuje i posługuje się bezpośrednio tabulogramem wykonanym przez maszynę cyfrową. Uzupełnienia wymaga tylko nomenklatura czynności, której ze względu na zbyt jeszcze małą pamięć naszej maszyny nie możemy drukować. Jednakże jej ręczne uzupełnienie nie przedstawia żadnych trudności, a poza tym nie we wszystkich przypadkach jest potrzebne.

Opisane tutaj pokrótce programy pozwalają na planowanie terminów zadań operatywnych. Odnosi się to do jednego przedsięwzięcia. Ale zarówno w biurach konstrukcyjnych, jak i na pochylniach projektuje się, względnie buduje, równocześnie kilka statków. Mamy więc do czynienia z kilku przedsięwzięciami jednocześnie. W takim układzie nie wystarcza już planowanie i kontrola terminów dla każdego przedsięwzięcia oddzielnie, istnieją bowiem wewnątrz przedsiębiorstwa czynniki, które wiążą między sobą oddzielne przedsięwzięcia dodatkowymi zależnościami. Najczęściej takim czynnikiem jest moc produkcyjna, która limituje postęp prac na wszystkich przedsięwzięciach. Konieczna jest właściwa dyslokacja mocy produkcyjnej dla zapewnienia odpowiedniego postępu prac oddzielnie w stosunku do każdego przedsięwzięcia. Jest to zagadnienie bardzo ważne już nie dla bezpośredniego wykonawcy, a dla wyższych szczebli zarządzania. Aby uzyskać możliwość bilansowania środków na wykonanie zadań, zostały przez nas opracowane dalsze programy na maszynę cyfrową. Przy pomocy tych programów można przeprowadzić analizę różnych środków, koniecznych dla realizacji przedsięwzięcia, sumowanych w sposób narastający lub też sumowanych w kolejnych przekrojach czasu.

Możliwe są następujące warianty obliczeń:

a) Sumowanie w dowolnych przedziałach czasu narastania różnego rodzaju kosztów związanych z realizacją dowolnego przedsięwzięcia analizowanego na bazie siatki zależności. Rozróżnia się 3 rodzaje kosztów:

1) koszty, które spływają w momencie rozpoczęcia danej czynności, np. koszty wynikające z pobierania materiałów i urządzeń z magazynu w chwili rozpoczęcia prac;

2) koszty, których spływ rozkłada się proporcjonalnie do czasu trwania czynności, np. koszt robocizny;

3) koszty, które spływają w momencie zakończenia czynności, np. koszty prac wykonanych przez firmy kooperujące i fakturowane w momencie ich zakończenia.

Koszty te można sumować w 2 brzegowych wariantach:

1) przy założeniu, że każda czynność jest realizowana w czasie najwcześniej możliwym;

2) przy założeniu, że każda czynność jest realizowana w czasie najpóźniej dopuszczalnym.

Rzeczywisty lub oczekiwany spływ kosztów powinien się mieścić między tymi wariantami granicznymi. Wyniki umożliwiają bezpośrednie sporządzenie planu kosztów. Kształtowanie się kosztów poza wariantami granicznymi w trakcie realizacji projektu świadczy o nieprawidłowościach, które należy przeanalizować.

b) Sumowanie narastania w czasie 5 różnych środków (np. 5 składników kosztów według układu kalkulacyjnego, robotników, 5 grup zawodowych itp.).

c) Sumowanie tych samych środków dla 5 różnych przedsięwzięć (np. 5 statków, budowli itp.) w dowolnie zadanym przedziale czasu i przy dowolnych stanach zaawansowania poszczególnych projektów.

d) Sumowanie ilości zatrudnionych pracowników w kolejnych dniach realizacji dowolnego przedsięwzięcia. Program uwzględnia możliwość zatrudnienia 8 różnych grup pracowników. Uzyskane wyniki umożliwiają bezpośrednie porównanie zatrudnienia z dysponowaną mocą produkcyjną i określenie okresowych spiętrzeń prac.

e) Sumowanie ilości zatrudnionych przy założeniu, że czasy trwania poszczególnych czynności są określone w godzinach.

Te wszystkie programy dały możliwość bardziej kompleksowego planowania i kontroli produkcji i pozwoliły nam na wykonanie schematu sterowania realizacją przedsięwzięć jednostkowych przy użyciu elektronowych maszyn cyfrowych (tablica 5).

Schemat ten ilustruje drogę postępowania przy planowaniu przedsięwzięć i kontroli ich realizacji przy pomocy maszyny cyfrowej, z wykorzystaniem programów, jakimi w chwili obecnej dysponuje Ośrodek Badawczy. Należy tu zwrócić uwagę na istniejące sprzężenia zwrotne, które zachodzą pomiędzy wynikami obliczeń przeprowadzonych przy pomocy poszczególnych programów a założeniami i danymi wyjściowymi do tych obliczeń. Jest bowiem zrozumiałe, że analiza wyników może spowodować konieczność rewizji założeń całego planu. W takim układzie należy obliczenia powtórzyć, zmieniając odpowiednio dane wyjściowe aż do uzyskania wyników, które w sposób optymalny zabezpieczają interes przedsiębiorstwa. Schemat daje przejrzysty pogląd na całość posiadanych przez nas obecnie programów w zakresie planowania i kontroli przedsięwzięć na bazie siatek zależności.

Tak przedstawia się aktualny stan naszych prac nad metodami planowania opartymi o siatki zależności.Korzysta z nich stale kilkadziesiąt przedsiębiorstw z całej Polski, a ilość użytkowników wciąż wzrasta. Obok stoczni i zakładów przemysłu okrętowego - Zjednoczenie Budowy Maszyn Ciężkich i Kotłów, Zakłady Chemiczne Oświęcim, Zakłady Azotowe oraz szereg biur projektowych. Zakres stosowania jest bardzo szeroki i obejmuje zarówno inwestycje, jak i wiele gałęzi przemysłu.

A oto szereg zalet, jakie posiadają metody oparte na siatkach zależności:

1. Metoda jest niezmiernie prosta, nie wymaga od użytkowników żadnej znajomości techniki obliczeń na maszynach cyfrowych ani zasad programowania. Dwu- lub trzygodzinne przeszkolenie umożliwia przyswojenie sobie jej zasad w stopniu wystarczającym, by móc przystąpić do jej stosowania.

2. Metoda nie wymaga zbierania żadnych dodatkowych danych statystycznych ponad te, które w normalnie prosperującym przedsiębiorstwie i tak muszą być gromadzone.

3. Metoda umożliwia szybkie przeliczenie wielu wariantów planów przedsięwzięć, składających się na plan przedsiębiorstwa o dużej ilości czynności, oraz natychmiastowe urealnienie i dostosowanie ich do konkretnej sytuacji produkcyjnej, eliminując w sposób oczywisty potrzebę ich upraszczania czy zawężania.

4. Metoda pozwala kierownictwu na skoncentrowanie wysiłków i uwagi przede wszystkim na "czynnościach krytycznych" i objętych tzw. strefą krytyczną oraz na ich specjalne zabezpieczenie, np. przez trzymanie w pogotowiu brygad awaryjnych, rezerwowych maszyn, magazynów części zapasowych, priorytet przy rozdziale środków transportowych, zarezerwowanie środków na pracę w godzinach nadliczbowych, prace zlecone itd.

5. Metoda umożliwia ekonomiczne wykorzystanie sił i środków przy realizacji czynności nielimitujących, posiadających zapasy czasów, poprzez planowe dokonywanie przerzutów mocy produkcyjnej na odcinki bardziej zagrożone.

6. Metoda zmusza personel techniczny przedsiębiorstwa do ustalenia prawidłowych, logicznych powiązań i zależności, a tym samym do wnikliwego przemyślenia realizacji całego projektu.

7. Siatka zależności daje jasny graficzny obraz wszelkich powiązań. Dyskusja nad nią w gronie personelu kierowniczego realizującego dane przedsięwzięcie stwarza warunki do zrozumienia obustronnych potrzeb i problemów oraz umożliwia łatwą kontrolę, czy wszystkie czynności limitujące zostały uwzględnione i prawidłowo umieszczone. Przy zmianach osobowych w kierownictwie przejmujący dany odcinek pracy może łatwo zorientować się w istniejącej sytuacji.

8. Już pierwsze przeliczenie podaje czynności leżące na drodze krytycznej lub objęte strefą krytyczną, których czas trwania musi być dokładnie przeanalizowany i określony, oraz czynności posiadające luzy, gdzie dokładność określenia czasu trwania nie jest tak ważna; oszczędza to wiele pracy służbom technicznym i planowania.

9. W wyniku wyznaczenia drogi krytycznej metoda ta pozwala na ścisłe określenie wszystkich punktów zagrożenia i umożliwia prowadzenie odpraw kontrolnych tylko z pracownikami odpowiedzialnymi za realizację czynności leżących na drodze krytycznej, względnie objętych sferą krytyczną. Metoda daje równocześnie doskonałą wskazówkę do nakierowywania ruchu zobowiązaniowego.

10. Po pewnym zaawansowaniu realizacji danego zamierzenia w sposób prosty można uaktualnić i sporządzić siatkę zależności dla pozostałej do realizacji części projektu.

11. Łatwa możliwość aktualizacji planów produkcyjnych w połączeniu z kalendarzem terminów pozwala na precyzyjne planowanie terminów dostaw materiałowych, zmniejszenie nadmiernego wyprzedzania tych dostaw, a tym samym zmniejszenie zapasów materiałowych i zwiększenie rotacji środków obrotowych.

12. Stosowanie kompletnej metody umożliwia znalezienie najekonomiczniejszego wariantu, dając jednocześnie rękojmię zakończenia danego zamierzenia w optymalnym czasie.

W świetle powyższego efektywne zastosowanie metody PERT poza przemysłem okrętowym widzimy już obecnie przede wszystkim tam, gdzie mamy do czynienia z nowymi realizacjami o nieznanym przebiegu i czasie trwania poszczególnych czynności, a tym samym liczymy się z koniecznością wprowadzania w miarę postępu prac - częstych zmian. Owocne zastosowanie widzimy również we wszystkich zamierzeniach o jednostkowym charakterze, wymagających ścisłej koordynacji prac wielu wykonawców. Do takich zamierzeń należą:

1. Prowadzenie długotrwałych i skomplikowanych prac badawczo-doświadczalnych.

2. Opracowanie dokumentacji konstrukcyjnej i projektowo-kosztorysowej wszystkich urządzeń prototypowych.

3. Przygotowanie oraz uruchomienie produkcji prototypu.

4. Zmiana asortymentu i uruchomienie nowej produkcji.

5. Planowanie dostaw materiałowych i kooperacyjnych.

6. Budowa dużych obiektów inwestycyjnych.

7. Przeprowadzanie kapitalnych remontów, modernizacji zakładów, mniejszych inwestycji oraz likwidacji zaistniałych awarii, wymagających ścisłej koordynacji prac z bieżącą produkcją.

8. Wprowadzenie zmian organizacyjnych, reorganizacje biur, zmian systemów rozliczania kosztów, metod statystycznych itp.

9. Planowanie generalnych założeń rozwoju i modernizacji zakładów, jak również całych gałęzi gospodarki narodowej.

Bardzo ciekawe są efekty wprowadzenia metody PERT w stoczniach i biurach konstrukcyjnych. Efekty te sięgają do różnych dziedzin działalności przedsiębiorstw. Poniższe przykłady czerpiemy z przemysłu okrętowego, który najdłużej u nas metodę PERT stosuje. Jednak podobne wnioski można będzie z pewnością wyciągnąć i w innych gałęziach przemysłu.

