# ALGEBRA

CZYLI

*NAUKA O RACHUNKACH LITERALNYCH*

# ALGEBRA

CZYLI

*NAUKA O RACHUNKACH LITERALNYCH*

# ALGEBRA

CZYLI

## NAUKA O RACHUNKACH LITERALNYCH

Porządkiem do każdego zrozumienia przystosowanym we dwóch Częściach

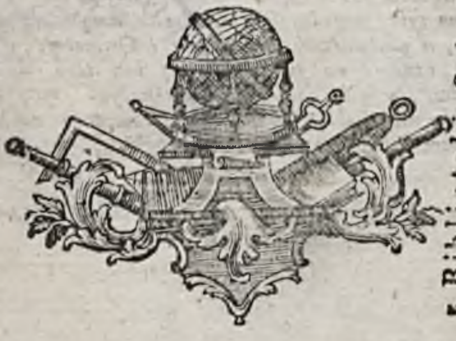
UŁOŻONA

A ciekawemi i użytecznemi Przykładami

OBIASNIONA

PRZEZ

X. ANDRZEIA SEBASTYANA USTRZYCKIEGO
*Scholarum Piarum.*





w WARSZAWIE 1778.

w Drukarni J. K. Mci i Rzeczypospolitey
u XX. *Scholarum Piarum.*

L' Algebre est aujourd'hui indispensable. Elle procure tant de commodités dans l' acquisition des Sciences surtout de l' Arithmétique & de la Géometrie, qu'en s' opiniâtrant a se passer de cet instrument, on pourrait les étudier toute sa vie, & y être fort médiocre, quoique l' on eût un trés-bon esprit.

*Mr. de la Chapelle. Instit. de* Geometr. *pag.* 259.

*Algebra iest dziś nieuchronnie potrzebna. Dostarcza ona tyle wygodnych sposobów do nabywania umieiętności, a naybardziey Arytmetyki i Geometryi, iż ktoby się usadził na to: ażeby się bez tego narzędzia obchodził, mógłby cale życie swoje nabywać tych Nauk, a być w nich bardzo pomiernym, chociażby naylepszym dowcipem był obdarzony.*

# DO
## *JASNIE WIELMOZNEY*
## JMCI PANNY
# KUNEGUNDY
## *HRABIANKI*
# KOMOROWSKI
## STAROSCIANKI OCHOZKIEY.

DO *ofiarowaney Ci przed dwiemi laty Pierwſzey Części Algebry przeze mnie ułożoney przyłączając dziś Część Drugą z pod praſy wychodzącą, całe Dzieło TWOIEM, PRZEZACNA HRABIANKO, Jmieniem chcę mieć zaſzczycone. Dla CIEBIE bowiem i BRACISZKA TWEGO ( którym w dawaniu początkowey edukacyi miałem honor ſłużyć ) Dzieło to ułożone, na TWOIE i GODNYCH RODZICOW TWOICH żądanie, za łaſkawem JCH przyłożeniem ſię, na publiczny widok i powſzechny pożytek wyſzłe wſtydziłoby ſię pokazać przed światem bez wypiętnowanego na czele ſwem JMIENIA TWEGO, godne z tey ieſzcze miary piętna tego, żeś TY pierwſza doświadczeniem właſnem dowiodła: iż Algebra tak ułożona nie ieſt, iak ſię zdawała przedtem, niedoſtępną i rzadko komu udzielającą ſię umiejętnością; ponieważ TYS ją z rękopiſmać ieſzcze dawaną przy tylu innych naukach i zwyczaynych zabawkach TWOICH w przeciągu*

*dwu*

*dwu miesięcy przebiegła i tak sczęśliwie zrozumiała, iż CIĘ dziś nayzawilszych Zagadnień rozwiązywanie bynaymniey nie zatrudni. Postępek ten Damy wtenczas dopiero czternastoletniey będzie żywym w poźne czasy dowodem dla pilnych Kawalerów, że mogą, a wyrzutem dla gnuśnych, że nie chcą w tak ułatwioney a im daleko potrzebnieyszey nauce równym TWOIEMU krokiem postępować. Osoby zaś płci i urodzenia TWEGO brać będą wzór z przykładu TWOIEGO: czemby się pożyteczniey za dzienne i nocne Romansow czytanie zabawić mogły. A ieżeli ani Algebra z Arytmetyką i Geometryą, w których TY się kochasz, ani ięzyk Łaciński, ktorym Ty się pięknie tłumaczysz i Dzieła tłumaczenia Twego wydajesz, (*) nic iest w modzie i guście teraźnieyszey obojey płci Młodzieży Narodowey; przystałoby Jey i na lepsze wyszło, zabrać smak do tych przynaymniey umieiętności, które i każdemu wiekowi służą i płeć każdą zdobią, iakiemi powszechnem zdaniem są Dzieje ludzkie, Nauki Krajopisarskie, Moralne i Filozoficzne, nakoniec języki żyiące, a z tych nayprzydatnieyszy Francuski, Niemiecki, Włoski; w ktorych nabywaniu iżbyś iak naywięcey naśladowcow i naśladowniczek ochoty i ciekawości TWOIEY miała, to iest moie, to każdego dobrego obywatela, to Oyczyzny samey sprawiedliwe żądanie.* Jestem z powinnym respektem.

J. W. WMć PANNY DOBRODZIEYKI

*Nayniższym Sługą*

X. A. S. Ustrzycki S. P.

[*] *Dzieło przeniesione z łaciny na Oyczysty ięzyk przez tę Damę i wydrukowane iest pod tym tytułem:* Wybrane z Starożytnych Swieckich Pisarzów Dzieie.

# DO
# CZYTELNIKA.

POtrzeba i pożytek Algebry, a zdatnych do niey w Oyczystym Języku Ksiąg niedostatek mocną i skuteczną równie Tobie, Czytelniku, do zwartowania, iako mnie do ułożenia dzieła tego bydź powinny. Tento iest sztuczny klucz, którym się drzwi do świątyni Matematyki dziś otwieraią, toto naydoskonalsze drobnowidno, przez które rozumne oko nayskrytsze w rzeczach Fizycznych tayniki jaśnie widzi, tato naydziwnieysza w całym Nauk okręgu sztuka, która umieszcza i wyraża w kilku literach, czego inne nie zdołaią w Tomach. Jednym ona sposobem tysiączne

czne trudności ułatwia , iednem prawidłem bezlicznym przypadkom dosyć czyni , a całą roboty swey osnowę przed oczy kładąc , o niezawodności dzieła zaręcza. Bez niey ani nayprzestronnieysza pamięć nic obeymie , ani nayżywszy dowcip nie przeniknie tych summ i wielości , które nieuchronna dziś w biegu nauk Matematycznych potrzeba brać każe pod krédkę. Są tam ilkości nieokréślone , są iednegoż zapytania rozmaite warunki , są iednego przypadku na podobnych tysiąc podziały , są względy wiadomych rzeczy do nieznanych są związki odkrytych sz nayskrytszemi , których bez pomocy Algebry nayżywszy rozum nie docieçze. Przeto chcieć się dzisiay stać Matymatykiem bez Algebry , byłobyto chcieć bez oka bydź ostrowidzem. Lecz mnie tu kto zagadnie : azaż mało sławnych bez Algebry Matematyków starożytne i poźnieysze wieki wydały ? Euklides , Archimedes , Apolloniusz i inni, którémuż z tegowiecznych w tey nauce Xiążąt pierwszeństwa ustąpili ? były zaiste dowcipy , którym wynalazek , były , którym wzrost i wydoskonalenie swoie Matematyka winna, choć im się nie śniło o Algebrze. Na zarzut ten dosyć będzie odpowiedzieć : że natura tworzy, a sztuka uprawia i wydoskonala dowcipy. Silnie czyli machiny nie wlewają ludziom sił przyrodzonych, wzmacniają tylko od natury wlane , a przecię siły przyrodzone z nabytemi porównane ustawać muszą. . Daymy iakąkolwiek

kolwiek bytcż nayproſtſzą silnią do dźwigania, albo windowania ciężarów ſporządzoną, daymy, nie mówię, mocnemu człowiekowi, ale dziecięciu tyle tylko mającemu mocy, ile do ruſzania ręką potrzeba, niemocy iednak tey machiną zasiloney żaden bądź naywiękſzy w świecie Mocarz odprzeć nie potrafi. Otoż żywe wyobrażenie Algebry. W dzieciństwie ona, że tak rzekę, ſwojém uſnadniała trudności, nad któremi siwe głowe przez tyle wieków daremnie ſię pociły. Po iey ziawieniu w mgnieniu oka wynalezione prawdy, które przed nią niedościgłą nigdy rozumowi zdawały ſię tajemnicą. Nim ſię Algebra urodziła w głowie Wietty, a na łonie Kartezego wychowała, wielkiém było dziwem, miernym ſtać ſię Geometrą, dziś, gdy w nayſławnieyſzych Akademiach doyrzewa, nie trudno za iey pomocą wielkim dorazu Matematykiem i Filozofem zoſtać. Przeświadcza nas o tey prawdzie przykład za naſzey pamięci zgaſłego Leybnicego. Był ten Mąż bez Algebry zaledwie oświeconym, z Algebrą ſtał ſię światłem nayoświeceńſzego wieku. Nie znać ſię tedy dziś z tą nauką, byłoby to gościem bydź w przysiąku innych nauk, i nie chcieć ſię nigdy z niemi oſwoić i zpoufalić, azatem byłoby to pokrzywdzać ſiebie i ſpołeczeńſtwo ſwoie uymą tylu potrzebnych i użytecznych wiadomości. Co do mnie wydając w Oyczyſtym Języku to dzieło, tuſzę ſobie: że Rodakom mo-

im

im ſkutecznie zalecę Algebrę. Nauka potrzebna dla iednych, użyteczna dla drugich, dla wſzyſtkich ciekawa, a ta ieſzcze w Polſkim ſtroju na widok wychodząca chyba ślepego, albo krzywego oka obrócić na ſiebie nie potrafi. Jaſne i proſte wnet ſię tu wlepi, gdyż wnet upatrzy: czego w innych Książkach próżno ſzuka. Prócz młodzieży edukacyą biorącey znaydzie tu Podſkarbi, Ekonom, Prawnik, Kupiec, Rolnik, Miernik, Budowniczy obfite korzyści ſwych zrzódło. Ci, którym opatrzność w wydziale majątków nieruchome dobra nadała, naywięcey pożytku mogą dla ſiebie i dla ſwych poddanych ſtąd wyczerpnąć. Jleżto zamieſzań w dzierżawach i dziedzictwach częſto zdarzne kupna, przedaże, zaſtawy, arędy i inne zamiany zwykły ſkutkować? Trzeba tam ſprawiedliwych rozmiarów, trzeba rachuby niekrzywdney, a wieleż dziś i jakich w kraju Mierników i Rachmiſtrzów mamy? Ztrudnością ich doſtajemy, z koſztem ſprowadzamy, a z pokrzywdzeniem częſtokroć właſnem wierzyć im muſiemy. Nie doświadczalibyśmy zaiſte tych ſkutków, gdybyśmy w Algebrze i w zaſadzonem na niey Ziemiomiernictwie ſami mieli doświadczenie. A ieżeli dotąd brak w naſzym, a nieporządny układ Algebry w obcych językach trudną tę i prawie niedoſtępną naukę czynił Polakowi; mieć ią teraz będzie na tok języka ſwego przerobioną i z buynych

owych

owych wyplenioną zawad, które od rozpoczętego iey uczenia się odstręczały. Przedtém Uczniowie Algebry widząc na pierwszym iey wstępie pracowite rachunki literalne, a pracy tey żadnych użytków długo nie widząc, tracili serce do dalszego w niey ćwiczenia się i błędném uprzedzeni rozumieniem: że tak i owoce, iak korzenia tey nauki są gorzkie, wcale ią zarzucali; teraz wprzód prawie owoców iey zakosztuią, niż się dotkną korzeni. W pierwszych bowiem zaraz początkach Algebry wielorakie iey zażycie pokazuię, po krótkim wykładzie zwyczaynych Rachunków początkowych przystępuiąc do rozwiązywania Zagádnień czyli Problematów prostych w tę nadzieię; że uczniowie Algebry skoro pierwszy, że tak rzekę, rzeczoney nauki próg przestąpią, a powabne w niey i pożyteczne rzeczy zoczą, zabiorą chęć do niey, i w przysiąku iey rozgościwszy się, raczą wnisć do samego przybytku. A że naywiększą do postępku w Algebrze zawadą zdawał im się być Rachunek Wykładniczym i Sciennym czyli Radykalnym zwany, przeto, że uważnieyszey myśli i roboty dłuższey wyciąga, ten ia więc do drugiey dzieła moiego części odłożyłem, pochlebuiąc sobie: że nowi Rachmistrze literalni pożyteczną pierwszey części łatwością zachęceni wkroczą z ochotą do drugiey trudnieyszey nieco, ale i pożytecznieyszey iako do głębszey Matematyki i Filoi Filozofii nieuchronnie potrzebney. W obydwóch iuż częściach przyftępuiąc do pomiarów czyli ekwacyi cząftek w dziale Algebry nay-pięknieyfzych i niby kofztownych narzędzi do różnych wynalazków fporządzonych, któremi wfparty dowcip, rzeczy nad właśne prawie siły wyżfzych bez mozołu głowy i wysilenia myśli dochodzi; ofzczędny tam przepisów, a obfity przykładów zbiór położyłem, z doświadczenia maiąc upewnienie: iż równie Algebry, iak innych umieiętności prędzey liczne przykłady, niż długie przepisy nauczą. Rezolucye fame zebranych w wielkiey liczbie Zagadnień Rachmiftrza nowego za rękę niby poprowadzą do zamierzonego celu, gdyż i dokładnie fą wyfzufzczone i po większey części fzczególne, czyli do każdego zosobna zapytania przyftosowane. Ogólne bowiem fpofoby rezolwowania ani z poiętnością zaczynaiących, ani z zwyczaynym ich fpofobem myślenia nie zdawały mi fię bydź zgodne. Zadawać Problema w powfzechnych wyrazach tym, którzy nie fą przyzwyczaieni z wyobrażonych na umyśle fwym rzeczy fzczególnych wyrabiać wyobrażeń ogólnych, nie-byłożbyto raczey zaciemiać, niż obiaśniać ich rozum, a chęć do tak piękney nauki w wieczny wftręt zamieniać? Nie przeczę wprawdzie: że myśl nafza tey ieft dzielności, iż z iednego przypadku fetnych innych poiedynczo i naftępnie dochodzi, i dlatego zwyczay-

ne

ne wyrazy Algebraiczne powſzechnemi nieiako mogą bydź nazwane; te iednak nie ſą tylko kopijami pierwſzego owego w ſzczególności wyobrażenia, które że ſzczególnem było, ſtało ſię ich oryginałem. Do takich tedy wyobrażeń myśl z natury ſporządzoną chcąc lepiey przyſpoſobić; w rozwiązywaniu Zagadnień na ſzczególne przypadki ſzczególne także dawać będę rezolucye, i nie pierwey tu owdzie ogólne podtrącę, aż przez uſtawiczność pierwſzych, do drugich zwolna myśl ſię uſpoſobi. Nic już zatém nie zoſtaje, Czytelniku, tylko, żebyś Dzieło tak wyſtawione za winney ode mnie tobie i innym ziomkom moim przyſługi zadatek mile przyiął, a omyłkom w drukowaniu pod niebytność mą Pierwſzéy zwłaſzcza Części zaſzłym łaſkawie wybaczył.

# OMYŁKI

## W DRUKU ZASZŁE.

| Karta. | Wiersz. | *Omyłka.* | *Czytay.* |
|---|---|---|---|
| 15 | 23 | 7a— 1 | 7a—x |
| 24 | 2 | literalne i poiedyńcze | literalne poiedyńcze i wielokrotne |
| 30 | 4 | $-4x^2$ | $-4x^2y$ |
| 38 | 8 | odciągaiąc współczynników | odciągaiąc wykładników |
| - | 16 | podzielnym | dzielniczym |
| 44 | 2 | Wieloraz a+b+c | a+b— c |
| 47 | 14 | $4x^2 - 2xy$ | $4x^2-4xy$, |
| 63 | 14 | przez toż i | przez toż 1 |
| 65 | 3 | mnożysz inne terminy | dzielisz inne terminy |
| 69 | 13 | —d =a | —d =4a |
| 71 | 4 | są współczynnikami | są z współczynnikami |
| 72 | 21 | za litery założone liczby | za liczby założone litery |
| 91 | 2 | =77 | = 67 |
| - | 13 | za dzień 6 | za dzień b |
| - | 14 | 6x | bx |
| 93 | 9 | $\frac{90}{139}$ | $\frac{90}{10}=9$ |
| 103 | 9 | $\frac{1152000a}{240000x}$ | $\frac{115200a}{24000x}$ |
| 121 | 2 | więcey niż w dziesięcioro | więcey wdziesięcioro |
| 125 | 10 | x+y =a | x—y =a |
| - | 11 | x =a—y | x =a+y |
| 134 | 3 | w pierwszym i drugim | w pierwszym i trzecim |
| - | 4 | x =a—y =c | a—y =c |
| 137 | 6 | 415 =60 | 4x15 =60 |

| Karta. | Wiersz. | *Omyłka.* | *Czytay.* |
|---|---|---|---|
| 273 | 4 | $5x+3$ | $5x+4$ |
| - | 26 | proporcyi | Propozycyi |
| 281 | 21 | nayprzod 100 | naprzód od 100 |
| 310 | 17 | $-3^2y$ | $+3^2y$ |
| 312 | 14 | za $4x$ | za $4z$ |
| - | 23 | $x = 20$ | $z = 20$ |
| 316 | 11 | $x = y - t$ | $x = 2y - t$ |
| - | 15 | 41 | $4t$ |
| - | 27 | $z = 41$ | $z = 4t$ |

Jnne omyłki przeciw Ortografii źwłaszcza, sam Czytelnik łatwo poprawi.

| Karta. | Wiersz. | *Omyłka.* | *Czytay.* |
|---|---|---|---|
| 137 | 8 | $= 2x5 + 1x15 = 30$ | $= 15 + 2x15 = 30$ |
| 143 | 22 | $21 - 16 = 15$ | $21 - 16 = 5$ |
| 147 | 4 | $3a = 5y$ | $4a = 5y$ |
| - | 5 i 6 | $y = \frac{3a}{5}$ czyli $\frac{270}{5} = 54$ | $y = \frac{4a}{5}$ czyli $\frac{360}{5} = 72$ |
| 149 | 7 | $2x - z$ albo $x = \frac{z}{2}$ | $2x = z$, albo $z = \frac{x}{2}$ |
| 152 | 8 | przenosząc c | przenosząc 5 c |
| 155 | 10 | Zł. 36 | Złł. 56 |
| 157 | 29 | hallerzów 512 | hallerzów 1024 |
| 158 | 13 | nieważaiącym | niedoważaiącym |
| 161 | 27 | 5 z 12 granami | 5 z 16 granami |
| 172 | 1 | $y = \frac{2040}{1028}$ | $y = \frac{2040}{1332}$ |
| 175 | 1 | $\frac{2296}{19422}$ | $\frac{1296}{19422}$ |
| - | 13 | ile | ila? |
| 178 | 3 | $= 21$ | $= 12$ |
| 189 | 10 | 78, których | 78, i miedź, któréy |
| 192 | 1 | $\frac{9}{25}$ | $\frac{9}{10}$ |
| 197 | 12 | 1400832 | 1394638 |
| - | 13 | $\frac{34154400}{1400832} = 24 + \frac{534432}{1400832}$ | $\frac{34154400}{1394638} = 24 + \frac{683088}{1394638}$ |
| 207 | 10 | $= 3$ funtom | $= 3$ funtom $+ \frac{1}{2}$ |
| 209 | 10 | $\frac{247}{60}$ | $\frac{249}{10}$ |
| 211 | 7 i 8 | $\frac{250}{2}$ | $\frac{2600}{2}$ |
| - | 9 | $240 - 120y$ | $2400 - 120y$ |
| - | 10 | $= 260$ | $= 2600$ |
| 212 | 3 | $16 + \frac{3}{10}$ | $16 . \frac{2}{3}$ |
| - | 5 | $\frac{9}{10}$ | $\frac{9}{20}$ |
| - | 7 | $6 - \frac{1}{2}$ | $6 + \frac{1}{2}$ |
| 216 | 1 | $\frac{205 + 192}{20}$ | $\frac{205 - 192}{20}$ |
| 217 | 2 | $x = 16 - 3 + \frac{1}{3} = 13$ | $x = 20 - 3 + \frac{1}{3} = 17$ |
| | 3 | $12 + \frac{3-1}{3} = 12$ | $16 + \frac{3-1}{3} = 16$ |
| 236 | 7 | $\frac{11}{33} - \frac{4}{24}$ | $\frac{11}{33} + \frac{4}{24}$ |
| 240 | 19 | danego srebra proby 13, | czystego srebra proby 16 |
| 259 | 6 i 7 | przeszło 3 łóty, lecz daymy, niech i drugie trzy łóty | przeszło ieden łót, lecz daymy niech i drugi łót, niech trzy łóty |

# ALGEBRY

CZYLI

*NAUKI O RACHUNKACH LITERALNYCH*

## CZĘSC PIERWSZA.

## *WSTĘP*

### DO ALGEBRY

*Wykład ſłow i znakow rożnych używanych w Algebrze.*

I.

ALGEBRA od Wynalazcy swego Geber Araba z przydatkiem Arabſkiego Artykułu al, czyli raczey od ſłow Arabſkich Al' i Giabr, sztukę rezolwowania znazących nazwana, ieſt nowy sposob rachunkow zynienia przez litery abecadła, ktore ſię zamiaſt zwyczaynych liczb używaią. Nazywa ſię inaczey Rachunkiem powszechnym (calculus universalis) pięknym sposobem rezolwowania (Analyſis speciosa) i taiemną rachubą (Symbolica Logiſtica.) W Europie pierwſi Vieta i Hariottus liter zamiaſt liczb zaczęli używać, a po nich Kartezyusz, Leybnicyusz i Newton tak tę naukę wydoſkonalili, że Algebra dziś kluczem do Matematyki i innych nauk ſtała ſię. Z troiakiego zaś powodu Wynalazcy Algebry, liter abecadłowych, zamiaſt charakterow liczb zwyczaynych używać zaczęli. 1. Ze zwyczayne liczby wyrażaią rzeczy tylko pewne, określone i wiadome, litery zaś wszelką rzecz, o ktorey można zapytać, ila ieſt, wyrażać mogą, a zatym wszelką rozciągłość wzdłuż, wszerz, wzwyż i głąb, wszelkie miary, wagi, ciężary, liczby, ruchy z własnościami onych, czasy z przeciągiem ich, iednym ſłowem: wszelką ilkość (quantitas) chocby ilkość owa niepewna nawet, nie określona i cale nie wiadoma była. 2. Ze w każdym rachunku literalnym i we wszyſtkich produktach z niego wypadłych, a literami także wyrażonych oczywiście daie ſię widzieć cały ſkład i każda z osobna część tych ilkości, ktore były rachowane, co ſię nie zdarza w rachubie liczb zwyczaynych. 3. Ze Algebra ogulne odkrywania niewiadomych rzeczy podaie prawidła, ktore rożnym szczegulnym przypadkom ſłużą, Arytmetyka zaś po-

pospolita na przypadki szczegulne szczegulnych także szuka i używa sposobow. A ztąd iawnie się pokazuie, że ta nauka powszechną iest, służącą do ułatwienia i obiaśnienia wszelkich innych, ktorych tylko celem i zabawą być może, ciał Fizycznych, i nieprzeliczonych własności tychże ciał, zgoła, ilkości wszelkich uważanie.

II. Ilkość (quantitas) dopiero opisana literami wyrażaiąca się, z rożnemi kłaść się zwykła znakami, a naypierwey z znakami dodania i odciągnienia. Znak dodania albo powiększenia iest + to iest: więcey, np. a + b; co się tak wymawia: a więcey b, znaczy zaś, że cena wyrażona przez literę a, iest zwiększona ceną przez literę b wyrażoną. Znak zaś odciągnienia czyli zmnieyszenia iest —, to iest: mniey, np. a — b, wymawia się: a mniey b, a znaczy, że cena litery a zmnieyszona iest ceną litery b, czyli, że cenę litery b odciągnąć trzeba od ceny litery a. Dwa te znaki są sobie przeciwne (signa contraria) pierwszy rzetelny czyli dodatny (signum positivum) drugi nie rzetelny, czyli odciążny (negativum.) Od tego dwoiakiego znaku ilkość dwoiakie bierze imię; iedna się nazywa rzetelna czyli dodatna (quantitas positiva) ktora znaczy więcey niż nic, to iest: rzetelną iaką cenę, przeto dodana do inney rzetelney ilkości, cenę iey powiększa; druga nierzetelna czyli odciążna (negativa) ktora mniey niż nic, to iest: dług albo brak czego znaczy, przeto zniesiona z inną rzetelną ilkością, cenę iey albo zmnieysza, albo zupełnie psuie. Wizerunkiem dwoiakiey tey ilkości może być dochod i dług. Wszakże dochod rzetelną iest i dodatną summą, gdyż twoie, ktore masz, powiększa pieniądze, dług zaś przeciwnie, summą iest nie rzetelną i odciążną, bo twoie pieniądze zmnieysza. Gdy np. odebrałeś dochodu 100. Czerwonych Złotych, a nikomuś nic nie winien, masz rzetelną summę Czerwonych Złotych 100, gdy zaś taką odebrawszy summę, winieneś 60, znosząc razem summę twoią z długiem, mieć będziesz Czerwonych Złotych 100 — 60, czyli mieć będziesz summę 100 zmnieyszoną przez 60, ktoreś winien, i ktore od 100 odciągnąwszy, wypłacić masz Wierzycielowi. Ale gdy nie maiąc żadnego dochodu, winien iesteś Czerw: Złot: 100, masz w samey rzeczy mniey, niż nic, to iest: dług Czerw: Złot: 100, i w większym zostaiesz niedostatku, niżeli ten, ktory ani dochodu, ani długu takiego nie ma. Zkąd oczywista, że między ilkością dodatną i odciążną środkuie nic, czyli o, gdyż cyfra dodana do rzetelney ilkości, ceny iey ani powiększa, iako ilkość dodatna, ani zmnieysza, iako czyni odciążna. Procz tych są inne ieszcze w Algebrze znaki.

Znak mnożenia iest × np. a × b znaczy, że cena literą a wyrażona, powinna się mnożyć przez cenę b; wymawia się zaś tak, a rozmnożone przez b. Znak dzielenia wyraża

się

ſię frakcyą, w ktorey ilkość podzielna, czyli litery do dzielenia dane kładą ſię na mieyscu Licznika, a Dzielnik, czyli ilkość dzielnicza na mieyscu Mianownika np. $\frac{a}{b}$, $\frac{aa}{ab}$, wymawia ſię: a podzielone przez b, aa podzielone przez ab, a znaczy, że a ma ſię podzielić przez b, aa zaś przez ab. Lubo dzielenie Algebraiczne i Arytmetycznym sposobem częſtokroć wyraża ſię, np. a | ab | b, co znaczy, że ab podzieliwszy przez a, za Wieloraz wypadnie b. Znak rowności między ilkościami ieſt = np. a = b, wymawia ſię a rowne b, znaczy zaś, że cena przez literę a wyrażona, rowna ieſt we wszyſtkim cenie wyrażoney przez b.

Znak większości ieſt >, mnieyszości zaś <, np. a > b, mowi ſię, że ilkość a większa od b, i znaczy tęż samę większość ceny w ilkości a nad b, przeciwnie a < b, mowi ſię i znaczy, że cena a mnieysza za b. Znak nieſkończoności ( infinitatis ) ieſt ten: ∞ np. a ∞ znaczy, że ilkość a ieſt nieſkończona.

Znaki te wszyſtkie od Arytmetycznych tym tylko ſię rożnią, że tam z ilkościami pewną liczbą wyrażonemi, a tu z literami nic przez ſię pewnego nie znaczącemi kłaść ſię zwykły, ale obrociwszy litery na liczby, za ktore ſię one pospolicie w rezolwowaniu osobliwie Problematow zakładaią, pewne zaraz wyrażą żą ilkości, daymy np. że $a = 6$, $b = 3$, będzie $a + b = 9$, $a - b = 3$, $a \times b = 18$, $\frac{a}{b}$, czyli $b \mid a \mid = 2$ i tak daley.

Znak proporcyi czyli rownego między ilkościami względu, dwoiaki ieſt. Znakiem proporcyi Arytmetyczney są 3. kropki ∴, ktore iesli proporcya ieſt rozdzielna (discreta) kładą ſię między drugą i trzecią ilkością rownowzględną np. a. $a+1$ ∴ 3. 4. co znaczy, że taki ieſt wzgląd a do $a+1$, iaki 3 do 4., czyli że tym mnieysza ieſt ilkosć a od $a+1$, czym mnieysze 3 od 4. Jeżeli zaś ta proporcya ieſt ciągła (continua) kładą ſię wzmiankowane kropki na początku przed pierwszą ilkością np. ∴ a. $a+1$. $a+2$. $a+3$. $a+4$. co znaczy, że czym ſię rożni a od $a+1$, tym $a+1$ od $a+2$, tym $a+2$ od $a+3$, i t. d.

Znakiem proporcyi Geometryczney są 4 kropki : :, ktore gdy ta proporcya ieſt rozdzielna, kładą ſię między drugą także i trzecią ilkością rownowzględną np. a. 2a : : 3a. 6a. znaczy że ilerazy a mieści ſię w 2a, tylerazy 3a umieszczone ieſt w 6a; gdy zaś proporcya ta ieſt ciągła, 4 owe kropki liniyką przekreślone na początku ſię kładą np. ∺ a. 2a. 4a. 8a. 16a. Znaczy, że ile razy a mieści ſię w 2a, tylerazy 2a w 4a, 4a w 8a, i t. d. Nadto w każdey proporcyi po każdym terminie rowno-

wzglę-

względnym kładzie się iedna kropka. Inni po dwie kropek kładą w proporcyi osobliwie Geometryczney rozdzielney, w ktorey też zamiast 4 kropek w śrzodku kłaść się zwykłych, używaią znaku rowności, tak w nastęnuiącym przykładzie: a : b=4 : 2. Co iedno wyraża iako i a. b : : 4. 2.

III. Ilkość dwoiaka ieszcze bywa, prosta i składana. Ilkość prosta (quantitas incomplexa) iest, ktora iedną literą, lub kilką liter wciąż bez żadnego znakow związku położonych wyraża się, np. ilkość a, albo, ac, albo acd, albo abcd, każda z tych może być ilkością prostą, skoro wyraźnego przed niemi nie będzie znaku ani odciążnego, ani dodatnego. Ilkość zaś składana (complexa) iest ta, ktora składa się że dwoch lub kilku liter związek z sobą przez znaki maiących np. a+b, albo ab—c+d, albo a+ba—cy+ad i t. d. Ilkość nie składana nazywa siępoiedyncza (monomium) iaka iest np. a, albo ab, albo acd. Składana zaś nazywa się wielokrotna (polynomium) to iest albo dwukrotna (binomium) iaka iest : a—b, albo trzykrotna (trinomium) iaka iest : x+y—z, albo czworokrotna (quadrinomium) iaka iest : ab+d—x+z. i t. d.

IV. Ilkości wielokrotney każda część znak swoy maiąca, terminem się nazywa. Termin zaś od znaku, ktory przed nim iest, bierze imię, i albo zowie się dodatny, gdy z znakiem+, albo odciążny, gdy z znakiem—

ieſt położony, tak ilkość $a+b-c-bd$ ieſt czworokrotna, czyli z 4 terminow złożona, dwoch dodatnych to ieſt: $a+b$, a dwoch odciążnych to ieſt: $-c-bd$. Jle razy zaś przed ilkością poiedynczą, lub przed pierwszym terminem wielokrotney ilkości nie kładzie ſię znak wyraźnie, zawsze tam domniemany ieſt znak $+$, i taka ilkość, albo iey termin miany bywa za dodatny tak, iak gdyby był z znakiem $+$, np. $ab$ iedno ieſt, co $+ab$, $a+b-d$ iedno, co $+a+b-d$. Przeciwnie gdy ilkość iaka, albo iey termin ma być odciążny, znak iey $-$ zawsze wyraźnie kładzie ſię, i kłaść ſię koniecznie powinien nawet przed pierwszym terminem ilkości wielokrotney np. $-ab+d$. Terminy, z ktorych ieden ieſt dodatny, drugi odciążny, nazywaią ſię rożno znaczne.

V. Liczba przed terminem iakieykolwiek ilkości położona np. $3a$, albo $12b$, albo $100x$, 3 przed $a$, 12 przed $b$, a 100 przed $x$ położone zowie ſię społczynnikiem (coeffiens) i znaczy 3 razy ilkość $a$, 12 razy $b$, 100 razy $x$ dodaną, a zatym $3a$ ieſt iedno co $a+a+a$. Gdzie zaś społczynnik liczbą wyrażony nie ieſt, tam domniemanym społczynnikiem zawsze ieſt 1 np. $a$ albo $ax$, iedno ieſt co $1a$, co $1ax$ i t. d.

VI Liczba zwierzchu ilkości literalney przypisana nazywa ſię wykładnikiem teyże ilkości (exponens quantitatis) np. w ilkości $a^2$ albo $x^3$, liczba wierzchołkowa tam 2, a tu a tu 3, ieſt wykładnikiem ilkości x. Wykłada bowiem, wiele razy ilkość x rozmnożona ieſt sama przez ſiebie, czyli do ktorego ſtopnia ieſt wynieſiona. Trzeba bowiem wiedzieć, że kiedy ſię ilkość iaka literą wyrażona sama przez ſiebie mnoży np. $a \times a = aa$, produkt ten aa, czyli $a^2$ (gdyż mnożąc ilkości, litery ſię łączą, o czym niżey) zowie ſię u Rachmiſtrzow czworogran (quadratum) albo ilkość do drugiego ſtopnia wynieſiona (secunda poteſtas,) a sama owa ilkość mnożna a, zowie ſię pierwszym ſtopniem albo ścianą (radix, latus) ten znowu czworogran $a^2$ przez ścianę swoię czyli przez a rozmnożony, uczyni sześciogran (cubus) czyli podnieſie ſię do trzeciego ſtopnia, i będzie aaa, czyli $a^3$. Lecz o tym obszerniey w drugiey Części. Tu tylko oſtrzegam, żeby kto nie rozumiał, iż np. 2a ieſt iedno co aa, albo $a^2$, gdyż 2a wyraża summę wypadłą z dodania $a + a$, zaś aa albo $a^2$ wyraża produkt wypadły z rozmnożenia a przez a, czyli $a + a = 2a$, zaś $a \times a = aa$ albo $a^2$. Nadto wiedzieć należy, że każda we wszyſtkich ilkościach litera nie maiąca żadney zwierzchu liczby przypiſku, za wykładnika domniemanego ma 1, i tak, a iedno ieſt, co $a^1$, ab iedno, co $a^1 b^1$ i t. d.

VII. Terminy ilkości wielokrotnych dwoiakie są, podobne (ſimiles) i niepodobne (diſſimiles.) Podobne terminy są, ktore z iednychże liter ſkładaią ſię, choć i znaki rożne,

żne, i wykładnikow odmiennych, i spółczynnikow maią nie iednakich, tak np. w ilkości trzykrotney $2ab + bd^3 - 2bd^2$ te dwa terminy $+ bd^3 - 2bd^2$ są sobie podobne, przeto tylko, że z iednych liter, to iest: z bd są złożone, choć i znak przed iednym iest +, przed drugim −, i społczynnik przed tamtym domniemany tylko 1, przed tym wyrażny 2, i wykładnik tamtego 3, a tego 2.

Niepodobne zaś terminy są, ktore się z odmiennych liter składaią, choć ta odmiana w iedney tylko iest literze, np. $abc + abd$; albo choć w iednym terminie są te wszystkie litery, co i w drugim, ale albo w pierwszym, albo w drugim inney ieszcze litery iedney lub więcey iest przydatek, np. $ab + abc$, i tak daley.

ROZ-

# ROZDZIAŁ I.

*O początkach Rachunkow Literalnych, to iest: o skracaniu, dodawaniu, odciąganiu, mnożeniu, i dzieleniu ilkości tak poiedynczych, iako i wielokrotnych, czyli o Redukcyi, Addycyi, Subtrakcyi, Multyplikacyi i Dywizyi Algebraiczney.*

## ZADANIE I.

*Jak ilkości wielokrotne skracać, czyli obracać na prostsze i krotsze terminy?*

### REDUKCYA I.

Zachować w tey mierze dwa potrzeba Przepisy:

PRzepis pierwszy: Terminy dane, i każdą w tychże terminach literę porządkiem abecadła ułoż, tak np. tę ilkość czworokrotną ba+—c—d+—cba według porządku abecadła ułożysz: ab+—abc+—c—d.

*Przepis drugi.* Uważay, ktore z tych terminow są sobie podobne, czyli iednemi literami wyrażone, a ktore niepodobne, czyli odmianę w literach maiące. 1. Jeżeli odmiana choć iedney litery iest w ktorych terminach, iuż terminow takich skrocić, czyli na krotsze obrocić nie można, zostać więc tak po-

powinny, iak są dane, tak ilkości za przykład daney: ab+abc+c—d, ſkrocić nie można, iako oczywiſta; zoſtanie więc, iak ieſt. 2. Jeżeli zaś są terminy podobne, uważać znowu masz, czy te terminy są iednoznaczne, czy rożnoznaczne, to ieſt: czy maią znaki przed sobą też same np. +, albo —, wszyſtkie terminy: czy też odmienne np. iedne +, a drugie —, lub przeciwnie. Jeżeli są iednoznaczne, łatwo ie ſkrocisz, czyli na ieden termin obrocisz, gdy społczynnikow wyraźnych lub domniemanych owych terminow, czyli liczby te, ktore przed każdym terminem na początku, albo przed pierwszą iego literą są położone, w iednę summę zbierzesz, a tę summę z literą albo z literami danemi raz tylko wziętemi napiszesz, tak np. maiąc ſkrocić tę ilkość $a+2a+5a$, dodawszy 1 (domniemanego społczynnika pierwszego terminu) do 2 i 5, a summę $=8$ z tąż literą a raz wziętą napisawszy, będzie $a+2a+5a=8a$. Podobnie: $2x+ab+4ab+7ab$ (gdzie pierwszy tylko termin nie podobny, a inne są sobie podobne) będzie $= 2x+12ab$. i t. d.

Nie inaczey i z znakiem odciążnym podobnych ilkości czyni ſię redukcya np. $x-3bc-2bc-bc=x-6bc$. Jeżeli zaś terminy podobne są rożnoznaczne, ſkrocisz ie, czyli zredukuiesz, społczynnika mnieyszego od większego odciągnąwszy, kiedy ilkość trafi ſię tylko dwukrotna, lecz kiedy z więcey terminow

minow będzie złożona, niż z dwoch podobnych, ſkrocisz ie, summę mnieyszą społczynnikow, od większey społczynnikow, przeciwnego znaku summy odciągnąwszy, a resztę z znakiem większey summy, i raz wziętemi literami napisawszy, i tak np. kiedy będzie $3ab-ab$, ſkrociwszy, zoſtanie: $2ab$, kiedy zaś ſię trafi: $8ab-2ab-3ab-ab$, summę $-2-3-1=-6$ odciągnąwszy od $+8$, czyli od 8, będzie: $=2ab$. Podobnie, kiedy ieſt: $5x+3x+2x-4x-x$, zebrawszy $5+3+2$ będzie $=10$, i znowu $-4-1$, będzie $=-5$, a odciągnąwszy 5 od 10, będzie $10-5=5x$. Na koniec: ieżeli terminow podobnych lecz przeciwne znaki maiących społczynniki są iednakie, zredukuiesz ie, gdy ie zmażesz np. $a+2b-2b=a$, także $x-4y-y+5y=x$.

## OKAZANIE.

SKracać czyli redukować terminy podobne nic innego nie ieſt, tylko albo ie dodawać, gdy są z iednymże znakiem np. $a+a=2a$, $-a-a=-2a$, albo odciągać, gdy z przeciwnemi są znakami np. $a-a=0$, $-a+a=0$, co przez ſię tak oczywiſta, że nie można o tym zawątpić. Obroćmy albowiem litery na liczby. Niech będzie np. $a=6$, będzie zatym $a+a=6+6=12$; $-a-a=-2a=-6-6=-12$; $a-a=0=6-6=0$, $-a+a=0=-6+6=0$, to ieſt: wzią-

wziąłeś raz 6, drugi raz 6, toć wziąłeś i masz 12. Wydałeś 6, i znowu 6, toć wydałeś, i iuż nie masz 12, co ſię wyraża przez znak $-12$. Wziąłeś 6, a wydałeś 6, albo wydałeś 6, i nie miałeś tylko 6, toć wydałeś wszyſtko, i nic ci ſię nie zoſtało, a zatym wyrażasz $6-6$, albo $-6+6=0$. Co wszyſtko wypływa z samey natury znakow, ktore gdy są iednakie, powiększaią ilkości, a zmnieyszaią, albo cale psuią, gdy są przeciwne. Co było do okazania.

## ZADANIE II.

*Jak ilkości poiedyncze i wielokrotne dodawać?*

### ADDYCYA II.

I. ALbo te ilkości podobne są, albo nie podobne. Jeżeli nie podobne, czyli odmiennemi literami wyrażone, dodawać ich inaczey nie można tylko wciąż pisząc z znakiem $+$ np. masz dodać b do a, będzie $summa=a+b$, podobnie dodaiąc $ab-c$, do $ad+cd$, będzie $summa=ad+cd+ab-c$, czyli: $ab+ad+cd-c$. Jeżeli zaś ilkości dane są podobne czyli z iednych liter złożone, uważać trzeba znaki, i naſtępuiące zachować przepisy:

*Przepis pierwszy*: Kiedy są terminy podobne, a znaki iednakie, to ieſt: albo wszyſtkie $+$, albo wszyſtkie $-$, zbieray, zacząwszy

wszy od lewey ręki w iednę summę wszyſtkich tak wyraźnych iako i domniemanych społczynnikow każdego z osobna terminu, a summę onych z tymże samym znakiem, i z literą albo z literami iednego z tych terminow podobnych kładź pod liniyką np. masz dodać ilkość trzykrotną $a+b-c$ do podobney ilkości: $3a+b-c$, ułożywszy iednę pod drugą:

$$\begin{array}{r} 3a+b-c \\ a+b-c \\ \hline 4a+2b-2c \end{array}$$

, i liniyką podkreśliwszy, dodaway pierwszych nayprzod terminow społczynnikow, będzie $1+3=4$, i summę tę z literą a raz wziętą napisz pod liniyką, będzie: $4a$, potym dodaway społczynnikow drugiego terminu, będzie $1+1=2$, a tę summę z literą b znowu pod liniyką napisz, nareszcie zbierz społczynnikow trzeciego terminu $1+1=2$, i z literą $2c$ podpisz, będzie ogulna summa $=4a+2b-2c$.

## INNE PRZYKŁADY.

I.

$$\begin{array}{r} 7a-1 \\ 3a-2x \\ \hline 10a-3x \end{array}$$

II.

$$\begin{array}{r} 4x-bc+a \\ x-5bc+4a \\ \hline 5x-6bc+5a. \end{array}$$

III.

$$\begin{array}{r} x+y-z-bd \\ 2x+y-3z-bd \\ 4x+2y-z-4bd \\ \hline 7x+4y-5z-6bd \end{array}$$

*Przepis drugi* : Kiedy zaś terminow podobnych rożne będą znaki, to ieſt: +—i—, odciągniy wspołczynnika mnieyszego terminu od wspołczynnika terminu większego, a resztę po tym odciągnieniu pozoſtałą z znakiem większego terminu i z literami, ieżeli ich kilka ieſt, albo z iedną literą tegoż terminu pod liniyką napisz, a ieźli kilka terminow podobnych rożnoznacznych ieſt, tedy mnieyszą summę wspołczynnikow odciągniy od większey, i resztę, iak pierwey napisz, będziesz miał summę pozoſtałą; Jeżeli na koniec summy owe wspołczynnikow są sobie rowne, zmaż ie, np. maiąc dodać x—ab+—4cb+—a do 2x+—3ab—cb—a, nayprzod podpisawszy terminy podobne pod podobnemi tym sposobem: - - - - - 2x+—3ab— cb—a
zbieray, zacząwszy od le- x— ab+—4cb+—a
wey ręki; gdzie ponieważ ——————————
pierwsze terminy są iedno- 3x+—2ab+—3cb
znaczne dodawszy ie, będzie summa == 3x, drugie zaś i po nich naſtępuiące ponieważ są rożnoznaczne, więc odciągaiąc wspołczynnikow terminow mnieyszych od wspołczynnikow terminow większych w ktorychkolwiek one są ilkościach, czy w odciążnych, czy w tych, od ktorych odciągać trzeba, a resztę, ieźli zoſtanie, pod liniyką pisząc z literą albo z literami temiż samemi, będzie: —ab+—3ab== +—2ab, —cb+—4cb==+—3cb, +—a—a== o, a zatym summa==3x+—2ab+—3cb.

IN-

## INNE PRZYKŁADY.

I.

$$\begin{array}{r} ab + 6ac + d + eb \\ -ab + 5ac - 2d - 3eb. \\ \hline 11ac - d - 2eb. \end{array}$$

II.

$$\begin{array}{r} 4x + ay + 3z - ab - d \\ -2x + ay - z - 2ab + d \\ -x - 3ay - 2z + 4ab + 4d \\ \hline x - ay \quad + ab + 4d. \end{array}$$

II. Ogulny dodawania Algebraicznego sposob iest ten: wszystkie ilkości do zebrania dane wciąż z temi samemi znakami, z ktoremi są dane napisawszy, skroć ie, czyli zredukuy sposobem w Zadaniu pierwszym podanym, co po redukcyi takiey zostanie, będzie summą.

## PRZYKŁADY.

I.

$$\begin{array}{ll} \text{Terminy} & ab + c - d \\ \text{dane} & b - c + 2d \\ \hline \end{array}$$

Wciąż napisane: $ab + c - d + b - c + 2d$
Summa po redukcyi $= ab + b + d$.

II.

Terminy $ab - ad + 3bd$
dane $ad - bd + d^3$
$ab - ad + d^2$

Wciąż napisane: $ab - ad + 3bd + ad - bd +$ $d^3 + ab - ad + d^2$.

Sum: po reduk: $= 2ab - ad + 2bd + d^3 + d^2$

*Przestroga.* Co się tycze wykładnikow z temi tak w dodawaniu iako i odciągani nic się nie czyni, tak się kładą, iak są dane W czym iednak dwoiaki bywa przypadek gdyż albo nie podobne ilkości, albo podobn tych samych, lub odmiennych miewaią wy kładnikow. Jeżeli podobne ilkości tych s mych wykładnikow maią, dodaią się lub od ciągaią podług danych przepisow, nie odmie niaiąc bynaymniey wykładnika, ale raz wzię tego pisząc, np. $x^2 + 2x^2 = 3x^2$; podobn $2x^2 - x^2 = x^2$; a ieżeli podobne ilkości od miennych maią wykładnikow, dodaią się odciągaią tym sposobem, ktorym termi nie podobne np. $x^3 + x^2 + x$, dodaią się prz znak $+$, iak gdyby były nie podobnemi te minami, tak i w przykładzie II. $+ d^2$ prz dane do $+ d^3$ przez znak $+$. Podobnie, to ies przez znak $-$ odciągaią: się $x^3 - x^2 - x$. J ieżeli ilkości są nie podobne, choćby iedn kich miały wykładnikow, ani dodać się n mogą, ani odciągnąć inaczey, tylko prz znaki np. $x^2 + y$, albo: $y^3 - x^2 - z$. tam daley.

OKA-

# OKAZANIE.

I. *Przepis pierwszy* ieſt oczywiſty. Dodawać albowiem ilkości iednoznaczne nic innego nie ieſt, tylko ie w iednę zebrać summę, a że w iednę summę w ten czas tylko zebrać ſię mogą, gdy ſię wspołczynniki tychże ilkości wraz dodadzą, czy te wyraźne są czy domniemane, np. $a+a$, dodaiąc, będzie $=2a$, gdyż $1+1=2a$, także $-3a-2a=-5a$, gdyż $-3-2=-5a$. Albowiem obrociwszy literę a na liczbę np. 2, będzie $a+a=2a=2+2=4$, także $-3a-2a=-5a=-6-4=-10$ (trzeba bowiem cenę literze naznaczoną tyle razy brać, ile ieſt iedności w wspołczynniku np. ieżeli $a=2$, trzeba te 2 brać trzy razy, czyli 2 mnożyć przez 3, kiedy przy a ieſt wspołczynnik, i tak zawsze.) Więc dodaiąc ilkości same ſię wspołczynniki dodawać, a litery iednego tylko terminu pisać powinny. C. B. D. O. 2. Co ſię zaś tycze ilkości rożnoznacznych, pewna ieſt, że ilkości dodatne są przeciwne odciążnym, ponieważ znaki ich $+$ i $-$ są przeciwne. Więc gdy takie do zebrania dane bywaią ilkości, albo ſię całe psować muszą, albo po części. Całe ſię zepsuią, gdy podobne i sobie rowne będą, to ieſt: gdy z iednakich i liter i wspołczynnikow ſkładaią ſię. Przeto $a-a$ mażą ſię, nie dodaią, bo druga ilkość dla przeciwnego znaku pierwszą całą psuie.

Daymy np. że a==2, będzie a—a== 2—2, lecz 2—2 psuią ſię, i są ==0, więc ſię odciągać nie dodawać powinny. Psuią ſię zaś po części w ten czas, gdy z danych rożnoznacznych ilkości iedna większa a druga będzie mnieysza np. 5a—2a, nie całe ſię 5a zepsuią, lecz ta tylko część ktora wyrownywa drugiey ilkości odciążney —2a, a zatym od 5a odciągnąć potrzeba 2a, nie dodawać, a resztę to ieſt: 3a z większey znakiem pisać. Zkąd iawna, że dodanie ilkości czasem ſię w odciągnienie zamienia, nie przeto, żeby coś zwyczaynemu liczb dodawaniu przeciwnego było w dodawaniu literalnym, lecz że (co ſię w liczbach w ten sposob nie przytrafia) w Algebrze dane bywaią do zebrania ilkości nie całkowite, lecz inną iaką zmnieyszone ilkością, np. kiedy dane są 5a+—2a, nie całko-

3a— a

wite 3a tu trzeba dodawać do 5a+—2a, lecz zmnieyszone ilkością—a, przeto termin—a nie dodawać ſię do +—2a, lecz od niego odciągnąć powinien (wszakże takie odciągnienie—a od+—2a na iedno wynieſie, iak gdyby toż—a było odciągnione od 3a) reszta będzie z tymże, co i 2a, znakiem, to ieſt: +—1a, czyli a. Cała zaś tych dwoch danych ilkości summa będzie: 8a+—a==9a. C. B. D. O.

# ZADANIE III.

*Jakim sposobem odciągać ilkości literalne.*

## SUBTRAKCYA III.

Odciągnienie Algebraiczne odprawuie ſię przez ſkrocenie czyli Redukcyą, a to tym sposobem: napisawszy terminy odciążne, czyli odciągnąć ſię maiące pod terminami danemi iakicykolwiek ilkości, czy to poiedynczey czy wielokrotney, odmienić trzeba wskyſtkie znaki wyrazne i domniemane położone przed temi terminami, ktore masz odciągnąć, tak, żeby tam był znak —, gdzie był + i przeciwnie, a dopiero uczynić redukcyą, to ieſt terminy podobne iednoznaczne dodać, a rożnoznaczne odciągnąć podług Przepisow Zad. I; pozoſtałe po Redukcyi terminy, będą resztą np. masz odciągnąć a+b od 4a+b, napisawszy ilkość odciążną pod daną większą ilkością, i znaki przed tamtą odmieniwszy tak:

$$\begin{array}{l} 4a+b, \\ -a-b \\ \hline 3a \end{array}$$

redukuy, czyli dla przeciwnych znakow —a odciągniy od 4a, —b także od +b, reszta zoſtanie 3a. Lecz gdyby od teyże samey ilkości 4a+b odciągnąć trzeba było —a—b, odmieniwszy znaki, byłaby ilkość odciążna +a+b, a zatym redukuiąc, dodałaby ſię

do

do 4a+—b, i zamiaſt reszty byłaby summa=5a+—2b.

## INNE PRZYKŁADY.

I.

Terminy $ab+ab^2-d$ czyli: $ab+ab^2-d$
dane $ab-bc-d$ $-ab+bc+d$

Reszta odmieniwszy znaki, i redukcyą uczyniwszy $= ab^2+bc$.

II.

Terminy $x^2+7b+3d+ac-b^3$
dane. $x^2+6b+6d+ac-b^2$

czyli: $x^2+7b+3d+ac-b^3$
$-x^2-6b-6d-ac+b^2$

Reszta, po znakow odmianiu y Redukcyi - $=b-3d-b^3+b^2$ przez Przeſt. Zad. II.

