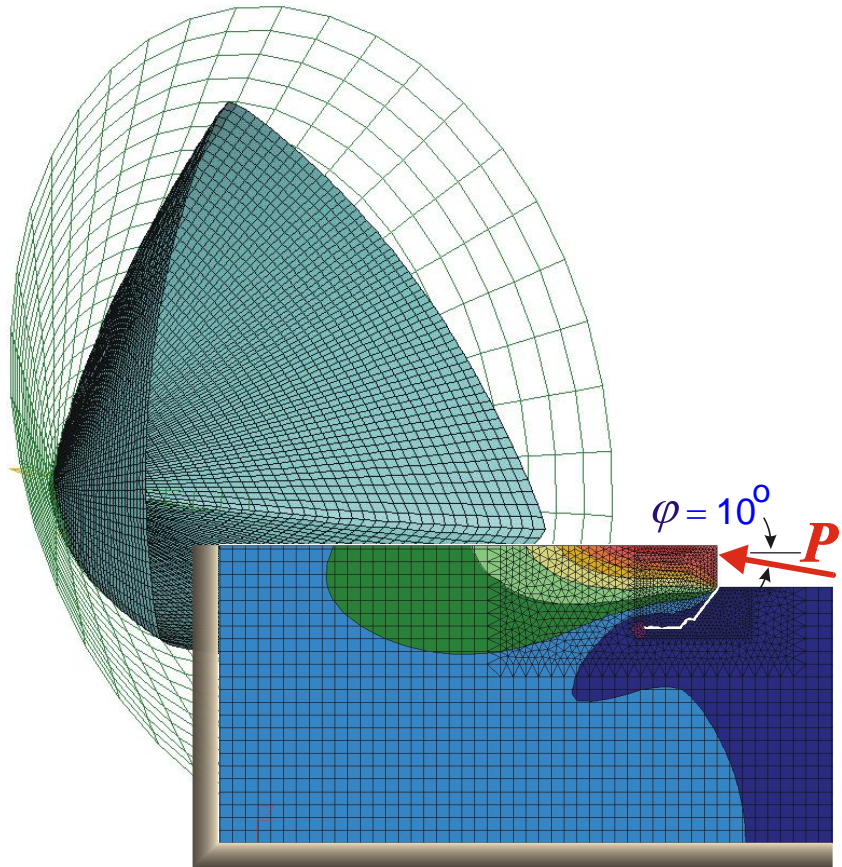


Jerzy Podgórski    Józef Jonak

# NUMERYCZNE BADANIA PROCESU SKRAWANIA SKAŁ IZOTROPOWYCH



Lubelskie Towarzystwo Naukowe

**Jerzy Podgórski    Józef Jonak**

**NUMERYCZNE BADANIA  
PROCESU SKRAWANIA  
SKAŁ IZOTROPOWYCH**

**Lublin 2004**

**Lubelskie Towarzystwo Naukowe**

Recenzenci:

prof. dr hab. inż. Walery Szuścik

dr hab. inż. Tomasz Sadowski – prof. PL

© Copyright by

Lubelskie Towarzystwo Naukowe

Lublin 2004

Wydanie publikacji sfinansowało Ministerstwo Nauki i Informatyzacji  
w ramach projektu badawczego nr 8T12A 064 21

**ISBN 83-87833-53-3**

Druk i oprawa: Liber duo KOLOR, 20-829 Lublin ul. Mgielna 27

# SPIS TREŚCI

1	Wprowadzenie .....	4
2	Przegląd modeli teoretycznych .....	5
2.1	Teoretyczny mechanizm odspajania elementów wióra .....	13
2.2	Symulacje numeryczne procesu formowania wióra .....	18
2.3	Wstępne badania autorów .....	23
2.3.1	Oddziaływanie ostrza na skałę jako zagadnienie kontaktowe... ..	23
2.3.2	Symulacja propagacji szczeliny towarzyszącej odspajaniu elementu wióra .....	28
2.3.2.1	Wybór kryterium stanu granicznego .....	31
2.3.2.2	Dobór stałych materiałowych .....	37
2.3.2.3	Wybrane wyniki symulacji .....	40
3	Badania numeryczne z wykorzystaniem metody "traconych elementów" ..	45
3.1	Badania wpływu warunku stanu granicznego i sposobu dyskretyzacji modelu na propagację rysy .....	46
3.1.1	Warunek <i>PJ</i> .....	46
3.1.2	Warunek Druckera – Pragera .....	48
3.1.3	Warunek Hubera – Misesa .....	48
3.1.4	Parametry modelu i metoda analizy .....	49
3.1.5	Wyniki analizy numerycznej .....	51
3.1.6	Wnioski wynikające z analizy wpływu kryterium .....	56
3.2	Badania wpływu stałych materiałowych .....	56
3.3	Badania wpływu geometrii ostrza .....	59
4	Badania doświadczalne .....	65
4.1	Opis stanowiska badawczego i metody badań .....	65
4.2	Wyniki badań laboratoryjnych .....	67
5	Podsumowanie i wnioski .....	74
	Literatura .....	76

# 1 WPROWADZENIE

Mechanika procesu formowania elementów wióra w trakcie skrawania skał wiąże się bezpośrednio z ogólnym zagadnieniem powstawania i rozwoju szczelin w materiałach kruchych. Problem ten ma duże znaczenie praktyczne i jest ciągle analizowany, gdyż do chwili obecnej nie udało się wyjaśnić wielu aspektów tego zagadnienia.

Mechanika procesu skrawania materiałów ogólnie zwanych jako kruche, jest do chwili obecnej znacznie słabiej poznana niż w przypadku skrawania materiałów plastycznych. Znajomość tego procesu a zwłaszcza możliwość jego symulacji jest istotna z wielu powodów. W przypadku obróbki tych materiałów w procesach skrawania realizowanych w dzisiejszych technikach wytwarzania, ułatwiłoby to znacznie właściwy dobór geometrii ostrza, parametrów skrawania oraz naddatków technologicznych w poszczególnych operacjach technologicznych (obróbka wstępna, kształtująca lub wykończeniowa) tak, aby nie generować braków, z uwagi na penetrację szczeliny towarzyszącej odpajaniu elementu wióra, poniżej planowanej trajektorii skrawania. W przypadku technologii górniczej, pozwoliłoby prowadzić proces pod kątem uzyskiwania maksymalnego zasięgu (w danych warunkach skrawania) odspojień materiału, co jest istotne z punktu widzenia ograniczenia nadmiernego rozdrobnienia urobku kopaliny użytecznej (węgla) jak i energochłonności procesu. Skały posiadają budowę ziarnistą, o zróżnicowanej budowie petrograficznej oraz asymetrii wytrzymałości, mają losowo ukształtowane przez naturę właściwości. Często charakteryzuje je uwarstwiona budowa, spękania, warstwy osłabionej spistości, itd. Stąd też problem symulacji procesu ich pęknięcia jest bardzo złożony i trudny technicznie do realizacji, co często wymaga zastosowania określonych procedur upraszczających proces symulacji, gdyż możliwości

systemów obliczeniowych nie zawsze mogą sprostać potrzebom prowadzonych analiz.

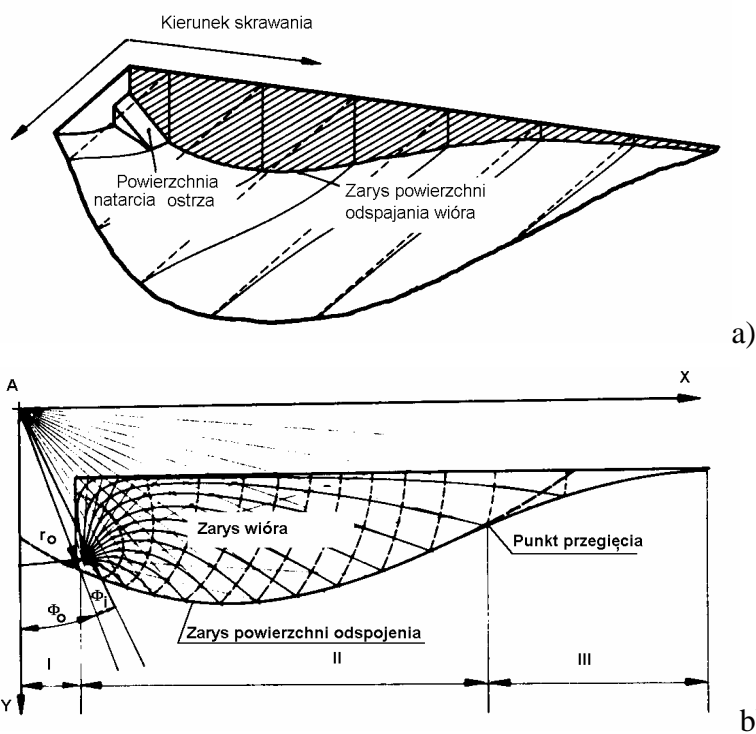
Jak wykazuje praktyka ostatnich lat, najbardziej spektakularne rozwiązania uzyskuje się z wykorzystaniem Metody Elementów Skończonych lub Metody Elementów Brzegowych. Zgodność wyników analizy z eksperymentem, jaką można uzyskać przy zastosowaniu MES oraz łatwość modelowania złożonych problemów brzegowych przyczyniła się do popularności tej metody zarówno wśród badaczy jak i inżynierów zajmujących się mechaniką pęknięcia omawianych materiałów.

## **2 PRZEGLĄD MODELI TEORETYCZNYCH**

W przypadku skrawania skał, powstają wióry odrywane (elementowe). Mechanizm tworzenia wióra zależy od wielu czynników, np. od geometrii ostrza, parametrów procesu technologicznego (podziałka i głębokość skrawania) czy właściwości i stanu skały, takich jak:

- wytrzymałość na ściskanie oraz jej zwięzłość,
- kruchość lub własności plastyczne,
- cechy spójności i niejednorodności, tj. łupliwość, uławicenie, szczelinowatość itp.,
- stan skały w pokładzie (wilgotność i inne),
- porowatość.

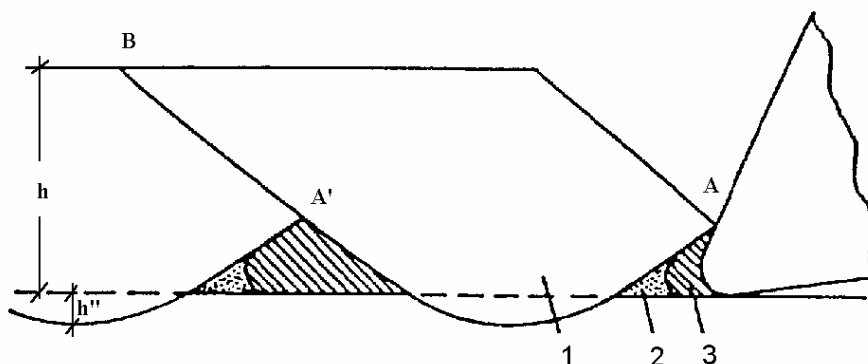
W przypadku skrawania skał typu wapienie lub piaskowce, dla skrawów otwierających (kolejne przejścia sąsiednich ostrzy położone w znacznej odległości od siebie) zarys głównego elementu wióra, przyjmuje kształt jak na rys. 2.1 [36].



Rys. 2.1. Zarys głównego elementu wióra oraz sposób konstrukcji krzywej odspojenia wg. [36]:  $r_0$ ,  $\phi_0$  - parametry wejściowe tj. promień i kąt wyjściowy do kreślenia trajektorii, wynikające z geometrii ostrza,  $\phi_1$  - przedział wartości kąta przyjęty do iteracji, I-obszar wyjściowy trajektorii szczeliny wynikający z geometrii ostrza, II-obszar rozwoju szczeliny po trajektorii spirali logarytmicznej, III- obszar propagacji szczeliny powyżej tzw. punktu „przegięcia”.

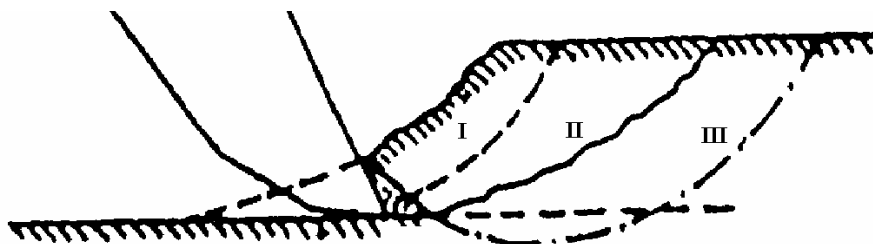
W przebiegu trajektorii szczeliny pierwotnej, towarzyszącej odspojeniu głównego elementu wióra (tworzącej zarys elementu wióra), często obserwuje się występowanie charakterystycznego punktu przegięcia (rys. 2.1), co może świadczyć o występowaniu zmiany kierunku siły oddziaływania ostrza na wiór, w trakcie jego odspajania. Najczęściej, trajektoria szczeliny pierwotnej, a zatem i zarys głównego elementu wióra, nie przekracza poziomu teoretycznej drogi skrawania (jak na rys. 2.6), a grubość głównego elementu wióra  $h'$ , jest mniejsza od grubości warstwy skrawanej  $h$ . Jednak zdania tutaj są podzielone. Nishimatsu [29] sugeruje łukowo-prostoliniowy przebieg omawianej szczeliny, z przekroczeniem wspomnianej trajektorii skrawania (rys. 2.2). Stąd też

grubość głównego elementu wióra równa  $h+h''$ , może być większa od grubości warstwy skrawanej  $h$ .



Rys. 2.2. Kształt głównego elementu wióra, obserwowany przez Nishimatsu [29]:  $AA'$  - część trajektorii szczeliny o łukowym kształcie,  $A'B$  - odcinek prostoliniowy trajektorii szczeliny, 1- główny element wióra, 2- strefa mikroszczelin, 3- strefa miażdżenia.

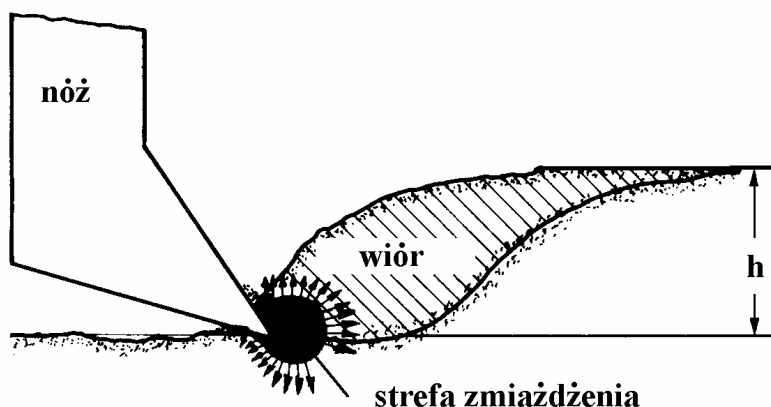
Według Bierona [1], dla tej samej skały, zależnie od geometrii ostrza, możliwe są różne trajektorie szczeliny głównej, stąd też mogą występować różne kształty głównego elementu wióra (jak na rys. 2.3).



Rys. 2.3. Możliwe przebiegi szczeliny pierwotnej, towarzyszącej odpajaniu głównego elementu wióra, wg Bierona [1].

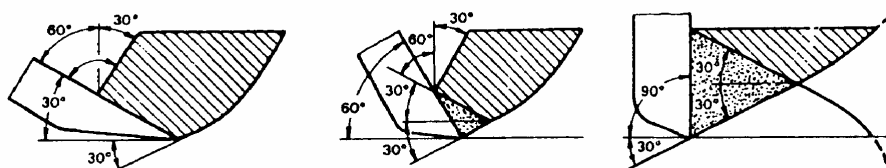
Często sugeruje się, że strefa zmiżdżenia materiału, która występuje w przypadku skrawania skał, przenosi w sposób niemal hydrostatyczny naciski ostrza na skałę (rys. 2.4), a jej oddziaływanie może być porównywane (w pewnych aspektach), do oddziaływania narostu na ostrzu, występującego w niektórych sytuacjach, w procesie skrawania metali.





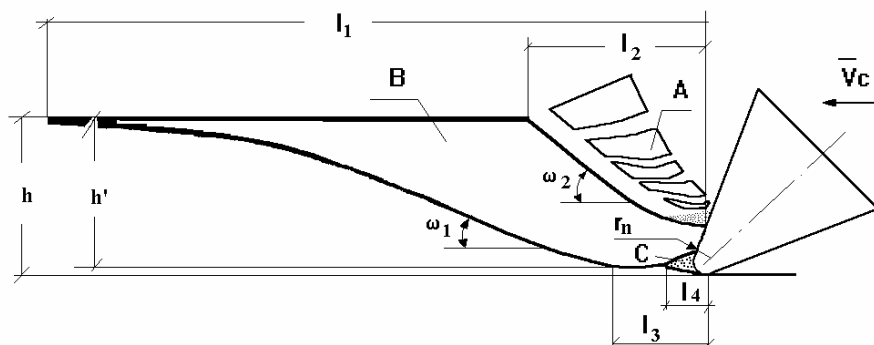
Rys. 2.4. „Hydrostatyczne” oddziaływanie strefy zmiążdżenia, przy wnikaniu ostrza w skałę [36]

Zdaniem Frołowa [4,5,6], zmiążdżona część strefy sprasowania ma zawsze kształt klina (rys. 2.5) o podstawie równej części powierzchni natarcia ostrza, stykającej się w danym momencie ze skrawanym materiałem. Szerokość tej strefy jest równa szerokości krawędzi skrawającej ostrza. Połówkowy kąt takiego klina, zależy od kąta tarcia wewnętrznego skrawanego materiału i w warunkach idealnych najprawdopodobniej jest jemu równy. Frołow postuluje również, iż aby ograniczyć strefę zmiążdżenia do minimum, należałoby stosować ostrza, u których część skrawająca odpowiadałaby kształtem i wymiarami, strefie zmiążdżenia. Innym razem zauważa [6], iż w określonych warunkach skrawania (między innymi przy odpowiednio dużym kącie natarcia), strefa zmiążdżenia nie powstaje.



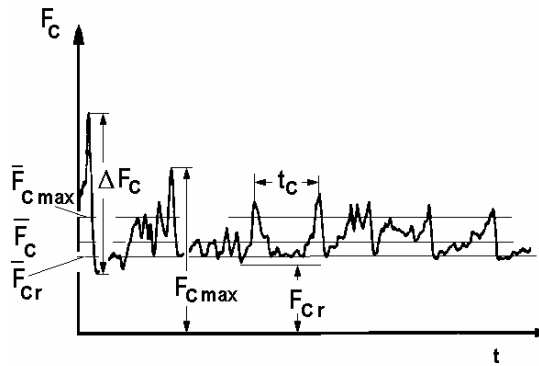
Rys. 2.5. Strefa zmiążdżenia przed ostrzem [4].

Upraszczając nieco zagadnienie, w procesie formowania wióra można wyróżnić występowanie jakby dwóch etapów. W pierwszym etapie, odspajane są drobniejsze elementy (rys. 2.6, strefa A), następuje wypracowywanie przez ostrze warunków do właściwego odspojenia. W kolejnym etapie, następuje oderwanie głównego elementu wióra (o największych wymiarach w danym cyklu).



Rys. 2.6. Charakterystyczne parametry elementów wióra odspajanego przy określonej grubości warstwy skrawanej: A – strefa tworzenia drobniejszych elementów wióra, B – główny element wióra (o największych rozmiarach), C – strefa zmiążdżenia materiału (wydzielona część strefy sprasowania),  $l_1$  – długość głównego elementu wióra,  $l_2$  – maksymalny wymiar drobniejszych frakcji wióra,  $l_3$  – droga skrawania z głębokością porównywalną do promienia zaokrąglenia krawędzi skrawającej,  $l_4$  – zasięg strefy zmiążdżenia,  $h'$  – maksymalna grubość wióra,  $h$  – głębokość skrawania (grubość warstwy skrawanej),  $r_n$  – promień zaokrąglenia krawędzi skrawającej,  $\omega_1$  – średni kąt odspojenia głównego elementu wióra,  $\omega_2$  – średni kąt odspojenia w strefie wiórów rozdrobionych.[13]

Badania doświadczalne wykazują, że przebieg czasowy siły skrawania zależy od geometrii ostrza oraz właściwości skały. Jak wynika z rys. 2.7, siła nie spada do zera lecz do pewnej, minimalnej wartości (tzw. wartości resztkowej  $F_{cr}$ ).

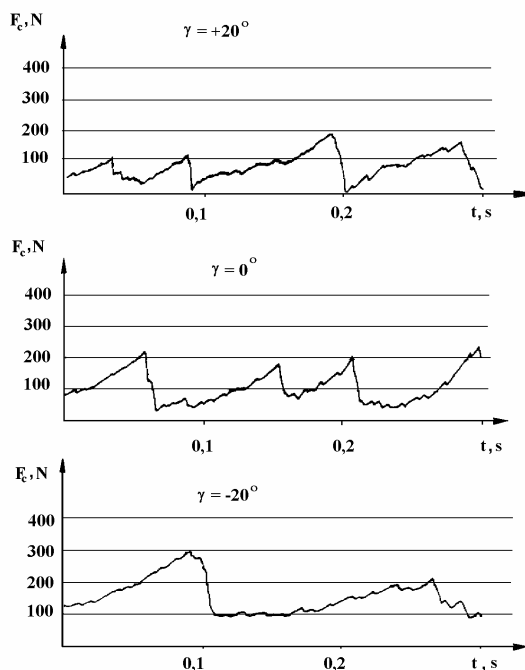


Rys. 2.7. Rzeczywisty przebieg siły skrawania  $F_C$  w czasie  $t$ ,  $F_{Cr}$  – resztkowa siła skrawania,  $\Delta F_C$  – użyteczna siła skrawania (odspajania wióra),  $\overline{F}_C$  – siła średnia,  $t_c$  – czas elementarnego cyklu odspajania [7]

Odrywanie elementów wióra następuje w wyniku działania tzw. użytecznej siły skrawania (odspajania)  $\Delta F_C$ . Im większe są „piki” siły skrawania, tym większe odrywane są ziarna urobku. Spłaszczenie przebiegu i brak wyraźnych pików świadczy o występowaniu w trakcie urabiania danym nożem, procesów miażdżenia oraz złożonych procesów tarcia ostrza w strefie skrawania.

Dla dynamiki oraz efektywności procesu skrawania, istotne znaczenie ma tak geometria ostrza, właściwości skały, jak i parametry skrawania. Tak np. zmniejszanie się kąta natarcia powoduje wzrost wartości średniej siły skrawania, jak i mniejsze jej oscylacje (rys. 2.8).

Wartość „resztkowej” siły skrawania  $F_{Cr}$ , zależy w dużej mierze od wielkości strefy kontaktu bocznych krawędzi ostrza z nie rozkruszoną skałą.