Pierwszą, podstawową zaletą jest wprowadzenie ogólnego porządku w realizacji każdego przedsięwzięcia. Już samo wykonanie siatki zależności zmusza personel techniczny do szczegółowej analizy istniejącej technologii, istniejących powiązań i zależności. W wielu przypadkach samo wykonanie siatki zależności, jeszcze bez przeliczeń na maszynie cyfrowej, nasuwało wnioski dotyczące zmian technologii, które prowadziły bądź to do zwiększenia wydajności pracy, bądź też do skrócenia cyklów produkcyjnych. Przykładem tego może być budowa silnika okrętowego w Stoczni Gdańskiej, gdzie w czasie sporządzania siatki zostały ujawnione przy montażu łożysk i wału korbowego pętle, których zlikwidowanie skróciło prace przy całym silniku o 7 dni.

Wprowadzenie metody było bodźcem również do szeregu zmian organizacyjnych. W Biurze Konstrukcyjnym Stoczni im. Komuny Paryskiej dzięki wprowadzeniu do planowania metody PERT stało się możliwe odciążenie głównych konstruktorów statków od kontroli terminów wykonawstwa dokumentacji przez poszczególne wydziały konstrukcyjne. Kontrolę tę przejął dział planowania Biura i prowadzi ją w sposób bardziej efektywny i przy pomocy mniejszego personelu, na podstawie siatek zależności i rezultatów obliczeń z maszyny cyfrowej. Główni konstruktorzy odzyskali dużo czasu dla wypełniania swoich zasadniczych zadań - nadzoru nad techniką i stosowanymi rozwiązaniami konstrukcyjnymi.

Natomiast kierownictwo oddziału CBKO-1 w Szczecinie na podstawie analizy siatek zależności dla projektów statków zastanawia się obecnie nad celowością przeprowadzenia reorganizacji. Zostały mianowicie ujawnione obustronne powiązania pomiędzy działem obliczeń teoretycznych a głównymi konstruktorami, które występują w różnych fazach projektowania statku. Rozważa się zatem celowość połączenia tych dwóch grup pracowników, co przesunie koordynację z wyższego szczebla zarządzania na niższy, a poprzez bezpośredni kontakt pracowników usprawni działalność.

Ciekawe są również wnioski dotyczące zakresów poszczególnych etapów dokumentacji. Uznano mianowicie za celowe dla jednostek B29 przesunięcie wykonawstwa części dokumentacji z fazy projektu technicznego do projektu wstępnego. Jednocześnie jednak przesunięto niektóre pozycje z fazy projektu wstępnego do projektu technicznego, ponieważ z analizy siatek wynikło, że wykonanie ich w ramach projektu wstępnego nie jest możliwe w pełnym zakresie, nie daje pełnej informacji i wymaga znacznych zmian w następnej fazie projektowania.

Przykładów tego rodzaju można by znaleźć znacznie więcej, warto jednak jeszcze wspomnieć, że dopiero sporządzenie siatki zależności dla projektu roboczego jednostki B27/III pozwoliło po raz pierwszy na ustalenie i ścisłe kontrolowanie kolejności prac, przy ponad 1000 czynności. Koordynacja prac projektu w takiej objętości, prowadzona metodami konwencjonalnymi, jak wiemy z doświadczenia, nigdy nie jest zadowalająca. Dopiero siatka zależności ujawniła szereg pętli we wzajemnych zależnościach, przy zwyczajowo przyjętym systemie wykonawstwa dokumentacji. Zmuszało to kierownictwo biura do ciągłych interwencji i straty cennego czasu. Problem staje się tym bardziej ważny, jeśli się weźmie pod uwagę, że do wykonania dokumentacji statku konieczne są podkładki konstrukcyjne z około 300 różnych fabryk z całego kraju, dostarczających mechanizmy, urządzenia i elementy wyposażenia statku. Koordynacja całości prac projektowych jest zatem problemem pierwszorzędnej wagi.

Nie mniej ciekawe są efekty stosowania metody PERT w bezpośredniej produkcji. I tutaj również siatka zależności jest czynnikiem wprowadzającym ogólny porządek i koncentrację uwagi na kluczowych pozycjach planu. Średni cykl produkcyjny statku B-45 na pochylni trwa 4,5 miesiąca. Jednakże okazało się konieczne znaczne skrócenie czasu budowy jednego z tych statków. Na podstawie analizy siatki zależności opracowano szczegółowy plan działania, który przewidywał koncentrację środków na czynnościach leżących na drodze krytycznej oraz w strefie krytycznej. Szczegółowa kontrola realizacji zadań i natychmiastowe obliczenia w razie odchyleń od planu pozwoliły na wypełnienie tego zadania i uzyskanie cyklu budowy na pochylni 3 miesiące i 7 dni. Skrócenie cyklu wyniosło zatem 30% przy nieznacznej różnicy w kosztach. Przy tym generalnie uporządkowano kooperację pomiędzy warsztatami wewnątrz wydziału, jak i kooperację z innymi wydziałami stoczni. Dalsze prace, zmierzające do skrócenia cyklów produkcyjnych na pochylni, doprowadziły do wniosku, że przy istniejących metodach budowy kadłubów nie jest to możliwe. Zakładając, że urządzenia na pochylni pozostają bez zmian, należało szukać innych dróg dla realizacji tego zadania.

Jednym z istotnych momentów rzutującym na jakość prac kadłubowych jest ścisłe przestrzeganie kolejności montażu sekcji oraz kolejności spawania. Przeprowadzane uprzednio w oparciu o instrukcje technologiczne kontrole mogły nosić jedynie charakter wyrywkowy. Powszechnie używane harmonogramy Gantta nie mogą bowiem zawierać dostatecznych dyrektyw w tym zakresie. Wprowadzone siatki zależności rozwiązały problem w sposób jednoznaczny. Na ich podstawie dział kontroli technicznej ma możliwość nie tylko dokonywania odbioru wykonanej już pracy, ale prowadzi bieżące, ciągłe kontrole technologii montażu kadłuba. Ta dodatkowa kontrola, która uprzednio nie była możliwa, przyczyniła się do dalszej poprawy jakości budowanych u nas kadłubów statków morskich.

Metoda PERT wytycza kierunki postępu technicznego, wskazuje miejsca, w których należy stosować nowe, bardziej wydajne metody pracy. Tak było np. w przypadku montażu szeregu sekcji, który był limitowany spawaniem leżącym na drodze krytycznej.

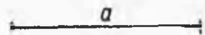
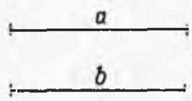
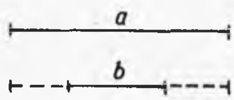
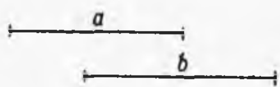
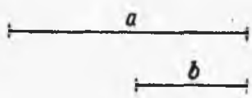
Stało się już praktyką, że PERT kieruje ruchem współzawodnictwa socjalistycznego w zakładzie. Kierownictwo zakładu, wspólnie ze związakami zawodowymi, potrafi obecnie celowo kierować wysiłek społeczny na przejście przez "wąskie gardło" lub - jak to obecnie nazywamy - przez drogę krytyczną. Jest to bardzo pomocne przy dokonywaniu bieżących trudności produkcyjnych.

Na zakończenie tego przeglądu praktycznych efektów, który przedstawiłem jako ilustrację do uprzednio wyliczonych zalet metody PERT, chciałbym zrobić dwie drobne dygresje natury może bardziej psychologicznej aniżeli technicznej. Kierownictwo szeregu odcinków produkcyjnych stale napotykało trudności w zakresie informacji dotyczących zakończenia poszczególnych prac montażowych. Zrozumiałe jest, że odpowiedzialny za pracę majster nie spieszy się z zawiadomieniem swego kierownika o powstałych opóźnieniach. W związku z tym działał specjalny aparat kontrolujący zakończenie podstawowych pozycji, lecz mimo to opóźnienia wykrywano dopiero wówczas, gdy zaczynały one hamować pracę innych grup majstrów. Naturalnie w tym momencie było już za późno na profilaktyczne wkroczenie ze strony kierownictwa. Wprowadzenie siatki zależności, z której korzystają majstrowie, jednoznacznie określiło pozycję każdego majstra w procesie produkcyjnym, jak również jej stosunek do innych wykonawców. Teraz już każdy wie, kto limituje jego pracę i początek czyich prac on sam limituje. Ponieważ kierownictwo prowadzi bieżącą kontrolę zakończenia prac zgodnie z tabulogramem otrzymanym z maszyny cyfrowej, więc wszyscy dobrze wiedzą, że nie uda się ukryć opóźnień. Majstrowie przyjęli dwie metody postępowania w przypadku powstania opóźnień na ich odcinku pracy. Jedna z nich, najczęściej stosowana i całkowicie formalna, to przekazanie kierownictwu odpowiednio wcześnie meldunku o istniejących trudnościach. Druga, nieformalna, polega na "prywatnym" załatwieniu sprawy z kolegą, którego w sposób jednoznaczny wskazuje siatka zależności. Nie chcę szczegółowo omawiać metody prywatnego załatwiania takich spraw.

Następna dygresja to próba odpowiedzi na pytanie, dlaczego stosunkowo łatwo udawało się nam zachęcić kierownictwa różnych szczebli zarządzania do stosowania metod opartych na siatkach zależności. Doszliśmy do wniosku, że niepoślednią rolę gra tu fakt przydatności metody, jaką widzą kierownicy różnych szczebli, dla swoich celów. Mianowicie, zainteresowany kierownik sądzi, że podwładnemu potrafi narzucić ostry, mobilizujący termin wykonania prac, a przełożonemu potrafi udowodnić nierealność postawionego jemu terminu. Stąd popularność metody zarówno u podwładnych, jak i przełożonych.

