

studni nie ma wpływu na stan wody. Obniżenie w studni wyraża się wzorem (41):

$$s = H - \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi k} (\ln R - \ln r)}$$

Dla 10-krotnej zmiany r , wartość logarytmu naturalnego zmienia się tylko 2,3 026 razy. Wpływ zmiany średnicy jest zatem nieznaczny, jak to jest zresztą widoczne z poniższego zestawienia. Zbyt małe średnice studzien nie mogą być jednak stosowane, ze względu na wytwarzanie się za dużych prędkości wody na obwodzie studni.

Np. obniżenie zwierciadła wody w studni przy poborze wody $Q=30$ l/sek, grubości warstwy wodonośnej $H=12,0$ m, współczynnika przepuszczalności $k=0,002$ otrzymamy następujące wartości:

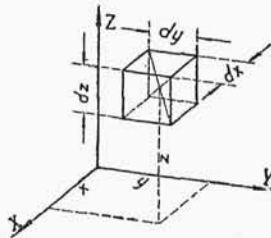
promień studni . . .	$r =$	1,0	0,50	0,25	0,125 m
obniżenie na studni . .	$s =$	1,07	1,22	1,38	1,54 m

14. Współdziałanie szeregu studzien.

Wzory Forchheimer'a⁴⁰⁾.

Zakładając stosowalność prawa Darcy $v=ki$, dla ruchu wody w gruncie, zakładamy tem samem ważność praw ruchu regularnego.

Jeżeli rozważymy w układzie współrzędnych prostokątnych (rys. 127) punkt o rzędnych x, y, z , wokół którego wyobrazimy



Rys. 127.

sobie kostkę gruntu o wymiarach dx, dy, dz , to będziemy mogli obliczyć dopływ i wypływ przez ściany kostki, przyjmując prędkość przepływu w kierunkach trzech osi równą:

$$u = -k \frac{\partial h}{\partial x}, v = -k \frac{\partial h}{\partial y}, w = -k \frac{\partial h}{\partial z}$$

gdzie h oznacza wysokość, jaką osiągnęłaby woda w rurze pionowej, doprowadzonej do rozpatrywanego punktu.

Woda dopływać będzie przez ściankę kostki prostopadłą do

osi x , odległą od punktu o $\left(x - \frac{dx}{2}\right)$ z prędkością:

$$u - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{2} = k \left(\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \frac{dx}{2} \right)$$

podczas gdy przez ściankę przeciwną wypływać będzie z prędkością:

$$u + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{2} = k \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \frac{dx}{2} \right)$$

Nadwyżka przepływu wynosić będzie w kierunku osi x :

$$\frac{\partial u}{\partial x} dx dy dz = k \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} dx dy dz$$

Jeśli podobnie napiszemy dla przepływu w kierunku osi y i z , oraz uwzględnimy, że suma nadwyżki przepływu w kierunku trzech osi musi być równa zeru, to otrzymamy:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (83)$$

Jeżeli teraz, podobnie jak poprzednio, rozważymy przepływ przez ściany pionowe prostopadłościanu o wysokości średniej z , i podstawie dx, dy (rys. 128), stosownie do prawa Darcy otrzymamy, że:

$$k i z dy = k \frac{\partial(z^2)}{\partial x} \frac{dy}{2} \quad (84)$$

Przy oznaczeniach jak na rysunku (128), ścianom bocznym odpowiadają rzędne:

$$x - \frac{dx}{2}, x + \frac{dx}{2}, y - \frac{dy}{2}, y + \frac{dy}{2}$$

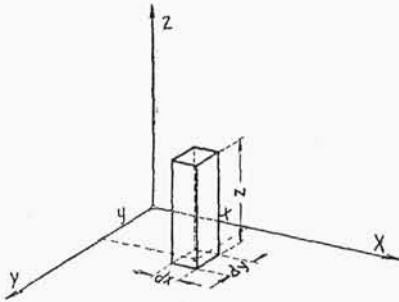


Przez powierzchnię $z\ dy$ wypływa w jednostce czasu wobec (84) ilość:

$$\frac{k}{2} dy \left[\frac{\partial(z^2)}{\partial x} - \frac{\partial^2(z^2)}{\partial x^2} \frac{dx}{2} \right]$$

gdy ze strony przeciwległej dopływa:

$$\frac{k}{2} dy \left[\frac{\partial(z^2)}{\partial x} + \frac{\partial^2(z^2)}{\partial x^2} \frac{dx}{2} \right]$$



Rys. 128.