## OKAZANIE.

Ze w ilkościach odciążnych, znak + zamienić ſię powinien, w —, i przeciwnie, Przepis ten wyciąga obiaśnienia. Daymy więc że od ilkości a, masz odciągnąć b—d, poſtępuiąc więc podług danego przepisu, odciągasz nayprzod b od a, a że te ilkości są sobie niepodobne, przeto na mieyscu reszty piszesz a—b, ale ta reszta ieſt większa, niż być po-

powinna, gdyż trzeba było nie całą ilkość b odciągnąć od a, lecz umnieyszoną ilkością d. Żeby więc odciągnienie ilkości b nie było zbyteczne, trzeba koniecznie do ilkości b przydać termin d, ażeby co się w ilkości b nad potrzebę odciągnęło od a, przez ten przydatek terminu d było nadgrodzone, a zatym znak — przed terminem d zamienić się powinien w przeciwny znak +. Rzecz ta widocznieysza będzie w zwyczaynych liczbach. Niech będzie a = 6, b = 5, d = 3; odciągaiąc te liczby sposobem Algebraicznym, czyli tym, ktorym odciągałeś b — d od a, będzie: 6 — 5 + 3 = 4; gdyż od 6 odciągnąwszy 5, zostanie 1, a do 1 dodawszy 3, uczyni 4. Gdybyś zaś te dwie liczby 5 — 3 dane do odciągnienia od 6 z tymże samym znakiem odciążnym położył: 6 — 5 — 3, wyraziłbyś tym sposobem, że od 6 odciągnąć trzeba i 5 i 3 to iest: 8, czego tu cale nie trzeba, ponieważ 5 — 3 = 2, więc 2 tylko od 6 odciągnąć trzeba, a nie 8, a zatym reszta być musi z znakiem dodatnym = + 4 nie = — 2. Więc przed ilkością odciążną znak odmienić trzeba. C. B. D. O.

ZA-

## ZADANIE IV.

*Jak ilkości literalne i poiedyncze mnożą ſię ?*

### MULTYPLIKACYA IV.

MNożenie Algebraiczne na 4. rzeczach zasadza ſię 1. na znakach, 2. na wspołczynnikach, 3. na literach, 4. na wykładnikach; zaczym w mnożeniu czterech ſię trzymać trzeba Przepisow.

*Przepis pierwszy na znaki*: Produkt terminow iednoznacznych zawsze być powinien dodatny, przeto $+ \times + = +$ także $- \times - = +$, to ieſt: mnożąc ilkość dodatną czyli znak $+$ maiącą przez drugą także dodatną, albo odciążną czyli znak $-$ maiącą przez drugą odciążną, w produkcie wypaść powinna ilkość dodatna czyli z znakiem $+$. Produkt zaś terminow rożnoznacznych zawsze być powinien odciążny, przeto $+ \times -$ albo $- \times + = -$, to ieſt: mnożąc ilkość dodatną czyli maiącą znak $+$ przez odciążną czyli maiącą znak $-$, i przeciwnie, w produkcie powinna być ilkość odciążna czyli z znakiem $-$.

*Przepis drugi na wspołczynnikow.* Wspołczynnik iednego terminu przez wspołczynnika drugiego terminu sposobem w mnożeniu liczb pospolitych zwyczaynym mnożyć ſię powinien, a ten przepis zachowuie ſię we wszyſtkich ſkich terminach iakichkolwiek ilkości tak wyraźnych iako i domniemanych współczynnikow maiących.

*Przepis trzeci na litery.* Litery mnożyć nic innego nie ieſt, tylko porządkiem abecadła łączyć, czyli ieſt to litery ilkosci tak mnożney iako i mnożącey wciąż na mieyscu produktu pisać bez żadnego nowego znaku przydatku procz tego, ktory przed terminem każdym podług Przepisu pierwszego kłaść ſię powinien.

*Przepis czwarty na wykładnikow.* Gdy ilkość iaka z wyraźnym lub domniemanym wykładnikiem ma ſię mnożyć przez drugą podobną wyraznego lub domniemanego maiącą wykładnika, ilkość taka raz ſię tylko pisać powinna w produkcie z summą obydwoch wykładnikow, ktore nie mnożą ſię, lecz dodaią. Jeżeli zaś ilkości z wykładnikami wyraźnemi lub domniemanemi, temi samemi lub odmiennemi dane do mnożenia sobie będą nie podobne, czyli nie iednakiemi literami wyrażone, te według Przepisu trzeciego łączą ſię z sobą w produkcie z temiż, z ktoremi dane są wykładnikami. Obaczmy iak ſię te Przepisy w przykładach używaią. 1. Niech będzie dana do mnożenia ilkość ab, a mnożąca c, będzie w produkcie tenże sam i znak domniemany i współczynnik, (przez Przepis 1 i 2) a litera c mnożąca złączy ſię z mnożnemi podług porządku abecadła, a zatym $ab \times c = abc$; przeciwnie, iezeli mnożna bę-

będzie ab, mnożąca zaś $-c$, produkt wypadnie $= -abc$ (przez Przepis 1.) 2. Niech będzie mnożna $-4bc$, mnożąca zaś $-3d^2$, będzie nayprzod $- \times - = +$ (przez tenże Przepis) potym $4 \times 3 = 12$ (przez Przepis 2) a zatym cały produkt $= +12bcd^2$ (przez Przepis 3. i 4.) 3. Niech będzie mnożna 3bc, mnożąca $-bc^2$, mnożąc więc nayprzod $+$ przez $-$ będzie $= -$, potym 3 przez $1 = 3$, nadto b przez b, i c przez $c^2 = b^2 c^3$ (przez Przepis 4.) a zatym cały produkt $= -3b^2 c^3$. i t. d.

*Przepis piąty na ilkości wielokrotne.* Gdy ilkości wielokrotne czyli z wielu terminow złożone dane będą do mnożenia, tak postąpić trzeba. 1. Szukać produktow każdego z osobna terminu, czyli terminy mnożne przez mnożące poiedynczo multyplikować, zaczynaiąc od lewey ręki, i dane wyżey przepisy wszystkie 4 zachowuiąc, a w produktach podobne terminy pod podobnemi, ieśli się trafią podpisuiąc. 2. Szczegulne produkta w iednę zebrać summę, podług daney pod Zadaniem drugim nauki, zaczynaiąc i tu także od ręki lewey. Na koniec ieśli w tym powszechnym produkcie znaydą się terminy podobne, zredukować ie sposobem pod Zad. 1. danym. Przykładem takiego mnożenia niech będzie ta trzykrotna ilkość $a + 3c - d$ maiąca się mnożyć przez dwukrotną: $2a - d$.

a+—

$$\begin{array}{l} a+3c-d \\ 2a-d \\ \hline 2a^2+6ac-2ad \\ \quad -ad-3cd+d^2 \end{array}$$

Położywszy ilkości mnożące pod mnożnemi, mnoż przez pierwszy nayprzod termin 2a całą ilkość mnożną $a+3c-d$, a nayprzod: $a\times 2a$ czyli a rozmnożone przez $2a=2a^2$ (przez Przepis 1.) potym $+3c\times +2a=+6ac$ (przez Przepis 2 i 3) na koniec $-d\times +2a=-2ad$ (przez Przepis 1.) Powtore mnoż przez drugi termin $-d$, znowu całą ilkość mnożną, będzie nayprzod $a\times -d=-ad$ (przez Przepis 1.) a produkt ten pod podobnym terminem $-2ad$ podpisz, potym $3c\times -d=-3cd$, a produkt możesz wciąż pisać, nie maiąc innego podobnego, na koniec $-d\times -d=+d^2$ (przez Przepis 1. i 4.) Nareście dwa te produkta przez piąty Przepis w iednę zbieraiąc summę czyli redukuiąc, wypadnie ogulny produkt: $2a^2+6ac-3ad-3cd+d^2$, gdyż dwa owe podobne i iednoznaczne terminy w szczegulnych produktach $-2ad-ad$ przez dodanie zamieniły się w ieden $-3ad$.

## INNE PRZYKŁADY.

*Ktore ilkości wielokrotne i mnożyć, i do wyższych stopniow wynosić, czyli robić z nich czworograny, sześciograny i t. d. nauczą (patrz Wykład VI.)*

I.

DAymy ilkość (ktora iest pierwszym stopniem czyli ścianą) dwukrotną $a+b$, wy-

wynieſiesz ią do drugiego ſtopnia, czyli zrobisz z niey czworogran, gdy ią przez nią samę rozmnożysz podług danych Przepisow. Będzie więc $a \pm b \times a \pm b$, czyli:

$$\begin{array}{lr} & a \pm b \\ \text{Mnożąc przez} & \underline{a \pm b} \\ \text{A produkt re-} & a^2 \pm ab \qquad \\ \text{dukuiąc,} & \underline{\pm ab \pm b^2} \\ \text{Czworgran} = & a^2 \pm 2ab \pm b \end{array}$$

Jeżeli zaś zechcesz mieć z teyże daney ilkości $a \pm b$ sześciogran, czyli ſtopień 3ci, rozmnoż przez nię znaleziony dopiero czworogran, będzie $a^2 \pm 2ab \pm b^2 \times a \pm b$, czyli:

$$\begin{array}{lr} & a^2 \pm 2ab \pm b^2 \\ \text{Mnożąc przez} & \underline{a \pm b \qquad} \\ \text{Redukuiąc zaś} & a^3 \pm 2a^2b \pm ab^2 \qquad \\ \text{te produkta,} & \underline{\pm a^2b \pm 2ab^2 \pm b^3} \\ \text{Sześciogran} = & a^3 \pm 3a^2b \pm 3ab^2 \pm b^3 \end{array}$$

Gdybyś chciał do czwartego ieszcze ſtopnia tęż ilkość $a \pm b$ wynieść, muſiałbyś znowu przez nię rozmnożyć dopiero wyszukany sześciogran.

$$\begin{array}{lr} \text{Będzie więc,} & a^3 \pm 3a^2b \pm 3ab^2 \pm b^3 \qquad \\ \text{Mnożąc przez} & \underline{a \pm b \qquad\qquad\qquad} \\ \text{J redukuiąc te} & a^4 \pm 3a^3b \pm 3a^2b^2 \pm ab^3 \qquad \\ \text{produkta,} & \underline{\pm a^3b \pm 3a^2b^2 \pm 3ab^3 \pm b^4} \\ \text{Stopień 4ty} = & a^4 \pm 4a^3b \pm 6a^2b^2 \pm 4ab^3 \pm b^4 \end{array}$$

i tak daley.

II.

## II.

Daymy ilkość trzykrotną $a+b+c$, z ktorey trzeba zrobić czworogran, będzie:

$$
\begin{array}{lllllll}
 & a+b+c & & & & & \\
\text{Mnożąc przez} & a+b+c & & & & & \\
\hline
\text{Redukuiąc zaś} & a^2+ab+ac & & & & & \\
\text{te produkta,} & +ab & +b^2+bc & & & & \\
 & +ac & +bc+c^2 & & & & \\
\hline
\end{array}
$$

Czwor. $= a^2+2ab+2ac+2bc+b^2+c^2$

Ten zaś rozmnożony przez $a+b+c$

$$
\begin{array}{l}
a^3+2a^2b+2a^2c+2abc+ab^2+ac^2 \\
+a^2b \quad +2abc+2ab^2 \quad +2b^2c+bc^2+b^3 \\
\quad +a^2c+2abc \quad +2ac^2+b^2c+2bc^2+c^3 \\
\hline
\end{array}
$$

Produkta zredukowane uczynią sześciogran $=$

$a^3+3a^2b+3a^2c+6abc+3ab^2+3ac^2+3b^2c+3bc^2+b^3+c^3$

## III.

Daymy ilkość dwukrotną rożnoznaczną: $2x-y$, będzie:

$$
\begin{array}{lll}
\text{Mnożąc} & 2x-y & \\
\text{przez} & 2x-y & \\
\hline
\text{Redukuiąc} & 4x^2-2xy & \\
\text{produkta} & \quad -2xy+y^2 & \\
\hline
\end{array}
$$

Czworogran $=4x^2-4xy+y^2$

Czwo-

Czworogran $= 4x^2 - 4xy + y^2$
A ten mnożąc przez $2x - y$

J redukuiąc $8x^3 - 8x^2y + 2xy^2$
$- 4x^2 + 4xy^2 - y^3$

Sześcio-gran $= 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$
Mnożąc znowu przez tęż ścianę $2x - y$

Redukuiąc $16x^4 - 24x^3y + 12x^2y^2 - 2xy^3$
$- 8x^3y + 12x^2y^2 - 6xy^3 + y^4$

Stop. 4. $= 16x^4 - 32x^3y + 24x^2y^2 - 8xy^3 + y^4$

Podobnym sposobem do wyższych ſtopniow wynoſić można ilkości dane, mnożąc niższe ſtopnie przez tęż samę, ścianę czyli na początku dane ilkości.

## OKAZANIE

*Przepisow danych nayprzod na znaki, potym na wykładnikow, ponieważ inne przez ſię iasne.*

I. CO ſię tycze znakow, nayprzod, że $+ \times - = -$, i $- \times + = -$ tak ſię dowodzi: gdy np. a mnożysz przez $b - c$, i z pierwszego terminu b rozmnożonego przez a wychodzi produkt ab, oczywiſta ieſt, że ten produkt większy ieſt, niż być powinien, gdyż nie cała ilkość b, ale umnieyszona ilkokością c mnożyć się miała przez a. Zaczym w produkcie ab tyle razy nadto zamyka się ilkość c, ile razy w tymże produkcie mieści się b. A że ilkość a pokazuie, ile razy b w produkcie ab mieści się (ponieważ b przez a iest rozmnożone, czyli b tyle razy wzięte, ile w a iest iedności) toć ilkość c tyle razy odciągnąć się powinna od produktu ab, ile ma w sobie iedności ilkość a, a zatym ilkość c rozmnożona przez a, czyli $c \times a = ac$ odciągnąć się ma od ab, więc cały produkt z ilkości $a \times b - c$ wyidzie $= ab - ac$, a zatym $-c \times + a = - ac$, więc ogulnie $+ \times - $ i przeciwnie $= -$. Co się nierownie iaśniey w liczbach wyda. Daymy więc, że $a = 5$, $b = 6$, $c = 4$, będzie $a \times b - c = 5 \times 6 - 4$. Mnożąc liczby te sposobem Algebraicznym, rozmnożysz nayprzod 5 przez 6, lecz $5 \times 6 = 30$, więc produkt ten większy wypada, niż być powinien, gdyż nie całe 6, lecz zmnieyszone liczbą 4 czyli 2 przez 5 mnożyć się było powinno. Rzetelny tedy produkt z $5 \times 6 - 4$ być powinien $= 10$, a tu wypadł nierownie większy, gdyż $= 30$. Zkądże to zbyteczne produktu powiększenie poszło? Oto, że liczba 4, ktorą potrzeba było odciągnąć od 6, pięć razy w owym produkcie, to iest: w 30 iest umnieyszona. Zeby tedy produkt należyty był, z 30 pięć razy 4 to iest: 20, odciągnąć trzeba, a reszta, to iest: 10 będzie produktem rzetelnym. Przeto produkt z

5×6—4 tak ſię wyrazić powinien, 30—20 =10, albo też tak: - - 5
Gdzie oczywiſta rzecz, 6—4
że —4×5 czyli +—5= nic ————
+—20, lecz —20. Więc po- 30—20=10.
wszechnie —×+—, i +—×—=—. C. B. D. O.

II. Ze zaś —×—=+—, czyli że mniey mnożąc przez mniey wypaść powinno w produkcie więcey, zaczynaiącym zda ſię rzecz niepoięta, niechże naſtępuiące zważaią okazanie, a nic im w całey Algebrze nie będzie łatwieyszego do zrozumienia i poięcia. Masz np. do mnożenia daną ilkość a—a przez —b, ponieważ a—a=o więc choć i rozmnożysz a—a przez —b, produkt inny wyiść nie powinien, tylko =o. Bo cyfra sama przez ſię wzięta iako przez liczbę, tak przez literę mnożona nic nie uczyni, tylko cyfrę.

Ale że mnożąc a—a przez —b, wypadać muſi pierwszy termin produktu —ab z znakiem odciążnym — (iako ſię w okazaniu I. dowiodło) toć drugi termin produktu nie może być tylko z znakiem dodatnym +—ab, inaczey, dwa te terminy produktu zepsućby ſię nie mogły, a zatym produkt nie byłby=o, czego tu koniecznie trzeba, gdyż, iako ſię wyżey rzekło, a—a=o. Przeto —a rozmnożywszy przez —b, produkt muſi być=+—ab, a zatym ogulnie—×—= +—. Położmy na mieyscu liter a, b, liczby

6

6 i 4, żeby było a—ax—b=6—6x—4, rozmnożywsy, produkt być powinien =o. Gdyby zaś iak pierwszy termin 6x—4 czyni —24, tak i drugi termin —6x—4 miał uczynić —24, toć produkt ten nie mogłby być żadną miarą =o. Gdyż —24 i drugie—24 redukować się powinno przez dodanie (Zadan. 1.) uczyni zatym —48. Więc —6x—4 musi uczynić +—24, a zatym produkt ten: —24+—24 dla przeciwnych znakow zepsuie się, i będzie=o. Dalsza zaś przyczyna tego iest, że ilkości odciążne zmięszane z dodatnemi do mnożenia dane bywaią, trzebaby więc pierwey, niż się rozmnożą, tamte od tych odciągnąć, ale że nie odciągnione pospolicie mnożą się dla tego, że w terminach niepodobnych dane będąc, odciągnąć się nie mogą; więc trzeba koniecznie w produkcie dwoch odciążnych znak odmienić, żeby pokazać, że te ilkości przed mnożeniem miały się odciągnąć, a nie odciągnęły się dla tego, że sobie nie były podobne, to zaś pokazać się inaczey nie może, tylko przez odmianę znaku, gdyż ile razy ilkości niepodobne odciągaią się, odciągnienie ich pokazuie się, i wyraża odmienieniem znaku, iako się okazało pod Zadan. 3. Więc —x— w produkcie być powinno =+—. Można tego doświadczyć ieszcze w liczbach, mnożąc ie sposobem Algebraicznym np. 5—2

Należałoby tu wprzod 2 od 4—3

5, a 3 od 4 odciągnąć, a re- ————

sztę 3 i 1 rozmnożyć, byłby zatym produkt rzetelny 3×1 ==3, ale gdy te liczby przed mnożeniem nie odciągnione mnożą ſię na ten czas, żeby pokazać, że te liczby —2×—3 powinny ſię były odciągnąć, a zatym (podług Przepisow na odciąganie ilkości w Zadan. 3 danych) znaki przed niemi odmienić tak, żeby, ſię ſtały==+—2×+—3 potrzeba w produkcie 6 znak odciążny — zamienić w dodatny +—, więc ogulnie, —×—==+—. C. B. D. O.

20—8
—15+—6
———————
5—2==+—3

III. Co ſię tycze wykładnikow, te że w mnożeniu ilkości dodawać ſię, nie rozmnażać powinny, przez samę liter z mnożenia wypadaiących uwagę iaśnie ſię okazuie. Dane albowiem do mnożenia z wykładnikami ilkości np. $a^2×a^3$ mogą ſię tak wyrazić aa×aaa, lecz aaa mnożąc przez aa w produkcie (przez Przepis 3) wychodzi aaaaa, więc na iedno wynieſie mnożąc, wciąż pisać ilkości bez wyraźnych wykładnikow, albo też samych wykładnikow, z raz napisaną literą w iednę summę dodać, gdyż $a^2×^3$ dodawszy 2+—3, będzie==$a^5$==aaaaa. C. B. D. O.

*Przeſtroga* 1. Czasem Algebryſtowie nie mnożąc ilkości danych do mnożenia, wyrażaią tylko, że ſię mnożyć powinny, przez liniiki ciągnione wierzchołkiem ilkości mnożney i mnożącey, złączonych znakiem +— np.

$\overline{\text{a+—3c—d}}$+—$\overline{\text{bc—d}}$.

ZA-

## ZADANIE V.

*Jakie są sposoby dzielenia literalnego?*

### DYWIZYA V.

1. Literalne dzielenie ilkości, zwłaszcza poiedynczych, czynić się może sposobem nastęsuiącym: dane do podziału ilkości ułoż kształtem łamancy liczby tak, żeby nad liniiką podzielna, czyli do podzielenia dana, a niżey liniiki dzielnicza, czyli ta, przez którą dzielić trzeba, ilkość była położona, np. maiąc ilkość 6abc, dzielić przez 3ab, można nakształt frakcyi 6abc nad liniiką, a pod nią 3ab położyć, będzie znaczyć, że 6abc podzielić potrzeba przez 3ab. Dzielić więc tym sposobem ilkości, nic innego nie ieſt, tylko ie na frakcye obrocić. A że frakcye, gdy są w wielkich terminach, na mnieysze się obracaią, toć i z Algebraicznemi podobnie uczynić trzeba terminami, to ieſt: na mnieysze ie terminy obrocić należy, w czym tak, iak w mnożeniu, czterech trzeba się trzymać Przepisow.

$$\frac{6abc}{3ab}$$

*Przepis pierwszy tenże sam, ktory dany był pod Zadan. 4. na znaki*: wieloraz z podziału terminow iednoznacznych wypadły powinien być zawsze dodatny, a zatym

$\frac{+}{+} = +$, i $\frac{-}{-} = +$ czyli więcey po-dzielone przez więcey, i mniey przez mniey = więcey. Wieloraz zaś z podziału termi-now rożnoznacznych wypadły, powinien być zawsze odciążny, a zatym $\frac{+}{-} = -$, i $\frac{-}{+} = -$, czyli więcey podzielone przez mniey, i mniey przez więcey = mniey.

*Przepis drugi na wspołczynnikow.* Jeżeli wspołczynnik ieden przez drugiego bez reszty podzielić się może, tedy się dzieli, a Wielo-raz z takiego podziału wypadły nowym bę-dzie wspołczynnikiem tey ilkości ( w iakich-kolwiek ona terminach znayduie się, czy w podzielnych, czy w dzielniczych ) ktora miała większego wspołczynnika. Jeżeli zaś bez reszty podzielić się nie mogą, zostawuią się obydwa wspołczynniki tak, iak były, kształtem łamaney liczby wyrażone. Jeżeli na koniec oba wspołczynniki trafią się rowne, oba się psuią i mażą, gdyż dzieląc ie w samey rzeczy, Wielorazem byłaby iedność, ktora się wyraźnie przed ilkością nie pisze ( Wykład V. )

*Przepis trzeci na litery*: Litery, iak się iuż namieniło, pisać się nakształt liczby ła-maney powinny, ktore albo są iednakie tak w podzielney ilkości, iako i w dzielniczey, albo

albo odmienne. Jeżeli ktore będą iednakie, czyli też same w obydwoch ilkościach, psuią ſię i mażą, a inne litery, ieźli ſię znaydą, w tychże ilkościach odmienne, na mieyscu wieloraza ſię piszą; ieźli zaś innych liter niemasz, ani wyraźnego współczynnika nie było, na mieyscu wymazanych liter kładzie ſię 1.

*Przepis czwarty na wykładnikow.* Jeżeli ilkości dzielą ſię, maiące wyraźnych lub domniemanych wykładnikow, odciągniy mnieyszego wykładnika od większego, w ktorymkolwiek terminie będzie czy w podzielnym, czy w dzielniczym, a resztę na mieyscu większego połoź z tą samą literą raz tylko wziętą, zmazawszy ią tam, gdzie z mnieyszym była wykładnikiem, a na iey mieyscu napisawszy 1, gdy inney w tymże samym terminie niemasz litery, iako ſię rzekło w Przep. 3. kiedy zaś iedne są litery z iednakiemi wykładnikami, tak wykładniki iako i litery ſię mażą, a na mieyscu liter kładzie ſię 1. Już ieżeli z wykładnikami odmienne trafią ſię litery w obydwoch terminach, dzielić ſię takie ilkości nie mogą, zostaią więc nakształt liczby łamaney ułożone, z znakami wprzod i współczynnikami uczyniwszy to, co ſię podług Przep. 1 i 2 uczynić mogło.

## P R Z Y D Ł A D Y.

I. DAymy do dzielenia ilkość $4ac^3b^2d$ przez $-2cb^3d$, będzie nayprzod:

$\frac{4ac^3b^2d}{-2cb^3d}$. Powtore : $\frac{+}{-} = -$, a zatym Wieloraz muſi być odciążny, przez Przepis 1. Potrzecie : $\frac{4}{2} = 2$ przez Przepis 2, a zatym tak ſię iuż wyrazi : $\frac{-2ac^3b^2d}{cb^3d}$. Poczwarte zepsuie ſię i zmaże d w terminach obydwoch podzielnym i dzielniczym przez Przepis 3, zoſtanie więc $\frac{-2ac^3b^2}{cb^3}$. Nareszcie odciągaiąc wspołczynnikow mnieyszych od większych, to ieſt: domniemanego 1 ilkości c od 3 teyże ilkości w terminie podzielnym, i 2 ilkości b w tymże terminie od 3 ilkości także b będącey w terminie dzielniczym, zoſtanie : $\frac{-2ac^2}{b}$, i to ieſt : Wieloraz z podziału wypadły przez Przepis 4, gdzie na mieyscu wymazaney litery c w terminie podzielnym nie kładzie ſię iuż 1, gdyż zoſtaie ieszcze w tymże terminie ilkość b.

II. Daymy do dzielenia $-12a^2$ przez $-12a^3b$; będzie 1. $\frac{-12a^2}{-12a^3b}$, 2. $\frac{-}{-} =$

+,

$+$, 3. $\frac{12}{12}=1$. 4. $\frac{a^2}{a^3}=3-2=1=a$

przez Przepis 4, a zatym wieloraz $=\frac{1}{ab}$,

gdzie znak wyraźnie nie kładzie się przez wykład V, a 1 wyraża się, gdyż żadna w podzielney ilkości nie została litera.

III.

$$\frac{3abc}{3abc}=\frac{1}{1}=1.$$

IV.

$$\frac{-4bd}{2bd}=\frac{2}{1}=2.$$

V. VI.

$$\frac{3ab}{5a}=\frac{3}{5}b. \qquad \frac{-4bd}{-1}=4bd, \text{ i t.d.}$$

Tychże samych Przepisow trzymaiąc się, możnaby i wielokrotne ilkości dzielić, zwłaszcza kiedy wiele liter w podzielnych i dzielniczych terminach trafi się iednakich, np. dzieląc ax—2abx przez ax+—axx, będzie: $\frac{ax-2abx}{ax+-axx}$

czyli

czyli wymazawszy w obydwoch terminach ilkości tak podzielney, iako i dzielniczey $ax$ podług Przepisu 3. zoſtanie $\frac{1-2b}{1+x}$, czyli $= 1 - \frac{2b}{x}$, gdyż $\frac{-}{+} = -$ przez

Przepis 1. Gdyby zaś było: $\frac{ax-2abx}{ax}$ ponieważ dzielnik $ax$ należy do całcy podzielney ilkości, i cała ta frakcya rowna tym dwom: $\frac{ax}{ax} - \frac{2abx}{ax}$, trzebaby obydwa terminy podzielne przez $ax$ podzielić, wieloraz zatym byłby $= 1 - 2b$. Lecz ten sposob dzielenia literalnego ilkości wielokrotnych, z wielu osobliwie terminow złożonych mogłby zaczynaiących w zawiłości i omyłki iakie wprawić, więc w dzieleniu takich ilkości z większą łatwością i pewnością swey roboty naſtępuiącego używać mogą sposobu.

II. Drugi sposob dzielenia literalnego ilkości zwłaszcza wielokrotnych podobny co do ułożenia terminow, i niektorych innych okoliczności do zwyczayney w Arytmetyce Dywizyi ieſt ten: Daymy np. ilkość sześciokrotną do podziału $an+bn-ar-br+a+b$, przez dwukrotną $a+b$. Ułoż nayprzod dane ilkości tak, iak ſię układaią liczby do dzie-

dzielenia dane w Arytmetyce, to ieſt: tak, żeby we śrzodku była ilkość podzielna, dzielnik zaś po lewey, a wieloraz po prawey ſtronie, obydwa kreſkami oddzielone, czego masz wizerunek naſtępuiący:

$$a+b \,|\, an+bn-ar-br+a+b \,|\, +n-r+1.$$
$$-an-bn+ar+br-a-b \,|$$
$$\overline{\phantom{an-bn}} \quad \overline{\phantom{ar+br}} \quad \overline{\phantom{a-b}}$$
$$0 \qquad 0 \qquad 0$$

Powtore: dziel nayprzod pierwszy termin ilkości podzielney, to ieſt: an przez pierwszy termin dzielnika czyli przez a, maiąc w pamięci Przepis wyżey na znaki dany, że $\frac{+}{-}$ i przeciwnie, $= -$, i $\frac{-}{-} = +$, pierwszym terminem wieloraza będzie $+n$, gdyż $\frac{a}{a}$ mażą ſię przez Przepis 3. Potrzecie: przez ten termin wieloraza $+n$ rozmnoż całego dzielnika $a+b$, zachowuiąc Przepisy na mnożenie dane pod Zad. 4, a produkt ztąd wypadły odmieniwszy znaki odciągniy od terminow podobnych ilkości podzielney, iakie tu są dwa pierwsze, po odciągnieniu nie zoſtaie nic tylko cyfra przez Zad. 3. Poczwarte: przez tenże pierwszy termin dzielnika, to ieſt przez a, dziel podobny, ktory z pozoſtałych podzielny, iaki tu

ieſt

ieſt——ar, będzie drugi termin wieloraza——r przez Przepis 1 i 3, a przez toż——r rozmno- żywszy całego dzielnika a+—b, i produkt—— ar——br po odmienieniu w nim znakow odcią- gnąwszy od terminow podzielnych podobnych, to ieſt: od——ar——br, nic nie zoſtanie. Na koniec przez toż a dziel z resztuiących termi- now podobny +—a, będzie oſtatni termin Wie- loraza +—1 przez Przepis 3, a przez tenże termin rozmnożywszy całego dzielnika, i produkt +—a+—b odciągnąwszy iak wy- żey, po odmienieniu znakow, od reszty ter- minow podzielnych, nic nie zoſtanie, a za- tym cały wieloraz będzie==n——r+—1

## INNE PRZYKŁADY.

### I.

Dzielnik Ilkość podzielna Wieloraz

$2a+-3b \mid 4a^2+-12ab+-9b^2 \mid 2a+-3b.$

$-4a^2--6ab$

o

Reszta $+-6ab+-9b^2$

$--6ab--9b^2$

o o

II.

## II.

| Dzielnik | Ilkość Podzielna | Wieloraz. |
| --- | --- | --- |
| $ab+2d-3c$ | | |
| | $ab^2-abc-3bc+2bd+3c^2-2cd$ | $b-c$ |
| | $-ab^2 \quad +3bc-2bd$ | |
| | $0 \quad 0 \quad 0$ | |

Reszta: $-abc+3c^2-2cd$

$+abc-3c^2+2cd$

$0 \quad 0 \quad 0$

## III.

| Dzielnik | Ilkość Podzielna | Wieloraz. |
| --- | --- | --- |
| $x^2-y$ | | |
| | $abx^2+cx^2+dx^2-aby-cy-dy$ | $ab+c+d$ |
| | $-abx^2 \quad +aby$ | |
| | $0 \quad 0$ | |

Resta: $+cx^2+dx^2-cy-dy$

$-cx^2 \quad +cy$

$0 \quad 0$

Reszta: $+dx^2-dy$

$-dx^2+dy$

$0 \quad 0$

IV.

IV.

| Dziel. | Ilkość Podzielna | Wieloraz |
|---|---|---|
| $x-2y-3z$ | | |
| | $ax-2ay-3az+bx-2by-3bz-cx+2cy+3cz$ | $a+b+c$ |
| | $-ax+2ay+3az-bx+2by+3bz+cx-2cy-3cz$ | |
| | o o o o o o o o o | |

## O K A Z A N I E.

*Przepisow danych na dzielenie ilkości literalnych.*

I. DAło ſię widzieć w dzieleniu ilkości tak pierwszym iako i drugim sposobem, że odprawienie tegoż dzielenia naypierwey na znakach zależy, to ieſt: na tym Przepiſie, że $\frac{+}{-}$, i $\frac{-}{+} = -$, a $\frac{-}{-} = +$ ktory wypływa z przepisu danego na znaki w mnożeniu ilkości, i kto tamtego okazanie zrozumiał, tym samym i ten iuż zrozumiał. Ponieważ bowiem produkt wypadaiący z rozmnożenia wieloraza przez dzielnika rowny być powinien ilkości podzielney, idzie zatym, że wieloraz wypadły z podziału ilkości odciążney przez odciążną być powinien dodatny. Daymy albowiem, żeby niedodatny, ale był odciążny, więc rozmnożywszy przez niego dzielnika odciążnego, produkt muſiałby być dodatny (przez

Okaz.

Okaz. 2. Zad. 4. ) a zatym nie byłby rowny ilkości podzielney, ktora ieſt odciążna nie dodatna, przeto brak znacząca i mnieysza od cyfry np. dzieląc —6a przez —3a, ieżeli wieloraz wypadły = —2a, a nie + —2a, toć rozmnożony przez swego dzielnika tenże wieloraz uczyniłby + —6a, toć nie byłby rowny ten produkt ilkości podzielney —6a, bo tamten znaczy rzetelną summę, a ta brak czyli mniey, niż nic; więc wieloraz wypadły z dzielenia ilkości odciążney przez odciążną powinien być dodatny. C. B. D. O. Podobnie okazać można, że dzieląc ilkość odciążną przez dodatną i przeciwnie, wieloraz być powinien odciążny, gdyż inaczey produkt z wieloraza i dzielnika wypadły podzielney ilkości nie byłby rowny i t. d.

II. Przepis drugi przez ſię iasny. Co ſię tycze 3ciego, literalne dzielenie naybardziey na tym zależy, aby z dzielnika i podzielney ilkości iednakie wymazać, a odmienne za wieloraz napisać litery. Nie idzie iednak zatym, żeby wymazawszy iednakie litery, gdy innych od wymazanych odmiennych kilku lub iedney niemasz, pisać ſię miała na mieyscu wieloraza cyfra, żeby było np. $\frac{ab}{ab}$ czyli ab|ab| = o, gdyż obydwa te terminy maią domniemanego współczynnika 1, 1 zaś podzielone przez 1 ieſt rowne = 1 czyli :

1

$\frac{1}{1} = 1$, więc i ab|ab|czyli: $\frac{ab}{ab}$ albo $\frac{1ab}{1ab} = 1$ Jakoż kiedy dzielemy ab przez ab, pytamy ſię wiele razy mieści ab w ab, ilkość zaś każda raz ſię w ſobie ſamey mieści, a zatym $\frac{ab}{ab} = 1$. C. B. D. O.

III. Co ſię tycze na koniec wykładnikow, oczywiſta rzecz, że te w dzieleniu odciągnąć ſię, nie dzielić powinny. Dane albowiem do podziału ilkości np. $\frac{a^5}{a^2}$ mogą ſię tak wciąż piſać: $\frac{aaaaa}{aa}$, a zatym dzieląc ie podług Przep. 3., to ieſt: iednakie litery wymazuiąc, wieloraz będzie $= aaa$ czyli $a^3$, to ieſt: reszta po odciągnieniu 2 wykładnika iednego terminu od 5 wykładnika drugiego; więc dzieląc ilkości, wykładniki onych odciągać ſię powinny, nie dzielić, i mogą ſię tak wyrażać $a^{5-2} = a^3$. C. B. D. O.

*Przeſtroga* 1. Lubo zachowawszy tak w mnożeniu iako i dzieleniu ilkości, dane i okazane Przepisy, nie trzeba ſię bać, ani w produktach, ani w wielorazach żadney omyłki, atoli dla ugruntowania w Rachunkach literalnych,

nych, zaczynaiących Algebryſtow, nie zawadzi, aby umieli mnożenia i dzielenia odprawionego doświadczać. A nayprzod mnożenia doświadczą łatwo, kiedy produkt podzielą przez ilkość mnożącą; ieśli dobrze odprawione mnożenie, wypadnie im za wieloraz mnożna, i przeciwnie, wypadnie im mnożąca, kiedy produkt podzielą przez mnożną. J tak w Przykładzie III. pod Zad. 4. Czworogran $4x^2 - 4xy + y^2$, *ktory* ieſt produktem ilkości $2x - y$ rozmnożoney przez nię samę; będzie dobrym, ieżeli podzielony przez $2x - y$ wroci ilkość mnożącą. Wszakże:

$$
\begin{array}{r|l|l}
2x - y & 4x^2 - 2xy + y^2 & 2x - y \\
 & -4x^2 + 2xy & \\
\hline
 & 0 & \\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
\text{Reszta:} & -2xy + y^2 \\
 & +2xy - y^2 \\
\hline
 & 0 \quad 0
\end{array}
$$

Nie mniey dobrze i sześciogran $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$ przez rozmnożenie czworogranu $4x^2 - 4xy + y^2$, i ściany iego $2x - y$ zrobiony pokaże ſię, ieśli podzieli ſię albo przez ścianę, i wypadnie czworogran, albo przez czworogran i wypadnie ściana. Niech będzie:

$$4x^2 - 4xy + y^2$$

$$\begin{array}{l|l} 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3 & 2x - y. \\ -8x^3 + 8x^2y - 2xy^2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Reszta : $-4x^2y + 4xy^2 - y^3$

$$\begin{array}{r} +4x^2y - 4xy^2 + y^3 \\ \hline 0 \quad\quad 0 \end{array}$$

Powtore : Dzielenia dobrze odprawionego doświadczy , kto wieloraz rozmnożywszy przez dzielnika , znaydzie produkt rowny ilkości podzielney , tak chcąc doświadczyć , czy dobrze podzielona ilkość wielokrotna w Przykładzie pod Zadan 5. , potrzeba wieloraz : $n - r + 1$ rozmnożyć przez dzielnika $a + b$ , będzie :

$$\begin{array}{c} n - r + 1 \\ a + b \\ \hline an - ar + a + nb - br + b \end{array}$$

Produkt rowny ilkości podzielney , i tam daley.

*Przestroga* 2. Czasem Rachmistrze Literalni przydłuższe ilkości do dzielenia dane, nie czyniąc tegoż dzielenia , ani kształtem samaney liczby nie wyrażaiąc , pokazuią tylko przez znaki , iż się dzielić powinny. Znaki zaś te są ( $2ab + cd - ab - d$ ) : ( $a - c$ , ) z ktorych pierwszy ilkości podzielney , a drugi dzielniczey iest wyrazem. Podobnych znakow i do wyrażenia ilkości do mnożenia danych

nych używaią, z tą tylko rożnicą, że między ilkością podzielną i dzielnikiem, dwoch kropek nie kładą.

*Przestroga* 3. Po tych pierwszych Algebry początkach, daią niektorzy obszerne nauki o łamanych ilkościach, czyli o frakcyach Algebraicznych, ale mniey potrzebnie; gdyż ci, ktorzy Algebry uczyć się zaczynaią, umieią, i umieć koniecznie pierwey powinni początki pospolitey Arytmetyki; a zatym i naukę o łamanych liczbach, do ktorey nauczenia się nie brakuie książek w Oyczystym nawet ięzyku wydanych. Tę zaś umieiąc, możnaż nie umieć frakcyi Algebraicznych? Wszakże, cokolwiek czyni się z frakcyami w Arytmetyce, toż samo czynić trzeba i z ilkościami łamanemi w Algebrze. Kto więc tamte do iednego np. Mianownika obrocić potrafi, potrafi i te; kto umie tamte dodawać, odciągać i t. d., tym samym umie i tych dodanie, odciągnienie i t. d., zwłaszcza, że rzadko frakcye w rezolwowaniu, osobliwie Problematow, z samych się składaią liter, pospolicie liczby za Licznikow albo Mianownikow miewaią.

Do tego, naywiększa prawie umienia literalnych frakcyi iest potrzeba, żeby wiedzieć, iak też frakcye z Ekwacyi wyrugować, gdzie pospolicie Algebrystowie do iednego Mianownika frakcye wszystkie pracowicie obracaią, dopiero odciągaiąc iedne od drugich, lub dodaiąc, podług rożności zna-

D kow,

kow, gubią ie i z Ekwacyi ruguią; na to zas krotszy nie rownie i arcy łatwy da ſię w naſtapuiącym Rozdziale sposob. Przeto nauka o frakcyach Algebraicznych przykładem innych Rachmiſtrzow literalnych dawana, dla czytaiących tę kſiążkę, a pospolite frakcye umieiących, ſtałaby ſię nie przydatną, i calo nie użyteczną, dla tego opuszcza ſię.

## ROZDZIAŁ II.

### *O Rezolwowaniu Problematow w ogulności.*

#### WYKŁAD

*Słow do tey Algebry części potrzebnych.*

I. PRoblema ieſt Zagadnienie względem ilkości iedney lub kilku niewiadomych, ktoreby z innych iuż wiadomych, za pomoca Algebry mogły być wyprowadzone i odkryte np. Gdy cię kto zagadnie, ktora to ieſt liczba, ktoraby dwiema ze czterech swoich części zwiększona uczyniła 60? będzie to Problema do rezolwowania ci dane, czyli będzie to Zagadnienie, ktoreś rozwiązać, i przez Algebrę ułatwić powinien.

II. Oczywiſta zaś rzecz ieſt, że z danych wiadomych ilkości niewiadomey doyść i wynaleść żadną miarą nie można, ieżeli mię-

dzy

dzy niewiadomą i wiadomemi związki iakieś, i wzaiemne iedney do drugich względy nie zachodzą. Takie względy czyli związki, warunkami Zagadnienia (conditiones Problematis) nazywaią się np: w Zagadnieniu wyżey położonym warunek ten był: ażeby liczba, ktorą masz wynaleść, dwiema z czterech swoich części powiększona wyrownała summie 60. Tym warunkom gdy się dosyć stanie, będzie Zagadnienie ułatwione (Problema solutum.)

III. W każdym danym Zagadnienia warunku, musi być iakieś dwoch lub kilku ilkości porownanie. Porownanie to Staropolskim słowem nazywa się Pomiarem (Æquatio) idzie zatym, że każde Zagadnienie na tyle ekwacyi czyli pomiarow obrocić się może, ile w nim będzie warunkow; to iest: każdy warunek mieć może swoy pomiar, a każdy pomiar wyraża się znakami rowności $=$, np. gdy Cię kto zagadnie, ktore są dwie liczby, ktorychby summa była $= 10.$, a przewyżka $= 2$, dwa tu będą warunki, a zatym i dwa pomiary maiące swoie części (membra æquationis) iednę przed znakiem $=$, drugą po tymże znaku.

Cała iuż sztuka rezolwowania Problematow, zależy na czterech szczegulnieyszych Przepisach, ktore, gdy doskonale zrozumiane i zachowane będą, przytrudne nawet, łatwo się mogą rezolwować Zagadnienia.

*Przepis pierwszy.* Na rezolwowanie Problematow w ogulności, to ieſt: o zakładaniu liter za ilkości niewiadome i wiadome.

Trzeba wszyſtkie warunki Zagadnienia dobrze roztrząsnąć i zrozumieć, a potym literami tak wiadome, iako i niewiadome wyrazić ilkości, czyli: I. Maiąc do rezolwowania dane sobie Problema, zważay dobrze, o czym Cię zagadniono, iaki cel pytania, iakie rzeczy zapytanych iſtotne warunki. II. To wyrozumiawszy, miarkuy, ktore są ilkości wiadome, a ktore niewiadome, i te, ktore wiadome są, wyraz pierwszemi abecadła literami a, b, c, ktore zaś niewiadome, wyraz oſtatniemi, x, y, z, np. zagadnie Cię kto, ktore dwie takie liczby są, ktorych summa = 15, a produkt = 56, zważywszy Zagadnienie, kładź za liczby, litery, za wiadome kładź a, b, za nie wiadome x, y, będzie więc 15 = a, 56 = b, liczba w Zagadnieniu nie wiadoma iedna = x, druga = y, ktorych liter w całey dalszcy rachubie będziesz zamiaſt liczb używał. Założenie zaś to liter za liczby, żebyć z pamięci nie wypadło, na karcie zanotuy.

*Przeſtroga.* Nie zawsze odmiennemi literami odmienne w Zagadnieniu wyrażać trzeba ilkości. Można czasem dla ſkrocenia literalnego rachunku, iedną literą kilka wyrazić rzeczy, zwłaszcza niewiadomych, a to w tych przypadkach; 1. Kiedy w Zagadnieniu dwie są niewiadome ilkości, a iedna

nich

nich, we dwoie, we troie, we czworo i t. d. większa nad drugą, w ten czas mnieyszą nazwać możesz x, a drugą nie y, lecz 2x, albo 3x, albo 4x i t. d. lub kiedy iedna ilkość większa, a druga będzie przez połowę mnieysza, w ten czas pierwszą mianować możesz x, a drugą $\frac{x}{2}$. Podobnie, gdyby iedna ilkość była całkowita, a inne trzecią, czwartą, piątą, lub mnieyszą ieszcze iaką częścią iey, w ten czas pierwsza będzie x, druga zaś, albo $\frac{x}{3}$, albo $\frac{x}{4}$ albo $\frac{x}{5}$ i t. d. 2. Kiedy będą niewiadome iakie ilkości, z wiadomą przewyżką np. z przewyżką d, w ten czas ieżeli większą nazwiesz x, mnieyszą nazwać możesz $x-d$, i przeciwnie, mnieyszą nazwawszy x, większą nazwiesz $x+d$. Niezawodna bowiem rzecz iest, że z dwoch ilkości nierownych, mnieysza zawsze wyrowna większey, ieśli przewyżkę, albo pierwszey dodasz, albo od drugiey odciągniesz. Niech będą np. liczby 6 i 4, przewyżka ich będzie 2 więc $4=6-2$, i $6=4+2$.

*Przykłady na pierwszy Przepis.*

## ZAGADNIENIE I.

PEwny Oyciec trzem Synom swoim zostawił dziedzictwo wartuiące 800. Czerwonych

nych Złotych, z tym warunkiem, aby drugi Syn 100. Czerwonych Złotych więcey wziął za pierwszego, a trzeci tyle sam ieden, ile razem pierwſi obydwa, pytam, wiele ſię każdemu z nich ma doſtać?

## REZOLUCYA.

Ilkości wiadome w tym Zagadnieniu są Czerwonych Złotych 800., i 100., niewiadome zaś każdemu z takiego podziału przypadaiące summy. Załoź więc za 800. Czerwonych Złotych $a$, za 100. Czerwonych Złotych $b$, summę zaś pierwszemu Synowi przypadaiącą nazwiy $x$; kiedy więc pierwszego summa ieſt $x$, drugiego będzie $x+b$, trzeciego $x+x+b$, czyli $2x+b$.

## ZAGADNIENIE II.

PEwny Oyciec 30. laty ſtarszy ieſt od Syna swego, ktoremu ieżeli do lat iego przydasz połowę ieszcze wieku iego własnego, i oprocz tego $\frac{1}{4}$ część wieku Syna iego, będzie miał Oyciec ow lat 80. Pytam, ile ow Oyciec, a ile Syn iego ma lat?

## REZOLUCYA

Ilkości wiadome w tym Zagadnieniu są 30. i 80., niewiadome wiek Oyca, i wiek Syna.

na. Za lat więc 30, ktore są przewyżką wieku Oycowſkiego nad wiek Synowſki, założ $d$, a za 80. założ $a$, za wiek zaś Oyca $x$. Więc podług warunkow Zagadnienia połowa wieku Oycowſkiego będzie $\frac{x}{2}$, wiek Synowſki będzie $x - d$, czwarta część wieku Synowſkiego będzie $\frac{x - d}{4}$.

## ZAGADNIENIE III.

PAſterz spytany, wieleby miał owiec, tak odpowiedział, gdybym miał drugie tyle, ile mam, a do tego $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{4}$ część ich, a nadto ieszcze iednę, miałbym ich 100. Pytam wiele wszyſtkich miał owiec?

## REZOLUCYA.

Niech będzie $100 = a$, zapytana owiec liczba $= x$, liczby tey połowa czyli $\frac{1}{2}$ będzie $= \frac{x}{2}$, a $\frac{1}{4}$ czyli czwarta część $= \frac{x}{4}$ przez Przeſtrogę wyżey daną. Tym

spo-

sposobem i w innych Zagadnieniach pierwszy Przepis zachować potrzeba, na to pilnie wglądaiąc, żeby iedną literą wyrażać kilka niewiadomych ilkości, żeby zatym przez ieden pomiar rezolwować ſię mogło Zagadnienie. Gdy zaś żadną miarą wyrazić ich iedną nie można literą, dana będzie potym obszernieysza nauka, iak ſię maią rożne litery za rożne niewiadome ilkości zakładać.

*Przeſtroga.* Zagadnienia te trzy dobrze sobie trzeba w bić w pamięć, gdyż w naſtępuiących Przepisach wracać ſię do nich, i rezolwować ie będziemy.

*Przepis drugi.* Na rezolwowanie Problematow, to ieſt: o układaniu pomiarow, czyli ekwacyi.

Trzeba Zagadnienia dane na pomiary, czyli ekwacye obrocić, to ieſt: poznawszy iuż Zagadnienia iſtotę i cel zamierzony, a ilkości (podług pierwszego Przepisu) literami wyraziwszy, patrz, ktore wiadome z ktoremi niewiadomemi ilkościami masz porownywać, a z samych warunkow Zagadnienia wyrozumiawszy, ktore z ktoremi maią być porownane, układay ie w osobne pomiary. W takim pomiarow ułożeniu naywiększa zachodzi trudność, ale ią ułatwią rozliczne, ktore ſię w przeciągu tey nauki dawać będą, Przykłady. Wroćmy ſię do zawziętych Problematow.

W pierwszym Zagadnieniu, pierwszego Syna summa z dziedziſtwa Oycowſkiego nan

spa-

spadaiąca ieſt $=x$, drugiego $x+b$, trzeciego $=2x+b$, a podług Zagadnienia warunku, wszyſtkich trzech Synow dziedzictwo razem wzięte 800. Czerwonych Złotych $=a$, toć oczywiſta ieſt, że w tym Zagadnieniu summy szczegulne na Synow spadaiące ieszcze niewiadome porownywać trzeba z wiadomą ogulną summą zoſtawionego dziedzictwa, a zatym taki tu wypada pomiar: $x+x+b+2x+b=a$, czyli w pierwszey pomiaru częsci zredukowawszy przez dodanie podobne terminy będzie: $4x+2b=a$.

W drugim Zagadnieniu, wiek Oyca $= x$, połowa iego wieku $= \frac{x}{2}$, wiek Syna $=x-d$, czwarta część iego $= \frac{x-d}{4}$. Ponieważ więc podług warunkow Zagadnienia wiek Oyca, i wieku iego połowa wraz z $\frac{1}{4}$ czyli z czwartą częścią wieku Synowſkiego ma uczynić 80. lat, czyli być $=a$, będzie zatym pomiar w tym Zagadnieniu $x+\frac{x}{2}+\frac{x-d}{4}=a$.

W trzecim Zagadnieniu, z samego zagadnienia warunku pokazuie ſię, że zapytana owiec liczba, ktorą my nazwaliśmy $x$, dwa

dwa razy ſię bierze, dodawszy więc do nie przez znak $+ \frac{1}{2}$, to ieſt: teyże liczby połowę i $\frac{1}{4}$ to ieſt: czwartą część, do te go 1, wypadnie naſtępuiący pomiar $2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = a$.

## AXIOMATA.

CZyli przez ſię iasne prawdy, i z nich wnioſki dowodnie okazane, ktore dla ułatwienia i ugruntowania naſtępuiącego Przepisu przed nim ſię tu kładą.

*Axioma pierwsze.* Jeżeli rownym ilkościom też same albo rowne ilkości dodadzą ſię, summy będą rowne, np. ieżeli $a+b = c-d$, dodawszy obydwom tym ilkościom e, będą rowne ich summy; $a+b+e = c-d+e$.

*Axioma drugie.* Jeżeli od rownych ilkości, taż sama, albo inne rowne ilkości odciągną ſię, reszty czyli przewyżki ich będą także rowne, np. od tych obydwoch dwukrotnych ilkości $a+b = c-d$ odciągnąwszy e, będzie $a+b-e = c-d-e$.

Obydwie te prawdy na owych niezawodnych w Matematyce dwoch Axiomatach gruntuią

tuią ſię. 1. *Jeżeli do rownych sobie rzeczy dodasz rowne, te tak powiększone rowne sobie będą. 2. Jeżeli od rownych sobie rzeczy uymiesz części rowne, reszty z nich pozoſtałe będą sobie rowne.*

*Wniosek pierwszy*, Każdy pomiaru termin z iedney tegoż pomiaru części przenieſiony do drugiey z znakiem przeciwnym, niepsuie rowności tychże części, np. niech będzie pomiar: a+—b==c—d. Możesz termin d, odmieniwszy iego znak z drugiey części przenieść do pierwszey części, będzie ztym wszyſtkim: a+—b+—d==c. Podobnie b z pierwszey możesz do drugiey przenieść części z odmienionym znakiem, przecięż będzie: a+—d==c—b.

*Okazanie tego Wnioſku.* Termin albowiem, ktory chcesz z iedney pomiaru części przenieść do drugiey, albo ieſt dodatny, albo odciążny. Jeżeli dodatny, gdy go z iedney pomiaru części do drugiey przenoſisz, na iedno wyidzie, iak gdybyś go od obydwoch części odciągnął, np. gdy z pomiaru a+—b==c termin dodatny b, odmieniwszy znak, przenoſisz, oczywiſta nayprzod, że go odciągasz od pierwszey pomiaru tego części, gdyż go z tamtąd bierzesz; powtore odciągasz go i od drugiey części, gdyż go tu przydaiesz z znakiem—, przydać zaś dodatney ilkości, ilkość—b, ieſt to iedno, co odciągnąć od niey ilkość +—b. Aże nie psuie ſię rowność części pomiaru, odciągaiąc od obydwoch

dwoch tęż samę ilkość, (przez Axioma drugie) toć termin z iedney części pomiaru do drugiey przenosząc, nie zepsuie ſię obydwoch części rowność. Co w liczbach iaśniey daie ſię widzieć. Jako bowiem $6+4=10$, tak i przenioſſszy z znakiem przeciwnym 4, będzie $6=10-4$. Jeżeli zas termin z iedney do drugiey części maiący ſię przenieść, ieſt odciążny, przenieść go z odmiennym znakiem do inney części, ieſt iedno, co go obydwom dodać częściom, np. ieżeli w pomierze $a=c-b$ z drugiey części przenieść masz do pierwszey $-b$, wszakże pierwszey owey części dodasz, odmieniwszy znak $+b$, lecz dodasz i drugiey tym samym,ześ iey ten, ktory ią umnieysza, odiął termin; a że nie psuie ſię rowność części pomiaru, gdy im ſię taż sama dodaie ilkość (przez Axioma pierwsze) więc nie zepsuie ſię i w ten czas, gdy ilkość odciążną z iedney do drugiey pomiaru części z znakiem przeciwnym przenieſiesz. Czego doświadczyć i w liczbach możesz. Jeżeli bowiem np. $6=10-4$. toć i $6+4=10$. Całego więc wnioſku prawda iasna okazana.