Na zakończenie pragnę jeszcze raz podkreślić, że nieodzownym warunkiem powodzenia w praktycznym wprowadzaniu omawianej metody jest w pierwszym etapie wspólna, zespołowa pra-

TABLICA PRZYKŁADÓW RÓŻNYCH FORM

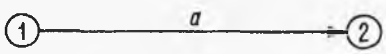
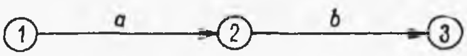
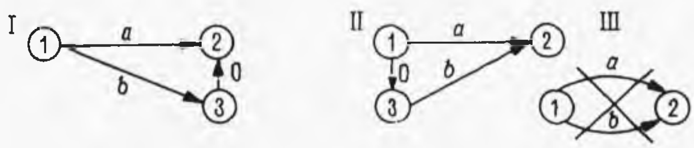
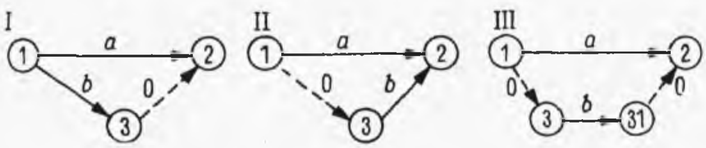
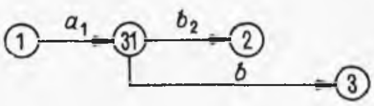
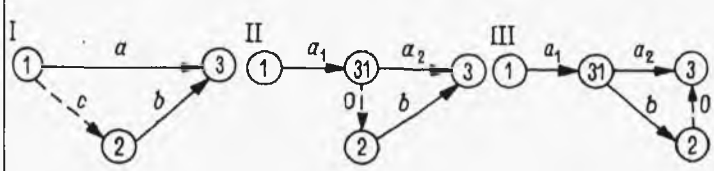
Nr przykładu	Opis przykładu	Wg Ganta
1	2	3
1	Czynność *a*	
2	Dwie czynności *a* i *b* przy czym czynność *b*. może się zacząć po ukończeniu czynności *a*.	
3	Dwie czynności *a* i *b* o jednakowym czasie trwania, które winny się zacząć i zakończyć w tym samym czasie.	
4	Dwie czynności *a* i *b* wykonywane równocześnie, z których czynność *b* trwa krócej od *a* i może być wykonana w dowolnym czasie trwania czynności *a*	
5	Dwie czynności *a* i *b* nie kończące się równocześnie, z których czynność *b* może być zaczęta po pewnym zaawansowaniu czynności *a*.	
6	Dwie czynności *a* i *b* kończące się równocześnie, z których czynność *b* może być zaczęta po pewnym zaawansowaniu czynności *a*.	

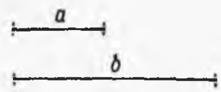
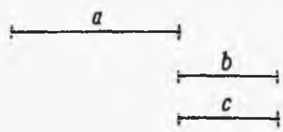
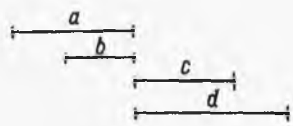
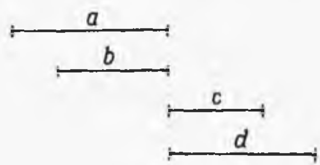
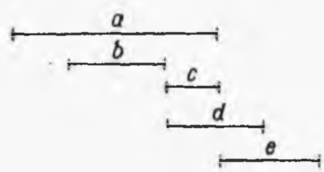
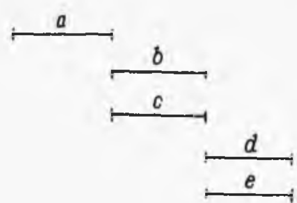
ca i ścisłe współdziałanie praktyków i teoretyków na terenie ośrodka wiodącego, a następnie w drugim etapie bardzo bliska współpraca z personelem zainteresowanego przedsiębiorstwa.

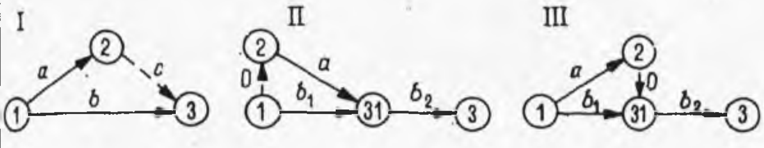
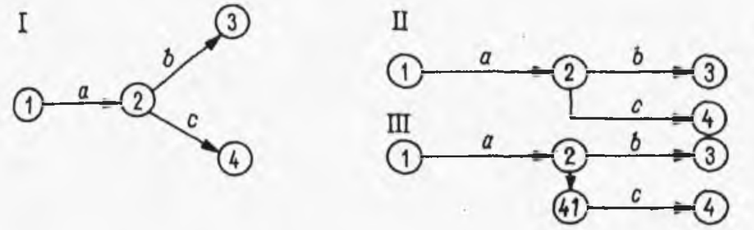
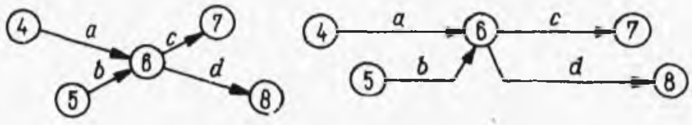
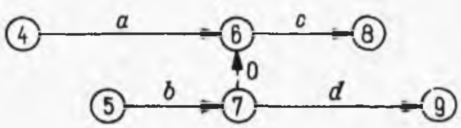
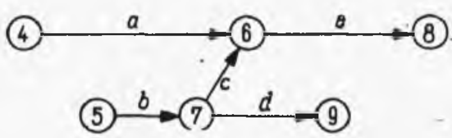
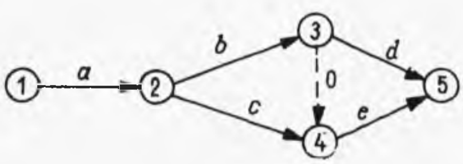
Rezultaty naszej pracy, które powyżej przedstawiłem, są w równym stopniu zasługą personelu technicznego stoczni i biur konstrukcyjnych oraz szeregu instytucji spoza przemysłu okrętowego, jak i grona pracowników naszego Ośrodka Badawczego.

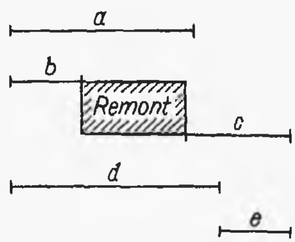
ZAPISÓW W SIATCE ZALEŻNOŚCI

Tablica 1

Wg metody PERT	Uwagi
4	5
	Zdarzenie 1 jest początkiem, a zdarzenie 2 końcem czynności a.
	
	Stosowanie zapisu I lub II jest uzależnione tylko od czynności kończących się i rozpoczynających się w poszczególnych zdarzeniach. Stosowanie zapisu III jest niedopuszczalne.
	Stosowanie zapisu I II III jest uzależnione tylko od czynności kończących się i rozpoczynających się w poszczególnych zdarzeniach.
	Nowe zdarzenie 31 jest zdarzeniem pośrednim, dzielącym czynność a na dwa etapy.
	W zapisie I czynność c jest warunkiem czasowym lub czynnością oczekiwania i określa czas niezbędnego wyprzedzenia. W zapisie II i III zdarzenie 31 jest zdarzeniem pośrednim, dzielącym czynność b na dwa etapy.

1	2	3
7	Dwie czynności a i b zaczynające się równocześnie o różnym czasie trwania, z których czynność b jest kontynuowana po zakończeniu czynności a.	
8	Trzy czynności a, b i c zależne od siebie w ten sposób, że czynności b i c mogą się zacząć po zakończeniu czynności a.	
9	Cztery czynności a, b, c i d zależne od siebie w ten sposób, że czynności c i d mogą się rozpocząć dopiero po ukończeniu czynności a i b.	
10	Cztery czynności a, b, c i d zależne od siebie w ten sposób, że czynność c może się rozpocząć po ukończeniu czynności a i b, natomiast do rozpoczęcia czynności d wystarczy ukończenie czynności b.	
11	Pięć czynności a, b, c, d i e zależnych od siebie w ten sposób, że czynność e może się rozpocząć po wykonaniu czynności a i c, która jest uwarunkowana ukończeniem czynności b. Natomiast do rozpoczęcia czynności d wystarczy ukończenie czynności b.	
12	Pięć czynności a, b, c, d i e zależnych od siebie w ten sposób, że czynność e możemy rozpocząć po ukończeniu czynności c i b, natomiast do rozpoczęcia czynności d wystarczy ukończenie czynności b. Czynność b i c jest uwarunkowana ukończeniem a.	

4	5
	jak wyżej
	Zapis II stosujemy,gdy chcemy zachować ciąg czynności głównych. Zapis III stosujemy gdy czynność *c* chcemy umieścić w innej grupie prac.
	
	
	
	Czynność 3-4 ma czas trwania zerowy i jest tzw. "czynnością ślepą".

1	2	3
13	Pięć czynności a, b, c, d i e zależnych od siebie w ten sposób, że czynność a musi być zakończona np. 30 dni przed zakończeniem całego projektu, po zakończeniu czynności b wymagana jest np. 2-tygodniowa przerwa na remont urządzenia i dopiero wówczas może być rozpoczęta czynność c, czynność d musi być zakończona do pewnego momentu zaawansowania czynności c i kontynuowanie c jest od tego uzależnione, natomiast czynność e może być rozpoczęta po zakończeniu czynności d.	
14	Szereg czynności, które od pewnego momentu układają się w ciągi technologiczne grupujące np. prace jednego wydziału, brygady zawodu itp.	

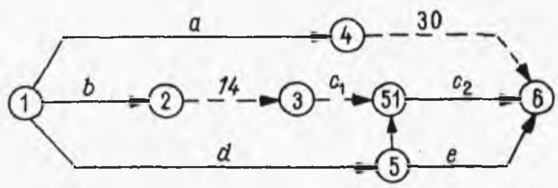
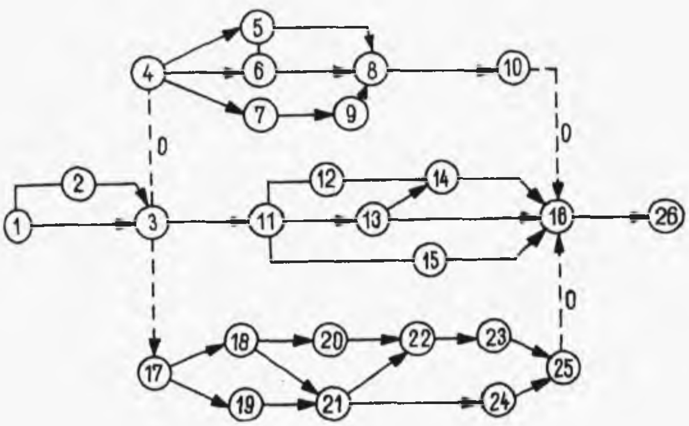
Tablica 2

Analiza drogi krytycznej
wg czasów a – optymistycznych

N.W. Najwcześniejszy czas
N.P. Najpóźniejszy czas
Z.P. Zdarzenie poprzedzające
Z.N. Zdarzenie następujące
C.Z. Całkowity zapas czasu
x Droga krytyczna

	Zdarzenie	N.W.	N.P.	Czynność Z.P.	Czynność Z.N.	Czas trwania	Początek N.W.	Początek N.P.	Koniec N.W.	Koniec N.P.	C.Z.
Złożenie	1	0	0 *	1	2	30	0	0	30	30	0
zamówienia	2	30	30 *	2	3	15	30	30	45	45	0
	3	45	45	3	20	30	45	74	75	104	29

Tablica 1 (cd.)

4	5
	Czynność 5-51 odgrywa podobną rolę jak w przykładzie 10 czynność 7-6.
	Przy dużej ilości czynności, dla zachowania przejrzystego układu graficznego siatki zależności, korzystnie jest poszczególne ciągi czynności grupować oddzielnie i w tym celu łączyć zależności między tymi grupami warunkami czasowymi.

Tablica 2 (cd.)

Zdarzenie	N.W.	N.P.		Czynność Z.P.	Z.N.	Czas trwania	Początek N.W.	N.P.	Koniec N.W.	N.P.	C.Z.
			*	3	101	60	45	45	105	105	0
20	75	104		20	101	1	75	104	76	105	29
101	105	105	*	101	21	30	105	105	135	135	0
				101	4	30	105	106	135	136	1
21	135	135	*	21	4	1	135	135	136	136	0
4	136	136	*	4	6	90	136	136	226	226	0
				4	5	30	136	167	166	197	31
6	226	226	*	6	102	1	226	226	227	227	0

T a b l i c a 2 (cd.)