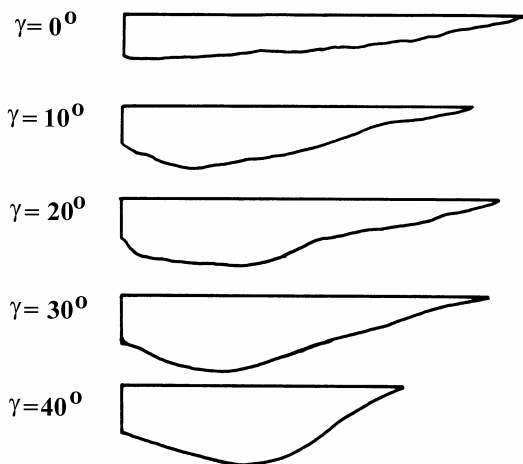


Rys. 2.8. Wpływ wartości kąta natarcia  $\gamma$ , na kształtowanie się przebiegu czasowego siły skrawania  $F_c$  [7].

Każdemu, lokalnemu maksimum siły skrawania odpowiada oderwanie większego elementu wióra. Często zakłada się, że najczęściej występować będzie tworzenie elementów wióra o pewnym charakterystycznym dla danych warunków urabiania, wymiarze (mierzonym w kierunku skrawania). Na nieco mniejszą skalę, zachodzi tworzenie elementów wióra o maksymalnym wymiarze tak większym, jak i mniejszym. Zmiana geometrii ostrza lub parametrów wytrzymałościowych skały, powoduje zmianę wielkości głównego elementu wióra, charakterystycznego dla danych warunków skrawania. Tym samym zmienia się przebieg obserwowanego sygnału siły skrawania.

Jak już wspomniano, mechanizm tworzenia wióra w trakcie skrawania materiałów kruchych (w tym zwłaszcza skał), jest zależny od bardzo wielu czynników, takich jak parametry skrawania, parametry konstrukcyjne ostrza (w tym zwłaszcza jego kąt natarcia) czy właściwości skrawanego materiału (np.

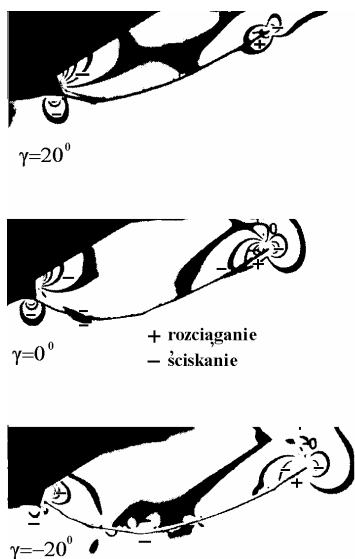
wytrzymałości na ściskanie:  $f_c$ ,  $f_{cc}$ , czy rozciąganie  $f_t$ ). Upraszczając nieco zagadnienie, można stwierdzić, że zależnie od kombinacji tych czynników, cykliczne tworzenie elementów wióra może przebiegać w procesie odrywania odłamków skały (duże wartości kątów natarcia ostrza) zachodzącym na skutek przekroczenia wytrzymałości na rozrywanie, lub w procesie ścinania części materiału przed ostrzem (małe kąty natarcia).



Rys. 2.9. Wpływ kąta natarcia ostrza na kształt i wymiary elementu wióra podczas skrawania materiału kruchego (te same warunki skrawania). Kształt krzywej ograniczającej element wióra od dołu, ilustruje kształt propagującej szczeliny towarzyszącej odspajaniu elementu [36].

W procesie propagacji szczeliny towarzyszącej odspajaniu elementu wióra, istotną rolę pełni wartość kąta natarcia ostrza. Szczegółowe badania Sakaloglou [36], przeprowadzone na materiale modelowym, pozwoliły stwierdzić, że dla głębokości skrawu  $h = 10\text{mm}$ , zmiana kąta natarcia w zakresie od  $0^\circ$  do  $60^\circ$ , wywołuje skrócenie zasięgu szczeliny pierwotnej (tym samym zmniejszenie długości głównego elementu wióra) z około  $100\text{mm}$  dla  $\gamma = 0^\circ$ , do około  $40\text{mm}$  dla  $\gamma = 60^\circ$ . Równocześnie też zmienia się kierunek penetracji szczeliny. Im większy kąt natarcia tym szczelina przed ostrzem penetruje bardziej w głąb materiału, a spada jej zasięg (rośnie tym samym grubość głównego elementu wióra), co ilustruje rys. 2.9.

Również inne badania, np. elastoptyczne (por. np. [37]), potwierdzają istotny wpływ kąta natarcia ostrza na kształt i zasięg szczeliny towarzyszącej formowaniu większego elementu wióra, co z kolei ilustruje rys. 2.10.



Rys. 2.10. Wpływ wartości kąta natarcia ostrza, na propagację szczeliny przed ostrzem, w świetle badań elastoptycznych [37]

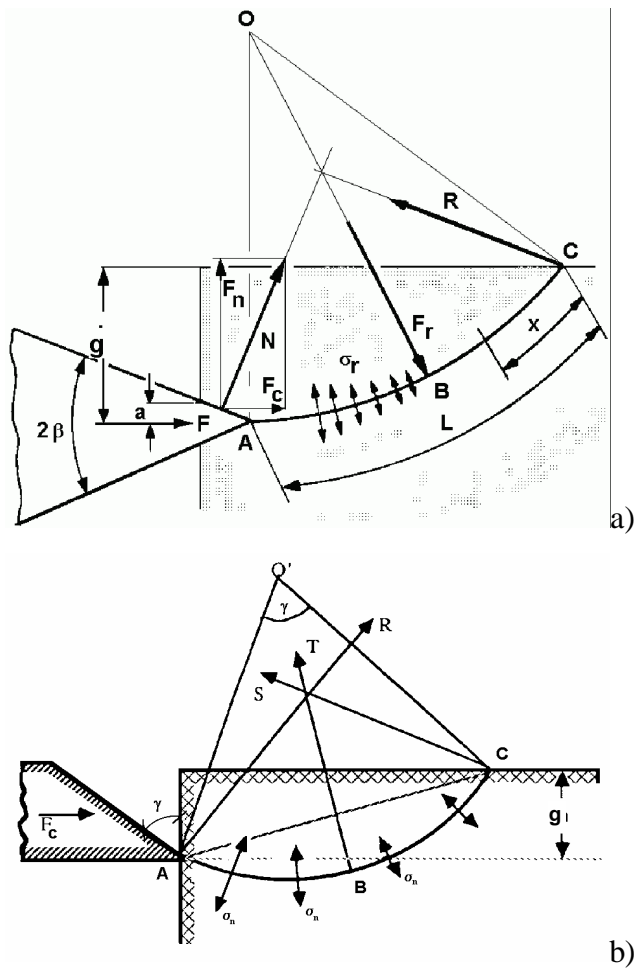
Jak wynika z rys. 2.10, malejący kąt natarcia ostrza, sprzyja wglębnej penetracji szczeliny. Dla ujemnych wartości tego kąta, szczelina penetruje na dużą głębokość, poniżej założonej trajektorii krawędzi skrawającej, w tym przypadku równoległej do dłuższego boku rysunku.

## 2.1 Teoretyczny mechanizm odspajania elementów wióra

Zagadnienia penetracji ostrza narzędzia w skałę są od lat przedmiotem zainteresowania wielu badaczy. Dzięki prowadzonym badaniom eksperymentalnym, udało się stworzyć różnorodne modele empiryczne tworzenia się elementów wióra, w procesie skrawania skał kruchych.

Hipotezy opisujące w sposób teoretyczny mechanizm odspajania elementów wióra, dzieli się najczęściej na trzy grupy, tj.:

- hipotezy nawiązujące do teorii skrawania metali (np. model Nishimatsu [29]),
- hipotezy zakładające krzywoliniowy kształt pęknięcia pod wpływem naprężeń ścinających lub rozciągających (np. model Evansa [3]),
- hipotezy zakładające, że podstawową rolę w procesie skrawania odgrywa „strefa sprasowania” a o odspojeniu decydują naprężenia ścinające lub rozciągające (zależnie od wartości kąta natarcia ostrza) [1].



Rys. 2.11. Model skrawania 2D Evansa, dla: a) klina symetrycznego wg [3], b) klina asymetrycznego [35].

Ponieważ najczęściej zagadnienia analizowane są jako płaskie skrawanie ortogonalne (celem uproszczenia analizy), w większości modeli zakłada się płaską powierzchnię natarcia, nieskończoną szerokość ostrza, idealnie ostre narzędzie oraz głównie prostoliniową trajektorię odspojenia (oprócz łukowej w modelu Evansa). Kąt trajektorii odspojenia wyznacza się korzystając z zasady minimum energii w procesie skrawania. Zależnie od geometrii ostrza oraz parametrów wytrzymałościowych skały, wyznacza się maksymalne wymiary elementu wióra oraz minimalną siłę odspajania, traktowaną jako siła skrawania.

Tak np. w klasycznym już modelu Evansa (rys.2.11), przy wciskania klina asymetrycznego, z uwzględnieniem sił tarcia oraz dla dowolnej szerokości ostrza  $b$ , korzystając z odpowiednich warunków równowagi wióra, wartość siły skrawania wyznaczana jest z zależności [35]:

$$F_{c \min} = \frac{2R_t g b \sin \frac{1}{2}(\frac{\pi}{2} - \gamma + \Theta)}{1 - \sin \frac{1}{2}(\frac{\pi}{2} - \gamma + \Theta)}, \quad (2.1)$$

gdzie:

$R_t$  – wytrzymałość skały na rozciąganie,

$b$  – szerokość ostrza,

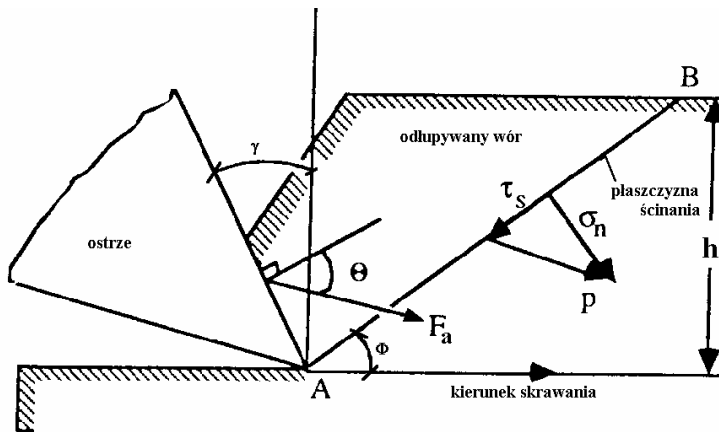
$g$  – głębokość skrawania,

$\gamma$  – kąt natarcia ostrza,

$\Theta$  – kąt tarcia wióra o powierzchnię natarcia.

Do pierwszej grupy modeli, należy zaliczyć np. model mechaniczny strefy skrawania opracowany przez Nishimatsu [29] (rys. 2.12).





Rys. 2.12. Model skrawania wg Nishimatsu [29].

W modelu tym przyjęto rozkład nacisków wzdłuż trajektorii ścinania (odcinek AB) wg zależności

$$p = p_0 \left( \frac{h}{\sin \Phi} - \lambda \right)^n, \quad (2.2)$$

gdzie

$p$  – nacisk jednostkowy,

$p_0$  – stała nacisku,

$h$  – głębokość skrawania,

$\Phi$  – kąt ścinania,

$n$  – współczynnik rozkładu naprężenia,

$\lambda$  – współrzędna wzdłuż odcinka AB.

Suma nacisków na długości odcinka AB musi być równa sile oddziaływania ostrza, stąd

$$F_a + bp_0 \int_0^{h/\sin \Phi} \left( \frac{h}{\sin \Phi} - \lambda \right)^n d\lambda = 0. \quad (2.3)$$

Po scałkowaniu, określić można wartość  $p_0$  :

$$p_0 = -(n+1) \left( \frac{h}{\sin \Phi} - \lambda \right)^{n+1} \frac{F_a}{b}. \quad (2.4)$$

Podstawiając wzór (2.4), do wzoru (2.2) i rozkładając naciski  $p$  na składowe, określa się naprężenia normalne i ścinające (rys. 2.12). Dla  $\lambda = 0$ , otrzymuje się ekstremalne wartości naprężeń:

$$\sigma_n = -(n+1) \frac{\sin \Phi}{hb} F_a \sin(\Phi + \Theta - \gamma), \quad (2.5)$$

$$\tau_n = -\frac{(n+1) hb f_s}{\sin \Phi [\operatorname{tg} \phi \sin(\Phi + \Theta - \gamma) - \cos(\Phi + \Theta - \gamma)]}, \quad (2.6)$$

gdzie:

$\phi$  – kąt tarcia wewnętrznego skały,

$\Theta$  – kąt tarcia wióra o powierzchnię natarcia ostrza,

$\Phi$  – kąt ścinania wióra,

$f_s$  – wytrzymałość skały na ścinanie.

Wykorzystując powyższe zależności oraz wykorzystując hipotezę wyężeniową Coulomba-Mohra, Nishimatsu wyprowadził wzór na siłę  $F_a$  (formowania wióra), w postaci:

$$F_a = \frac{2}{n+1} f_s hb \frac{\cos \phi}{1 - \sin(\phi + \Theta - \gamma)}. \quad (2.7)$$

Siła skrawania  $F_c$ , jest składową siły  $F_a$ , stąd:

$$F_c = \frac{2}{n+1} f_s hb \frac{\cos \phi}{1 - \sin(\phi + \Theta - \gamma)} \cos(\Theta - \gamma). \quad (2.8)$$

Do obliczania parametrów wytrzymałościowych skał, Nishimatsu korzysta z zależności:

$$f_s = \frac{f_t f_c}{2\sqrt{f_t(f_c - 3f_t)}}, \quad (2.9)$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{f_c^2 - 4f_s^2}{4f_c f_s}, \quad (2.10)$$

oraz na wartość współczynnika rozkładu naprężeń w postaci:

$$n = 11,3 - 0,18\gamma. \quad (2.11)$$

gdzie:

$f_c$  – wytrzymałość skały na ściskanie,

$f_t$  – wytrzymałość skały na rozciąganie.

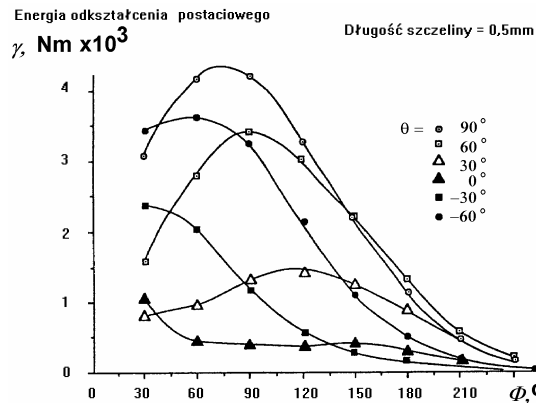
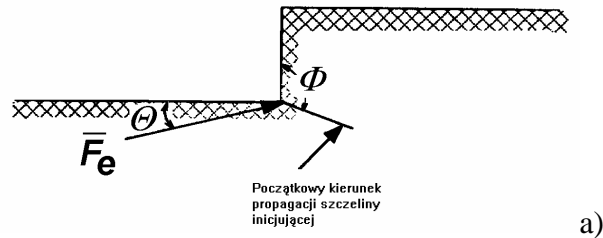
Opracowane dotychczas modele zasadniczo opisują pewne najważniejsze etapy niszczenia struktury skały lecz nie pozwalają np. na ilościową ocenę naprężeń oraz pola przemieszczeń generowanego podczas wspomnianej penetracji, co może być przydatne w ocenie danej konstrukcji ostrza skrawającego.

## 2.2 Symulacje numeryczne procesu formowania wióra

Opisane modele teoretyczne oddziaływania ostrza na skałę, zanedbują pewne istotne efekty związane z właściwościami materiału zniszczonego. Podstawowa trudność analitycznej oceny penetracji narzędzia związana jest np. z faktem, że równania konstytutywne, które są generalnie przyjmowane do

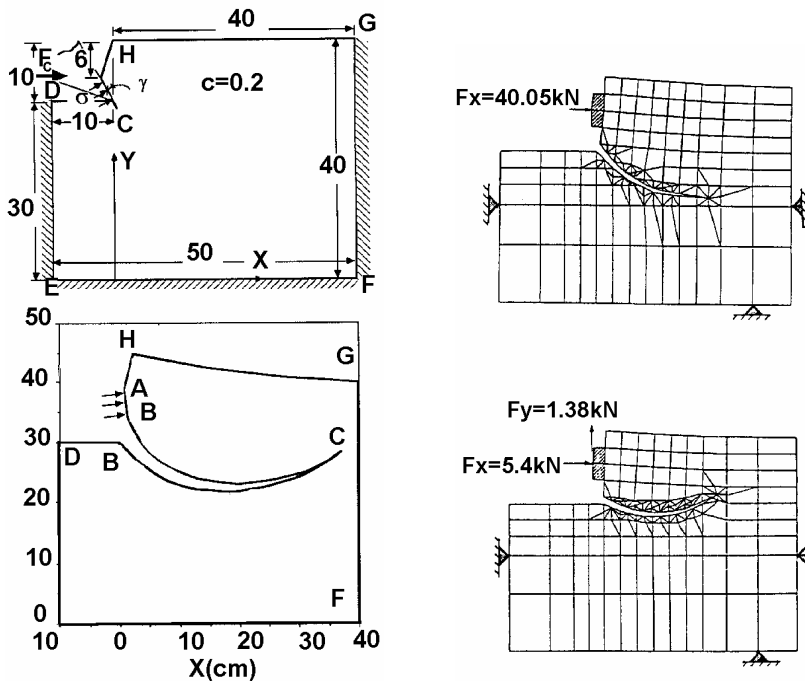
oceny zachowania się skał w stanie sprężystym, stają się nieodpowiednie dla skał zniszczonych (spękanych). Złożoność cech skały po procesie zniszczenia powoduje, że zagadnienie to staje się prawem konstytutywnym, a jego rozwiązanie jest bardzo trudne (na obecnym etapie badań, prawie niemożliwe). Stąd też docelowym zadaniem aktualnie prowadzonych w świecie badań, jest opracowanie modelu matematycznego dla skał zniszczonych i opracowanie programu komputerowego w oparciu np. o Metodę Elementów Skończonych (MES), która najszerszej się jak do tej pory upowszechniła. Program taki powinien umożliwiać przeprowadzenie symulacji kolejności występowania mechanizmów penetracji ostrza oraz dostarczenie lepszego opisu faz zniszczenia, tj. początkowego pęknięcia (powstawania rys), zgniatania (miażdżenia materiału w strefie kontaktu z ostrzem) oraz końcowego zniszczenia (odspojenia elementu wióra, w wyniku rozwoju szczeliny głównej). W niniejszym rozdziale, przytoczono niektóre wyniki prac prowadzonych w tematyce symulacji komputerowej procesu formowania wióra, przy skrawaniu skał.

Od wielu lat podejmowane są próby badania procesu generowania elementu wióra zależnie od parametrów ostrza czy parametrów fizykomechanicznych skały. Zależnie od stanu wiedzy z zakresu mechaniki pęknięcia materiałów oraz możliwości techniki komputerowej badania te prowadzono głównie z wykorzystaniem metody elementów skończonych (rzadziej wykorzystując metodę elementów brzegowych), przyjmując określony stopień uproszczenia zjawiska. Tak np. badano kształtowanie się energii odkształcenia postaciowego, zależnie od kierunku oddziaływania siły skupionej przyłożonej w okolicy progu skalnego, czy kierunku inicjacji szczeliny (por. Hardy [8], rys. 2.13).



Rys. 2.13. Model niszczenia skały podczas skrawania (a) oraz wpływ symulowanej wartości kąta inicjacji szczeliny  $\Phi$ , na kształtowanie się energii odkształcenia postaciowego, dla określonej wartości kąta oddziaływania  $\beta$ , symulowanej siły tworzenia wióra  $F_e$ ; b) wg Hardy'ego [8].

Symulowano w ten sposób między innymi warunki oddziaływania ostrza o różnej wartości kąta natarcia jak też różnym współczynnikiem tarcia wióra o powierzchnię natarcia. Jak wykazały badania, dla porównywalnych parametrów technologicznych skrawania, wspomniana energia może się zmieniać w bardzo szerokich granicach, zależnie od warunków tarcia wióra o powierzchni natarcia, czy wartości kąta natarcia ostrza (w rozpatrywanym przypadku  $\beta = \gamma + \Theta$ , tj. kąt działania siły  $F_e$  – tworzącej wiór, jest równy sumie kąta natarcia i kąta tarcia wióra o powierzchnię natarcia).

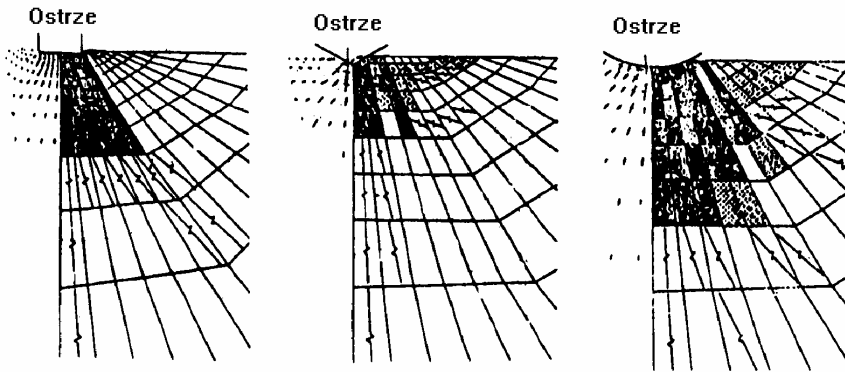


Rys. 2.14. Przebieg trajektorii szczeliny towarzyszącej odpajaniu elementu wióra, zależnie od wartości kąta natarcia oraz sposobu obciążania progu skalnego (wg [8, 9, 39]).

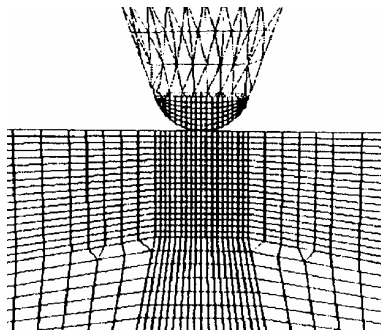
Bazując na modelu skrawania Evansa (rys. 2.11) starano się wyznaczyć zasięg jak i przebieg trajektorii szczeliny towarzyszącej odpajaniu elementu wióra, zależnie od sposobu oddziaływania ostrza na skałę, jego geometrii lub też kierunku oddziaływania siły formowania wióra. Wykorzystując Metodę Elementów Brzegowych (rys. 2.14a) [39] lub MES (rys. 2.14b) [9,10], zagadnienie przeanalizowano dla różnych wariantów zadawanego obciążenia (obciążenie ciągłe, jak na rys. 2.14a lub skupione, jak na rys. 2.14b). Wyniki tych analiz potwierdziły sugestie Evansa, co do przebiegu trajektorii szczeliny. Potwierdzone zostały też sugestie Wagnera (rys. 2.10), że na zasięg odspojenia, istotny wpływ ma kierunek całkowitej siły skrawania lub inaczej siły tworzenia wióra, który z kolei jest zależny od wartości kąta natarcia ostrza.