Nadwyżka przepływu przez jedną z płaszczyzn $z\ dy$ w stosunku do drugiej wynosi więc:

$$\frac{k}{2} \frac{\partial^2(z^2)}{\partial x^2} dx\ dy$$

Podobnie otrzymamy dla ściany $z\ dx$ nadwyżkę:

$$\frac{k}{2} \frac{\partial^2(z^2)}{\partial y^2} dx\ dy$$

Ponieważ przy ustalonym ruchu objętość prostopadłościanu $dx\ dy\ z$ nie może się zmieniać, suma nadwyżek przepływu musi być równa zero. Otrzymuje się więc równanie różniczkowe:

$$\frac{\partial^2(z^2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(z^2)}{\partial y^2} = 0 \quad (85)$$

Z równania tego wynika, że jeśli spełniają je powierzchnie $z^2 = f_1(x, y)$, $z^2 = f_2(x, y)$, to również spełni je powierzchnia:

$$z^2 = f_1(x, y) + f_2(x, y) + f_3(x, y) + \dots \quad (86)$$

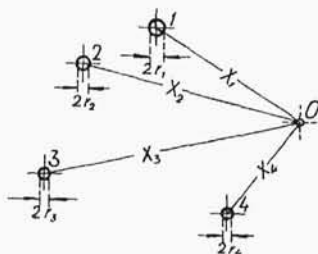
Na zasadzie (86) łatwo jest, przy poziomej warstwie nieprzepuszczalnej, ze znanych poziomów wody gruntowej określić nowe. Zależności, wyprowadzone poprzednio dla pojedynczej studni:

$$z^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r}, \text{ oraz dla dopływu do rowu:}$$

$$z^2 - h_0^2 = \frac{2q}{k} x, \text{ spełniają warunek określony powyższymi}$$

równaniami różniczkowymi (83) i (85).

Jeżeli rozpatrzmy zwierciadło wody w punkcie O w zależności od grupy studzien (rys. 129), to przy działaniu każdej ze studzien oddzielnie możemy napisać:



Rys. 129.

$$z_1^2 - h_1^2 = \frac{q_1}{\pi k} \ln \frac{x_1}{r_1} \quad \text{przy działaniu studni 1.}$$

$$z_2^2 - h_2^2 = \frac{q_2}{\pi k} \ln \frac{x_2}{r_2} \quad \text{" " " 2.}$$

.

$$z_n^2 - h_n^2 = \frac{q_n}{\pi k} \ln \frac{x_n}{r_n} \quad \text{" " " n.}$$

W równaniach tych oznaczają:

z_1, z_2, \dots, z_n rzędną zwierciadła, mierzoną od warstwy nieprzepuszczalnej w punkcie O , przy działaniu oddzielnym studni 1, 2, 3 . . . n .

r_1, r_2, \dots, r_n — promienie studzien.

q_1, q_2, \dots, q_n — wydatki studzien.

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ — odległości punktu O od osi studzien.

n — liczbę studzien.

Jeżeli wszystkie studnie działają jednocześnie to powstanie pewna wypadkowa powierzchnia depresji, której rzędną z_0 w punkcie rozpatrywanym możemy wyrazić stosownie do (86):

$$z_0^2 - h_0^2 = \frac{q_1}{\pi k} \ln \frac{x_1}{r_1} + \frac{q_2}{\pi k} \ln \frac{x_2}{r_2} + \dots + \frac{q_n}{\pi k} \ln \frac{x_n}{r_n} \quad (87)$$

Jeśli wszystkie studnie mają tę samą średnicę i czerpiemy z nich tę samą ilość wody to $r_1 = r_2 = \dots = r_n$; $q_1 = q_2 = \dots = q_n$, a więc:

$$z_o^2 - h_o^2 = \frac{n q}{\pi k} \left(\frac{1}{n} \ln x_1 x_2 \dots x_n - \ln r \right) \quad (88a)$$

Wyraz h_o oznacza stałą, którą możemy interpretować jako wysokość wody w studni zastępczej, to jest takiej, która w punkcie O wywołuje takie same obniżenie jak grupa studzien, przy poborze wody w ilości Q (równej łącznej wydajności studzien) i promienia studni r . Odległość studni zastępczej od punktu O wyrazi się:

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

Dla innego punktu II możemy napisać analogicznie:

$$z_{II}^2 - h_o^2 = \frac{Q}{\pi k} \left(\frac{1}{n} \ln x_1' x_2' \dots x_n' - \ln r \right) \quad (88b)$$

odejmując (88b) od (88a) otrzymamy:

$$z_o^2 - z_{II}^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{x_1 x_2 \dots x_n}{x_1' x_2' \dots x_n'} \quad (88c)$$