Zdarzenie	N.W.	N.P.	Czynność Z.P.	Czynność Z.N.	Czas trwania	Początek N.W.	Początek N.P.	Koniec N.W.	Koniec N.P.	C.Z.
Podpisanie kontraktu 5	**166**	**197**	5	40	270	166	402	436	672	236
			5	33	120	166	492	286	612	326
			5	32	100	166	452	266	552	286
			5	31	90	166	553	256	643	387
			5	30	60	166	483	226	543	317
			5	102	30	166	197	196	227	31
40	436	672	40	64	1	436	672	437	673	236
102	227	227	* 102	103	45	227	227	272	272	0
103	272	272	103	13	30	272	283	302	313	11
			* 103	7	30	272	272	302	302	0
13	302	313	13	8	1	302	331	303	332	29
			13	111	90	302	313	392	403	11
			13	14	30	302	332	332	362	30
7	302	302	* 7	8	30	302	302	332	332	0
Zatw.PT przez Tow. Klas. 8	332	332	8	60	20	332	338	352	358	6
			* 8	106	40	332	332	372	372	0
			8	9	40	332	337	372	377	5
60	352	358	60	112	75	352	358	427	433	6
111	392	403	111	112	30	392	403	422	433	11
			111	50	105	392	418	497	523	26
Zatw. PT przez Armatora 9	372	377	9	15	80	372	382	452	462	10
			9	105	15	372	377	387	392	5
			9	10	30	372	386	402	416	14
106	372	372	* 106	53	240	372	372	612	612	0
			106	15	80	372	382	452	462	10
53	612	612	* 53	115	1	612	612	613	613	0
14	332	362	14	52	300	332	432	632	732	100
			14	51	250	332	362	582	612	30
15	452	462	15	12	90	452	462	542	552	10
			15	54	195	452	477	647	672	25
10	402	416	10	16	160	402	422	562	582	20
			10	104	75	402	416	477	491	14
104	477	491	104	107	15	477	491	492	506	14
			104	12	60	477	492	537	552	15
107	492	506	107	108	30	492	506	522	536	14
			107	23	100	492	512	592	612	20
108	522	536	108	117	90	522	537	612	627	15
			108	109	90	522	536	612	626	14
109	612	626	109	117	1	612	626	613	627	14
			109	25	45	612	627	657	672	15
51	582	612	51	115	1	582	612	583	613	30
33	286	612	33	115	1	286	612	287	613	326
32	266	552	32	114	1	266	552	267	553	286
30	226	543	30	114	10	226	543	236	553	317
105	387	392	105	22	10	387	392	397	402	5
			105	11	60	387	418	447	478	31
22	397	402	22	110	30	397	402	427	432	5
110	427	432	110	112	1	427	432	428	433	5
			110	24	75	427	477	502	552	50

T a b l i c a 2 (cd.)

	Zdarzenie	N.W.	N.P.		Czynność Z.P.	Czynność Z.N.	Czas trwania	Początek N.W.	Początek N.P.	Koniec N.W.	Koniec N.P.	C.Z.
Rozp.	112	428	433		112	113	30	428	433	458	463	5
obróbki					112	61	60	428	448	488	508	20
Rozp.	113	458	463		113	114	75	458	478	533	553	20
pref.					113	62	90	458	463	548	553	5
	24	502	552		24	114	1	502	552	503	553	50
Położe-	114	533	553		114	115	50	533	563	583	613	30
nie stępki					114	63	60	533	553	593	613	20
	115	613	613		115	117	10	613	617	623	627	4
				*	115	64	60	613	613	673	673	0
	117	623	627		117	73	150	623	638	773	788	15
					117	64	45	623	628	668	673	5
					117	118	45	623	627	668	672	4
	73	773	788		73	74	1	773	788	774	789	15
	118	668	672		118	64	1	668	672	669	673	4
					118	70	50	668	682	718	732	14
	11	447	478		11	61	30	447	478	477	508	31
	61	488	508		61	62	45	488	508	533	553	20
	50	497	523		50	62	30	497	523	527	553	26
	62	548	553		62	63	60	548	553	608	613	5
	63	608	613		63	64	60	608	613	668	673	5
	54	647	672		54	64	1	647	672	648	673	25
	31	256	643		31	64	30	256	643	286	673	387
	23	592	612		23	25	60	592	612	652	672	20
	25	657	672		25	64	1	657	672	658	673	15
Wodowanie	64	673	673	*	64	116	60	673	673	733	733	0
	70	718	732		70	116	1	718	732	719	733	14
	12	542	552		12	16	30	542	552	572	582	10
	16	572	582		16	52	150	572	582	722	732	10
	52	722	732		52	116	1	722	732	723	733	10
	116	733	733	*	116	17	45	733	733	778	778	0
				*	116	72	45	733	733	778	778	0
					116	71	40	733	739	773	779	6
	17	778	778	*	17	71	1	778	778	779	779	0
	72	778	778	*	72	71	1	778	778	779	779	0
Rozp.prób	71	779	779	*	71	74	10	779	779	789	789	0
	74	789	789	*	74	75	3	789	789	792	792	0
	75	792	792	*	75	77	8	792	792	800	800	0
					75	76	8	792	793	800	801	1
	77	800	800	*	77	76	1	800	800	801	801	0
	76	801	801	*	76	78	2	801	801	803	803	0
Przekaza-	78	803	803	*	78	79	30	803	803	833	833	0
nie stat-	79	833	833	*								
ku Arma-												
torowi												

T a b l i c a 3

WYNIKI OBLICZEŃ DO SIATKI Nr 1

Analiza drogi krytycznej
Kalendarz

wg czasów *a* – optymistycznych

N.W. Najwcześniejszy czas
N.P. Najpóźniejszy czas
Z.P. Zdarzenie poprzedzające
Z.N. Zdarzenie następujące
C.Z. Całkowity zapas czasu

Zdarzenie	Czynność Z.P.	Z.N.	Czas trwania	Początek N.W.	Początek N.P.	Koniec N.W.	Koniec N.P.	C.Z.
Złożenie	1 –	2	30 *	1.10.3	1.10.3	6.11.3	6.11.3	0
zamówienia	2 –	3	15 *	6.11.3	6.11.3	23.11.3	23.11.3	0
	3 –	20	30	23.11.3	30.12.3	31.12.3	4.02.4	29
	3 –	101	60 *	23.11.3	23.11.3	5.02.4	5.02.4	0
	20 –	101	1	31.12.3	4.02.4	2.01.4	5.02.4	29
	101 –	21	30 *	5.02.4	5.02.4	11.03.4	11.03.4	0
	101 –	4	30	5.02.4	6.02.4	11.03.4	12.03.4	1
	21 –	4	1 *	11.03.4	11.03.4	12.03.4	12.03.4	0
	4 –	6	90 *	12.03.4	12.03.4	29.06.4	29.06.4	0
	4 –	5	30	12.03.4	18.04.4	17.04.4	25.05.4	31
	6 –	102	1 *	29.06.4	29.06.4	30.06.4	30.06.4	0
Podpisanie	5 –	40	270	17.04.4	25.01.5	5.03.5	10.12.5	236
kontraktu	5 –	33	120	17.04.4	12.05.5	8.09.4	1.10.5	326
	5 –	32	100	17.04.4	24.03.5	15.08.4	23.07.5	286
	5 –	31	90	17.04.4	24.07.5	4.08.4	6.11.5	387
	5 –	30	60	17.04.4	30.04.5	29.06.4	12.07.5	317
	5 –	102	30	17.04.4	25.05.4	23.05.4	30.06.4	31
	40 –	64	1	5.03.5	10.12.5	6.03.5	11.12.5	236
	102 –	103	45 *	30.06.4	30.06.4	22.08.4	22.08.4	0
	103 –	13	30	22.08.4	4.09.4	26.09.4	9.10.4	11
	103 –	7	30 *	22.08.4	22.08.4	26.09.4	26.09.4	0
	13 –	8	1	26.09.4	30.10.4	28.09.4	31.10.4	29
	13 –	111	90	26.09.4	9.10.4	13.01.5	26.01.5	11
	13 –	14	30	26.09.4	31.10.4	31.10.4	5.12.4	30
	7 –	8	30 *	26.09.4	26.09.4	31.10.4	31.10.4	0
Zatw. PT	8 –	60	20	31.10.4	7.11.4	24.11.4	1.12.4	6
przez	8 –	106	40 *	31.10.4	31.10.4	17.12.4	17.12.4	0
Tow.Klas.	8	9	40	31.10.4	6.11.4	17.12.4	23.12.4	5
	60	112	75	24.11.4	1.12.4	23.02.5	2.03.5	6
	111	112	30	13.01.5	20.01.5	17.02.5	2.03.5	11
	111	50	105	13.01.5	12.02.5	18.05.5	18.06.5	26
Zatw. PT	9 –	15	0	17.12.4	31.12.4	24.03.5	5.04.5	10
przez	9	105	15	17.12.4	23.12.4	7.01.5	13.01.5	5
Armatora	9 –	10	30	17.12.4	6.01.5	25.01.5	10.02.5	14
	106 –	53	240 *	17.12.4	17.12.4	1.10.5	1.10.5	0
	106 –	15	80	17.12.4	31.12.4	24.03.5	5.04.5	10
	53 –	115	1 *	1.10.5	1.10.5	2.10.5	2.10.5	0
	14 –	52	300	31.10.4	1.03.5	25.10.5	21.02.6	100
	14 –	51	250	31.10.4	5.12.4	27.08.5	1.10.5	30
	15 –	12	90	24.03.5	5.04.5	10.07.5	23.07.5	10
	15 –	54	195	24.03.5	23.03.5	11.11.5	10.12.5	25
	10 –	16	160	25.01.5	17.02.5	4.08.5	27.08.5	20

T a b l i c a 3 (cd.)