W wielu analizach, zagadnienie traktowano jako płaskie zadanie kontaktowe (np. Wang i Lehnhoff [38], Zacharski [41, 42]). Przyjmując założenie o nieskończonej szerokości ostrza narzędzia, zagadnienie

sprowadzano najczęściej do analizy oddziaływania odpowiednio ukształtowanego stempla na półpłaszczyznę skalną (płaski stan odkształcenia), co ilustruje rys. 2.15 oraz 2.16.



Rys. 2.15. Kształtowanie się stref wyężenia materiału w strefie oddziaływania ostrza o założonej geometrii, na półpłaszczyznę skalną (Wang i Lehnhoff [38]).



Rys. 2.16. Sposób dyskretyzacji modelu oddziaływania ostrza na półpłaszczyznę skalną, siatką elementów skończonych (Zacharski [41, 423]). Płaskie zagadnienie kontaktowe.

Podstawową wadą przedstawionych dotychczas modeli jest to, że nie jest możliwy względny ruch materiału i ostrza. Ponadto, modelowanie oddziaływania ostrza w strefie skrawania, w postaci oddziaływania stempla o określonej geometrii na półpłaszczyznę skalną, jak też w postaci siły skupionej lub obciążenia ciągłego o stałej wartości wzdłuż powierzchni natarcia i oddziałującego jedynie wzdłuż tejże powierzchni, jest zbyt dużym

uproszczeniem. Jak wykazują badania laboratoryjne (np. [7, 11, 13, 16, 17]), kontakt ostrza ze skrawanym materiałem, w strefie gdzie materiał nie podlega bocznemu wykruszaniu, zachodzi nie tylko wzdłuż powierzchni natarcia, lecz przebiega także w pewnej przestrzeni, wzdłuż krawędzi skrawającej głównej i pomocniczych, na pewnym obszarze głównej i pomocniczych powierzchni przyłożenia (powierzchni bocznych ostrza).

O aktualności poruszanej tematyki świadczy fakt, że w ostatnich latach, szereg autorów w USA, Chinach i Szwecji, podejmuje próbę wykorzystania najnowszych osiągnięć w zakresie systemów MES, do symulacji procesów urabiania skał, maszynami górniczymi o różnej zasadzie działania (np. [27, 40]).

## **2.3 Wstępne badania autorów**

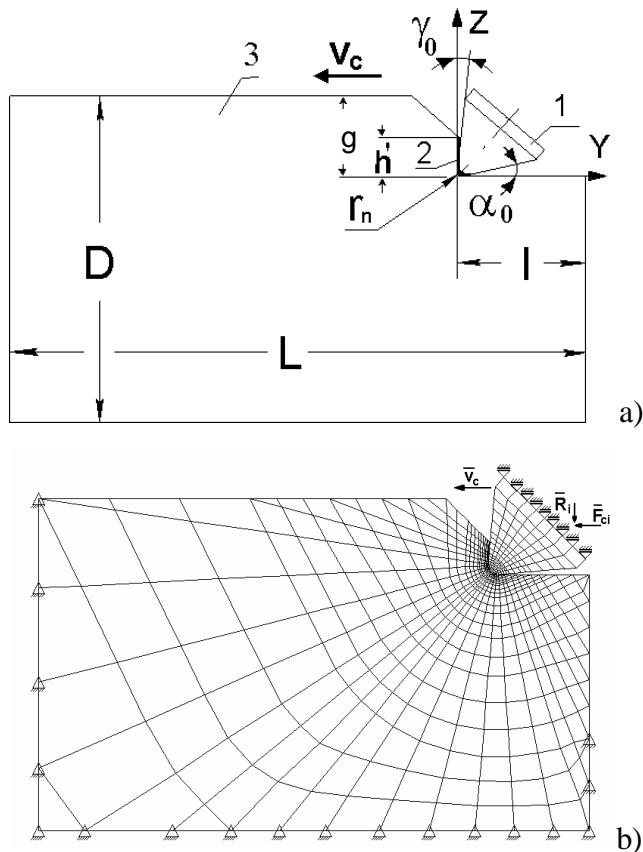
Ponieważ w literaturze polskiej stwierdzono brak opracowań w poruszonym temacie, wstępne badania numeryczne procesu oddziaływania ostrza na materiał skalny, autorzy monografii poświęcili głównie zbieraniu doświadczeń odnośnie określonych aspektów symulacji procesu. Na tym etapie badań skupiono się głównie symulacjom prowadzonym dla zagadnienia kontaktowego, realizowanego w płaskim stanie odkształcenia, stosując zmienną gęstość siatki MES.

### **2.3.1 Oddziaływanie ostrza na skałę jako zagadnienie kontaktowe**

Z uwagi dużą liczbę czynników mających wpływ na przebieg i efekty procesu skrawania skał, zachodzącego w rzeczywistych warunkach urabiania, istniała konieczność selektywnego rozpatrywania ich wpływu. Stąd też dla uproszczenia, w badaniach np. [14÷15, 18÷26], analizie poddano proces skrawania ortogonalnego, którego model mechaniczny, przyjęto jak na rys. 2.17. Zadanie analizowano jako płaskie zagadnienie kontaktowe,



rozpatrywane w płaskim stanie odkształcenia. Z uwagi na występowanie w rzeczywistym procesie skrawania, pomiędzy ostrzem a litą skałą, przejściowej warstwy materiału utworzonej ze zmiażdżonej skały, materiał skrawany potraktowano jako dwuwarstwowy [19]. Jak wiadomo, zmiażdżony materiał skalny zalegający pomiędzy ostrzem a litą skałą zmienia warunki tarcia w strefie skrawania jak również może powodować zmianę rozkładu naprężeń w tej strefie.



Rys. 2.17. a) Model mechaniczny strefy skrawania: 1- nóż, 2-warstwa kontaktowa, 3-skrawany materiał, b) sposób dyskretyzacji przyjęty w analizie MES [18, 20].

Aby uprościć nieco zagadnienie, przyjęto stałą grubość warstwy kontaktowej, w całej strefie styku ostrza i skały, równą 0,1mm. Dla noży płaskich, zagadnienie odpowiadało więc skrawaniu ortogonalnemu ostrzem o pewnym promieniu zaokrąglenia krawędzi skrawającej  $r_n$  (0,1mm),

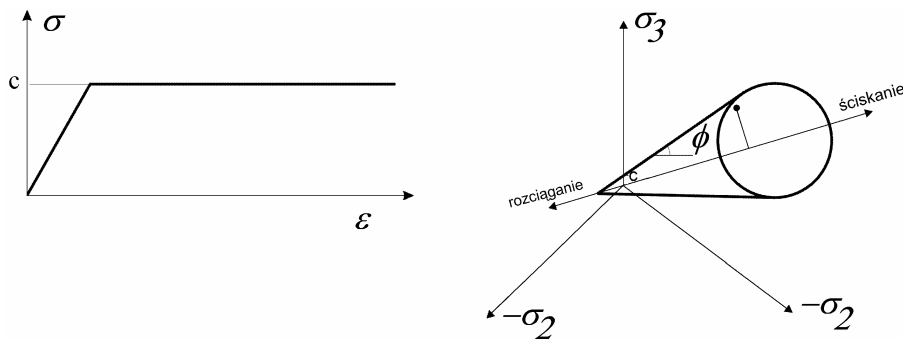
z głębokością skrawania  $g$  (12mm), w pewnej odległości  $l$  (rys.2.17a) od brzegu próbki (na tyle dużej, aby zachować jednorodność rozkładu naprężeń).

Sposób dyskretyzacji modelu elementami skończonymi oraz utwierdzenia węzłów brzegowych (stałymi podporami) przyjęto [20÷26] jak na rys.2.17b. Zagęszczono siatkę w strefie oddziaływania krawędzi skrawającej, stopniowo ją rozrzedzając, w miarę oddalania się od tejże krawędzi. Wymiary obszaru modelu przyjęto doświadczalnie tak, aby zminimalizować wpływ podpór elementów brzegowych, na rozkład naprężeń w całym obszarze, oraz na tyle duży, aby zapewnić odpowiednią ilość miejsca na hipotetyczne odspojenie wióra charakterystycznego dla założonej głębokości skrawania. Węzłom podstawy ostrza, narzucono warunki brzegowe, tak jak na rys.2.17b, tj. w postaci podpór przesuwnych, pozostawiając im tym samym jeden stopień swobody, tj. możliwość ruchu wzdłuż założonego kierunku prędkości skrawania  $v_c$ , pod wpływem całkowitej siły wymuszającej  $\sum F_{ci}$ , skierowanej zgodnie z kierunkiem wspomnianej prędkości (dla zwiększenia jednorodności obciążenia ostrza, w węzłach jego podstawy przyłożono elementarne siły wymuszające  $F_{ci}$  – podobnie do działania obciążenia ciągłego. Symulowano w ten sposób oddziaływanie uchwytu noża). Obciążenie noża zadawano krokowo, z przyrostem 5% w każdym następnym kroku. W wyniku badań przeanalizowano kształtowanie się naprężeń w strefie skrawania oraz siły reakcji skały na ostrze, zależnie od parametrów wytrzymałościowych skały, geometrii ostrza, warunków tarcia w strefie skrawania. W badaniach tych stosowano warunek plastyczności Podgórskiego [30, 31]. Dla analizowanych przypadków wyznaczono także wymiary głównego elementu wióra.

Z uwagi na istotną różnicę w sztywności materiału ostrza (odpowiednio dobranego węglika) oraz skały, jego model wytrzymałościowy przyjęto jako liniowo sprężysty. W takim przypadku, z punktu widzenia analiz MES, ważne są dwa parametry, tj.: moduł Younga  $E$  oraz współczynnik Poissona  $\nu$ . Dla

typowych gatunków węgliku spiekanego, jakie są stosowane do urabiania skał, parametry te przyjęto:  $E = 6,3 \times 10^5 \text{MPa}$  oraz  $\nu = 0,22$  (węgiel B2).

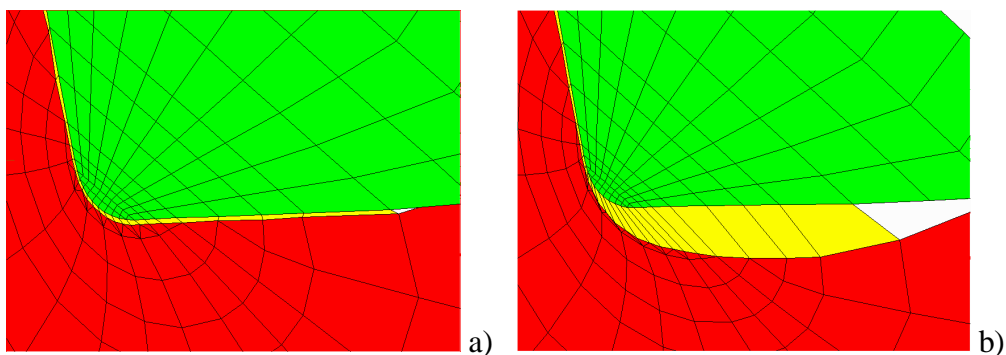
W przypadku warstwy „kontaktowej”, która miała symulować oddziaływanie warstwy sprasowanego miazgu (pyłu) problemem było określenie tak modułu Younga jak i współczynnika Poissona. Można tutaj wykorzystać pewne analogie z zachowaniem się np. niektórych gruntów. Stąd też w tym przypadku zaproponowano model ciała sprężysto-idealnieplastycznego, o charakterystykach przedstawionych na rys. 2.18. W obszarze ściskania, wspomniana warstwa kontaktowa powinna zachowywać się jak skrawany materiał (z uwagi na wszechstronne ściskanie). W obszarze rozciągania warstwa powinna stawiać niewielki opór przy odkształceniach. Wartość kohezji  $c$ , zależnie od potrzeb prowadzonej analizy, przyjęto na poziomie  $0,01 \div 0,1 \text{MPa}$ , tj. niewiele większą od zera. Wartość kąta tarcia wewnętrznego może być dobierana tak jak dla rzeczywistego materiału skrawanego, lub też fikcyjnie, zależnie od celu prowadzonej analizy.



Rys. 2.18. Model wytrzymałościowy warstwy „kontaktowej” [18, 19].

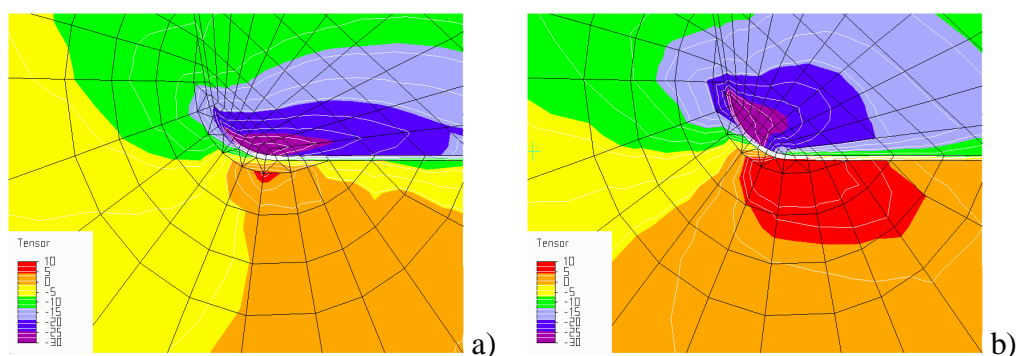
Tak przyjęte parametry warstwy „kontaktowej”, pozwoliły na modelowanie przemieszczania się ostrza względem skały, bez utraty ich wzajemnego kontaktu, zachodzącego przy tym, przy zmieniającym się wzajemnym nacisku [18, 21].

W wielu analizach (np. [14, 15, 18÷26]), potwierdzona została przydatność warstwy „kontaktowej”, w badaniach strefy skrawania, prowadzonych z zastosowaniem MES. Jej zachowanie najlepiej oddaje rys. 2.19. Na rys. 2.19b, w strefie powierzchni natarcia, elementy warstwy nie uległy istotnym deformacjom, podczas gdy w strefie powierzchni przyłożenia, widoczny jest efekt silnego rozciągania elementów warstwy. Efekt ten powstał w wyniku silnej deformacji materiału skrawanego, zachodzącej na krawędzi skrawającej. Obliczenia wykonano w dwóch wariantach dla liniowo sprężystego modelu materiału skrawanego i takiego samego modelu warstwy (czyli tak jakby jej nie było) oraz liniowosprężystego modelu materiału skrawanego oraz nieliniowego, sprężysto-idealnieplastycznego (przyjęto warunek plastyczności Druckera-Pragera) modelu warstwy kontaktowej.



Rys. 2.19. Zachowanie się warstwy „kontaktowej” pomiędzy ostrzem a litą skałą dla warstwy kontaktowej: a) o liniowosprężystym, b) o sprężysto-idealnieplastycznym modelu materiału [19,26].

W tym przypadku, do badań przyjęto promień zaokrąglenia krawędzi skrawającej  $r_n = 1,5\text{mm}$ , kąt natarcia  $\gamma_0 = -10^\circ$  oraz kąt przyłożenia  $\alpha_0 = 0^\circ$ .



Rys. 2.20. Rozkład naprężeń  $\sigma_{yy}$  w okolicach krawędzi skrawającej. Parametry warstwy kontaktowej: a)  $c=0,01\text{MPa}$ ,  $\phi = 30^\circ$ , b)  $c=0,01\text{MPa}$ ,  $\phi = 5^\circ$ [19]

Na rys. 2.20, przedstawiono kształtowanie się pól naprężeń normalnych  $\sigma_{yy}$ , w warstwie wierzchniej, tuż za krawędzią skrawającą, zależnie od wartości kąta tarcia wewnętrznej warstwy kontaktowej. Widoczny jest wyraźny wpływ kąta tarcia wewnętrznej warstwy (a więc tym samym i współczynnika tarcia ostrza o skałę), na kształt, wartość naprężeń oraz zasięg pól naprężeń tej samej wartości, generowanych przez ostrze, w strefie skrawania. W rozpatrywanych przypadkach, wartość symulowanego współczynnika tarcia  $\mu = \text{tg}\phi$ , wynosiła odpowiednio 0,58 dla  $\phi = 30^\circ$  oraz 0,1 dla  $\phi = 5^\circ$ .

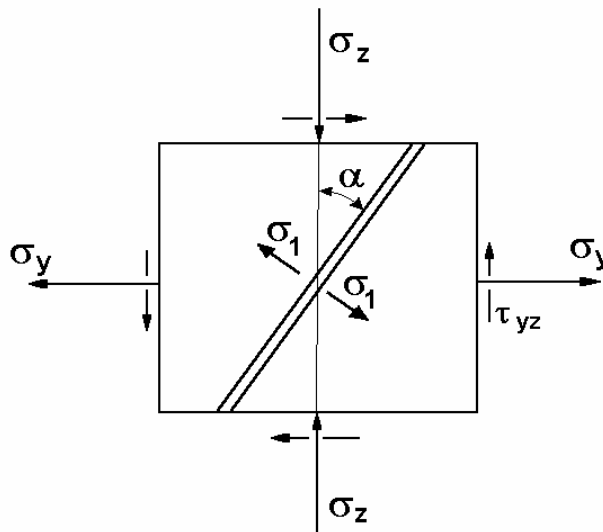
Wprowadzenie w strefę kontaktu ostrza, wspomnianej warstwy, pozwoliło także stwierdzić (por. [18]), że nie tylko dla metali ale również dla materiałów kruchych, na zaokrąglonej krawędzi skrawającej, tak od strony powierzchni przyłożenia jak również od strony powierzchni natarcia (czego dotąd nie udawało się stwierdzić), zachodzi ugięcie materiału.

### 2.3.2 Symulacja propagacji szczeliny towarzyszącej odspajaniu elementu wióra

Jak już wspomniano, w wypadku materiałów kruchych, stan graniczny oznacza początek niestatecznego procesu rozwoju szczelin i mikrorys. Zakładając, że w złożonym stanie naprężenia materiał zachowuje się jak ciało sprężyste, w obszarach zaś, w których jedno z głównych naprężeń  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$

osiąga wartość graniczną przy rozciąganiu, w materiale powstaje pęknięcie prostopadłe do kierunku tego naprężenia, w wyniku czego naprężenie rozciągające spada do zera (rys. 2.20).

Z kolei rozważając dowolny proces w obszarze naprężeń ściskających, granicę plastyczności można utożsamiać z wartością naprężenia, przy której rozpoczyna się proces ostatecznego rozwoju szczelin. Stąd też do celów badań nad propagacją szczeliny przed ostrzem w trakcie formowania elementu wióra (np. [18, 25, 26]), przyjęto schemat obliczeniowy jak na rys. 2.20.



Rys. 2.20 Stan naprężenia w sąsiedztwie linii pęknięcia, dla lokalnie przyjętego układu współrzędnych.

Korzystając z informacji zawartych w pliku wynikowym (\*.out) systemu **ALGOR** (system MES firmy Algor Inc. z Pittsburgha, USA), w szczególności zaś wartości naprężeń:  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{yz}$ , w węzłach siatki modelu, kierunek propagacji wierzchołka szczeliny wyznaczano z zależności:

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg \frac{2\sigma_{yz}}{\sigma_{zz} - \sigma_{yy}}, \quad (2.12)$$

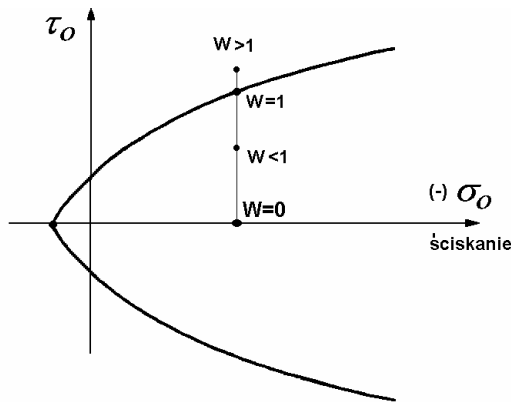
Podobnie, wszystkie obliczenia, zmierzające do wyznaczenia wyężenia materiału w węzłach siatki MES, dla każdego z modeli, oparto na informacjach zapisanych w plikach wynikowych **ALGORA** (\*.out), w których zapisane zostały informacje dotyczące przemieszczeń i naprężeń w węzłach siatki modelu. Najważniejsze z tych informacji (z punktu widzenia rozpatrywanego zagadnienia) dotyczą wartości naprężeń  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{yz}$ ,  $\sigma_{zz}$ , w poszczególnych węzłach siatki. Korzystając z opracowanych procedur, oraz z informacji zapisanych w plikach danych (\*.pin), możliwe jest ustalenie, czy stan naprężenie w danym węźle siatki zbliża się do krytycznego. Jako wskaźnik wyężenia materiału wykorzystano tutaj stosunek naprężeń  $W$  określony równaniem:

$$W = \tau_o / \tau_{og} , \tag{2.13}$$

gdzie:

$\tau_{og}$  – graniczna wartość oktaedrycznego naprężenia stycznego wyznaczona z warunku J. Podgórskiego [30] ,

$\tau_o$  – oktaedryczne naprężenie styczne, wyznaczone na podstawie składowych tensora naprężenia w węźle siatki modelu MES.



Rys. 2.21. Graficzna interpretacja wyężenia materiału, na płaszczyźnie  $\sigma_o - \tau_o$  [17].

Wartość  $W$ , może zmieniać się w granicach od zera do jeden ( $0 \leq W \leq 1$ ), dla  $W=1$ , materiał znajduje się w stanie krytycznym (rys. 2.21).

### 2.3.2.1 Wybór kryterium stanu granicznego

Przy rozwiązywaniu szeregu zagadnień mechaniki ośrodków ciągłych, w których mamy do czynienia z odkształceniami plastycznymi, wykorzystuje się metodę teorii plastyczności, w której zakłada się istnienie tzw. funkcji płynięcia plastycznego w postaci  $F(\sigma_{ij}) = 0$ . Jeśli  $F(\sigma_{ij}) > 0$  wówczas ośrodek zachowuje się jak sprężysty. Przy  $F(\sigma_{ij}) = 0$ , ośrodek ulega zniszczeniu, które w przypadku np. sprężysto-idealnieplastycznego modelu materiału, ma charakter plastycznego płynięcia, a w przypadku np. modelu sprężysto-kruchego, kruchego pęknięcia. Przy czym należy mieć na uwadze, że skały jako materiał kruchy, rzadko cechuje zdolność do plastycznego płynięcia (która jednak rośnie w miarę wzrostu ciśnienia izotropowego). Z uwagi jednak, że jest ona materiałem porowatym, mającym losowo rozłożone mikropęknięcia (typu szczelin Griffitha), które przy obciążeniu działają jak koncentratory naprężeń, wywołując w efekcie dalszy wzrost pęknięć, ich otwieranie się i generowanie nowych rys, stąd często traktuje się skały jako materiał pseudoplastyczny.