Jeżeli wyobrazimy sobie punkt II na granicy zasięgu depresji to będzie: $z_{II} = H$

$$x_1' \cong x_2' \cong \dots \cong x_n' \cong R$$

$$\text{stąd: } z_o^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi k} \left[\frac{1}{n} \ln x_1 x_2 \dots x_n - \ln R \right] \quad (88d)$$

Przy dwu grupach o ilości studzien n_1 i n_2 , poborze wody w grupie I Q_1 , w grupie II Q_2 otrzymamy analogicznie do (88c):

$$z_1^2 - z_{II}^2 = \frac{Q_1}{\pi k} \ln \frac{x_1 x_2 \dots x_{n_1}}{x_1' x_2' \dots x_{n_1}'} + \frac{Q_2}{\pi k} \ln \frac{\xi_1 \xi_2 \dots \xi_{n_2}}{\xi_1' \xi_2' \dots \xi_{n_2}'} \quad (89)$$

gdzie x odległości od punktu pierwszej grupy, ξ od drugiej, lub analogicznie do (88d):

$$z_1^2 - H^2 = \frac{Q_1}{\pi k} \left(\frac{1}{n} \ln x_1 \dots x_n - \ln R \right) + \frac{Q_2}{\pi k} \left(\frac{1}{n} \ln \xi_1 \xi_2 \dots \xi_{n_2} - \ln R \right) \quad (90)$$

Jeżeli studnie będą założone na obwodzie koła o promieniu ρ , to wobec $x_1=x_2=x_3=\dots=\rho$, oraz $Q=nq$:

$$\frac{1}{n} \ln(x_1 x_2 x_3 \dots x_n) = \ln \rho$$

podstawiając powyższą zależność do (88a), otrzymamy równanie:

$$z^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} (\ln \rho - \ln r) \quad (91)$$

a podstawiając do (88d):

$$H^2 - z^2 = \frac{Q}{\pi k} (\ln R - \ln \rho) \quad (92)$$

które wyraża, że studnie założone na obwodzie koła o promieniu ρ działają tak, jak studnia o promieniu równym obwodowi tego koła.

15. Działanie kanału otwartego na studnię stojącą przy brzegu.

Jeśli założymy studnię przy brzegu otwartego kanału, wypełnionego wodą lub przy brzegu rzeki i będziemy ze studni czerpać wodę, dopływ wody do niej będzie pochodził zarówno z gruntu jak i z kanału czy rzeki, skutkiem przesiąkania przez grunt. Podług Forchheimer'a działanie otwartego kanału możemy zastąpić działaniem studni chłonnej założonej w kanale symetrycznie do wykonanej studni na brzegu, przy zasypnym kanale (rys. 130). Wzory poprzednie będą zatem ważne i w tym wypadku, z tą tylko różnicą, że wprowadzimy studnię chłonną oraz, że zmienimy znak przy rozpatrywaniu działania studni chłonnej.

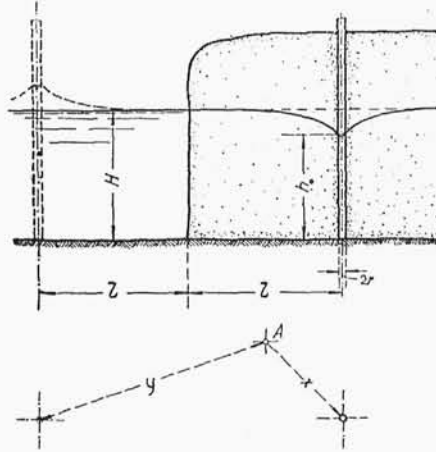
Wpływ takiego układu na poziom wody w pewnym punkcie, odległym od rzeczywistej studni o x , a od fikcyjnej o y , stosownie do równania (86) będzie:

$$z^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} (\ln x - \ln r) - \frac{Q}{\pi k} (\ln y - \ln r)$$

a stąd:

$$h_0^2 - z^2 = \frac{Q}{\pi k} (\ln y - \ln x)$$

Wartość stała H wyznaczona z warunków granicznych jest wysokością wody nad nieprzepuszczalną warstwą, ponieważ na linii brzegu wobec $x = y, z = H$, gdyż nie będzie tam obniżenia



Rys. 130.