*Axioma trzecie.* Jeżeli ilkości rowne przez też same, albo przez rowne ilkości rozmnożone będą, i produkta będą rowne; np. ieżeli $a=b$, i $2a=2b$.

*Axioma czwarte.* Jeżeli rowne ilkości przez też same lub rowne ilkości podzielone ne będą, rowne będą i wielorazy, np. ieżeli $a = b$, i $\frac{a}{2} = \frac{b}{2}$.

Dwa te Axiomata na nieodmiennych owych Matematyki prawdach zasadzaią śię: *Jeżeli rowne rzeczy przez rowne albo śię mnożą, albo dzielą, rowne być nie przestaią.*

*Wniosek drugi.* Jeżeli ieden, lub więcey terminow, czy to w iedney tylko, czy w obydwoch pomiaru częściach będzie obroconych na frakcye, możesz każdey z osobna frakcyi Licznika nakształt całkowitey liczby napisać, a Mianownika zmazać, nie zepsuiesz bynaymniey rowności obydwoch pomiaru części, byleś tylko insze wszystkie tychże części terminy przez zmazanego Mianownika rozmnożył, np. ieżeli będzie $a + \frac{b}{2} = c$, napisawszy b iak ilkość całkowitą, a przez 2 rozmnożywszy a i c, będzie: $2a + b = 2c$.

Toż czyń, kiedy kilka frakcyi trafi śię, maż mianownikow poiedynczo, a wszystkie inne terminy przez tegoż Mianownika zmazanego mnoż, mnożąc zaś frakcyą inszą, samego tylko Licznika trzeba mnożyć, czego masz żywy wizerunek w Zagadnieniach niżey położonych.

Oka-

*Okazanie tego Wnioſku.* Zmazać albo wiem frakcyi iakiey Mianownika, ieſt to ie dno, co tęż frakcyą przez tegoż Mianowni ka rozmnożyć, np. w frakcyi $\frac{b}{2}$ ieſt to ie dno zmazać 2 co przez też 2 całą frakcy $\frac{b}{2}$ mnożyć. Jeśli albowiem mnożyć ią chcesz zażyiesz tego mnożenia sposobu, ktory prze pisany ieſt na liczby łamane ( w Arytmetyc X. Skaradkiewicza na karcie 83. pod Propoz X. ) to ieſt: podłożysz 2 iako całkowite liczbie iedność, i obydwa terminy dwoc tych frakcyi rozmnożysz, będzie zatym $\frac{b}{2} \times \frac{2}{1} = \frac{2b}{2}$ czyli redukuiąc frakcyą na całkowitą ilkość, tymże sposobem, ktory ſię redukuią liczby łamane, będzie $\frac{2b}{2} = b$

Jedno tedy ieſt zmazać w frakcyi $\frac{b}{2}$ Miano wnika 2, co przez tegoż Mianownika 2 ca frakcyą $\frac{b}{2}$ rozmnożyć. Jeżeli więc zmaza wszy Mianownika frakcyi między terminam pomiaru iakiego znayduiącey ſię, przez tego mia-

Mianownika rozmnożysz wszyſtkie inne obydwoch pomiaru części terminy, nic inszego nie uczynisz, tylko przez tęż samę ilkość dwie inne rowne rozmnożysz; więc (przez Axioma trzecie) rowności obydwoch pomiaru części nie zepsuiesz. Toż samo uiszcza się i na innych frakcyach, ieżeli są w pomierze. Ze zaś mnożąc przez iedney frakcyi Mianownika inne frakcye, sam ſię tylko Licznik w nich mnoży, ztąd pochodzi, iż tego mnożącego Mianownika, iako całkowitą liczbę biorąc, obrocić należało na frakcyą, podłożywszy mu 1, ale że 1 nie mnoży, więc nie podkłada ſię, i przez toż i Mianowniki innych frakcyi nie mnożą ſię; zkąd i to wypływa, że ieżeli pomiar cały z frakcyi iednego mianownika złożony będzie, np. $\frac{a-b}{2}=\frac{c+d}{2}$ zmazawszy pospolitego Mianownika, nic ſię nie zepsuie, i będzie $a-b=c+d$.

*Przeſtroga.* Okazanie to dobrze trzeba uczącym ſię Algebry zrozumieć, gdyż ten sposob redukowania frakcyi wiedzących, przy umieiętności liczb łamanych zwyczaynych, nie będą zatrudniać długie owe, a mało w całey Algebrze przydatne o frakcyach literalnych nauki; gdyż do rezolwowania Problematow dosyć ieſt wiedzieć dopiero przełożony redu-

kowa-

kowania frakcyi sposob, a do innych literalnych rachunkow, dosyć będzie łamane zwyczayne liczby umieć, bez ktorych doſkonałego nauczenia ſię niech nikt do Algebry nie przyſtępuie.

*Wniosek trzeci,* Jeżeli przez wspołczynnika iakiego terminu inne wszyſtkie terminy obydwoch pomiaru części podzielisz, a iego samego zmażesz, nie zepsuiesz rowności tychże części. Jeżeli np. będzie $2a+4=10$ będzie więc przez ten wniosek i $a+2=5$; podobnie: ieżeli $3x=6a-3b$, będzie także $x=2a-b$; albo ieżeli $3x=a-b$, będzie i $x=\frac{a-b}{3}$. Co ſię ma rozumieć i o takich wspołczynnikach, ktore są literami wyrażone, np. $cx+bx=a-d$, zmazawszy współczynnikow $c+b$ w pierwszey części, a drugą przez nich podzieliwszy będzie: $x=\frac{a-d}{c+b}$

*Okazanie tego Wnioſku.* Zmazać iakiego terminu wspołczynnika, iedno ieſt, co termin ow przez tegoż wspołczynnika podzielić. Jeżeli bowiem np. $2a$ masz dzielić przez 2, wieloraz wypadnie $=a$. Gdy więc wszyſtkie terminy obydwoch pomiaru części przez iednego terminu wspołczynnika zmazanego podzielisz, podzielisz w rzeczy samey rowne ilkości, przez iednęż ilkość, a zatym (przez Axioma czwarte) rowności obydwoch pomiaru ru części nie zepsuiesz, owszem w ten czas nawet, gdy kilku terminow wspołczynnikow mażesz, a przez zmazanych mnożysz inne terminy w tymże pomierze, iedno to ieſt, iak gdybyś przez rzeczonych Mianownikow wszyſtkie terminy podzieliſ, tak w danym wyżey pomierze $cx + bx = a - d$ zmazawszy $c + b$ w pierwszey części, a drugą przez $c + b$ podzieliwszy, będzie rowność między częściami, gdyż cały pomiar ten dzieląc przez $c + b$, będzie $x = \frac{a - d}{c + b}$ i idzie zatym, że gdy wszyſtkie terminy w obydwoch pomiaru częściach, tegoż samego maią wspołczynnika, wymazawszy go wszędzie, zoſtawisz pomiarowe części w swey rowności. np. Jeżeli $2a + 2b = 2c - 2d$, toć i $a + b = c - d$.

*Przepis trzeci.* Na rezolwowanie Problematow o Redukcyi pomiarow.

Trzeba ułożony pomiar do iednego terminu ilkości niewiadomey obrocić, czyli ułożywszy podług drugiego Przepisu pomiar, o to ſię masz ſtarać, abyś nie psuiąc rowności, obydwoch pomiaru części, poty z iedney części do drugiey przenoſiſ ilkości, i albo dodawaſ, ieśli będą podobne a iednoznaczne, albo odciągaſ, ieśli będą podobne a rożnoznaczne, poki w iedney pomiaru części iedna tylko niewiadoma nie zoſtanie, a w drugiey poki same tylko nie będą ilkosci wiadome bez nie-

niewiadomych przymieszki, gdyż to czyniąc, zredukuiesz pomiar do iedney niewiadomey ilkości. Tak np. ułożywszy podług wyższych Przepisow naſtępuiący pomiar: $x+b=c$, trzeba w nim tak ilkości z iedney części do drugiey przekładać, żeby w iedney same tylko było x, a w drugiey same tylko wiadome ilkości c i b, a zatym cały pomiar żeby był $=x=c-b$. Tym albowiem sposobem odkryie ſię cena niewiadomey owey ilkości x, i Zagadnienie będzie ułatwione np. w pomierze dopiero położonym ieżeli będzie $c=8$, $b=3$, toć będzie $x=8-3=5$. Przepis więc ten trzeci na takiey redukcyi pomiaru zależy, aby przekładaiąc z iedney części do drugiey terminy, i psuiąc ie, gdzie można, nie gubić rowności obydwoch tychże pomiaru części, a zatym Przepis ten, cztery naſtępuiące w sobie zawiera Reguły.

*Reguła pierwsza.* Wygubić trzeba frakcye, ieżeli ſię w pomierze znayduią, ale tak, żeby rowności części tegoż pomiaru nie zepsować. Co ſię ſtanie w ten czas, gdy daney frakcyi Mianownika zmazawszy, rozmnożysz przez niego insze obydwoch pomiaru części terminy (podług Wnioſku 2 Axiom. 3go Rozdz. II.) albo gdy tymże samym sposobem, ktory w pospolitych liczbach przepisany ieſt, do iednego Mianownika wszyſtkie obrocisz terminy, a potym powszechnego tego Mianownika zmażesz. Lecz pierwszego ſię życzę trzymać sposobu, iako łatwieyszego i

krot-

krotszego. Tak np. w pomierze $\frac{ax}{2} - b = c$, zgubisz frakcyą, gdy zmażesz Mianownika 2, a przez zmazanego rozmnożysz b i c, będzie zatym: $ax - 2b = 2c$.

*Reguła druga.* Uważać trzeba, czy ilkość niewiadoma, ktorey ceny szukasz, w iedney tylko, czy też w obydwoch ieſt pomiaru częściach. Jeżeli w obydwoch, przenieś ią z iedney części do drugiey, znak odmieniwszy, ani iey iuż więcey z tey części nieruszay. Lecz w tym przenoszeniu niewiadomey ilkości trzeba wielkiey uwagi, żebyś znać przenosząc tę ilkość, nie uczynił odciążney z dodatney, zaczym niewiadomą ilkość z tey tylko części do drugiey przenosić masz, w ktoreyby mogła ſtać ſię dodatną, to ieſt być z znakiem $+$. Dla tego w naſtępuiącym pomierze: $3x - x + b = a$, nie można przenosić $3x$; bo gdybyś z lewey ſtrony na prawą przeniosł i napisał tak: $b = a + x - 3x$, iużbyś zgubił cenę ilkości $x$, i Zagadnienia byś nie ułatwił. Dla tey samey przyczyny, w ktoreykolwiek pomiaru części ilkość niewiadoma ieſt z znakiem odciążnym, przenieść ią trzeba do drugiey, żeby była z znakiem dodatnym np. $a - x = b$, tak trzeba ilkość $x$ przenieść, żeby było $a = b + x$.

*Reguła trzecia.* Jeżeli w iedney pomiaru części z ilkościami wiadomemi pomieszane są ilkości niewiadome, trzeba wiadome wszyſtkie, odmieniwszy ich znaki, przenieść na drugą ſtronę do wiadomych, a niewiadome same zoſtawić np. Jeżeli będzie $x + b - c = d$, terminy $b$, $c$, z odmiennemi znakami przenieś na drugą ſtronę do wiadomey ilkości $d$, będzie $x = d - b + c$.

*Reguła czwarta.* Jeżeli ilkość niewiadoma ma swego współczynnika, zmaż go, i przez niego inne wszyſtkie terminy obydwoch pomiaru części podziel, tym sposobem gubiąc współczynnika, nie zepsuiesz rowności częściowych danego pomiaru np. ieżeli $2x = b + c$, toć i $x = \frac{b+c}{2}$ Podobnie: ieżeli $bx + cx = a$ toć i podzieliwszy przez współczynnikow literami wyrażonych, będzie $x = \frac{a}{b+c}$

Ogulne te cztery Reguły iſtotne są trzeciemu Przepisowi, dla tego ie na pamięci mieć koniecznie trzeba, rezolwuiąc Problemata. Uważay iak zażyte będą w rozpoczętych przykładach; ktorych pomiary są ułożone pod Przepisem drugim.

Na pierwsze Zagadnienie wynalezliśmy naſtępuiący pomiar: $4x + 2b = a$. Pomiar ten redukuiąc, przerzeczonych Reguł z pamięci wypuszczać nie można.

Pierwsza i druga Reguła nie ma tu mieysca.

Przez

Przez trzecią przenieś 2b do drugiey części, będzie zatym: $4x = a - 2b$.

Przez czwartą zaś Regułę podziel przez 4, będzie $x = \frac{a - 2b}{4}$, a zatym zredukowany iuż ieſt pomiar.

Na drugie Zagadnienie ieſt pomiar: $x + \frac{x}{2} + \frac{x - d}{4} = a$.

Przez pierwszą Regułę gubiąc frakcyą pierwszą, będzie: $2x + x + \frac{2x - 2d}{4} = 2a$.

Czyli redukuiąc, będzie $3x + \frac{x - d}{2} = 2a$.

Gubiąc zaś i drugą sposobem danym, będzie: $6x + x - d = 4a$.

Czyli będzie $7x - d = a$.

Przez trzecią Regułę przekładaiąc $-d$, będzie: $7x = 4a + d$.

Przez czwartą Regułę dzieląc, będzie $x = \frac{4a + d}{7}$ zredukowany pomiar.

Na

Na trzecie Zagadnienie następuiący pomiar wypadł: $2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = a$.

Przez pierwszą Regułę gubiąc frakcye obydwie, będzie: $16x + 4x + 2x + 8 = 8a$.

Czyli dodaiąc: $22x + 8 = 8a$.

Przez trzecią Regułę przekładaiąc 8, będzie: $22x = 8a - 8$.

Przez czwartą Regułę dzieląc wszystko przez 22 będzie: $x = \frac{8a - 8}{22}$.

Redukuiąc na mnieysze terminy przez 2. będzie: $x = \frac{4a - 4}{11}$ zreduk. pom.

*Przepis czwarty.* O obracaniu liter na liczby w pomierze iuż zredukowanym.

Trzeba pomiar do iednego iuż niewiadomego terminu zredukowany na wiadome obrocić liczby, to iest: kiedyś iuż tak pomiar zredukował, że w pierwszey iego części iedna tylko niewiadoma ilkość, ani rozmnożona przez inną, ani podzielona, a w drugiey same zostały wiadome, iużeś tym samym wynalazł niewiadomey ilkości cenę; zostaie ci tylko też same litery obrocić na liczby, za ktoreś ie na początku zakładał. W tym zaś obracaniu pamiętać masz na to, żebyś, gdziekolwiek trafią się litery z sobą złączone, np. ab, ab, obracaiąc ie na liczby, rozmnożył też liczby przez siebie, ieżeli więc $a=3$, $b=5$, będzie $ab=15$; Toż samo czynić należy, gdy litery są współczynnikami np. $2b$, ieżeli $b=5$ będzie $=2\times5=10$ i t. d. Rzecz ta w dokończeniu tyle razy wyżey powtorzonych Problematow iaśniey da się widzieć.

W pierwszym Zagadnieniu ostatni był pomiar do iednego niewiadomego obrocony terminu: $x=\dfrac{a-2b}{4}$, litera a w tym Zagadnieniu założona była za Czerwonych Złotych 800, b. za 100, kładąc więc za litery a i b, cenę ich 800 i 100, będzie $x=\dfrac{a-2b}{4}=\dfrac{800-200}{4}$; gdyż 2b to iest: $2\times100=200$ czyli: $x=\dfrac{600}{4}=150$, i to część dziedzictwa na pierwszego spadaiąca Syna; toć podług warunkow Zagadnienia, drugiego Syna cząstka 100. Czerwonych Złotych większa nad pierwszego, będzie $=250$; trzeciego zaś, ponieważ tyle sam miał wziąść, ile biorą obydwa starsi razem, będzie $=150+250=400$. Co było do rezolwowania.

W drugim Zagadnieniu ostatni był pomiar: $x=\dfrac{4a+d}{7}$; a zaś założone było

za

za 80, d za 30, będzie zatym: $x = \frac{320+30}{7}$

$= \frac{350}{7} = 50$. A gdy $x = 50$, toć $x -$
$d = 50 - 30 = 20$. Lecz x znaczy lata Oyca, $x - d$ znaczy lata Syna, toć Oyciec ma lat 50, Syn 20 C. B. D. R.

W trzecim Zagadnieniu pomiar ostatni był: $x = \frac{4a-4}{11}$. Lecz a założyło się za 100, będzie więc $x = \frac{400-4}{11} =$
$\frac{396}{11} = 36$. A zatym Zapytana Owiec liczba będzie $= 36$. C. B. D. R.

*Przestroga.* Te są ogulne Przepisy, ktore w rezolwowaniu każdego Zagadnienia mieysce maią; ale są inne szczegulne rożnym Problematow rodzaiom służące, ktore w następuiących Rozdziałach będą wyłożone. Teraz tylko ostrzegam rezolwuiących Zagadnienia, aby całey roboty swoiey doświadczali, to iest: aby Problemata iuż rezolwowane dobrze roztrząsali, czy przez tę rezolucyą zadosyć się stało wszystkim Zagadnienia warunkom, czy przed rezolucyą za litery założone liczby wynoszą tę cenę, o ktorą byłeś zapytatany: np. w pierwszym Zagadnieniu, wszystkich trzech Synow miało być dziedzictwo wartuiące Czerwonych Złotych 800, znaleźliśmy zaś przez pomiary część dziedzictwa na pierwszego Syna spadaiącą 150 Czerwonych Złotych, na drugiego 250, na trzeciego 400, czyniąc więc doświadczenie, ponieważ widzę, że 150+250+400, wynosi summę całego dziedzictwa, to iest: 800 Czerwonych Złotych, toć pierwszemu Zagadnienia warunkowi stało się zadosyć. Inne te były warunki, aby drugiego Syna cząstka 100 Czerwonych Złotych była większa za pierwszego cząstkę, a trzeciego żeby wyrownała obydwom pierwszych dwoch cząstkom, toć gdy 250=150+100, i 400=150+250, wszystkim tym stało się zadosyć warunkom, a zatym żadney w rezolucyi tego Zagadnienia niemasz wady. Tym sposobem i innych Problematow rezolucyi doświadczać potrzeba, czy stało się przez nie zadosyć warunkom, czy nie; ieżeli się stało, znać, że dobrze rezolwowane, ieżeli nie, omyłka iaka w rezolwowaniu trafić się musiała; a zatym powtorzyć z większą ostrożnością i uwagą całą robotę trzeba.

RO-

# R O D Z I A Ł III.

## *O Rezolwowaniu Problematow w szczegulności.*

### W Y K Ł A D

### *Słow, i podział Problematow na rożne gatunki.*

I. PRoblema czyli Zagadnienie inne ieſt do solwowania podobne, a inne nie podobne. Podobne ieſt, ktorego warunki nie ſą sobie przeciwne, przeto dosyć im ſię przez pomiary uczynić może. Takie ſą Zagadnienia za Przykłady dane w drugim Rozdziale. Niepodobne zaś ieſt, ktorego warunki iedne drugim ſię sprzeciwiaią, a zatym Problema takie nie może być rezolwowane, np. gdyby cię kto zagadnął, coby za liczba była, ktoraby być mogła razem i trzecią częścią liczby 6, i czwartą częścią liczby 12? Zagadnienie takie byłoby nie podobne do ułatwienia, gdyż iego warunki tak ſię prawie sobie sprzeciwiaią, iak ſię sprzeciwia, żeby cała rzecz była swey iedney części rowna.

II. Zagadnienie ieſt znowu iedno określone (determinatum) a drugie nie okreslone (indeterminatum.) Pierwsze ieſt, ktorego w solwowaniu nie trzeba określać, to ieſt: na-

zna-

znaczać nadomyſł ceny ilkości niewiadomey. Jakie są Zagadnienia w poprzedzeiącym Rozdziale rezolwowane. Drugie zaś ieſt, w ktorego solwowaniu trzeba ilkości niewiadomey iakąś nadomyſł naznaczyć cenę, aby i tey i innych także niewiadomych ilkości zapytaną cenę wynaleść. np. Jeżeli cię kto o dwoch liczbach, ktorychby summa była=100, zagadnie? bez żadnego innego warunku, założysz za pierwszą liczbę niewiadomą x, za drugą y, i będziesz miał pamiar: $x+y=100$, czyli $x=100-y$. J iuż z takim pomiarem nie możesz nic, więcey czynić, a przecięż ieszcześ ceny ilkości niewiadomey x nie odkrył, dla tego, że w drugiey pomiaru części, gdzie ta cena miała być wyrażona, mieści ſię ilkość niewiadoma $-y$. Jeſt tedy takie Zagadnienie nie okreslone, czyli nie determinowane; determinować go więc czyli określić muſisz, naznaczaiąc teyże niewiadomey ilkości y, cenę podług swego upodobania. Co uczyniwszy, cenę x łatwo odkryiesz. Jeżeli bowiem za y, założysz np. 20, będzie: $x=100-20=80$, a ieżeli $x=80$, toć $y=100-80=20$; liczba więc zagadniona pierwsza ieſt 80, druga 20. Zkąd ſię pokazuie, że, aby Zagadnienie było określone, powinno być tyle rożnych warukow pomiarami rożnemi wyrażonych, ile ſię niewiadomych ilkości odmiennemi literami wyrażonych w Zagadnieniu zawiera. Jeżeli zaś więcey ſię liter rożnych niewiadome ilkości oznaczaiących

w Za-w Zagadnieniu znayduie, aniżeli ieſt warunkow mogących ſię rożnemi pomiarami wyrazić, Zagadnienie koniecznie być muſi nie określone.

III. Zagadnienie tak określone, iako i nie określone, inne ieſt proſte, a inne ſkładane. Proſte ieſt, w ktorego pomiarach niewiadome ilkości wyżey nad pierwszy ſtopień nie podnoszą ſię; czyli w ktorym ilkości są bez wykładnikow wyraźnych, iakie były za przykład dane. Składane zaś ieſt, w ktorego pomiarach ilkości niewiadome, do drugiego, trzeciego, lub wyższego ſtopnia są wynieſione, to ieſt: albo są czworogranne, albo sześciogranne, albo też wyższe np. Zagadnienie to, z ktorego taki wypadł pomiar: $x=a-b$, proſte ieſt, albo pierwszoſtopniowe; ſkładane zaś, albo drugoſtopniowe, czyli czworogranne będzie, ieżeli takim ſię wyrazi pomiarem: $x^2=a-b$. Nie ieſt iednak Zagadnienie ſkładane, w ktorym wiadome ilkości są wynieſione do wyższego ſtopnia. W tym Rozdziale same tylko proſte określone Zagadnienia wykładać ſię będą, i rezolwować, nayprzod te, ktore przez iedną niewiadomą ilkość rezolwować ſię mogą, potym te, ktore w kilka niewiadomych ilkości ułożyć ſię powinny. O nieokreślonych zaś w naſtępuiącym Rozdziale, a oſkładanych aż w drugiey części.

ZA-

## ZADANIE I.

*Jak rezolwować Zagadnienie proste określone, ktore iednę tylko niewiadomą ilkość w sobie zawiera, a zatym w iednę ekwacyą ułożyć się może.*

NAto nie trzeba innych Przepisow, dosyć iest zachować te, ktore się w wyższym Rozdziale dały, to iest: nayprzod (przez Przepis pierwszy) założyć za liczby litery, gdzie ktorych trzeba. Powtore (przez Przepis drugi) ułożyć pomiar podług warunkow Zagadnienia. Potrzecie (przez Przepis trzeci) zredukować ułożony pomiar do iednego terminu ilkości niewiadomey. Naostatek (przez Przepis czwarty) litery na liczby obrocić. Ale iako się wyżey ostrzegło, ta iest naywiększa w Algebrze sztuka, umieć dane Problemata na pomiary obracać. Ułożywszy zaś pomiary, łatwiey poydzie redukcya; a ta gdy się podług Przepisow uczyni, nie zepsuie rowności między wiadomemi i niewiadomemi ilkościami, i niepochybnie ieden ze dwoch przyniesie skutek, to iest: albo wyiawi rzecz niewiadomą, ktora iest zapytana, albo pokaże, że rzecz zapytana iest zdrożna i niesklładna, a zatym Zagadnienie iest niepodobne. J tak wiadome iest każdemu sławne i od tylu wiekow roztrząsane o czworograniości obwodu czyli kwadraturze cyrkułu Zagadnienie. Ci, ktorzy utrzymuią, iż kwadratura cyrkułu ſu nie ieſt niepodobna, czyli, iż nie ieſt rzecz przeciwna, płaszczyznę całą w cyrkule umieszczoną przerobić i przekształtować sposobem iakim dotąd ieszcze niedocieczonym, ktoryby był prawdziwie ziemiomierniczym, na płaszczyznę czworogranną, powinni rezolwować to Problema podług ściſłości prawideł Matematycznych. Przeciwnie drudzy niepodobieństwa tego pierwszym zarzucać nie mogą, aż iaśnie przeciwieństwo między warunkami wzmiankowanego Zagadnienia upatrzą, i widocznie okażą. Mnie ſię zdaie, że gdyby ſię znalazł taki dowcip (o iakim wzdy w naſtępie po oświeconych coraz oświeceńszych ludzi rospaczać niegodzi ſię) ktoryby warunki tego Problema potrafił ułożyć w ekwacyą, dokazałby, czego wieki nie mogły (obacz Zagadnienie osme niżey.) Ztąd to albowiem naybardziey wypływa rezolwowania Problematow nieprzezwyciężona prawie trudność, że pewnych, a ogulnych do układania pomiarow ieszcze nie mamy reguł. Zależy to iedynie od dowcipu, ktory ſię waży tey roboty. Przeto z temi nawet Zagadnieniami, ktore powszechnie za podobne i na pomiary obrotne są uznane, inaczey rozum poſtępować nie każe, tylko sposobiąc do rezolwowania onych zaczynaiącą Młodzież, tę iey, ktora w układzie ekwacyi zachodzi trudność, nie tak długiemi przepisami (gdyż i naydłuższych doświadczenie samo pokazuie nieskuteczność) iako raczey licznemi przykłady, ile

być

być może, usnadniać. J te to były dla mnie silne powody, dla ktorych w znaczney liczbie zebrałem niektore nawet sobie podobne czyli do iednego przypadku należące, i iednako rezolwuiące się następuiące:

## PRZYKŁADY.

### ZAGADNIENIE I.

PEwny zapytany, wieleby miał służących? taką dał odpowiedź: połowa mych służących w polu robi, trzecia część ryby łowi, a trzech na polowanie wysłałem. Pytam, wielu wszystkich miał służących?

### REZOLUCYA.

Podług pierwszego Przepisu, $3 = a$, liczba niewiadoma wszystkich sług $= x$; toć połowa ich $= \frac{x}{2}$, a część trzecia $= \frac{x}{3}$

Podług drugiego Przepisu: Ponieważ zupełną wszystkich służących liczbę według warunkow czyni tychże służących połowa, trzecia część, i nadto 3. Więc taki wypada pomiar: $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + a.$

Podług trzeciego Przepisu, gubiąc (przez

Reg.

Reg. 1) pierwszą frakcyą będzie: $2x = x + \frac{2x}{3} + 2a$.

Gubiąc zaś i drugą frakcyą będzie:

$$6x = 3x + 2x + 6a.$$

Dodaiąc - - - $6x = 5x + 6a$.

Przekładaiąc - - $6x - 5x = 6a$.

Nareszcie odciągaiąc: $x = 6a$

Podług czwartego Przepisu, a założone za 3, więc $6a = 3 \times 6 = 18$; a zatym ilkość niewiadoma $x = 18$, i ta ieſt liczba ogulna ſług, o ktorąś zapytany.

*Doświadczenie.* Ponieważ $x = 18$, więc iego połowa czyli $\frac{x}{2} = 9$, a trzecia część czyli $\frac{x}{3} = 6$, a zatym wynalezione te ceny wyraziwszy liczbami, być powinno: $18 = 9 + 6 + 3$. Co że tak ieſt, Zagadnienie ułatwione.

## ZAGADNIENIE II.

GDy w pewnym Alexandra W. z innemi po- ſiedzeniu wpadła mowa o latach wieku każdego z wspołſiedzących; iam, rzecze Alexander, dwoma laty ſtarszy od Hefeſtyona mego; a ia, powie Klitus, i twoie Alexandrze, i Hei Hefeſtyona razem wzięte iuż przeżyłem lata, a nadto ieszcze 4. Toż Kalliſtenes: Pocieszne, prawi, dla mnie to lat wieku waszego ieſt wspominanie, gdyż mi na pamięć zmarłego Oyca mego przywodzi, ktory przeżywszy lat 96, dopełnił liczby lat troiſtego waszego wieku. Pytam iaki ow troiſty był wiek?

## REZOLUCYA.

Niech wiek Hefeſtyona będzie $x$, toć Alexandra będzie $x+2$, Klita zaś $2x+6$, a zatym podług warunkow Zagadnienia wszyſtkich trzech razem te wieki uczynią naſtępuiący pomiar: $x+x+2+2x+6=96$.
Czyli dodaiąc: $4x+8=96$
Przenosząc będzie: $4x=96-8$
Odciągaiąc: - - $4x=88$
Dzieląc przez 4, będzie $x=\frac{88}{4}$

Nakoniec obracaiąc łamaną na całkowitą liczbę, będzie: $x=22$.

*Doświadczenie.* $x=22$, ieſt to wiek Hefeſtyona, toć wiek Alexandra 24, Klita 50. Te zaś $22+24+50=96$; więc wszyſtkim warunkom ſtało ſię zadosyć.

## ZAGADNIENIE III.

W Pewney Fortecy ieſt załoga złożona Gemeynow 600, z Officyerow niższe Rangi 50, wyższey 20, między ktorych ta dzielić potrzeba Kwartalny Żołd: np. Cze wonych Złotych 2610, żeby każdemu ni szey Rangi Officyerowi we troie ſię tyle do ſtało, ile Gemeynowi; a każdemu wyższ Rangi Officyerowi we dwoie tyle, ile Of cyerowi niższey Rangi; proszę zgadnąć, każdy Gemeyn, a ile Officyer niższey i wy szey Rangi ma wziąść, żeby z rzeczon Summy nic nie zoſtało?

## REZOLUCYA.

Niech weźmie Gemeyn każdy x, toć Ge meynow 600. wezmą 600x; Officyer za niższey Rangi weźmie 3x, toć 50 Officy row wezmą 150x; na koniec Officyer wy szey Rangi, tyle dwoie co niższey, toć w zmie 6x, a ieżeli ieden bierze 6x, toć Of cyerow 20 wyższey Rangi, wezmą 120x.

Teraz ponieważ cała Summa mię nich podzielona ieſt =2610; wypadnie ta pomiar: 600x+150x+120x=2610.

Czyli dodawszy, będzie: 870x=2610

Albo przez 870 podzieliwszy, będzie x=3 Gemeyna wziątek. Doświadcz, a znasz, że Zagadnienie ieſt dobrze solw wane.

ZA-

## ZAGADNIENIE IV.

SEmproniusz spytany o liczbę Uczniow, odpowiedział: gdyby każdy z moich Uczniow dał mi po Czerwonych Złotych 5, do zakupienia Domu niedostawałoby Czerwonych Złotych 30, lecz gdyby dał każdy po Czerwonych Złotych 6, zbywałoby mi od kupna Czerwonych Złotych 40. Proszę zgadnąć i liczbę Uczniow, i cenę Domu?

### REZOLUCYA.

Założ za liczbę Uczniow $x$; więc podług pierwszego warunku: $5x+30$, a podług drugiego: $6x-40$, będzie summa rowna cenie Domu. Ponieważ zaś dwie rzeczy iedncyże trzeciey rowne, są także między sobą rowne, toć i te summy są sobie rowne, a zatym będzie pomiar: $5x+30=6x-40$.

Przenosząc $30+40=6x-5x$.

Odciągaiąc $30+40=x$

Dodaiąc $30+40=x=70$.

Lecz $x$ założone za Uczniow, więc liczba Uczniow iest 70, z ktorey mnożąc 70 przez 5, i dodaiąc 30, wychodzi cena Domu Czerwonych Złotych 380. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE V.

KAwaler z wizytą do Dam przyszedłszy, widząc znaczne współsiedzących grono: kłaniam, rzecze, Damom, ktorych 100 na tym mieyscu mam honor powitać. Przepraszam, iedna z nich odpowie, niedorachuiesz się WMćPan, tak wielkiey w tym posiedzeniu naszym Dam liczby. Gdyby nas drugie tyle było, ile iest, i połowa, i część ieszcze czwarta, dopieroby z WMćPanem było nas 100. Pytam ile Dam owych było?

## REZOLUCYA.

Za liczbę niewiadomą Dam założ x: z warunkow Zagadnienia ten wypadnie pomiar: $x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$.

Gubiąc pierwszą frakcyą, będzie: $2x + 2x + x + \frac{2x}{4} + 2 = 200$.

Gubiąc drugą, będzie: $8x + 8x + 4x + 2x + 8 = 800$.

Dodaiąc i przenosząc, będzie: $22x = 800 - 8 = 792$.

Dzieląc, będzie: $x = \frac{792}{22} = 36$.

Było zatym Dam 36, ktorych drugie tyle 36, połowa 18, czwarta część 9, i ow Kawaler 1, czyni 100. C. B. D. R.

ZA-

## ZAGADNIENIE VI.

Kilku Zołnierzy pewną Czerwonych Złotych summą nieprzyiacielowi wydartą dzieląc się, chcą wziąść po Czerwonych Złotych 7, lecz pomiarkowali, że do takiego działu, z ktoregoby po Czerwonych Złotych 7 przypadło każdemu, 5 ieszcze Czerwonych Złotych brakuie, biorąc więc po 6, rowny owey między siebie summy podział uczynili. Pytam co za summa, i wielu nią dzielących się było Zołnierzy?

## REZOLUCYA.

Liczba Zołnierzy niewiadoma x, będzie pomiar z warunkow Zagadnienia wypadaiący: $7x - 5 = 6x$.

Przenosząc termin $-5$, będzie: $7x = 6x + 5$.

Przenosząc z drugiey części termin $6x$, będzie: $7x - 6x = 5$.

Odciągaiąc, będzie: $x = 5$.

Liczba tedy Zołnierzy 5, summa Czerwonych Złotych: $5 \times 6 = 30$. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE VII.

Między trzech Zołnierzy rzucił Generał monety 240 Złotych, ktore oni między siebie bez należytego działu rozerwawszy, iednegoż targuią konia. Lecz pierwszemu 4 Zło-

Złotych, drugiemu 8, trzeciemu 12 brakuie, żeby za zdobyte tym sposobem pieniądze mogł zatargowanego kupić konia. Pytam, iaka cena konia, i iakie każdego z osobna Zołnierza pieniądze?

## REZOLUCYA.

Cena konia $= x$. Pieniądze pierwszego $x-4$, drugiego $x-8$, trzeciego $x-12$, a że wszyſtkie rowne Złotych 240, taki więc wypada pomiar $x-4+x-8+x-12=240$.

Dodaiąc, będzie: $3x-24=240$.

Przenosząc, będzie: $3x=240+24=264$.

Dzieląc, będzie: $x=\frac{264}{3}=88$.

Cena więc konia 88. Pieniądze pierwszego $x-4$, to ieſt: $88-4=84$. Pieniądze drugiego $x-8$, to ieſt: $88-8=80$. Pieniądze trzeciego $x-12$, to ieſt: $88-12=76$. Wszyſtkich zaś razem pieniądze $84+80+76=240$. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE VIII.

OFficyerowie Polscy z Warszawy do Gdańſka chcąc płynąć, naymuią ſtatek, i taką z Szyprem czynią ugodę: iż od osoby gotowi mu dać po Złotych 6, ale z tym warunkiem, aby, ieśliby do tegoż ſtatku, chciał in-

innych ieszcze za podobną przybrać płacę, połowę tey płacy sobie wziął, a drugą połowę, między nich, to ieſt tych naymuiących Officyerow podzielił, czyli, żeby odtrącił od ich płacy. Trafiło ſię, iż ow Szyper tyle do ſtatku innych przybrał ludzi, że na każdego Officyera nie przypadło tylko 5 Złotych od swoiey Osoby zapłacić, gdyż była owych przybyszowych liczba czwartą częścią liczby Officyerow, i nadto ieszcze 3. Pytam, ile wszyſtkich Osob tym ſtatkiem do Gdańſka płynących było, ile nayprzod Officyerow, a potym innych?

## REZOLUCYA I.

Zebyś łatwo mogł znaleść czwartą część dla przybyszowych, załoź za liczbę Officyerow $4x$, więc czwartą częścią tey liczby, dodawszy podług warunku 3, będzie: $x+3$. Już, ieżeli ieden Officyer daie 6 Złotych, będzie $4x \times 6 = 24x$. Podobnie, ieżeli ieden przybysz daie 6 Złotych, toć $x+3 \times 6 = 6x+18$, ktorey summy połowa $3x+9$. Odciągnąwszy więc $3x+9$, to ieſt połowę płacy od przybyszow daney od $24x$, to ieſt: od pieniędzy należących Szyprowi od Officyerow, zoſtanie reszta $21x-9$. Ponieważ zaś tym sposobem każdy Officyer nie ma tylko 5 Złotych od Osoby swoiey zapłacić, więc mnożąc $4x$ przez 5, będzie $= 20x$, zrobi ſię

tedy

tedy następuiący pomiar : $21x - 9 = 20x$.
Przekładaiąc : $21x - 20x = 9$.
Odciągaiąc : $x = 9$.

Więc $4x$ założone za liczbę Officyerow $= 4 \times 9 = 36$, ktorych czwarta część, to iest 9, dodawszy 3, czyli 12, będzie liczba przybyszowych do statku ludzi. C. B. D. R.

## REZOLUCYA II.

Można za liczbę Officyerow założyć $x$, będzie czwarta część $\frac{x}{4}$ dodawszy zaś 3, będzie $\frac{x}{4} + 3$. Officyerowie więc zapłacić maią $6x$, a przybyszowie : $\frac{6x}{4} + 18$. Lecz tego połowę to iest : $\frac{6x}{8} + 9$ odciągnawszy od $6x$, nie zapłacą Officyerowie tylko $\frac{42x}{8}$ $- 9$. Więc $\frac{42x}{8} - 9 = 5$, czyli $42x - 72 = 40x$, czyli : $42x - 40x = 72$, czyli li nakoniec : $x = \frac{72}{2} = 36$. Wszakże gdyby Officyerow 36 dali po Złotych 6, byłoby Złotych 216, lecz że 12 przybyszowych płacąc po 6 daią Złotych 72, a tych połowa, to iest: 36 wytrąca się z płacy Officyerow, więc ci nie płacą tylko 180, a zatym każdy z nich tylko $\frac{180}{36} = 5$. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE IX.

Szyprowi swemu zlecił Pan, aby za Czerwonych Złotych 72 kupił wina, cukru y kawy, we dwoie więcey z owych pieniędzy wydaiąc za cukier, a we troie za kawę niż za wino. Pytam wiele przypadnie na każde to kupno?

## REZOLUCYA.

Wino $= x$ cukier więc $= 2x$ kawa zaś $= 3x$ a zatym pomiar będzie:

$$6x = 72.$$

Czyli: $x = \frac{72}{6}$

Czyli: $x = 12$.

Da

Da tedy za wino 12, za cukier 24, za kawę 36. Co czyni Czerwonych Złotych 72. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE X.

Trzech Kmiotkow. A. B. C. z iednegoż Łanu płacą Panu czynszu 134. Złotych. Ale że B. we troie więcey trzyma tego pola, niż A, C zaś tyle sam ieden, ile A i B obydwa, pytaią więc, wiele na każdego z nich przypada zapłacić, żeby wszyscy trzey złożyli Czynszu 134 Zł.

## REZOLUCYA.

$A = x$, toć $B = 3x$ C zaś $= x + 3x$,

a zatym: $8x = 134$. Czyli: $x = \frac{134}{8} =$

$16 + \frac{6}{8}$ Czyli: $\frac{3}{4}$ Tyle więc A zapłaci. B

zaś $50 + \frac{1}{4}$, C $16 + \frac{3}{4} + 50 + \frac{1}{4}$

Co wszystko uczyni 134.

Wszakże $50 + \frac{1}{4}$ we troie więcey iest,

niż $16+\frac{3}{4}$, a $16+\frac{3}{4}+50+\frac{1}{4}$
$=77$ ieſt ſummą dwom pierwszym rowną. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE XI.

Wyſłany Kuryer z Warszawy do Rzymu przed 4 dniami, ktory za dzień nie ubieży tylko 6 mil, wyſłany po nim drugi, ktory ma ubiedz codzień 8 mil. Pytam wiele trzeba dni, żeby pierwszego drugi dognał?

## REZOLUCYA.

Załoź za 6 a, za 8 b, za 4 c, za dni niewiadome x. Ponieważ drugi Kuryer ubiega za dzień 6 mil, więc za dni niewiadome ubieży 6x. Pierwszy zaś ktory wyszedł przed dniami c, uchodząc co dzień mil a, iuż uszedł a c, i ieszcze uydzie ax. A że drugi pierwszego dognać nie może, tylko rowną mil liczbę ubiegłszy, więc będzie pomiar: - - - - $bx=ac+ax$

Przekładaiąc, będzie: - $bx-ax=ac$

Dzieląc przez $b-a$, będzie: $x=\frac{ac}{b-a}$

Obroć teraz litery na liczby, za ktore ie założył, będzie: $x = \frac{6 \times 4}{8 - 6} = \frac{24}{2} = 12$

Więc za dni 12 drugi pierwszego dogoni Kawalera. Gdyż pierwszy ubiegaiąc codzień mil 6, ubiegł za dni 4 mil 24, a za dni 12 ubieży mil 72, wszystkich więc ubieży mil 96. A że i drugi ubiegaiąc po 8 mil na dzień za dni 12 ubieży 96, więc dobrze rezolwowane Zagadnienie. Prędzey ieszcze solwuie się bez zakładania liter za wiadome ilkości, wypadnie bowiem taki pomiar:

$$8 \times x = 6 \times 4 + 6 \times x$$

Czyli: $8x = 24 + 6x$.

To iest: $x = 12$. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE XII.

Pielgrzym do Rzymu idący uchodzi na dzień mil 6, drugi po nim w 5 dni wyszedłszy, chce go dognać za dni 10, pyta się, wiele mil na dzień uyść powinien, żeby się dziesiątego zszedł z pierwszym?

## REZOLUCYA.

$6 = a$, $5 = b$, $10 = c$ niewiadome mile $= x$. Gdy pierwszy przez 5 dni po 6 mil, i przez 10 dni także po 6 uydzie, zrownaią się iego mile z milami drugiego przez 10 dni ubieżonemi, zatym będzie pomiar:

miar : $ab + ac = cx$

Przenosząc i dzieląc przez c : $x = \frac{ab + ac}{c}$

Obracaiąc litery na liczby $x = \frac{6\times5 + 6\times10}{10}$

Czyli : - - - - - $x = \frac{90}{10} = 9$

Albo bez zakładania liter za wiadome liczby : - $6\times5 + 6\times10 = 10\times x$.

Czyli : $30 + 60 = 10x$.

Czyli : $90 = 10x$.

To ieſt: $x = \frac{90}{10} = 9$.

Albowiem iak pierwszy Pielgrzym za dni 15 ubieży 90, co dzień uchodząc po mil 6, tak i drugi za dni 10, uyść powinien mil 90, uchodząc co dzień mil 9, a zatym po 10 dniach muszą ſię zeyść z sobą. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE XIII.

Krakow od Warszawy odległy na mil 40. Piotr z Krakowa do Warszawy, a Paweł z Warszawy do Krakowa iednegoż dnia wyszli, ale pierwszy na dzień uchodzi mil 6, a drugi tylko 4. Pytam za wiele dni oba ſię zeydą?

R E-

## REZOLUCYA.

Mile, ktore Piotr uydzie będą $=6\times x$ czyli $6x$, mile zaś, ktore uydzie Paweł, będą $=4\times x$ czyli $4x$, a że i te i tamte razem wzięte wyrownać powinny milom 40, więc będzie pomiar : - - - $6x+4x=40$.

Czyli : - $10x=40$.

Czyli : - $x=\frac{40}{10}$.

To iest : - $x=4$.

Za 4 dni więc zeydą się. Przez dni albowiem 4 Piotr uydzie mil 24. Paweł zaś 16, co czyni mil 40. Toż wyidzie i litery np. b za 6, c za 4, a za 40 założywszy, gdyż będzie pomiar : - $bx+cx=a$

Czyli przez $b+c$ dzieląc, będzie $x=\frac{a}{b+c}$

Czyli : $x=\frac{40}{6+4}=4$. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE XIV.

KAwaler za powrotem z cudzych Kraiow spytany, wieleby mil całey uiechał drogi ; iazda moia, rzecze, lądem iest trzecią częścią całey drogi, iazda zaś morzem iest piątą częścią teyże drogi, a to wszystko nie nieuczyni więcey iak mil 200. Pytam ile mil uiechał lądem, a ile morzem?

## REZOLUCYA.

Mile niewiadome $=x$, wiadome 200 $=a$, część trzecia $\frac{x}{3}$ część piąta $\frac{x}{5}$, pomiar będzie: - $\frac{x}{3}+\frac{x}{5}=a$

Gubiąc frakcyą pierwszą: $x+\frac{3x}{5}=3a$

Gubiąc drugą: - $5x+3x=15a$

Dodaiąc - - $8x=15a$

Dzieląc: - - $x=\frac{15a}{8}$

Czyli: - - $x=\frac{3000}{8}$

Czyli: - - $x=375$

A kiedy $x=375$ toć $\frac{x}{3}=125$, a zatym $\frac{x}{5}=75$. Co razem czyni mil 200. Lądem więc mil 125, a morzem 75 odbył. C. B. D. R

ZA-

## ZAGADNIENIE XV.

DŁużnik pewny Kapitalną summę u ſiebie trzymaiąc przez 5 lat, oddaie nareszcie Kredytorowi, wraz z Prowizyą po 5 od ſta, summę Złotych 20,000. Pytam: iaka była Kapitalna summa, a iaka pięcioletnia Prowizya?

## REZOLUCYA.

Niech będzie summa Kapitalna x, będzie więc Prowizya roczna po 5 od 100 $\frac{5x}{100}$ (bo ieżeli 100 daie roczney Prowizyi 5, ileż da x? da x×5=5x podzielone przez 100 $= \frac{5x}{100}$ czyli obrociwszy frakcyą na mnieysze terminy przez 5, da $\frac{x}{20}$) toć Prowizya pięcioletnia będzie $= \frac{5x}{20}$, czyli przez 5 obrociwszy tę frakcyą na terminy mnieysze $= \frac{x}{4}$. Ze zaś Kapitał z pięcioletnią Prowizyą wynoſi Złotych 20,000, więc wy-

wypadnie pomiar: $x + \frac{x}{4} = 20{,}000.$

Gubiąc frakcyą $4x + x = 80{,}000.$
Dodaiąc: $5x = 80{,}000.$

Dzieląc: $x = \frac{80{,}000}{5} = 16000.$

Więc summa Kapitalna $= 16{,}000$, toć pięcioletnia Prowizya $= \frac{x}{4} = \frac{16{,}000}{4} = 4{,}000.$ Wszakże $16{,}000 + 4{,}000 = 20{,}000.$ C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE XVI.

GRacz pewny przegrawszy w iednym mieyscu połowę swych pieniędzy, a w drugim $\frac{3}{8}$ części, za powrotem swym do domu, nie znalazł pozostałych w worku tylko 15 Czerw. Złotych. Pytam, ile wszystkich miał pieniędzy, a ile na każdym zosobna mieyscu przegranych?

## REZOLUCYA I.

Założywszy za niewiadome pieniądze $x$, wypadnie z warunkow Zagadnienia pomiar:

$$x - \frac{x}{2} - \frac{3x}{8} = 15$$

Gubiąc frakcyą: $2x - x - \frac{6x}{8} = 30$

Drugą: $16x - 8x - 6x = 240$

Dodaiąc i odciągaiąc: $2x = 240$

Nakoniec dzieląc: $x = \frac{240}{2} = 120$

Miał więc ogulnie Czerw. Złotych 120.

Przegrał na pierwszym mieyscu $\frac{x}{2} = \frac{120}{2} = 60$, na drugim $\frac{3x}{8} = \frac{360}{8} = 45$.

## REZOLUCYA II.

Można i tak pomiar ułożyć:

$$\frac{x}{2} + \frac{3x}{8} + a = x$$

Czyli: $x + \frac{6x}{8} + 2a = 2x$

Czy-

Czyli: $8x + 6x + 16a = 16x$

Czyli: $14x + 16a = 16x$

Czyli: $16a = 16x - 14x$

Czyli: $2x = 16a = x = \frac{16a}{2}$

Lecz a założone za 15, więc $15 \times 16 = \frac{240}{2} = 120$. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE XVII.

KAwaler do gry zasiadaiąc, spytany, ileby miał pieniędzy? troie tyle, rzecze, ile mam przy sobie, zostawiłem w domu, tyle czworo mam u przyiacioł, a tyle sześcioro u dłużnikow; cała zaś summa tych pieniędzy nie wynosi tylko 390 Czerwonych Złotych. Pytam, ile pieniędzy do gry przyniosł, a ile miał w domu, u przyiacioł, i u dłużnikow?

## REZOLUCYA.

Pieniądze do gry przyniesione niewiadome $= x$, więc w domu zostawione $= 3x$, u przyiacioł $= 4x$, u dłużnikow $= 6x$. Ze zaś pieniądze te w domu, u przyiacioł i u dłużnikow zostawione $= 390$ Czerwonym Złotym, więc: $3x + 4x + 6x = 390$

Czyli: $13x = 390$

$$\text{Czyli: } x = \frac{390}{13} = 30$$

Miał tedy przy sobie Czerwonych Złotych 30. Wszakże: $3x = 3 \times 30 = 90$; $4x = 4 \times 30 = 120$; $6x = 6 \times 30 = 180$. Aże $90 + 120 + 180 = 390$. Więc ſtało ſię dosyć warunkom. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE XVIII.

Między innemi Ptolomeusza gadkami, ciekawa i ta ieſt o posągu Pallady. Tak ow wyprowadza posąg ten mowiący: ieſtem dziełem Złotych upominkow Młodzieży winny mi hołd oddaiącey. Połowę Złota dał Charyzius, osmą część Tespis, dzieſiątą Solon, dwudzieſtą Temiſſon, resztę zaś z płacą dla Rzemieślnika, to ieſt: 9 Talentow dał Aryſtodius. Wiele tedy posąg ow ważył Talentow, i wiele tychże Talentow od każdego danych?

## REZOLUCYA.

Niewiadome Talenta Złota w owym posągu $= x$, więc podług warunkow Zagadnienia ułoży ſię pomiar:

$$x = \frac{x}{2} + \frac{x}{8} + \frac{x}{10} + \frac{x}{20} + 9.$$

Gu

Gubiąc frakcye:

$$\text{I. } 2x = x + \frac{2x}{8} + \frac{2x}{10} + \frac{2x}{20} + 18$$

$$\text{II. } 16x = 8x + 2x + \frac{16x}{10} + \frac{16x}{20} + 144.$$

$$\text{III. } 160x = 80x + 20x + 16x + \frac{160x}{20} + 1440.$$

$$\text{IV. } 3200x = 1600x + 400x + 320x + 160x + 28800.$$

Dodaiąc: $3200x = 2480x + 28800$

Przenosząc: $3200x - 2480x = 28800$

Odciągaiąc: $720x = 28800$

Dzieląc: $x = \frac{28800}{720} = 40$

Więc 40 Talentow Złota w owym posągu było, z ktorych Charyzius ofiarował 20, Tespis 5, Solon 4, Temiſſon 2, Aryſtodius 9. Co wszyſtko $= 40$. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE XIX.

WOyſko Cesarkie tak może być rozłożone: daymy że połowa tego Woyſka ma ſtanowiſko w Węgrzech, osma część w Kroleſtwie Czeſkim, dwunaſta w Halickim, dwudzieſta w Niderlandzie, trzydzieſta w Xięſtwach Wło-

Włoſkich, a 48,000 w Auſtryi i w samey Ce-
sarſtwa Stolicy Wiedniu. Pytam, wiele wszy-
ſtkiego ieſt Woyſka Cesarſkiego, i wiele w
każdey z wyliczonych Prowincyi?

## REZOLUCYA

Tego Zagadnienia i innych na podobień-
ſtwo tego ułożyć ſię mogących takaż ieſt,
iaka poprzedzaiącego.

Pomiar: $\frac{x}{2}+\frac{x}{8}+\frac{x}{12}+\frac{x}{20}+\frac{x}{30}+a=x.$

Gubiąc frakcye poiedynczo.