W przypadku skał, już we wczesnych stadiach obciążania pojawiają się odkształcenia trwałe, rozwijające się równoległe z odkształceniami odwracalnymi. Do celów modelowania przyjmuje się w niektórych przypadkach, że w granicznym stanie naprężenia, materiał skalny może płynąć plastycznie w sposób nieograniczony bez utraty spójności ośrodka, przy stałym naprężeniu. (co było już omówione, przy opisie właściwości „warstwy kontaktowej”).

Znanych jest wiele postaci funkcji, określanych jako warunki stanu granicznego lub kryteria zniszczenia ośrodka. Do celów przeprowadzonych badań (np. [18, 25]) wykorzystano kryterium stanu granicznego  $PJ$



zaproponowane przez J. Podgórskiego [30, 31], które w ogólnej formie przybiera postać:

$$A_2 \tau_o^2 + A_1 \tau_o + A_0 = 0, \quad (2.14)$$

gdzie:

$A_0$  - jest funkcją ciśnienia hydrostatycznego,

$A_1, A_2$  - są funkcjami zależnymi od niezmienników dewiatora naprężeń ( $J_2, J_3$ ).

W przypadku np. betonów czy skał, kryterium to przyjmuje postać:

$$C_2 \tau_o^2 + C_1 P(J) \tau_o + \sigma_o - C_0 = 0, \quad (2.15)$$

gdzie:

$$P(J) = \cos\left(\frac{1}{3} \arccos \alpha J - \beta\right), \quad (2.16)$$

$$J = \cos 3\varphi = \sqrt{3} \frac{J_3}{2J_2^{3/2}},$$

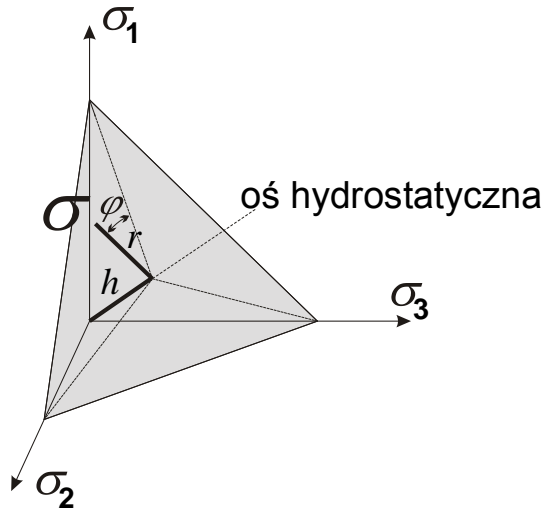
$$\sigma_o = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) / 3 - \text{naprężenie średnie}, \quad (2.17)$$

$$\tau_o = \sqrt{\frac{2J_2}{3}} - \text{oktaedryczne naprężenie styczne},$$

$C_0, C_1, C_2, \alpha, \beta = \text{const.},$

$\varphi$  - współrzędna w cylindrycznym układzie współrzędnych (rys. 2.22),

$J_2, J_3$  - niezmienniki dewiatora naprężenia.



Rys. 2.22. Układ współrzędnych kartezjańskich i walcowych ( $h$ ,  $r$ ,  $\varphi$ ) w przestrzeni naprężeń głównych [30].

Jak wynika z równań (2.15 i 2.16), wybrane kryterium zniszczenia zawiera pięć parametrów :  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $\alpha$  oraz  $\beta$ , których wartości muszą być wyznaczone na podstawie badań eksperymentalnych.

Dla założonych parametrów wytrzymałościowych skrawanego materiału, tj. wytrzymałości na jednoosiowe rozciąganie  $f_t$ , oraz na jednoosiowe ściskanie  $f_c$ , dla płaskiego stanu odkształcenia można przyjąć [30], że

$$f_{0c} = 1,25f_c, f_{cc} = 1,1f_c, f_{vt} = f_t, \quad (2.18)$$

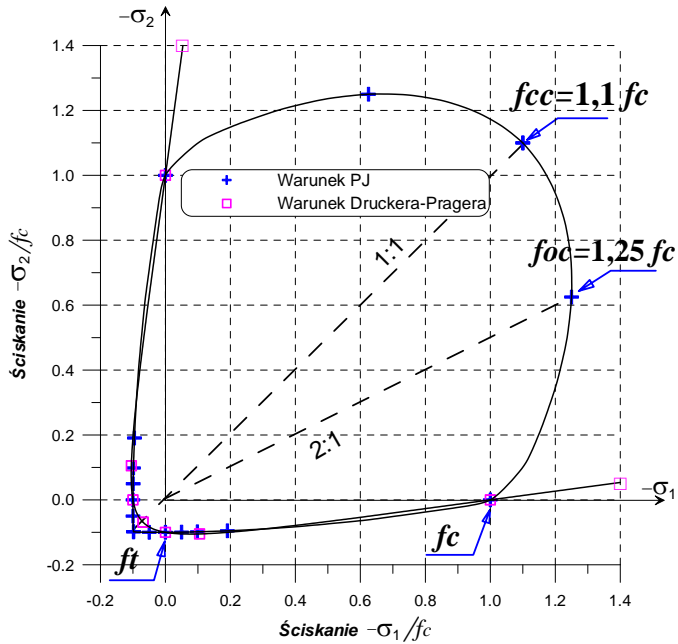
gdzie

$f_{cc}$  – wytrzymałość na dwuosiowe ściskanie, dla  $\sigma_1/\sigma_2 = 1:1$ ,

$f_{0c}$  – wytrzymałość na dwuosiowe ściskanie, dla  $\sigma_1/\sigma_2 = 2:1$ ,

$f_{vt}$  – wytrzymałość na rozciąganie w stanie trójosiowym ( $\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3 = 1/1/1$ ).

W układzie współrzędnych ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ), zależności te ilustruje rysunek 2.23.



Rys. 2.23. Obwiednia powierzchni granicznej dla dwuosowego stanu naprężeń, oraz położenie charakterystycznych punktów odpowiadających cechom wytrzymałościowym materiału.

Wartości współczynników  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ , można wyznaczyć z zależności (por. [30]):

$$\begin{aligned}
 C_0 &= f_t, \\
 C_1 &= \frac{\sqrt{2}}{P_0} \left( 1 - \frac{3}{2} \frac{f_t/f_{cc}}{f_{cc}/f_t - 1} \right), \\
 C_2 &= \frac{9}{2} \frac{f_t/f_{cc}}{f_{cc} - f_t},
 \end{aligned}
 \tag{2.19}$$

przy czym

$$P_0 = P(\varphi = 0) = \cos\left(\frac{1}{3} \arccos \alpha - \beta\right).$$

Z kolei wartości współczynników  $\alpha$ ,  $\beta$ , wyznaczyć można rozwiązując metodą kolejnych przybliżeń następujący układ równań nieliniowych:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} x &= \frac{\lambda \cos \beta - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \beta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - \beta\right) - \lambda \sin \beta}, \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{2\lambda \cos x - \sqrt{3}\theta}{\theta - 2\lambda \sin x}, \\ \alpha &= \cos 3x, \end{aligned} \quad (2.20)$$

wyznaczając wcześniej wartości współczynników  $\lambda$  oraz  $\theta$ , z zależności:

$$\lambda = \frac{f_{cc}}{f_t} \frac{\frac{1}{3} + \frac{f_t}{f_c} - \frac{f_t f_c}{(1 - f_t/f_{cc})f_{cc}^2}}{1 + \frac{2f_c}{3f_t} - \frac{1}{1 - f_t/f_{cc}}}, \quad (2.21)$$

$$\theta = \frac{\sqrt{3}f_{0c}}{2f_t} \frac{\frac{1}{3} + \frac{f_t}{f_c} - \frac{f_t f_c}{(1 - f_t/f_{cc})f_{cc}^2}}{1 + \frac{f_{0c}}{2f_t} - \frac{3f_{0c}^2}{4(1 - f_t/f_{cc})f_{cc}^2}}. \quad (2.22)$$

Iteracje opisane równaniami (2.20) rozpoczynamy przyjmując początkową wartość  $\beta = 0$ , proces jest szybko zbieżny i po kilku iteracjach otrzymujemy wartości stałych  $\alpha$  i  $\beta$  z błędem  $\varepsilon < 10^{-7}$ .

Procedura Alfa\_Beta, napisana w Pascalu, realizująca te iteracje jest fragmentem programu WSG (Warunki Stanu Granicznego), który wyznacza stan wyężenia na podstawie składowych stanu napężenia oraz parametrów wytrzymałościowych materiału ( $f_t$ ,  $f_c$ ,  $f_{cc}$ ,  $f_{0c}$ ) na podstawie warunków: Druckera-Pragera, Hubera-Misesa, Tresca'i, Coulomba-Mohra, Lade'go-Duncana, Ottosena oraz PJ (Podgórskiego). Autorem tego programu jest J. Podgórski.

```

procedure Alfa_Beta(Lambda,Theta:double; var Alfa,Beta:double);
var x,x0,B0,tgx,tgB : double;
    epsilon,dx      : double;
    i,Imax          : word;
begin
  x:=0; Beta:=0.0; epsilon:=1e-7; Imax:=100; i:=0;
  repeat
    inc(i); B0:=Beta; x0:=x;
    tgx:=(Lambda*cos(Beta)-cos(pi/3-Beta))/
      (sin(pi/3-Beta)-Lambda*sin(Beta));
    x:=arctan(tgx);
    tgb:=(2*Lambda*cos(x)-sqrt(3)*Theta)/
      (Theta-2*Lambda*sin(x));
    Beta:=arctan(tgb);
    dx:=abs(1-B0/Beta)+abs(1-X0/X);
  until (dx<epsilon) or (i>Imax);
  Alfa:=cos(3*x);
end; {Alfa_Beta}

```

Po określeniu stałych materiałowych  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  można przystąpić do określenia wskaźnika wyężenia materiału  $W$  opisanego równaniem (2.13). Wliczamy w tym celu wartości niezmienników dewiatora naprężenia,  $J_2$ ,  $J_3$ , a następnie wartości naprężeń okteadrycznych (2.17) i wartość funkcji przekroju powierzchni granicznej  $P(J)$  (2.16). Wartość graniczną naprężenia stycznego obliczymy rozwiązując równanie kwadratowe względem  $\tau_{og}$  (por. 2.15) :

$$C_2\tau_{og}^2 + C_1P(J)\tau_{og} + \sigma_o - C_o = 0. \quad (2.23)$$

### 2.3.2.2 Dobór stałych materiałowych

Biorąc pod uwagę liniowo-sprężysty model skrawanego materiału kruchego, podstawową grupę zagadnień przeanalizowano przyjmując:

- $f_c = 40,0 \text{ MPa}$  – wytrzymałość na ściskanie,
- $f_t = 2,0 \text{ MPa}$  – wytrzymałość na rozciąganie,
- $E = 1,0 \cdot 10^4 \text{ MPa}$  – moduł Younga,
- $\nu = 0,2$  – współczynnik Poissona.

W konsekwencji, dla tak przyjętych stałych materiałowych, parametry wytrzymałościowe charakteryzujące skrawany materiał w płaskim stanie naprężenia, wynoszą na podstawie (2.18) odpowiednio:  $f_{cc} = 44,0 \text{ MPa}$ ,  $f_{0c} = 50,0 \text{ MPa}$ .

Wyznaczone z równań (2.19, 2.20, 2.21, 2.22) wartości parametrów, niezbędnych do określenia wyężenia materiału, wg uogólnionego kryterium zniszczenia  $PJ$  [30] podane zostały w Tabelicy 2.1.

**Tabelica 2.1** Wartości parametrów powierzchni granicznej (2.15).

Równ. (2.21), (2.22)	Równania (2.20)	Równania (2.19)
$\lambda = 5,117264 \cdot 10^{-1}$	$\alpha = 9,995504 \cdot 10^{-1}$	$C_0 = 2,0 \text{ MPa}$
$\theta = 5,896615 \cdot 10^{-1}$	$\beta = 3,586285 \cdot 10^{-3}$	$C_1 = 1,409651$
		$C_2 = 4,870130 \cdot 10^{-3} (\text{MPa})^{-1}$

W wielu systemach MES dostępne są klasyczne warunki stanu granicznego stosowane dla materiałów z tarcie wewnętrznym (skały, beton, grunty) jak warunki Druckera-Pragera (Hubera-Misesa-Schleichera, por. [2] rozdz. 7) lub Coulomba-Mohra. Stałe tych modeli uzależnione są najczęściej od dwóch parametrów: kohezji  $c$ , oraz kąta tarcia wewnętrznego  $\phi$ , które są wygodne przy opisie ośrodków sypkich (np. piasek) lub grunty. Materiały zwarte (skały, beton) scharakteryzowane są zwykle przez parametry takie jak wytrzymałość na ściskanie  $f_c$ , wytrzymałość na rozciąganie  $f_t$  w jednoosiowych

stanach naprężenia. Zależność między stałymi  $c$ ,  $\phi$  oraz  $f_c$  i  $f_t$  można w łatwy sposób uzyskać dobierając tak parametry powierzchni granicznej aby przechodziła ona przez punkty w przestrzeni naprężeń odpowiadające wytrzymałości w stanach jednoosiowych.

Dla przykładu rozważmy parametry powierzchni granicznej związanej z warunkiem Druckera-Pragera (D-P):

$$a I_1 + \sqrt{J_2} - \kappa = 0, \quad (2.24)$$

gdzie:

$a$ ,  $\kappa$  – stałe modelu D-P zależne od charakterystyki materiału,

$I_1$  – pierwszy niezmiennik tensora naprężenia,

$J_2$  – drugi niezmiennik dewiatora naprężenia.

Przy czym

$$a = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}, \quad (2.25)$$

$$\kappa = \frac{6 c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}, \quad (2.26)$$

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \quad (2.27)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2], \quad (2.28)$$

gdzie

$c$  - kohezja,

$\phi$  - kąt tarcia wewnętrznego skrawanego materiału,

$\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  - naprężenia główne.

W analizie skał wygodniejszym zestawem parametrów wytrzymałościowych materiału są wytrzymałości na ściskanie i rozciąganie w stanach

jednoosiowych tj.  $f_c$  oraz  $f_t$ . Wartości stałych  $a$  i  $\kappa$ , występujących w równaniu (2.24), można zatem wyznaczyć na podstawie znanych  $f_c$  i  $f_t$  korzystając z zależności:

- dla jednoosiowego ściskania:

$$\sigma_1 = -f_c, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_3 = 0, \quad I_1 = -f_c, \quad J_2 = \frac{1}{3}f_c^2,$$

- dla rozciągania:

$$\sigma_1 = f_t, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_3 = 0, \quad I_1 = f_t, \quad J_2 = \frac{1}{3}f_t^2.$$

Podstawiając te zależności do równania (2.24) otrzymamy:

$$\begin{aligned} -a f_c + \frac{f_c}{\sqrt{3}} &= \kappa, \\ a f_t + \frac{f_t}{\sqrt{3}} &= \kappa. \end{aligned} \tag{2.29}$$

Rozwiązanie tego układu równań prowadzi do związków:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{f_c - f_t}{f_c + f_t}, \\ \kappa &= \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{f_c f_t}{f_c + f_t}. \end{aligned} \tag{2.30}$$

Mając wyznaczone wartości parametrów  $a$  oraz  $\kappa$ , przekształcając zależności (2.25) oraz (2.26) można wyznaczyć wartość kąta tarcia wewnętrznego  $\phi$  oraz kohezji  $c$ :

$$\begin{aligned} \sin \phi &= \frac{f_c - f_t}{f_c + \frac{1}{3}f_t}, \\ c &= \frac{2 f_t}{(3 + f_t/f_c) \cos \phi}. \end{aligned} \tag{2.31}$$



Dla przyjętych wcześniej parametrów  $f_c$  i  $f_t$  wyznaczone wartości tych parametrów wynoszą ostatecznie:

$$a = 0,522365 \quad \kappa = 1,099715 \text{ MPa}$$

oraz  $c = 3,682298 \text{ MPa} \quad \phi = 69,1356^\circ$ .

Porównując te parametry (np. kąt tarcia wewnętrznego  $\phi$ ) z wyznaczonymi doświadczalnie przez bezpośredni pomiar współczynnikami możemy zauważyć pewne rozbieżności, które wynikają z niedoskonałości modelu teoretycznego. Stałe ( $c$ ,  $\phi$ ) powinny być zatem traktowane jako stałe modelu (D-P) dobierane tak aby najlepiej dopasować wyniki otrzymywane analitycznie w danymi doświadczalnymi. Rysunek 2.23 przedstawia obraz krzywej granicznej opisanej warunkiem D-P dla płaskiego stanu naprężenia. Parametry tej krzywej zostały wyliczone z równań (2.30). Przebieg krzywej wykazuje bardzo dobrą zgodność z danymi eksperymentalnymi w obszarze „ścianania” gdzie  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 < 0$ .

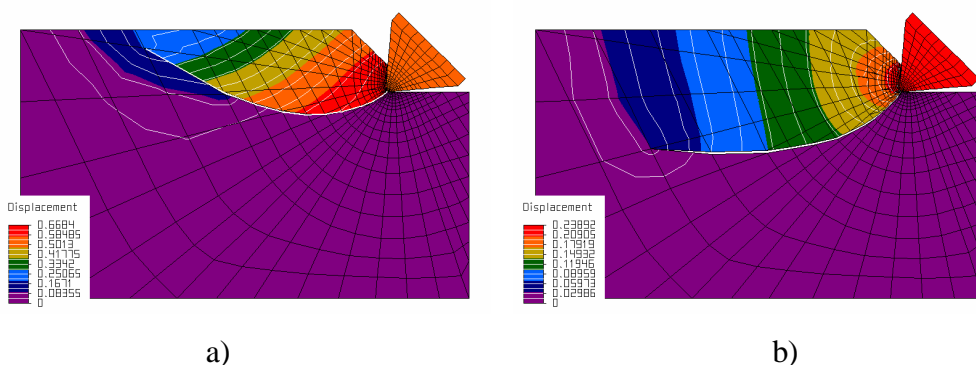
W analizach przeprowadzanych przez autorów, najczęściej brane były parametry charakterystyczne dla średniozwięzłego piaskowca szarego o wytrzymałości na ściskanie  $f_c = 40\text{MPa}$  oraz wytrzymałości na rozrywanie  $f_t = 2 \text{ MPa}$ . Przyjmowano także: moduł Younga  $E = 10^4\text{MPa}$  oraz współczynnik Poissona  $\nu = 0,2$ . W zadaniach, gdzie używany był warunek Druckera-Pragera, dostępny np. w procesorach nieliniowych **ALGORA**, z uwagi na zgodność z danymi doświadczalnymi, przyjmowano w symulacji wartości kohezji  $c$  oraz kąta tarcia wewnętrznego  $\phi$ , wyliczone z równań (2.31). W innych systemach MES problemem ten może być rozwiązywany w nieco odmienny sposób.

### 2.3.2.3 Wybrane wyniki symulacji

W badaniach wstępnych szczegółowo analizowano (por. [14], [15], [18÷26]) wpływ parametrów geometrycznych ostrza (kąt natarcia i przyłożenia, promień zaokrąglenia krawędzi skrawającej, wskaźnik zużycia ostrza),

parametrów wytrzymałościowych skrawanej skały oraz warunków tarcia ostrza o skałę, na przebieg propagacji szczeliny towarzyszącej odpajaniu elementu wióra, kształtowanie się deformacji materiału oraz naprężeń w strefie działania ostrza jak też rozkład sił reakcji skały na ostrze. Niedogodnością badań był brak automatyzacji w procesie przebudowy siatki MES po każdym kroku wyznaczania kierunku propagacji szczeliny.

Wpływ wartości współczynnika tarcia ostrza o materiał skalny w strefie formowania wióra ilustruje rysunek 2.24.

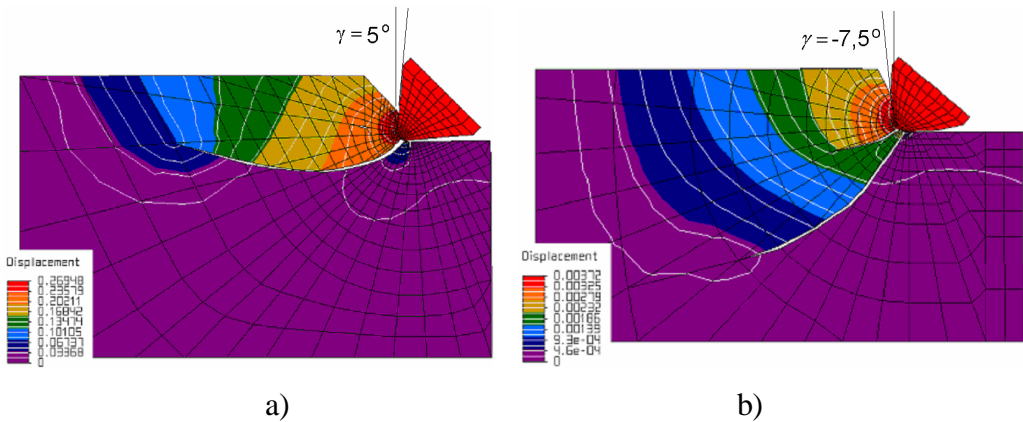


Rys. 2.24. Trajektoria szczeliny pierwotnej oraz rozkład przemieszczeń wypadkowych w okolicy ostrza dla: a)  $\phi = 10^\circ$ , b) w przypadku zwiększonego tarcia wióra o pow. natarcia ostrza, tj. dla  $\phi = 30^\circ$  [14].

Jak wynika z rysunku 2.24, większe tarcie materiału skalnego na powierzchni natarcia ostrza ogranicza ruch odpajanego materiału wzdłuż wspomnianej powierzchni przez co sprzyja głębszej penetracji szczeliny. W efekcie, potencjalnie rosną też wymiary odpajanego elementu wióra.

Podobny skutek powoduje zmniejszenie kąta natarcia ostrza  $\gamma$  (rys. 2.25). Większy kąt natarcia sprzyja łatwiejszemu przemieszczaniu się materiału skalnego wzdłuż powierzchni natarcia w kierunku swobodnej powierzchni (rys. 2.25a). Szczelina początkowo penetruje w głąb materiału, by w pewnym momencie zmienić kierunek i penetrować w stronę wolnej powierzchni. Zmniejszenie kąta natarcia powoduje zaciskanie materiału skalnego powierzchnią natarcia. Brak jest warunków do „spływu” materiału po

powierzchni natarcia w stronę wolnej powierzchni. Szczelina pierwotna zaczyna penetrować w głąb materiału (rys. 2.25b), daleko po ostrze. Dalszy ruch ostrza w założonym kierunku skrawania powoduje wtórne pęknięcie materiału. Jak wynika z symulacji, wtórna szczelina zaczyna penetrować nieco płycej, a jej kształt zaczyna być zbliżony do kształtu obserwowanego w przypadku ostrza o dużo mniejszym kącie natarcia.