Działanie kanału otwartego na studnię stojącą na brzegu.

zwierciadła wody. To samo zachodzi przy $x = y = \infty$. Dla $x = r$, $y = 2l$, $z = h_0$ i wówczas:

$$H^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} (\ln 2l - \ln r)$$

Dla kilku studzien przy brzegu będzie:

$$H^2 - z^2 = \frac{n q}{\pi k} \left[\frac{1}{n} \ln(y_1 y_2 \dots y_n) - \frac{1}{n} \ln(x_1 x_2 \dots x_n) \right] \quad (94)$$

W punktach bardzo oddalonych od układu studzien można przyjąć, że $x_1 = x_2 = x_3 \dots = x$ i $y_1 = y_2 = y_3 = \dots = y$, wobec czego:

$$H^2 - z^2 = \frac{Q}{\pi k} (\ln y - \ln x)^* \quad (95)$$

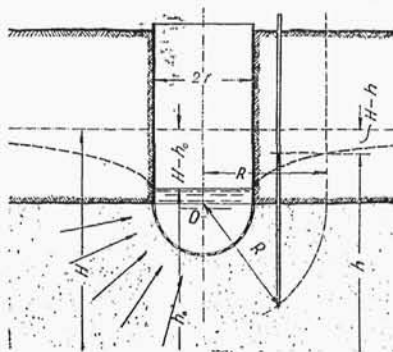
*) $Q = nq$.

16. Studnia z dopływem przez dno w kształcie półkuli i przez dno płaskie. *)

Jednym z najprostszych rozwiązań równania różniczkowego (83) jest wyrażenie:

$$H - h = \frac{Q}{2\pi k R} = \frac{Q}{2\pi k \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (96)$$

Przedstawia ono zależności dla wypadku studni szerokiej, sięgającej dnem warstwy przepuszczalnej (rys. 131). R jest tu odle-



Rys. 131.

Dopływ wody do studni przez dno w kształcie półkuli.

głością od środka studni, $H - h$ obniżeniem zwierciadła wody względnie stratą ciśnienia w odległości R .

Powierzchnie jednakowej prędkości wody są powierzchniami kul ze środkiem w punkcie O . Przepływ wody odbywa się w kierunku promieni. Wzór poniżej podany odnosi się zatem do wypadku studni o kulistym dnie.

Na granicy płaszcza studni w odległości promienia r od osi, obniżenie będzie wynosiło:

$$H - h_1 = \frac{Q}{2\pi k r} \quad (97)$$

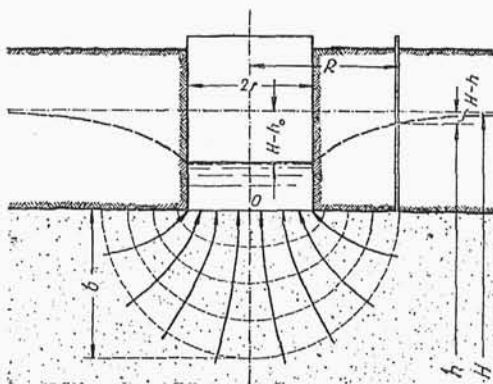
H oznacza położenie pierwotnego zwierciadła wody nad dowolną płaszczyzną. Prędkości wody w kierunku promieni będą:

*) Forchheimer ⁴⁰⁾.

$$-k \frac{\partial h}{\partial R} = \frac{Q}{2\pi R^2}$$

Q przedstawia objętość, przesiakającą w jednostkę czasu do studni przez powierzchnię $2\pi R^2$.

Jeżeli dno studni jest płaskie (rys. 132), to powierzchnie



Rys. 132.

Dopływ wody do studni przez dno płaskie.

jednakowych prędkości nie będą powierzchniami kul, lecz powierzchniami elipsoid, linie zaś prądu hyperbolami. Podług Forchheimer'a:

$$H - h = \frac{Q}{2\pi k R} \left(\frac{\pi}{2} - \arctang \frac{b}{R} \right) = \frac{Q}{2\pi k R} \arctang \frac{R}{b} \quad (98)$$

gdzie b wyobraża pionową półoś elips, R — poziomą. Całkowita strata ciśnienia wyniesie:

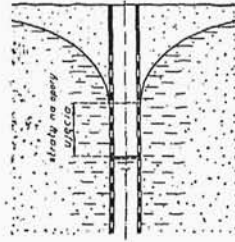
$$H - h_1 = \frac{Q}{4kr} = s \quad (99)$$