Zdarzenie	Czynność Z.P.	Z.N.	Czas trwania	Początek N.W.	N.P.	Koniec N.W.	N.P.	C.Z.
Zatw. PT	10	104	75	25.01.5	10.02.5	23.04.5	11.05.5	14
przez	104	107	15	23.04.5	11.05.5	12.05.5	28.05.5	14
Armatora	104	12	60	23.04.5	12.05.5	5.07.5	23.07.5	15
	107	108	30	12.05.5	28.05.5	16.06.5	3.07.5	14
	107	23	100	12.05.5	4.06.5	8.09.5	1.10.5	20
	108	117	90	16.06.5	5.07.5	1.10.5	19.10.5	15
	108	109	90	16.06.5	3.07.5	1.10.5	18.10.5	14
	109	117	1	1.10.5	18.10.5	2.10.5	19.10.5	14
	109	25	45	1.10.5	19.10.5	23.11.5	10.12.5	15
	51	115	1	27.08.5	1.10.5	28.08.5	2.10.5	30
	33	115	1	8.09.4	1.10.5	9.09.4	2.10.5	326
	32	114	1	15.08.4	23.07.5	17.08.4	24.07.5	286
	30	114	10	29.06.4	12.07.4	10.07.4	24.07.5	317
	105	22	10	7.01.5	13.01.5	19.01.5	25.01.5	5
	105	11	60	7.01.5	12.02.5	18.03.5	24.04.5	31
	22	110	30	19.01.5	25.01.5	23.02.5	1.03.5	5
	110	112	1	23.02.5	1.03.5	24.02.5	2.03.5	5
	110	24	75	23.02.5	23.04.5	24.05.5	23.07.5	50
Rozp.	112	113	30	24.02.5	2.03.5	31.03.5	6.04.5	5
obróbki	112	61	60	24.02.5	19.03.5	7.05.5	31.05.5	20
Rozp.	113	114	75	31.03.5	24.04.5	30.06.5	24.07.5	20
prefabr.	113	62	90	31.03.5	6.04.5	17.07.5	24.07.5	5
	24	114	1	24.05.5	23.07.5	25.05.5	24.07.5	50
Położenie	114	115	50	30.06.5	5.08.5	28.08.5	2.10.5	30
stępki	114	63	60	30.06.5	24.07.5	9.09.5	2.10.5	20
	115	117	10	2.10.5	7.10.5	14.10.5	19.10.5	4
	115	64	60 *	2.10.5	2.10.5	11.12.5	11.12.5	0
	117	73	150	14.10.5	1.11.5	9.04.6	28.04.6	15
	117	64	45	14.10.5	20.10.5	6.12.5	11.12.5	5
	117	118	45	14.10.5	19.10.5	6.12.5	10.12.5	4
	73	74	1	9.04.6	28.04.6	12.04.6	29.04.6	15
	118	64	1	6.12.5	10.12.5	7.12.5	11.12.5	4
	118	70	50	6.12.5	22.12.5	4.02.6	21.02.6	14
	11	61	30	18.03.5	24.04.5	23.04.5	31.05.5	31
	61	62	45	7.05.5	31.05.5	30.06.5	24.07.5	20
	50	62	30	18.05.5	18.06.5	23.06.5	24.07.5	26
	62	63	60	17.07.5	24.07.5	27.09.5	2.10.5	5
	63	64	60	27.09.5	2.10.5	6.12.5	11.12.5	5
	54	64	1	11.11.5	10.12.5	12.11.5	11.12.5	25
	31	64	30	4.08.4	6.11.5	8.09.4	11.12.5	387
	23	25	60	8.09.5	1.10.5	17.11.5	10.12.5	20
	25	64	1	23.11.5	10.12.5	24.11.5	11.12.5	15
Wodowanie	64	116	60 *	11.12.5	11.12.5	22.02.6	22.02.6	0
	70	116	1	4.02.6	21.02.6	5.02.6	22.02.6	14
	12	16	30	10.07.5	23.07.5	16.08.5	27.08.5	10
	16	52	150	16.08.5	27.08.5	9.02.6	21.02.6	10
	52	116	1	9.02.6	21.02.6	10.02.6	22.02.6	10
	116	17	45 *	22.02.6	22.02.6	16.04.6	16.04.6	0
	116	72	45 *	22.02.6	22.02.6	16.04.6	16.04.6	0
	116	71	40	22.02.6	1.03.6	9.04.6	18.04.6	6
	17	71	1 *	16.04.6	16.04.6	18.04.6	18.04.6	0

Tablica 3 (cd.)

Zdarzenie	Czynność Z.P.	Z.N.	Czas trwania	Początek N.W.	N.P.	Koniec N.W.	N.P.	C.Z.
Wodowanie	72	71	1*	16.04.6	16.04.6	18.04.6	18.04.6	0
Rozp.prób	71	74	10*	18.04.6	18.04.6	29.04.6	29.04.6	0
	74	75	3*	29.04.6	29.04.6	4.05.6	4.05.6	0
	75	77	8*	4.05.6	4.05.6	13.05.6	13.05.6	0
	75	76	8*	4.05.6	5.05.6	13.05.6	14.05.6	1
	77	76	1*	13.05.6	13.05.6	14.05.6	14.05.6	0
	76	78	2*	14.05.6	14.05.6	17.05.6	17.05.6	0
Przekazanie statku Armatorowi	78	79	30*	17.05.6	17.05.6	22.06.6	22.06.6	0

ANALIZA DRO

Przykłady druku wyników programów sortujących (sortowanie

N.W. Najwcześniejszy czas
N.P. Najpóźniejszy czas
Z.P. Zdarzenie poprzedzające

Czynność Z.P.	Z.N.	Czas trwania		Początek N.W.	N.P.	Koniec N.W.	N.P.	C.Z.
								WYKONA
2	3	5	*	0	0	5	5	0
3	4	4	*	5	5	9	9	0
2	5	7		0	8	7	15	8
4	5	6	*	9	9	15	15	0
5	6	16	*	15	15	31	31	0
6	14	11	*	31	31	42	42	0
4	7	12		9	45	21	57	36
6	7	3		31	54	34	57	23
6	8	5		31	58	36	63	27
8	9	11		36	63	47	74	27
7	9	17		34	57	51	74	23
9	27	17		51	83	68	100	32-
								WYKON
10	11	6		0	18	6	24	18
10	12	12		0	15	12	27	15
11	13	11		6	24	17	35	18
13	14	7		17	35	24	42	18
12	14	15		12	27	27	42	15
14	15	14	*	42	42	56	56	0
13	16	18		17	46	35	64	29
15	16	8	*	56	56	64	64	0
15	17	13		56	61	69	74	5
16	17	4		64	70	68	74	6
17	27	26	*	74	74	100	100	0-

T a b l i c a 4

GI KRYTYCZNEJ

wg wykonawców oraz najpóźniejszych czasów zakończenia)

Z.N. Zdarzenie następujące
C.Z. Całkowity zapas czasu
* droga krytyczna

Czynność Z.P.	Z.N.	Czas trwania		Początek N.W.	N.P.	Koniec N.W.	N.P.	C.Z.
WCA "A"								
2 -	3	5	*	21.03.4	21.03.4	27.03.4	27.03.04	0
3 -	4	4	*	27.03.4	27.03.4	2.04.4	2.04.4	0
2 -	5	7		21.03.4	1.04.4	31.03.4	9.04.4	8
4 -	5	6	*	2.04.4	2.04.4	9.04.4	9.04.4	0
5 -	6	16	*	9.04.4	9.04.4	28.04.4	28.04.4	0
6 -	14	11	*	28.04.4	28.04.4	12.05.4	12.05.4	0
4 -	7	12		2.04.4	15.05.4	16.04.4	30.05.4	36
6 -	7	3		28.04.4	26.05.4	2.05.4	30.05.4	23
6 -	8	5		28.04.4	1.06.4	5.05.4	6.06.4	27
8 -	9	11		5.05.4	6.06.4	18.05.4	19.06.4	27
7 -	9	17		2.05.4	30.05.4	22.05.4	19.06.4	23
9 -	27	17		22.05.4	30.06.4	12.06.4	20.07.4	32
WCA "B"								
10 -	11	6		21.03.4	13.04.4	28.03.4	20.04.4	18
10 -	12	12		21.03.4	9.04.4	6.04.4	23.04.4	15
11 -	13	11		28.03.4	20.04.4	11.04.4	4.05.4	18
13 -	14	7		11.04.4	4.05.4	20.04.4	12.05.4	18
12 -	14	15		6.04.4	23.04.4	23.04.4	12.05.4	15
14 -	15	14	*	12.05.4	12.05.4	29.05.4	29.05.4	0
13 -	16	18		11.04.4	16.05.4	4.05.4	8.06.4	29
15 -	16	8	*	29.05.4	29.05.4	8.06.4	8.06.4	0
15 -	17	13		29.05.4	4.06.4	13.06.4	19.06.4	5
16 -	17	4		8.06.4	15.06.4	12.06.4	19.06.4	6
17 -	27	26	*	19.06.4	19.06.4	20.07.4	20.07.4	0

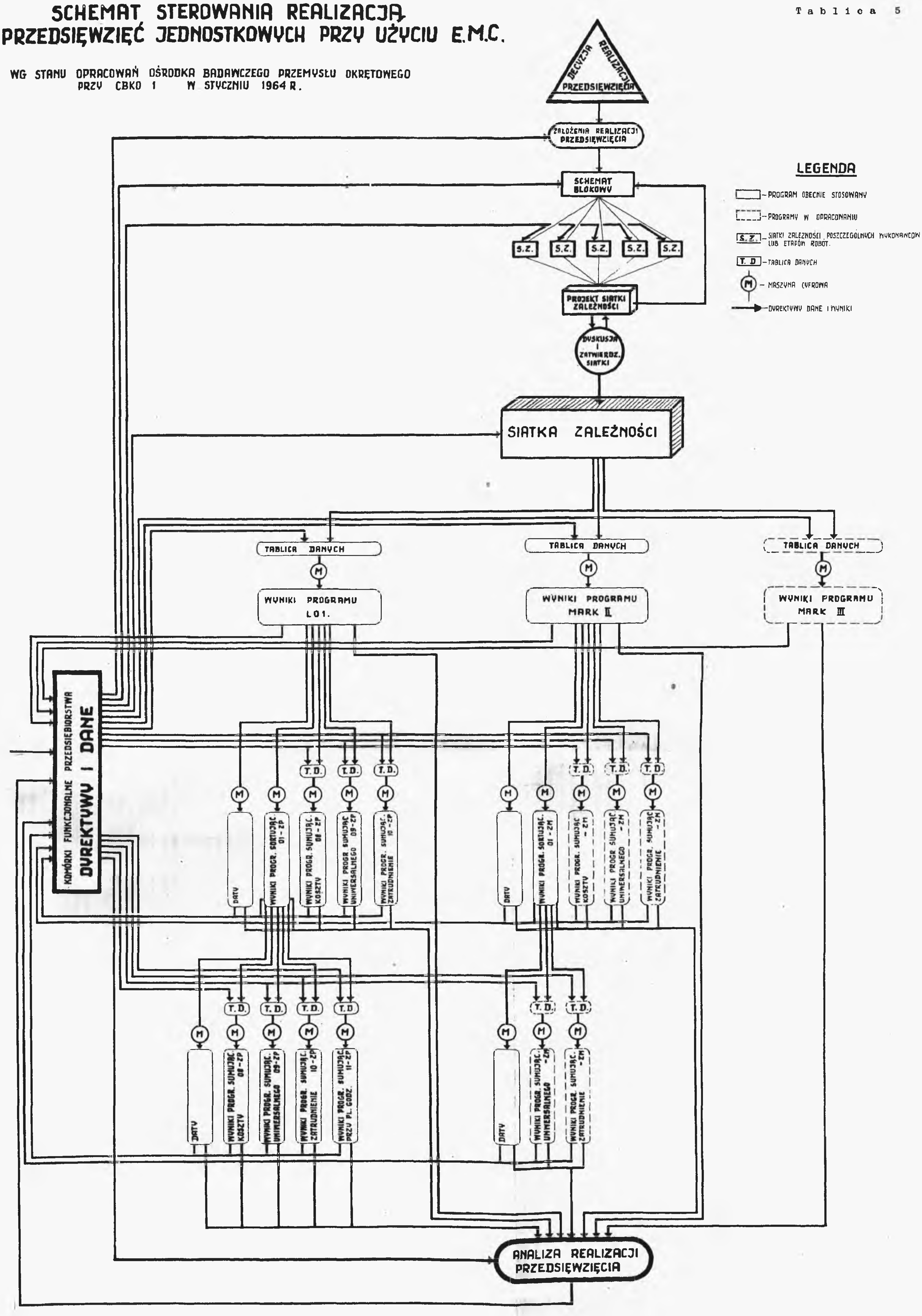
Czynność Z.P.	Z.N.	Czas trwania	Początek N.W.	N.P.	Koniec N.W.	N.P.	C.Z.
							WYKONA
18 -	20	12	0	28	12	40	28
18 -	19	4	0	37	4	41	37
20 -	22	5	12	40	17	45	28
22 -	23	3	17	46	20	49	29
21 -	23	3	17	46	20	49	29
19 -	23	8	4	41	12	49	37
23 -	24	15	20	49	35	64	29
22 -	25	23	17	45	40	68	28
25 -	26	6	40	68	46	74	28
24 -	26	10 *	64	64	74	74	0
26 -	27	14	74	86	88	100	12-

T a b l i c a   4 (cd.)