I. $x+\frac{2x}{8}+\frac{2x}{12}+\frac{2x}{20}+\frac{2x}{30}+2a=2x.$

II. $8x+2x+\frac{16x}{12}+\frac{16x}{20}+\frac{16x}{30}+16a=16x.$

III. $96x+24x+16x+\frac{192x}{20}+\frac{192x}{30}+192a=192x.$

$$\text{IV. } \frac{1920x+480x+320x+192x+3840x}{30}+3840a=3840x.$$

$$\text{V. } 57600x+14400x+9600x+5760x+3840x+115200a=115200x.$$

Dodaiąc będzie : $91200x+115200a=115200x.$

Przenosząc i odciągaiąc : $115{,}200a=24000x$

Dzieląc : $x=\dfrac{115{,}200a}{240{,}000x}$

Lecz a, założone za 48,000, więc wspołczynnika iego, to ieſt: 115,200 rozmnożywszy przez 48,000, a produkt $=5{,}529{,}600{,}000$ podzieliwszy przez 24,000, wypadnie cena $x=230{,}400$, to ieſt: liczba całego Woyſka Cesarſkiego. Doświadcz; to ieſt: tę Woyſka liczbę dziel na części, będzie nayprzod: $\dfrac{230{,}400}{2}=115{,}200$; powtore: $\dfrac{230{,}400}{8}=28{,}800$; potrzecie: $\dfrac{230{,}400}{12}=19200$; poczwarte: $\dfrac{230{,}400}{20}=11520$; popiąte: $\dfrac{230{,}400}{30}=7680$. Aże $115{,}200+28{,}800$

+19,200+11520+7680, nadto ieszcze 48000=230,400. Więc stało się zadosyć warunkom.

## ZAGADNIENIE XX.

SZyper z Gdańska powrociwszy, spytany wiele z pieniędzy za zboże wziętych na sprawunki w Gdańsku wydał, a wiele w reszcie przywiozł? odpowiedział: że połowę pieniędzy wydał w Gdańsku za wino i korzenie, osmą część za sukno, dwunastą za materye, dwudziestą na sprawunki przyiacioł, trzydziestą na cła i podroż, a pozostałych nie ma więcey iak 5,000 Złotych. Pytam, iak wiele wszystkich za Zboże w Gdańsku wziętych, i iak wiele za Towar w szczegulności tamże wydanych pieniędzy?

## REZOLUCYA.

Oczywista rzecz, że tego Problema rezolucya taż sama iest, co i poprzedzaiącego, nic więcey nie odmieniaiąc w cenie x, tylko walor ilkości a, ktory w tym przypadku = 5000, rozmnożywszy więc 5000 przez 115200, będzie:

$$\frac{115,200a}{24,000} = \frac{576,000,000}{24,000},$$

a podzieliwszy przez 24,000, wypadnie summa pieniędzy za zboże wziętych =24,000. Na ten więc model można tysiączne ułożyć i rezolzolwować Zagadnienia np. Zagadniony kto 1. Wieleby miał rocznego dochodu albo wydatku? 2. Wieleby z ſtodoł swoich kop, albo ze spichlerzow korcy wydawał zboża? 3. Wieleby za sprzedaż brał, albo łożył na kupno bydła lub innego towaru? i t. d. Mogłby takie dawać odpowiedzi: 1. Ze połowę rocznego dochodu ma z krescencyi, osmą część z arend, dwunaſtą z ſtad i inwentarza, dwudzieſtą z młynow i ſtawow, trzydzieſtą z pasiek, i oprocz tego z prowizyi np. 72 tyſiące, wieleżby miał całego roku dochodu? Co do wydatku, mogłby powiedzieć, iż połowę dochodu swego rocznego wydaie na wyżywienie i potrzeby własne, osmą część na spłacenie długow, dwunaſtą na nowe fabryki, albo wſi w reparacye, i t. d. i ieszcze mu niedoſtaie, albo też zbywa np. 12 tyſięcy, wieleż wynoſi cały wydatek? 2. Zyta np. kop albo korcy co rok posyła do Gdańſka, i sprzedaie połowę, na domowy obchod odkłada osmą część, na gorzalnią dwunaſtą, na poddanych zaratowanie pod czas przednowku dwudzieſtą, na suchedniowe ſłużącym trzydzieſtą część, i ieszcze mu na nowy zaſiew zoſtaie kop lub korcy np. 2400, wieleż ich ogulnie było? Owszem choćby inne części wypadały z warunkow Zagadnienia, redukcya atoli pomiaru będzie podobna.

ZA-

## ZAGADNIENIE XXI.

OYciec dwoch Synow czyni Teſtamentem Dziedzicami Fortuny swoiey, z tym warunkiem: ażeby ſtarszy wziął 100 Czerwonych Złotych, i czwartą część reszty dziedziſtwa (ktore tu niewiadome, i częsć iego iakaś na inny koniec od Oyca wyznaczona, to ieſt: albo na spłacenia długow, albo na pogrzeb i pobożne uczynki i t. d.) młodszy zaś, ażeby wziął 50 Czerwonych Złotych i połowę tegoż dziedziſtwa, po wytrąceniu części braterſkiey i swoich Czerwonych Złotych 50 resztuiącego. Uczyniwszy dział taki, pokazało ſię, że Synowie rownych części Dziedzicami zoſtali. Pytam, iak znaczne to było Dziedziſtwo? iakie części w dziale Synowſkim?

## REZOLUCYA.

Dziedziſtwo niewiadome $=x$, reszta po wytrąceniu Czerwonych Złotych 100 dla Syna ſtarszego wyznaczonych, będzie $x-100$, albo założywszy za 100 $a$, $x-a$, czwarta część tey reszty $=\frac{x-a}{4}$, a zatym część przypadaiąca na Syna ſtarszego $=a+\frac{x-a}{4}$.

Założywszy zaś za 50 $b$, część na młodszego go Teſtamentem spadaiąca będzie $= \dfrac{b + x - a - b - \dfrac{x+a}{4}}{2}$, to ieſt: Czerwonych Złotych 50, i połowa dziedzictwa wytrąciwszy część Brata ſtarszego $a + \dfrac{x-a}{4}$ iako wyżey, część iego samego $= b$, ktore to wytrącenie czyli odciągnienie przez odmianę znakow ſię tylko tu okazuie. A że obydwie te części podług warunkow Zagadnienia pokazały ſię po uczynionym dziale być rowne, więc naſtępuiący pomiar wynika:

$$a + \frac{x-a}{4} = b + \frac{x - a - b - \frac{x+a}{4}}{2}$$

Chcąc iuż uwolnić pomiar ten od frakcyi, nayprzod przez Mianownika 2 mnożyć trzeba wszyſtkie inne terminy, ktore nie są Licznikiem tegoż Mianownika, to ieſt: same tylko mnożyć trzeba b w drugiey części pomiaru, a w pierwszey wszyſtkie terminy, będzie:

$$2a + \frac{2x-2a}{4} = 2b + x - a - b - \frac{x+a}{4}$$

Po-

Potym resztę frakcyi gubiąc, czyli przez 4 raz tylko mnożąc, będzie: $8a+2x-2a=8b+4x-4a-4b-x+a$.

Redukuiąc: $6a+2x=4b+3x-3a$.

Przenosząc: $9a-4b=x$.

Lecz $a=100$, $b=50$, więc $x=9a-4b=9\times100-4\times50=900-200=700$. Więc całego dziedzictwa wartość $=700$ Czerwonych Złotych. Doświadczenie: Starszy Syn bierze $a+\frac{x-a}{4}$; więc obrociwszy litery na liczby iuż wiadome, bierze Czerwonych Złotych $100+\frac{700-100}{4}=100+\frac{600}{4}=250$, młodszy zaś bierze: $b+\frac{x-a-b-\frac{x+a}{4}}{2}=50+\frac{700-100-50-\frac{700+100}{4}}{2}=250$, a zatym części dziedzictwa na Synow Testamentem spadłe są rowne, to iest: pierwsza $=250$ i druga $=250$, obydwie zaś $=500$ Czerwonym Złotym, toc reszta tegoż dziedzictwa, ſtwa, to ieſt: Czerwonych Złotych 200 na inny koniec od Oyca muſi być rozrządzona. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE XXII.

ZEno Filozof bardzo subtelny, i wykrętarz w ſtarożytności ſławny, nie przypuszczaiąc ciągłego ciał ruchu, tak rosprawiał: Ciało albo ſię rusza na mieyscu, na ktorym ieſt, albo ſię rusza na mieyscu na ktorym nie ieſt; lecz twierdzić nie można, żeby ſię ruszało na mieyscu, na ktorym ieſt, gdyż tam spoczywa; ani na mieyscu, na ktorym nie ieſt, gdyż tam nie zoſtaie; więc ciało ciągłego nie ma ruchu. Rozumiał opacznie ow Mędrek, że wszyſtkie ciał ruchy przerwane są przez małe onychże na każdym mieyscu odpoczynki. W czym łatwoby był poznał błąd swoy, gdyby mogł był widzieć Zegarki, ktore poźniey są wynalezione; i gdyby był ruch ciał porownał z obrotem Zegarkowych ſkazowek czyli indexow. Wszakże te przez ſkoki idą, i choć za każdym ſkokiem nieco odpoczywaią, przecięż małemi temi odpoczynkami ciągły ruch ich i obrot nie przerywa ſię. Co oko własne każdemu pokazuie. Chociaż bowiem ſkoki te i odpoczynki w indexach godzinnych są nieznaczne, i pod oko nie podpadaiące, w indexach atoli pierwszominutowych, a tym bardziey drugominutowych aż nadto są widoczne. Z takiego błędnego swego rozumowania

wania wzmiankowany Filozof, następuiący wyciągnął rownie błędny wniosek: Gdyby ruch ciał, mowił on, przerwany nie był przez drobne odpoczynki, rzeczby była nigdy niepodobna, aby Achilles ow w biegu, według Homera, nayprędszy, ktory wsławił się podczas Woyny Troiańskiey, mogł dognać czołgaiącego się iako nayopieszaley Zołwia, ktoryby od tegoz Achillesa na 1 milę był oddalony.

Daymy bowiem, mowił daley Zeno, że Achilles 10 np. razy bieży prędzey od Zołwia; ieżeliby więc Achilles y Zołw bez żadney przerwy bieg swoy odprawowali, toć wprzeciągu czasu, w ktorymby Achilles iednę milę ubiegł, Zołw ubiegłby dziesiątą część mili drugiey, a w przeciągu, w ktorymby Achilles i tę dziesiątą część mili odprawił, Zołw znowu dziesiątą część ubiegłby pierwszey dziesiątey części teyże mili, czyli $\frac{1}{100}$, a przebiegłby Achilles i tę setną część, Zołwby się posunął znowu do iedney dziesiątey części z owych setnych, czyli do $\frac{1}{1000}$ i tak zawsze Zołw wyprzedzałby Achillesa, co się doświadczeniu sprzeciwia, więc ciągłego, wnosił Zeno, żadne ciało nie ma ruchu, i iedne nad drugie w biegu być nie może prędsze, z przyczyny niezliczonych odpoczynkow, ktore

ktore bieg ow, a zatym ruch każdy przerywaią.

## REZOLUCYA.

Długo Filozofia dawna o tym Zagadnieniu rosprawiała i mozg Uczniom niepotrzebnie suszyła, a dziśieysza za nie warte nawet swego roztrząsania sądzi. Co śię tycze Matematykow, ci z błędnym tym wykrętem tak postępuią; przeświadczeni oni będąc o prędszym iednych, a opieszalszym drugich ruchomych rzeczy biegu, nie wchodzą bynaymniey w przyczyny i wywody tego doświadczenia, ale tylko uśiłuią wyznaczyć i na oko pokazać punkta, w ktorych dwie rzeczy nie iednakowo ruchome np. Achilles i Żołw zeyść śię mogą, i powinny; a zatym na Problema przerzeczone, i inne temu podobne, następuiącą daią rezolucyą. Niech będzie przeciąg mieysca, ktore ubiedz, albo raczey uleźć ma Żołw, nim śię z nim zeydzie Achilles $=x$, że zaś Żołw ow na milę iednę od Achillesa odległy, odległość iego od punktu, z ktorego śię ma ruszyć Achilles, będzie $=x+1$. Lecz że Achilles podług domniemania dziesięć razy od Żołwia śpiesznicy bieży, przeciąg mieysca od niego ubieżony będzie $=10x$, a zatym wypadnie pomiar:

$$x+1=10x$$

Przenosząc zaś x do drugiey części, będzie $1=10x-x=9x$

Dzio-

Dzieląc przez 9, będzie: $x = \frac{1}{9}$

To iest: Achilles zeydzie się z Zołwiem pierwszey z dziewięciu części mili drugiey, czyli przebiegłszy całą milę i $\frac{1}{9}$ mili drugiey. Albowiem nim Zołw ulezie $\frac{1}{9}$ tey mili, Achilles w dziesięcioro szybszy ubieży $\frac{10}{9}$ a że $\frac{10}{9} = 1 + \frac{1}{9}$, więc w tym punkcie Achilles i Zołw iednako oddaleni będą od owego punktu, na ktorym Achilles znaydował się, a od ktorego Zołw na milę iednę był odległy. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE XXIII.

KUpiec zkupuiąc do sklepu swego sukna albo materye, obiera nayprzod przednieyszy gatunek, i płaci każdy postaw albo sztukę tego gatunku po Czerwonych Złotych 30; potym bierze gatunek podleyszy, i płaci postaw lub sztukę po Czerwonych Złotych 12; sprzedaiąc zaś też sukna albo materye, czy całkiem czy na łokcie, na każdym postawie czyli

czyli sztuce sukna owego, lub materyi gatunku lepszego, zarabia Czerwonych Złotych 4, a na każdym postawie albo sztuce podleyszego gatunku zyskuie Czerwonych Złotych 3. Po zupełnym wszystkiego tego towaru sprzedaniu, gdy wydatek swoy z zyskiem porownywa, znayduie zarobku Czerwonych Złotych 300; gdyż wydał za cały ow towar Czerwonych Złotych 2000, a wziął za niego Czerwonych Złotych 2300. Pytam, ile wszystkich postawow sukna albo sztuk materyi pierwszego, a ile drugiego gatunku zakupił i zprzedał?

## REZOLUCYA.

Ponieważ Zagadnienie to do tylu innych przypadkow w kupnach i przedażach przystosować się może, ile między handluiącemi Narodami znayduie się rodzaiow towarow, przeto Rezolucya tego Zagadnienia naylepsza mi się być zda ogulna, ktoraby wszystkie owe obeymowała, i ułatwiała przypadki. J dla tego szczegulne to Zagadnienie w takie powszechnieysze zamieniam: Maiąc daną cenę wyrażną pewney miary, części, albo sztuki dwoiakich towarow, tak co do kupna iako co do przedaży, nadto wiadomy ieszcze wydatek ogulny na zakupienie, z zyskiem także ogulnym po zprzedaniu tychże towarow, zgadnąć, ile iednego, a ile drugiego z nich sztuk wszystkich było? Niech więc nayprzod w kupowaniu cena iedney sztuki pierwszego towaru będzie $= a$, cena iedney sztuki drugiego towaru $= b$, wydatek ogulny $= c$, a po sprzedaży zyſk na obydwu towarach $= d$, liczba zaś niewiadoma wszyſtkich sztuk pierwszego towaru $= x$. Że więc wydatek na zakupienie obu towarow ieſt $= c$, toć wydatek na towar drugiego gatunku $= c - ax$, a ten dzieląc przez cenę iedney sztuki tegoż drugiego gatunku towaru $= b$, będzie summa wszyſtkich iego sztuk $= \frac{c - ax}{b}$.

Powtore w przedawaniu niech cena iedney sztuki towaru pierwszego gatunku będzie $= p$, a cena iedney sztuki towaru drugiego $= q$, będzie cena wszyſtkich sztuk pierwszego towaru $= px$, cena zaś wszyſtkich sztuk towaru drugiego czyli ilkości $\frac{c - ax}{b}$, będzie $= \frac{qc - qax}{b}$. A że te dwie ceny podług warunku Zagadnienia przewyższaią ogulny na towary owe wydatek $= c$ zyſkiem $= d$; zrownaią ſię więc z tymże zyſkiem, odciągnąwszy od nich ogulny wydatek $c$, i pomiar naſtępuiący ułozy ſię:

$$px + \frac{qc - qax}{b} - c = d.$$

A

A zgubiwszy frakcyą, mnożąc przez b inne terminy będzie : $bpx+qc-qax-bc=bd$.

Przenioſſszy zaś ilkości wiadome do wiadomych, będzie : $bpx-qax=bd-qc+bc$.

Podzieliwszy nareszcie przez $bp-qa$, będzie :

$$x=\frac{bd-qc+bc}{bp-qa}$$

Tak iuż maiąc zredukowany pomiar, obrocić trzeba litery na liczby podług Zagadnienia warunkow, np. w oſtatnim danym Zagadnieniu $a=30$, $b=12$, $c=2000$, $d=300$, $p=34$, $q=15$.

A zatym : $x=\frac{12\times300-2000\times15+12\times2000}{12\times34-30\times15}$

Czyli : $x=\frac{3600-30000+24000}{408-450}$

Dodawszy zaś 3600 do $+24000$, a summę 27600 odciągnąwszy od $-30000$, będzie reszta $=-2400$; w Dzielniku także 408 odciągnąwszy od $-450$ zoſtonie $-42$, a zatym będzie :

$$x=\frac{-2400}{-42}.$$

Podzieliwszy nakoniec —2400 przez —42, wypadnie cena ilkości x dodatna, to ieſt:

$$x = +57 + \frac{6}{42} = 57 + \frac{1}{7}.$$

J ta ieſt liczba poſtawow sukna, albo sztuk materyi pierwszego gatunku zakupionych; z ktorey łatwo iuż doyść liczby poſtawow albo sztuk sukna lub materyi drugiego gatunku. Jeżeli bowiem pierwszego ieſt sztuk $57 + \frac{1}{7}$, toć drugiego będzie sztuk =

$$\frac{c - ax}{b} = \frac{2000 - 30 \times 57 + \frac{1}{7}}{12}.$$

Czyli płacąc za każdą sztukę pierwszego towaru po Czerwonych Złotych 30, wypadnie za sztuk $57 + \frac{1}{7}$ summa Czerwonych Złotych $= 1714 + \frac{2}{7}$, ktorą odciągaiąc od całego wydatku czyli od Czerwonych Złotych 2000, zoſtanie reszta $= 285 + \frac{5}{7}$, a tę

dzie-

dzieląc przez 12 Czerwonych Złotych, czyli przez wydatek za każdą zosobna sztukę drugiego towaru, Wieloraz da ogulną liczbę wszystkich sztuk tegoż drugiego towaru $= 23 + \frac{17}{21}$, a zatym wszystkich razem postawow sukna, albo sztuk materyi w obydwoch gatunkach było $80 + \frac{20}{21}$. Doświadczenie. Wszakże zarabiaiąc po Czerwonych 4 na $57 + \frac{1}{7}$ sztukach, zarobił Czerwonych Złotych $228 + \frac{4}{7}$, potym: po Czerwonych Złotych 3, na $23 + \frac{17}{21}$, zarobił Czerwonych Złotych $71 + \frac{9}{21}$. A że $228 + 71 + \frac{4}{7} + \frac{9}{21} = 300$, więc i t. d. C. B. D. R.

ZA-

## ZAGADNIENIE XXIV.

GOspodarz na wyżywienie swoie i Domownikow swoich, corok 60 korcy pszenicy odkładał, a resztę wysiewał. Zdarzyło się, że przez trzy ciągłe lata w sześcioro więcey rodziło Mu się pszenicy, aniżeli iey wysiewał, czyli: że wysiew każdy szoste ziarno wydawał, przeto w dziesięcioro bogatszym w pszenicę stał się po trzech latach, aniżeli był przedtym. Pytam, ile korcy pszenicy miał na początku gospodarstwa?

## REZOLUCYA.

Korce na początku miane $=x$, odkładane na wyżywienie $60=a$, coroczna krescencya w szescioro powiększaiąca się przez każdy rok w przeciągu lat trzech $=m$, będzie zatym wysianey owey w pierwszym roku pszenicy (odciągnąwszy od $x$ $a$, czyli 60 na wyżywienie korcy) $=x-a$, pierwszoroczna zaś oneyże krescencya będzie (rozmnożywszy wysiew pierwszoroczny $x-a$ przez $m$, czyli sześciorakie powiększenie) $=mx-am$. Na rok zaś drugi od tey krescencyi odciągnąwszy znowu $a$, na wyżywienie Domownikow, reszta wysiana będzie $=mx-am-a$, krescencya zaś drugoroczna będzie, rozmnożywszy tenże drugoroczny wysiew przez $m$, $= mx-am-a\times m=mmx-amm-am$, czyli: $m^2x-am^2-am$.

Na

Na rok iuż trzeci, znowu a odciągnąwszy od drugoroczney krescencyi, będzie reszta pozoſtała na wyſiew trzecioroczny $= m^2x - am^2 - am - a$, a ten wyſiew znowu rozmnożywszy przez m, będzie trzecioroczna krescencya $= m^2x - am^2 - am - a \times m = m^3x - am^3 - am^2 - am$. Że zaś cały ten pszenicy maiątek w dzieſięcioro większy być powinien nad ow, ktory był na początku gospodarſtwa, więc taki wypada pomiar:

$$m^3x - am^3 - am^2 - am = 10x.$$

Przenosząc niewiadome do niewiadomych będzie: - $m^3x - 10x = am^3 + am^2 + am$.

Dzieląc przez $m^3 - 10$,

będzie: - $x = \dfrac{am^3 + am^2 + am}{m^3 - 10}$.

Zakładaiąc nareszcie za litery liczby, i wynosząc ie do tego ſtopnia, do ktorego litery są wynieſione, cena niewiadomey ilkości x odkryie ſię. Albowiem ieżeli $a = 60$, $m = 6$, więc $m^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$, $m^2 = 36$, a zatym $am^3 = 60 \times 216 = 12{,}960$, $am^2 = 60 \times 36 = 2160$, $am = 360$. Przeto: $x = \dfrac{am^3 + am^2 + am}{m^3 - 10}$

$= \dfrac{12{,}960 + 2160 + 360}{216 - 10}$ Czyli $x =$

$$\frac{15480}{206} = 75 + \frac{30}{206} \text{ czyli } + \frac{15}{103}.$$

Miał tedy ow Gospodarz na początku gospodarſtwa swego pszenicy korcy $75 + \frac{15}{103}$

Doświadczenie. Jeżeli bowiem miał w ten czas korcy $75 + \frac{15}{103}$, toć odłożywszy na potrzeby domowe korcy 60, nie wyſiał w pierwszym roku tylko korcy $15 + \frac{15}{103}$, a że mu wyſiew ten szoſte ziarno wydał, toć w rok miał: $15 \times 6 + \frac{15}{103} \times \frac{6}{1} = 90 + \frac{90}{103}$, a od tego odciągnąwszy korcy 60 na wyżywienie, zoſtanie na nowy wyſiew korcy $30 + \frac{90}{103}$, znowu więc $30 + \frac{90}{103} \times 6$ uczyni w drugim roku $180 + \frac{540}{103}$, odciągnąwszy zaś od tego 60, zoſtanie na trzeci wyſiew $120 + \frac{540}{103}$, ktory w trzecim ro-

ro-

rozmnożony w sześcioro uczyni: $720 + \frac{3240}{103}$ czyli $751 + \frac{47}{103}$. Co wyniesie więcey niż w dziesięcioro nadto, co miał na początku, czyli nad $75 + \frac{15}{103}$, gdyż $75 + \frac{15}{103} \times 10 = 750 + \frac{150}{103}$ czyli: $751 + \frac{47}{103}$. C. B. D. R.

## ZADANIE II.

*Gdy z warunkow iakiego Zagadnienia wypadną dwie, lub kilka niewiadomych ilkości, a zatym dwa lub kilka też niewiadome ilkości w sobie zawieraiących pomiarow, iakim sposobem wyrugować i zgubić owe ilkości niewiadome, żeby z nich iedna tylko w iednym pomierze została?*

REzolucye niżey położonych Zagadnieniow, każdego przeświadczą o nieuchronney potrzebie szukania i używania znalezionych sposobow, na takie redukowanie wielu ilkości niewiadomych, żeby iedna tylko z nich w iednym została pomierze. Jnaczey bowiem nie może się odkryć cena wszystkich owych niewiadomych

mych ilkości, ſkoro wszyſtkie ſię nie wygubią, i iedna tylko z nich z iednym pomiarem nie zoſtanie. Rożne zaś na to Rachmiſtrze literalni przepisuią sposoby, z ktorych naſtępuiące 4 są nayzwyczaynieysze.

I. Pierwszy sposob rugowania z pomiarow ilkości niewiadomych, a zatym i samych gubienia pomiarow bez zepsucia ceny tychże niewiadomych ieſt przez *Założenie* (per subſtitutionem,) to ieſt: wziąwszy cenę iedney ktorey z kilku w iednymże pomierze będących ilkości niewiadomey (czyli w pierwszey pomiaru części iednę ktorą zoſtawiwszy niewiadomą, a inne wszyſtkie z wiadomemi nawet, ieśli będą, do drugiey części z przeciwnym znakiem przenioſſszy) cenę tę w drugim pomierze z warunkow tegoż Zagadnienia wypadłym załoź za tęż samę niewiadomą ilkość, np. ieżeli Ci w iakim Zagadnieniu wypadły te dwa pomiary dwie niewiadome ilkości w sobie zawieraiące, pierwszy: $x+y=a$ drugi: $2y+x=b$. Cena w pierwszym niewiadomey ilkości $x$, przekładaiąc do drugiey części $y$, będzie: $x=a-y$, a tę cenę założywszy za tęż niewiadomą $x$ w drugim pomierze, będzie: $2y+a-y=b$, czyli odciągaiąc $-y$ od $2y$, będzie: $y+a=b$ gdzie iuż iedna tylko ieſt niewiadoma, i ieden iuż tylko pomiar rowny dwom danym, gdyż w tym drugim lubo niemasz ilkości $x$, ktora była w pierwszym pomierze, ieſt atoli cena iego, czyli to, co ilkości $x$ było rownego,

ieſt:

ieſt: a—y, zatym taka przez Założenie uczyniona redukcya, lubo iednę niewiadomą zgubiła, ceny iednak iey nie zgubiła. Sposob ten redukowania pomiarow naybardziey używany bywa w ten czas, kiedy trzy lub więcey ilkości niewiadomych, a zatym i pomiarow z warunkow Zagadnienia wypadną. W ten czas albowiem we dwoch pomiarach ktorychkolwiek bierze ſię ſię cena dwoch niewiadomych, a w trzecim pomierze cena ich zakłada ſię za też same niewiadome; np. ieżeli z Zagadnienia wypadną te trzy pomiary I. $x+y=a$ II. $y+z=b$, III. $x+z=c$. Wziąwszy cenę w pierwszym pomierze $x=a-y$, a w drugim $z=b-y$, i ceny te założywszy za x i z w trzecim, będzie $a-y+b-y=c$ czyli przenioſſszy niewiadome do drugiey części, a wiadomą do pierwszey, będzie $a+b-c=2y$, czyli $y=\frac{a+b-c}{2}$, gdzie iedna iuż tylko ieſt niewiadoma, a pomiary wszyſtkie trzy do iednego zredukowane. W takim zaś przez Założenie redukowaniu, tę trzeba koniecznie zachować regułę, to ieſt: ile razy ſię trafi, a trafia ſię bardzo częſto, że ilkość niewiadoma w tym pomierze, w ktorym zakładać ſię ma cena iey z innego pomiaru wzięta, ma wyraźnego współczynnika, potrzeba przez tego współczynnika całą wzmiankowaną cenę i każdy z osobna termin iey rozmnożyć, zachowuiąc w tym mnożeniu Przepis na

zna-

znaki, zwłaszcza, kiedy ſię trafia cena odcią-żna, bo kiedy ieſt dodatna, na ten czas zna-ki te wszyſtkie wypadać muszą, ktore są w teyże cenie, oprocz znaku pierwszego iey ter-minu. Niech będą np. trzy te pomiary, kto-re redukować potrzeba I. $4x+y=a$, II. $7x+z=b$, III. $4y+5z=c$. Cena z pier-wszego pomiaru $y=a-4x$, z drugiego $z=b-7x$. Zakładaiąc w trzecim cenę $y$, bę-dzie nayprzod: $+4\times+a=+4a$, powto-re: $+4\times-4x=-16x$, zakładaiąc zas cenę $z$, będzie: $+5\times+b=+5b$, potym $+5\times-7x=-35x$, a zatym trzeci po-miar zamieni ſię w ten: $4a-16x+5b-35x=c$, czyli $4a+5b-c=51x$ czyli $x=\frac{4a+5b-c}{51}$. Lecz gdyby redukować przy-szło te dwa pomiary: $a=x-2x$, i $b-3x=y$, cena pierwszego, przenioſſszy do pier-wszey części niewiadome, a wiadomą do dru-giey, będzie: $2x-x=-a$, czyli: $x=-a$, a cenę tę założywszy w drugim po-mierze za $-3x$, będzie $-3\times-a=+3a$ (przez Przepis na znaki Multypl.) a zatym pomiar drugi będzie: $b+3a=y$. Co dobrze proszę pomnieć.

II. Drugi sposob przez *Składanie* (per compoſitionem) cen iedneyże ilkości ze dwoch pomiarow wypadaiących, to ieſt: gdy ilko-ści iakiey niewiadomey weźmiesz cenę w ie-dnym pomierze, potym teyże samey ilkości we-

weźmiesz cenę w drugim pomierze, a te dwie ceny zrownasz z sobą i w nowy pomiar ułożysz, zgubisz iednę z niewiadomych, a dwa pomiary w ieden zamienisz, rowny obydwom pierwszym. Przeto sposob ten redukowania w ten czas pospolicie używany bywa, kiedy dwa wypadną pomiary z warunkow Zagadnienia, lubo i w tym razie używać można pierwszego sposobu przez Założenie. Niech będą np. dwa pomiary, pierwszy: $x+y=a$, drugi $3x=4y$, cena z pierwszego $x=a-y$, z drugiego: $x=\frac{4y}{3}$, więc ſkładaiąc te obydwie ceny, będzie nowy pomiar obydwom danym rowny $a+y=\frac{4y}{3}$, a to na fundamencie tey prawdy przez ſię iasney; dwie rzeczy iedney trzeciey rowne, są między sobą także rowne. A że ceny rzeczone są rowne iedneyże trzeciey ilkości $x$, toć i sobie są rowne, a zatym $a+y=\frac{4y}{3}$, czyli zgubiwszy frakcyą $3a+3y=4y$, czyli: $3a=4y-3y$, czyli: $3a=y$.

III. Trzeci sposob przez *Dodanie* iednego pomiaru do drugiego, np. maiąc w iakim Zagadnieniu te dwa pomiary, pierwszy: $x+y=a$, drugi: $x-y=b$, dodawszy obydwa, mieć będziesz ieden pierwszym obydwom

dwom rowny : $x+y+x-y=a+b$, czyli : $2x=a+b$. Jeżeli bowiem rowne ſię rzeczy dodadzą rownym, i summy będą rowne. Lecz ten sposob w ten czas tylko prawie bywa używany, kiedy przez Dodanie pomiarow może ſię ilkość niewiadoma zgubić dla przeciwnych znakow, z ktorych ieden w iednym, a drugi w drugim znayduie ſię pomierze. Lubo czasem przyda ſię i w innych przypadkach, iako ſię da widzieć w Zagadnieniu trzecim.

IV. Czwarty sposob przez *Odciągnienie* iednego od drudiego pomiaru, np. maiące te same dwa pomiary $x+y=a$, i $x-y=b$, można odciągnąć drugi od pierwszego, będzie reszta $x+y-x+y=a-b$, czyli : $2y=a-b$, gdzie x dla przeciwnych znakow zepsuło ſię, i zoſtało same y. Lecz oczywiſta, że i tego sposobu nie zawsze można użyć, dla tego doświadczać potrzeba obydwoch oſtatnich, ktoregoby ſię z nich chwycić, a ktory opuścić należało. Widzieć można w naſtępuiących zaraz Zagadnieniach, iak pierwsze dwa redukowania pomiarow sposoby są przydatne, i ułatwić rownie dobrze mogące rożne tychże Zagadnieniow warunki ; trafia ſię atoli, że tamte same bez tych pomocy całe są nieſkuteczne, iako każdy pozna z Rezolucyi Zagadnienia dzieſiątego, przeto wszyſtkie 4 te sposoby i zrozumieć dobrze, i pamiętać należy.

ZA-

## ZADANIE III.

*Jak rezolwować Zagadnienia proste określone, w ktorych się kilka niewiadomych ilkości znayduie?*

I. MAiąc takie Zagadnienie rezolwować, ktorego warunki wyciągaią założenia kilku niewiadomych ilkości, i tyluż ułożenia pomiarow, potrzeba nayprzod dwa pierwsze przepisy na początku Rozdziału tego dane zachować, to ieſt: 1. Uważać, ktore w Zagadnieniu tym wiadome są rzeczy, a ktore niewiadome, i litery za liczby pozakładać, gdzie iakich trzeba; 2. Dobrze roztrząsnąć warunki Zagadnienia, i ile tych warunkow ieſt zawieraiących w sobie co niewiadomego, czyli ile samych niewiadomych ilkości ieſt, tyle ułożyć pomiarow. Przepis ten, iak i inne następuiące, naylepiey okaże przykład.

### ZAGADNIENIE I.

MAtka spytana o wiek trzech Synow swoich, odpowiedziała: naymłodszy Syn moy z srzednim maią lat 25, srzedni z nayſtarszym 60, a nayſtarszy z naymłodszym 37. Jakież lata każdego zosobna Syna?

RE-

# REZOLUCYA I.

Zakładaiąc nayprzod litery za niewiadome lata, będą lata naymłodszego $=x$, śrzedniego $=y$, nayſtarszego $=z$, $25=a$, $60=b$, $37=c$; ponieważ więc trzy tu są warunki, i troiakie lata niewiadome, przeto na trzy pomiary to Zagadnienie obrocisz, to ieſt: niewiadome lata Synow naymłodszego i śrzedniego zrownasz z a, i będzie pierwszy pomiar: $x+y=a$

Potym niewiadome lata śrzedniego i nayſtarszego zrownasz z b, i będzie drugi pomiar: $y+z=b$.

Nareszcie lata nayſtarszego i naymłodszego zrownasz z c, będzie trzeci: $x+z=c$.

II. Maiąc iuż ułożone pomiary, a widząc, że w nich więcey iak porazu niewiadoma każda ilkość mieści ſię, przyſtąpić potrzeba do redukcyi tychże pomiarow, i rugowania owych niewiadomych ilkości, żeby iedna tylko w iednym pomierze zoſtała, zażywaiąc do tego sposobow pod Zadaniem poprzedzaiącym opisanych. Tak w przedſięwziętym przykładzie, chcąc trzy na ieden zredukować pomiary, możesz pierwszego użyć sposobu, biorąc cenę x w pierwszym pomierze, a w drugim cenę z, ponieważ te obydwie niewiadome znayduią ſię w trzecim, będzie 1. $x=a-y$. 2. $z=b-y$, ktore to dwie ceny (zanotowawszy ie na boku, gdyż do dokończenia

czenia

czenia Rezolucyi będą potrzebne) założ za też niewiadome x i z w trzecim pomierze, będzie: a—y+—b—y==c, gdzie iuż iedna tylko niewiadoma ieſt ilkość y, i pomiary wszyſtkie trzy na ten ieden obrocone. Nic więc iuż nie zoſtaie, tylko dokończyć tey redukcyi podług Przepisow ogulnych, to ieſt: niewiadome obydwie, ponieważ są tu odciążne, do drugiey przenieść części, a wiadome do pierwszey, będzie a+—b—c==2y, nareszcie przez wspołczynnika 2 podzielić, będzie:

$$y = \frac{a + b - c}{2}$$

III. Zredukowawszy wszyſtkie niewiadome ilkości do iedney, a tey przez inną żadną, ani rozmnożoney, ani podzieloney, a zatym pomiary wszyſtkie w ieden sposobami przepisanemi zamieniwszy, obroć litery na liczby, za ktore na początku Rezolucyi, założone były, znaydziesz cenę teyże iedney niewiadomey. Zebyś zaś i innych w tymże Zagadnieniu niewiadomych ilkości znalazł ceny, tę znalezioną dopiero cenę zakładay w zanotowanych owych cenach, w ktorych taż niewiadoma iuż odkryta zawiera ſię. J tak w naszym przykładzie nayprzod litery obracaiąc na liczby, ponieważ a==25, b==60, c==37, będzie:

$$y = \frac{a + b - c}{2} = \frac{25 + 60 - 37}{2}$$

$$=\frac{85-37}{2}=\frac{48}{2}=24.$$ A ieżeli $y=24$, toć $x=a-y=25-24=1$, toć i $z=b-y=60-24=36$, i t. d.

IV. Na koniec doświadcz, czy ceny niewiadomych ilkości iuż odkryte odpowiadaią, i dosyć czynią warunkom Zagadnienia. Jeżeli tak ieſt, tedy dobra cała robota, ieżeli zaś choć iednemu warunkowi nie ſtało ſię zadosyć, omyłka iakaś w rachubie ſtać ſię muſiała, więc na nowo powtorzyć robotę potrzeba. Tak w Zagadnieniu dopiero rezolwowanym, warunek pierwszy był, aby x i y czyli lata naymłodszego i śrzedniego Synow były $=a$ czyli: 25. Ażc $1+24=25$, toć ſię temu warunkowi uczyniło dosyć. Drugi, aby $y+z$, czyli, lata śrzedniego i nayſtarszego Synow były $=b$, czyli: 60. Aże $24+36=60$, więc i temu warunkowi ſtało ſię zadosyć. Trzeci, aby $x+z$ czyli naymłodszego i nayſtarszego Synow lata były $=c$, czyli: 37. Aże $1+36=37$. Więc i temu warunkowi odpowiada Rezolucya; więc niezawodnie dobrze ſię rezolwowało, co było do rezolwowania.

## R E Z O L U C Y A II.

Przez ſkładanie. Ponieważ ogulnego Przepisu dać nie można, względem używania danych sposobow na redukcye rożnych pomiarow

row do iednego takiego, w ktorymby iedna tylko z niewiadomych zoſtała, dla tego, że iak warunki Zagadnieniow nie iednakie bywaią, tak sposoby redukowania pomiarow nie iednoſtayne, więc, żeby Zaczynaiący nabyli łatwości używania wszyſtkich czterech przepisanych nato sposobow, a mianowicie dwoch pierwszych przez założenie i ſkładanie, iako naydoświadczeńszych, dwoiakie na to pierwsze i niektore naſtępuiące Zagadnienia dam Rezolucye. Maiąc w pierwszym Zagadnieniu wypadłe z warunkow te trzy pomiary, pierwszy: $x+y=a$, drugi: $y+z=b$, trzeci: $x+z=c$, a namyślaiąc ſię o sposobie redukowania onych, gdybyś ſię chwycił drugiego sposobu przez ſkładanie, tak ci poſtąpić należy. Widzisz niewiadomą ilkość x w pierwszym i trzecim pomierze, weź więc ceny ich, będzie z pierwszego pomiaru $x=a-y$, z trzeciego zaś $x=c-z$, i złoż te dwie ceny w ieden pomiar, będzie: $a-y=c-z$, a tak zgubiłeś iuż iednę niewiadomą x; żebyś zaś i drugiey y pozbył ſię, szukay w tym nowym pomierze ceny iey, będzie: $a-c+z=y$, z drugiego zaś ieszcze nietykanego pomiaru, będzie cena teyże niewiadomey $y=b-z$, znowu więc złoż te ceny w ieden pomiar, będzie: $a-c+z=b-z$, gdzie iuż iedna tylko zoſtała niewiadoma z, ktorey, zredukowawszy ten pomiar, zapytana cena będzie: $2z = b - a + c$, czyli: $z = \frac{b - a + c}{2}$

czyli obrociwszy litery na liczby: $z = \frac{60 - 25 + 37}{2} = 36$. A zatym $y = b - z = 60 - 36 = 24$, $x = a - y = 25 - 24 = 1$. Jak wyżey pod Rezolucyą 1. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE II.

W Pewney fortecy byli na załodze Francuzi, Szwaycarowie i Niemcy. Liczba Francuzow wziętych wraz z Szwaycarami wynosiła 5000, Szwaycarow z Niemcami 7000, a Niemcow z Francuzami 6000. Pytam, ile z każdego Narodu Zołnierzy było, tudzież, ile było wszystkich razem wziętych?

Rezolucye tego Zagadnienia też same są, co i pierwszego, gdyż i warunki iego podobne i pomiary.

## REZOLUCYA I.

Przez założenie. Niech będzie liczba Francuzow niewiadoma $= x$, Szwaycarow $= y$ Niemcow $= z$, $5000 = a$, $7000 = b$, $6000 = c$. Wypadną 3 pomiary.

Liczba Francuzow z Szwaycarami: $x + y = a$.

Liczba

Liczba Szwaycarow z Niemcami $y+z=b$.

Liczba Niemcow z Francuzami $z+x=c$.

Biorąc cenę x w pierwszym będzie: $x=a-y$.

W drugim zaś cenę z, będzie: $z=b-y$.

Zakładaiąc obydwie w trzecim, będzie: $b-y+a-y=c$.

Przenosząc, będzie: $a+b-c=2y$

Dzieląc na koniec przez 2, $y=\frac{a+b-c}{2}$

Obracaiąc litery na liczby: $y=\frac{5000+7000-6000}{2}$

Czyli: $y=\frac{12000-6000}{2}=\frac{6000}{2}=3000$.

A gdy $y=3000$, toć $x=a-y=5000-3000=2000$; $z=b-y=7000-3000=4000$. Liczba więc Francuzow $=2000$, Szwaycarow $=3000$, Niemcow $=4000$. Doświadczenie. Albowiem $2000+3000=5000$, $3000+4000=7000$, $2000+4000=6000$. C. B. D. R.

## REZOLUCYA II.

Przez ſkładanie. Wziąwszy cenę x w pierwszym i drugim pomierze, złoż ie w nowy pomiar, będzie: $x=a-y=c-z$, czyli: $a-c+z=y$, wziąwszy znowu tę cenę, złoż z drugą wziętą w drugim pomierze ceną y, będzie: $a-c+z=b-z$, czyli: $2z=b-a+c$, czyli: $z=\frac{b+c-a}{2}$ czyli obrociwszy litery na liczby $z=\frac{7000+6000-5000}{2}=\frac{13000-5000}{2}=\frac{8000}{2}=4000$ i t. d. iak wyżey.

## ZAGADNIENIE III.

Cztercch Kupcow A, B, C, D, ſkładkę na handel czynią. A, B i C, razem daią Czerwonych Złotych 790. B, C i D, daią 990. C, D i A, daią 940. Na koniec D, A, B, daią 850. Pytam, iak wielka summa złożona od wszyſtkich, i każdego z osobna?

RE-

## REZOLUCYA.

Przez dodanie. Summa A=x, B=y, C=z, D=w. Z Zagadnienia warunkow wychodzą 4 pomiary:

Pierwszy : $x+y+z=790$.
Drugi : $y+z+w=990$.
Trzeci : $z+w+x=940$.
Czwarty : $w+x+y=850$.

Możnaby te pomiary redukować przez założenie lub przez ſkładanie, tak, iak w Zagadnieniach 1 i 2. Lecz osobliwy to ieſt przypadek, w ktorym przez same pomiarow dodanie, przez ktore żadna nawet niewiadoma ilkość nie gubi ſię, znaleziona być może summa zapytana. Albowiem dodawszy pomiary, będzie z nich summa $=3x+3y+3z+3w=3570$.

Podzieliwszy zaś przez 3, będzie: $x+y+z+w=1190$.

J ta ieſt summa od wszyſtkich Kupcow złożona, od ktorey odciągnąwszy złożone w szczegulności od A, B i C, reszta będzie D, i t. d. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE IV.

Kupiec Gdańſki przyſłał Warszawſkiemu raz 3 kamieni kawy, a 4 oxety wina za Czerwonych Złotych 69, drugi raz 5 kamieni kawy, a 2 oxety wina za Czerwonych Złotych 45. Pyta Warszawſki Kupiec, po

czemu

czemu przypada kamień kawy, a po czemu oxet wina?

## REZOLUCYA. I.

Przez założenie. Cena kawy niewiadoma $=y$, wina $=x$, $69=a$, $45=b$. Z pierwszego warunku Zagadnienia będzie pomiar, rozmnożywszy cenę przez kamienie i oxety: $3y+4x=a$.

Z drugiego zaś warunku, będzie: $5y+2x=b$.

Biorąc cenę y w pierwszym pomierze, będzie: $y=\frac{a-4x}{3}$.

A cenę tę zakładaiąc w drugim za $5y$, wprzod ią przez 5 rozmnożywszy, będzie: $\frac{5a-20x}{3}+2x=b$.

Gubiąc frakcyą, będzie: $5a-20x+6x=3b$.

Przenosząc: $5a-3b=20x-6x=14x$.

Dzieląc, będzie: $x=\frac{5a-3b}{14}$.

Obracaiąc litery na liczby: $x=\frac{5\times69-3\times45}{14}$.

Czy-

Czyli : $x = \frac{345 - 135}{14} = \frac{210}{14} = 15.$

A ieśli $x = 15$, toć $y = \frac{a - 4x}{3} =$

$\frac{69 - 15 \times 4}{3} = \frac{69 - 60}{3} = \frac{9}{3} = 3.$

Doświadczenie. Wszakże nayprzod: 3 kamienie kawy, a 4 oxety wina czynią: $3 \times 3 = 9 + 4 \cdot 15 = 60$, a zatym razem $= 69$. Potym 5 kamieni kawy, a 2 oxety wina czynią $5 \times 3 = 2 \times 5 + 1 \times 15 = 30$, a zatym razem $= 45$. C. B. D. R.

## REZOLUCYA II.

Przez ſkładanie. Weź ceny niewiadome, np. y w pierwszym i drugim pomierze, złoż ie w ieden, a ten zredukuy, tęż samę cenę odkryiesz. Będzie albowiem cena z pierwszego: $y = \frac{a - 4x}{3}$, z drugiego $y = \frac{b - 2x}{5}$, a zatym ſkładaiąc, będzie: $\frac{a - 4x}{3} = \frac{b - 2x}{5}$. Gubiąc frakcye, będzie nayprzod:

a—

$$a-4x = \frac{3b-6x}{5}$$, potym: $5a-20x=$ $3b-6x$. Przenosząc y odciągaiąc: $14x=$ $5a-3b$. Dzieląc na koniec: $x=\frac{5a-3b}{14}$ tak, iak i pierwey.

## ZAGADNIENIE V.

PAn przyimuiąc ſługę, taką z nim czyni umowę: za każdy dzień, ktorego będzieſz pracował, oprocz wiktu, weźmiesz odemnie 3 srebrne grosze, przeciwnie, za każdy dzień, ktory na prożnowaniu ſtrawisz, ty mi za wikt 7 srebrnych groszy zapłacisz. Gdy upłynęło od owey umowy dni 50, a porachunek Pan z ſługą uczynił, pokazało ſię, że ieden drugiemu nic nie był winien. Pytam, ile ow ſługa dni na pracy, a ile na prożnowaniu ſtrawił?

## REZOLUCYA. I.

Przez założenie. Dni na pracy ſtrawione $=x$, na prożnowaniu zaś $=y$, dni upłynionych $50=a$. Oczywiſta nayprzod: że dni na pracy i prożnowaniu ſtrawione razem wzięte wyrownały dniom 50. Zatym pierwszy pomiar będzie: $x+y=a$.

 Po-

Powtore, że summa groszy rozmnożona przez dni niewiadome pracy, rowna była summie groszy rozmnożoney przez dni także niewiadome prożnowania. Albowiem, gdy upłynęło dni 50, nic ieden drugiemu nie był winien, a zatym drugi pomiar będzie: $3x = 7y$.

Wziąwszy więc cenę x w pierwszym pomierze, będzie: $x = a - y$, i założywszy ią za $3x$ w drugim, będzie: $3a - 3y = 7y$.

Przenosząc zaś, będzie: $3a = 7y + 3y$ A dodaiąc i dzieląc; będzie: $3a = 10y = y = \frac{3a}{10}$.

Obracaiąc zaś litery na liczby, będzie: $y = \frac{150}{10} = 15$.

A gdy $y = 15$, toć $x = a - y = 50 - 15 = 35$.

Doświadczenie: Albowiem ieżeli na pracy strawił dni 35; a brał za każdy ten dzień po groszy srebrnych 3, toć wziął $35 \times 3 = 105$, a ieśli na prożnowaniu strawił dni 15, płacił Panu za wikt każdego tego dnia groszy srebrnych 7, toć zapłacił $15 \times 7 = 105$. A zatym po upłynieniu dni $35 + 15$ czyli 50, nic ieden drugiemu nie był winien. C. B. D. R.

RE-

## REZOLUCYA. II.

Wziąść możesz iedneyże ktorey ilkości n x ceny w obydwoch pomiarach, będzie: 1 $x = a - y$. 2. $x = \frac{7y}{3}$, a złożywszy oby dwie, będzie: $a - y = \frac{7y}{3}$, czyli gubią frakcyą: $3a - 3y = 7y$, przenosząc zaś: 3 $= 7y + 3y$ czyli: $3a = 10y$, czyli: $y = \frac{3a}{10}$ iak pierwey.

## ZAGADNIENIE VI.

EUklides taką komuś zadał gadkę: szły Muł i Oślica z ciężarem, niosąc wino w baryłach. Do Oślicy pod ciężarem stękaią cey muł, czego, rzecze, stękasz? Gdybyś z wina, ktore dźwigasz, mnie iednę baryłkę dała, ciężar moy wedwoynasob od twego był by większy, gdybyś zaś odemnie iednę wzię ła, rownebyśmy dźwigali ciężary. Zgadniy, ile baryłek wina Muł, a ile Oślica dźwi gała?

RE-

## REZOLUCYA. I.

Przez Założenie. Baryłki niewiadome Muła $= x$ Oślicy $= y$. Gdyby nayprzod Oślica iednę baryłkę Mułowi dała, ciężar Muła byłby $= x + 1$, a Oślicy zostałby $= y - 1$. Po takim zaś przeniesieniu iedney baryłki, większy we dwoynasob byłby ciężar Muła od ciężaru Oślicy; przeto, żeby i Muła i Oślicy rowne były ciężary, trzeba albo podzielić Muła ciężar iedną baryłką powiększony przez 2, albo przez też 2 rozmnożyć ciężar Oślicy iedną także baryłką zmnieyszony; rozmnożywszy, wypadnie pierwszy pomiar: $x + 1 = 2y - 2$.

Gdyby zaś Muł Oślicy dał 1 baryłkę, ciężar iey byłby: $y + 1$, a Mułowi zostałby: $x - 1$, a że na ten czas ciężary Muła i Oślicy zrownałyby się, więc drugi pomiar: $x - 1 = y + 1$.

Cenę z pierwszego: $x = 2y - 3$, zakładaiąc w drugim, będzie: $2y - 3 - 1 = y + 1$.

Czyli dodaiąc iednoznaczne, będzie: $2y - 4 = y + 1$.

Przenosząc niewiadome do niewiadomych i przeciwnie, będzie: $2y - y = 4 + 1$.

Odciągaiąc, i dodaiąc, będzie: $y = 5$.

A ieżeli $y = 5$, toć $x = 2y - 3 = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$.

Muł więc 7, a Oślica 5 baryłek wina dźwigały. Doświadczenie. Jeśli Muł z 7 bary-

baryłek da 1 Oślicy, będzie: $6=6$, ieżeli zas Oślica Mułowi, będzie $4:8=1:2$. C. B. D. R.

## REZOLUCYA. II.

Przez Składanie. Weź cenę z pierwszego pomiaru tę, co pierwey $x=2y-3$, z drugiego zaś: $x=y+2$, a obydwie w iedeń pomiar złożywszy, będzie: $2y-3=y+2$, czyli przeniosszy: $2y-y=2+3$, czyli $y=5$, iak wyżey.

## ZAGADNIENIE VII.

WŁodarz, albo Gumienny, ktoremu Pan zlecił przedaż zboża, rachunkow Panu nie zdawszy, umarł. Pan chcący zasięgnąć wiadomości, po siłaż ktore zboże przedawał, pyta oto żony iego. Lecz ta nic o tym nie wie, tylko, że widziała za powrotem z targu trzy razy męża rachuiącego pieniądze, i gdy rzecze, pierwszą razą rachował, za 8. korcy ięczmienia, a za 2 korce żyta zprzedanego, narachował Tynfow 42. Drugą razą za 8 korcy ięczmienia, a 1 pszenicy narachował Tynfow 36. Trzecią razą za 4 korce żyta, a 5 pszenicy narachował Tynfow 60. Pan Rachmistrzowi swemu każe, aby dochodził, po wiele korzec ięczmienia, a po wiele żyta i pszenicy zprzedany?

RE-

# REZOLUCYA I.

Przez założenie. Cena niewiadoma ięczmienia $=x$, żyta $=y$, pszenicy $=z$. troiakiego warunku te trzy wypadaią pomiary, pierwszy: $8x+2y=42$.

Drugi: $7x+z=36$.

Trzeci: $4y+5z=60$.

Cena z pierwszego zredukowanego wprzod przez 2 na mnieysze terminy, to iest: z tego $4x+y=21$, iest: $y=21-4x$.

Cena z drugiego drugiey niewiadomey, $=36-7x$.

Obydwie te ceny w trzecim pomierze zadaiąc, pierwszą za y, rozmnożoną przez współczynnika 4, drugą za z, rozmnożoną przez 5 będzie: $84-16x+180-35x=60$.

Dodaiąc, będzie: $264-51x=60$.

Przenosząc i odciągaiąc: $264-60=51x=204=51x$.

Naostatek dzieląc, będzie: $x=\frac{204}{51}=4$.