Rys. 2.25. Wpływ wartości kąta natarcia ostrza  $\gamma$ , na zasięg szczeliny towarzyszącej formowaniu głównego elementu wióra: a)  $\gamma = 5^\circ$ , b)  $\gamma = -7,5^\circ$

Podsumowując wyniki przedstawionych w tym rozdziale badań wstępnych, można stwierdzić zatem, że zasięg szczeliny pierwotnej mającej wpływ na wymiary elementu wióra, zależy od wielu czynników, takich jak: kąt tarcia wewnętrznego warstwy kontaktowej, przyjętego modelu materiału oraz geometrii ostrza. W praktyce zasięg ten zależy między innymi od współczynnika tarcia wióra o powierzchnię natarcia, parametrów charakteryzujących skrawany materiał (np. kąt tarcia wewnętrznego, kohezja, wytrzymałość na rozrywanie) oraz parametrów geometrycznych ostrza. Część tych zależności, w warunkach laboratoryjnych, została już zidentyfikowana i opisana.

Przeprowadzone analizy, dotyczące zwłaszcza lokalizacji obszarów wyteżenia materiału zależnie od parametrów geometrycznych ostrza czy

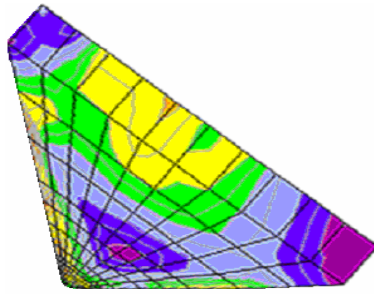
warunków tarcia w strefie skrawania, rozszerzają zakres informacji ułatwiających analizę procesów kształtowania się uszkodzeń generowanych w warstwie wierzchniej, zależnie od rozpatrywanych czynników, które dla metali są znacznie szerzej poznane niż dla materiałów kruchych.

Dla przyjętych warunków modelowania stwierdzono także, iż pierwsze objawy wyciężenia materiału, pojawiają się w okolicach krawędzi skrawającej, tuż pod powierzchnią obrobioną, inaczej więc niż to wynika np. z teorii Bierona, oraz w sposób zbliżony do wyników symulacji przeprowadzonych dla metali. Może to być jednak przyczyną niedoskonałości zaproponowanej metody badań.

Kształtowanie się siły formowania wióra, jak wykazały badania wstępne, jest zależne od bardzo wielu czynników (wartość współczynnika tarcia wióra o pow. natarcia, wartość kąta natarcia, parametry skrawanej skały itd.). Uzyskano zatem zbliżone efekty symulacji, do uzyskanych przez Hardy'ego (rys. 2.13).

Przeprowadzone badania potwierdzają także (np. [21]), że kształt odpajanego elementu wióra, zależy w dużej mierze od wytwarzanego układu sił i reakcji na ostrzu. Dla dużych proporcji sił reakcji i skrawania  $F_p/F_c$ , stwierdzono nieznaczną penetrację wgłębną szczeliny pierwotnej, podczas gdy dla małych proporcji tych sił, charakterystycznych dla dużego kąta ostrza, stwierdzono tendencję do znacznego zagłębiania się wspomnianej szczeliny. Przebieg penetracji szczeliny, ma istotne znaczenie dla wymiarów odpajanego elementu wióra. Pomimo różnych metod badań, w niektórych aspektach, uzyskano zgodność wyników, z uzyskanymi np. przez Ingraffea (i inni) (rys. 2.14a), czy Whittakera (i inni) (rys. 2.14b), jak też Wagnera (rys. 2.10).

W ostatnich latach podejmowane są także próby badań numerycznych, dla skrawania 3D (np. [17]). Oczekuje się, że tylko takie badania, powinny maksymalnie przybliżyć wyniki symulacji, do rzeczywistych warunków, jakie zachodzą w rzeczywistym procesie urabiania skał np. nożami stożkowymi (rys. 2.26).



Rys.2.26. Rozkład naprężeń zredukowanych Hubera, w ostrzu noża stożkowego ( [17]). Model 3D, przekrój osiowy ostrza

Urealnienia procesu formowania wióra należy oczekiwać po wprowadzeniu do symulacji, modelu skrawanego materiału, ujmującego jego takie cechy jak: porowatość, uziarnienie, czy np. postępująca zmiana sztywności i liczby Poissona w strefie zmiążdżenia materiału, w okolicy krawędzi skrawającej. Analizy takie, jeszcze bardziej pozwoliłyby przybliżyć mechanikę procesu formowania wióra, kształtowanie się obszarów wyężenia, generowania uszkodzeń warstwy wierzchniej itp., tak dla technicznych materiałów ceramicznych, jak i materiałów kruchych, pochodzenia naturalnego. Sprawą otwartą pozostaje jeszcze problem możliwości prognozowania sił obciążających ostrze (składowych całkowitej siły skrawania) zależnie od rodzaju skrawanego materiału, w całym cyklu skrawania. Wszystkie te czynniki przemawiają, za kontynuacją omówionej tematyki, w oparciu o najnowsze systemy MES, które jak się przewiduje, umożliwią w przyszłości przeprowadzenie wspomnianych analiz.

Aktualny, burzliwy rozwój metod komputerowych jak i samych komputerów, stwarza zupełnie nowe możliwości symulacji, stąd też zachodzi uzasadniona konieczność prowadzenia badań w poruszonym temacie. Potencjalne upowszechnienie metod symulacji procesów skrawania (zwłaszcza 3D), pozwoli na bardziej optymalne projektowanie narzędzi i głowic

urabiających oraz pozwoli na przyspieszenie prac projektowych np. nad nowymi generacjami maszyn górniczych.

### **3 BADANIA NUMERYCZNE Z WYKORZYSTANIEM METODY "TRACONYCH ELEMENTÓW"**

Z uwagi na brak w literaturze polskiej zadowalających opracowań z tematyki symulacji procesów skrawania materiałów kruchych, w tym zwłaszcza numerycznych symulacji dotyczących rozwoju szczeliny w trakcie odspajania elementu wióra, zaistniała potrzeba opracowania odpowiedniej metodyki oraz sukcesywnego przetestowania metody obliczeń począwszy od zagadnień podstawowych tj. określenia wpływu np. sposobu modelowania oddziaływania ostrza na skałę, doboru stałych materiałowych, zagęszczenia siatki elementów skończonych modelu oraz przyjęcia określonego kryterium stanu granicznego, na wyniki symulacji.

Dokonując analizy aktualnego stanu wiedzy z zakresu metod numerycznych i systemów MES, zwrócono uwagę, że dla celów prowadzonych symulacji, w odniesieniu do modelowania propagacji szczelin w materiałach kruchych, przydatne może okazać się wykorzystanie tzw. „metody traconych elementów”, opisywanej np. w pracy [28]. Stąd też intencją badań zasadniczych, było głównie przetestowanie przydatności tej metody w symulacjach będących przedmiotem badań wstępnych oraz ocena uzyskiwanych wyników. Wymagało to jednak opracowania niezbędnego oprogramowania.

### 3.1 Badania wpływu warunku stanu granicznego i sposobu dyskretyzacji modelu na propagację rysy

Pierwsza grupa zagadnień jaka została poddana analizie, dotyczyła wpływu wyboru określonego warunku stanu granicznego materiału skalnego oraz sposobu dyskretyzacji modelu, na przebieg i wyniki symulacji propagacji szczeliny w trakcie odspajania głównego elementu wióra.

Do analizy wybrano trzy warunki stanu granicznego:

- warunek **PJ**, zaproponowany przez Podgórskiego [30, 34], który zakłada zależność wyężenia materiału od trzech niezmienników tensora naprężenia,
- warunek Druckera-Pragera, w którym wyężenie zależy od dwóch niezmienników ( $I_1, J_2$ ) tensora naprężenia,
- warunek Hubera-Misesa, w którym miarą wyężenia jest wartość drugiego niezmiennika ( $J_2$ ), dewiatora naprężenia.

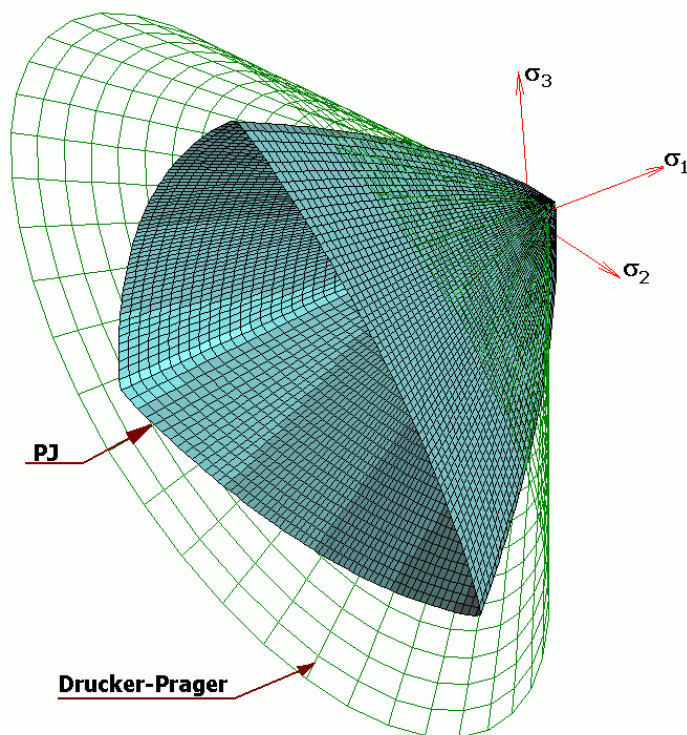
#### 3.1.1 Warunek **PJ**

Warunek **PJ** (szczegółowo opisany w poprzednim rozdziale, p.2.3.2.1 ) został zaproponowany w formie wyrażającej zależność trzech alternatywnych niezmienników ( $\sigma_0, \tau_0, J$ ) tensora naprężenia (2.15). W równaniu tym występuje pięć stałych:  $\alpha, \beta, C_0, C_1, C_2$ , które należy wyznaczyć na podstawie wyników eksperymentów. Autorzy proponują wyznaczyć te stałe na podstawie takich cech materiału jak wytrzymałość na ściskanie w stanie jednoosiowego naprężenia  $f_c$ , wytrzymałość na rozciąganie w jednoosiowym stanie naprężenia  $f_t$ , wytrzymałość na ściskanie  $f_{cc}$  oraz  $f_{0c}$  w płaskim stanie naprężenia przy proporcjach  $\sigma_1/\sigma_2$  równych odpowiednio 1/1 oraz 2/1. Piątą wartością niezbędną do wyznaczenia stałych może być wytrzymałość na rozciąganie w stanie trójosiowym przy proporcji  $\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3 = 1/1/1$ , oznaczona jako  $f_{vt}$ , którą zgodnie z hipotezą R. M. Haythornthwaite'a („tension cutoff”) przyjmujemy

jako równą  $f_t$ . Materiał o właściwościach zbliżonych do betonu można dosyć dobrze opisać przyjmując zależności:  $f_{cc}=1,1 f_c$  ,  $f_{0c}=1,25 f_c$  .

Powierzchnię graniczną opisaną równaniem (2.15) przedstawia w rzucie izometrycznym rysunek 3.1.

Ponieważ szczególnymi przypadkami warunku *PJ* (2.15) są klasyczne kryteria Hubera-Misesa, Tresca'i, Coulomba-Mohra, Druckera-Pragera (Hubera-Misesa-Schleichera) [30, 31] to zmiana parametrów w równaniu (2.15) umożliwia łatwą analizę porównawczą z uwzględnieniem tych kryteriów.



Rys. 3.1. Powierzchnie graniczne opisane warunkami Podgórskiego (*PJ*) oraz Druckera-Pragera [32]



### 3.1.2 Warunek Druckera – Pragera

Korzystając z oznaczeń zastosowanych w równaniu (2.15) warunek Druckera – Pragera (2.24) można zapisać następująco:

$$\sigma_0 - C_0 + C_1 \tau_0 = 0. \quad (3.1)$$

Dwie stałe występujące w tym równaniu wyznaczamy z warunku przejścia powierzchni granicznej przez punkty odpowiadające wytrzymałości materiału w stanach jednoosiowych:  $f_t$  oraz  $f_c$  (por. równ. 2.29). Po rozwiązaniu analogicznego jak w (2.29) układu równań otrzymamy formuły:

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{2}{3} \frac{f_c f_t}{f_c - f_t}, \\ C_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{f_c + f_t}{f_c - f_t}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Krzywą graniczną opisaną równaniem (3.1) na płaszczyźnie naprężeń głównych  $\sigma_1$   $\sigma_2$  pokazuje rys. 3.2.

### 3.1.3 Warunek Hubera – Misesa

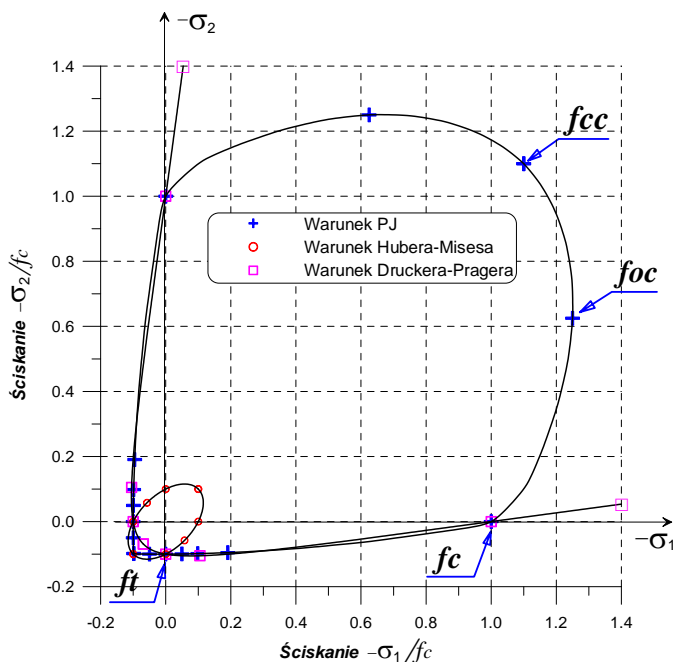
Klasyczne kryterium zaproponowane przez M. T. Hubera i R. von Misesa można również otrzymać przez uproszczenie równania (2.15):

$$\tau_0 - C_0 = 0. \quad (3.3)$$

Stałą  $C_0$ , dobieramy tak, aby materiał wykazywał zgodną z eksperymentem wytrzymałość na rozciąganie,  $f_t$ . Prowadzi to do związku:

$$C_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} f_t. \quad (3.4)$$

Krzywe graniczne w płaskim stanie naprężenia wyznaczone na podstawie (2.15, 3.1, 3.3) pokazano na rys. 3.2.



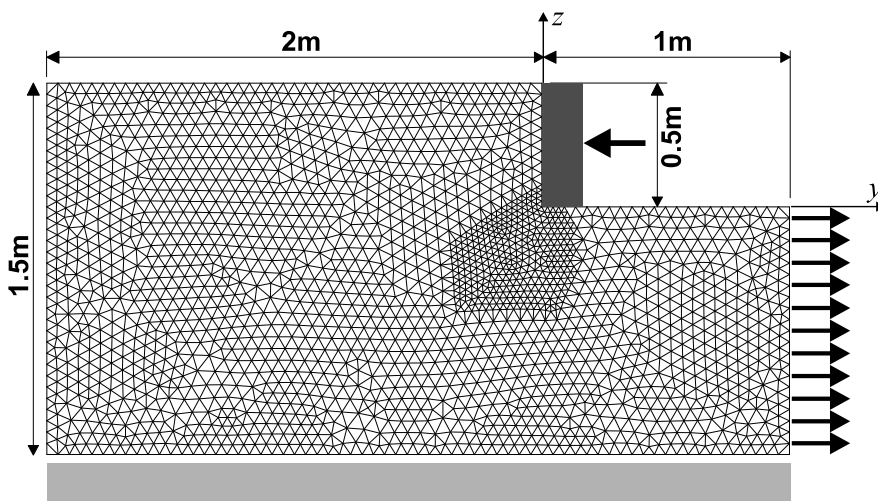
Rys. 3.2. Krzywe graniczne w płaskim stanie naprężenia [32]

### 3.1.4 Parametry modelu i metoda analizy

Parametry geometryczne modelu, który był przedmiotem analizy podane zostały na rys. 3.3. Charakterystyki materiałowe odpowiadają geomateriałom (skały, beton) o wytrzymałości na ściskanie  $f_c = 20\text{MPa}$ ,  $f_{cc} = 22\text{MPa}$ ,

$f_{0c}= 25\text{MPa}$ , oraz wytrzymałości na rozciąganie  $f_t= 2\text{MPa}$ . Moduł Younga  $E= 32.4\text{GPa}$ , współczynnik Poissona  $\nu = 0,167$ .

Przyjęto model obciążenia progu skalnego obciążeniem ciągłym, modelowanym siłami skupionymi przyłożonymi w węzłach siatki na brzegu progu. W analizie skrawania, symulowano w ten sposób oddziaływanie ostrza o zerowym kącie natarcia, oraz założonej głębokości skrawania.



Rys. 3.3. Parametry geometryczne modelu. Siatka 2079 węzłów [32]

Ponadto, przyjęto następujące warunki brzegowe:

$$z = -1 \rightarrow u_z=0,$$

$$y = 0 \rightarrow u_y=0,$$

$$y = 1 \rightarrow \sigma_y=p,$$

gdzie  $p$  oznacza stałe naprężenia rozciągające. Pozostałe brzegi są wolne od naprężeń.

Przyjęto następującą procedurę analizy procesu pęknięcia:

1. wyznaczenie naprężeń od jednostkowego obciążenia  $p$
2. wyszukanie elementu modelu, w którym wartość wyężenia wg przyjętego kryterium osiąga wartość największą

3. wyznaczenie wartości obciążenia  $p$ , przy której spełnione wyężenie w wybranym elemencie osiąga wartość krytyczną
4. usunięcie wybranego elementu

Po zakończeniu tego cyklu następuje powrót do etapu 1. Analizę przerywa się po przebiegu zadanej liczby kroków lub w przypadku zniszczenia modelu. Zarejestrowane wartości obciążenia krytycznego, wraz z przemieszczeniem wybranego punktu modelu, zapisywane są do dalszej analizy.

Obliczenia przeprowadzono przy użyciu modułu SSAP0 systemu Algor oraz własnego oprogramowania, którego zadaniem było sprawdzanie wyężenia, usuwanie „zniszczonych” elementów oraz rejestracja wartości obciążeń krytycznych.

### 3.1.5 Wyniki analizy numerycznej

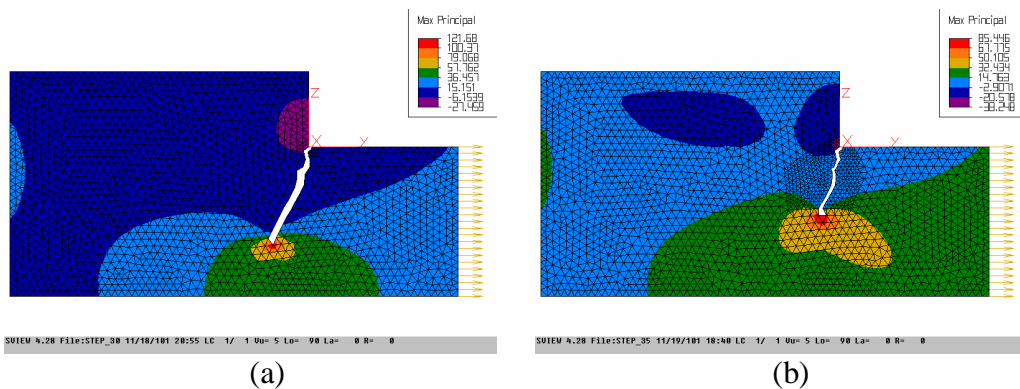
Z wielu analiz propagacji rysy przy zmieniających się kryteriach zniszczenia oraz różnych gęstościach siatek elementów zaprezentowano poniżej wybrane przykłady:

- kryterium  $PJ$ , siatka 1844 węzłów,
- kryterium  $PJ$ , siatka 2079 węzłów,
- kryterium Druckera-Pragera, siatka 2079 węzłów,
- kryterium Hubera-Misesa, siatka 2079 węzłów,

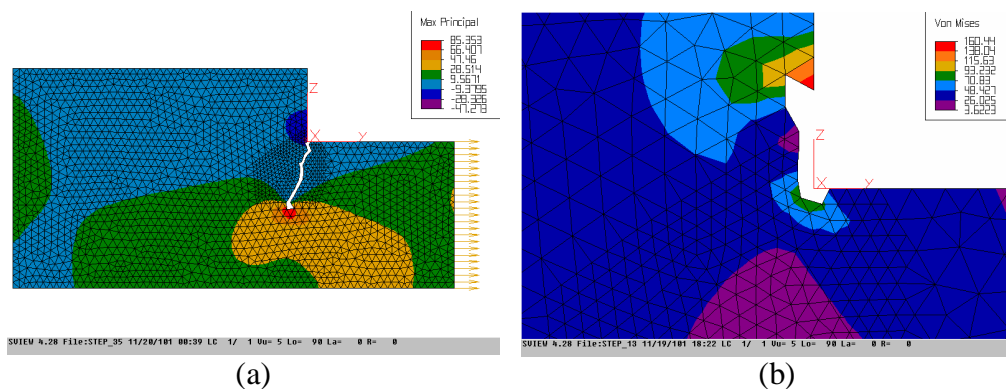
Wyniki analiz w postaci map naprężeń, na siatkach z usuniętymi w trakcie obliczeń elementami, przedstawiają rysunki: 3.4 ÷ 3.5. Wykresy ukazane na rysunkach 3.6 ÷ 3.7, obrazują zmianę obciążenia krytycznego w trakcie propagacji rysy. Na osiach występują bezwymiarowe wartości obciążeń i przemieszczeń odniesione do wartości umownych  $P_0$ ,  $U_0$  określonych następująco:

$P_0 = f_t \cdot 1\text{m}^2$  – jest nominalną wytrzymałością na rozciąganie modelu,

$U_0 = 1\text{m} \cdot f_t / E$  – jest umownym przemieszczeniem brzegu obciążonego.