Czynność Z.P.	Z.N.	Czas trwania	Początek N.W.	N.P.	Koniec N.W.	N.P.	C.Z.
WCA "C"							
18 -	20	12	21.03.4	24.04.4	6.04.4	9.05.4	28
18 -	19	4	21.03.4	6.05.4	26.03.4	11.05.4	37
20 -	22	5	6.04.4	9.05.4	11.04.4	15.05.4	28
22 -	23	3	11.04.4	16.05.4	15.04.4	20.05.4	29
21 -	23	3	11.04.4	16.05.4	15.04.4	20.05.4	29
19 -	23	8	26.03.4	11.05.4	6.04.4	20.05.4	37
23 -	24	15	15.04.4	20.05.4	4.05.4	8.06.4	29
22 -	25	23	11.04.4	15.05.4	9.05.4	12.06.4	28
25 -	26	6	9.03.4	12.06.4	16.05.4	19.06.4	28
24 -	26	10 *	8.06.4	8.06.4	19.06.4	19.06.4	0
26 -	27	14	19.06.4	3.07.4	6.07.4	20.07.4	12

SCHEMAT STEROWANIA REALIZACJĄ PRZEDSIĘWZIĘĆ JEDNOSTKOWYCH PRZY UŻYCIU E.M.C.

WG STANU OPRACOWAŃ OŚRODKA BADAWCZEGO PRZEMYSŁU OKRĘTOWEGO PRZY CBKO 1 W STYCZNIU 1964 R.



JAROSLAV VLČEK
Instytut do Spraw Badań Matematycznych
Maszyn Obliczeniowych – Praga

ANALIZA SYSTEMÓW W PROJEKCIE AUTOMATYZACJI PROCESU ZARZĄDZANIA GOSPODARKĄ NARODOWĄ

W stadium przygotowawczym oraz w czasie stosowania elektronowych maszyn matematycznych (EMM) dotychczas ostro wyodrębniały się dwie zasadnicze dziedziny: 1) obliczenia naukowo-techniczne, 2) opracowywanie globalnych danych. Okazuje się jednak, że takie rozgraniczanie w przypadku stosowania EMM jest niewygodne i nie pozwala w pełni wykorzystać walorów jakościowych EMM. Można wykazać, że te właściwości, tzn. szybkość obliczania, funkcja urządzeń pamięciowych oraz funkcja kierującej części maszyny prowadzą do takich metod stosowania EMM, które są zbliżone do procesu regulacji.

Takie podejście do sprawy formułowania zadań z dziedziny zarządzania gospodarką odpowiada stworzonym warunkom i jest nowością z punktu widzenia metodyki. Wydaje się, że możliwą drogą do rozwiązania tego problemu jest wykorzystanie środków metodycznych, stosowanych w wielu dyscyplinach naukowych, które to dyscypliny zajmują się poszczególnymi problemami, wchodzącymi w zakres postawionego zadania.

W artykule tym chciałbym dokonać próby syntezy niektórych wyników licznych prac badawczych z różnych dziedzin, które to wyniki można wykorzystać w rozwiązywaniu problemu polegającego na tym, jak wdrożyć maszynę matematyczną, przeznaczoną do przetwarzania danych, tzn. maszynę matematyczną średniej wielkości do zarządzania gospodarką. A oto wyniki z dziedziny badania operatywnego (operations research). Można tu szczególnie wykorzystać metody macierzowych modeli strukturalnych i metodologicznego podejścia do analizy drogi krytycznej (SPA). Następnie – wyniki z dziedziny teorii informacji, które zwłaszcza w podstawowej definicji informacji i jej ilości umożliwią przewartościowanie składu danych ekonomicznych w tym sensie, aby ich liczba szła w kierunku ograniczenia nieokreśloności przyjęcia informacji. Można wreszcie wykorzystać nową dyscyplinę określoną nazwą: inżynieria systemowa (system engineering), która przynosi nowe możliwości metodyczne, związane z określeniem i poznaniem właściwości systemu. Bazą techniczną dla rozwiązania naszego zadania są EMM, szczególnie maszyny średnie. Techniczna jakość EMM, określana funkcją urządzeń pamięciowych i kierujących: prowadzi do prób organizowania posługiwania się EMM w takim systemie kierowania, który z uwagi na właściwości - jest zbliżony do systemu, działającego w tzw. reżymie realnym. Można powiedzieć, że w tym wypadku sposób wykorzystania maszyn matematycznych jest zbliżony do systemu regulacji. Ponadto dochodzimy do następujących stwierdzeń:

1) Postawione zadanie da się przypuszczalnie rozwiązywać w ten sposób, aby na EMM przenosić również algorytmy zadań ekonomicznych w tych przypadkach, gdzie jest to możliwe.

Zakłada się, że wprowadzenie EMM do procesu zarządzania gospodarką pociągnie za sobą zmiany w metodach zarządzania, szczególnie w dziedzinie ruchu informacji ekonomicznej w czasie, w wykluczeniu nadmiaru i dublowania się części w składzie informacji ekonomicznej i na odwrót - w terminowym zapewnianiu brakującej informacji, w podziale kompetencji,w wyższej jakości, w matematyzacji decydujących algorytmów.

Obecnie zakłada się, że zastosowanie EMM otworzy przede wszystkim możliwości zapewnienia maksymalnego wykorzystania jakościowych możliwości techniki EMM, jako że jest ona droga i odzwierciedla rozwój w dziedzinie stosunków społecznych.

2) Rozwiązanie problemu zastosowania EMM do praktyki zarządzania gospodarką będzie wynikało z istniejących metod zarządzania, bez naruszania ciągłości w zarządzaniu,dla uniknięcia strat gospodarczych. Rezultat rozwiązania naszego zadania jest włączony do projektu automatyzacji zarządzania gospodarką i w skład programów, które należą do tego projektu.

Podstawowym pojęciem, które umożliwia nam przeniesienie rozwiązania na dowolny szczebel zarządzania (np.zakład,przedsiębiorstwo, branża) jest system. Dokonana również bardziej szczegółowa analiza matematyczna dotyczyła jakości schematu, parametrów, funkcji, czasu i informacji.

Pojęcie schematu obejmuje mnogość elementów, a w przypadku zarządzania gospodarką - elementów, z których składa się cały proces zarządzania a także struktura więzi między tymi elementami.

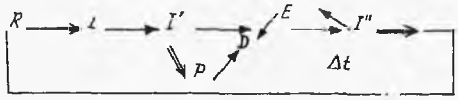
Parametry - to zmienne wielkości lub koordynatów elementów schematu. Elementy schematu można opisać przy pomocy pewnych parametrów (wektorów). Można powiedzieć, że realne lub planowe wartości jednolitych parametrów opisują określony (realizowany lub planowy) stan systemu.

Czas występuje w systemie jako następstwo pewnych odcinków czasu, w których można badać zmiany w stanie systemu lub inspiracje zmian w systemie a także dokonywać zmiany w systemie.

Funkcja - to zasada, założenie, według którego zmieniają się systemy, określa się wartości parametrów w określonym odcinku czasu. Mówimy także o funkcji transformacji systemu.

Informacja jest sposobem, przy pomocy którego podnosi się wiedzę systemu kierującego o przedmiocie zarządzania.Podstawowa jest funkcja wprowadzania do i wyprowadzania informacji z systemu.

Jak z tego widać, takie określenie systemu odpowiada pojęciu względnie izolowanego systemu, wprowadzonemu przez Profesora Greniewskiego. Odpowiada to również dowolnemu poziomowi zarządzania gospodarką i zawiera możliwości integracji systemu w nadsystemy i podziału systemu na podsystemy. W tym artykule nie będziemy jednak czynili żadnych prób szczegółowej analizy integracji lub dzielenia systemu. Dokonamy jednak próby określenia wymienionych właściwości systemu przy pomocy schematu (rys. 1).



Rys. 1

Na rys. 1 R - stan przedmiotu zarządzania w zarządzanym systemie (procesu reprodukcji w danym odcinku czasu) odpowiadającego określeniu $R\{r_j\}$, gdzie:

- r_j - poszczególne elementy R;
- I - zbiór informacji, danych, określających R, które można w ogóle przyjmować oraz analogicznie $I = \{i_j\}$;
- I' - podzbiór I, celowo wyjęty z I (redukcja I), co stanowi celowe wprowadzenie do funkcji transformacji. Przy tej redukcji $I \rightarrow I'$ można wykorzystać elementy podejścia metodycznego SRA;
- D - funkcja transformacji systemu. D składa się z szeregu zadań cząstkowych. Trzeba powiedzieć, że wybór D jest w zasadzie główną funkcją człowieka. Możemy powiedzieć, że wybór D stanowi metasystem zarządzania. Kiedy ten metasystem działa źle, wówczas również źle działa system zautomatyzowany;
- I'' - zbiór informacji wychodzących z funkcji transformacji. Tę informację wykorzystuje się jako bezpośrednie rozkazy przy zamianie na R;
- E - reprezentuje w naszym schemacie organizacje pozasystemowe. W stosunkach systemu z E system jest związany z organami podległymi i zarządzającymi, jak również z organizacjami kooperującymi;
- P - urządzenie pamięciowe i przekazujące informacje (wszelka dokumentacja), przeznaczone do doprowadzenia do zgodności rytmiczności funkcji transformacji z rytmicznością źródła I;
- Δt - odcinek czasu między dwoma stanami R, tzn. stanem planowym i faktycznym. Przy wprowadzeniu tego czynnika do systemu posługujemy się znów metodą CPA.

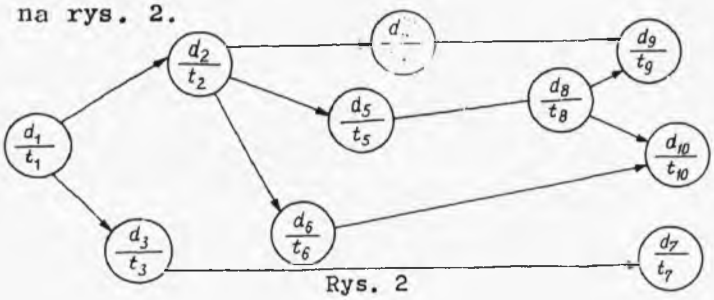
Widać, że w tym schematycznym opisie określonego systemu uwydaniają się te jego właściwości, które nas interesują z punktu widzenia automatyzacji zarządzania gospodarczego, tzn. uwydatniają się zasadnicze fazy opracowywania danych tworzących system.