Jeżeli warstwa nieprzepuszczalna nie sięga do dolnej krawędzi studni, względnie wogóle nie istnieje, to przepływ do studni będzie ułatwiony i wobec tego:

$$H - h_1 < \frac{Q}{2\pi k r} \quad \text{względnie} < \frac{Q}{4kr}$$

17. Opory studni.

Wprowadzona w rozdziałach poprzednich wartość obniżenia zwierciadła wody $s = H - h_0$ nie uwzględnia straty wysokości ciśnienia na oporach, powstałych przy przejściu przez płaszcz lub siatkę studni i na opory ruchu wewnątrz płaszcza. W rzeczywistości poziom wody w studni jest niższy niż poziom wody grunтовой na zewnątrz płaszcza (rys. 133), a różnica tych poziomów stanowi miarę oporów studni. Straty wysokości ciśnienia na opory, wywołane ruchem wstępującym wody wewnątrz płaszcza studni, są przy niewielkich głębokościach, jakie zdarzają się przy studniach z wolnym zwierciadłem wody, bardzo małe i mogą być pominięte. Występują natomiast wyraźnie przy dużych głębokościach i małych średnicach, jakie zdarzają się przy studniach artezyjskich. Obliczamy je wtedy jak opory ruchu w rurach. Np. opory studni artezyjskiej o głębokości 250 m przy średnicy $d = 100 \text{ mm}$ i poborze wody $Q = 8,3 \text{ l/sek}$ wyniosą $h_f = 7,5 \text{ m}$.



Rys. 133.

Strata wysokości ciśnienia przy przejściu przez płaszcz studni.

Straty ciśnienia na opory, przy przejściu przez płaszcz lub siatkę studni, są zależne od budowy samego płaszcza i trudno jest naogół z góry określić ich wartość. Teoretycznie straty te są proporcjonalne do q^2 , w rzeczywistości rosną szybciej. Z biegiem czasu wzrastają one, co tłumaczy się zamuleniem płaszcza i warstw gruntu bezpośrednio przyległych do płaszcza. W Poznaniu zauważono, że przy dopuszczeniu do większych prędkości na siatkach strąca się na nich żelazo i szybciej zamulają się siatki.

Thiem w wodociągach miasta Norymbergi znalazł następujące wartości na straty w płaszczu studziennym:

Wydatek studni	Opory
<i>l/sek</i>	<i>cm</i>
1,76	13
2,83	36
3,50	78
4,21	90

Pomiaru oporów można dokonać zapomocą rurki, wstawionej na zewnątrz płaszcza. Przy wolnym zwierciadle wody grunтовой można wg. Prinz'a w przybliżeniu określić ich wartość przez nagłe przerwanie poboru. Woda w studni podniesie się

wówczas szybko na wysokość wody na zewnątrz płaszcza, a następnie powoli będzie się wznosić do pierwotnego zwierciadła. Zaobserwowanie tego momentu pozwoli w przybliżeniu określić straty.

18. Przepływ pod ścianką szczelną, fundamentem jazu itp.

Forchheimer⁴⁰⁾ zakładając ruch potencjalny i dobierając kształt funkcji otrzymuje wyrażenie na stratę wysokości ciśnienia h przy przejściu wody pod ścianką szczelną:

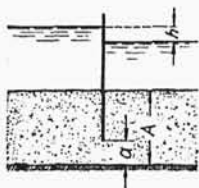
$$h = \frac{2q}{\pi k} \ln \left(2 \cotg \frac{\pi a}{4A} \right) \quad \text{dla } a < \frac{A}{2} \quad (100)$$

$$h = \frac{2q}{\pi k} \frac{1}{\ln \left[2 \cotg \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi a}{4A} \right) \right]} \quad \text{dla } a > \frac{A}{2} \quad (101)$$

gdzie q jest przepływem na jednostkę długości ścianki, A wysokością warstwy wodonośnej, a odległością od spodu ścianki do warstwy nieprzepuszczalnej, k współczynnikiem przepuszczalności gruntu (rys. 134).

Wyrażenia te dają następujący szereg zależności:

$A:a$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$kh:q$	2,061	1,615	1,350	1,157	1,00	0,864	0,741	0,619	0,485	0



Rys. 134.

Strata wysokości ciśnienia przy przejściu wody pod ścianką szczelną.

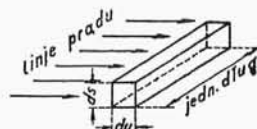
Przy rozwiązywaniu zagadnień praktycznych, na przykład przepływu wody pod jakąś budowlą można, posługując się zgodnością ruchu wody gruntowej z ruchem cieczy doskonałej, stosować do rozważań równanie (83). Jeśli przyjmiemy, że ruch jest płaski (dwuwymiarowy) to równanie uprości się do:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

tak, że każda funkcja x i z , odpowiadająca temu równaniu różniczkowemu, przedstawi pewien rodzaj ruchu wody gruntowej. Linje prądu przebiegając prostopadle do linii potencjalnych (jednakowego ciśnienia), dzielą płaszczyznę ruchu na nieskończenie małe prostokąty.