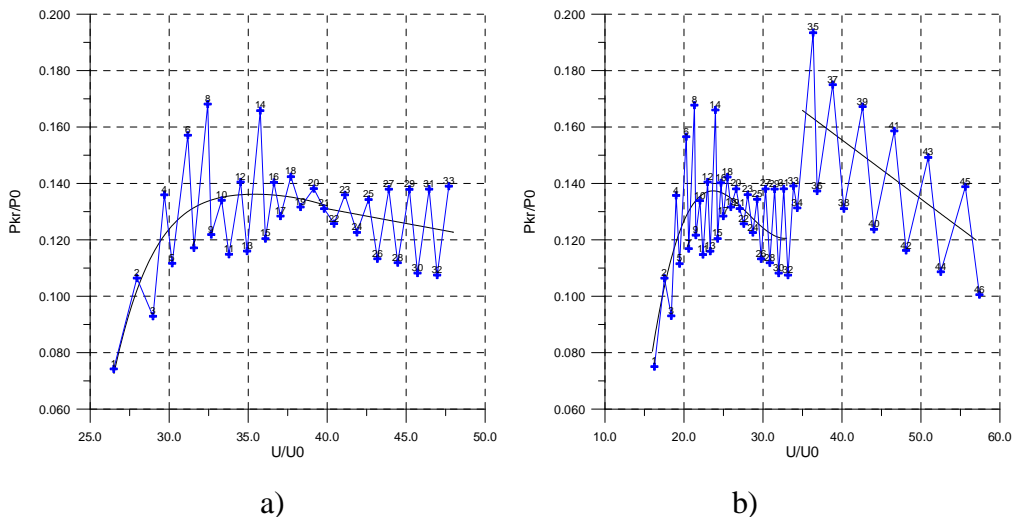
Rys. 3.4. Kształt rysy oraz maksymalne naprężenia główne, kryterium  $PJ$ , a – model 1849 węzłów, 30 krok obliczeń, b – model 2079 węzłów, 35 krok obliczeń [32]



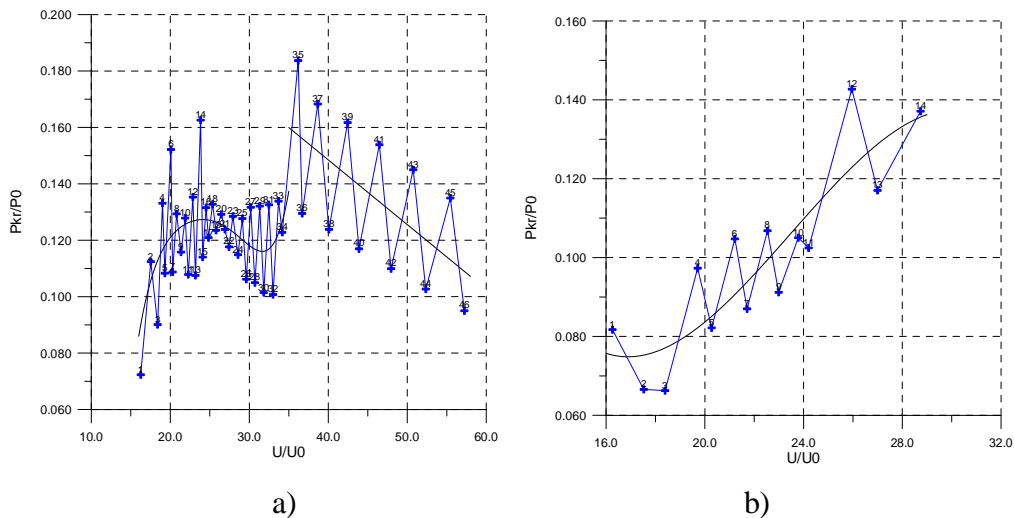
Rys. 3.5. Kształt rysy oraz naprężenia, model 2079 węzłów, a – kryterium Druckera-Pragera, 35 krok obliczeń, maksymalne naprężenia główne, b – kryterium Hubera-Misesa, 15 krok obliczeń, naprężenia zredukowane [32]

Porównując prezentowane wyniki obliczeń można stwierdzić, że zarówno kształt rysy jak i wartości obciążeń krytycznych obserwowane w przypadku kryterium  $PJ$  oraz Druckera-Pragera są bardzo zbliżone. Jest to wynikiem porównywalnych oszacowań obciążeń krytycznych w obszarze naprężeń ścinających (por. rys. 3.1). Kryterium Hubera-Misesa daje wyniki znacznie różniące się od dwóch pozostałych. Kształt strefy zniszczenia (rys.

3.5) jest wynikiem przekroczenia dopuszczalnych wyżeń w obszarze naprężeń ściskających, gdzie dwa pozostałe kryteria wykazują duże zapasy wartości dopuszczalnych.



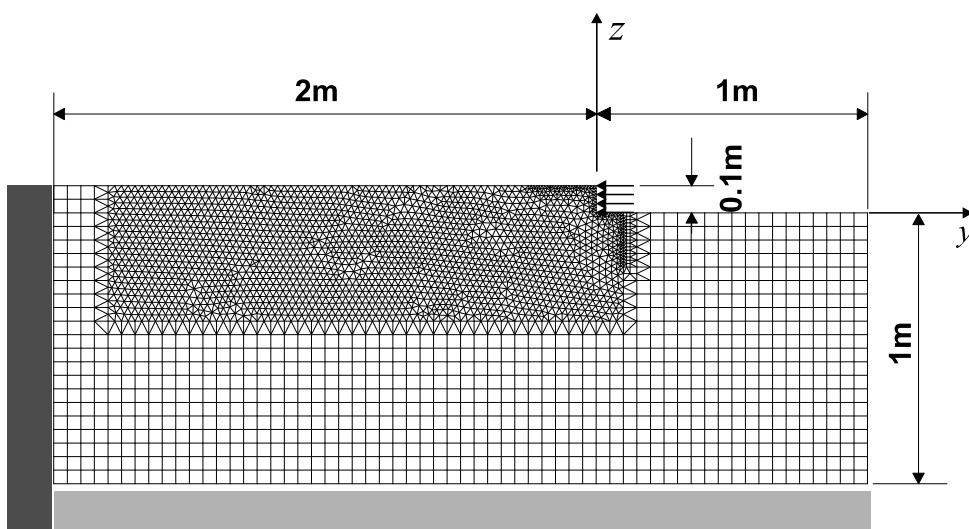
Rys. 3.6. Obciążenie niszczące, kryterium  $PJ$ , a - model 1849 węzłów, b - model 2079 węzłów. Numery wierzchołków łamanej oznaczają kolejne kroki obliczeń [32]



Rys. 3.7. Obciążenie niszczące, model 2079 węzłów, a - kryterium Druckera-Pragera, b - kryterium Hubera- Misesa. Numery wierzchołków łamanej oznaczają kolejne kroki obliczeń [32]

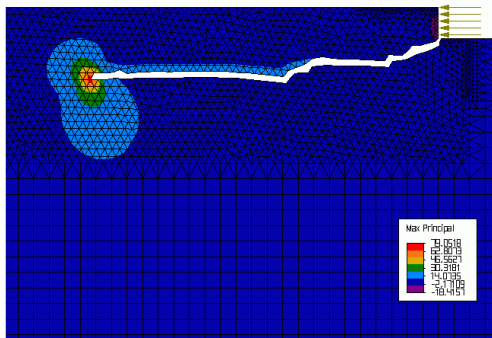
Krytyczne wartości obciążeń są wyraźnie zależne od gęstości i przebiegu siatki elementów skończonych (rys. 3.6). Mniej gęsta siatka powoduje wzrost wartości sił krytycznych, co szczególnie zaznacza się w punktach przejścia rysy z obszaru o gęstszej siatce do obszaru rzadziej zdyskretyzowanego (krok nr 35 na wykresie 3.6b i 3.7a).

W kolejnym etapie badań, korzystając z rozszerzonego modelu (rys. 3.8), przeanalizowano wpływ zagęszczenia siatki MES modelu, na dalszy rozwój szczeliny towarzyszącej odspajaniu elementu wióra.

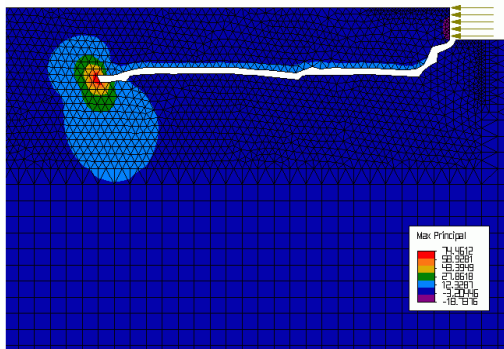
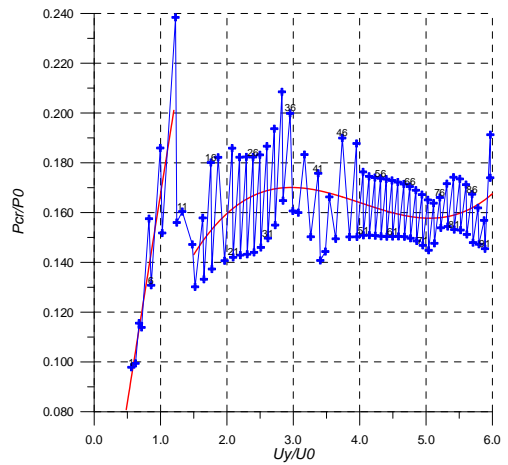


Rys. 3.8. Rozszerzony model MES, wykorzystany do analizy propagacji szczeliny przed ostrzem [32]

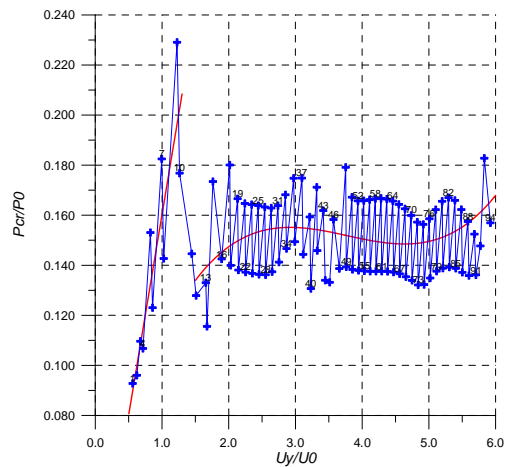
Jak wynika z rys. 3.8, do modelowania przyjęto kąt natarcia  $\gamma = 0^\circ$ , z uwagi na potrzebę zbadania odpowiedzi układu w stanie pewnej nierównowagi. Dla takiej wartości kąta natarcia, odgięcie elementu wióra, w pierwszych krokach propagacji szczeliny, może zachodzić zgodnie ze zwrotem osi  $z$ , jak również w stronę przeciwną. Duży wpływ może mieć tutaj wartość współczynnika tarcia wióra o powierzchnię natarcia ostrza. Jednak te zagadnienia będą przedmiotem dalszych analiz.



a)



b)



Rys. 3.9. Wpływ warunku stanu granicznego oraz sposobu dyskretyzacji modelu, na propagację szczeliny przed ostrzem: a) warunek Podgórskiego, b) warunek Druckera-Pragera, (model o 3002 elementach). [32]

Rysunki 3.9a oraz 3.9b potwierdziły wcześniejsze spostrzeżenia, że zarówno kształt rysy jak i wartości obciążeń krytycznych obserwowane w przypadku kryterium  $PJ$  oraz Druckera-Pragera są bardzo zbliżone. Wobec przyjętego sposobu utwierdzenia obciążonych węzłów brzegowych „progu” skalnego, dalszy rozwój szczeliny, w obu przypadkach, przebiegał niemal poziomo, tj. równoległe do kierunku działającego obciążenia zewnętrznego.



### 3.1.6 Wnioski wynikające z analizy wpływu kryterium

Przeprowadzona analiza wykazała widoczną zależność rodzaju zastosowanego kryterium stanu granicznego na kształt i kierunek propagacji rys w materiale kruchym. Analogiczne wyniki obserwowane były np. przez autorów pracy [28] (dla innego materiału tj. epidianu), gdzie próbkę CT poddano testom laboratoryjnym oraz przeprowadzono numeryczną symulację próby ścinania przy użyciu MES z zastosowaniem warunków Hubera-Misesa oraz Burzyńskiego (analogiczny do warunku Druckera-Pragera).

Problemy analizy szczelin, w których dominują obszary naprężeń ścinających i płaskie stany naprężenia mogą być rozwiązywane dostatecznie dokładnie przy użyciu uproszczonego kryterium Druckera-Pragera, zamiast precyzyjnych kryteriów zależnych od trzech niezmienników tensora naprężenia. Wydaje się jednak, że w obszarach dużych ciśnień, rozbieżność wyników dla oby typów kryteriów byłaby znaczna.

W analizach prowadzonych z wykorzystaniem MES, na jakość uzyskiwanych wyników symulacji, istotny wpływ ma sposób dyskretyzacji modelu oraz liczba, rozmieszczenie elementów skończonych (ich zagęszczenie w określonych miejscach modelu).

## 3.2 Badania wpływu stałych materiałowych

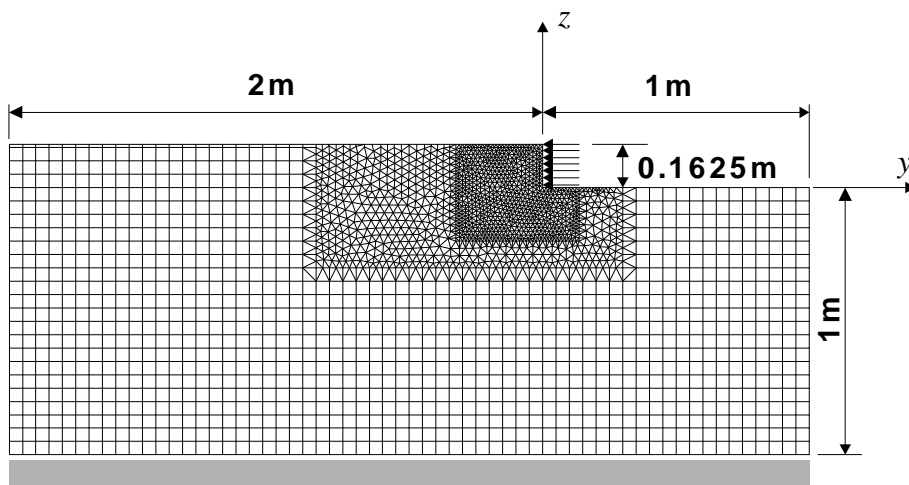
W kolejnym etapie badań, korzystając z modelu jak na rys. 3.10, analizowano wpływ wybranych stałych materiałowych skrawanej skały, na zasięg i trajektorię szczeliny towarzyszącej odpajaniu większego elementu wióra.

Jak wynika z rysunku 3.10, analizowano przypadek skrawania ortogonalnego. Oddziaływanie na skałę, ostrza o kącie natarcia  $\gamma = 0^\circ$  i przy głębokości skrawania  $h = 0,1625\text{m}$ , zostało zasymulowane poprzez oddziaływanie obciążenia ciągłego, przyłożonego do progu skalnego

o wysokości  $h$ , w węzłach siatki MES modelu tego progu. Obciążenie działa przeciwnie do osi  $y$  przyjętego układu współrzędnych.

Rozpatrzono dwa warianty danych materiałowych:

- moduł Younga  $E = 2 \cdot 10^4 \text{MPa}$  i  $E = 4 \cdot 10^4 \text{MPa}$ . W obydwu przypadkach założono jednakową wartość współczynnika Poissona  $\nu = 0,1$
- liczbę Poissona  $\nu = 0,1$  i  $\nu = 0,2$ . W obu przypadkach założono wtedy jednakową wartość modułu Younga równą  $E = 4 \cdot 10^4 \text{MPa}$ .



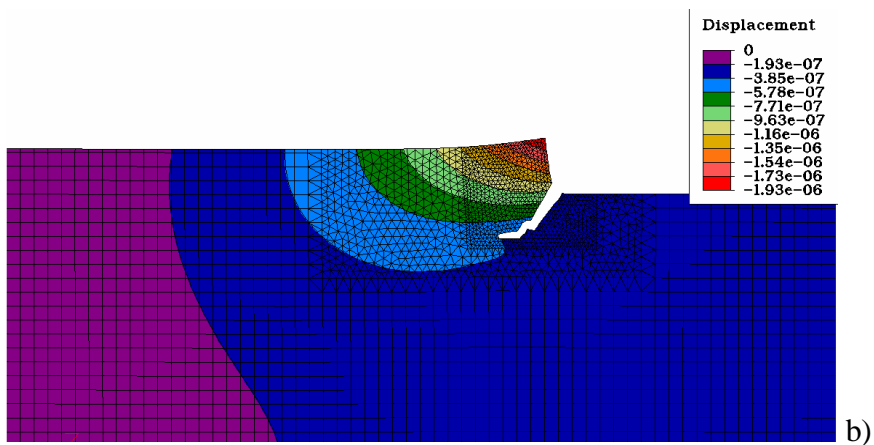
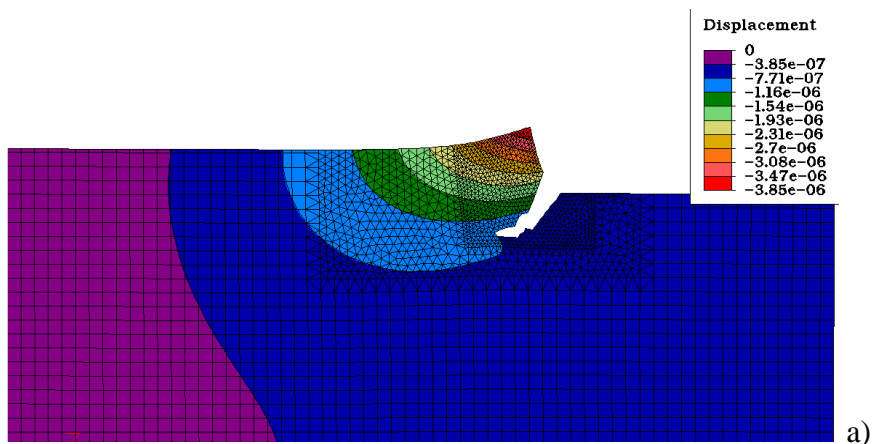
Rys. 3.10. Sposób dyskretyzacji modelu siatką elementów skończonych, wykorzystany do badań porównawczych, dotyczących wpływu danych materiałowych skały, na trajektorię i zasięg szczeliny

Wyniki analizy ilustrują rysunki 3.11 oraz 3.12.

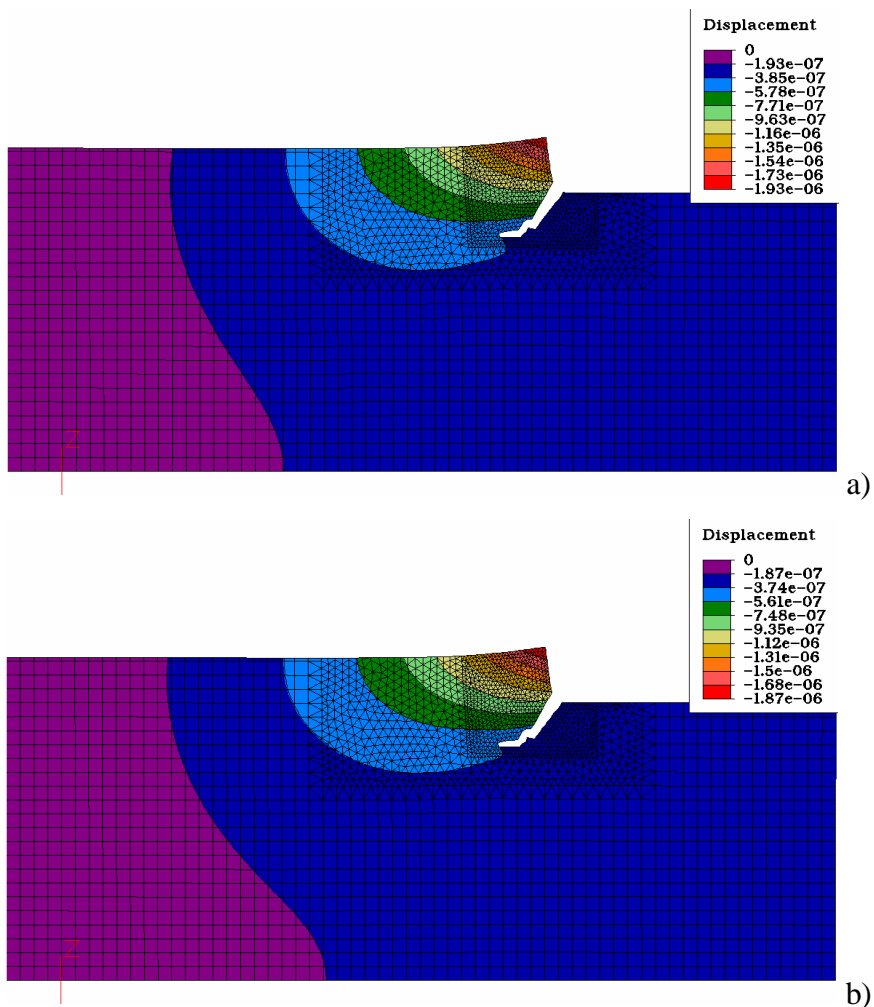
Jak można było przypuszczać, w identycznych warunkach symulacji, mniejsza wartość modułu Younga (rys. 3.11a) sprzyja większym przemieszczeniom materiału skalnego w strefie działania obciążenia. Rosnąca sztywność materiału ogranicza wartość tych przemieszczeń.

Na rysunku 3.12, przedstawiono z kolei wyniki symulacji prowadzonych dla stałej wartości modułu Younga  $E = 4 \cdot 10^4 \text{MPa}$ , wobec zmieniających się wartości liczby Poissona, tj. dla  $\nu = 0,1$  oraz  $\nu = 0,2$ . Jak wynika z rysunku, wobec rosnącej wartości liczby Poissona (rys. 3.12b), maleje także wartość

przemieszczeń materiału w kierunku osi  $y$ . Wspomniany spadek wartości przemieszczeń można tłumaczyć tym, że zagadnienie analizowano w płaskim stanie odkształcenia.