A ieżeli $x=4$, toć $y=21-4x=21-16=15$, toć $z=36-7x=36-28=$

Doświadczenie. Wszakże nayprzod: 8 korcy ięczmienia i 2 żyta rozmnożywszy przez ceny dopiero znalezione, to iest: $8\times4+2\times5=32+10=42$. Powtore: 7 korcy ięczmienia a 1 pszenicy, to iest: $7\times4+1\times8=28+8=36$. Potrzecie: 4 korce żyta

i 5

i 5 pszenicy rozmnożone przez tęż ceny, czy-
li: $4\times5+5\times8=20+40=60$. C. B.D. R

## REZOLUCYA II.

Przez ſkładanie. Weź cenę tę samę, a wyżey z pierwszego pomiaru $y=21-4x$, drugą cenę teyże niewiadomey z trzeciego pomiaru $y=\frac{60-5z}{4}$, i złoż ie w ten nowy pomiar: $\frac{60-5z}{4}=21-4x$, w ktorym zgubiwszy frakcyą, weź znowu cenę niewiadomey z, będzie nayprzod: $60-5z=84-16x$, czyli: $16x+60-84=5z$, czyli: $16x-24=5z$, potym: $z=\frac{16x-24}{5}$, drugą teyże niewiadomey cenę wziąwszy z drugim pomierze $z=36-7x$, złoż ie w te nowy: $36-7x=\frac{16x-24}{5}$, gdzie zgubiwszy frakcyą, będzie: $180-35x=16x-24$. Przenioſszy zaś, będzie: $180+24=16x+35x$, czyli: $204=51x$. Nakoniec podzieliwszy, będzie: $x=\frac{204}{51}=4$, tak iako i pierwey.

## ZAGADNIENIE VIII.

MA kto konia wartuiącego Czerwonych Złotych 90, i rządzik do niego dwoiaki, ieden przedni, a drugi podleyszy, ktorego cena niewiadoma; to tylko wie Pan tego konia, że koń iego wraz z rządzikiem podleyszym taxowany ceną we dwoie większą, za cenę rządzika przedniego, przeciwnie: koń tenże wraz z przednim rządzikiem taxowany ceną we troie większą, za cenę podleyszego rządzika. Pytam, iakiey ceny ieden i drugi rządzik?

## REZOLUCYA I.

Przez założenie. Cena podleyszego rządzika $= x$, przedniego $= y$, konia cena Czerwonych Złotych $90 = a$. Podług pierwszego warunku, cena podleyszego rządzika z ceną konia, większa we dwoie nad cenę rządzika przedniego, będą więc tamte dwie tey trzeciey rozmnożoney przez 2 rowne, a ztąd pierwszy pomiar: $x + a = 2y$.

Podług drugiego warunku, ponieważ cena przedniego rządzika z ceną konia we troie większa od ceny rządzika podleyszego, więc tę cenę przez 3 rozmnożywszy, będzie tamtym obydwom rowna, a zatym drugi wypadnie pomiar: $y + a = 3x$.

W tym pomierze wziąwszy niewiadomey y, cenę, będzie: $y = 3x - a$, a tę założywszy

K w pierw pierwszym pomierze rozmnożoną przez 2, będzie: $6x - 2a = x + a$, czyli przenioſszy $6x - x = a + 2a$, czyli: $5x = 3a$, czyli po dzieliwszy: $x = \frac{3a}{5}$.

Obrociwszy litery na liczby, będzie: $x = \frac{270}{5} = 54$.

Kiedy zaś $x = 54$, toć $y = 3x - a = 3 \times 54 - 90 = 162 - 90 = 72$. A zatym ce na rządzika podleyszego $= 54$ Czerwonych Złotych, przedniego $= 72$. Doświadczenie Albowiem rządzik podleyszy z koniem wraz wzięty, wartuiąc $54 + 90 = 144$, ceny we dwoie ieſt większey, niż rządzik przedni wartuiący 72; potym rządzik przedni z koniem wartuiąc $72 + 90 = 162$, we troie ceny większey ieſt, niż rządzik podleyszy wartuiący Czerwonych Złotych 54. C. B. D. R.

## REZOLUCYA II.

Przez ſkładanie. Weź cenę niewiadomey x w pierwszym pomierze, będzie: $x = \frac{y + a}{3}$, potym w drugim, będzie: $x = 2y - a$, te ceny złoż w ieden pomiar, będzie

y + a

$\frac{y+a}{3} = 2y - a$. Gubiąc zaś frakcyą, będzie: $y+a=6y-3a$.

Przenosząc, będzie: $a+3a=6y-y$, czyli: $3a=5y$.

Dzieląc na koniec, będzie: $y=\frac{3a}{5}$,

czyli: $\frac{270}{5}=54$ iak wyżey.

## ZAGADNIENIE IX.

SZlachcic umieraiąc, i Zonę w ciąży zostawuiąc, taki czyni Testament, aby Zona iego, ieżeliby porodziła corkę, z summy 30,000 sama wzięła $\frac{2}{3}$ części, a Corce zostawiła $\frac{1}{3}$; ieżeliby zaś powiła Syna, aby $\frac{1}{3}$ część teyże summy sobie wzięła, a resztę, to iest: $\frac{2}{3}$ oddała Synowi. W tym umiera Szlachcic, a pozostałcy Wdowie rodzą się bliźnięta, Syn i Corka. Pytam, iakie im i Matce ich cząstki owey summy podług Testamentu należą?

## REZOLUCYA.

Przez założenie. Niewiadome tu są ilkości, pierwsza część summy Matce należącey, ktorą nazywam x, i części bliznięłom przypadaiące, z ktorych iednę dla Corki nazywam y, drugą dla Syna z, a całą zostawioną summę 30,000 nazywam a. Ponieważ nayprzod części razem wzięte należące Matce, Corce i Synowi całey summie wyrownać powinny, więc pierwszy pomiar wypada: $x + y + z = a$.

Powtore: ponieważ według warunkow Zagadnienia Matka powiwszy Corkę, bierze $\frac{2}{3}$, a Corka $\frac{1}{3}$, więc byłyby rowne części, gdyby albo Matka brała tyle, ile Corka, to iest: $\frac{1}{3}$, albo Corka tylko, ile Matka, to iest: $\frac{2}{3}$; a zatym drugi pomiar będzie, albo: $\frac{x}{3} = y$, albo: $\frac{2x}{3} = 2y$. Co na iedno wyniesie. Niech więc będzie drugi pomiar: $\frac{x}{3} = y$.

Po-

Potrzecie: ponieważ owa Matka porodziwszy Syna, bierze $\frac{1}{3}$, a Syn $\frac{2}{3}$, byłyby także rowne części, gdyby albo Matka we dwoie więcey wzięła niż bierze, albo Syn we dwoie mniey, niż mu ſię Teſtamentem należy, a zatym trzeci pomiar może być, albo $2x = z$ albo $x = \frac{x}{2}$. Niech będzie: $2x = z$.

Chcąc iuż te pomiary zredukować, weź ceny niewiadomych ilkości y i z, pierwszą w drugim, a drugą w trzecim pomierze (ktore tu obydwie są gotowe) i załóż ie za też same niewiadome w pierwszym, będzie: $x + \frac{x}{3} + 2x = a$.

Gubiąc frakcyą, będzie: $3x + x + 6x = 3a$.

Dodaiąc, będzie: $10x = 3a$.

Dzieląc na koniec: $x = \frac{3a}{10}$.

Obracaiąc litery na liczby: $x = \frac{3 \times 30{,}000}{10} = \frac{90{,}000}{10}$.

Czyli

Czyli $x = 9{,}000$. Część tedy Matce podług Testamentu należyta iest: 9,000. A że Syn miał brać $\frac{2}{3}$, gdy Matka bierze $\frac{1}{3}$, więc we dwoie więcey bierze, niż Matka, a zatym bierze 18,000. Corka zaś, że brać miała $\frac{1}{3}$, gdy Matka bierze $\frac{2}{3}$, więc bierze trzecią część czyli 3,000. Części te razem zniosszy, będzie $9{,}000 + 18{,}000 + 3{,}000 = 30{,}000$. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE X.

PEwny z Kupcow Warszawskich chcąc sobie Dworek na Przedmieściu wymurować, sprowadził, ile trzeba było kamieni, wapna i piasku. Potym odmieniwszy zamysł swoy, wszystkie te przygotowane materyały zprzedaie trzem innym Kupcom A. B. C.

| | | |
|---|---|---|
| | Za 2 wozy kamieni | |
| A. | Za 3 wozy wapna | płaci Zł. 34. |
| | Za 7 wozow piasku | |

Za

$$\text{B.}\ \left.\begin{matrix}\text{Za } 3 \text{ wozy kamieni}\\ \text{Za } 4 \text{ wozy wapna}\\ \text{Za } 12 \text{ wozow piaſku}\end{matrix}\right\}\ \text{płaci Zł. } 46.$$

$$\text{C.}\ \left.\begin{matrix}\text{Za } 4 \text{ wozy kamieni}\\ \text{Za } 1 \text{ woz wapna}\\ \text{Za } 13 \text{ wozow piaſku}\end{matrix}\right\}\ \text{płaci Zł. } 42.$$

Pytam, za iaką cenę woz każdego z tych materyałow, zprzedany?

## R E Z O L U C Y A.

Przez dodanie, odciągnienie i założenie. Niech będzie cena kamieni $=a$, cena wapna $=b$, cena piaſku $=c$, (zakładaią ſię bowiem czasem i za niewiadome ilkości początkowe abecadła litery.) Wypadną z warunkow Zagadnienia te trzy pomiary:

A. $2a+3b+7c=34.$
B. $3a+4b+12c=46.$
C. $4a+b+13c=42.$

I. Doday pomiary A i C, będzie summa: $6a+4b+20c=76.$

A od tey summy odciągniy pomiar B. zoſtanie reszta: $3a+8c=30.$

W tym pomierze weź cenę a, będzie: $a=\frac{30-8c}{3}$

II.

II. Tę cenę zakładay w pomierze A, mnożąc przez wspołczynnika będzie: $\frac{60-16c}{3}+3b+7c=34$.

Gubiąc frakcyą, będzie: $60-16c+9b+21c=102$.

A tu biorąc cenę b, będzie: $9b+5c=42$.

Czyli przenosząc c, i dzieląc: $b=\frac{42-5c}{9}$.

III. Maiąc iuż cenę wynalezioną wyżey a, tu zaś b, załoź obydwie w trzecim pomierze C, za też same ilkości, będzie nowy pomiar: $\frac{120-32c}{3}+\frac{42-5c}{9}+13c=42$.

Gubiąc frakcyą pierwszą: $120-32c+\frac{126-15c}{9}+39c=126$.

Gubiąc drugą, będzie: $1080-288c+126-15c+351c=1134$.

Przenosząc i redukuiąc: $48c=-72$.

Czyli: $c=-\frac{72}{48}=-1\frac{1}{2}$.

IV.

IV. Tę cenę $c = -1 + -\frac{1}{2}$, czyli: $-\frac{72}{48}$ czyli $-\frac{3}{2}$ w pomierze a (pod liczbą I.) założ za tęż ilkość c, mnożąc przez $-8$ obrocone na frakcyą: $-\frac{8}{1}$ i zachowuiąc Przepis na znaki w mnożeniu: że $- \times - = +$ będzie: $a = \frac{30 - 8c}{3} = \frac{30 + 12}{3} = 14$, i ta iest: cena kamieni zapytana. Założ tę samę cenę c, to iest: $-\frac{3}{2}$ w pomierze b (pod l. II.) rozmnożoną przez $-5$, zachowuiąc i tu Przepis na znaki, będzie:

$$b = \frac{42 - 5 \times -\frac{3}{2}}{9} = \frac{42 + \frac{15}{2}}{9} =$$

$$\frac{42 + 7 + \frac{1}{2}}{9} = \frac{49 + \frac{1}{2}}{9}$$, czyli, (zredukowawszy całkowitą liczbę do przyległey

fra-

frakcyi ) $b = \frac{\frac{99}{2}}{\frac{2}{9}} = \frac{1}{9} \times \frac{99}{2} = \frac{99}{18}$

$= 5 + \frac{1}{2}$. Masz tedy wszyſtkich trzech niewiadomych ilkości wynalezione ceny, to ieſt: $a = 14$ cena wozu kamieni, $b = 5 + \frac{1}{2}$ cena wozu wapna, $c = -1 + \frac{1}{2}$ cena wozu piaſku. Doświadczenie: A. płacąc za 2 wozy kamieni, zapłacił Złotych 28:

Za 3 wozy wapna zapłacił Zł. $16 + \frac{1}{2}$

Za 7 wozow piaſku $-10 + \frac{1}{2}$

Co wynieśćby powinno Złotych 55. Ale że cena piaſku ieſt odciążna, czyli wyrażaiąca, iż ktory brał piasek, nie tylko nic zapłacił, lecz sam ieszcze od wywozu brał, czyli raczey od umowioney innych materyałow ceny odtrącał za każdy woz piaſku wywiezionego Złoty $1 + \frac{1}{2}$, odtrąciwszy więc

za

za 7 wozow Złotych $10+\frac{1}{2}$ od summy za inne materyały należącey nie zapłacił tylko Złotych - - - 34

B. Za 3 wozy kamieni zapłacił Zł. 42
Za 4 wozy wapna zapłacił Zł. 22
Za 12 wozow piasku odtrącił także - - Zł. -18

Zapłacił więc ogulnie - - Zł. 46

C. Za 4 wozy kamieni zapłacił Zł. 36
Za 1 woz wapna zapłacił Zł. $5+\frac{1}{2}$
Za 13 wozow piasku odtrącił Zł. $-19+\frac{1}{2}$

Zapłacił więc ogulnie Zł. 42.

C. B. D. R.

ZA-

# ZADANIE IV.

*Ktore są potrzebne wiadomości do rezolwowania Zagadnieniow o przymieszkach kruszcow, i sposoby rezolwowania onychże?*

W Przymieszkach kruszcow iednych do drugich dwoiaki zachodzi przypadek: gdyż albo ſię dowiedzieć chce, daiący co do robienia Rzemieślnikowi, ile on części z dwoch lub kilku kruszcow wziąść i zmieszać razem powinien, żeby przymieszka ta była proporcyonalna cenie tak kruszcow zmieszanych, iako i śrzedniey, o ktorą ſtaie z Rrzemieślnikiem umowa, albo też idzie o doświadczenie rzeczy iuż od Rzemieślnika zrobioney, czy z samego tego kruszczu, ktory dany ieſt do roboty, albo od daiącego ſtargowany i u Rzemieślnika, to ieſt Złotnika lub Konwisarza zamowiony, zrobiona, albo czy nie ma przymieszki iakiego podleyszego. W pierwszym przypadku przymieszka bywa sprawiedliwa, gdy ſię czyni podług umowy, ale umieć trzeba doświadczać, czy podług umowy uczyniona; w drudim zaś arcyniesłuszna i niegodziwa, a tymczasem od Rzemieślnikow zwłaszcza Zydow pospolicie praktykowana, gdy do złota danego srebro i miedź, do srebra miedź i moſiądz, do cyny ołow podług upodobania swego z wielkim pokrzywdzeniem daiących mięszaią, a ci przymieszek takich doświadczać i dochodzić nie umieią. Umieiętność

zatym

zatym ta rownie intereſſować powinna tak daiących do roboty kruszce, iako i samych poczciwych Rzemieślnikow; tamtych, żeby uszczerbku własności swoiey przez szalbierſtwo i kradzież żydowſką nie ponoſili, tych zaś, żeby o rzetelnosci i dobrym sumnieniu swoim podeyrzliwych i napasnych ludzi przeświadczali. W obydwoch zaś tych przypadkach wiadomość naypierwey potrzebna ieſt 1. o wagach rożnych kruszcow. 2. O cenie tychże kruszcow. 3. O rożnych gatunkach przymieszek i ſtracie części kruszczow w robocie.

I. Co ſię tycze wag, te inne są Kupieckie, inne Probierſkie, a inne Rzemieślnicze. 1. Kupcy rzeczy swoie ważą funtami, funt dzieli ſię u nich na 16 uncyi, uncya na 2 łoty, łot na 4 drachmy, drachma na 3 ſkrupuły, ſkrupuły na 24 granow. 2. Probierze, Menniczni zwłaszcza, ktorzy daleko są doſkonalſi od innych to imię przywłaszczaiących, w całey prawie Europie, a zatym i w Polszcze, używaią do wag grzywien Kolońſkich. Grzywna ta dzieli ſię na łotow 16, czyli uncyi 8, łot na 4 drachmy, drachma na 4 denary, czyli pieniążki (po Niemiecku pfennig) denar na 4 hallerze (heller,) a zatym grzywna Kolońſka ma w sobie łotow 16, drachm 64, pieniążkow 256, hallerzow 512. Taż grzywna, osobliwie w doświadczeniu monet, od Probierzow dzielona bywa na 65,536 części po Niemiecku *Richtpfennig* zwanych, albo na 4864

eſſow

eſſow Hollenderſkich , albo na koniec na 435 eſſow Niemieckich. Eſſow Hollenderſkich $72 + \frac{1}{2}$ przeszło , czyli : $+ \frac{40}{67}$ ( ale te części w doświadczaniu tylko złota , a nie w używaniu rachować ſię zwykły , ) a Niemieckich 64 zawiera w ſobie Czerwony Złoty 1 Hollenderſki i Polſki , ktore między ſobą ſą rownoważne. W Mennicy Warszawſkiey od Probierza generalnego Monet Rzeczypospolitey Jmci Pana Jerżego Antoniego Schrödera używane bywaią eſſy Hollenderſkie , z ktorych iednego w Czerwonym Złotym nieważaiącym do 72 eſſow brak , czyni na nim defalki grosz Srebrny 1. 3. Rzemieślnicy naſi , to ieſt : Złotnicy , złoto i inne kruszce ważą funtami , funt dzielą na 2 grzywny , grzywnę na 16 łotow , łot na 4 ćwierci , ćwierć na 18 eſſow.

II. Co ſię tycze ceny kruszcow , złota *nayprzod* czyſtego *fein-gold* , podług zaświadczenia wzmiankowanego Probierza , grzywna Kolońſka , na Czerwone Złote Hollenderſkie i Polſkie bita , wartuie Czerwonych Złotych $68 + \frac{20}{47}$. Tegoż złota w bryle na pieniądze nie bitey wartuie tylko Czer. Zł. $63 + \frac{1}{3}$, przyczyna tego , że złoto bite od nie bitego dro-

droższe ieſt, iż w bitym rachuią ſię Menniczne wydatki. Pospolita zaś, czyli Złotnicza grzywna złota czyſtego, będąc mnieyszą od Kolońſkiey, niewartuie tylko Czerwonych Złotych 56. *Powtore*: srebra czyſtego (fein-ſilber) grzywna Kolońſka w Zagranicznych Menniach bita na Monetę wartuie Czerwonych Złotych $4+\frac{1}{2}$, czyli Złotych Polſkich 81, ale w Mennicy Warszawſkiey taż grzywna srebra czyſtego idzie na Złotych 80 spełna. W bryle zaś na Monetę nie bitey wartuie, i w Mennicy naszey płacona bywa po Złotych 78, odtrącaiąc Złotych 2 na Menniczne wydatki, to ieſt: na robotnika, naczynia, węgle i t. d. Grzywna zaś srebra czyſtego pospolita czyli Złotnicza kosztuie Czerwonych Złotych 4 spełna. *Potrzecie*: Cena cyny iako i ołowiu rożna bywa. Pospolicie iednak funt cyny Angielſkiey czyli czyſtey bez przymieszki ołowiu, kosztuie Złotych $2+\frac{1}{2}$ albo 3, a funt ołowiu 12 albo 15 groszy. *Poczwarte* miedzi cetnar 120 funtow Kolońſkich zaważaiący, nie bity na Monetę miedzianą z Węgier do Warszawy przywieziony, rachuiąc razem wydatki przewozu, kosztuie Czerwonych Złotych 13, a zatym funt 1 miedzi nie bitey kosztuie bliſko 2 Złotych, to

ieſt:

ieſt: Złoty 1 i groszy $28+\frac{1}{2}$. Ale że do Mennicy Warszawſkiey z Węgier miedź przy- ſtawiana bywa iuż bita, i tylko nie ſtęplowa- na, więc cetnar drożey płacony bywa, co ieſt: po Czerwonych Złotych 15. Tenże sam cetnar miedzi na Monetę bity i ſtęplowany w groszach potroynych, poiedynczych, i pol- groszowkach, wynoſi Złotych Polſkich 480 czyli Czerwonych Złotych $26+\frac{2}{3}$ dla wy- datkow Mennicznych. Za pospolity zaś funt miedzi w Warszawie płaci ſię Złoty $1+\frac{1}{2}$, mniey, więcey.

III. Co ſię tycze rożnych gatunkow przymieszek, *nayprzod* w Mennicznych ro- botach, czyli w biciu pieniędzy, do złota mie- sza ſię zawsze srebro i miedź razem, albo sre- bro nieczyſte czyli podleysze, do srebra zaś miedź tylko, a ta przymieszka bywa podług rożności proby w Monecie bitey. Trzeba al- bowiem wiedzieć, że i złoto i srebro ma swo- ie ſtopnie czyſtości, ktore u nas probami ſię zowią. Grzywna złota ma w sobie 24 kara- tow, czyli ſtopniow czyſtości, a zatym może być pierwszey, drugiey i t. d. aż do 24 pro- by, karat ieden zamyka w sobie 12 granow, więc mnożąc 24 przez 12, grzywna złota

czy-

czyſtego wynieſie granow 288. W Czerwonych Złotych Hollenderſkich i Polſkich 67 grzywna złota ieſt proby 23 z 6 granami, czyli ma w sobie czyſtego złota karatow $23+\frac{1}{2}$, a resztę, to ieſt: $\frac{1}{2}$ karata, czyli granow 6 srebra z miedzią, dla tego na grzywnę czyſtego złota trzeba $68+\frac{20}{47}$. Srebra zaś grzywna 16 ma prob czyli ſtopniow swey czyſtości, a zatym może być pierwszey, drugiey aż do 16 proby. Prob tych rożność i liczbę czynią łoty srebra czyſtego w grzywnie znayduiące ſię, i tak srebro, w ktorego grzywnie ieſt 16 łotow srebra, ieſt czyſte *fein-silber* nazwane, w ktorego zaś grzywnie ieſt 15, albo 14, albo 13 i t. d. łotow srebra czyſtego, a reszta do 16 łotow, to ieſt, albo 1, albo 2, albo 3, i t. d. miedzi, ieſt 15, 14, 13 albo niższey ieszcze proby, każdy zaś łot srebra zawiera w sobie 18 granow. Mnożąc więc 16 łotow przez 18 granow, grzywna srebra czyſtego wynieſie 288 granow tak iak grzywna złota. Monety srebrne Polſkie rożney są proby, podług rożney przymieszki miedzi do srebra. Talery i poł-Talery są proby 13 z 6 granami, dwozłotowki są proby 10, złotowki 8 z 12 granami, połzłotowki 7mey, grosze srebrne 5 z 12 granami, to ieſt: wziąwszy pierwszey Monety

L tyle,

tyle, ile zaważy grzywna Kolońſka, będzie w niey 13 łotow z 6 granami srebra czyſtego, reszta czyli łotow 2 i granow 12 miedzi, wziąwszy drugiey monety tyle także, ile zaważy grzywna Kolońſka, będzie w niey 10 łotow srebra czyſtego, reszta miedzi, i t. d.

Z tym wszyſtkim iako na 10 Talerow bitych wartuiących po Złotych 8, biie ſię cała grzywna Kolońſka wartuiąca Złotych 80, tak na 20 poł-Talerow, i na 40 dwozłotowek, i na 80 złotowek, i na 160 poł-złotowek, i na 320 srebrnych groszy cała tegoż srebra grzywna wychodzi, iako liczby na tych gatunkach pieniędzy wyrażone wſkazuią, a Probierz wzmiankowany upewnia. Przymieszki zatym miedzi do srebra, rożność proby między temi monetami ſtanowiąc, sprawuie oraz większą wagę, w 10 np. Talerach bitych, niż w grzywnie czyſtego srebra, a w 40 dwozłotowkach, większą niż w teyże grzywnie i w 10 Talerach bitych, i t. d., lecz srebra ani w tey, ani w innney Monecie z grzywny całey nic nieuymuie, a zatym kto ma 80 Złotych w iakieykolwiek srebrney monecie Polſkiey, ma w niey srebra czyſtego grzywnę całą, czyli: łotow 16; nieczyſtego zaś więcey iak grzywnę całą, a ta większość rożna ieſt podług rożności proby srebra, czyli przymieszki miedzi do srebra w teyże monecie. Masz widoczny tego wizerunek w Tabliczce niżey położoney, gdzie kolumny liczb okazuią

*Pier-*

*Pierwsza*: ile sztuk każdey monety srebney zaważa 1 grzywna Kolońska. *Druga*: iakiey ta grzywna proby, czyli: ile w niey łotow czystego srebra. *Trzecia*: ile z grzywny iedney srebra czystego biie się sztuk każdey monety. *Czwarta*: iaki walor iedney sztuki, *Piąta*: iaki walor wszystkich tych sztuk.

| I. | II. | III. | IV. | V. |
|---|---|---|---|---|
| W grzywnie nieczystey sztuki. | Proba. | Grzywna czysta w sztukach. | Złote. | Sum. Zł. |

„Talerow „bitych:

| I. | II. | III. | IV. | V. |
|---|---|---|---|---|
| $8+\frac{1}{3}$. | 13 gran 6. | 10. | 8. | 80. |

„Poł - Tale„row:

| I. | II. | III | IV. | V. |
|---|---|---|---|---|
| $16+\frac{2}{3}$. | 13 gran 6. | 20. | 4. | 80. |

„Dwozłoto
„wek :

| I. | II. | III | IV. | V. |
|---|---|---|---|---|
| 25. | 10. | 40. | 2. | 80. |

„Złotowek :

| I. | II. | III | IV. | V. |
|---|---|---|---|---|
| $43+\frac{1}{3}$. | 8 gran 12. | 80. | 1. | 80. |

„Poł - Złotkow :

| I. | II. | III | IV. | V. |
|---|---|---|---|---|
| 70. | 7. | 160. | $\frac{1}{2}$. | 80. |

„Srebrnych
„Groszy :

| I. | II. | III | IV. | V. |
|---|---|---|---|---|
| $117+\frac{7}{9}$. | 5 gran 16. | 320. | $\frac{1}{4}$. | 80. |

Powtore : Złotnicy w robotach swoich do złota samę miedź pospolicie mieszaią, gdyż ta lustru złota nie psuie, lubo mieszaią czasem i srebro same, albo z miedzią zmieszane,

choć

choć srebro blady kolor złotu daie. Do srebra także miedź samę mieszaią, acz Zydzi szalbierstwem w Polszcze żyiący nayczęściey mosiądz mieszać z srebrem zwykli, dla tego, że mosiądz zmieszany z srebrem, srebra lustru nie psuie, ani odmienia, owszem na kamieniu Probierskim i kolor i probę tęż samę, ktora była w srebrze danym, okazuie, w czym niezmiernie Zydostwo ludzi oszukuie i pokrzywdza. Takich sreber, podług świadectwa Probierzow i Złotnikow sumiennych, w Polszcze naywięcey. Dowodem tego iest moneta srebrna Polska w dwozłotowkach i złotowkach z Częstochowskich sreber, maiących przymieszkę mosiądzu, bita w Roku 1766, ktora w dwozłotowkach zdaię się być proby 11, a nie iest tylko 10, w złotowkach zaś zdaie się być proby 10, a nie iest tylko 8 z 12 gran, a zatym nie może być żadną miarą lepszego gatunku ta moneta, iako się zdaie niewiadomym, od monety poźniey bitey.

Potrzecie: Cyny gatunek umieią polepszać konwisarze przydatkiem rożnych kruszcow im wiadomych. Ale częściey pogorszaią, Zydzi zwłaszcza przymieszką ołowiu. Cyna Angielska dla tego przednieysza bywa i droższa, że czysta i bez przymieszki iest ołowiu, koronną się zaś zowie, i bywa tym podleysza, im więcey ma w sobie ołowiu.

Na koniec, co się tycze straty czyli defalki kruszcow w robocie, utyskuią wprawdzie Złotnicy i narzekaią, na wielkość tey

straty,

ſtraty, twierdząc, że 5 i 6 czasem od ſta grzywien srebra, a 1 i 2 grzywien od ſta złota w ogniu, w wodzie, w ręku, w naczyniach i Bog wie, gdzie ginie, lecz przeważać te narzekania zdaie mi ſię zaświadczenie, mniey w tym intereſſie, a więcey praktyki i oświecenia maiącego Jmć P. Schrödera Probierza i Dozorcy Mennicznego, ktory zaręcza, że złota i srebra czyſtego tak w biciu pieniędzy, iako i w innych robotach nie więcey ubywa, chyba przez oſtatnie niedbalſtwo albo kradzież Rzemieślnika, iak $\frac{1}{2}$ od 100, to ieſt: poł grzywny np. od ſta grzywien.

Co do cyny i miedzi, tey ſtrata w robocie rożna, podług rożnych ſtopniow czyſtości w tych kruszcach; może byc ſtrata iednego funta aż do 10 na ſtu. Te maiąc wiadomości, przyſtąpmy iuż do Rezolucyi Zagadnieniow, *nayprzod:* o przymieszkach kruszcow, *powtore:* o doświadczaniu robot Menniczych, a osobliwie Złotniczych z Konwiſarſkiemi. A nayprzod: co należy do kruszcow przymieszek, względem tych, te tylko Zagadnienia są określone, i na tym mieyscu rezolwowac ſię mogące, ktore dwa tylko kruszce np. złoto z srebrem, albo złoto z miedzią, lub srebro z miedzią i t. d. w sobie zawieraią, bo gdy zawieraią kilku razem osobno danych kruszcow przymieszki, należą do liczby Zagadnieniow

nie

nie określonych, o ktorych w ostatnim Rodziale.

# ZAGADNIENIA

*O przymieszkach kruszcow danych do roboty.*

## ZAGADNIENIE I.

O Przymieszce srebra do złota. Chce kto, aby mu Złotnik złota, ktorego grzywna pospolita wartuie Czerwonych Złotych 54, i z srebra, ktorego także grzywna wartuie Czerwonych Złotych 4, zrobił rzecz iaką, np. Kielich, Patenę, tacę i t. d., 5 grzywien ważącą, z warunkiem, ażeby grzywna w robocie, nie wartowała, tylko Czerwonych Złotych 45. Pytam, ile Złotnik złota i srebra założoney ceny zmieszać powinien, aby podług warunku dzieło wystawił?

## REZOLUCYA.

Przez założenie(wolno zażyć w tey i w następujących rezolucyach cen składania opisanego w Sposob II. fol. 124.) Niewiadome grzywny złota $=x$, srebra $=y$. Ponieważ rzecz lub rzeczy zrobione maią ważyć grzywien 5, będzie podług pierwszego warunku, pierwszy pomiar: $x+y=5$, czyli: $y=5-x$.

Po-

Ponieważ zaś niewiadome owe grzywny złota i srebra rozmnożone przez cenę swoię wyrownać powinny, podług drugiego warunku grzywnom, ktore robota ma zaważyć ro zmnożonym przez cenę śrzednią umowioną (co się i w następuiących Zagadnieniach zachować powinno) będzie zatym drugi pomiar: $54x + 4y = 5 \times 45 = 225$.

Zakładaiąc zaś cenę y za 4y, będzie: $54x + 20 - 4x = 225$.

Czyli odciągaiąc, i przenosząc: $50x = 205$.

Na koniec dzieląc, będzie: $x = \frac{205}{50} = 4 + \frac{5}{50}$ czyli; $\frac{1}{10}$. x więc, czyli złota grzywien $4 + \frac{1}{10}$, toć srebra $y = 5 - x = 5 - 4 - \frac{1}{10} = 1 - \frac{1}{10}$ czyli obrociwszy 1 na frakcyą iednego Mianownika, będzie: $\frac{10}{10} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$. Doświadczenie. Nayprzod bo-

bowiem $4+\frac{1}{10}+\frac{9}{10}=5$. Potym grzywny złota znalezione z przymieszką, srebra odkrytego rozmnożone przez ceny swoie wyrownać powinny 5 grzywnom rozmnożonym przez cenę śrzednią umowioną, a że $4+\frac{1}{10}\times 54=216+\frac{54}{10}=216+5+\frac{4}{10}=221+\frac{4}{10}$, tudzież $\frac{9}{10}\times 4=\frac{36}{10}=3+\frac{6}{10}$, czyli dodawszy $221+3+\frac{4+6}{10}=225$. Więc dobrze rezolwowało się. C. B. D. R.

*Przestroga.* Ile razy ceny ostatnie niewiadomych x i y z frakcyami grzywien pospolitych wypadną, obracaią się na mnieysze wag gatunki, to iest: na łoty, ćwierci, i essy pospolite, tak w poprzedzaiącym przykładzie x czyli grzywny pospolite złota $=4+\frac{1}{10}$ czyli obracaiąc $\frac{1}{10}$ na łoty będzie: $\frac{16}{10}$, to

iest,

ieſt, łot $1 + \frac{6}{10}$ łota, a $\frac{6}{10}$ na ćwierci, bę-
dzie: $\frac{24}{10}$, to ieſt: ćwierci $2 + \frac{4}{10}$, a $\frac{4}{10}$
na eſſy, będzie: $\frac{72}{10}$, to ieſt: 7 przeszło eſ-
sow pospolitych. Podobnym sposobem redu-
kuiąc y, czyli części srebra $= \frac{9}{10}$, będzie:
$y = \frac{144}{10}$ iedney grzywny czyli łotow $14 +$
$\frac{4}{10}$ czyli obracaiąc na ćwierci będzie $\frac{16}{10}$,
to ieſt: i ćwierć $1 + \frac{6}{10}$, czyli obracaiąc
na eſſy, będzie: $\frac{108}{10}$, to ieſt: i eſſow prze-
szło 10. Lecz gdy wzmiankowane ceny są
z frakcyami grzywien Kolońſkich, reduko-
wać ſię powinny na łoty, drachmy, denary,
hallerze, albo na eſſy Hollenderſkie, iako ſię
namieniło pod Zadaniem 4 w punkcie I.

## ZAGADNIENIE II.

O Teyże przymieszce. Każe sobie kto robić, 10 np. kubkow Złotych z złota czyſtego, ktorego grzywna Kolońſka nie bita, kosztuie Czerwonych Złotych $63 + \frac{1}{3}$, czyli, Złotych Polſkich 1140, i srebra czyſtego, ktorego grzywna Kolońſka nie bita kosztuie Złotych 78, z tym warunkiem, żeby każdy kubek 1 grzywnę zaważał, a grzywna ta nie wartowała, tylko Czerwonych Złotych 52, czyli: Złotych Polſkich 936. Pytam, ile tu złota, a ile srebra założoney ceny przymieszać trzeba.

## REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny złota $= x$, srebra $= y$, pierwszy pomiar: $x + y = 10$, czyli: $x = 10 - y$.

Drugi: $1140x + 78y = 10 \times 936 = 9360$.

Zakładaiąc cenę $x$ z pierwszego pomiaru w drugim za $1140x$, będzie: $11400 - 1140y + 78y = 9360$.

Redukuiąc, będzie: $2040 = 1062y$.

Na

Na koniec $y = \frac{2040}{1060} = 1 + \frac{97}{106}$
$= 1 + \frac{163}{177}$.

Więc $x = 10 - y = 10 - 1 - \frac{163}{177}$
$= 9 - \frac{163}{177} = 8 + \frac{177}{177} - \frac{163}{177}$
$= 8 + \frac{14}{177}$, to ieſt: złota być powinn
grzywien 8, łot 1, drachma przeszło 1
srebra zaś grzywna 1, łotow 14, drach
przeszło 2. Doświadczenie. Albowiem 1.
$+ 1 + \frac{14 + 163}{177} = 10.\ 2.$ 8+

$\frac{14}{177} \times 1140 = 9120 + \frac{15960}{177} = 91$
$+ 90 + \frac{30}{177} = 9210 + \frac{30}{177}$, tudzi
$1 + \frac{163}{177} \times 78 = 78 + \frac{12714}{177} = 78+$

147

$$71+\frac{147}{177}=149+\frac{147}{177}.$$ A że $9210+149+\frac{30+147}{177}=9360$, więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE III.

O Przymieszce miedzi do złota. Każe kto Złotnikowi robić naczynia złote, 12 grzywien Kolońskich ważyć maiące z złota nieczystego, ktorego grzywna Kolońska wartuie Czerwonych Złotych 60 z przymieszką miedzi, ktorey grzywna wartuie złoty 1, czyli: $\frac{1}{18}$ Czerwonych Złotych, z warunkiem, aby w robocie grzywna złota zmieszanego z miedzią nie wartowała tylko Czerwonych Złotych 54. Pytam, ile w tey robocie miedzi do srebra przymieszać należy?

## REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny złota $=x$, miedzi $=y$, pierwszy pomiar: $x+y=12$, czyli: $y=12-x$.

Drugi: $60x+\frac{y}{18}=12\times54=648$.

Gu-

Gubiąc frakcyą: $1080x + y = 11664$.

Zakładaiąc cenę y: $1080x + 12 - x =$ 11664.

Przenosząc i odciągaiąc: $1079x = 1165$

Dzieląc: $x = \dfrac{11652}{1079} = 10 + \dfrac{86}{10}$

J to ieſt złoto; więc miedzi: $y = 12$

$10 - \dfrac{862}{1079} = 2 - \dfrac{862}{1079} = 1$

$\dfrac{1079 - 862}{1079} = 1 + \dfrac{217}{1079}$.

Doświadczenie 1. $10 + 1 + \dfrac{862 + 217}{1079}$

$= 12$. 2. $10 + \dfrac{862}{1079} \times 60 = 600$

$\dfrac{51720}{1079} = 600 + 47 + \dfrac{1007}{1079} = 647$

$\dfrac{1007}{1079}$, tudzież $1 + \dfrac{217 \times 1}{1079 \times 18} =$

$+ \dfrac{217}{19422} =$ (obrociwszy do iednego Mia-

nownika przez 1079) $\dfrac{1079 + 217}{19422} =$

A że

A że $647 + \frac{1007}{1079} + \frac{2296}{19422}$ (obróciwszy do iednego Mianownika przez 18) $=$

$647 + \frac{18126 + 1296}{19422}$ czyli: $\frac{19422}{19422} = 648$.

Więc dobrze ſię rezolwowało. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE IV.

O teyże przymieszce w łotach. Każe kto Złotnikowi robić obrączki lub pierścienie, ważyć maiące łotow pospolitych 15, z złota, ktorego łot kosztuie Złotych Polſkich 63, z przymieszką miedzi, ktorey łot kosztuie $\frac{1}{8}$ złotego z warunkiem, żeby łot w robocie nie wartował tylko Czerwonych Złotych 3, czyli: Złotych 54. Pytam, ile tu być powinna przymieszka miedzi do złota?

## REZOLUCYA.

Niewiadome łoty złota $= x$, miedzi $= y$, pierwszy pomiar: $x + y = 15$ czyli: $y = 15 - x$.

Drugi: $63x + \frac{y}{8} = 15 \times 54 = 810$.

Gubiąc frakcyą: $504x + y = 6480$

Za-

Zakładaiąc cenę y $504x + 15 - x =$ 6480.

Czyli: $503x = 6465$.

Czyli: $x = \frac{6465}{503} = 12 + \frac{429}{503}$.

Więc złota łotow $12 + \frac{429}{503}$, to[...]

miedzi: $y = 15 - 12 + \frac{429}{503} = 3 - \frac{429}{503}$

$= 2 + \frac{503 - 429}{503}$ czyli: $\frac{74}{503}$.

Wszakże 1. $12 + \frac{429}{503} \times 63 = 756$

$+ \frac{27027}{503} = 756 + 53 + \frac{368}{503} = 809$

$+ \frac{368}{503}$. 2. $2 + \frac{74}{503} \times \frac{1}{8} = \frac{2}{8}$

$+ \frac{74}{4024}$ czyli: (obracaiąc do iednego Mia-

nownika przez 503) $\frac{1006 + 74}{4024} = \frac{1080}{4024}$

A że

A że $809 + \frac{368}{503} + \frac{1080}{4024}$ czyli (obracaiąc do 1Mian. przez 8) $\frac{2944+1080}{4024}$ czyli: (dodaiąc) $\frac{4024}{4024} = 810$, więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE V.

O Przymieszce miedzi do srebra. Daie kto talerze, półmiski, i inne stołowe naczynia do robienia z srebra czystego, ktorego grzywna Kolońska nie bita kosztuie Złotych Polskich 78 z przymieszką miedzi, ktorey grzywna kosztuie Złot. 1, a chce, aby te naczynia ważyły grzywien Kolońskich 50, a grzywna każda w robocie nie wartowała tylko Złotych 60. Pytam, ile w takiey przymieszce być powinno srebra, a ile miedzi?

## REZOLUCYA.

Grzywny niewiadome srebra $=x$, miedzi $=y$. Pierwszy pomiar: $x+y=50$, czyli: $y=50-x$.

Drugi: $78x+y=50\times60=3000$.

Zakładaiąc cenę y: $78x+50-x=3000$.

Czyli: $77x = 2950$, czyli: $x = \frac{2950}{77}$

$= 38 + \frac{24}{77}$.

Więc: $y = 50 - 38 + \frac{24}{77} = 21 - \frac{24}{77}$

$= 11 + \frac{77-24}{77} = 11 + \frac{53}{77}$. Wszak że 1. $38 + \frac{24}{77} \times 78 = 2964 + \frac{1872}{77} =$

$2964 + 24 + \frac{24}{77} = 2988 + \frac{24}{77}$. 2. $11 + \frac{53}{77} \times 1 = 11 + \frac{53}{77}$. A że $2988 + 11 + \frac{53+24}{77} = 3000$. Więc &c.

## ZAGADNIENIE VI.

O Teyże przymieszcze. Daie kto stołowe naczynia do robienia z srebra nie bardzo czystego, np. z srebra proby 13 z 6 granami, iakie iest w Talerach bitych Polskich, ktorego grzywna Kolońska nie bita na Monetę kosztuie Złotych Polskich 64 z przymieszką mie-

dzi,

dzi, ktorey grzywna kosztuie Złot. 1. z warunkiem, aby te naczynia ważyły grzywien 30, a grzywna każda 10 żeby była proby, a zatym nie wartowała tylko 50 Złotych. Pytam, ile w tym przypadku przymieszać się ma miedzi do srebra?

## REZOLUCYA.

Grzywny niewiadome srebra $=x$, miedzi $=y$. Pierwszy pomiar: $x+y=30$, czyli: $y=30-x$.

Drugi: $64x+y=30\times50=1500$.

Zakładaiąc cenę $y$, $64x+30-x=1500$.

$$\text{Czyli: } 63x=1470\text{, czyli: } x=\frac{1470}{63}$$

$$=23+\frac{21}{63}.$$

$$\text{Więc: } y=30-23+\frac{21}{63}=7-\frac{21}{63}$$

$$=6+\frac{63-21}{63}=6+\frac{42}{63}.\text{ Wszakże}$$

$$1.\ 23+\frac{21}{63}\times64=1472+\frac{1344}{63}=$$

$$1472 + 21 + \frac{21}{63} = 1493 + \frac{21}{63}. \quad 2.\ 6 + \frac{42}{63} \times 1 = 6 + \frac{42}{63}.$$ A że $1493 + 6 + \frac{21+42}{63} = 1500$. Więc i t. d. Ponieważ zaś 1 grzywna srebra proby 10 wartuie Złotych 50, a tu ieſt takich grzywien 30, więc dzieląc 1500 przez 30, wypaść powinna takiey iedney grzywny cena $= 50$, czyli proba srebra 10. A że $\frac{1500}{30} = 50$, więc i tam daley. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE VII.

DAie kto naczynia ſtołowe do robienia srebra nieczyſtego np. proby Złotniczey na kamieniu Probierſkim czynić ſię zwykłey 12, ktorey grzywna pospolita wartuie Złotych Polſkich 54 z przymieszką miedzi, ktorey grzywna po Złot. 1, a chce mieć w tych naczyniach grzywien 25, ktorychby każda była 8 proby, a zatym nie wartowała tylko Czerwonych Złotych 2, czyli Złotych 36. Pytam, iakie tu części srebra i miedzi mieszać trzeba?

RE-

## REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny srebra $=x$, miedzi $=y$. Pierwszy pomiar: $x+y=25$ czyli: $y=25-x$.

Drugi: $54x+y=25\times36=900$.

Zakładaiąc cenę y, $54x+25-x=900$.

Czyli: $53x=875$.

Czyli: $x=\frac{875}{53}=16+\frac{27}{53}$, więc

$$y=25-16+\frac{27}{53}=9-\frac{27}{53}=8+\frac{53-27}{53}=8+\frac{26}{53}.$$

Wszakże 1. $16+\frac{27}{53}\times54=864+\frac{1458}{53}=864+27+\frac{27}{53}=891+\frac{27}{53}$.

2. $8+\frac{26}{53}\times1=8+\frac{26}{53}$. A że $891+8+\frac{27+26}{53}=899+\frac{53}{53}=900$. Więc i t. d.

## ZAGADNIENIE VIII.

O Przymieszce ołowiu do cyny. Daie kto Konwiſłarzowi do robienia naczynia ſtołowe z cyny czyſtey, ktorey funt pospolity po połtrzecia złotego, czyli po groszy 75 z przymieszką ołowiu, ktorego funt po groszy 15, z warunkiem, aby naczynia te ważyły cały cetnar pospolity, czyli funtow 100, a funt każdy żeby wartował Złotych tylko 2, czyli groszy 60. Pytam, w iakiey ilkości przymieszka tych dwoch kruszcow być powinna?

## REZOLUCYA.

Niewiadome funty cyny $=x$, ołowiu $=y$. Pierwszy pomiar: $x+y=100$, czyli $y=100-x$.

Drugi: $75x+15y=100\times60=6000$.

Zakładaiąc cenę y; $75x+1500-15x=6000$.

Czyli: $60x=4500$, czyli: $x=\frac{4500}{60}=75$.

Więc $y=100-75=25$. Wszakże 1. $75+25=100$. 2. $75\times75=5625$, także: $25\times15=375$; A że $5625+375=6000$; Więc dobrze ſię rezolwowało. C. B.D. R.

RE-

# REZOLUCYA

*Ogulna tych wszystkich i tym podobnych przymieszek kruszcowych.*

Niewiadoma ilkość, czyli iakakolwiek waga pierwszego kruszcu, ktory ma wchodzić w przymieszkę $=x$, drugiego zaś $=y$. Cena ogulna i nieokreślona pierwszego $=m$, drugiego $=n$, waga rzeczy zrobioney $=a$, cena śrzednia umowiona $=b$. Pierwszy pomiar z warunkow Zagadnienia ogulnego taki, iak i w poprzedzaiących Przykładach wypada: $x+y=a$, czyli: $y=a-x$.

Drugi: rozmnożywszy ilkość pierwszego kruszcu niewiadomą x przez ogulną iey cenę m, a ilkość y przez n, i zrownawszy obydwie z wagą rzeczy zrobioney, a rozmnożoną przez cenę śrzednią b, będzie. $mx+ny=ab$.

Założywszy zaś za ny cenę y z pierwszego pomiaru rozmnożoną przez wspołczynnika nieokreślonego n, będzie: $mx+an-nx=ab$.

Przenioſſszy będzie: $mx-nx=ab-an$.

Podzieliwszy przez $m-n$: $x=\frac{ab-an}{m-n}$

J ta to cena ilkości x z ceną $y=a-x$, służyć będzie za ogulne prawidło rezolwowania Zagadnieniow o przymieszkach.

Oba-

Obaczmy praktyczne iego używanie w Zagadnieniach wyżey rezolwowanych, a potym w kilku innych.

I. Stosuiąc to prawidło do Zagadnienia pierwszego, będzie, $a=5$, $b=45$, $m=54$, $n=4$, a zatym: $x=\frac{ab-an}{m-n}=\frac{5\times45-5\times4}{54-4}=\frac{225-20}{50}=\frac{205}{50}=4+\frac{5}{50}$, czyli $\frac{1}{10}$, więc $y=a-x=5-4+\frac{1}{10}=1-\frac{1}{10}=\frac{10}{10}-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$ tak, iako i pierwey pod tymże Zagadnieniem.

II. Stosuiąc toż prawidło do drugiego Zagadnienia, będzie: $a=10$, $b=936$, $m=1140$, $n=78$, a zatym $x=\frac{ab-an}{m-n}$ będzie: $\frac{10\times936-10\times78}{1140-78}=\frac{9360-780}{1062}=\frac{8580}{1062}=8+\frac{84}{1062}$, czyli (reduku-

iąc

iąc ) $\frac{14}{177}$, toć $y = a - x = 10 - 8 + \frac{14}{177} = 2 - \frac{14}{177} = 1 + \frac{177 - 14}{177}$ $= 1 + \frac{163}{177}$ tak, iak wyżey pod tymże Zagadnieniem.

III. Stosuiąc do trzeciego, będzie: $a = 12$, $b = 54$, $m = 60$, $n = \frac{1}{18}$, a zatym

$$x = \frac{ab - an}{m - n} = \frac{12 \times 54 - 12 \times \frac{1}{18}}{60 - \frac{1}{18}} =$$

$$\frac{648 - \frac{12}{18}}{60 - \frac{1}{18}}$$, czyli gubiąc frakcye Algebraicznym sposobem nayprzod w Liczniku,

bę-

będzie : $= \frac{11664 - 12}{60 - \frac{1}{18}}$, potym w Miano

wniku, będzie : $= \frac{11664 - 12}{1080 - 1} = \frac{1165}{1079}$

$= 10 + \frac{862}{1079}$, więc $y = a - x = 12 -$

$10 + \frac{862}{1079} = 2 - \frac{862}{1079} = 1 +$

$\frac{1079 - 862}{1079} = \frac{217}{1079}$, tak, iak pod tymże

Zagadnieniem.

IV. Stosuiąc do czwartego, będzie : $a =$

$15, b = 54, m = 63, n = \frac{1}{8}$, a zatym $x =$

$$\frac{ab - an}{m - n} = \frac{15 \times 54 - 15 \times \frac{1}{8}}{63 - \frac{1}{8}} =$$

$$\frac{810-\frac{15}{8}}{63-\frac{1}{8}}=\frac{6480-15}{504-1}=\frac{6465}{503}$$

$=12+\frac{429}{503}$ tak, iak wyżey pod tymże Zagadnieniem; i tak daley.

## INNE PRZYKŁADY.

### ZAGADNIENIE IX.

Do Mennicy Krola Pruſkiego, zkąd do tych czas wychodzą częſtokroć fałszywe rożnego gatunku pieniądze, wydany rozkaz, aby z czyſtego złota, ktorego grzywna Kolońſka wartuie Czerwonych Złotych $63+\frac{1}{3}$, czyli Złotych Polſkich 1140, a ktorego iedna grzywna w innych Mennicach bić ſię zwykła na Czerwonych Złotych 67, wybito grzywien 200 z przymieszką srebra nieczyſtego, czyli z miedzią zmieszanego np. 8 proby, ktorego grzywna Kolońſka bita kosztuie Złotych 40, z warunkiem, żeby grzywna takiego bitego złota nic wartowała tylko 900 Złotych, a zatym żeby na każdey grzy-

grzywnie było niegodziwego zyſku 240 Zło-
tych, czyli ogulnie na wszyſtkich 48000 Zło-
tych Polſkich. Pytam, ile w biciu złot
podług tego roſkazu przymieszać ſię ma sre-
bra rzeczoney proby?

## REZOLUCYA.

Przez ogulne Prawidło: $a = 200$, $b =$ $900$, $m = 1140$, $n = 40$, a zatym $x =$

$$\frac{ab - an}{m - n} = \frac{200 \times 900 - 200 \times 40}{1140 - 40} =$$

$$\frac{180000 - 8000}{1100} = \frac{172000}{1100} = \frac{1720}{11}$$

$$= 156 + \frac{4}{11}.$$ Więc $y = a - x = 200 - 156$

$$+ \frac{4}{11} = 44 - \frac{4}{11} = 43 + \frac{11 - 4}{11} =$$

$$43 + \frac{7}{11}.$$ Doświadczenic. Wszakże 1. $156$

$$+ 43 + \frac{4}{11} + \frac{7}{11} = 200.$$ 2. $156 +$

$$\frac{4}{11} \times 1140 = 177840 + \frac{4560}{11}$$, czyli $+$

$$414+\frac{6}{11}=178254+\frac{6}{11}\text{, tudzież } 43+\frac{7}{11}\times 40=1720+\frac{280}{11}\text{, czyli : } 25+\frac{5}{11}=1745+\frac{5}{11}\text{; A że } 178254+1745+\frac{6+5}{11}=180000.$$ Więc &c.

## ZAGADNIENIE X.

DAymy, że w teyże Pruſkiey Mennicy znayduie ſię srebro czyſte, ktorego grzywna Kolońſka wychodzi na 81 Złotych, a nie bita na monetę wartuie (iako ſię namieniło pod I. II.) Złotych Polſkich 78, ktorey grzywna kosztuie Złoty 1, tym czasem dany roſkaz, aby na monetę wybito srebra z przymieſzką miedzi grzywien Kolońſkich 600, z warunkiem, aby każda grzywna w tey monecie nie wartowała, tylko Złotych Polſkich 30. Pytam, ile w takiey monecie znaydzie ſię srebra, a ile miedzi?