Jeżeli oznaczyć bok takiego prostokąta wzdłuż linii prądu przez du (rys. 135), wzdłuż linii potencjalnej przez ds , to spadek ciśnienia wynosić będzie $\frac{dh}{du}$, a przepływ przez prostopadłościan, którego podstawą jest prostokąt $du ds$ i wysokością długość odpowiadająca jednostce, $dq = k \frac{dh}{du} ds$, gdzie k jest współczynnikiem przepuszczalności.

Jeżeli wyobrazimy sobie linie prądu tak poprowadzone, że pomiędzy sąsiednimi parami linii przepływa ta sama ilość wody, a linie potencjalne tak, że różnica ciśnień pomiędzy nimi jest stała, to ponieważ wartość współczynnika k jest stała, stosunek $ds:du$ musi być dla wszystkich prostokątów stałym. Jeżeli więc obierzemy dq i dh takie, że jeden z prostokątów przekształci się w kwadrat, to stanie się to również z innymi prostokątami.



Rys. 135.

Ta właściwość siatki krzywych linii prądu i potencjalnych umożliwia rozwiązanie zagadnień praktycznych metodą przybliżoną.

19. Przesiśkanie wody przez pionową ścianę przepuszczalną opartą na warstwie nieprzepuszczalnej.

Zagadnienie ruchu wody, przesiskającej przez ścianę przepuszczalną, spoczywającą na warstwie nieprzepuszczalnej, można rozważać, traktując ruch cząsteczek wody, jako płaski ruch potencjalny.

Kozeny^{49, 50)} podaje funkcję zespoloną, która spełnia warunki tego ruchu:

$$f(\xi) = \frac{1}{2kq} (\Phi + i\Psi)^2 \quad (102)$$

Oznaczają tu: k współczynnik przepuszczalności, q całkowity przepływ na 1 mb, Φ funkcja potencjału, Ψ linii prądu, a $f(\xi) = x + iy$, gdzie x i y są to współrzędne w płaszczyźnie ruchu.

Oddzielając część rzeczywistą funkcji od urojonej otrzymujemy:

$$x = \frac{\Phi^2 - \Psi^2}{2kq} \quad \text{oraz} \quad y = \frac{\Phi\Psi}{kq}$$

Przy założonej funkcji ruchu, warunkami wolnej powierzchni będą: $\frac{\Phi}{k} = y$, oraz $\Psi = q$, stąd równanie linii zwierciadła:

$$x = \frac{k^2 y^2 - q^2}{2 k q} \quad (103)$$

Dla $y = h_1$ przy $x = 0$: $\frac{q}{k} = h_1 \quad (104)$

Różniczkując (103) otrzymamy:

$$\frac{dx}{dy} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{k y}{q}$$

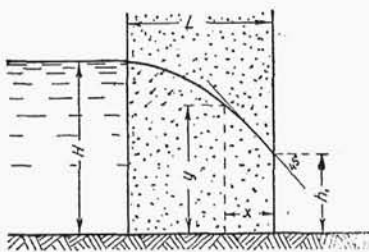
Dla $x = 0$: $\frac{dx}{dy} = \frac{k h_1}{q} = 1$

Linia zwierciadła przy $x = 0$ posiada pochylenie 45° . Odpowiada to największej poziomej prędkości, albowiem prędkość pozioma wyrazi się przez:

$$u = k \frac{ds}{dh} \cos \alpha = \frac{k}{2} \sin 2\alpha$$

wyrażenie to osiąga maximum przy $\alpha = 45^\circ$.

Jeżeli w odległości $x = L$ (rys. 136) wysokość wody ponad warstwą nieprzepuszczalną jest $y = H$, to możemy napisać:



Rys. 136.

Przepływ przez pionową warstwę przepuszczalną.

$$L = \frac{k^2 H^2 - q^2}{2 k q}$$

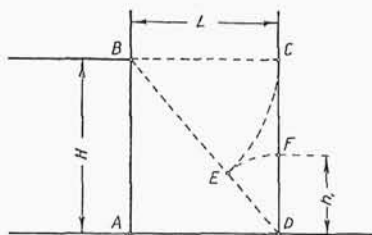
a wprowadzając $q = k h_1$ znajdziemy:

$$h_1 = \sqrt{L^2 + H^2} - L \quad (105)$$

wysokość h_1 jest zatem niezależna od współczynnika przepuszczalności k . Na podstawie tego wzoru, można w bardzo prosty sposób wykreślić rzędną h_1 (rys. 137). Łączymy mianowicie prostą punkty B i D , zakreślamy z punktu B łuk o promieniu BC , do przecięcia się z tą prostą w punkcie E , na-

stępnie odcinkiem DE zataczamy łuk, do przecięcia się z pionową DC . Odcinek $DE = DF$ jest szukaną wysokością h_1 .