Rys. 3.11. Wpływ modułu Younga materiału skalnego na rozkład przemieszczeń  $u_y$ :  
a)  $E=2 \cdot 10^4 \text{MPa}$ , b)  $E= 4 \cdot 10^4 \text{MPa}$

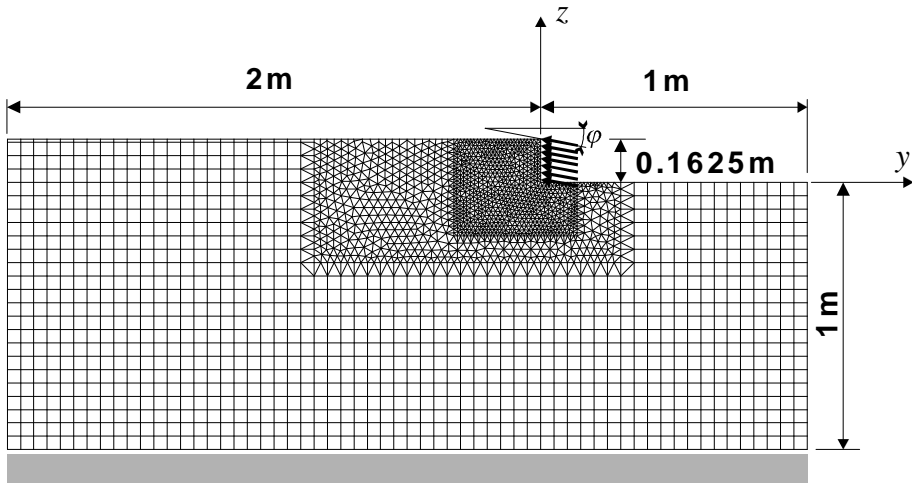


Rys. 3.12. Wpływ wartości liczby Poissona materiału skalnego, na deformację ośrodka: a)  $\nu = 0,1$  b)  $\nu = 0,2$ . Moduł Younga w obu przypadkach:  $E = 4 \cdot 10^4 \text{MPa}$

### 3.3 Badania wpływu geometrii ostrza

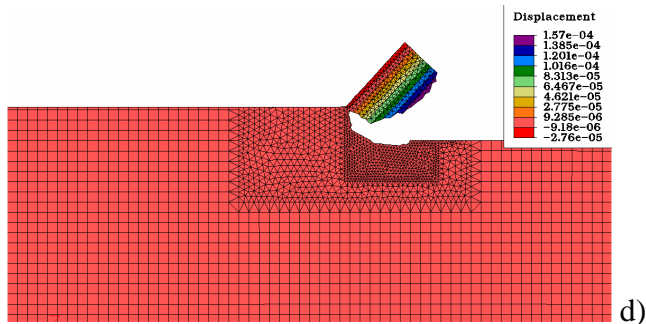
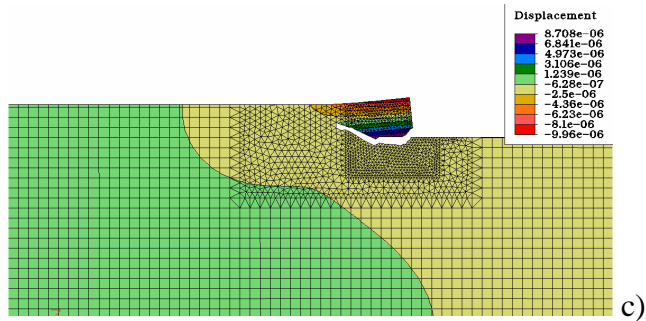
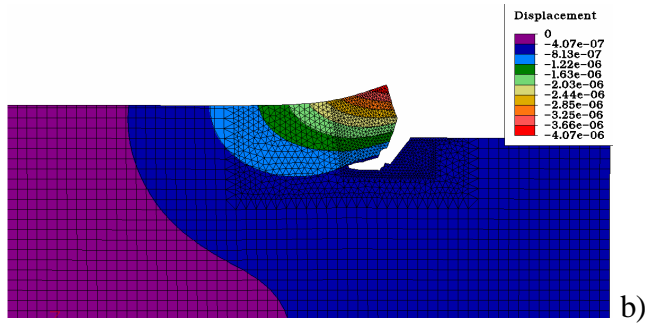
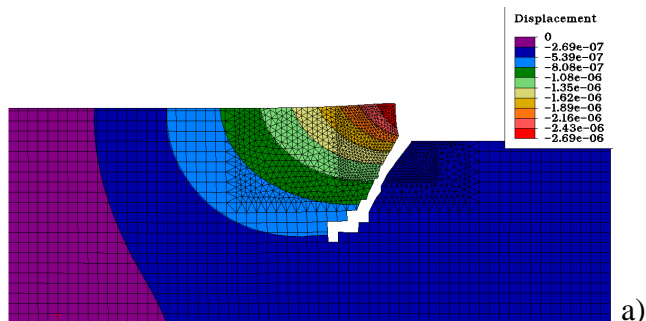
Kolejny etap analizy poświęcony był wpływowi kierunku działania obciążenia na opisywany próg skalny, na kształtowanie się trajektorii rozpatrywanej szczeliny. Tak sformułowane zagadnienie, z pewnym przybliżeniem pozwala symulować oddziaływanie (napór) ostrza o określonej

wartości kąta natarcia  $\gamma$ , na materiał skalny, z głębokością skrawania równą wysokości progu skalnego o założonej wysokości  $h$ . Obciążenie ciągłe działa pod kątem  $\varphi$  (zmienianym w symulacjach) mierzonym pomiędzy kierunkiem tego obciążenia a normalną do progu skalnego (równoległą do osi  $y$  przyjętego układu współrzędnych). Kąt  $\varphi$  skierowany zgodnie ze zwrotem osi  $z$ , traktowano jako dodatni, co odpowiada dodatnim kątom natarcia ostrza.

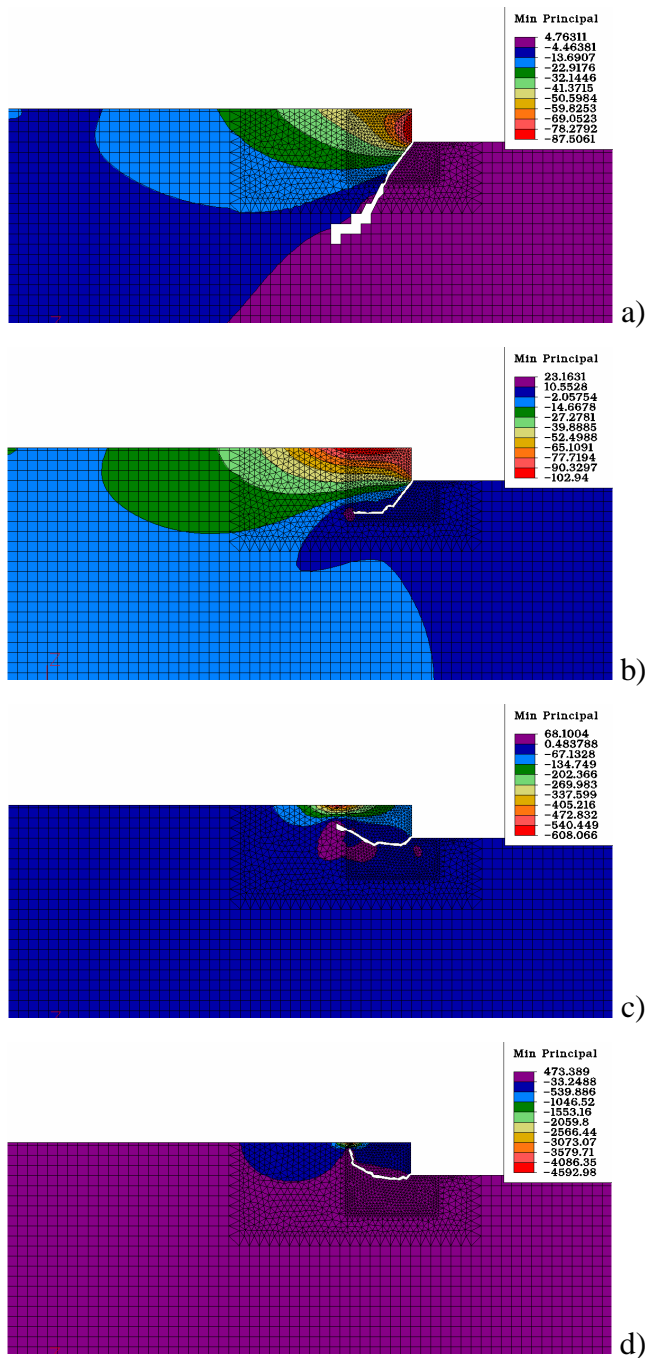


Rys. 3.13. Model przyjęty do analizy wpływu kierunku działania obciążenia zewnętrznego progu skalnego, na kształtowanie się trajektorii szczeliny

Symulację prowadzono dla kąta  $\varphi$  o wartościach  $-15^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ . Wartość modułu Younga przyjęto  $E=2\cdot 10^4\text{MPa}$ , liczbę Poissona przyjęto równą  $\nu = 0,2$ . Parametry wytrzymałościowe skały założono: wytrzymałość na jednoosiowe ściskanie  $f_c = 20\text{MPa}$ , wytrzymałość na jednoosiowe rozciąganie  $f_t = 2\text{MPa}$ . Uzyskane wyniki ilustrują rysunki 3.14÷3.18.



Rys. 3.14. Wpływ kierunku oddziaływania obciążenia zewnętrznego na przebieg szczeliny oraz rozkład przemieszczeń  $u_x$ : a)  $\varphi = -15^\circ$ , b)  $\varphi = 0^\circ$ , c)  $\varphi = 15^\circ$ , d)  $\varphi = 30^\circ$ .



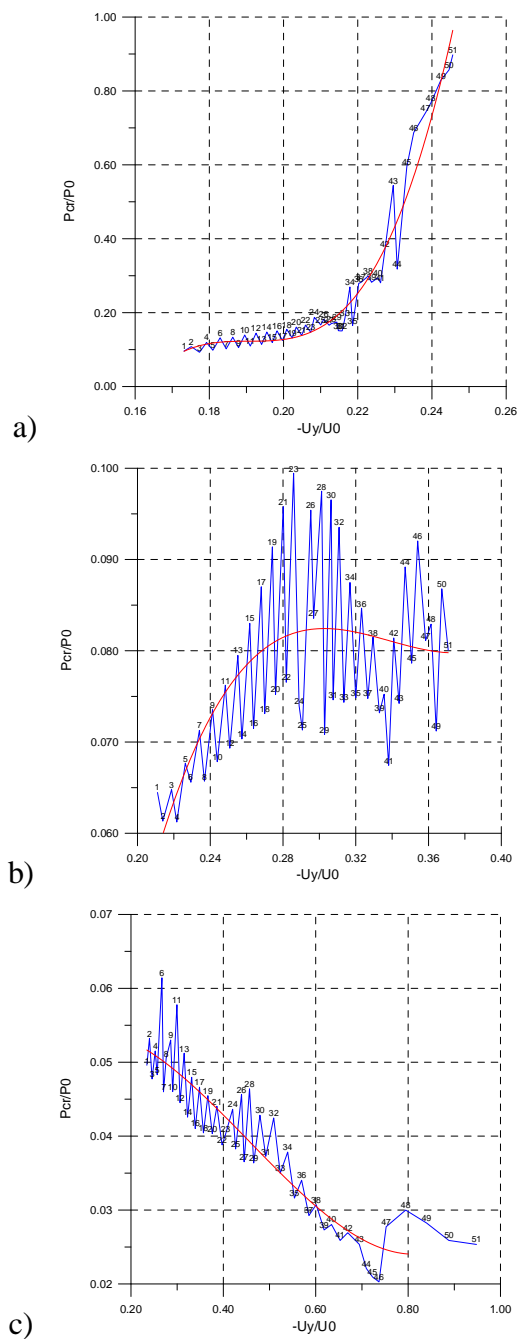
Rys. 3.15. Przebieg trajektorii szczeliny oraz rozkład naprężeń minimalnych  $\sigma_{\min}$  w okolicy wierzchołka szczeliny: a)  $\varphi = -15^\circ$ , b)  $\varphi = 0^\circ$ , c)  $\varphi = 15^\circ$ , d)  $\varphi = 30^\circ$ .

Symulacja wykazuje jednoznacznie, że kierunek propagacji szczeliny jest ściśle zależny od kierunku przyłożonego obciążenia zewnętrznego. Dla

ujemnych wartości kąta oddziaływania  $\varphi$  (rys. 3.14a), szczelina penetruje w głąb materiału, daleko poniżej podstawy progu skalnego. Duże, dodatnie wartości tego kąta sprzyjają z kolei szybkiej penetracji szczeliny ku swobodnej powierzchni, nie przekraczając przy tym poziomu podstawy progu (rys. 3.14d). Wyniki te w niektórych aspektach są zbieżne z wynikami badań laboratoryjnych opisanymi w rozdziale 2.

Wyniki symulacji przeprowadzone dla oddziaływania obciążenia skupionego na próg skalny, poprzez niektóre analogie i w pewnych uproszczeniach (np. jednorodny rozkład nacisków na powierzchni natarcia ostrza), można transponować do oddziaływań ostrza na skałę podczas skrawania z założoną głębokością skrawania  $h$  oraz z założoną wartością kąta natarcia  $\gamma$ . Jeśli uwzględnić zjawisko tarcia wióra o powierzchnię natarcia ostrza, kąt  $\varphi$  można wtedy (znowu z pewnym przybliżeniem) utożsamiać z kątem odchylenia nacisków wypadkowych na powierzchni natarcia ostrza, od założonego kierunku skrawania.





Rys. 3.12 Przebieg zmian siły krytycznej ( $P_{cr}$ ) w kolejnych krokach symulacji dla różnych kierunków obciążenia zewnętrznego: a)  $\varphi = -15^\circ$ , b)  $\varphi = 0^\circ$ , c)  $\varphi = 15^\circ$ .

## **4 BADANIA DOŚWIADCZALNE**

### **4.1 Opis stanowiska badawczego i metody badań**

Do badań wykorzystano skomputeryzowane stanowisko laboratoryjne do badania oporów urabiania skał, zależnie od geometrii ostrza jak i rodzaju skrawanej skały. Stanowisko to znajdowało się w laboratorium skrawania skał Katedry Maszyn Górniczych, Przeróbczych i Transportowych AGH. W skład tego stanowiska wchodziły strugarka poprzeczna, siłomierz tensometryczny i komputer przenośny wraz z odpowiednim oprogramowaniem. Pewne szczegóły tego stanowiska ilustruje rys. 4.1.

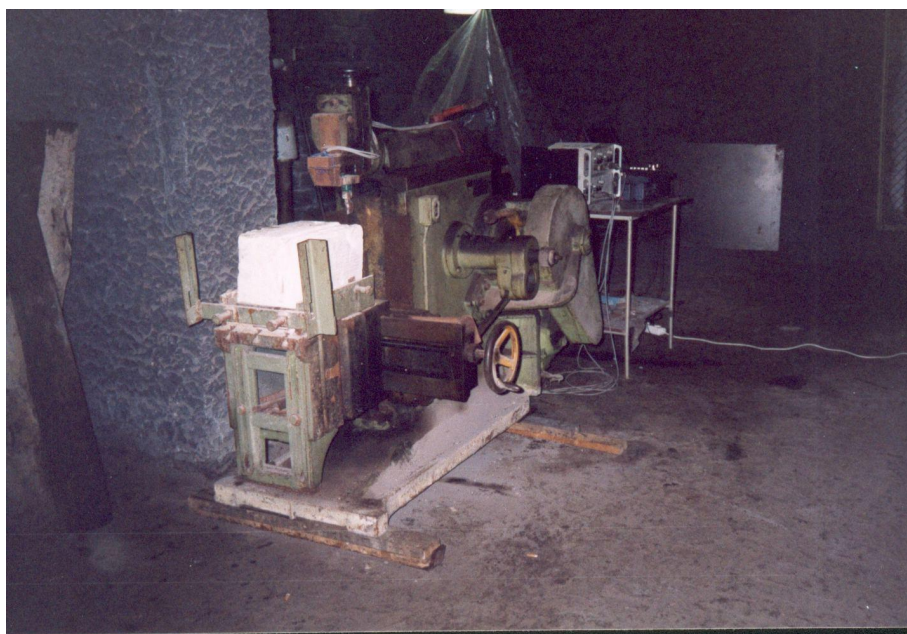
Długość skrawu pomiarowego wynosiła 0,3m, prędkość skrawania 1,15m/s. Średnią głębokość skrawania ustalono na 12mm (choć dla porównań, wykonano kilka skrawów dla głębokości skrawania równej 9 oraz 14mm. Wykonywano skrawy otwierające. Skrawano słaby wapień w stanie powietrzno- suchym, o wytrzymałości na ściskanie około 7MPa. Rejestrowano przebieg składowych siły całkowitej na ostrzu, tj. normalnej zwanej siłą skrawania, odporowej oraz bocznej (prostopadłej do dwóch poprzednich).



a)



b)

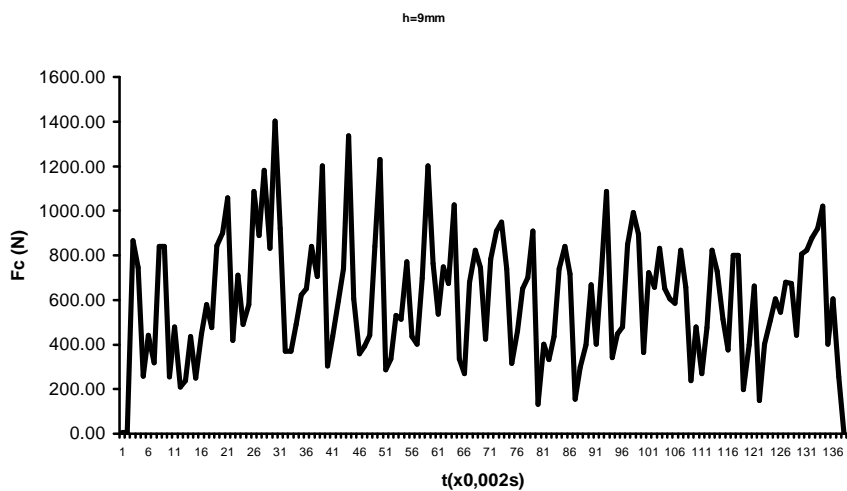


c)

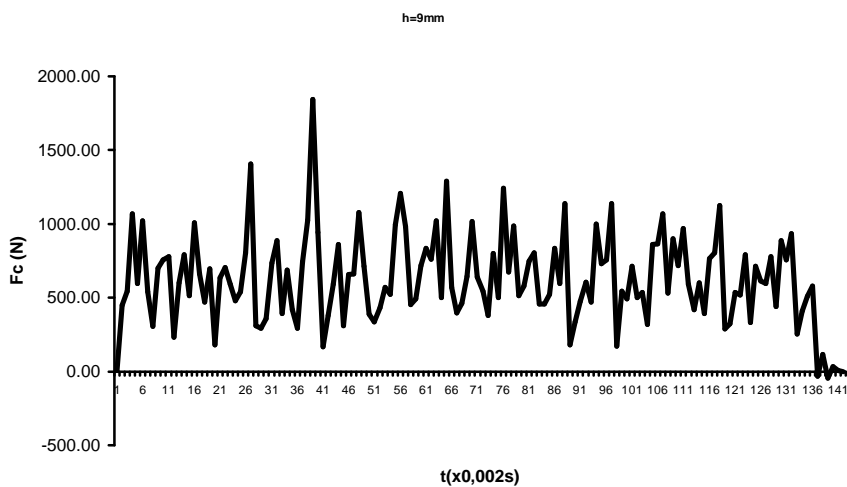
Rys. 4.1. Stanowisko badawcze: a) sposób mocowania noża w siłomierzu tensometrycznym, b) wzmacniacz pomiarowy oraz komputer przenośny, c) widok całego stanowiska

## 4.2 Wyniki badań laboratoryjnych

Typowe przebiegi czasowe siły skrawania, jakie zostały zarejestrowane, ilustruje rys. 4.2.

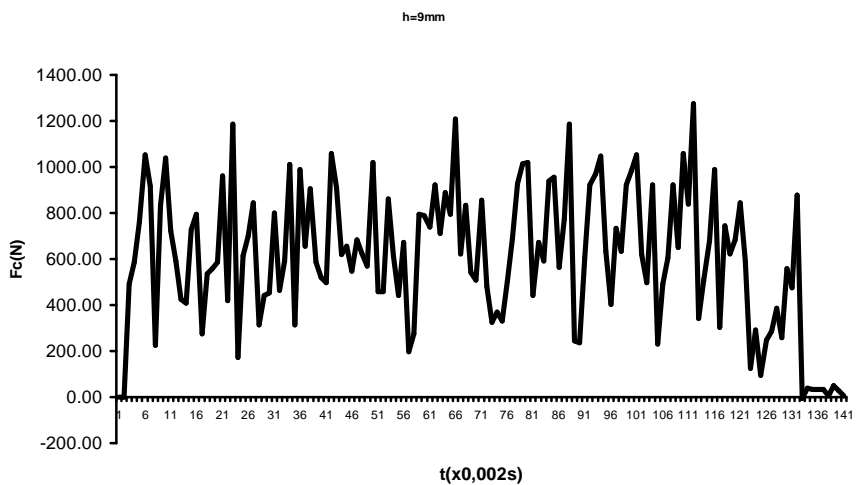


a)

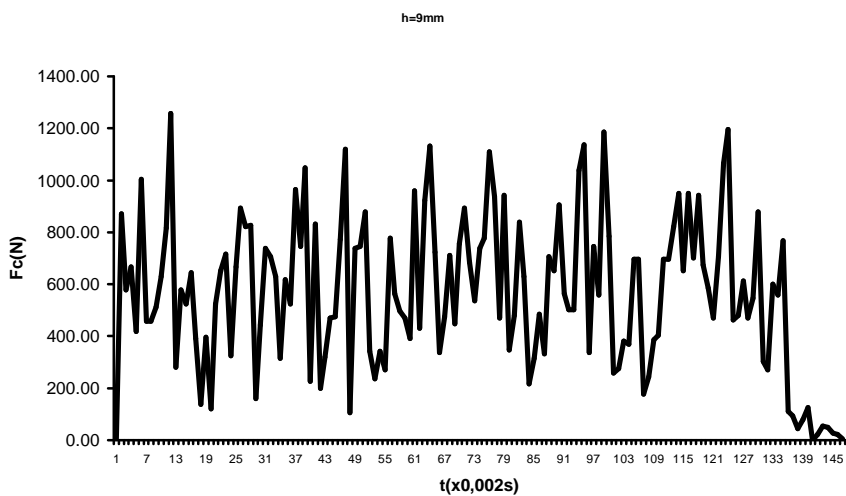


b)

Rys.4.2 a,b. Charakterystyczne przebiegi czasowe siły skrawania wapienia zarejestrowane podczas skrawania

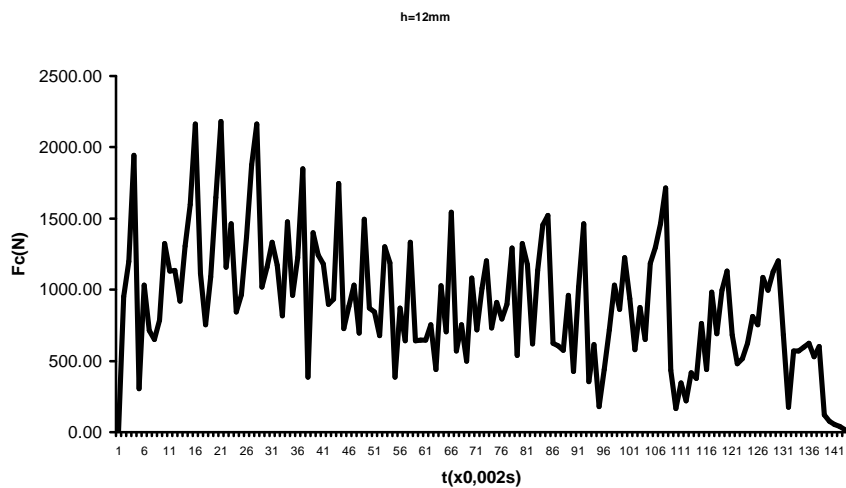
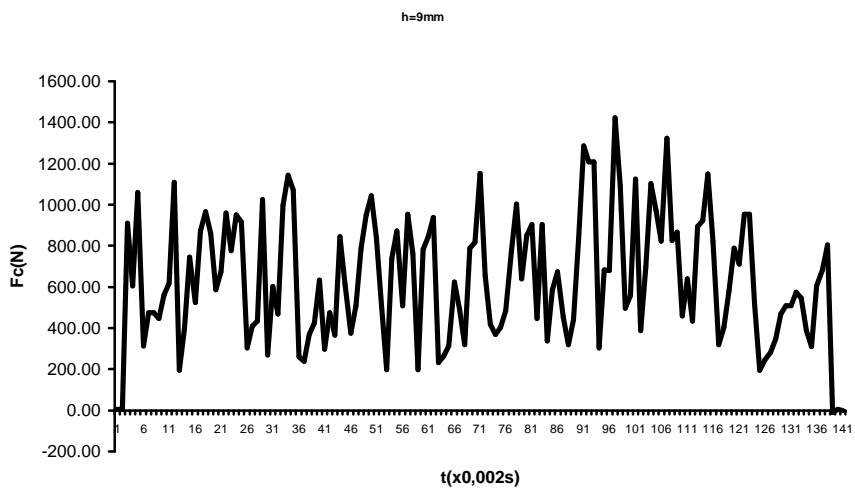


c)