RE-

## REZOLUCYA.

Przez toż Prawidło: $a=600$, $b=30$, $m=78$, $n=1$; będzie więc: $x=\frac{ab-an}{m-n}$

$$=\frac{600\times30-600\times1}{78-1}=\frac{18000-600}{77}=$$

$\frac{17400}{77}=225+\frac{75}{77}$. Więc $y=a-x=$

$$600-225+\frac{75}{77}=375-\frac{75}{77}=374+$$

$\frac{77-75}{77}=374+\frac{2}{77}$. Doświadczenie,

Wszakże 1. $225+374+\frac{75+2}{77}=600$

2. $225+\frac{75}{77}\times78=17550+\frac{5850}{77}=$

$17550+75+\frac{75}{77}=17625+\frac{75}{77}$, tudzież

$374+\frac{2}{77}\times1=374+\frac{2}{77}$. A że $17625$

$+$

$+374+\frac{75+2}{77}=18000$ ; Więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

*Przestroga* : Namieniło się wyżey, ile ktorego kruszcu części w robocie ubywa, więc żeby Rezolucye Zagadnieniow o przymieszkach kruszcow były iak naydokładnieysze, potrzeba mieć wzgląd i na tę defalkę, czyli stratę w robocie, a zatym daiąc do roboty kruszce, i szukaiąc części tych, ktore się zmieszać maią, gdy się przełożonym sposobem znaydą, przydać do nich należy iakieś cząstki proporcyonalne zwykłym ginąc w robocie, żeby założoną ilkość tychże kruszcow robota zaważyła np. przez Rezolucyą Zagadnienia pierwszego wynaleziona ilkość złota iest $=4$ grzywnom $+\frac{1}{10}$, a srebra $=\frac{9}{10}$. Powiedziało się zaś, że na 100 grzywnach złota i srebra ginie w robocie $\frac{1}{2}$ grzywny, więc przez Regułę proporcyi, nayprzod: ieżeli na 100 ginie $\frac{1}{2}$, ileż na $4+\frac{1}{10}$?

po-

potym: ileż na $\frac{9}{20}$? Znaydzie ſię ſtraty w tym przypadku złota $\frac{41}{2000}$, a srebra $\frac{9}{2000}$ grzywny, więc żeby robota ważyła grzywien 5, ſtratę przydać trzeba, do ilkości złota y srebra wynalezionych, będzie zatym: $4+\frac{1}{10}+\frac{41}{2000}=4+\frac{200+41}{2000}=4+\frac{241}{2000}$ ilkość złota, a srebra $=\frac{9}{10}+\frac{9}{2000}=\frac{1800+9}{2000}=\frac{1809}{2000}$, ktore dane do roboty, uczynić w niey powinny ilkość umowioną 5 grzywien.

Co we wszyſtkich innych Rezolucyach zachowuiąc, ślepo wierzyć Rzemieślnikom ſtratę kruszcow w swych robotach powiększaiącym nie będziemy.

ZA-

# ZAGADNIENIA.

## *O doświadczaniu robot Kruszcowych wyszłych iuż z rąk Rzemieślniczych.*

ZAgadnienia tego gatunku wielorakim sposobem mogą być rezolwowane. Inne albowiem doświadczania rzeczonych robot są Probierſkie, a inne Matematyczne, i znowu iak pierwsze, tak i drugie rozmaite. Probierze doświadczaią tych robot, albo przez kamień swoy Probierſki, albo przez operacyą Chimiczną.

I. Sposob doświadczania robot srebrnych zwyczayny Probierzom Polſkim, ale zawodny. Już bowiem wyżey powiedziało ſię, że srebro z moſiądzem zmieszane na kamieniu Probierſkim wyższą nierownie, a niżeli w sobie ma probę, pokazuie. Do tego bywaią rożne naczynia wewnątrz z podleyszego srebra zrobione, a zewnątrz przednieyszym od Rzemieślnikow powlekane, iakże można poznać rzetelną na kamieniu Probierſkim onych probę? Doſkonalſi więc Probierze, nie przeſtaiąc na tym doświadczania sposobie, używaią Chimicznego. Przypatrzyłem ia ſię takiemu doświadczaniu przez Jmci Pana Schrödera Probierza Generalnego w Mennicy Warszawſkiey czynionemu, ktore tu, dla wiadomości innych sposobności widzenia tego nie maiących, przełożę. 1. Doświadczaiąc srebra w dwozłotowkach fałszywych Pruſkich świeżo bitych na ſtępel Polſkiemu podobny, *Nayprzod*: Rzeczoną dwozłotowkę zważył, i znalazł zewnętrzny iey walor wynoszący na 133 eſſow Hollenderſkich, zamiaſt $194 + \frac{14}{25}$ gdyż, ieśli 25 dwozłotowek zaważa całą grzywnę czyli eſſow 4864, toć dwozłotowka 1 zaważyć powinna eſſow $194 + \frac{14}{25}$, brak więc pokazał ſię eſſow $61 + \frac{14}{25}$, potym uwinąwszy tęż dwozłotowkę w cienką blaszkę tombakową, wybił na niey wyrazy z obu ſtron ſtępla, dla okazania tey monety wizerunku. *Powtore*: Wykroił nożyczkami kilka kawałkow z teyże dwozłotowki, i tyle ich odważył, ile trzeba było na poł-grzywny małey, czyli w mnieyszych częściach wielkiey poł-grzywnie proporcyonalnych wziętey, a odważone owe kawałki w papierek z szalki zsypał, i na bok odłożył, potym drugie takież poł-grzywny odważył, i w papierek zsypał. *Potrzecie*: u ołowiu czyſtego 18 grzywien także małych na dwie części rozdzieliwszy, odważył, i po 9 grzywien do odłożonych z srebrem papierkow przyłączył. Tymczasem w piecyku żelaznym (ktory podwoyny ieſt z blach żelaznych zrobiony, zewnętrzny i wewnętrzny, między ktoremi wierzchem naybardziey i spodem węgle rozżarzone

by-

bywaią, dla rozpalenia wewnętrznego piecyka; w zewnętrznym zaś ze trzech bokow troiakie są drzwiczki, ktore dla natężenia ognia odsuwaią ſię, a dla przygaszenia zasuwaią podług potrzeby) kubeczki z popiołu, z drzewa lub kości spalonych, wyczyszczonego z cząſtek solnych umyślnie na to od samego Probierza robione, *cupella* zwane, od blachy spodniey wewnętrznego piecyka od godziny rozpalały ſię; ktore gdy iuż rozpalone były, szczypczykami kładł w ieden z tych kubeczkow 9 grzywien małych przygotowanego ołowiu, a w drugi, drugie 9, a gdy ołow rozpłynął ſię i zagotował, kładł znowu szczypczykami w w też same kubeczki po poł grzywny małey srebra nagotowanego w papierkach, natychmiaſt srebro roſtapiać ſię zaczęło; W tym zmnieyszał tęgości ognia drzwiczek dotąd otwartych przymykaiąc, a pilnie patrząc, aż ołow dla odłączenia miedzi od srebra użyty z miedzią razem ſkoperwaſieie i wſiąknie w kubeczki, albo na ich spodzie oſiędzie. Co gdy ſię ſtało, a srebro czyſte w gałeczkach małych pozoſtało, wyiął ie szczypcami wraz z kubkami, i otarłszy z przyległych proszkow, ważył nayprzod iednę z drugą, dochodząc, czy co srebra w ogniu nie zginęło, a ponieważ rownoważne obie gałeczki były, znakiem to było, iż bez ſtraty srebra ta robota chimiczna odprawiła ſię. J dla tey to przyczyny na początku doświadczenia po poł grzywny małey, a nie całą razem grzywnę owych

N 2 sre-

srebra kawałkow odważył. Dopiero obie razem owe gałeczki czyſtego iuż srebra zważył, ktore nie zaważyły tylko łotow 5 i granow 17, a ważyć powinne były całą grzywnę, to ieſt: łotow 16, brak tedy był łotow 10 i grana 1. Zkąd przez Regułę proporcyi doszedł wartości wewnętrzney teyże Pruſkiey dwozłotowki. I. Albowiem ieżeli 1 dwozłotowka tego gatunku, iako ſię wyżey namieniło, ważona zaważyła eſſow Hollenderſkich 133, toć cała grzywna dwozłotowek, to ieſt: sztuk 25, zaważyć powinna tychże eſſow 3325. II. Jeżeli eſſow 3325 zawiera ſię w 25 dwozłotowkach Pruſkich, toć reszta eſſow do grzywny Kolońſkiey czyli do 4864 nie doſtaiących, to ieſt: eſſow 1539 zawiera ſię w dwozłotowkach $11 + \frac{76}{133}$, a zatym cała grzywna Kolońſka nie czyſtego srebra zawiera ſię w $25 + 11 + \frac{76}{133}$ czyli w $36 + \frac{76}{133}$ dwozłotowkach, a powinna ſię zawierać w 25 tylko. III. Jeżeli łotow 5 i granow 17 czyſtego srebra przez czynione doświadczenie dopiero odkrytego w rzeczonych dwozłotowkach daie tychże dwozłotowek 36

+

$+\frac{76}{133}$, ileż da grzywna cała, to ieſt: złotow 16 ? da: $5+\frac{17}{18}$ czyli: $\frac{107}{18}$. $36+\frac{76}{133}$ czyli: $\frac{4864}{133}$ : : 16.

$$\frac{18}{107} \times \frac{77824}{133} = \frac{1400832}{14231} = 98+\frac{6194}{14231}.$$

Więc na grzywnę Kolońſką czyſtego srebra, na ktorą naszych dobrych dwozłotowek wychodzi 40, takich Pruſkich trzeba $98+\frac{6194}{14231}$. IV. Jeżeli $98+\frac{6194}{14231}$ dwozłotowek Pruſkich daią naszych 40, czyli: Złotych 80, czyli: groszy 2400, ileż da dwozłotowka 1 ? dla zgubienia frakcyi, mnożąc 98, i 2400 przez 14231, będzie: 1400832. 34154400 : : 1. x Czyli: $\frac{34154400}{1400832} = 24+\frac{534432}{1400832}$ groszy. Pokazało ſię zatym, że dwozłotowka owa Pruſka nie wartuie tylko groszy 24 i poł-grosza nie spełna. Otoż spo-

sposob chimiczny doświadczania srebra. 2. Doświadczenie zaś złota wzmiankowany Probierz następuiącym czynił sposobem: nayprzod odciąwszy od złota nieczystego, czyli z srebrem i miedzią zmięszanego kilka cząstek, po poł grzywny mnieyszey odważył tak, iak pierwey cząstek srebra, odważył także trzy mnieysze grzywny czystego srebra, i 12 ołowiu czystego, a odważone tak srebro iako i ołow na dwie części rodzieliwszy, przy nagotowanych cząstkach złota położył. W rozpalone dwa kubeczki w piecyku tymże samym, co pierwey, kładł wprzod nagotowane części ołowiu; potym, gdy się ołow zagotował, części srebra, nareszcie części złota; i poty ognia natężał, poki ołow włożony odłączaiąc od złota i srebra miedź, razem z nią nie wsiąkł w kubeczki, a kulki złota zmieszanego z srebrem nie zostały. To gdy się stało wyiął rzeczone kulki z kubkami. 3. Ponieważ w tych kulkach srebro zmięszane było z złotem, dla oddzielenia więc srebra od złota użył wodki mocney (aqua fortis) wprzod owe kulki młotem spłaszczywszy nakształt blaszek cienkich, potym w trąbki zwinione w banieczkę rzeczoną wodką napełnioną, zwolna nad ogniem przy piecyku wcześnie rozgrzaną wpuścił, gdzie powoli wodka owa cząstki srebra odłączała od złota, złotu naturalny kolor wracaiąc, a swego bynaymniey nie mieniąc. Gdy iuż złoto swoy lustr odzyskało, w kształcie trąbek, iak było zwinione, ne, nim go z banieczek dobył, zlał wprzod wodkę w osobne naczynie, a inną spłokiwał po kilka razy cząſtki, ieżeli iakie ieszcze pozoſtały srebra. Dobył nareszcie owego iuż czyſtego złota i zważył; pokazało ſię więc, że z grzywny całey czyli 24 karatow po wyczyszczeniu nie zoſtało tylko 19 karatow, reszta więc, to ieſt: 5 karatow przymieszka była srebra z miedzią. Od tych iuż 19 części pozoſtałego złota odciąwszy, nadto 2 grana, przeto, że wodka owa nie ieſt tak mocna, żeby zupełnie oddzieliła srebro od złota, i zawsze podług czynionych wszędzie doświadczeniow w grzywnie 1 złota zoſtawuie 2 grana srebra; więc z grzywny owey złota nie zoſtało tylko 18 karatow i 10 granow. 4. Co ſię tycze srebra przez wodkę mocną od złota odłączonego, te na drobne i pod oko nie podpadłe cząſtki rozpuszczone w teyże wodce zoſtało, nic iey nie zafarbowawszy, lecz za włożeniem odrobiny soli pospolitey, zaraz wodka owa zbielała, a cząſtki srebra łączyć ſię, nadoł opadać, i czynić maſſę podobną do gaszonego wapna zaczęły, ktore zmięszane z łoiem i w dwa pozoſtałe w piecyku kubeczki wypalone włożone, dopiero kolor właściwy i miąszość odzyſkały. Dla tego zaś z łoiem ſię mięszaią owe cząſtki srebra, że są znikłe (volatiles) i bez tey tłuſtości w ogniu na powietrze by ſię rozsypały i zginęły. Zkąd ta ogolna wiadomość wypływa, że srebra części rozpuszczaią ſię przez wodkę mocną, a

łączą

łączą ſię przez sol pospolitą, złota zaś części rozpuszczaią ſię przez inną wodkę Krolewſką zwaną (aqua Regia,) a łączą ſię przez sol koperwasową. (Sal vitrioli.) Tych samych sposobow używaią Chimiczni Probierze w doświadczaniu nie tylko Mennicznych, ale i Złotniczych robot, tak Złotych iako i srebrnych, to ieſt: wycinaią oni z rzeczy zrobionych bez zepsucia onych drobne cząſtki, i w tych cząſtkach doświadczenie, iakie ſię opisało, uczyniwszy, wnoszą, że w całey rzeczy zrobioney tegoż gatunku ieſt złoto lub srebro, iakiego pokazało ſię w cząſtkach dla doświadczenia wyciętych. Lecz, częścią że takie doświadczanie wypływa z Chimii, na ktorey rzadko kto u nas zna ſię, i wyciąga narzędziow, ktore nie łatwo mogą być zdobyte, a zatym nie powszechnie od Uczeńszych nawet być może praktykowane; częścią że nie ieſt tak pewne, aby o nim zawątpić nie godziło ſię, zwłaszcza w robotach, ktorych kraiać i psuć nie można. Bo zkądże nayprzod pewność, że cząſtki wykroione nie znacznie z naczynia złotego lub srebrnego są iednorodne ze wszyſtkiemi innemi częściami? potym: zkąd pewność, że przez zbytnie ognia natężenie nie ubyło co cząſtek złota lub srebra Chimicznie probowanego, aby przez proporcyą tych do całey roboty doyść ſię mogł rzetelny w nim czyſtości ſtopień? Przeto innych pewnieyszych, a oraz od większey liczby ludzi używać ſię mogących sprawiedliwic wie dawno szukano, i dziś czekać należy doświadczenia tego sposobow. Jakoż dwa są następuiące Hidrauliczne od dawnieyszych i świeższych Matematykow wynalezione.

Z tych pierwszy od Archimedesa był wynaleziony i użyty w Rezolucyi Zagadnienia o koronie Hierona. Swiadczy *Vitruvius*, że Hiero Krol Syrakuski dał Złotnikowi znaczną iakąś sztukę złota na zrobienie Korony. Gdy więc zrobiona była, lubo daną sztukę złota zaważała, ciekawość atoli w Krolu sprawiła, czy do złota srebra przymięszawszy Złotnik, nie ukradł iakiey części danego złota. Prosi zatym Archimedesa, aby chciał tego iakim doświadczyć sposobem. Archimedes długo przemyślaiąc o sposobie, przypadkiem nań natrafił. Gdy bowiem maiąc się kąpać lazł do wanny, postrzegł, że z niey tyle się wody wylewa, ile w niey mieysca iego ciała rozłożystość czyli obięcie (volumen) zabiera, a wiedząc, że złoto iest z kruszcow naycięższe, wniosł sobie, nayprzod: że bryła złota mnieyszego nierownie powinna być obięcia, niż bryła srebra, żeby obie były rownoważne; powtore: że te dwie bryły rownoważne nie rowne mieysca dla nie rownego obięcia zabiorą, to iest: więcey mieysca zabierze np. funt srebra, niż funt złota; a ztąd wniosł, że więcey tamten, niż ten wody z pełnego naczynia wyleie, uczynił więc następuiące doświadczenie Archimedes. Wziął brył dwie, iednę złota, drugą srebra; każdą tyle ważą-

cą,

cą, ile zaważała Korona, i w naczynie pel ne wody kładł z osobna: Koronę, bryłę zło ta, i bryłę srebra, pilnie uważaiąc, ile wod wycieka za każdym włożeniem, a wyciekł tęż wodę w inne umyślnie na to poſtawion wiadomey wagi naczynia zebrawszy, ważył; doświadczył zatym, że bryła złota mniey wo dy wylała, niż Korona, a Korona mniey niż bryła srebra, a zatym, że bryły zło mnieysze być muſiało obięcie, niż Korony, a tey mnieysze niż bryła srebra, choć były między sobą rownoważne, a zatym na ko niec, że w Koronie nie same czyſte złoto, lecz i srebra była iakaś przymieszka, ktorey on przez Regułę dwoiakiego założenia Ary tmetyczną pracowicie doszedł. Lecz prze Algebrę z nieporownaną łatwością, iako ka żdy doświadczaiący uzna, tey i podobnych przymieszek doyść można. Obaczmy iakim sposobem.

## REZOLUCYA.

*Zagadnienia o Koronie Hierona sposobem od Archimedesa wynalezionym.*

POnieważ wzmiankowany Pisarz nie namie nia, ile ta Korona ważyła, daymy więc, że ważyła 12 funtow pospolitych. Daymy także, że ta Korona włożona w naczynie wodą napełnione, wylała teyże wody funtow

7½

$7+\frac{4}{5}$. Znać zaraz było, że nie z 12 funtow złota zrobiona, gdyż bryła złota dwunaſto funtowa tyle wody wylać nie mogła. Na doświadczenie zaś tego, ile bryła złota czyſtego dwunaſto funtowa wody wylewa, nie trzeba tak wielkiey bryły szukać i kłaść w wodę, iak czynił Archimedes, dosyć ieſt wziąść część iaką np. funt 1, pokaże ſię, iako doświadczenie czyniącym pokazało ſię, że 1 funt złota czyſtego wylewa wody $\frac{3}{5}$ funta, a ieżeli funt 1 wylewa $\frac{3}{5}$, toć 12 funtow wyleie $7+\frac{1}{5}$ (przez Reg. Prop.) toć Korona, ktora wylała więcey, to ieſt: $7+\frac{3}{5}$, nie miała w sobie 12 funtow czyſtego złota. Potym wiadomo także z doświadczenia, że funt 1 srebra czyſtego wylewa wody $\frac{9}{10}$ funta. Więc żeby zgadnąć, ile złota, a ile srebra w Koronie owey było przymięszanego, Zagadnienie to obrocić trzeba na pomiary, założywszy za niewiadome funty złota x, a srebra y. Ponieważ więc niewiadome złoto i srebro w Koronie owey uczy-

uczynić powinno funtow 12, toć pierwszy pomiar wypada: $x+y=12$, czyli: $x=12-y$.

Drugi wypadnie części wody wylaney od funta złota rozmnożywszy przez niewiadome funty złota w Koronie, i części wody wylaney od funta srebra rozmnożywszy przez niewiadome funty srebra w teyże Koronie, a te dwoiakie części zrownawszy z częściami wody przez Koronę wylaney, będzie zatym

$$\frac{3x}{5}+\frac{9y}{10}=7+\frac{4}{5} \text{ czyli: } =\frac{39}{5}.$$

Gubiąc zaś frakcye, to ieſt: Mianownikow wszyſtkich przez 5 dzieląc, a przez 2 inne terminy mnożąc, będzie: $6x+9y=78$.

Zakładaiąc za 6x cenę x z pierwszego pomiaru, będzie: $72-6y+9y=78$.

Czyli: $3y=78-72=6$.

Czyli na koniec: $y=\frac{6}{3}=2$.

Lecz y, założone za funty srebra, więc tych w Koronie było 2, a zatym x czyli funty złota $=12-2=10$. Doświadczenie. Wszakże 1. $10+2=12$. 2. Jeżeli funt 1 złota daie wody $\frac{3}{5}$, toć funtow 10 da

$\frac{30}{5}=6$, i ieżeli funt 1 srebra daie wody $\frac{9}{10}$, toć funtow 2 da $\frac{18}{10}=1+\frac{8}{10}$ czyli: $\frac{4}{5}$, a że te częsci wody dodane, to ieſt: $6+1+\frac{4}{5}$ czyli: $7+\frac{4}{5}$ wyrownywaią częściom wody przez Koronę wylaney, więc niezawodnie było w niey złota 10, a srebra 2 funty, ieżeli Korona 12 ważyła. C. B. D. R.

## INNE PRZYKŁADY.

1. DAymy, że kto dał do robienia iakiey rzeczy Złotnikowi 5 funtow złota czyſtego, rzecz ta zrobiona i w naczynie wody pełne włożona wylać powinna wody funtow 3, (gdyż ieżeli 1 funt złota daie wody $\frac{3}{5}$, toć 5 dać powinno $\frac{15}{5}=3$) a tym czasem wylała funtow wody $3+\frac{1}{2}$. Pytam, iaka tu przymieszka srebra do złota?

RE-

## REZOLUCYA.

Funty niewiadome złota $= x$, srebra $= y$, pierwszy pomiar: $x + y = 5$, czyli: $x = 5 - y$.

Drugi, iak wyższey Rezolucyi: $\frac{3x}{5} + \frac{9y}{10} = 3 + \frac{1}{2}$ czyli: $= \frac{7}{2}$.

Gubiąc frakcye, będzie: $3x + \frac{45y}{10} = \frac{35}{2}$,

Czyli: $30x + 45y = \frac{350}{2}$.

Czyli: $60x + 90y = 350$.

Zakładaiąc cenę x za 60x, $300 - 60y + 90y = 350$.

Czyli: $30y = 350 - 300 = 50$.

Czyli na koniec: $y = \frac{50}{30} = 1 + \frac{20}{30} = 1 + \frac{2}{3}$.

Więc

Więc srebra w zapytaney robocie funt $1 + \frac{2}{3}$, toć złota $x = 5 - 1 + \frac{2}{3} = 4 - \frac{2}{3} = 3 + \frac{3-2}{3} = 3 + \frac{1}{3}$. Doświadczenie. Wszakże 1. $3 + 1 + \frac{1+2}{3} = 5$. 2. Jeżeli 1 funt złota daie wody $\frac{3}{5}$, toć funtow $3 + \frac{1}{3}$, czyli: $\frac{10}{3}$ da $\frac{30}{15} = 2$, tudzież: ieżeli funt 1 srebra daie wody $\frac{9}{10}$, toć funt $1 + \frac{2}{3}$ czyli: $\frac{5}{3}$ da $\frac{45}{30} = 1 + \frac{15}{30}$ czyli: $\frac{1}{2}$; A że $2 + 1 + \frac{1}{2} = 3$ funtom wody wylanym przez rzecz zrobioną; Więc dobrze ſię rezolwowało. C. B. D. R.

2. Daymy, że 16 funtow pospolitych czyſtego złota danych ieſt do roboty, ktora włożona w wodę, wylała oney funtow 10 +

1

$\frac{1}{4}$, a wylać powinna tylko funtow $9+\frac{3}{5}$. Znakiem to więc było srebra przymieszanego w tey robocie do złota. Pytam więc, ile było przymięszanego?

## REZOLUCYA.

Funty niewiadome złota $=x$, srebra $=y$. Pierwszy pomiar: $x+y=16$, czyli: $x=16-y$.

Drugi: $\frac{3x}{5}+\frac{9y}{10}=10+\frac{1}{4}$ czyli: $\frac{41}{4}$.

Gubiąc frakcye: $3x+\frac{45y}{10}=\frac{205}{4}$.

Czyli: $30x+45y=\frac{2050}{4}$.

Czyli: $120x+180y=2050$.

Zakładaiąc cenę x: $1920-120y+180y=2050$.

Od-

Odciągaiąc i przenosząc: $60y = 2050 - 1920 = 130$.

Dzieląc na koniec: $y = \frac{130}{60} = 2 + \frac{10}{60}$ czyli: $\frac{1}{6}$.

Więc: $x = 16 - 2 + \frac{1}{6} = 14 - \frac{1}{6} = 13 + \frac{6-1}{6} = 13 + \frac{5}{6}$.

Doświadczenie. Wszakże 1. $13 + 2 + \frac{1}{6} = 16$, 2. Jeżeli 1 funt złota daie wody $\frac{3}{5}$, toć funtow $13 + \frac{5}{6}$ czyli: $\frac{83}{6}$ da $\frac{249}{60} = 8 + \frac{9}{30}$; tudzież ieżeli 1 funt srebra daie wody $\frac{9}{10}$, toć funtow $2 + \frac{1}{6}$ czyli: $\frac{13}{6}$ da $\frac{117}{60} = 1 + \frac{57}{60}$. A że 8

$$+1+\frac{9}{30}+\frac{57}{60} \text{ czyli: } +\frac{18+5}{60}$$

$$=10+\frac{1}{4}. \text{ Więc \&c.}$$

3. Daymy, że 20 pospolitych grzywie czyſtego złota dano do roboty, a ta wylał wody grzywien $6+\frac{1}{2}$ czyli: $\frac{13}{2}$, wyla zaś nie powinna, tylko spełna 6. Pytam, c tu za przymieszka srebra?

## REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny złota $=x$, sre bra $=y$. Części zaś wody wylanych prze grzywnę złota i srebra, szukać trzeba tak ponieważ 2 grzywien czynią 1 funt, a te wylewa $\frac{3}{5}$ funta wody, gdy ſię nim złot waży, albo: $\frac{9}{10}$, gdy srebro więc podzieli wszy $\frac{3}{5}$ i $\frac{9}{10}$ przez 2, będą części wod wylane przez grzywnę złota $=\frac{3}{10}$, a wy

lane

lane przez grzywnę srebra $= \frac{9}{20}$. A zatym te wypadną pomiary: Pierwszy $x + y = 20$, czyli: $x = 20 - y$.

Drugi zaś: $\frac{3x}{10} + \frac{9y}{20} = \frac{13}{2}$.

Gubiąc frakcye, będzie: $3x + \frac{90y}{20} = \frac{130}{2}$.

Czyli: $60x + 90y = \frac{260}{2}$

Czyli: $120x + 180y = 260$.

Zakładaiąc cenę x: $240 - 120y + 180y = 260$.

Czyli: $60y = 200$ czyli: $y = \frac{200}{60} = 3 + \frac{20}{60} = 3 + \frac{1}{3}$.

Więc: $x = 20 - 3 + \frac{1}{3} = 17 - \frac{1}{3} = 16 + \frac{3-1}{3} = 16 + \frac{2}{3}$. Doświad-

O 2 czenie.

czenie. 1. $16 + 3 + \frac{2 + 1}{3} = 20$. 2. Je-
żeli grzywna 1 złota wylewa wody $\frac{3}{10}$
toć grzywien $16 + \frac{3}{10}$ czyli: $\frac{50}{3}$
wyleią $\frac{150}{30} = 5$, tudzież: ieżeli grzy-
wna 1 srebra wylewa wody $\frac{9}{10}$, toć grzy-
wien $3 + \frac{1}{3}$ czyli: $\frac{10}{3}$ wyleią $\frac{90}{60} = 1$
$+ \frac{1}{2}$. A że $5 + 1 + \frac{1}{2} = 6 \frac{1}{2}$
Więc &c.

## R E Z O L U C Y A

*Ogulna podług wynalazku Archimedesa Zagadnieniow o doświadczeniu przymieszek w robotach Złotniczych iednego do drugiego kruszcu.*

Niech będą 1. części, to ieſt: funty lub grzywny niewiadome przednieyszego kruszcu

szcu $=x$, podleyszego zaś $=y$. 2. Waga zrobioney rzeczy $=m$. 3. Ilkość wody wylaney o iedney iakiey części np. funta lub grzywny przednieyszego kruszcu $=a$, podleyszego zaś $=b$, na koniec: ilkość wody wylaney od rzeczy zrobioney $=n$. Będzie zatym z pierwszego warunku pomiar: $x+y=m$, czyli: $x=m-y$.

Z drugiego: $ax+by=n$. Czyli zakładaiąc cenę $x$ za $ax$ rozmnożoną przez, a będzie: $am-ay+by=n$.

Przenosząc, będzie: $by-ay=n-am$.

Na koniec dzieląc przez $b-a$,
$$y=\frac{n-am}{b-a}.$$

Ten ostatni pomiar z ceną pierwszego $x=m-y$ ogulnym iest doświadczania rożnych robot Złotniczych prawidłem, za którego pomocą odkryć można przymieszki nie tylko srebra do złota, ale i miedzi tak do złota, iako do srebra, i innych iednych do drugich kruszcow z doświadczenia uczynionego wprzod doszedłszy, ile wody wylewa każdego z osobna kruszcu funt albo grzywna 1. I tak:

I. W Zagadnieniu o Koronie Hierona, będzie: $a=\frac{3}{5}$, $b=\frac{9}{10}$, $m=12$, $n=$

7+

$$7+\frac{4}{5}=\frac{39}{5}\text{, a zatym: } y=\frac{n-am}{b-a}$$

$$=\frac{\frac{39}{5}-\frac{3}{5}\times 12}{\frac{9}{10}-\frac{3}{5}}=\frac{\frac{39-36}{5}}{\frac{9-6}{10}}=$$

$$\frac{10}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{30}{15}=2.\quad \text{Więc } x=12-2$$

$=10$ tak, iak wyżey.

II. W Przykładzie pierwszym $a=\frac{3}{5}$, $b=\frac{9}{10}$, $m=5$, $n=3+\frac{1}{2}$, a zatym:

$$y=\frac{n-am}{b-a}=\frac{3+\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\times 5}{\frac{9}{10}-\frac{3}{5}}=$$

3+—

$$\frac{3+\frac{1}{2}-\frac{15}{5}}{\frac{9-6}{10}} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{10}{6}$$

$= 1 + \frac{4}{6} = 1 + \frac{2}{3}$, więc $x = 5 - 1 + \frac{2}{3} = 4 - \frac{2}{3} = 3 + \frac{1}{3}$, tak, iak pierwey.

III. W Przykładzie drugim : $a = \frac{3}{5}$, $b = \frac{9}{10}$, $m = 16$, $n = 10 + \frac{1}{4} = \frac{41}{4}$, a

zatym : $y = \frac{n - am}{b - a} = \frac{\frac{41}{4} - \frac{48}{5}}{\frac{9}{10} - \frac{3}{5}} =$

$205 +$

$$\frac{\frac{205+192}{20}}{\frac{9-6}{10}} = \frac{10}{3} \times \frac{13}{20} = \frac{130}{60} =$$

$$+\frac{1}{6}.$$ Więc $x = 16 - 2 + \frac{1}{6} = 14 - \frac{1}{6} = 13 + \frac{6-1}{6} = 13 + \frac{5}{6}$ tak, jak wyżey.

IV. W trzecim: $a = \frac{3}{10}$, $b = \frac{9}{20}$, $m = 20$, $n = \frac{13}{2}$, a zatym: $y = \frac{n - am}{b - a}$

$$= \frac{\frac{13}{2} - \frac{3}{10} \times 20}{\frac{9}{20} - \frac{3}{10}} = \frac{\frac{13}{2} - \frac{60}{10}}{\frac{9-6}{20}} =$$

$$\frac{\frac{65-60}{10}}{\frac{3}{20}} = \frac{20}{3} \times \frac{5}{10} = \frac{100}{30} = 3+\frac{1}{3}.$$

Więc $x = 16-3+\frac{1}{3} = 13-\frac{1}{3} = 12+\frac{3-1}{3} = 12+\frac{2}{3}$ tak, iak wyżey, i t. d.

*Przestroga.* Jeżeli złoto albo srebro nieczyste daie się do roboty, takiego złota funt, więcey wody, niż $\frac{3}{5}$ funta, a grzywna więcey niż $\frac{3}{10}$ wylać może, także i srebra funt więcey niż $\frac{9}{10}$, a grzywna więcey, niż $\frac{9}{20}$ wody wylcie z przyczyny przymieszki, ktora rzeczonych kruszcow większe czyni obięcie (volumen) więc w tym razie doświadczenie wprzod uczynić trzeba na funcie lub grzy-

grzywnie tego kruszcu, ktory ſię ma dać do roboty, żeby doyść wiele wody wylewa; wreszcie tak poſtąpić, iak ſię przełożyło. Ta tylko niewygoda ieſt w używaniu tego doświadczania sposobu, że ſię ſtaie w praktyce trudny i prawie niepodobny na ten czas, kiedy w małey ilkości np. w uncyach albo łotach, a tym bardziey drobnieyszych wagach daią ſię kruszce do roboty. W ten czas bowiem wylew wody od tak szczupłey roboty uczyniony w porownaniu z wylewem, ktory I uncya albo łot czyni, nie znaczną sprawuie w wadze rożnicę. Przeto sposob naſtępuiący zda mi ſię być od poprzedzaiącego powszechnieyszy, mniey zatrudniaiący, a ledwie i nie pewnieyszy.

III. Sposob ten od poźnieyszych Matematykow wynaleziony, na tym zależy, aby z wagi rzeczy zrobioney odmienney na powietrzu i w wodzie, dochodzić przymieszki podleyszego kruszcu do przednieyszego. Do czego dwoiakiey potrzeba wiadomości, nayprzod: o ciężkości porownaney, (de gravitate specifica) potym o utracie wagi w wodzie rożnych kruszcow. Co do pierwszego, po długim dochodzeniu i doświadczaniu, ieſt na ten koniec sporządzona od ſławnego Filozofa Muszenbroka tablica, ktora okazuie porownanie ciężkości nayznaiomszych między sobą na świecie rzeczy. Niemasz potrzeby całey tu tey tablicy kłaść, (widzieć ią można w Doświadczeniach ſkutkow X. Rogalińſkiego, w Kſięgdze trzeciey, na karcie 515)

to

to tylko co ſię przedſięwziętey tycze materyi, tu kładę:

| | |
|---|---|
| Woda deszczowa - - | 1. 000.''' |
| - - Przecedzana - | 0. 993.''' |
| - - Morſka - - | 1. 030.''' |
| - - Rzeczna - - | 1. 009.''' |
| - - Zrzodelna - - | 0. 999.''' |
| Złoto czyſte - - | 19. 640.''' |
| Złoto mniey czyſte, iakie ieſt w pieniądzach - | 18. 261.''' |
| Srebro czyſte - - | 11. 091.''' |
| Mniey czyſte w pieniądzach - | 10. 535.''' |
| - - Podleysze - | 10. 340.''' |
| Miedź Szwedzka - - | 8. 784.''' |
| - - Węgierſka wodna - | 5. 777.''' * |

Cy-

* Są wody w Węgrzech z gor kruszcowych cieknące, z cząstkami miedzi zmieszane, w ktorych blachy żelazne umyślnie na to kładzione, w przeciągu 2 lub 3 Miesięcy, tak w siebie miedzianych nabieraią cząstek, że się zdaią być w miedź zamienione, lecz ta miedź podła, i do robienia wielkich tylko naczyń używana, ale znayduie się tam miedź insza, rownie dobra iak Szwedzka.

| | | |
|---|---|---|
| Cyna Angielſka | - - | 7. 471. |
| - - Pospolita | - - | 7. 320. |
| Ołow Angielſki czyſty | - | 11. 325. |
| - - Pospolity | - - | 11. 310. |
| Zelażo | - - - | 7. 645. |

Tych wszyſtkich kruszcow porownanie czyni ſię pospolicie z ciężkością wody proſtey deszczowey, pod czas umiarkowanego powietrza spadaiącey. Liczby te porownanie wyrażaiące iedne są przed kropką po lewey ſtronie położone, i znaczą całkowite wagi, to ieſt: albo funty, albo grzywny i t. d., a inne za kropką po prawey ſtronie, i znaczą liczby łamane, ktorych że trzy ieſt: pierwsza z końca znaczy części dzieſiąte, druga setne, a trzecia tyſiączne całey iakiey wagi. Zgoła są to wyrazy frakcyi dzieſiątkowych, ktorych wiadomość z pospolitych Arytmetyk ma ſię zaſiągnąć. Lubo w naszych naſtępuiących robotach można porownanie te ciężkosci kruszcowych z ciężkością wody brać w samych tylko liczbach całkowitych bez części dzieſiątkowych dla uniknienia długich i zatrudniaiących rachub, a mało pożytecznych, gdyż wynikłe ztąd cząſtki w oſtatnich produktach nie wiele przydać, albo uiąć mogą. Co ſię zaś tycze drugiego, doświadczaiąca naucza Fizyka, że iednaż bryła iakiegokolwiek kruszcu inną ma wagę na wolnym powietrzu, a in-

inną w wodzie ważona. Wagi albowiem tey, ktorą miała na powietrzu, mniey więcey utraca, gdy się w wodzie waży, to iest: utraca w proporcyi ciężkości swoiey, do ciężkości wody. J tak: ponieważ ciężkość złota czystego porownana do ciężkości wody, ma się iak 19. 640‴ do 1. 000‴., czyli: ponieważ złoto przeszło 19 razy cięższe iest za wodę, idzie zatym, że bryła złota ważąca na powietrzu 19 funtow, albo grzywien, albo uncyi i tam daley, w wodzie nie zaważy tylko 18 funtow, albo grzywien i t. d., gdyż tyle w wodzie straci ciężkości swoiey złoto, ile iest w niey ciężkości porownaney do ciężkości złota. A ztąd się wnosi, że w wodzie złoto czyste przeszło $\frac{1}{19}$, pieniężne i podleysze przeszło $\frac{1}{18}$, srebro czyste przeszło $\frac{1}{11}$, pieniężne i podleysze przeszło $\frac{1}{10}$, miedź przeszło $\frac{1}{8}$, cyna przeszło $\frac{1}{7}$ część ciężkości swoiey w wodzie tracą. Co z Reguły proporcyi wynika. Albowiem: ieżeli czystego złota funtow, albo grzywien i t. d. 19 traci w wodzie 1 funt, albo grzywnę, ileż straci funt albo

albo grzywna 1? Wypada $\frac{1}{19}$, i tam daley.

Te maiąc wiadomości, łatwo iuż uczynić doświadczenie przymieszek w robotach Złotniczych. Pokażmy to nayprzod w przykładzie, podług wynalazku Archimedesa, wyżey rezolwowanym o Koronie Hierona, a potym w innych. Pierwszy pomiar i tu tenże sam, co pierwey, to iest: $x+y=12$, czyli: $x=12-y$.

Drugi, stratę wagi w wodzie iednego funta złota, i stratę wagi iednego także funta srebra, rozmnożone z osobna przez tychże kruszcow niewiadome funty w Koronie porownawszy z stratą wagi w wodzie samey Korony, będzie: $\frac{x}{19}+\frac{y}{11}=\frac{148}{209}$, to iest, stracie wagi Korony w wodzie wynoszącey przeszło 11 łotow. Gubiąc zaś frakcye, będzie:

$$1.\ x+\frac{19y}{11}=\frac{2812}{209}.$$

$$2.\ 11x+19y=\frac{30932}{209}.$$

$$3.\ 2299x+3971y=30932.$$

Zakładaiąc zaś cenę x, za 2299x, będzie: $27588-2299y+3971y=30932$.

Czy-

Czyli: $1672y = 3344$, czyli: $y = \frac{3344}{1672} = 2$.

Więc: $x = 12 - y = 12 - 2 = 10$, iak pierwey. Doświądczenie czyni się przez Regułę proporcyi tym sposobem. I. Jeżeli 1 funt złota traci wagi w wodzie $\frac{1}{19}$ funta, ileż ſtraci 10 funtow? ſtraci $\frac{10}{19}$. II. Jeżeli 1 funt srebra traci w wodzie $\frac{1}{11}$, ileż ſtracą 2 funty? ſtracą $\frac{2}{11}$. A że $\frac{10}{19} + \frac{2}{11} = \frac{148}{209}$, to ieſt: ſtracie wagi w wodzie Korony. Albowiem obrociwszy te dwie frakcye do iednego Mianownika, będą: $= \frac{110 + 38}{209} = \frac{148}{209}$. Więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

## INNE PRZYKŁADY.

*Przymieszek srebra do złota.*

I. DAymy, że złota czyſtego grzywien Ko-
lonſkich 6 dano do roboty, ktora wa-
żona w wodzie nie powinna wagi swoiey tra-
cić tylko $\frac{6}{19}$, ( gdyż 1. $\frac{1}{19}$ : : 6 $\frac{6}{19}$ )
tymczasem więcey traci np. $\frac{1}{3}$, zaraz wi-
znać, że w tey robocie niemasz całych
grzywien złota, a blady luſtr złota w niey
czyni podeyrzenie przymieszki srebra nieczy-
ſtego, ktorego ciężkość, porownana do cię-
żkości wody ieſt iak 10 do 1. Pytam więc
iak doyść tey przymieszki?

## REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x+y=6$, czyli $x=6-y$.

Drugi: $\frac{x}{19}+\frac{y}{10}=\frac{1}{3}$. Gubiąc frakcye, będzie: $x+\frac{19y}{10}=\frac{19}{3}$, czy-

li:

li: $10x + 19y = \frac{190}{3}$, czyli: $30x + 57y = 190$. Zakładaiąc zaś cenę x, będzie: $180 - 30y + 57y = 190$, czyli: $27y = 10$, czyli na koniec: $y = \frac{10}{27}$. Srebra więc $\frac{10}{27}$ grzywny, to ieſt: 5 przeszło łotow; więc złota, $x = 6 - \frac{10}{27} = 5 + \frac{27 - 10}{27} = 5 + \frac{17}{27}$, czyli: 5 grzywien, i łotow przeszło 10. Doświadczenie. 1. 1. $\frac{1}{19}$ : : $5 + \frac{17}{27}$ (czyli: $\frac{152}{27}$.) $\frac{152}{513}$. 2. 1. $\frac{1}{10}$ : : $\frac{10}{27}$. $\frac{10}{270}$ czyli: $\frac{1}{27}$. A że $\frac{152}{513} + \frac{1}{27} = \frac{1}{3}$. Albowiem te dwie frakcye obrociwszy do iednego Mianownika, mnożąc drugą przez 19, będzie: $\frac{152+19}{513}=\frac{171}{513}=\frac{1}{3}$. Więc i t. d.

2. Daymy, że złota nie bardzo czystego (ktorego ciężkość do ciężkości wody ma się iak 18 do 1) grzywien Kolońskich 15 dano do roboty, ktora wagi swey w wodzie tracić powinna $\frac{5}{6}$ iedney grzywny, a tym czasem więcey traci, np. grzywnę 1 całą, z lustru zaś bladawego znać przymieszkę srebra nieczystego (ktorego ciężkość do ciężkości wody iest iak 10 do 1.) Pytam, iak wielka ta przymieszka?

## REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x+y=15$, czyli: $x=15-y$.

Drugi: $\frac{x}{18}+\frac{y}{10}=1$, czyli: gubiąc frakcye: $x+\frac{18y}{10}=18$.

Czyli: $10x+18y=180$. Zakładaiąc zaś cenę $x$, będzie: $150-10y+18y=180$, czy-

czyli: $8y = 30$, czyli: $y = \frac{30}{8} = 3 + \frac{6}{8} = 3 + \frac{3}{4}$, czyli srebra grzywien 3 i łotow 12; więc $x = 15 - y = 15 - 3 + \frac{3}{4} = 12 - \frac{3}{4} = 11 + \frac{4-3}{4} = 11 + \frac{1}{4}$, czyli złota grzywien 11 i łotow 4. Doświadczenie. 1. $1. \frac{1}{18} :: 11 + \frac{1}{4}$ (czyli: $\frac{45}{4}$). $\frac{45}{72}$. 2. $1. \frac{1}{10} :: 3 + \frac{3}{4}$. (czyli: $\frac{15}{4}$). $\frac{15}{40}$. A że $\frac{45}{72} + \frac{15}{40} = 1$; albowiem $\frac{45}{72} + \frac{15}{40} = \frac{1800+1080}{2880} = \frac{2880}{2880} = 1$. Więc i t. d.

3. Daymy, że takiegoż złota łotow 12 dano do roboty, ktora ſtracić wagi swoiey

miała $\frac{2}{3}$ łota, a ſtraciła $\frac{3}{4}$, z koloru zaś znać przymieszane srebro nieczyſte. Pytam, w iakiey ilkości ieſt przymieszane?

## REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x+y=12$, czyli: $x=12-y$.

Drugi: $\frac{x}{18}+\frac{y}{10}=\frac{3}{4}$, czyli: gubiąc frakcye: $x+\frac{18y}{10}=\frac{54}{4}$, czyli: $10x+18y=\frac{540}{4}$, czyli: $40x+72y=540$.

Zakładaiąc zaś cenę: x będzie $480-40y+72y=540$, czyli: $32y=60$, czyli na koniec: $y=\frac{60}{32}=1+\frac{28}{32}=1+\frac{7}{8}$, czyli: srebra łot 1 i poł czwarty drachmy albo ćwierci, więc złota $x=12-1+\frac{7}{8}=11-\frac{7}{8}=10+\frac{8-7}{8}=10+\frac{1}{8}$. Doświadczenie.

1.

$1.\ \frac{1}{18} :: 10 + \frac{1}{8} \left(\frac{81}{8}\right) \frac{81}{144}.\ 2.$

$1.\ \frac{1}{10} :: 1 + \frac{7}{8} \left(\frac{15}{8}\right).\ \frac{15}{80}.$ A że

$\frac{81}{144} + \frac{15}{80} = \frac{3}{4}$, gdyż $= \frac{6480+2160}{11520} = \frac{8640}{11520} = \frac{3}{4}$ ( zredukowawszy na mnieysze terminy przez 288 ). Więc i tam daley.

## P R Z Y K Ł A D Y.

### *Przymieszek miedzi do złota.*

1. DAymy, że 7 grzywien Kolońſkich czyſtego złota dano do roboty, ktora tracić wagi swey w wodzie powinna $\frac{7}{19}$, a tymczasem więcey traci np. $\frac{1}{2}$ grzywny; z luſtru zaś nie zmienionego znać przymieszkę miedzi, ktorey ciężkość porownana do ciężkości wody, ieſt iak 8 do 1. Pytam, iak wielka tu ieſt miedzi przymieszka?

RE-

# REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x+y=7$, czyli: $x=7-y$.

Drugi: $\frac{x}{19}+\frac{y}{8}=\frac{1}{2}$, gubiąc frakcye: $x+\frac{19y}{8}=\frac{19}{2}$, czyli: $8x+19y=\frac{152}{2}$, czyli: $16x+38y=152$. Zakładaiąc zaś cenę x, będzie: $112-16y+38y=152$, czyli: $22y=40$, czyli: $y=\frac{40}{22}=1+\frac{18}{22}=1+\frac{9}{11}$. Więc $x=7-1+\frac{9}{11}=6-\frac{9}{11}=5+\frac{11-9}{11}=5+\frac{2}{11}$. Doświadczenie 1. $1.\frac{1}{19}::5+\frac{2}{11}$ (czyli: $\frac{57}{11}$). $\frac{57}{209}$. 2. $1.\frac{1}{8}::1+\frac{9}{11}$ (czyli: $\frac{20}{11}$) $\frac{20}{88}$. A że $\frac{57}{209}+$

$\frac{20}{88} = \frac{1}{2}$, gdyż $= \frac{5016 + 4180}{18392} = \frac{9196}{18392} = \frac{1}{2}$. Więc i t. d.

2. Daymy, że 3 grzywien pospolitych złota nie bardzo czystego dano do roboty, ktora ważona w wodzie straciła wagi swoiey $\frac{1}{4}$ grzywny, a stracić miała $\frac{1}{6}$, z lustru zas pokazuie się przymieszka miedzi. Pytam, ile iey przymieszano?

## REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x + y = 3$, czyli: $x = 3 - y$.

Drugi: $\frac{x}{18} + \frac{y}{8} = \frac{1}{4}$, czyli: dzieląc Mianownikow przez 2: $\frac{x}{9} + \frac{y}{4} = \frac{1}{2}$. Gubiąc zaś frakcye: $x + \frac{9y}{4} = \frac{9}{2}$, czyli: $4x + 9y = \frac{36}{2} = 18$. Zakładaiąc cenę x, będzie: $12 - 4y + 9y = 18$, czy-

czyli: $5y = 6$, czyli: $y = \frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5}$. Więc $x = 3 - 1 + \frac{1}{5} = 2 - \frac{1}{5} = 1 + \frac{5-1}{5} = 1 + \frac{4}{5}$. Doświadczenie: 1. $1. \frac{1}{18} :: 1 + \frac{4}{5} \left(\frac{9}{5}\right) \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$. 2. $1. \frac{1}{8} :: 1 + \frac{1}{5} \left(\frac{6}{5}\right)$. $\frac{6}{40} = \frac{3}{20}$. A że $\frac{1}{10} + \frac{3}{20} = \frac{1}{4}$, gdyż $= \frac{2+3}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$. Więc i tam daley.

3. Daymy, że 13 łotow takiegoż złota dano do roboty, ktora w wodzie ſtraciła wagi swoicy $\frac{13}{16}$ łota. Pytam, ile do złota przymieszaney miedzi?

R E-

# REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x+y=13$, czyli: $x=13-y$.

Drugi: $\frac{x}{18}+\frac{y}{8}=\frac{13}{16}$, czyli dzieląc przez 2, $\frac{x}{9}+\frac{y}{4}=\frac{13}{8}$.

Gubiąc frakcye: $x+\frac{9y}{4}=\frac{117}{8}$, czyli: $4x+9y=\frac{468}{8}$, czyli: $32x+72y=468$. Zakładaiąc cenę x, będzie: $416-32y+72y=468$. Czyli: $40y=52$, czyli: $y=\frac{52}{40}=1+\frac{12}{40}=1+\frac{3}{10}$. Więc

$x=13-1+\frac{3}{10}=12-\frac{3}{10}=11+\frac{10-3}{10}=11+\frac{7}{10}$. Doświadczenie: 1. 1. $\frac{1}{18}$ : : $11+\frac{7}{10}\left(\frac{117}{10}\right)\frac{117}{180}$. 2.

$$1.\ \frac{1}{8}\ ::\ 1+\frac{3}{10}\left(\frac{13}{10}\right).\ \frac{13}{80}.$$ A że

$$\frac{117}{180}+\frac{13}{80}=\frac{9360+2340}{14400}=\frac{11700}{14400}$$

$$=\frac{117}{144}$$, czyli podzieliwszy przez 9 =

$\frac{13}{16}$. Więc i t. d.

## PRZYDŁADY.

*Przymieszek miedzi i moſiądzu do srebra.*

I. DAymy, że 5 grzywien Kolońſkich czy-ſtego srebra, czyli proby szesnaſtey, ktorego ciężkość do ciężkości wody ieſt: iak 11 do 1, dano do roboty, ktora ważona w wodzie, ſtraciła wagi swoiey $\frac{1}{2}$, zamiaſt $\frac{5}{11}$ grzywny, znać więc, że ieſt z przymie-szką miedzi, a zatym niższey proby ma w sobie srebro, niż było dane. Pytam, nay-przod

przod iak wielka miedzi przymieszka, a potym iakiey proby srebro w takiey robocie?

## REZOLUCYA

Pierwszey części. Pierwszy pomiar: $x + y = 5$, czyli: $x = 5 - y$.

Drugi: $\frac{x}{11} + \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$, czyli: gubiąc frakcye: $x + \frac{11y}{8} = \frac{11}{2}$, czyli:

$8x + 11y = \frac{88}{2}$, czyli: $16x + 22y = 88$.

Zakładaiąc zaś cenę x, będzie: $80 - 16y + 22y = 88$, czyli: $6y = 8$, czyli: $y = \frac{8}{6}$

$= 1 + \frac{2}{6} = 1 + \frac{1}{3}$, toć $x = 5 - y = 5$

$- 1 + \frac{1}{3} = 4 - \frac{1}{3} = 3 + \frac{3-1}{3} =$

$3 + \frac{2}{3}$. Więc w robocie tey ieſt srebra

grzy-

grzywien $3+\frac{2}{3}$, czyli i łotow bliſko 11

a miedzi grzywna $1+\frac{1}{3}$, czyli i łoto

przeszło 5, a zatym ile miedzi Rzemieślni przymieszał, tyle czyſtego srebra ukradł.

Doświadczenie. Wszakże: $1.\frac{1}{11} :: 3+\frac{2}{3} \left(\frac{11}{3}\right). \frac{11}{33}$, potym: $1.\frac{1}{8} :: 1+\frac{1}{3} \left(\frac{4}{3}\right). \frac{4}{24}$. A że $\frac{11}{33} = \frac{4}{24} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Więc dobrze ſię rezolwowało. C. B. D. R.

## REZOLUCYA.

Drugiey części. Chcąc zaś wiedzieć iakiey proby ieſt w tey robocie srebro, ktorey do srebra czyſtego grzywien $3+\frac{2}{3}$, przymieszano miedzi grzywnę $1+\frac{1}{3}$

obro-

obrocić potrzeba grzywien $3+\frac{2}{3}$ na łoty, będzie: $3+\frac{2}{3}\times 16=48+\frac{32}{3}=58+\frac{2}{3}$, a te łoty podzielić przez 5 grzywien danych do roboty, Wieloraz $=11+\frac{11}{15}$ pokaże żądaną srebra probę iedenaſtą z 13 przeszło gran. Co tak okazuię: ieżeli każda w tey robocie grzywna srebra ieſt proby $11+\frac{11}{15}$, toć każda ma w sobie srebra czyſtego łotow $11+\frac{11}{15}$, czyli i granow przeszło 13, a resztę, to ieſt: łotow $4+\frac{4}{15}$, czyli gran. bliſko 5 miedzi. A że w tey robocie grzywien ieſt 5, więc rozmnożywszy łotow $4+\frac{4}{15}$ przez 5, wypaść powinna przymieszka miedzi wynaleziona, to ieſt: grzywna $1+\frac{1}{3}$. Jakoż $4+$

$\frac{4}{15} \times 5 = 20 + \frac{20}{15} = 21 + \frac{5}{15}$, czyli $\frac{1}{3}$, czyli łoty te obracaiąc na grzywny przez 16, będzie: $= 1 + \frac{1}{3}$, gdyż $\frac{21}{16} = 1$, a pozostałe 5 zredukowawszy do przyległey frakcyi $1 + \frac{1}{3}$, będzie: $\frac{16}{3}$, ktorą przez też 16 dzieląc, będzie: $\frac{1}{16} \times \frac{16}{3} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$. C. B. D. R.