Linie potencjału Φ i prądu Ψ tworzą rodzinę ortogonalnych parabol z ogniskiem w punkcie $x=0, y=0$, z których jedną,



Rys. 137.

Sposób wykreślny wyznaczenia wartości h_1 .

jako linję zwierciadła otrzymaliśmy wyżej. Równania tych rodzin łatwiej wyrazić w układzie biegunowym, przyjmując ognisko jako zerowy punkt układu biegunowego*):

$$\frac{\Phi}{k} = \sqrt{(r_0 - L)(r + x)} \text{ — linje potencjału} \quad (106)$$

$$\frac{\Psi}{k} = \sqrt{(r_0 - L)(r - x)} \text{ — linje prądu} \quad (107)$$

Krzywa przesiąkania, jako linja prądu przechodząca przez punkt $x = L, r = r_0$, wyrazi się wówczas równaniem:

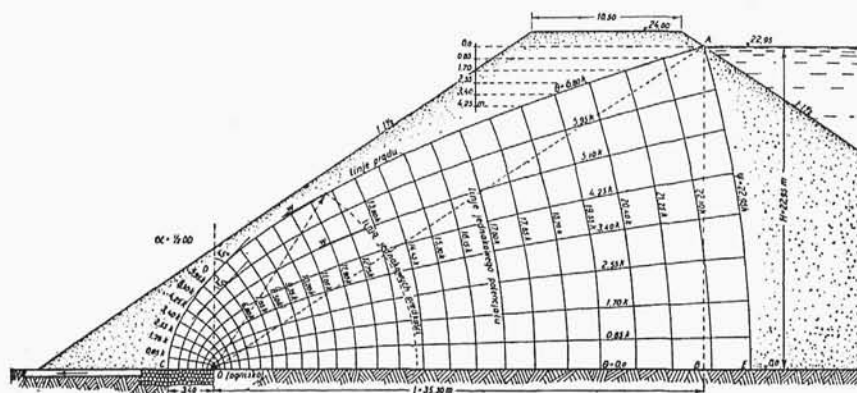
$$y = \sqrt{(r_0 - L)(r - x)} \quad (108)$$

gdzie: $r_0 = \sqrt{L^2 + H^2}$; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

Na rys. 138 widzimy wykreślony przebieg ruchu w ten sposób, że różnice parametrów pomiędzy poszczególnymi linjami każdego układu są jednakowe. Wykres ten wyobraża przepływ przez groblę o parabolicznym kształcie przedniej ściany, o równaniu tej ściany $\frac{\Phi}{k} = H$, z drenażem poziomym, leżącym pomiędzy ogniskiem krzywych, a ścianą zewnętrzną, przez którą to drenaż przepływa

*) De Vos.

woda na długości $x = \frac{h_1}{2}$. Nieprzepuszczalne podłoże poziome, na którym spoczywa grobla, odpowiada linii prądu o równaniu $\frac{\Psi}{k} = 0$, linia zaś przesiąkania — linii prądu o równaniu $\frac{\Psi}{k} = r_0 - L^*)$



Rys. 138.

Linie prądu oraz krzywa jednakowego potencjału.

Z równania potencjału otrzymamy bezpośrednio pionową i poziomą składowe prędkości w dowolnym punkcie:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = v_y; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x} = v_x$$

które wyrażą się przez:

$$v_x = \frac{k}{2r} \sqrt{(r_0 - L)(r + x)} \text{ — składowa pozioma} \quad (109)$$

$$v_y = \frac{k}{2r} \sqrt{(r_0 - L)(r - x)} \text{ — składowa pionowa} \quad (110)$$

oraz prędkość wypadkową:

$$v = k \sqrt{\frac{r_0 - L}{2r}} \quad (111)$$

Zatem krzywe jednakowych prędkości są to koła zatoczone z początkowego punktu układu.

*) Uwaga: W rzeczywistości przebieg linii prądu i linii ekwipotencjalnych będzie trochę inny ze względu na to, że skarpa od strony wody jest nachyloną płaszczyzną, a nie powierzchnią paraboliczną.