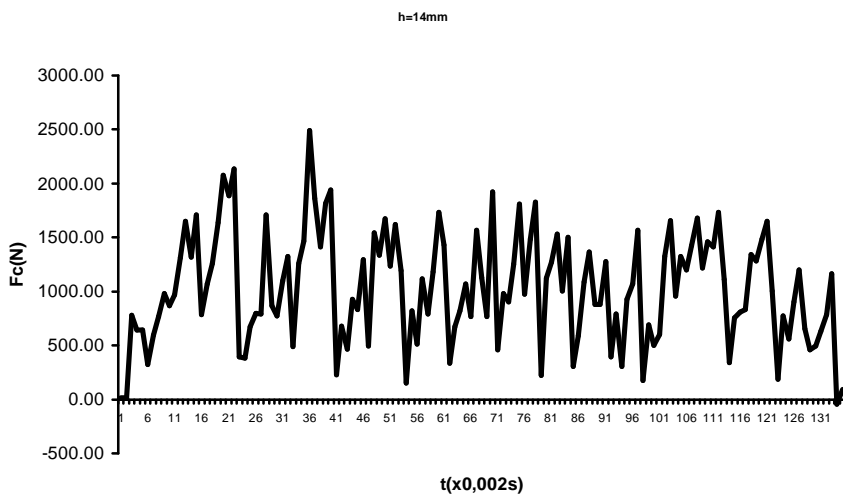


d)

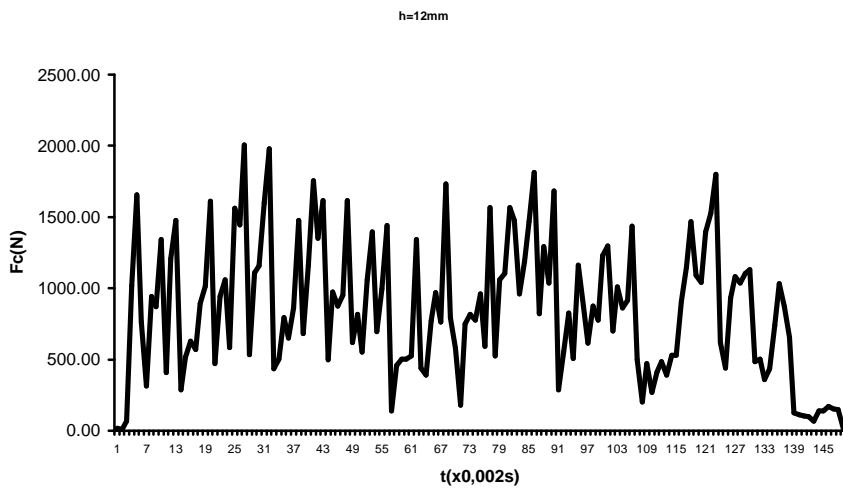
Rys.4.2 c,d. Charakterystyczne przebiegi czasowe siły skrawania wapienia zarejestrowane podczas skrawania



Rys.4.2 e,f. Charakterystyczne przebiegi czasowe siły skrawania wapienia zarejestrowane podczas skrawania

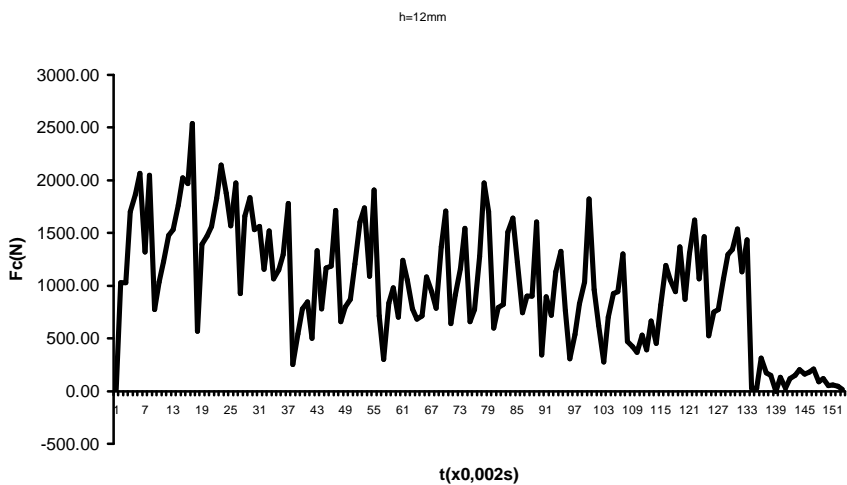


g)

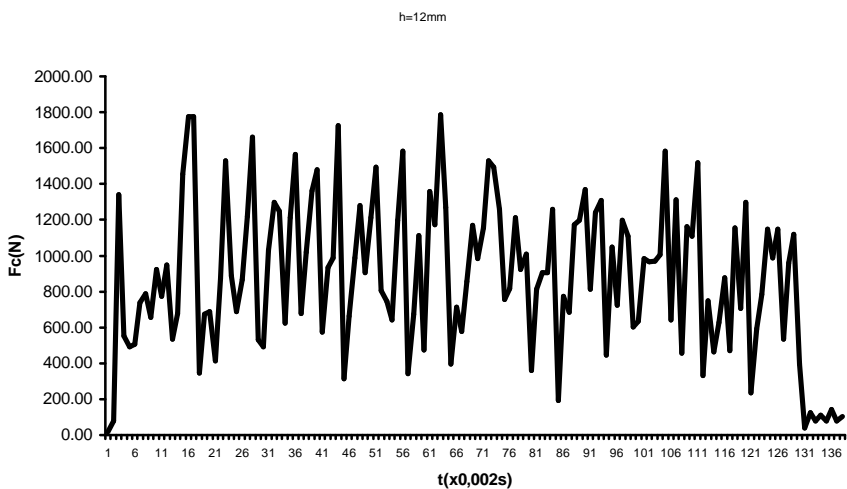


h)

Rys.4.2 g,h. Charakterystyczne przebiegi czasowe siły skrawania wapienia zarejestrowane podczas skrawania



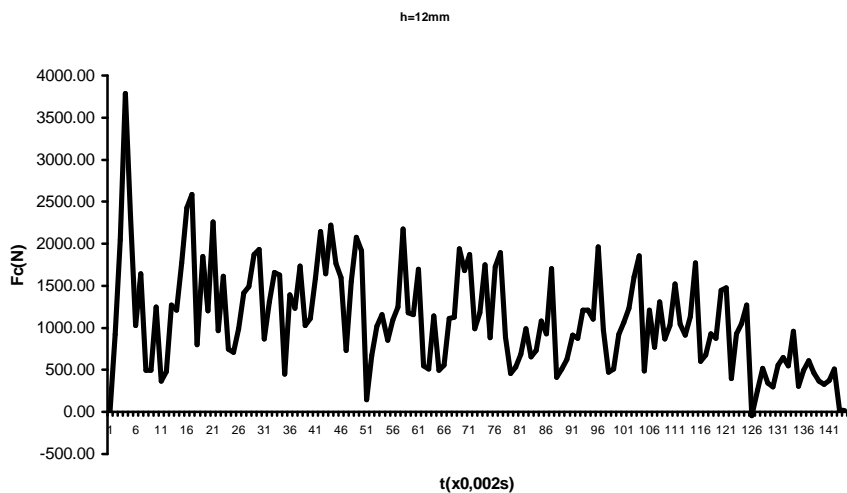
i)



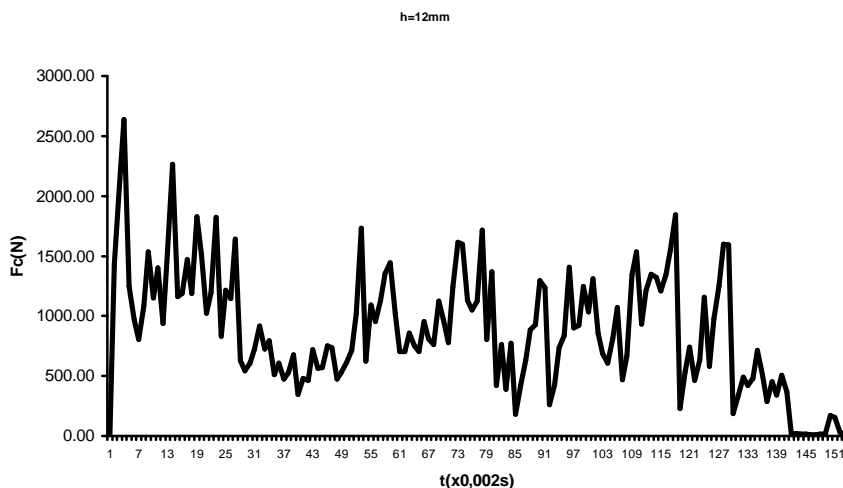
j)

Rys.4.2 i,j. Charakterystyczne przebiegi czasowe siły skrawania wapienia zarejestrowane podczas skrawania





k)



l)

Rys.4.2 k,l. Charakterystyczne przebiegi czasowe siły skrawania wapienia zarejestrowane podczas skrawania

Jak wynika z zamieszczonych przebiegów czasowych (dla okresu próbkowania 0,002s), charakterystyczne dla odłupywania elementów wióra, okresy czasowe, dla poszczególnych głębokości skrawania wynoszą:

- $h = 9\text{mm}, \quad t_c = \sim (6 \div 8) \times 0,002\text{s} = 0,012 \div 0,016\text{s},$
- $h = 12\text{mm}, \quad t_c = \sim (10 \div 12) \times 0,002\text{s}, = 0,02 \div 0,024\text{s}$
- $h = 14\text{mm}, \quad t_c = \sim (14 \div 17) \times 0,002\text{s}, = 0,028 \div 0,034\text{s}$

co dla prędkości skrawania  $v_c = 1,15\text{m/s}$ , odpowiada długościom odłupanych elementów wióra równym odpowiednio:

- $h = 9\text{mm}$ ,  $l_1 = 13,8 \div 18,4\text{mm}$
- $h = 12\text{mm}$ ,  $l_1 = 23 \div 27,6\text{mm}$ ,
- $h = 14\text{mm}$ ,  $l_1 = 32,2 \div 39,1\text{mm}$

Analiza wymiarów najgrubszych frakcji urobku (rys. 4.3 a,b) wykazuje dosyć dużą zbieżność tych wymiarów, z rzeczywistymi wymiarami ziaren urobku, uzyskanego podczas badań laboratoryjnych.



Rys. 4.3a. Charakterystyczne kształty i wymiary elementów wióra (wapień pińczowski,  $h = 14\text{mm}$ )



Rys. 4.3b. Charakterystyczne kształty i wymiary elementów wióra (wapień pińczowski,  $h = 14\text{mm}$ )

Jak łatwo zauważyć (rys. 4.3 a,b), typowe wymiary największych elementów wióra charakterystycznego dla głębokości skrawania  $h=14\text{mm}$ , wynoszą od 30 do 35mm.

## 5 PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W trakcie realizacji badań wytworzono unikalne oprogramowanie służące do wyznaczania wyężenia materiału kruchego w oparciu o uniwersalne kryterium zniszczenia  $PJ$  (J. Podgórskiego) oraz symulacji rozwoju szczeliny w trakcie niszczenia struktury materiału pod działaniem obciążenia zewnętrznego. Brak takiego oprogramowania lub brak modułów obliczeniowych dostępnych w komercyjnych systemach MES, służących wyznaczaniu stanu wyężenia materiałów kruchych w oparciu o adekwatne dla tych materiałów kryteria, utrudniał prowadzenie analiz pękania, w szeregu zagadnieniach inżynierskich.

W świetle otrzymanych wyników, opublikowanych w wielu opracowaniach, należy uznać, iż testowanie opracowanej metody zakończono z sukcesem.

Wyniki przeprowadzonych badań mogą być przydatne nie tylko w zagadnieniach skrawania skał, ale również w wielu dziedzinach techniki, wszędzie tam, gdzie mamy do czynienia z badaniem zachowania się materiałów kruchych pod określonymi obciążeniami.

Do wartości poznawczych niniejszego opracowania, można zaliczyć:

- Praktyczne przetestowanie i wykorzystanie „metody traconych elementów” w analizach propagacji pęknięć prowadzonych z wykorzystaniem MES.
- Określenie wpływu kierunku oddziaływania obciążenia zewnętrznego na kształt i zasięg propagacji szczeliny w trakcie niszczenia struktury materiału kruchego. Pośrednio pozwala to analizować np. wpływ geometrii ostrza (wartości kąta natarcia), na proces propagacji szczeliny w trakcie formowania elementów wióra lub też symulacji zjawiska tarcia wióra o powierzchnię natarcia ostrza.
- Przeanalizowanie kształtowania się rozkładu naprężeń w strefie oddziaływania ostrza na skrawany materiał kruchy.
- Przeanalizowanie kształtowania się obciążenia ostrza w trakcie propagacji szczeliny.
- Określenie wpływu sposobu dyskretyzacji obszaru zastosowanego w modelu MES, na jakość prognozy (symulacji) rozwoju szczeliny.
- Zbadanie wpływu stałych materiałowych, materiału kruchego poddanego działaniu obciążenia zewnętrznego, na proces propagacji szczelin.

W odniesieniu do procesów skrawania jest to istotne z uwagi na możliwości prognozowania wymiarów elementów wióra zależnie od cech np. urabianej skały, projektowania różnorodnych aspektów procesów obróbki materiałów kruchych.

## LITERATURA

- [1] Bieron A.I., Kazanskij A.S., Lejbow G.M., Pozin E.Z.: *Riezanije Ugla*. Gosgortiechizdat, 1962
- [2] Derski W., Izbicki R., Kisiel I. (red.), Mróz Z.: *Mechanika skał i gruntów*. PWN, Warszawa 1982.
- [3] Evans I., Pomeroy C. D.: *The strength, fracture and workability of coal*. 1<sup>st</sup> Edn., Pergamon Press, London 1966.
- [4] Frołow A.G.: *Metoda zwiększania ilości grubych sortymentów i zmniejszenia zapylenia przy wydobyciu węgla*. Mechanizacja i Automatykacja Górnictwa, 1971, nr 4.
- [5] Frołow A. G.: *Opredelenije usilij otbojki uglia szniekowymi ispolnitielnymi organami wyjemocznych maszin*. IGD im. A. G. Skoczinskogo.
- [6] Frołow A.G., Borisenko L. D., Reszetniew E. K., Eiderman B. A.: *Issledowanije nowych sistiem i sredstw mechanizacji uzkozachwatnoj wyemki poleznych iskopajemych*. Moskwa, Nauka, 1970.
- [7] Gehring K.: *Möglichkeiten zur Berteilung des Arbeitsveraltens von Werkzeugen zur schneiden Gesteinsbearbeitung*. Berg und Hüttenmännische Monatshefte MH 10, 1973.
- [8] Hardy M. P.: *Fracture Mechanics Applied to Rock*. PhD Thesis, University of Minnesota, Michigan, 1973.
- [9] Ingraffea A. R.: *Theory of crack initiation and propagation in rock*. *Fracture Mechanics of Rock*. B. K. Atkinson (Ed) Academic Press Geology Series, 1987, 71-110
- [10] Ingraffea A. R., Linsbauer H. N., Rossmannith H. P.: *Computer simulation of cracking in a large arch dam downstream side cracking*. SEM/RILEM Int. Conf. on Fracture of Concrete and Rock. Houston, Texas, S. P. Shah & S. E. Swartz (Eds), 1987, 547-557.

- [11] Jonak J.: *An influence of conical tool's parameter on cutting results*. Archives of Mining Sciences, Vol. 43, 2, 1998.
- [12] Jonak J.: *Analiza warunków pracy obrotowego noża stożkowego w aspekcie poprawy parametrów eksploatacyjnych ciężkich maszyn roboczych*. Kwartalnik PAN: Zagadnienia Eksploatacji Maszyn. Zeszyt 4 (1160), 1998, 641-649.
- [13] Jonak J.: *Application of spectroscopic (Fourier's) analysis for the evaluation of rock cutting processes*. Archives of Mining Sciences 45, 1, 2000, 101-109.
- [14] Jonak J.: *Influence of Friction on the Chip Size in Cutting the Brittle Materials*. Journal of Mining Science, 37 (4) 2001, 407-410.
- [15] Jonak J.: *Modelowanie pola naprężeń generowanego przez skrawające ostrze*. Materiały Międzynarodowej Konferencji: XI Konferencja Naukowa nt.: Problemy rozwoju maszyn roboczych. Zakopane, Styczeń 1998.
- [16] Jonak J.: *Teoretyczne podstawy urabiania skał stożkowymi nożami obrotowymi*. Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, Lublin 1998.
- [17] Jonak J.: *Urabianie skał głowicami wielonarzędziowymi*. Książka. Wyd. Naukowe „Śląsk”, Katowice 2002, 324.
- [18] Jonak J., Podgórski J.: *Analiza zjawisk mających wpływ na przebieg mechanizmu formowania wióra w procesie skrawania naturalnych materiałów kruchych*. Seminarium projektów badawczych finansowanych przez KBN w 1999r. KBN, Zespół Mechaniki, Budownictwa i Architektury. Sekcja Technologii, Automatyzacji Maszyn i Produkcji. Warszawa, 20 stycznia 2000, 39-40.
- [19] Jonak J., Podgórski J.: *Inclusion of indirect contact layer*. Trans. Instn Min. Metall. (Sect. A: Min. Technol., 110(2001), A125-128.

- [20] Jonak J., Podgórski J.: *Influence Exerted by the Shape of Cutting Wedge on the Chip Size*. Journal of Mining Science, 37 (3) 2001, 303-306.
- [21] Jonak J., Podgórski J.: *Influence of the cutting wedge on the formation of material reaction to the cutting tool*. Kwartalnik PAN: Archives of Mining Sciences (Archiwum Górnictwa), 46, 2 (2001), 199-207.
- [22] Jonak J., Podgórski J.: *Mathematical Model and Results of Rock Cutting Modeling*. Journal of Mining Science, 37 (6) 2001, 615- 618.
- [23] Jonak J., Podgórski J.: *Stress pattern in the touch area between cutting edge and rock material procuring with indirect contact layer use*. Kwartalnik PAN: "Postępy Technologii Maszyn i Urządzeń", Vol. 22, nr 3, 1998, 41-51.
- [24] Jonak J., Podgórski J.: *Wpływ formy i wielkości stopienia ostrza stożkowego, na rozkład generowanych naprężeń*. Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa Nr 2, Katowice 1998.
- [25] Jonak J., Podgórski J.: *Wpływ geometrii ostrza na kształtowanie się obszarów wyteżenia materiału kruchego, w strefie skrawania*. VI Naukowe Warsztaty Profesorskie – Technologia Maszyn'2000. Koszalin-Mielno- Unieście, 26-28 czerwiec 2000r, s.55-64.
- [26] Jonak J., Podgórski J.: *Wybrane aspekty mechaniki skrawania skał*. Sympozjum: „Zagadnienia mechaniki pęknięcia i skrawania materiałów”. Red. Z. Mróz, T. Sadowski. Kazimierz Dolny n. Wisłą, 22-24.10.1998. Wyd. LTN, Lublin 1998.
- [27] Khair A.W., Yu B.: *Rock cutting process simulation by dynamic finite element analysis*. 13<sup>th</sup> International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection- MPES'2004. September 1-3, Wrocław Poland.
- [28] Niezgodziński T., Kubiak T., Młotkowski A.: *Numeryczne modelowanie pęknięcia próbki ścinanej*. Materiały Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji, Augustów, 23 –26 maja 2001, 199-204.

- [29] Nishimatsu Y.: *The mechanics of rock cutting*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 9(1972), 261-270 .
- [30] Podgórski J.: General Failure Criterion for Isotropic Media. Journal of Engineering Mechanics ASCE, 111(1985), 188-201.
- [31] Podgórski J.: Limit state condition and the dissipation function for isotropic materials. Archives of Mechanics, 36(1984), 323-342.
- [32] Podgórski J.: *Influence Exerted by Strength Criterion on Direction of Crack Propagation in the Elastic-Brittle Material*, Journal of Mining Science, Vol. 38 No 4 2002, 374-380.
- [33] Podgórski J., Jonak J.: *Influence of the limit State Criterion on Direction of the Crack Propagation in the Elastic- Brittle Material*. Proceedings 34<sup>th</sup> Solid Mechanics Conference (SolMech 2002), Zakopane, Sep. 2-7, 2002.
- [34] Podgórski J., Jonak J.: *Zagadnienie pękania w procesach skrawania skal*. Zeszyty Naukowe Polit. Biał. Seria Mechanika, 24(2001).
- [35] Roxborough F. F.: *Cutting Rock with Picks*. The Mining Engineer, June 1973.
- [36] Sakaloglou E. : *Theoretische und experimentelle untersuchungen zum trennwiderstand und zur spanbildung sprödelastischer materialien bei belastung durch keilmeissel unter besonderer berücksichtigung der meisselgeometrie*. Diss. TH Aachen, 1984.
- [37] Wagner H.: *Der Mechanismus der Spanentstehung beim Zerspanen von Gesteinen*. Rock Mechanics 3, 159-174 (1971). Springer-verlag 1971.
- [38] Wang J. K., Lehnhoff T. F.: *Bit penetration into rock – a finite element study*. Int. J. Rock Mech. Sci. 1976, vol. 13, 11-16.
- [39] Whittaker B. N., Singh R. N., Sun G.: *Rock Fracture Mechanics. Principles, Design and Applications*. Elsevier 1992.



- [40] Yu B., Khair A.W.: *Numerical simulation of the effects of cutting parameters on rock/coal fragmentation*. II Międzynarodowa Konferencja: *Techniki Urabiania*. TUR'2002,. Kraków- Krynica, Wrzesień 2002, 1-6.
- [41] Zacharski M.: *Modelowanie pękania materiałów kruchych*. III Krajowa Konferencja Użytkowników Oprogramowania MSC. Gdańsk, 5-6.11.1998.
- [42] Zacharski M.: *Numerical modelling of cutting process*. Mine Planning and Equipment Selection 1999 & Mine Environmental and Economical Issues 1999, Pivnyak & Singhal (eds). NMUU Dnipropetrovsk, 1999, 545-554.