Prócz automatycznego rozwiązania opracowywania danych tworzących opisany proces zarządzania ekonomicznego należy rozszerzać pojęcie transformacji D bez uszczerbku dla działania schematu w sposób następujący:

Funkcją D jest każda działalność (w literaturze spotykamy określenie "intellectual activity"), która zajmuje się dowolnym kręgiem jednorodnych danych, szczególnie I, I' lub I''. Dla dalszej analizy zanotujemy ten czynnik jako $D = \{d_i\}$, gdzie d_i oznacza cząstkowe opracowanie danych.

Tu trzeba podkreślić specjalne przeznaczenie indeksu i. Jeśli indeksy i rządzą powstawaniem stopniowości d_i, to każda para indeksów i powinna gwarantować to, ażeby przynależne im d_i sąsiadowały ze sobą w czasie i przedmiotowo w taki sposób, jak to jest nam znane z CPA.

Można to przedstawić przy pomocy znanej siatki graficznej, np. na rys. 2.



Rys. 2

Na rys. 2 każdemu d_i odpowiada pewne t_i lub czas zużytkowany na d_i na opracowanie informacji z poprzedniego d_i, co równa się t_i .

Dla uzupełnienia jedynie powiemy jeszcze, że poszczególne d_i znajdują się w tej skali postaci: zliczenie informacji wynikającej, porozumienie co do tego,że informacja jest prawidłowa (w zasadzie postać ta oznacza przejście informacji przez komórki organizacyjne), konwersja danych pomiędzy różnymi nosicielami informacji, sumowania jako najprostsza postać funkcji transformacji, sortowanie i uporządkowanie danych, następnie transformacje numeryczne, które występują jako źródło I'' i wreszcie jakościowe opracowanie danych. Te postacie posiadają, jak widać, odpowiednią skalę możliwości ich automatyzacji. Ten fakt daje o sobie znać w dalszej analizie systemu.

Trzeba tu jeszcze powiedzieć, że proces zarządzania gospodarczego składa się nie tylko z problematyki decydujących funkcji transformacji lub tylko z zagadnienia zestawu informacji ekonomicznej, ale wchodzi weń również problematyka organizacji. System organizacji, to jakby pole, na którym odbywa się proces zarządzania i w tej funkcji podporządkowuje go ponownie swoim wpływom.

W dalszym etapie opisywania systemu, który jest już bazą jej opracowania, stosujemy technikę formularzową. Oto system zarządzający, opisany w tych formularzach:

I. lista cząstkowych opracowań,
II. lista danych,
III. lista komórek organizacyjnych,
IV. lista programów.

Treść tych list stanowi konkretyzację określenia systemu pokazanego wyżej, ale z punktu widzenia automatyzacji systemu zarządzającego.

Istotą struktury poszczególnych list jest: po pierwsze - zapis wzajemnych stosunków pomiędzy opracowaniami cząstkowymi a należącymi do nich informacjami, następnie - między tymi dwoma czynnikami a mocą organizacyjną sieci, i wreszcie najważniejszy dla nas stosunek pomiędzy opracowaniami cząstkowymi i programami ich automatyzacji. Po drugie - w tych listach trzeba zapewnić czasowe i przedmiotowe sąsiedztwo opracowaniom cząstkowym.

Z tego wynika następująca struktura list:

I. Lista opracowań cząstkowych

Postać opracowania	Forma opracowania	Rytmiczność	Poprzednie oprac.	Kolejne oprac.	Potrzebna inform.	Wynikowa inform.	Uwagi
1	2	3	4	5	6	7	8

II. Lista danych (lista informacyjna)

Postać inform.	Źródło inform.	Nosiciel inform.	Liczba	Rytmiczność	Informacja przeznaczona dla d_i	Uwagi
1	2	3	4	5	6	7

III. Lista komórek organizacyjnych

Opis miejsca	Moc	Wykonawca opracowania d_i	Rytmiczność	Komórka kierownicza	Komórka podległa
1	2	3	4	5	6

IV. Lista programów

Postać	Zawiera opracowania	Rytmiczność	Czas zużyty	Nosiciel informacji		Pamięć postać moc	Program		Uwagi
				wprowadzającej	wyprowadzającej		poprzedni	następny	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Funkcja poszczególnych list czy ich poszczególnych kolumn jasno wynika z opisu. Popatrzmy tylko na niektóre proste stosunki i związki jako na przykłady. Na przykład informacja z kolumny 6 listy I powinna się znajdować w kolumnie 1 listy II, lub d_i z kolumny 6 listy II powinien znajdować się w kolumnie 1 listy I. W ten sposób można znaleźć stosunki między innymi kolumnami wszystkich list.

Praca z listami odbywa się w trzech etapach: w pierwszym przygotowuje się listy I i II, każdą oddzielnie. W drugim etapie dokonuje się analizy list opracowań i danych; w etapie trzecim przygotowuje się nowe listy opracowań i danych a także listę sieci organizacyjnej oraz listę programów.

Z metodycznego punktu widzenia podstawowy jest etap drugi - analiza.

Podobnie jak w pierwszym etapie wykonuje się opis istniejącego stanu zarządzania i to w takim stopniu dokładności, jaki jest celowy i technicznie wykonalny, w drugim etapie przeprowadza się analizę tego stanu w oparciu o następujące kryteria:

1) Wystrzeganie się rzeczy zbędnych zarówno w liście opracowań, jak również w liście danych i na odwrót oraz uzupełnienie nie posiadanych, a potrzebnych opracowań czy danych.

2) Uzgodnienie rytmiczności opracowań nawzajem ze sobą powiązanych d_i oraz informacji.

Samo tylko przyjęcie tych dwu warunków, które odpowiadają ogniwom $2 \rightarrow I \rightarrow D$ schematu, pokazuje niektóre najbardziej interesujące stosunki wzajemne. Można znaleźć rozwiązania, do których nie wchodzą żadne dane wejściowe lub do których wchodzą stare, nie odpowiadające aktualnemu stanowi R lub odwrotnie - określamy dane, które nie wchodzą do rozwiązania, tzn. nie są potrzebne. Usunięcie tych braków już samo w sobie bez automatyzacji stanowi mocny element racjonalizacji schematu zarządzania.

Tu możemy posługiwać się metodycznymi środkami, znanymi z CPA, zarówno przy opracowywaniu schematu sieciowego, jak przy takim czy innym stopniu dokładności, jak również przy eliminowaniu opracowań pomocniczych itd.

Poszczególne opracowania d_i są węzłami tej sieci i czas opracowania danych odpowiada czasowi działalności w sieci drogi krytycznej.

W tym momencie łączy się listy opracowań i danych z listami komórek organizacyjnych, szczególnie w kolumnie mocy poszczególnej komórki. Można pokazać formułę mocy całej sieci organizacyjnej z warunkiem jej stabilności. Formuła ta zawiera czynniki liczby przetwarzanych informacji, współczynniki nakładów pracy maszynowej lub ręcznej oraz rytmiczność całego procesu zarządzającego.

Wszystkie dane wejściowe dla tej formuły znajdują się w listach opracowań i danych.

3) Następną, niezmiernie ważną zasadą analizy jest przyjęcie techniki matematycznego modelowania decydujących procesów. Tu jako proces decydujący mamy na względzie zjednoczenie poszczególnych d_i, np. w modelu analizy strukturalnej lub w modelu programowania matematycznego itd. Nie będziemy tutaj zajmowali się matematycznym modelowaniem zjawisk ekonomicznych bardziej szczegółowo, ponieważ jest ono znane. Przytoczymy jedynie pewne przykłady wpływu tych modeli na nasz system i jego elementy określające. Przede wszystkim pojawia się tu integracja poszczególnych opracowań cząstkowych w jednorodne zadanie. Integracja ta wiąże się zarówno ze zmianami struktury, jak również rytmiczności niezbędnych potoków informacyjnych. Po drugie - matematyczny model jest jakimś wzorcem dla organizacji całego systemu informacji. Ponieważ jest tu mowa o organizacji danych większego rozmiaru, trzeba podkreślić, że najbardziej dogodna jest forma modeli macierzowych. Struktura modelu macierzowego jest również bardzo wygodna z punktu widzenia zawartości I z naszego schematu. Jak już powiedziano, zawartość I - to informacja o zasadniczych, pierwotnych czynnikach, zawartych w zestawieniu R. Z drugiej strony wiadomo, że konstrukcja ekonomicznych modeli macierzo-

wych jest zbudowana na prostych normach nakładów pracy żywej i uprzedmiotowionej, co w pełni odpowiada treści I.

Przy analizie można przebadać dane, które mają powiązania z E. Jeżeli np. te więzi systemu z E są wypełnione takimi informacjami, które nie wchodzą do systemu rozwiązań, wówczas wygodnie jest skrócić drogę takich informacji w systemie, tzn. nie wprowadzać ich do większej liczby opracowań.

Po przeprowadzeniu analizy list opracowań i danych,w których wyeliminowano rzeczy zbędne a uzupełniono elementami brakującymi, a także połączono rytmiczność podstawowych prac z rytmicznością wskaźnika informacji ekonomicznej, w których odzwierciedlają się integrujące wpływy modeli macierzowych, trzeba następnie przystąpić do wydania listy programów. Ta lista stanowi projekt kompleksowej automatyzacji zarządzania w tym sensie, w jakim określamy funkcję całego systemu zarządzającego, tzn. przede wszystkim w zapewnieniu łączności poszczególnych opracowań cząstkowych, wypełniających proces zarządzania. Podobnie jak niniejsza wypowiedź dotyczy problemów automatyzacji procesu zarządzania gospodarczego - pokażemy niektóre właściwości systemu, znane dokładniej z listy programów.

Z opisu struktury listy programów wynikają te kierunki wpływu automatyzacji na proces zarządzania gospodarczego:

1. Treść kolumny 2, tzn. przyłączenie określonej liczby d_i do identycznego programu, tworzy dalszy stopień integracji elementów zarządzania gospodarczego.Z pierwszym stopniem integracji zapoznamy się w przypadku cząstkowych d_i do modelu macierzowego. Teraz trzeba jednak powiedzieć, że połączenie określonej liczby poszczególnych opracowań z listy I w jeden program nie może być wykonane mechanicznie, a jedynie w zależności od mocy maszyny matematycznej.

Połączenie poszczególnych opracowań w jeden program jest wynikiem jakościowej analizy ekonomicznej. Wraz z zapewnieniem łączności na zasadach ekwiwalencji wchodzących i wychodzących informacji poszczególnych opracowań trzeba mieć jeszcze na uwadze fakt, że połączeniem kilku d_i w jednolity program łączy się także ich rytmiczność i podporządkowuje się im przynależne informacje.

2. Treść kolumny 3, tzn. opis rytmiczności odpowiadających programom,na pierwszy rzut oka działa przeciw tendencji do integracji wyższego stopnia, opisanej poprzednio. Pierwszy zestaw listy opracowań zawierał komplet możliwych terminów poszczególnych opracowań cząstkowych,które stopniowo łączą się we wspólną rytmiczność; w ten sposób następuje ich stopniowa integracja. Wszelkie przystosowanie integracji prowadzi jednak w zasadzie do większego lub mniejszego wplecenia tych metod przetwarzania informacji, które istnieją do tej pory, do istniejących metod zarządzania. Jeśli zestaw listy programów kontynuuje tę tendencję, znaczy to, że automatyzacja przetwarzania danych gospodarczych wiedzie do dalszego łączenia rytmiczności zarządzania gospodarczego.