2. Daymy, że na robienie stołowych naczyń dał kto srebra 13 proby, ktorego ciężkość do ciężkości wody iest: iak 10 do 1, pospolitych grzywien 50, ktore zrobione straciły wagi swoiey w wodzie grzywien $5 + \frac{4}{10}$, a stracić nie powinny były tylko 5 spełna. Pytam, ile w tey robocie do srebra danego przymieszano miedzi, i iakiey proby stało się w niey srebro ?

R E-

# REZOLUCYA.

Pierwszey części. Pomiar pierwszy: $x + y = 50$, czyli: $x = 50 - y$.

Drugi: $\frac{x}{10} + \frac{y}{8} = 5 + \frac{4}{10} = \frac{54}{10}$.

Gubiąc frakcye: $x + \frac{10y}{8} = 54$, czyli: $8x + 10y = 432$. Zakładaiąc cenę $x$, będzie: $400 - 8y + 10y = 432$, czyli: $2y = 32$, czyli: $y = \frac{32}{2} = 16$. Więc $x = 50 - y = 50 - 16 = 34$. Do 34 więc grzywien danego srebra przymieszał Złotnik 16 grzywien miedzi, tyleż z danego srebra ukradłszy. Doświadczenie. Wszakże $1. \frac{1}{10} :: 34. \frac{34}{10}$; potym: $1. \frac{1}{8} :: 16. \frac{16}{8}$; A że $\frac{34}{10} + \frac{16}{8} = 5 + \frac{4}{10}$. Więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

R E-

# REZOLUCYA

Drugiey części. Ponieważ dane do roboty srebro było 13 proby, więc, gdy przez Rezolucyą pierwszą pokazało ſię w tey robocie 34 tylko srebra grzywien, grzywny te rozumieć ſię maią teyże samey proby, to ieſt 13, ktora była w danym srebrze do roboty, z ktorego ukradłszy Złotnik grzywien 16, a natomiaſt 16 miedzi przymieszawszy, uczynił dane srebro nierownie podleyszym i proby daleko niższey, ktorą chcąc wynaleść, potrzeba 34 grzywien na łoty obrocić, będzie więc $34 \times 16 = 544$, a te podzielić przez 50, Wieloraz $10 + \frac{44}{50}$, czyli: $+ \frac{22}{25}$ pokaże srebra w robocie probę 10 z 16 bliſko gran. Co tak okazuię. Jeżeli każda w tey robocie grzywna ieſt proby $10 + \frac{22}{25}$, to każda ma w sobie łotow $10 + \frac{22}{25}$, czyli i gran. bliſko 16 danego srebra proby 13, a resztę miedzi, to ieſt: łotow $5 + \frac{3}{25}$, czyli i gran. przeszło 2. A że w tey robo-

cie

cie ieſt grzywien 50, więc $5+\frac{3}{25}\times 50=$ $250+\frac{150}{25}=250+6=256$ łotow, czyli: $\frac{256}{16}=16$ grzywien miedzi w robocie odkrytych. C. B. D. R.

3. Daymy, że do roboty dano srebra czyſtego 12 uncyi pospolitych, a robota ważona w wodzie ſtraciła wagi swoiey uncyą $1+\frac{1}{8}$. Pytam, ile do danego srebra przymieszaney miedzi, i iaka proba srebra w tey robocie?

## REZOLUCYA

Pierwszey części. Pomiar pierwszy: $x+y=12$, czyli: $x=12-y$.

Drugi: $\frac{x}{11}+\frac{y}{8}=1+\frac{1}{8}=\frac{9}{8}$.

Gubiąc frakcye: $x+\frac{11y}{8}=\frac{99}{8}$, czyli: $8x+11y=99$. Zakładaiąc cenę x, będzie: $96-8y+11y=99$, czyli: $3y=3$, czyli: $y=$

$\frac{3}{3}=1.$ Więc $x=12-y=12-1=11.$

Doświadczenie: Wszakże: $1.\frac{1}{11}::11.\frac{11}{11}=1$, tudzież: $1.\frac{1}{8}.::1.\frac{1}{8}.$ A że $1+\frac{1}{8}$, ieſt to ſtrata wagi w wodzie roboty. Więc &c.

## REZOLUCYA.

Drugiey części. Ponieważ czyſtego srebra w tey robocie pokazało ſię uncyi 11, więc obrociwszy uncye te na łoty, będzie: $11\times2=22$, a te łoty przez 12 uncyi danych do roboty obrocone na części grzywny, to ieſt na $\frac{12}{8}$, czyli na $\frac{3}{2}$, podzieliwszy więc 22 przez $\frac{3}{2}$, będzie: $\frac{2}{3}\times\frac{22}{1}=\frac{44}{3}=14+\frac{2}{3}$, to ieſt: srebra w robocie wzmiankowaney proba 14 z 12 gran. Wszakże, ie

żeli

żeli srebro to 14 proby $z\frac{2}{3}$, więc grzywna zawiera w sobie łotow srebra $14+\frac{2}{3}$, a miedzi $1+\frac{1}{3}$. A że w tey robocie ieſt uncyi 12, czyli: $\frac{3}{2}$ grzywny, więc łot $1+\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{4}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{12}{6}=2$ łotom, czyli uncyi 1 miedzi, ktora przymieszana. C. B. D. R.

4. Daymy, że kto daie 15 łotow srebra 14 proby do roboty, ktora w wodzie traci wagi swoiey łot $1+\frac{5}{8}$. Pytam, ile łotow miedzi do srebra w tey robocie przymieszanych, i iaka proba srebra?

## R E Z O L U C Y A.

Pierwszey części. Pomiar pierwszy: $x+y=15$, czyli: $x=15-y$.

Drugi: $\frac{x}{10}+\frac{y}{8}=1+\frac{5}{8}$, czyli: $\frac{13}{8}$. Gubiąc frakcye: $x+\frac{10y}{8}=\frac{130}{8}$, czyli: $8x+10y=130$. Zakładaiąc cenę x, $120-8y+10y=130$, czyli: $2y=10$, czyli: $y=\frac{10}{2}=5$. Więc $x=15-y=15-5=10$. Przymieszka więc miedzi ieſt 5 łotow do 10 srebra. Wszakże: $1.\frac{1}{10}::10.\frac{10}{10}=1$, tudzież: $1.\frac{1}{8}::5.\frac{5}{8}$. A że $1+\frac{5}{8}$, ieſt to ſtrata wagi w wodzie roboty. Więc i t. d.

## REZOLUCYA.

Drugiey części. Przez Rezolucyą części pierwszey pokazało ſię w tey robocie srebra danego 14 proby 10 tylko łotow, więc łoty te dzieląc przez dane do roboty łoty, to ieſt: przez 15, na części grzywny obrocone (co zawsze w podobnych Rezolucyach zachować

ſię

ſię ma ) czyli przez $\frac{15}{16}$, będzie: $\frac{16}{15} \times \frac{10}{1}$ $= \frac{160}{15} = 10 + \frac{10}{15}$, czyli: $\frac{2}{3}$, czyli proba srebra w teyże robocie 10 z 12 gran. Wszakże, ieżeli grzywna takiego srebra ieſt 10 proby z $\frac{2}{3}$, toć ma w sobie srebra danego łotow $10 + \frac{2}{3}$, a miedzi resztę, to ieſt: łotow $5 + \frac{1}{3}$. A że robota ta waży łotow 15 czyli $\frac{15}{16}$, więc $5 + \frac{1}{3} \times \frac{15}{16}$ czyli: $\frac{16}{3} \times \frac{15}{16} = \frac{240}{48} = 5$ łotow miedzi odkrytey w robocie. Więc i t. d.

5 Daymy, że dał kto na robienie naczyń srebra 12 proby grzywien 30, ktore zrobione i na kamieniu Probierſkim doświadczane, pokażały tęż samę prawie probę srebra, to ieſt: 12, lecz zważone w wodzie, więcey ſtraciły wagi swoiey, niż powinny.

Stra-

Straciły bowiem grzywien $3+\frac{2}{5}$, a nie powinny były ſtracić tylko 3 spełna, ztąd poznana przymieszka moſiądzu. Pytam, iak znaczna była ta przymieszka, i iaką probę srebra uczyniła?

## REZOLUCYA.

Pierwszey części. Pomiar pierwszy: $x+y=30$, czyli: $x=30-y$.

Drugi zaś, ponieważ moſiądz nie rożni ſię ſię iſtotnie od miedzi, gdyż ieſt miedzią z pewną glinką dla glancu zmieszaną i przeczyszczoną, zatym ciężkość moſiądzu iak i miedzi do ciężkości wody ieſt iak 8 do 1, przeto będzie: $\frac{x}{10}+\frac{y}{8}=3+\frac{2}{5}=\frac{17}{5}$, czyli gubiąc frakcye: $x+\frac{10y}{8}=\frac{170}{5}=34$. Czyli: $8x+10y=272$. Zakładaiąc zaś cenę $x$, $240-8y+10y=272$, czyli: $2y=32$, czyli: $y=\frac{32}{2}=16$, Więc $x=30-y=30-16=14$. Prawdziwie Żydowſka przymieszka, gdyż do 14 grzywien srebra,

bra, 16 moſiądzu przymieszanych. Wszakże: 1. $\frac{1}{10}$ : : 14. $\frac{14}{10} = 1 + \frac{4}{01} = 1 + \frac{2}{5}$ ; tudzież : 1. $\frac{1}{8}$ : : 16. $\frac{16}{8} = 2$. A że $2 + 1 + \frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5}$ ſtracie wagi w wodzie roboty. Więe i t. d.

## R E Z O L U C Y A

Drugiey części. Ponieważ do 14 grzywien srebra, 16 moſiądzu przymieszał Złotnik, więc te grzywny nierownie podleysze być muszą od danych do roboty proby 12 grzywien, ktorey szukaiąc, obroć 14 grzywien na łoty, będzie $14 \times 16 = 224$, a te podzieliwszy przez 30 grzywien danych do roboty, Wieloraz $7 + \frac{14}{30}$, czyli: $\frac{7}{15}$ pokaże probę srebra w robocie 7, z 8 przeszło gran. Wszakże ieżeli grzywna srebra tey ieſt proby, toć ma w sobie srebra danego łotow $7 + \frac{7}{15}$, a resztę, to ieſt: $8 + \frac{8}{15}$ moſiądzu, a że takich tu grzywien ieſt 30, więc 8

+—

$$+\frac{8}{15}\times 30=240+\frac{240}{15}=256 \text{ łotow,}$$

czyli : $\frac{256}{16}=16$ grzywien mosiądzu, iako się w robocie odkryło. C. B. D. R.

## REZOLUCYA

*Ogulna tych wszystkich przymieszek.*

NIech będzie robota Złotnicza iakieykolwiek wagi $=a$, strata zaś w wodzie wagi teyże roboty $=b$. Gdy więc robota ta nie tyle traci wagi swoiey w wodzie, ile kruszec dany na nią w proporcyi ciężkości swoiey do ciężkości wody tracić powinien, znak iest przymieszanego podleyszego kruszca do danego; niech więc pierwszego kruszca strata wagi w wodzie będzie $=c$, drugiego zaś $=d$. Ilkość na koniec pierwszego kruszca w robocie niewiadoma $=x$, drugiego $=y$. Wypadnie pomiar pierwszy $x+y=a$, czyli: $x=a-y$.

Ze zaś kruszcow tych zmieszanych strata wagi w wodzie rowna być powinna stracie wagi w teyże wodzie samey roboty, więc zrownawszy tamte dwie straty z tą trzecią, wypadnie drugi pomiar. Lecz że pierwsze owe dwie straty są niewiadome, wynaleść ie trzeba przez Regułę proporcyi: iak się ma 1, to (to ieſt: funt, grzywna, uncya, łot i t. d., pierwszego kruszca do roboty danego) do c, czyli ſtraty wagi swoiey w wodzie, tak ſię ma x, czyli ilkość tegoż kruszca w robocie niewiadoma do ſtraty swoiey w wodzie, będzie ta $=cx$; potym, iak ſię ma 1 do d, tak y do swoiey ſtraty, a ta będzie $=dy$, a zatym drugi pomiar będzie: $cx+dy=b$; zakładaiąc zaś cenę x za cx, będzie: $ac-cy+dy=b$, czyli przenosząc: $dy-cy=b-ac$, czyli dzieląc przez $d-c$: $y=\frac{b-ac}{d-c}$. A ten oſtatni pomiar z pierwszego ceną $x=a-y$, ieſt ogulnym prawidłem, za ktorego pomocą z wielką łatwością rezolwować ſię mogą Zagadnienia o doświadczeniu przymieszek kruszcowych dotąd rezolwowane, i tym podobne. Obaczmy to w kilku przykładach wyżey przytoczonych.

I. Tak np. ſtosuiąc to prawidło do 1 przykładu przymieszek srebra do złota, będzie: $a=6$, $b=\frac{1}{3}$, $c=\frac{1}{19}$, $d=\frac{1}{10}$,

a zatym, $y=\dfrac{b-ac}{d-c}=\dfrac{\frac{1}{3}-6\times\frac{1}{19}}{\frac{1}{10}-\frac{1}{19}}$

czy-

czyli: $= \dfrac{\dfrac{1}{3} - \dfrac{6}{19}}{\dfrac{1}{10} - \dfrac{1}{19}}$, czyli obrociwszy fra-

kcye do iednego Mianownika $= \dfrac{\dfrac{19-18}{57}}{\dfrac{19-10}{190}}$,

czyli: $= \dfrac{\dfrac{1}{57}}{\dfrac{9}{190}}$, czyli: podzieliwszy $=$

$\dfrac{190}{9} \times \dfrac{1}{57} = \dfrac{190}{513}$, czyli: zredukowawszy na terminy mnieysze przez 19, $=$ $\dfrac{10}{27}$, tak, iak wyżey w Rezolucyi szczegulney i t. d.

II. Stosuiąc toż prawidło do przykładu I przymieszek miedzi do złota, będzie: $a =$ 7,

$7,\ b = \frac{1}{2},\ c = \frac{1}{19},\ d = \frac{1}{8}$, a zatym $y =$

$$\frac{b - ac}{d - c}, \text{ będzie } = \frac{\frac{1}{2} - 7 \times \frac{1}{19}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{19}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{7}{19}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{19}} = \frac{\frac{19 - 14}{38}}{\frac{19 - 8}{152}} = \frac{\frac{5}{38}}{\frac{11}{152}} =$$

$$\frac{152}{11} \times \frac{5}{38} = \frac{760}{418} = 1 + \frac{342}{418}, \text{ czy-}$$

li: zredukowawszy przez 38 $= 1 + \frac{9}{11}$, tak, iak wyżey w Rezolucyi szczegulney i tam daley.

III. Stosuiąc toż prawidło do przykładu 1 przymieszek miedzi do srebra, będzie:

$a = 5,\ b = \frac{1}{2},\ c = \frac{1}{11}\ d = \frac{1}{8}$, a za-

tym

$$\text{tym } y = \frac{b - ac}{d - c}, \text{ będzie} : = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{11}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{11}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - \frac{5}{11}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{11}} = \frac{\frac{11 - 10}{22}}{\frac{11 - 8}{88}} = \frac{\frac{1}{22}}{\frac{3}{88}}$$

$$\frac{88}{3} \times \frac{1}{22} = \frac{88}{66} = 1 + \frac{22}{66} = 1 + \frac{1}{3}$$

tak, iak wyżey w Rezolucyi szczegulney, tam daley.

## PRZYKŁADY.

*Przymieszek ołowiu do cyny.*

1. DAł kto do robienia naczyń stołowych cyny Angielskiey funtow 9, ktore zrobione, i w wodzie ważone, straciły wagi swoiey funt $1 + \frac{1}{11}$, a stracić miały więcey,

to ieſt: $1 + \frac{2}{7}$, gdyż: $1 . \frac{1}{7} :: 9 . \frac{9}{7} = 1 + \frac{2}{7}$. Co znakiem ieſt przymieszki ołowiu do cyny.

Dla tego bowiem mniey ta robota wagi swoiey ſtraciła w wodzie, że do lekszego cięższy kruszec przymieszany. Pytam więc, w iakiey ilkości przymieszany?

## REZOLUCYA

Niewiadome funty cyny $= x$, ołowiu $= y$. Pomiar pierwszy: $x + y = 9$, czyli: $x = 9 - y$.

Drugi: Ponieważ ciężkość cyny do ciężkości wody ieſt iak 7 do 1, a ołowiu iak 11 do 1, będzie: $\frac{x}{7} + \frac{y}{11} = 1 + \frac{1}{11} = \frac{12}{11}$. Gubiąc zaś frakcye: $x + \frac{7y}{11} = \frac{84}{11}$, czyli: $11x + 7y = 84$. Zakładaiąc zaś za $x$ cenę, będzie: $99 - 11y + 7y = 84$, czyli: $99 - 84 = 11y - 7y$, czyli: $15 =$

4y,

4y, czyli: $y=\frac{15}{4}=3+\frac{3}{4}$.

$x=9-y=9-3+\frac{3}{4}=6-\frac{3}{4}=$

$5+\frac{4-3}{4}=5+\frac{1}{4}$. Wszakże :

$\frac{1}{7} :: 5+\frac{1}{4}$ (czyli: $\frac{21}{4}$) $\frac{21}{28}$;

tym : $1.\frac{1}{11} :: 3+\frac{3}{4}$ ( $\frac{15}{4}$ )

A że $\frac{21}{28}+\frac{15}{44}=\frac{924+420}{1232}=$

$=1+\frac{112}{1232}=1+\frac{1}{11}$, ſtracie wagi

wodzie roboty, więc niepochybnie cyny

ło funtow $5+\frac{1}{4}$, czyli i łotow 4, a

wiu funtow $3+\frac{3}{4}$, czyli i łotow 12.

B. D. R.

2. Dał kto do robienia naczyń

czyſtey funtow 32, ktore zrobione i w

dzie ważone ſtraciły wagi swoiey funtow

to 4, a ſtracić miały funtow $4+\frac{4}{7}$, gdyż
1. $\frac{1}{7}$. : : 32. $\frac{32}{7}=4+\frac{4}{7}$; muſi więc
być w nich przymieszka ołowiu. Pytam, iak
wielka?

## REZOLUCYA.

Niewiadome funty cyny $=x$, ołowiu $=y$. Pomiar pierwszy: $x+y=32$, czyli: $x=32-y$.

Drugi: $\frac{x}{7}+\frac{y}{11}=4$. Gubiąc frakcye: $x+\frac{7y}{11}=28$, czyli: $11x+7y=308$. Zakładaiąc cenę $x$: $352-11y+7y=308$, czyli: $44=4y$, czyli: $y=\frac{44}{4}=11$. Więc $x=32-y=32-11=21$.
Wszakże: 1. $\frac{1}{7}$ : : 21. $\frac{21}{7}=3$; tudzież:
1. $\frac{1}{11}$ : : 11. $\frac{11}{11}=1$. A że $3+1=$

4

4 ſtracie wagi w wodzie roboty, więc był w niey 21 funtow cyny, a 11 ołowiu. B. D. R.

## REZOLUCYA

OGulna Zagadnieniow o przymieszkach ołowiu do cyny może być za pomocą poprze- dzaiącego prawidła, $y = \frac{b - ac}{d - c}$, wspak g- obrociwszy, czyli: na mieyscu pierwszych terminow drugie położywszy, a na mieysc- drugich pierwsze tak, żeby odciążne dodatne- mi, a dodatne odciążnemi ſię ſtały, z przyczy- ny mnieyszey ſtraty wagi w wodzie ołowiu niż cyny, żeby zatym było: $y = \frac{ac - b}{c - d}$ Tak przyſtosowawszy to prawidło do przykła- du 1, będzie: $a = 9$, $b = 1 + \frac{1}{11}$, czyli $\frac{12}{11}$, $c = \frac{1}{7}$, $d = \frac{1}{11}$, a zatym $y =$

ac

$$\frac{ac-b}{c-d} = \frac{9\times\frac{1}{7}-\frac{12}{11}}{\frac{1}{7}-\frac{1}{11}} = \frac{\frac{9}{7}-\frac{12}{11}}{\frac{1}{7}-\frac{1}{11}}$$

$$= \frac{\frac{99-84}{77}}{\frac{11-7}{77}} = \frac{\frac{15}{77}}{\frac{4}{77}} = \frac{77}{4}\times\frac{15}{77} =$$

$\frac{1155}{308} = 3+\frac{231}{308}$, czyli ( zredukowawszy przez 77 ) $+\frac{3}{4}$, tak, iak wyżey w Rezolucyi szczegulney. Tak też przystosowawszy do Przykładu 2, będzie $a=32$, $b=4$, $c=\frac{1}{7}$, $d=\frac{1}{11}$, a zatym : $y=$

$$\frac{ac-b}{c-d} = \frac{32\times\frac{1}{7}-4}{\frac{1}{7}-\frac{1}{11}} = \frac{\frac{32}{7}-4}{\frac{1}{7}-\frac{1}{11}} =$$

$$= \frac{\frac{32 - 28}{7}}{\frac{11 - 7}{77}} = \frac{\frac{4}{7}}{\frac{4}{77}} = \frac{77}{4} \times \frac{4}{7}$$

$= \frac{308}{28} = 11$ tak, iak wyżey i tam daley.

*Przeſtroga.* We wszyſtkich tych szczegulnych i ogulnych Rezolucyach pomnieć należy o owych częściach kruszcow, ktore odchodzą w ogniu i giną w robocie, żeby ie odciągnąć od ilkości przednieyszego kruszca do roboty danego, a przydać do ilkości przymieszaney podleyszego kruszca, podług nauki pod Zadaniem 4 w punkcie III. daney. Tak np. w 5 Przykładzie przymieszek miedzi do srebra, z danych 30 grzywien srebra 12 proby, 14 tylko grzywien z przymieszką 16 miedzi w robocie pokazało ſię. Może ſię Złotnik na ſtratę srebra w ogniu odwoływać, ale możeż ſtrata ta być tak wielka? Wiemy, że w robocie srebra odchodzi $\frac{1}{2}$ od 100 grzywien, iakże od 30 odeyść mogło 16? Prawda, że to srebro nie było czyſte, bo proby 12, więc każda tego srebra grzywna miała w sobie czyſtego srebra 12 łotow, a 4 miedzi,

dzi, więc w 30 grzywnach takiego srebra, było srebra czyſtego łotow 12×30=360, czyli: grzywien $\frac{360}{16} = 22 + \frac{8}{16}$, czyli: $\frac{1}{2}$. Więc ieżeli od 100 grzywien odchodzi $\frac{1}{2}$, ileż odeydzie od $22 + \frac{1}{2}$, czyli: od $\frac{45}{2}$? Oto $\frac{45}{400} = \frac{9}{80}$, to ieſt: przeszło 3 łoty; lecz daymy, niech i drugie trzy łoty, niech całe $\frac{8}{16}$, tò ieſt: połgrzywny odeszło, więc w robocie przynaymniey spełna 22 grzywien czyſtego srebra, albo danego proby 12 grzywien 29 z okładem zoſtać powinno, a tak ściśle rzeczy biorąc, od 30 grzywien danego do roboty srebra, dla przerzeczoney ſtraty nie należałoby odciągać, procz wzmiankowanych kilku łotow, a reszty ſtraty u Złotnika poszukiwać, i t. d.

## ZADANIE V.

*Jak się na pomiary obracaią i rezolwuią Zagadnienia proste określone, w ktorych rownie między ilkościami względy czyli proporcye zachodzą?*

ROzumiem, że Uczący się Algebry zasięgnęli wiadomości o proporcyach z Arytmetyki. Wiedzą tedy, że proporcya czyli wzaiemny i rowny iednych ilkości do drugich wzgląd, inny iest Arytmetyczny, a inny Geometryczny. Arytmetyczny iest, kiedy uważa się w ilkościach rownowzględnych przewyżka iednego terminu nad drugi. Geometryczny zaś, kiedy się uważa umieszczenie, czyli wielokrotne zamknięcie iednego terminu w drugim. Wiedzą zatym i to, że w proporcyi Arytmetyczney z czterech terminow złożoney, summa pierwszego i ostatniego terminow, wyrownywa summie drugiego i trzeciego. W proporcyi zaś Geometryczney czterech terminow, produkt pierwszego i ostatniego rowna się produktowi obydwoch śrzednich. A ztąd łatwo wnieść mogą, iak się Zagadnienie, w ktorym się Arytmetycznie lub Geometrycznie rownowzględne trafią terminy, na pomiary obraca.

*Oto nayprzod*: Gdy summę terminow Arytmetycznie rownowzględnych pierwszego i ostatniego zrownasz z summą drugiego i trze-

trzeciego, proporcyą Arytmetyczną w pomiar Algebraiczny zamienisz.

*Powtore:* Gdy produkt terminow Geometrycznie rownowzględnych pierwszego i ostatniego zrownasz z produktem drugiego i trzeciego, będziesz miał proporcyą Geometryczną w Algebraiczny pomiar zamienioną. Takie maiąc pomiary, czynić z niemi to wszystko będziesz, co się podług danych Przepisow wyżey czyniło dotąd z inszemi, a ułatwisz i rozwiążesz Problema.

## PRZYKŁADY.

*W ktorych się Geometryczna proporcya na pomiary obraca.*

### ZAGADNIENIE I.

SOkrates spytany, ktoraby była ranna godzina? Godziny, odpowie, od połnocy upłynione do godzin do południa pozostałych tak się maią, iak 2 do 3. Pytam, ktoraby była godzina zapytana?

### REZOLUCYA. I.

Upłynione od połnocy godziny nazywam x, pozostałe więc do południa będą 12—x. Będą zatym cztery terminy Geometrycznie rownowzględne: x.12—x : : 2. 3. to iest:

tak

tak ſię maią godziny niewiadome od połnocy upłynione x, do godzin do południa pozoſtałych 12—x, iak 2 do 3. A przeto produkt pierwszego i oſtatniego z produktem drugiego i trzeciego, zrownany uczynią pomiar naſtępuiący: - $3x=24-2x$.

Przenosząc: $5x=24$

Dzieląc: $x=\frac{24}{5}=4\frac{4}{5}$.

Była więc godzina ranna 4 i minuta 48. Jakoż: 4+48. 7+12 : : 2. 3. to ieſt: tak ſię maią godzin 4 i minut 48 do godzin 7 i minut 12 iak 2 do 3. Albowiem zredukowawszy godziny na minuuty będą 4 terminy proporcyonalne: 288. 432 : : 2. 3. gdyż $288\times3=864$, $432\times2=864$. C. B. D. R.

## REZOLUCYA II.

Można to Problema przez terminy ogulne rezolwować. Niech będą godziny od połnocy upłynione $=x$ pozoſtałe zaś do południa $=a$, będzie reszta godzin do południa $=a-x$, proporcya zaś godzin upłynionych do pozoſtałych niech będzie iak n do m, wypadną terminy proporcyonalne: x. a—x : : n. m.

A z nich pomiar: $mx=na-nx$.

Przenosząc niewiadomą do niewiadomey, będzie: $mx+nx=na$.

Dzie-

Dzieląc przez m+n będzie: $x = \frac{na}{m+n}$.

Daymy, że n=2, m=3, a=12, będzie: $x = \frac{24}{5} = 4 + \frac{4}{5}$ = godzinom 4, minutom 48. Albo daymy, że: n=5, m=1, a=12, będzie: $x = \frac{60}{6} = 10$. Będzie zatym godzina 10 ranna. Czego doświadczyć można tym sposobem, ktorym Rezolucyi pierwszey.

## ZAGADNIENIE II.

Chart za zaiącem goni, i ieden od drugiego na 100 krokow ieſt daleki, szypkość zaś charta, do szypkości zaiąca ieſt, iak 3 do 2. Pytam, po wielu krokach chart dogoni zaiąca?

## REZOLUCYA.

Nim chart ubieży 100 krokow, za ktore biorę a, zaiąc tym czasem iakieś także ubieży kroki, nazywam x, będą zatym kroki, ktore ma chart ubiec =a+x. A zatym cztery wypadną rownowzględne terminy:

a+

$a + x . x :: 3 . 2$. ktorych produkta uczynią następuiący pomiar: $2a + 2x = 3x$.

Przekładaiąc: $2a = 3x - 2x$.

Odciągaiąc: $2a = x = 200$.

Więc zaiąc ubieży krokow 200, toć charta kroki: $a + x = 300$.

Po tylu więc krokach dogoni chart zaiąca. Albowiem $300 . 200 :: 3 . 1$. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE III.

ZEgarmiſtrz robić maiąc Zegarek z dwoma indexami, iednym godzinnym, a drugim minutowym takim, żeby gdy index godzinny na iednę ſię usunie godzinę index tymczasem minutowy dwonaſtogodzinny obwod obiegł, a zatym dwanaście razy prędzey ſię obracał, chcę wiedzieć w ktorych punktach dwa te indexy zeydą ſię, i proſi Algebryſty, aby ie wyznaczył. Pytam, iak ie można wynaleść, i wyznaczyć?

## REZOLUCYA.

Daymy, że obydwa te indexy uſtanowione są na godzinie 12. Gdy więc obrot swoy zaczną, nim index godzinny przyidzie do godziny do południa pierwszey, index minutowy powinien okrążywszy cały obwod, powrocić do godziny znowu 12, i na niey ſtanąć. Niechże index minutowy przed złączeniem ſię z indexem godzinnym obieży przeciąg

ciąg obwodu x, więc index godzinny obiegłszy przeciąg iednogodzinny, to ieſt: przeciąg godziny pierwszey, w rzeczy samey ubieży: $x-1$. Ze zaś minutowy index dwanaście razy prędzey za godzinny obraca ſię, obrot iego do obrotu drugiego będzie iak 12 do 1. Wypadną więc 4 rownowzględne terminy: $x. x-1 :: 12. 1.$

A ztąd pomiar: $x = 12x - 12$.

Przekładaiąc: $12 = 12x - x$.

Odciągaiąc: $12 = 11x$.

Dzieląc przez 11: $x = \frac{12}{11}$.

Czyli: $x = 1 + \frac{1}{11}$;

x zaś ieſt obieg indexa minutowego, więc obieg indexa godzinnego $x-1$ będzie: $= \frac{1}{11}$. A zatym index minutowy złączy ſię z indexem godzinnym, kiedy ten po godzinie pierwszey, drugiey godziny część $\frac{1}{11}$ ubieży, i to pierwszy punkt ieſt, w ktorym indexy obydwa pierwszy raz zeydą ſię. A ztąd łatwo innych punktow, w ktorych łączyć ſię będą doyść można. Jeżeli bowiem indexy te będąc razem złączone na godzinie 12, znowu wu się złączyły po godzinie 1 i $\frac{1}{11}$, toć i powtore złączą się po tymże upłynionym czasie, to iest: po godzinie 1 i $\frac{1}{11}$, a zatym drugi raz złączą się po godzinie 2 i $\frac{2}{11}$, trzeci raz po godzinie 3 i $\frac{3}{11}$ i tak daley, na koniec stałą obydwa na godzinie 11 i $\frac{11}{11}$ czyli na godzinie 12. C. B. D. R.

*Masz tego wizerunek następuiący.*

$I+\frac{1}{11}$ $II+\frac{2}{11}$ $III+\frac{3}{11}$ $IV+\frac{4}{11}$ $V+\frac{5}{11}$ $VI+\frac{6}{11}$ $VII+\frac{7}{11}$ $VIII+\frac{8}{11}$ $IX+\frac{9}{11}$ $X+\frac{10}{11}$ $XI+\frac{11}{11}$ $=XII$.

Tym samym sposobem odkryć i wyznaczyć można punkta czyli mieysca, w ktorych się Planety iedne z drugiemi np. Xiężyc z Słońcem, albo raczey z ziemią schodzą, lub łączą, byle ten, ktory tę rachubę przedsię bierze, miał sobie wiadomy każdey w szczegulności Planety obrot, to iest: liczbę lat, mie-

miesięcy, tygodniow i t. d., w przeciągu ktorych, każda z nich cały okręgu swego obieg odprawuie, ktorey wiadomości zasiągnąć trzeba z Fizyki szczegulney i Astronomii.

## ZAGADNIENIE IV.

TRzeciemu podobne. Bywaią zegarki z troistemi indexami, iednym godzinnym, drugim pierwszominutowym, a trzecim drugominutowym. Wszystkie wprawdzie trzy razem od iednego punktu np. od godziny 12, obrot swoy zaczynaią, ale wnet iedne drugich wyprzedzą, gdyż pierwszominutowy poydzie sześćdziesiąt razy prędzey niż godzinny, a drugominutowy sześćdziesiąt razy prędzey niż pierwszominutowy. Pytam więc w ktorym punkcie obrotu swego indexy minutowe z sobą się zeydą?

## REZOLUCYA.

Ponieważ index drugominutowy w przeciągu iedney pierwszey minuty cały swoy obrot odprawuie, więc po tey minucie powroci do punktu godziny dwunastey, od ktorey obrot swoy zaczął, a tymczasem index pierwszominutowy pomknie się na iednę minutę od godziny dwunastey ku pierwszey. Punkt więc w ktorym się obydwa znowu razem zeydą, niech będzie x, że zaś pierwszominutowy, od drugominutowego na minutę iednę iest

pom-

pomknięty, będzie pierwszego od godziny dwunaſtey odległość $=x+1$, drugiego zaś $x-1$, a że drugominutowy sześćdzieſiąt razy prędzey bieży od pierwszominutowego, będzie bieg tego do biegu tamtego, iak 60 do 1, a zatym wypadną 4 terminy rownowzględne:

$x.\ x-1\ ::\ 60\ 1.$

A ztąd pomiar: $x=60x-60$.

Czyli: $60=60x-x=59x$.

Czyli: $x=\frac{60}{59}=1+\frac{1}{59}$.

Zeydą ſię tedy dwa te indexy po godzinie dwunaſtey minucie pierwszey przy końcu iedney pięćdzieſiątey dziewiątey części minuty drugiey. Czego nie trudno dowieść, gdyż obydwa te indexy w rowney od godziny dwunaſtey odległości zeyść ſię powinny; a że odległość indexu pierwszominutowego $=1+\frac{1}{59}$, odległość także drugominutowego sześćdzieſiąt razy prędzey idącego $=60x$, czyli zakładaiąc za x cenę iego wynalezioną, co ieſt: $\frac{1}{59}$, a podłożywszy 1 pod 60, ieſt $\frac{60}{1}\times\frac{1}{59}=\frac{60}{59}=1+\frac{1}{59}$, więc odległość przerzeczona ieſt rowna. C. B. D. R.

Z A-

## ZAGADNIENIE V.

NA wzor dwoch poprzedzaiących Problematow wiele innych podobnych można rezolwować. Tak np. rezolwować ſię może Zagadnienie Zenona Filozofa wyżey solwowane ( Zagad. 22 ) Daymy albowiem, że Achilles ſto razy prędzey bieży od żołwia na milę odległego, będzie nayprzod droga, ktorą odprawi żołw tymczasem, nim go Achilles ſto razy prędzey dogoni $=x$, powtore: droga Achillesa $=x+1$.

Ze zaś szypkość Achillesa do szypkości żołwia ma ſię iak 100 do 1, więc 4 termiuy Geometrycznie proporcyonalne będą: $x+1.x.::100\ 1.$ Odmieniaiąc proporcyą na pomiar, będzie: $100x=x+1$.

Czyli: $100x-x=1$.

Czyli: $99x=1$.

Czyli: $x=\frac{1}{99}$.

Więc nim Achilles dogoni żołwia, żołw $\frac{1}{99}$ drugiey mili ulezie, a zatym zeydą ſię za milę $1$ i $\frac{1}{99}$. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE VI.

DO kopania kanału, lub szlamowania ſtawu trzy ſię grabarzow kompanie ofiaruią. Pier-

Pierwsza obiecuie dzieło to zakończyć w prze-
ciągu 20 Mieśięcy, druga w przeciągu Mie-
śięcy 15, a trzecia w przeciągu Mieśięcy 12.
Pan do tey roboty wszyſtkich trzech razem
Grabarſkich owych kompanii chce użyć, spo-
dziewaiąc śię, że każda z nich słowu dotrzy-
muiąc, przyśpieszać roboty będzie tak, iak
gdyby każda z osobna w przyrzeczonym czaśie
miała ią ſkonczyć. Pyta zatym w iakim cza-
śie przedśięwzięte dzieło od troiſtych Graba-
rzow będzie zakończone?

## REZOLUCYA

Nazwiymy kopanie to, albo szlamowa-
nie c; z warunkow Zagadnienia, oczywiście
śię pokazuie, iż w przeciągu iednego Mieśię-
ca, pierwsza kompania Grabarzow zrobi dwu-
dzieſtą część przerzeczonego dzieła, gdyż ca-
łego dzieła dokończyć obiecywała w przecią-
gu 20 Mieśięcy, druga zaś zrobi 15 część,
a trzecia część 12, a zatym część wykopane-
go kanału, albo ſtawu wyszlamowanego prze-

Mieśiąc 1 będzie: $= \frac{c}{20} + \frac{c}{15} + \frac{c}{12}$
czyli zredukowawszy frakcye te do iednego
Mianownika, i dodawszy ie, będzie:
$\frac{12c}{60} = \frac{c}{5}$. Piąta tedy część owey ro-

bo-

boty za Mieſiąc ieden od trzech Grabarſkich kompanii będzie zakończona. To maiąc ułożyć trzeba Regułę proporcyi: $\frac{c}{5}$, czyli 5 część kanału do roboty wyciąga 1 Mieſiąca, iakiegoż czasu wyciągać będzie całego kanału wyrobienie $= c$, będzie: $\frac{c}{5} . 1 :: c . x$.

Czyli mnożąc termin drugi przez trzeci, będzie produkt $= 1c$, czyli $c$, a dzieląc przez pierwszy, będzie: $\frac{5c}{c} = 5$. Będzie tedy: $x = 5$. Za 5 więc Mieſięcy dzieło całe ſkończone będzie. Albowiem przez 5 Mieſięcy kompania pierwsza zrobi $\frac{1}{4}$, gdyż 5 ieſt czwartą częścią liczby 20. Kompania zaś druga zrobi $\frac{1}{3}$, gdyż 5 ieſt trzecią częścią 15. Kompania na koniec trzecia zrobi $\frac{5}{12}$, gdyż ieden Mieſiąc będąc $\frac{1}{12}$, Mieſięcy 5 muszą być $\frac{5}{12}$, a zatym roboty tey części ra-

razem wszyſtkie wzięte $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$ wyrownaią całemu dziełu. O czym łatwo ſię każdy przeświadczy, gdy te frakcye do Mianownika 12 zredukuie. Zredukowane bowiem będą $= \frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{12}{12}$ czyli rowne całemu przedſięwziętemu dziełu C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE VII.

UBogi Student do Pana przyszedłszy, o wspomożenie proſi. Ten wyrozumiawszy od niego, iż ſię Matematyki uczy, mam, rzecze, u ſiebie Czerwonych Złotych Węgierſkich w pięcioro więcey, niż Hollenderſkich przydawszy zaś do Węgierſkich, ktore mam ieszcze 4, a do Hollenderſkich 6, Węgierſkich iuż bym tylko we czworo miał więcey niż Hollenderſkich, to ieſt: summa Czerwonych Złotych Węgierſkich do summy Hollenderſkich miałaby ſię iak 4 do 1. Jeżeli zgadniesz, ile iednych, i drugich mam, weźmiesz w nadgrodę Czerwony Złoty 1. Pytam iak to zgadnąć?

RE-

## REZOLUCYA.

Summa Czerwonych Złotych Hollenderſkich niech będzie : x. Więc Węgierſkich 5x. A dodawszy do Węgierſkich 4, będzie : 5x+4, do Hollenderſkich 6, będzie : x+6. Ponieważ zaś tak pierwsze maią ſię do drugich, iak 4 do 1, będą zatym rownowzględne terminy : 5x+4. x+6 : : 4. 1

Obrociwszy na pomiar, będzie : $5x+4=4x+24$.

Przekładaiąc : $5x-4x=24-4$.

Odciągaiąc : $x=20$.

Hollenderſkich tedy miał 20, a zatym Węgierſkich 5x, to ieſt : 100. Dodawszy zaś do pierwszych 6, do drugich 4, będzie 104. 26 : : 4. 1. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE VIII.

JEſt między inszemi w Wiedniu Kościoł S. Piotra kształtu okrągłego, ktorego śrzodkowa linia czyli dyameter zawiera w sobie ſtop 70. Pytam iaki tego Kościoła obwod czyli cyrumferencya, i iaka rozciągłość płaszczyzny, na ktorey ſtoi?

## REZOLUCYA.

Tego Zagadnienia zależy od owey ſławney Geometryczney proporcyi, o doſkonałym wymierze koła czyli cyrkułu, z ktorey zawołane owe między Matematykami, a dotąd ieszcze nieułatwione wyniknęło Zadanie, o przerobieniu koła na czworogran doskonały, czyli cyrkułu na kwadrat. Było kilku w naszym wieku uczonych ludzi, ktorzy się z zupełnym Rezolucyi tych Zagad. wynalezieniem ogłosili, lecz w ich wynalazkach zawsze iakąś odkryto wadę. Pracuiący iednak od dawnych czasow nad doyściem tey taiemnicy Matematycy, zgodzili się na taką obwodu kołowego do dyametru tegoż koła proporcyą, iaka iest 22 do 7. Zaczym obwod każdego koła trzy razy kładą większy od swego dyametru, z przydatkiem frakcyi $\frac{1}{7}$, gdyż $\frac{22}{7} = 3 + \frac{1}{7}$. Na zniesienie tey frakcyi niektorzy Ziemiomiernicy większemi daleko liczbami tęż proporcyą wyrażaią, kładąc obwod koła do dyametru iak 314 do 100, albo iak 3141 do 1000. Nigdy atoli w tych proporcyach obwodu do swego dyametru, bez frakcyi iakieyś nieobeydzie się, gdyż $\frac{314}{100} = 3 + \frac{14}{100}$, tudzież: $\frac{3141}{1000} = 3 + \frac{141}{1000}$. Lubo w praktyce żadnego nie ma się względu na tę fra-

frakcyą, ktora głowę zawraca Ziemiomiernikom bezpraktycznym. Praktycznie chcąc obozu np., ſtawu, łąki, Kościoła, lub inney budowli, albo placu obwod, i całą rościągłość okrągłą znaleść, przeſtawać ſię zwykło na liczbach z odprawienia Reguły proporcyi, lub redukcyi pomiarow wypadłych.

Tak w danym Zagadnieniu, I szukaiąc obwodu, będzie iego rościągłość niewiadoma $=x$, a zatym podług tego, co ſię rzekło, będzie: pomiar : $7. 22 :: 70. x$.

Czyli : $7x = 1540$.

Czyli : $x = \frac{1540}{7} = 220$.

To ieſt wymiar obwodu Kościoła rzeczonego. Albowiem $7. 22 :: 70. 220$. gdyż iako $7 \times 220 = 1540$, tak $22 \times 70 = 1540$.

Położywszy zaś drugą proporcyą: $100. 314 :: 70. x$, będzie: $100x = 21980 =$ $x = \frac{21980}{100} = 219 + \frac{80}{100}$. Położywszy na koniec trzecią, będzie: $1000. 3141 :: 70. x$, czyli: $1000x = 219870$, czyli: $x = \frac{219870}{1000} = 219 + \frac{870}{1000}$, mało rożniące ſię wymiary tegoż obwodu od pierwszego wymiaru 220, atoli do rzetelnego wymiaru bardziey ſię przybliżaiące.

2. Szukaiąc zaś wymiaru całey rozciągło-
ści, czyli płaszczyzny, na ktorey ow Kościoł
stoi, dosyć będzie znaleziony obwod $=220$
stopom przez połpromienia czyli czwartą część
dyametru, to iest: przez $\frac{70}{4}$, czyli przez
$17 + \frac{2}{4}$ albo $\frac{1}{2}$, lub przeciwnie, poł ob-
wodu znalezionego $\frac{220}{2} = 110$ przez ca-
ły promień czyli poł dyameter $= \frac{70}{2} = 35$
rozmnożyć, produkt: 3850 da wymiar szukany
i t. d. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIA

### *O Defalkach Kupieckich i o Wexlach.*

JEst zwyczay u Kupcow, że iedni drugim
towary daią częstokroć na kredyt. Trafi
się zatym, że interes Kupca wyciąga, aby to-
war, ktory miał brać na kredyt, zapłacił na-
tychmiast, albo żeby umowiony termin wy-
płacenia uprzedził. A że kredyt zyskowny
bywa dla dłużnika, czyli dla tego, ktory na
kredyt co bierze, i rzeczby była cale niesłu-
szna i nierozsądna, żeby tenże dłużnik miał

się

ſię wyzuwać z własnego zyſku, przeto, gdy on przed terminem wypłaca towar na kredyt wzięty, Kredytor w tym razie dla wyliczoney przed czasem ſummy, zwykł z niey pewną kwotę wytrącać np. 10, mniey lub więcey od ſta, i to wytrącenie od ſummy rachunkowey nazywa ſię u Kupcow *Escompte*, czyli Defalkata. Ta defalkata Wierzyciela bynaymniey nie pokrzywdza. Bo ieżeli on w dawaniu towaru na kredyt poszukiwał swego zyſku, znaydzie tenże sam zyſk w gotowych pieniędzach, ktore choć z defalką, ale wcześnie odbiera, i zarabiać niemi może. Defalkaty więc w Kupiectwie są to duchy niby handel ożywiaiące, a zatym mieć potrzeba iakieś prawidła, ktoreby ie w obrębach sprawiedliwości utrzymowały, podług zadawnionych u rożnych handluiących Narodow zwyczaiow. Względem tak opisanych defalkat mogą ſię trafić rożne zapytania, ktore na wzor naſtępuiących mogą ſię rezolwować.

## ZAGADNIENIE I.

Kupiec za 3850 talerow bitych towaru daie drugiemu Kupcowi na kredyt do iednego Roku. Lecz gotowych potrzebny będąc pieniędzy, zezwala na defalkatę 10 od 100, byle kupiący natychmiaſt należytą wypłacił ſummę. Pytam, iaka tu być powinna założoney ſummy defalkata?

RE-

# REZOLUCYA.

Przed Rezolucyą tego Zagadnienia uwa-żyć trzeba, że ta defalkata 10 od ſta ieſt za rok przyszły, to ieſt: za ow zyſk, ktorego biorący na kredyt towar miał na nim w przeciągu iednego roku poszukiwać. Wszakże gdyby mu Kredytor gotowych nie biorąc pieniędzy defalkował na początku roku 10 od 100, defalkowałby zbyt wiele, gdyż biorący na kredyt, przez rok więceyby zyſkał, niż 10 od 100 zyſkuiąc na towarze taniey, niż za 3850 Talerow bitych wziętym, coby było przeciw umowie. Problema więc tego sama Reguła proporcyi nie ułatwi, pytaiąc ſię: ieżeli 100 da 10, wiele da 3850? gdyż wypadaiąca ztąd defalkata 385 Talerow bitych odciągniona od 3850, zdawałaby ſię pokazować, że dłużnik ow nie powinien natychmiaſt płacić tylko 3465 Talerow bitych, co zaiſte dosyć nie ieſt. Albowiem gdyby Kredytor znowu defalkował, albo dał na prowizyą te 3465 Talerow bitych po 10 od 100 na rok, zyſkałby 346 Talerow $+\frac{1}{2}$, co dodawszy do summy całey 3465 nie miałby tylko 3811 $+\frac{1}{2}$ przy końcu roku, zamiaſt coby był wziął 3850 Talerow bitych, gdyby był nie defalkował. Trzeba więc tak miarkować, żeby

żeby Kredytor przy końcu roku miał w całości swoie 3850 Talerow bitych, a zatym, żeby pieniądze po defalkacie pozostałe, i do zysku 10 od 100 dodane, wyniosły spełna Talerow bitych 3850. Co dwoiakim się sposobem stać może.

1. Szukaiąc nayprzod summy, ktorą po defalkacie dłużnik wypłacić powinien. Niech będzie summa, ktora Kredytorowi po defalkacie ma zostać $= x$, ponieważ ta Summa ma zyskać 10 za 100, to iest: część 10 Summy x, więc zysk ten na końcu roku będzie: $= \frac{x}{10}$, a obydwie te ilkości będą $=$ 3850 Talerow bitych. Będzie zatym pomiar: $x + \frac{x}{10} = 3850$.

Gubiąc frakcyą będzie: $10x + x = 38500$.

Czyli: $11x = 38500$.

Nakoniec: $x = \frac{38500}{11} = 3500$.

Dłużnik tedy czyli Kupiec towar na Kredyt biorący powinien Kredytorowi swemu wyliczyć Talerow bitych 3500. Co że tak iest, ztąd się pokazuie, iż gdyby Kredytor te pieniądze 3500 dał na kredyt do roku, i wziął procentu po 10 od 100, zyskałby 350 Talerow bitych, a zysk ten przydawszy do

3500

3500, odebrałby od dłużnika przy końcu roku 3850. Lecz że mu natychmiast defalkował, więc defalkata ta wyrownać powinna zyskowi wzmiankowanemu, to iest: musi być $=350$ Talerow bitych.

2. Powtore szukaiąc samey defalkaty, czyli tey summy, ktora się odciąć powinna od summy umowioney. Namieniło się iuż, że 3850 Talerow bitych, biorąc procentu po 10 od 100, przyniosą zysku za rok dłużnikowi 385. Więc gdy prosi o defalkatę, nic mu więcey nie należy się defalkować na początku roku, tylko taką summę, ktoraby dodana do zysku 10 od 100 uczyniła mu procent roczny $=385$, a zatym będzie: $x + \frac{x}{10} = 385$.

Czyli: $10x + x = 3850$.

Czyli: $x = \frac{3850}{11} = 350$. C. B. D. R.

*Przestroga*: Kiedy idzie o procent 10 od 100, dobrze się ow procent wyraża przez $\frac{x}{10}$, czyli przez część dziesiątą summy założoney, bo w samey rzeczy 10 iest dziesiątą częścią 100. Lecz gdyby szło o procent 4 lub 5, albo 6, i t. d. od sta, na ten czas pro-

procent taki nie dobrzeby był wyrazony przez $\frac{x}{4}$, $\frac{x}{5}$, $\frac{x}{6}$, gdyż czwarta część sta nie iest 4, ale 25, piąta część nię iest 5, ale 20 i t. d. Dla znalezienia więc, iaka część summy założoney iest rocznym od niey procentem, trzeba podzielić tę suminę przez iey procent, a Wieloraz pokaże część niewiadomą, ktorą my odtąd nazywać będziemy kwotą np. pięciu od sta, będzie kwotą procentu $\frac{x}{20}$.

## ZAGADNIENIE II.

POdobne pierwszemu, ale zawilsze. Bierze Kupiec na kredyt do roku iednego towar wartuiący Czerwonych Złotych 2680, i chce Kredytorowi zaraz wyliczyć summę, byle mu defalkował z niey po 13 i $\frac{1}{2}$ procentu rocznego. Warunek przyięty. Chcą się więc dowiedzieć, ile wyniesie defalkata?

## REZOLUCYA.

Dla znalezienia kwoty tego procentu nayprzod 100, powtorc od summy umowioney:

1. Podzielmy 100 przez $13+\frac{1}{2}$, albo żeby się pozbyć frakcyi dwoykę pierwszey liczby $=200$ przez dwoykę drugiey $=27$, Wieloraz $=7+\frac{11}{27}$, będzie kwotą wzmiankowaną, ale wygodnieyszą mieć będziemy tę samę kwotę bez dzielenia, wyrażaiąc ią poprostu przez frakcyą $\frac{200}{27}$.

2. Procent od 2680 Czerwonych Złotych po $13+\frac{1}{2}$ od sta przy końcu roku będzie: 2680 podzieliwszy przez $\frac{200}{27}$, albo (dla zgubienia frakcyi, 2680 mnożąc przez Mianownika 27) podzieliwszy 72360 przez 200, albo ieszcze dla skrocenia roboty odrzucaiąc iednę cyfrę, podzieliwszy 7236 przez 20, wypadnie $361+\frac{4}{5}$. Co na iedno wyniesie, czyniąc Regułę proporcyi: ieżeli 100 daie $13+\frac{1}{2}$, wiele da summa 2680 Czer-

wo-

wonych Złotych? Wyidzie Czerwonych Złotych $361 + \frac{4}{5}$.

Już się rzekło: że tego procentu od summy umowioney defalkować nie należy zaraz dłużnikowi, gdyż on go nie dostanie aż po roku. Zaczym summa, ktorą mu defalkować trzeba będzie $= x$, a ta wraz z procentem, po $13 + \frac{1}{2}$ od sta za rok od niey należącym, ma wyrownać procentowi rocznemu Czerwonych Złotych $361 + \frac{4}{5}$. Do wynalezienia tego procentu z summy $x$, trzeba zażyć Reguły proporcyi: ieżeli 100 daie $13 + \frac{1}{2}$, czyli dwoiąc: ieżeli 200 daie 27, wiele da $x$? Znaydzie się $\frac{27x}{200}$ procent od $x$, i pomiar będzie: $x + \frac{27x}{200} = 361 + \frac{4}{5}$.

Redukuiąc zaś całkowite $x$ do frakcyi przyległey, czyli mnożąc $x$ przez Mianownika ka 200, i przydaiąc do produktu Licznika 27x

będzie: $\frac{227x}{200} = 361 + \frac{4}{5}$.