Przyjęcie podanego kształtu funkcji potencjału doprowadza do wyniku, że przy r dążącym do 0, v dąży do nieskończoności, co nie jest zgodne z rzeczywistością.

Wreszcie zważywszy, że przepływ $q = \int v_x dy$ w granicach od zera do linii przesiąkania:

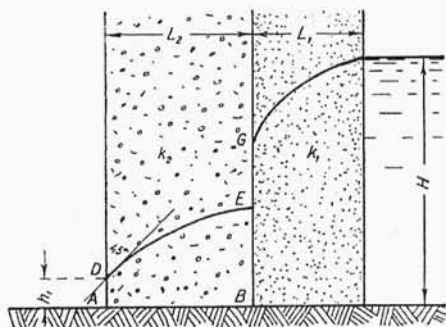
$$q = k(r_0 - L) = kh_1 \quad (112)$$

otrzymamy, że składowa pozioma prędkości x dla wysokości h_1 w przecięciu dla całego przekroju jest równa k , zgodnie z założeniem.

Jeśli woda przepływa przez dwie warstwy pionowe o różnych współczynnikach przesiąkliwości k , gdzie grubość warstwy o współczynniku k_1 jest L_1 , zaś o współczynniku k_2 jest L_2 , objętość przesączającej się na sekundę wody będzie:

$$q = k_1 AD = k_2 BG \quad \text{gdzie} \quad BG = \sqrt{H^2 + L_1^2} - L_1$$

Ze wzorów tych możemy obliczyć najpierw rzędną BG , stąd objętość q , z niej rzędną AD , w końcu z wysokości AD rzędną BE ze wzoru: $BE = \sqrt{(L_2 + AD)^2} - L_2$ (rys. 139).



Rys. 139.

Przepływ przez dwie pionowe warstwy o różnej przepuszczalności.

Ponieważ przy $k_2 > k_1$, BE jest mniejsze od BG , na pewnej przestrzeni woda płynie nieregularnie, spadając z wysokości BG na BE .

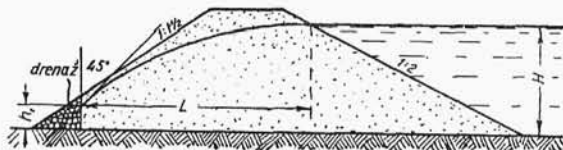
W razie założenia nie dwu, lecz więcej pionowych warstw, przez które woda ma się przesączać, przy różnych współczynnikach k , obliczenie nastąpi wzorami:

$$q_1 = k_1 \frac{H^2 - h_1^2}{2l_1} = q_2 = k_2 \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l_2} \quad (112a)$$

itd., gdzie $l_1, l_2 \dots$ są szerokościami grobli, $h_1, h_2 \dots$ rzędnymi zwierciadła wody na pionowych ograniczeniach warstw.

20. Przesiäkanie przez groble ziemne, o skarpach pochyłych, leżące na warstwie nieprzepuszczalnej.

Badania laboratoryjne De Vos'a dowodzą, że nachylenie skarp od strony wody nie wpływa w znaczniejszym stopniu na układ krzywych przesiekania wody przez grunt, który jest niemal taki sam jak przy skarpach pionowych. Wykresy obliczone dla skarp pionowych od strony wody mogą być zatem zastosowane także do grobli o przednich skarpach nachylonych. Co się tyczy tylnej skarpy, korpus grobli powinien objąć całe pole przesieknięte wodą, gdyż w przeciwnym wypadku woda wystąpi na skarpie grobli (rys. 140). Należy zatem dać drenaż poziomy lub pionowy u stopy



Rys. 140.

grobli, pionowy na wysokość h_1 , poziomy na długość równą połowie h_1 . Ponieważ poziomy wymiar drenażu jest mniejszy od pionowego, przy drenażu poziomym powstają większe prędkości w gruncie niż przy drenażu pionowym, ten ostatni zatem jest bardziej racjonalny. Jak wynika z całkowania, przeciętna prędkość wypływu wody do drenażu pionowego jest 1,41 k , do poziomego 2,0 k . Rozszerzenie podstawy grobli zmniejsza wprowadzie bezwzględną cyfrę przesiekającej wody, zniża wysokość h_1 , nie wpływa jednak na absolutną prędkość z jaką woda u stopy grobli wypływa. Dobra przepuszczalność warstw, tworzących groble po stronie odpływu, wraz z dobrym i odpowiednio wysokim drenażem pionowym są koniecznym warunkiem stałości grobli.

W razie niejednorodnego materiału grobli Pawłowski⁵¹⁾ radzi przeprowadzać obliczenia, zakładając groble o stałym współ-