Obecnie jednak na rytmiczność zarządzania zaczynają wpływać również inne czynniki, na pierwszy rzut oka działające z drugiej strony, tzn. wpływ samej techniki maszyny matematycznej. Potem trzeba dokonać wyboru w zasadzie trzech głównych alternatyw przy przetwarzaniu rytmiczności: w pierwszej kolejności zasadniczym czynnikiem rytmiczności jest rytmiczność pierwszego ogniwa schematu, tzn. $R \Rightarrow I$. Rytmiczność tego ogniwa powinna podporządkować się zarówno rytmiczności pracy maszyny, jak i rytmiczności zarządzania. Takie stanowisko zbliża się do zasady zarządzania w realnym czasie i bierze pod uwagę konstrukcję maszyny, jeśli chodzi o urządzenia pamięciowe.

Jako czynnik podstawowy można także określić rytmiczność pracy EMM i tej rytmiczności podporządkowuje się rytmiczność pozostałych ogniw schematu, tzn. i źródła informacji i samego zadania. W praktyce wszystko podporządkowuje się warunkom technicznym; cel podporządkowuje się posiadanym środkom. Ta metoda jest najmniej celowa, ale najwygodniejsza w praktyce; odpowiada ona fetyszyzacji maszyny. Wreszcie trzecia metoda oznacza, że zarówno rytmiczność źródła, jak również rytmiczność pracy maszyny matematycznej podporządkowują się koniecznej rytmiczności zarządzania. Realizacja tej metody jest najtrudniejsza.

3. Kolumny 5, 6 i 7, tzn. nosiciele wejściowi i wyjściowi oraz postać urządzenia pamięci określają nosiciele informacji przy przekazywaniu informacji i przy jej przechowywaniu w urządzeniu pamięciowym. Im większa jest objętość informacji na nosicielach i w urządzeniach pamięciowych w zestawie maszyny matematycznej, tym większa jest konieczność oderwania przetwarzania informacji w procesie zarządzania gospodarczego od samego podmiotu zarządzania, od człowieka.

Ten fakt może mieć negatywny aspekt psychologiczny, co trzeba mieć również na uwadze;

4. Lista programów, która stanowi projekt kompleksowej automatyzacji, wydaje się być w dobie nowoczesnych maszyn nie do zastosowania. Dzisiejsza sytuacja wymaga stopniowego wprowadzania automatyzacji do zarządzania gospodarczego w poszczególnych zagadnieniach, tzw. agendach. I ten postulat może stać w kolizji z kompleksowością przenoszenia list opracowań i danych do list programów.

Jednakże jeśli bardziej szczegółowo zbadamy stosunki wzajemne między listami cząstkowych opracowań i danych z jednej a listą programów z drugiej strony, wówczas przekonamy się, że sama kompleksowość automatyzacji jest zawarta już w listach opracowań i w możliwościach przekazu pewnej części listy opracowań do list programów z całkiem nam już wiadomymi zmianami rytmiczności i integracji. U podstaw kompleksowości w liście opracowań leży zasada, że wszelkie cząstkowe opracowanie danych posiada własne, określone, przedmiotowe i czasowe zbliżenia sąsiedzkie; sąsiadujące opracowania i fakt, że przez określenie koniecznych postaci informacji i ich właściwości realizuje się łączność tych cząstkowych opracowań. Lista programów spełnia w stosunku do listy opracowań tę rolę, że do poszczególnych opracowań przybliża się mechaniczną, zautomatyzowaną formę. Znaczy to, że możemy stopniowo automatyzować te opracowania, gdzie jest to niezbędne lub możliwe, jeśli chodzi o techniczne warunki i stopień przygotowania zadań. Podstawowy charakter kompleksowości jest w liście zachowany. To oznacza, że na początku rozwiązywania postawionego zadania zastosowania maszyny matematycznej do praktyki zarządzania gospodarczego lista programów może być przyjęta nie w całym zestawie, a np. w kolumienkach 8 i 9 tej listy, tzn. w opisie poprzednich i następnych programów zakreśla się ręczne formy opracowania zamiast programów łączących się. Ten fakt kombinowania opracowań ręcznych i maszynowych można mieć także w zapasie.

W takim jednak przypadku, kiedy już wszystkie opracowania cząstkowe z listy opracowań są przeniesione do listy programów, nie możemy jeszcze mówić o kompleksowej automatyzacji całego procesu zarządzania, a to z dwu powodów:

po pierwsze: w liście opracowań są oznaczone te opracowania, które posiadają charakter jakościowy, a które nie dają się zmechanizować;

po drugie: jak widać, na bazie technicznej nie można w żadnym przypadku zbudować jednego, jedynego programu dla całego procesu zarządzania gospodarczego. Niezbędność cząstkowych opracowań oznacza także konieczność ich powtórnego połączenia, konieczność rozwiązywania w postępującym programie, wprowadzenia ich do maszyny itp.

Prace te, mające w ogóle charakter drugoplanowy, na pierwszy rzut oka są opracowane przez człowieka, mimo zautomatyzowanego procesu. Ale w teorii programowania dla EMM opracowano taką metodę, która daje automatyczne łączenie programów częściowych.

Metodę tę nazywa się metodą składanego programowania. Stosując tę metodę można dalej podnieść stopień automatyzacji procesu zarządzania gospodarką.

Wypada jeszcze powiedzieć, w jaki sposób można realizować analizę systemową, prowadzącą do skonstruowania projektu automatyzacji. Na wstępie trzeba zaznaczyć, że zestawienie list jest pracą jednoczesną. Po dokonaniu tej czynności należy zatroszczyć się o ich aktualność. Ponieważ listy opracowań i danych mogą zawierać kilka tysięcy elementów, zestawienie tego typu list nie jest możliwe bez wskazówek metodycznych.

Metodyczne podejście do opracowania podobnych list polega na stosowaniu metod analizy drogi krytycznej: powołaniu specjalnego kolektywu (teamu) fachowców współdziałających ze specjalistami kierującymi na miejscu. W opracowaniu analizy niezbędny jest udział pracowników kierowniczych - ekonomistów, którzy z całą odpowiedzialnością mogą określić cele zarządzania. Wydaje się, że takie metody kolektywnej pracy analitycznej łączą się z upowszechnianiem metod operatywnego badania i upowszechnienia automatyzacji.

Inny możliwy sposób polega na tym, że drugi krok w pracy nad listami (tzn. ich analiza) jest zautomatyzowany. W Czechosłowacji poczynimy próby określenia zasad algorytmizacji analizy list. Wydaje nam się jednak, że trzeba będzie dokonać kombinacji środków algorytmicznych z metodami niealgorytmicznymi, logicznymi, aurystycznymi. U podstaw pracy legnie kombinatoryczna analiza skomplikowanych sieci.

LITERATURA

[1] Processy regulirowanija w modeljach ekonomiczeskich sistem, Sbornik statiej, Izd.inostr.lit., Moskwa 1962.
[2] Sistiema ekonomiczeskoj informacji,Naucznyj seminarji,Moskwa 1963.
[3] Vlček, Nováková, Outrata, Svoboda: Řešeni ekonomických úloh na samočinných počitačich, Praha, SNTL.
[4] Vlček: Ekonomické informace, Praha, SNTL.

JÓZEF ŁUKASZEWICZ
Uniwersytet Wrocławski – Wrocław

EKONOMICZNA TEORIA INFORMACJI
(streszczenie referatu)

Zaledwie kilkanaście lat upłynęło od opublikowania pracy Shannona określającej podstawowe pojęcia i zagadnienia teorii informacji. Mimo tak krótkiego okresu, który minął od jej narodzin, shannonowska teoria informacji może być już dzisiaj nazwana klasyczną. Przymiotnik "klasyczna" usprawiedliwiony jest precyzyjnym, aksjomatycznym opracowaniem podstaw teoretycznych (głównie dzięki pracom Chinczyna i Feinsteina) i licznymi zastosowaniami w teorii komunikacji, językoznawstwie i innych dziedzinach nauki. Użycie tego przymiotnika wynika natomiast z faktu, że na gruncie teorii decyzji i teorii gier wyrasta niezależnie inna teoria informacji.

Podstawowym pojęciem klasycznej teorii informacji jest ilość informacji przekazywanej przez kanał komunikacyjny. Ta wielkość wyznaczona jest całkowicie przez rozkład prawdopodobieństwa możliwych sygnałów na wejściu do kanału i przez warunkowe prawdopodobieństwa odbioru różnych sygnałów na wyjściu, przy ustalonym sygnale wchodzącym do kanału. Ilość przekazywanej informacji jest natomiast całkowicie niezależna od tego, czym są sygnały odebrane i jak jest wykorzystana przesyłana informacja. Ta cecha klasycznej teorii informacji czyni ją mało przydatną w badaniach ekonomicznych. Każda działalność ekonomiczna ma przecież wyraźnie określony cel i każdorazowe powzięcie decyzji ekonomicznej powinno być oparte na dostępnej informacji o rzeczywistości. Na podstawie tej informacji powinniśmy wybierać takie postępowanie, które pozwala oczekiwać maksymalnego efektu gospodarczego. Stąd wynika potrzeba nowej, ekonomicznej teorii informacji, której podstawowym pojęciem będzie wartość informacji (lub ogólniej – wartość struktury informacyjnej) w konkretnym zagadnieniu ekonomicznym.

W oparciu o prace J. Marshaka w referacie przedstawiony będzie zarys ekonomicznej teorii informacji. Następujące pojęcia podstawowe i definicje będą szczegółowiej omówione w pełnym tekście referatu:

x – stan rzeczywistości;
X – zbiór możliwych stanów rzeczywistości;
y – informacja o stanie rzeczywistości;

Y – zbiór wszystkich możliwych informacji;

η – struktura informacyjna (funkcja określona na elementach x zbioru X i przyjmująca wartości y ze zbioru Y: $y=\eta(x)$);

a – akcja;

A – zbiór możliwych akcji;

α – strategia (funkcja określona na elementach y zbioru Y i przyjmująca wartości a ze zbioru A: $a=\alpha(y)$);

$\varphi(a,x) = \varphi\{\alpha[\eta(x)], x\}$ – użyteczność akcji a przy stanie rzeczywistości x;

π – rozkład prawdopodobieństwa a priori na zbiorze X;

$V(\eta,\alpha;\varphi,\pi) = \int_X \varphi\{\alpha[\eta(x)], x\}\, d\pi$ – oczekiwana wartość użyteczności strategii α przy określonej strukturze informacyjnej η;

$u(\eta;\varphi,\pi) = \underset{\alpha}{\text{maximum}}\; V(\eta,\alpha;\varphi,\pi)$ – użyteczność struktury informacyjnej η;

η_0 – zerowa struktura informacyjna ($\eta_0(x)$ = constans);

$w(\eta;\varphi,\pi) = u(\eta;\varphi,\pi) - u(\eta_0;\varphi,\pi)$ – wartość struktury informacyjnej η;

W referacie podane będą proste przykłady zagadnień ekonomicznej teorii informacji i pokazane będą pewne różnice i podobieństwa obu teorii.