Gubiąc frakcyą, czyli przez 200 mnożą $361 + \frac{4}{5}$ będzie: $227x = 72200 + 160 =$ 72360.

Dzieląc zaś: $x = \frac{72360}{227} = 318 + \frac{174}{227}$.

A zatym defalkata rzetelna ieſt Czerwonych Złotych $318 + \frac{174}{227}$, to ieſt: Czerwonych Złotych 318 i Złotych $13 + \frac{7}{227}$ iednego Czerwonego Złotego, Czerwony Złoty rachuiąc po Złotych 17. O czym każdy ſię przekona, uważaiąc, że summa Czerwonych Złotych $\frac{72360}{227}$, czyli: Czerwonych Złotych $318 + \frac{174}{227}$ złączona z procentem iey przy-

nie-

niesie rocznego zyſku Czerwonych Złotych $361+\frac{4}{5}$. Jeżeli bowiem 100 daie $13+\frac{1}{2}$, albo ieżeli 200 daie 27, wieleż da $\frac{72360}{227}$? Da zapewne $\frac{1953720}{45400}=43+\frac{1520}{45400}$, czyli na mnieysze terminy przez 40 redukuiąc: $+\frac{38}{1135}$. Dodaiąc więc $\frac{72360}{227}$ Czerwonych Złotych albo $318+\frac{174}{227}$ do Czerwonych Złotych $43+\frac{38}{1135}$, będzie summa Czerwonych Złotych $=361+\frac{174}{227}+\frac{38}{1135}=361+\frac{4}{5}$; gdyż obróciwszy frakcye do iednego Mianownika, mnożąc pierwszey obydwa terminy przez 5, i doda-

wszy

wszy obydwie, będzie: $\frac{908}{1135}$, a tę zredukowawszy na mnieysze terminy przez 227, będzie: $\frac{4}{5}$. C. B. D. R.

*Przestroga:* Częstokroć ci, dla ktorych się czyni defalkata, nie są w stanie zapłacić ią przed całym rokiem, czasem kilkoma tylko Miesiącami termin wypłacenia uprzedzaią. Ale w tym razie iednakże Problematow bywa Rezolucya lubo nieco przydłuższa. Obaczmy to w następuiącym Przykładzie.

## ZAGADNIENIE III.

ZA 7650 Czerwonych Złotych na kredyt towaru bierze Kupiec, ktoremu Kredytor z tey summy chce defalkować po $7 + \frac{2}{3}$ od sta na rok, ieśliby mu ią wypłacił zawczasu. Biorący na kredyt, w pięć dopiero Miesięcy po owey umowie zdobywszy się na wypłacenie, pyta, ile ma z tey summy on sam wypłacić, a Kredytor iego defalkować?

RE-

# REZOLUCYA

Nayprzod w tym przypadku dłużnik uprzedza wypłacenie 7 tylko Mieſiącami, gdyż wypłaca w pięć Mieſięcy po umowie. Więc ieżeli wypłacenie uprzedzone rokiem całym, czyli dwunaſtą Mieſiącami daie defalkaty $7 + \frac{2}{3}$ od ſta, wieleż da wypłacenie uprzedzone ſiedmią Mieſiącami? Wszakże ieżeli 12 daie $7 + \frac{2}{3}$, albo ( mnożąc obydwa terminy przez 3 ) ieżeli 36 daie 23, toć 7 da zapewne $\frac{161}{36}$, czyli $4 + \frac{17}{36}$. Tyle więc defalkować należy od ſta, uprzedzaiąc termin wypłacenia ſiedmią Mieſiącami. Powtore: Jeżeli 100 daie defalkaty $4 + \frac{17}{36}$, albo ieżeli 100 daie ( redukuiąc 4 do przyległey frakcyi ) $\frac{161}{36}$, wieleż da Czerwonych Złotych 7650? Da niepochybnie Czerwonych Złotych $342 + \frac{1}{8}$. Lecz iako ſię tyle razy mowiło, nie trzeba tego procentu zaraz defal-

falkować dłużnikowi, gdyż go on zaraz ni
może mieć, lecz po siedmiu dopiero Mesią
cach, więc trzeba tak daley postąpić: Sum
ma x, ktorą trzeba defalkować dłużnikowi
z procentem teyże Summy za 7 Miesięcy, przy
padaiącym po $\frac{161}{36}$ od sta, powinna być ró
wna Czerwonych Złotych $342+\frac{1}{8}$. A ż
procent ow iest niewiadomy, więc przez Reg
prop., tak go szukać trzeba: Jeżeli 100 dai
$\frac{161}{36}$ wiele da x? Znaydzie się $\frac{161x}{3600}$; za
tym wypadnie pomiar, ktory Zagadnienie u
łatwi: $x+\frac{161x}{3600}=342+\frac{1}{8}$.

Uwalniaiąc od frakcyi, czyli mnożą
przez 3600 wszystkie inne terminy, i podobn
dodaiąc, będzie: $3761x=1231650$.

Dzieląc będzie: $x=\frac{1231650}{3761}=327$
$+\frac{1803}{3761}$.

Defalkata więc w tym przykładzie =
Czerwonych Złotych 327, Złotych 8, groszy 4
+

$+\frac{1846}{3761}$. Wszakże biorąc procent tey defalkaty po $\frac{161}{36}$ od sta, w przeciągu 7 Miesięcy będzie: $=14+\frac{8741250}{13539600}$, a ten procent dodaiąc do summy defalkowaney $327+\frac{1803}{3761}$, wypadnie procent całey nie defalkowaney summy $=342+\frac{1}{8}$. Albowiem $14+327=341$, tudzież $\frac{1803}{3761}+\frac{8741250}{13539600}$ redukuiąc do iednego Mianownika, to iest: mnożąc pierwszą frakcyą przez 3600, wypada: $\frac{6490800+8741250}{13539600}=\frac{15232050}{13539600}=1+\frac{1692450}{13539600}$, albo redukuiąc na naymnieysze terminy przez Licznika $= \frac{1}{8}$. Dodawszy tedy 1 do 341, bę-

dzie: $342 + \frac{1}{8}$, to ieſt: procent od całey

summy nie defalkowaney za 7 Mieſięcy. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE IV.

TAkież, iakie było poprzedzaiące, lecz wspak obrocone. Bierze Kupiec na kredyt za 2680 Czerwonych Złotych towaru na rok ieden, a wypłacaiąc go zaraz z defalkatą Czerwonych Złotych $\frac{72360}{227}$, chce wiedzieć, iaka defalkata przypada na rok od ſta?

## REZOLUCYA.

Defalkata ta niewiadoma niech będzie $=x$. Więc ieżeli 100 daie $x$, wiele da 2680? Da $\frac{2680x}{100}$, a ta druga defalkata

muſi być znacznieysza od owey $\frac{72360}{227}$ po-

czas

czas umowy przyrzeczoney, ponieważ $\frac{72360}{227}$ dodaiąc do procentu rocznego nie więcey uczynić powinna, iak: $\frac{2680x}{100}$, to ieſt: wyrownać powinna defalkacie summy 2680. Zeby tedy znaleść roczny procent od $\frac{72360}{227}$, trzeba przez Reg. prop. zapytać: ieżeli 100 daie x przez rok, wieleż da przez tenże czas $\frac{72360}{227}$?

Wyidzie procent $= \frac{72360x}{22700}$, a tak ułoży ſię naſtępuiący pomiar: $\frac{72360}{227} +$

$$\frac{72360x}{22700} = \frac{2680x}{100}.$$

Czyli defalkata z procentem rocznym, wyrowna defalkacie całey summy 2680.

 Prze-

Przenioſszy w tym pomierze niewiadomą ilkość do niewiadomcy, będzie: $\frac{72360}{227} = \frac{2680x}{100} - \frac{72360x}{22700}$.

Dla zgubienia zaś frakcyi mnożąc przez 100, będzie: $\frac{7236000}{227} = 2680x - \frac{7236000x}{22700}$.

Albo odrzucaiąc z drugiey frakcyi tak Licznika iako i Mianownika cyfer dwie, będzie: $\frac{7236000}{227} = 2680x - \frac{72360x}{227}$.

A gubiąc i te frakcye przez rozmnożenie całkowitego terminu przez powszechnego Mianownika 227, będzie: $7236000 = 608360x - 72360x$.

Albo: $7236000 = 536000x$.

A zatym: $x = \frac{7236000}{536000}$ = odciąwszy cyfry $\frac{7236}{536}$.

A

A w rzeczy samey dzieląc : $x = 13 + \frac{1}{2}$, i to ieſt : procent roczny zapytany.

Czego można doświadczyć sposobem w wyższych Rezolucyach użytym. &c.

*Przeſtroga.* Skoro dowcip ludzki wynalazł rożne początkowe rezolwowania sposoby, natychmiaſt przemyślać zaczęto o ogulnym, a tym, ile być może, nayproſtszym prawidle, ktoreby zgodne było do solwowania wszelkich, w podobnych przypadkach y z podobnemi warunkami, Zadaniow. Zkąd ten wypłynął zyſk dla społeczeńſtwa, że mu ſię ſtaią użytecznemi, nawet nie wysokomyślni. Proſty Mechanizm wygodził wszyſtkim ogulnie ludziom. Ci co wyżey myślą, układaią prawidła, a ktorzy nie tak myślą, albo do myślenia takiego czasu nie maią, ułożonych trzymaią ſię. Mamy takie prawidła od Uczonych ułożne na dochodzenie wszelkich defalkat zdarzaiących ſię w umowach Kupieckich.

## REZOLUCYA II.

### *Ogulna Problematow wszelkich o defalkatach.*

CEna towaru niech będzie $= m$, defalkata po ile ſię podoba od 100 na rok $= e$. Żeby defalkatę od summy m na rok znaleść, szukać iey trzeba przez Reg. prop. Jeżeli

100

100 daie e, wiele da m? Znaydzie ſię defalkata od m przez rok $= \frac{em}{100}$, a defalkata niewiadoma będzie $=x$. Procent od x będzie także wiadomy, szukaiąc go przez tęż Reguł̨ę: ieżeli 100 daie e, wiele da x? Znaydzie ſię bowiem $\frac{ex}{100}$. To wynalazłszy, patrzmy, iak ſię ogulne ułoży prawidło, ktore odkrywać będzie niewiadomą ilkość x we wszelkich przypadkach. Oczywiſta ieſt, że defalkata niewiadomey summy x, wraz wzięta z procentem od niey za rok należącym $\frac{ex}{100}$, powinna wyrownać defalkacię summy m także za rok, ktora ieſt $= \frac{em}{100}$

a zatym, będzie: $x + \frac{ex}{100} = \frac{em}{100}$.

Zgubiwszy zaś frakcyą, będzie: $100x + ex = em$.

A odłączywszy w każdym terminie wspołczynnika od przyległey ilkosci, będzie: $100 + e \times x = e \times m$.

Z tego na koniec taka ſię ułoży proporcya: $100 + e.\ e :: m.\ x.$

Co

Co wyraża, iż we wszelkich przypadkach, iakie tylko być mogą, układaiąc Regułę prop., w ktoreyby pierwszym terminem było 100 z defalkatą e, taką od sta na rok, iaka się podoba, drugim zaś terminem była taż sama defalkata e, a trzecim cena towaru m, za czwarty termin wypaść musi cena defalkaty x. Weźmy np. Zagad. 1. będzie m $=3850$, $e=10$, a zatym: $100+e.\ e :: m.\ x$, będzie $=100+10$, czyli: $110.\ 10 :: 3850.\ x$, czyli $=x=\frac{38500}{110}=350$, to iest defalkata zapytana, iaka i pierwey, sposobem nierownie pracowitszym była znaleziona.

Podobnie biorąc Zagad. 2., będzie: m $=2680$, $e=13+\frac{1}{2}$. Więc podług ogulnego prawidła układaiąc Reg. prop., będzie: $100+13\frac{1}{2}$, czyli: $113\frac{1}{2}.\ 13+\frac{1}{2} :: 2680.\ x$. Albo podwoiwszy dwa pierwsze terminy, będzie: $227.\ 27 :: 2680.\ x$.

A

$$\text{A zatym: } x = \frac{2680 \times 27}{227} = \frac{72360}{227}$$

$= 318 + \frac{174}{227}$, tak iako się wyżey znalazło, szukaiąc sposobu solwowania tego Zagadnienia.

Tak i w trzecim Zagadnieniu $m = 7650$, $e = \frac{161}{36}$, więc: $100 + \frac{161}{36} . \frac{161}{36}$ : : 7650. x.

Albo gubiąc frakcyą, czyli przez 36 pierwszy termin 100 mnożąc, a do produktu Licznika 161 przyległey frakcyi dodaiąc, będzie: 3761. 161 : : 7650. x.

$$\text{A zatym; } x = \frac{7650 \times 161}{3761} = \frac{1231650}{3761}$$

$= 327 + \frac{1803}{3761}$, iak się na tamtym mieyscu rezolwowało.

R E-

## REZOLUCYA.

*Ogulna Problematow wspak obroconych o defalkatach, to iest: takich, w ktorych defalkata iest wiadoma, a procent roczny od 100 niewiadomy.*

CEna towaru niech także będzie $=m$, defalkata od niey $=e$, defalkata zaś od 100 roczna $=x$. Pierwsza defalkata od m, znaydzie się, czyniąc Reg. prop.: $100.\ x :: m.\ \frac{mx}{100}$. Defalkata więc od $m = \frac{mx}{100}$,

czyniąc zaś : $100.\ x :: e.\ \frac{ex}{100}$, będzie: $\frac{ex}{100}$ procent od e. Lecz że defalkata od e z swym procentem po x od 100 na rok, powinna być rowna defalkacie od m rocznej, a ta druga defalkata $= \frac{mx}{100}$, wypadnie pomiar: $e + \frac{ex}{100} = \frac{mx}{100}$,

czyli

czyli gubiąc frakcye: $100e+ex=mx$, przenosząc zaś, będzie: $100e=mx-ex$. Na koniec odłączaiąc współczynnikow od przyległych ilkości, będzie: $100\times e=m-e\times x$.

Ztąd ta ſię wyciągnie proporcya: $m-e$. $e :: 100. x$.

Tak więc, gdy ſię czyni defalkata $e$ od ceny towaru $m$, dla wypłacenia przed rokiem założoney summy, łatwo doyść można procentu od 100, czyniąc tę proporcyą: tak ſię ma cena towaru $m$, zmnieyszona defalkatą $e$, do teyże samey defalkaty $e$, iak ſię ma 100 do czwartego terminu $x$, albowiem ztąd wypadnie kwota procentu rocznego od 100, np. gdyby szło rezolwowanie Zagadnienia, gdzie cena towaru $m=2680$, a defalkata od niey $e=\frac{72360}{227}$, kwota zaś procentu rocznego od $100=x$. Uczyni ſię więc ta proporcya:

$$2680-\frac{72360}{227}. \frac{72360}{227} :: 100. x.$$

Czyli mnożąc pierwszy termin przez 227, będzie: $608360-72360. 72360 :: 100. x$.

Albo: $536000. 72360 :: 100. x$.

Zkąd pomiar: $x=\frac{7236000}{536000}=\frac{7236}{536}$

$=$

$$= 13 + \frac{268}{536} = 13 + \frac{1}{2}$$, iako pod tymże Zagad. widzieliśmy.

## ZAGADNIENIA.

### *O Wexlach.*

TRudność przewożenia pieniędzy z mieysca na mieysce, zwłaszcza odległe, niebeśpieczenſtwo same przewozu, rożność monet kraiowych, kędy zdarza ſię woiażować, albo mieć iakieś wspołkowanie, ſkutecznemi były powodami do uſtanowienia we wszyſtkich prawie rządnych Narodach kart zamiannych *lettres de Change*, czyli Wexlow. Karta zamianna ieſt pismo, za ktorego oddaniem, oddawca odbiera pieniądze, w tymże piśmie wyrażone od korrespondenta, do ktorego to pismo dane. Trafia ſię pospolicie, że ten, ktory daie kartę zamianną, nic nie winien osobie, ktora ią odbiera; potrzeba więc, aby osoba odbieraiąca rzeczoną kartę, wypłaciła na mieyscu daiącemu taką summę, na iaką bierze kartę. Ponieważ zaś taka pieniędzy za kartę i karty za pieniądze zamiana ieſt niby rodzaiem iakimſi handlu; ci ktorzy ſię tym bawią, nazywaią ſię bankierami, i maią z tego, że tak rzekę, kunsztu swego zyſk, biorąc procent od 100 rożny podług rożnych

kra-

kraiowych zwyczaiow, albo podług umowy przez samychże Bankierow czynioney, z temi, ktorym Wexle oddaią. Procz summy tedy Wexlowey, czyli w karcie zamianney wyrażoney, daie się Bankierom pewny procent w nadgrodę Wexlu teyże summie odpowiadaiący. W czym zachodzi dwoiaki przypadek, ktory następuiące wyłoży i obiaśni Zagadnienie.

## ZAGADNIENIE

Kawaler woiażować maiący, z Warszawy do Paryża gotowych nie wiezie pieniędzy, ale 1500 Czerwonych Złotych składa u Bankiera Warszawskiego, i bierze od niego Wexel, czyli kartę zamianną na tę samę summę do Bankiera Paryskiego, z tym warunkiém, żeby w Warszawie procentu nie zapłaciwszy od pieniędzy, ktore ma w Paryżu odebrać, zapłacił tamecznemu Bankierowi po 3 od 100. Pyta więc, iak zmieyszoną od tegoż Bankiera ma odebrać summę?

## REZOLUCYA.

Gdyby ow Kawaler chciał w Paryżu odebrać w całości 1500 Czerwonych Złotych powinienby u Bankiera Warszawskiego złożyć 1545 Czerwonych Złotych, to iest: Summę 1500 Czerwonych Złotych, i 45 procentu Wexlowego, gdyż ieżeli 100 daie 3 pewna iest,

ieſt, że 1500 da 3 razy 15, czyli 45, a zatym Zagadnienie to przez zwyczayną Regułę prop. rezolwowałoby ſię. Lecz że Wexel na Czerwonych Złotych 1500 do Paryża dany ſkładać ſię ma y z sumy wexlowaney, y z procentu od niey po 3 od 100, iasna rzecz, że oddawca karty zamianney nie odbierze w Paryżu spełna Czerwonych Złotych 1500. Odetnie albowiem od niey tameczny Bankier procent Wexlowy, a ten procent nie wynieſie tam iuż Czerwonych Złotych 45. Ponieważ procent po 3 od 100 nie powinien ſię tam płacić, tylko od tey summy, ktorą w samym Paryżu odbierze wzmiankowany Kawaler. A że, iako ſię rzekło, nie odbierze tam w całości summy 1500, ale zmnieyszoną procentem, toć procent ow zmnieyszyć ſię także nieco muſi. Summa więc, ktorą w Paryżu odbierze $= x$, z procentem od niey po 3 od 100, będzie $= 1500$. Zeby zaś znaleść ten procent od summy x, szukać go trzeba przez Regułę prop. ponieważ 100 daie 3, wieleż da x? będzie: $\frac{3x}{100}$, a ztąd wyidzie pomiar: $x + \frac{3x}{100} = 1500$.

Zgubiwszy frakcyą, będzie: $100x + 3x = 150000$.

Czyli: $103x = 150000$.

Czy-

Czyli : $x = \frac{150000}{103}$.

Czyli : $x = 1456 + \frac{32}{103}$, to ieſt : x
$= 1456$ Czerwonych Złotych + Złotych 5 ( rachuiąc na Czerwony Złoty Złotych Polſkich 17 ) $+ \frac{29}{103}$, to ieſt i groszy 8, $+ \frac{46}{103}$, to ieſt i szel. $1 + \frac{35}{103}$.

Oddawca tedy karty zamianney, czyli Wexlu nie odbierze w Paryżu tylko Czerwonych Złotych 1456, Złotych 5, groszy 8, szel. $1 + \frac{35}{103}$, chociaż złożył on lub kto inny za niego u Bankiera Warszawſkiego spełna Czerwonych Złotych 1500. A zatym zyſk Bankiera Paryſkiego ieſt mnieyszy niż 45 Czerwonych Złotych, gdyż odciągnąwszy summę z Wexlu Paryſkiego odebraną Czerwonych Złotych $1456 + \frac{32}{103}$ od złożoney w Warszawie 1500, zoſtanie tylko Czerwonych Złotych $43 + \frac{71}{103}$ zyſk Paryſkiego go Bankiera. Wszakże summa z Wexlu odebrana $1456 + \frac{32}{103} + 43 + \frac{71}{103}$, i powiększona procentem od niey wytrąconym $= 1499 + \frac{103}{103} = 1500$. C. B. D. R.

Gdzie z samey operacyi łatwo każdy poznać może, że ta Rezolucya nie rożni się od sposobow rezolwowania Problematow o defalkatach, a zatym i tu możnaby wygodnie użyć ogulney Rezolucyi wyżey dancy w ten sposob: $103 . 3 :: 1500 . \frac{1500 \times 3}{103} = \frac{4500}{103} = 43 + \frac{71}{103}$ &c.

ROZ-

# ROZDZIAŁ IV.

## *O rezolwowaniu Problematow nieokreślonych, czyli niedeterminowanych.*

### ZADANIE I.

*Jak się Zagadnienie proste, nieokreślone (indeterminatum) na pomiary obraca, i rezolwuie?*

JUż się namieniło na początku Rozdziału trzeciego, kiedy nieokreślone bywa Zagadnienie. Bywa w ten czas, gdy więcey w swoich warunkach ma rzeczy niewiadomych, niż wiadomych, a zatym na tyle obrocić się nie może pomiarow, ile w sobie zamyka ilkości niewiadomych, i dla tego te pomiary, na ktore takie Zagadnienie się obraca, muszą w sobie po dwa lub kilka razy tęż samę niewiadomą ilkość mieścić, przeto niemogą się tak zredukować, żeby przy iedney tylko niewiadomey ilkości ostatni został pomiar. Z dwoma tedy albo kilkoma zawsze zostaie, i trzeba koniecznie z nich iedney, a czasem i dwom, podług swego upodobania naznaczyć cenę, żeby cena wszystkich niewiadomych mogła się odkryć. Z tym wszystkim powszechnych Przepisow danych w drugim i trzecim Rozdziadziale, i w tych solwowaniu Problematow trzymać ſię potrzeba.

Potrzeba zatym i tu nayprzod za ilkości zakładać litery, pierwsze za wiadome, a oſtatnie za niewiadome. Powtore: Podług warunkow Zagadnienia, tyle ułożyć pomiarow, ile tylko można. Potrzecie: Pomiary podług Reguł danych poty redukować, poty terminy przekładać, i albo dodawać, albo odciągać, albo mnożyć, albo dzielić, poki w iedney pomiaru części niezoſtanie iedna tylko niewiadoma ilkość, a w drugiey poki wiadome nie będą z niewiadomemi, ale rożnemi od owey niewiadomey, ktora sama w pierwszey pomiaru części zoſtała. Poczwarte: Maiąc iuż taki pomiar, toż dopiero niewiadomey ilkości owey, ktora między wiadomemi na mieyscu ceny ieſt umieszczoną, trzeba podług swego rozumienia naznaczyć cenę, przez tę cena innych łatwo ſię odkryie. Rzecz tę obiaśnią

## PRZYKŁADY.

### ZAGADNIENIE I.

PEwny 100 Złotych odłożył na wino troiakiego gatunku. Pierwſzego butelka ieſt po Złotych 7. Drugiego po Złotych 5. Trzeciego po Złotych 3. Chce zaś z tego troiakiego gatunku wina, wziąść butelek 18 tylko. Pytam wiele butelek wina brać powinien pierwszego gatunku, wiele drugiego, wiele nareszcie trzeciego, żeby za 18 butelek wina zapłacił Złotych 100?

REZOLUCYA.

Nayprzod: $18 = a$, $100 = b$, liczba niewiadoma butelek pierwszego gatunku $= x$, drugiego $= y$, trzeciego $= z$. Powtore: podług warunkow cena pierwszego będzie $= 7x$, drugiego $= 5y$, trzeciego $= 3z$. Ze zaś wszystkie te trzy ceny wyrownać powinny 100 Złotych, więc pierwszy tak układa się pomiar: $7x + 5y + 3z = b$. Potym, że wina wszystkiego nie więcey kupić trzeba, tylko butelek 18, będzie drugi pomiar ten: $x + y + z = a$.

J iuż ci więcey z tego Zagadnienia, procz tych dwoch, wyciągnąć nie można pomiarow, a przecię w nim trzy mieszczą się ilkości niewiadome; oczywista tedy, że Zagadnienie to nie iest określone.

Potrzecie: Zamień drugi pomiar w ten $x = a - y - z$.

A cenę tę założ w pierwszym pomierze za x, rozmnożywszy ią wprzod przez 7, będzie: $7a - 7y - 7z + 5y + 3z = b$.

Czyli: $7a - 2y - 4z = b$.

Nareście: $y = \frac{7a - b}{2} - 2z$.

Z tego

Z tego ostatniego pomiaru iuż nie wyruguiesz niewiadomey z, dla tego, że w tym Zagadnieniu trzy są ilkości niewiadome, a trzeciego pomiaru niemasz. Trzeba więc, żebyś niewiadomey z naznaczył cenę podług swego upodobania. W czym iednak trzeba ostrożności, żeby tak wielkiey nie naznaczać ceny ilkości z, ażeby z dalszey redukcyi, drugiey ilkości niewiadomey x wypaść musiała cena odciążna, albo cyfrze rowna. Niechże będzie $z = 3$. Cenę tę założywszy za z, ostatni ow pomiar w ten się zamieni: $y = \frac{7a - b}{2} - 6$.

A zatym cena niewiadomey ilkości y iuż odkryta. Założywszy albowiem za litery liczby, będzie: $y = \frac{126 - 100}{2} - 6 = 7$.

Zebyś zaś o cenie także niewiadomey x dowiedział się, w pomierze $x = a - y - z$, za y załoź cenę iuż znalezioną, to iest 7, za z załoź cenę podług swego upodobania naznaczoną, to iest 3, będzie: $x = 18 - 7 - 3 = 8$.

J tak masz iuż wszystkich trzech niewiadomych ilkości wiadomą cenę, to iest: $x = 8$, $y = 7$, $z = 3$, a wszystkie dodane $= 18$. Doświadczenie. Albowiem $8 \times 7 + 7 \times 5 + 3 \times 3 = 56 + 35 + 9 = 100$. Gdybyś zaś w przedostatnim pomierze $7a-2y-4z=b$, szukał ceny niewiadomey z, wypadłoby:

$$z=\frac{7a-b-2y}{4}$$, to iest: założywszy liczby za litery, a za y domyślną cenę 3, byłoby

$$z=\frac{126-100-6}{4}=5.$$ Co naiedno wyniesie. Bo tę cenę założywszy w pomierze: $x=a-y-z$ za z, będzie: $x=18-3-5=10$. A zatym będzie: $3+5+10=18$. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE II.

DAie Pan iałmużny 100 Złotych, na taki 20 ubogim podział, żeby z tey summy każdy męszczyzna wziął Złotych 7. Każda kobieta wzięła Złotych 5, a każde dziecko wzięło Złoty 1. Zgadniy liczbę męszczyzn, kobiet i dzieci?

## REZOLUCYA.

Nazwiy liczbę męszczyzn x, kobiet y, dzieci z, 100 niech będzie $=a$, $20=b$; wypadnie pomiar pierwszy: $x+y+z=b$.

Pomiar drugi: $7x+5y+z=a$.

Ce-

Cena z pierwszego pomiaru: $z = b - x - y$.

Z drugiego: $z = a - 7x - 5y$.

Więc ſkładaiąc obydwie ceny: $b - x - y = a - 7x - 5y$.

Przenosząc b, potym $-y$, nareszcie $-7x$, będzie: $6x = a - b - 4y$.

Dzieląc: $x = \frac{a - b - 4y}{6}$.

Naznaczaiąc podług upodobania cenę $4y$, taką iednak, żeby potym ceny x bez frakcyi doyść można, np. 8, będzie: $x = \frac{80 - 32}{6} = 8$.

Tę cenę x, zakładaiąc za x w pomierze pierwszym, będzie: $z = 20 - 8 - 8 = 4$.

Więc ieżeli $y = 8$, toć $x = 8$, $z = 4$, a zatym $8 + 8 + 4 = 20$. Wszakże $8 \times 7 = 56$, $8 \times 5 = 40$, $4 \times 1 = 4$. Co wynoſi Złotych 100. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE III.

NA Wołoszczyznie troiakie są przedayne konie, ogiery po Czerwonych Złotych 47, cugowe po Czerwonych Złotych 32, i formańſkie po Czerwonych Złotych 19. Wysyła tam Pan Koniuszego swego na ſkupienie 12 koni za 390 Czerwonych Złotych. Koniuszy za ogierow 2, cugowych 6, formańſkich

ſkich 4 chcąc zapłacić Czerwonych Złotych 362, widzi że mu zbywa nadto Czerwonych Złotych 28. Pyta więc Rachmiſtrza, wiele koni z każdego gatunku ma kupić, żeby ich 12 było, a z danych pieniędzy nic nie zoſtało?

## REZOLUCYA.

Niech będą ogiery x, cugowe konie y, formanſkie z; będzie pierwszy pomiar: $x + y + z = 12$.

Drugi zaś podług warunkow: $47x + 32y + 19z = 390$.

Cena x w pierwszym pomierze ieſt: $x = 12 - y - z$.

Ktorą założywszy za x w drugim pomierze, rozmnożoną wprzod przez 47, będzie: $564 - 47y - 47z - 32y + 19z = 390$.

Czyli: $564 - 15y - 28z = 390$.

Czyli przekładaiąc: $564 - 390 - 15y = 28z$.

Odciągaiąc: $174 - 15y = 28z$.

Dzieląc: $\dfrac{147 - 15y}{28} = z$.

A tu dopiero cenę niewiadomey ilkości y naznaczywszy np. 6, będzie: $z = \dfrac{174 - 90}{28}$.

Czyli : $z = \frac{84}{28}$.

Czyli na koniec : $z = 3$.

Już ieżeli $y = 6$, $z = 3$, toć : $x = 12 - y - z$.

Czyli : $x = 12 - 6 - 3 = 3$.

Lecz x założone za ogiery, więc ogierow 3, y za cugowe konie, więc tych 6, z za formańſkie, więc tych 3, a wszyſtkich razem 12.

Wszakże : $3 \times 47 = 141$.
$6 \times 32 = 192$.
$3 \times 19 = 57$.

A to wszyſtko wynoſi : Czer. Zł. 390.

C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE IV.

DWadzieścia Osob przez Wiſłę przeprawuiąc ſię, tak od przewozu płacą. Każdy męszczyzna od osoby swoiey daie 3 grosze, każda białogłowa 2 grosze i szelągow 2, każde dziecie grosz 1 i szeląg 1. Przewoźnicy odebrawszy te pieniądze, narachowali 20 graycarow. Pytam, wiele ſię przewoziło męszczyzn, wiele białogłow, a wiele dzieci?

## REZOLUCYA.

Niech będzie liczba męszczyzn x, białogłow y, dzieci z. Pierwszy pomiar będzie: $x+y+z=20$.

Drugi pomiar, ponieważ każdy męszczyzna płaci 3 grosze, białogłowa 2, i szelągow 2, dziecie grosz 1 i szeląg 1, zredukowawszy grosze na szelągi, będzie: $9x+8y+4z=120$.

To ieſt: rowne to wszyſtko będzie graycarow 20, czyli zredukowawszy, szelągom 120. Cena z ieſt w pierwszym pomierze: $z=20-y-x$.

Ktorą gdy założysz w drugim za 4x, będzie: $9x+8y+80-4y-4x=120$.

Czyli: $5x+4y+80=120$.

Czyli: $5x=120-80-4y$.

To ieſt: $5x=40-4y$.

Na koniec: $x=\dfrac{40-4y}{5}$.

Naznaczywszy iuż cenę y np. 5, będzie:

$$x=\frac{40-20}{5}=4.$$

Kiedy zaś $y=5$, $x=4$, toć $z=20-y-z$. Czyli: $x=20-5-4=11$. Przewoziło ſię więc męszczyzn 4, białogłow 5, dzieci 11. Albowiem $4\times9$, $5\times8$, $11\times4$, uczyni to wszyſtko $36+40+44$, czy-

czyli szelągow 120, to ieſt graycarow 20. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE V.

Kucharz kupuie iay 20 za groszy 20, iaie gęſie po groszy 3, kacze po groszy 2, a kurzych po dwa za grosz. Pytam, wiele pierwszych iay, a wiele drugich, i trzecich za groszy 20 kupi?

## REZOLUCYA

Gęſie iaia $= x$, kacze $= y$, kurze $= z$.

Pomiar pierwszy: $x + y + z = 20$.

Pomiar drugi: $3x + 2y + \frac{1}{2} z = 20$.

Cena w pierwszym pomierze: $x = 20 - y - z$.

Ktorą w drugim od frakcyi uwolnionym: to ieſt w pomierze założywszy: $6x + 4y + z = 40$.

Będzie: $120 - 6y - 6z + 4y + z = 40$.

Przenioſſszy zaś: $120 - 40 - 2y = 5z$.

Na koniec, będzie: $z = \frac{120 - 40 - 2y}{5}$

$= \frac{80 - 2y}{5}$.

Tu

Tu iuż y naznaczaiąc cenę domyślną np. 5, będzie : $z = \frac{80 - 10}{5} = \frac{70}{5} = 14$.

A że $z = 14$, więc $x = 20 - y - z = 20 - 5 - 14 = 1$.

Było więc iay gęſich przez x oznaczonych $= 1$, kaczych przez y wyrażonych $= 5$, kurzych przez z wyrażonych $= 14$. Co czyni 20. Doświadczenie. Ponieważ gęſie iaie po groszy 3, kacze po groszy 2, a kurzych para po groszu 1.

$$\begin{array}{lrcl} \text{Więc:} & 3 \times 1 & = & 3 \text{ gr.} \\ & 2 \times 5 & = & 10 \\ & \frac{1}{2} \times 14 & = & 7 \\ \hline \text{A Summa cała} & 20 & = & 20 \end{array}$$

C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE VI.

TRafia ſię do kupienia nie drogi Zegarek. Trzech Braci, życząc go sobie na powszechne użycie nabyć, tak ſię o wspolną zań płacę umawiaią: pierwszy mowi drugiemu i trzeciemu, dam ia wszyſtkie moie pieniądze, wy daycie połowę waszych, a kupiemy Zegarek. Owszem, rzecze drugi, ia dam moie wszy-

wszyſtkie, a wy trzecią tylko część swoich, dosyć będzie na zapłacenie Zegarka. Trzeci na koniec powie, będzie nasz Zegarek, byleście do moich, ktore mam przy sobie pieniędzy, część czwartą waszych przydali. Pytam ile z nich każdy miał, i za Zegarek dawał pieniędzy, a ile ow Zegarek wartował?

## REZOLUCYA.

Założ za pieniądze pierwszego x, drugiego y, trzeciego z, za Zegarek założ t. Wypadną z trzech warunkow Zagadnienia trzy pomiary, Pierwszy: $x + \frac{y+z}{2} = t.$

Drugi: $y + \frac{x+z}{3} = t.$

Trzeci: $z + \frac{x+y}{4} = t.$

Gubiąc frakcyą w pomierze pierwszym, będzie: $2x+y+z=2t.$

Gubiąc frakcyą w drugim, będzie: $3y+x+z=3t.$

Gubiąc na koniec frakcyą w pomierze trzecim, będzie: $4z+x+y=4t.$

Już żebyś zgubił iednę ktorą z niewiadomych ilkości, np. z, odciągniy pierwszy pomiar

miar wolny od frakcyi od drugiego także wol-nego, będzie: $2y - x = t$.

A w tym pomierze znalazłszy cenę x, to iest: $2y - t = x$, czyli: $x = 2y - t$, załóż ią za x, w drugim pomierze, to iest w tym: $3y + x + z = 3t$.

Będzie: $3y + 2y - t + z = 3t$.

Czyli: $5y + z = 4t$.

Albo: $z = 4t - 5y$.

Masz tedy dwoch iuż niewiadomych cenę: $x = y - t$.

J cenę: $z = 4t - 5y$.

Obydwie więc te ceny załóż w trzecim pomierze za te same niewiadome ilkości, będzie: $16t - 20y + 2y - t + y = 41$.

Czyli redukuiąc przez Reguły powszechne, będzie: $11t = 17y$.

Podziel na koniec przez 17, będzie:

$$\frac{11t}{17} = y.$$

Zakładay teraz za niewiadomą ilkość t cenę domyślną np. Czerwonych Złotych 17, będzie: $\frac{11t}{17} = \frac{187}{17} = 11$.

A zatym $y = 11$. Toż w pomierze $x = 2y - t$ zakładaiąc za $2y - t$ cenę dopiero znalezioną 11, y domyślną 17, będzie: $x = 22 - 17 = 5$.

Potym w pomierze: $z = 41 - 5y$.

Za-

Zakładaiąc wyszukane ceny, będzie: z=68—55=13.

x więc, czyli pierwszy z owych Braci ma Czerwonych Złotych 5; y, czyli z nich drugi ma 11; z, czyli trzeci ma 13.

*Doświadczenie.* Pierwszy daiąc wszyſtkie swoie pieniądze, z połową drugiego i trzeciego, to ieſt 5+12, pokazuie, iż cena Zegarka ieſt Czerwonych Złotych 17. Drugi daiąc swoie wszyſtkie z trzecią częścią pierwszego i trzeciego, to ieſt: 11+6, pokazuie tęż samę Zegarka cenę, to ieſt: Czerwonych Złotych 17. Trzeci daiąc swoie wszyſtkie z czwartą częścią dwoch pierwszych, to ieſt 13+4 pokazuie także rzeczoną summę, czyli Czerwonych Złotych 17. Więc nieokreślone Zagadnienie przez takie określenie, czyli domyślney założenie ceny, ieſt ułatwione. C. B. D. R.

*Przeſtroga.* Zakładaiąc domyślną cenę w tym lub podobnym Zagadnieniu, uważać trzeba, żeby ſię nie wpędzić w frakcye niezbyte. W tym Przykładzie możnaby 17 we dwoynasob, we troynasob (duplum, triplum &c.) założyć. Na wzor tego Problemata inne ułożone podobnie solwuią ſię np. Zagadnienia o naięciu ſtancyi, ſtołu, karety, szkuty, o kupieniu Dworku, Konia, i t. d.

## ZADANIE II.

### *Jak się rezolwuią Zagadnienia nieokreślone o przymieszkach kruszcow, i doświadczaniu robot Złotniczych?*

NAmieniło się w poprzedzaiącym Rozdziale pod Zadaniem 4, że Zagadnienia o przymieszkach trzech lub więcey kruszcow, a zatym i o doświadczaniu robot Złotniczych, w ktore kilku razem kruszcow przymieszka weszła, są nieokreślone, a to z tey przyczyny, iż więcey zawieraiąc w sobie niewiadomych ilkości, niż wiadomych, nie mogą się na tyle pomiarow obrocić, ile niewiadomych maią w sobie ilkości, przeto i w tych Zagadnieniow rezolucyach domyślną naznaczać trzeba cenę iedney ktorey z niewiadomych, aby się innych dwoch, albo dwom, aby się innych dwoch cena rzetelna doszła. Jako się pokaże w następuiących Zagadnieniach, z ktorych pierwsze będą o przymieszkach kilku kruszcow do roboty danych, drugie o doświadczeniu tychże przymieszek w samey robocie, gdzie wypuszczać z pamięci nie trzeba tego wszystkiego, co się w wyższym Rozdziale o kruszcach do wiadomości podało.

# ZAGADNIENIA

*O przymieszkach kilku kruszcow do roboty danych.*

## ZAGADNIENIE I.

O Przymieszcze złota, srebra i miedzi. Ma kto troiaki kruszec, złoto, ktorego, łot, po Złotych Polskich 72, srebro, ktorego łot po Złotych $4 + \frac{1}{2}$ i miedź, ktorey łot po poł - srebrnego grosza, czyli po $\frac{1}{8}$ Złotego, a chce mieć zrobioną z tych trzech kruszcow rzecz ważącą 15 łotow, łot zaś w robocie niewartuiący tylko 50 Złotych. Pytam, ile zmieszać ma tych kruszcow Złotnik, aby przerzeczonym warunkom uczynił zadosyć?

## REZOLUCYA. I.

Niewiadome łoty złota $= x$, srebra $= y$, miedzi $= z$. Pierwszy pomiar: $x + y + z = 15$, czyli: $z = 15 - x - y$.

Drugi: $72x + \frac{9y}{2} + \frac{z}{8} = 15 \times 50 = 750$.

Gu-

Gubiąc frakcye : $144x + 9y + \frac{2z}{8} = 1500.$

Czyli : $1152x + 72y + 2z = 12000.$

Zakładaiąc cenę z : $1152x + 72y + 30 - 2x - 2y = 12000.$

Czyli redukuiąc : $x = \frac{11970 - 70y}{1150}.$

Naznaczaiąc zaś nadomyśl cenę niewiadomey y, np. 1 łot, będzie : $x = \frac{11970 - 70 \times 1}{1150} = \frac{11900}{1150} = \frac{1190}{115} = 10 + \frac{40}{115}$ czyli : $\frac{8}{23}$. A ieżeli $x = 10 + \frac{8}{23}$, y zaś $= 1$, więc $z = 15 - x - y = 15 - 10 + \frac{8}{23} - 1 = 4 - \frac{8}{23} = 3 + \frac{23 - 8}{23} = 3 + \frac{15}{23}$. Więc złota łotow przeszło 10, srebra łot 1, a miedzi łotow 3 przeszło, zmieszać trzeba, żeby się stało zadosyć warunkom. Do-

Doświadczenie. Albowiem nayprzod: $10+\frac{8}{23}\times 72 = 720+\frac{576}{23} = 745+\frac{1}{23}$; powtore: $1\times\frac{9}{2}=\frac{9}{2}=4+\frac{1}{2}$; potrzecie: $3+\frac{15}{23}\times\frac{1}{8}=\frac{3}{8}+\frac{15}{184}$, czyli redukuiąc do 1 Mian. przez 23: $\frac{69+15}{184}=\frac{84}{184}$, czyli redukuiąc przez 4: $\frac{21}{46}$. A że $745+4+\frac{1}{23}+\frac{1}{2}$, czyli: $\frac{2+23}{46}$, czyli: $\frac{25}{46}+\frac{21}{46}=\frac{46}{46}$, czyli: $1=750$, więc ſtało ſię dosyć warunkom. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE II.

O Teyże przymieszcce. Daie kto do roboty złoto czyſte, ktorego grzywna Kolońſka nie bita po Czerwonych Złotych 63, srebro

bro pieniężne, ktorego grzywna po Czerwonych Złotych $3+\frac{1}{2}$, czyli: $\frac{7}{2}$ i miedź, ktorey grzywna po Złotych 2, czyli po $\frac{1}{9}$ Czerwonego Złotego, i chce, aby w tey robocie nie było tylko grzywien 6, a grzywna każda nie wartowała tylko Czerwonych Złotych $42+\frac{23}{72}$, czyli: i po poł-szosta prawie Złotego. Pytam, ile w takiey robocie zmieszać danych kruszcow trzeba, żeby przymieszka warunkom odpowiadała?

## REZOLUCYA

Niewiadome grzywny złota $=x$, srebra $=y$, miedzi $=z$. Pomiar pierwszy: $x+y+z=6$, czyli: $x=6-y-z$.

Drugi: $63x+\frac{7y}{2}+\frac{z}{9}=6\times 42$

$+\frac{23}{72}=252+\frac{138}{72}=253+\frac{11}{12}$.

Gu-

Gubiąc frakcye, będzie: $126x + 7y + \frac{2z}{9} = 506 + \frac{22}{12}$.

Czyli: $1134x + 63y + 2z = 4554 + \frac{198}{12}$.

Czyli: $13608x + 756y + 24z = 54648 + 198 = 54846$.

Zakładaiąc zaś cenę $x$ z pierwszego pomiaru, będzie: $81648 - 13608y - 13608z + 756y + 24z = 54846$.

Czyli redukuiąc: $26802 - 12852y = 13584z$.

Czyli: $z = \frac{26802 - 12852y}{13584}$.

Naznaczaiąc zaś nadomyśl cenę niewiadomey $y$, np. $\frac{1}{2}$, będzie:

$$z = \frac{26802 - 12852 \times \frac{1}{2}}{13584} = \frac{26802 - 6426}{13584} = \frac{20376}{13584} = 1 + \frac{6792}{13584}$$

$= 1 + \frac{1}{2}$. A ieżeli $y = \frac{1}{2}$, $z = 1 + \frac{1}{2}$, toć $x = 6 - y - z = 6 - \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{2} = 5 - \frac{2}{2} = 4$. Doświadczenie.

Wszakże $4 \times 63 = 252$; potym: $\frac{1}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$; na koniec, $1 + \frac{1}{2}$, czyli: $\frac{3}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$. A że $252 + 1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{6}$, czyli: $\frac{18 + 4}{24} = 253 + \frac{22}{24}$, czyli: $\frac{11}{12}$. Więc i t. d.

## ZAGADNIENIE III.

O Przymieszcze miedzi do dwoiakiego srebra. Z dwoiakiego srebra, to ieſt: 14 proby, ktorego grzywna pospolita kosztuie Złotych 63, (gdyż ieżeli 16 łotow srebra czyſtego, czyli grzywna pospolita proby 16, ko-

kosztuie Złotych 72, toć łotow 14, czyli grzywna srebra proby 14 kosztuie Złotych 63) i proby 12, ktorego takaż grzywna kosztuie Złotych 54, chce kto mieć rzecz zrobioną taką, ktoraby ważyła grzywien 9, a grzywna każda wartowała tylko Złotych 45, a zatym była proby 10. Pytam, ile z owego dwoiakiego srebra, a ile z miedzi, ktorey grzywna po Złotych 2, ma Złotnik wziąść części i zmieszać, żeby w robocie było 9 grzywien 10 proby?

## REZOLUCYA

Niewiadome grzywny srebra 14 proby $=x$, 10 $=y$, miedzi $=z$. Pomiar pierwszy: $x+y+z=9$, czyli: $x=9-y-z$.

Drugi: $63x+54y+2z=9\times45=405$.

Zakładaiąc cenę $x$: $567-63y-63z+54y+2z=405$.

Redukuiąc: $162-61z=9y$, czyli: $y=\dfrac{162-61z}{9}$.

Naznaczaiąc zaś cenę nadomyśl niewiadomey $z$, np. 2, będzie: $y=\dfrac{162-61\times2}{9}$

$=$

$= \frac{162-122}{9} = \frac{40}{9} = 4+\frac{4}{9}$. A ieżeli $y=4+\frac{4}{9}$, $z=2$, toć $x=9-y-z=9-4+\frac{4}{9}-2=9-6+\frac{4}{9}=3-\frac{4}{9}=2+\frac{9-4}{9}=2+\frac{5}{9}$. Wszakże I. $2+\frac{5}{9}\times 63=126+\frac{315}{9}=161$. II. $4+\frac{4}{9}\times 54=216+\frac{216}{9}=240$. III. $2\times 2=4$. A że $161+240+4=405$, więc niezawodnie, zmieszawszy razem grzywien srebra 14 proby $2+\frac{5}{9}$, a 12 proby $4+\frac{4}{9}$, nadto miedzi 2, będzie w robocie grzywien 9. Ze zaś grzywny te są proby 10, łatwo uznasz, gdy uważysz, że grzywna iedna proby 10 kosztuie Złotych 45; A że tu takich grzywien zna-

znalazło ſię 9, więc dzieląc 405 przez 9, Wieloraz być powinien 45; co gdy tak ieſt, niepochybnie srebro to ieſt 10 proby. C. B. D. R.

## ZAGADNIENIE IV.

O Przymieszce czyſtego srebra do podleyszego dwoiakiego gatunku, dla polepszenia iego proby. Z dwoiakiego srebra, pierwszego proby 10, a drugiego 8, z ktorych tamtego grzywna po Złotych 45, tego zaś po Złotych 36, chce kto mieć naczynie zrobione, 5 grzywien ważące, a grzywny te wyższey proby, niżeli iego ieſt srebro, np. proby 12, wartuiące po Złotych 54. Pytam, ile Złotnik czyſtego srebra, ktorego grzywna pospolita po Złotych 72, ma przymieszać do podleyszego dwoiakiey proby, aby wyſtawił żądane naczynie?

## REZOLUCYA

Niewiadome grzywny czyſtego srebra $= x$, srebra 10 proby $= y$, 8 proby $= z$. Pierwszy pomiar będzie: $x + y + z = 5$, czyli: $x = 5 - y - z$.

Drugi: $72x + 45y + 36z = 5 \times 54 = 270$.

Zakładaiąc zaś cenę x, będzie: $360 - 72y - 72z + 45y + 36z = 270$.

Re-

Redukuiąc, będzie: $90-27y=36z$, czyli: $z=\frac{90-27y}{36}$.

Naznaczaiąc cenę niewiadomey y, np. 2, będzie: $z=\frac{90-27\times2}{36}=\frac{90-54}{36}=\frac{36}{36}=1$. A kiedy: $z=1$, $y=2$, toć: $x=5-y-z=5-2-1=2$.

Wszakże I. $2\times72=144$. II. $2\times45=90$. III. $1\times36=36$.

A że $144+90+36=270$, więc 2 grzywien czystego srebra przymieszać trzeba do 2 proby 10, i 1 proby 8; będzie w robocie 5 grzywien, a grzywna każda proby 12.

Albowiem 270 podzieliwszy przez 5, wypada 54 cena grzywny srebra proby 12. C. B. D. R.

*Przestroga.* Podobnym sposobem dochodzić można czworakich, i wielorakich kruszcow przymieszek, kiedy ie tak mieszać trzeba, aby części odpowiadały umowioney ilkosci i cenie roboty, lecz rzadko się trafia, takich przymieszek potrzeba, w ktorychby niektore części mieszać się maiące były niewiadome, kiedy zaś niektore wiadome są, łatwo innych niewiadomych doyść przez pospolitą Arytmetykę.

Z A-

# ZAGADNIENIA.

## *O doświadczaniu robot troiakiego kruszcu niewiadomą przymieszkę maiących.*

CHociaż w przymieszkach troiakich kruszcow dwa podleysze za ieden pospolicie biorą ſię, np. w przymieszcze srebra i miedzi do złota, srebro i miedź za same srebro niższey proby brać ſię zwykło, a zatym Zagadnienia o takich przymieszkach rezolwować ſię mogą sposobem w poprzedzaiącym Rozdziale opisanym, atoli kiedy miarkuiemy, iakie dwa rodzaie podleyszych do przednieyszego i droższego kruszca są przymieszane, możemy i przez nieokreślone pomiary doyść tey przymieszki, iako ſię w naſtępuiącym Przykładzie okaże, ktory może ſłużyć za model rezolwowania innych tego gatunku Zagadnieniow. Dał kto np. do zrobienia naczynia 10 grzywien złota niebardzo czyſtego, ktorego ciężkość porownana do ciężkości wody ieſt, iak 18 do 1. Zrobione naczynie i w wodzie zważone, ſtraciło wagi swoiey czyli iedney grzywny $\frac{2}{3}$, a ſtracić nie miało tylko $\frac{5}{9}$ (gdyż ieżeli 1 traci $\frac{1}{18}$, toć 10 traci $\frac{10}{18}$, czy-

li :

li: $\frac{5}{9}$) zkąd oczywiście pokazało się, iż w złocie była iakaś przymieszka. Wiadomo zaś, że do złota pospolicie miesza się srebro z miedzią, więc pytam, ile w tey robocie złota, a ile srebra i miedzi?

## REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny złota $=x$, srebra $=y$, miedzi $=z$. Pomiar pierwszy: $x+y+z=10$, czyli: $x=10-y-z$.

Drugi: $\frac{x}{18}+\frac{y}{10}+\frac{z}{8}=\frac{2}{3}$.

Gubiąc zaś frakcye, będzie: $x+\frac{18y}{10}+\frac{18z}{8}=\frac{36}{3}=12$.

Czyli: $10x+18y+\frac{180z}{8}=120$.

Czyli: $80x+144y+180z=960$.

Zakładaiąc zaś cenę x za 80 x, będzie: $800-80y-80z+144y+180z=960$.

Czyli: $64y=160-100z$, czyli: $y=\frac{160-100z}{64}$.

Na-

Naznaczaiąc iuż cenę niewiadomey z, np. 1, będzie: $y=\frac{160-100\times 1}{64}=\frac{60}{64}=\frac{15}{16}$.

A kiedy $y=\frac{15}{16}$, $z=1$, toć $x=10-y-z=10-1+\frac{15}{16}=9-\frac{15}{16}=8+\frac{16-15}{16}=8+\frac{1}{16}$. Więc w robocie tey iest złota grzywien 8, i łot 1, srebra łotow 15, a miedzi grzywna 1. Doświadczenie. I. $1.\ \frac{1}{18} :: 8+\frac{1}{16}$, czyli: $\frac{129}{16}$. $\frac{129}{288}=\frac{43}{96}$. II. $1.\ \frac{1}{10} :: \frac{15}{16}.\ \frac{15}{160}=\frac{3}{32}$. III. $1.\ \frac{1}{8} :: 1.\ \frac{1}{8}$. A że nayprzod: $\frac{3}{32}+\frac{1}{8}=\frac{3+4}{32}=\frac{7}{32}$,

po-

potym : $\frac{7}{32} + \frac{43}{96} = \frac{672+1376}{3072} = \frac{2048}{3072}$, czyli: przez 1024 podzieliwszy $= \frac{2}{3}$ ſtracie wagi roboty, więc dobrze ſię rezolwowało. C. B. D. R.

KONIEC CZĘSCI PIERWSZEY.



RE-

# REGESTR.



*II.*