

linia ciśnień  $B_o'' E_o F_o$  ułożyłaby się na powierzchni  $BEF$ .

185. PRZEBIEG BAZIN'a, jest to przelew doskonały, wykonany w cienkiej ścianie, o szerokości równej szerokości koryta, prowadzącego wodę na przelew, który dostarcza wydatek, obliczany z wzoru /82/:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[ \left( H + \frac{v_r^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( \frac{v_r^2}{2g} \right)^{3/2} \right].$$

Spółczynnik  $\mu$ , znaleziony przez Francis'a /1854/ i stosowany często w Stanach Zjednoczonych Ameryki Północnej, jest  $\mu = 0,623$ , tak iż

$$\frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} = 1,838 \quad \text{i wówczas:}$$

$$Q = 1,838 b \left[ \left( H + \frac{v_r^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( \frac{v_r^2}{2g} \right)^{3/2} \right] \quad /84/$$

Według doświadczeń Bazin'a wydatek zależy od stosunku głębokości  $H_o$  prostokątnego koryta - do wysokości  $H$  /rys. 118/.

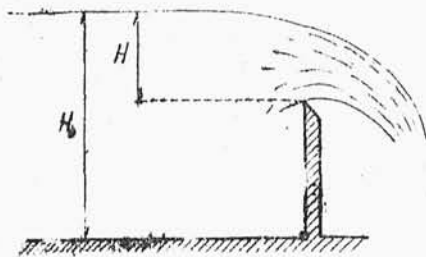
Według Bazin'a wydatek:

$$Q = \left[ 0,405 + \frac{0,003}{H} \right] \left[ 1 + 0,55 \frac{H^2}{H_o^2} \right] \cdot b H \sqrt{2gH} \quad /85/$$

albo

$$Q = \left[ 1,794 + \frac{0,0133}{H} \right] \left[ 1 + 0,55 \frac{H^2}{H_o^2} \right] b H^{3/2} \quad /85a/$$

Drugi nawias tego wzoru już u w z g l ę d n i a



o r ę d k o ś ć d o -  
p ł y w u w korycie.

W przypadku, gdy za-  
chodzi d ł a w i e n i e  
strumienia z jednego bo-

rys.118.

ku Bazin we wzorze /85/ albo /85-a/ wstawia zamiast  $b$   
wartość:  $b - 0,2H$  ; gdy dławienie strumienia jest z  
dwóch boków, wstawia zamiast  $b$  - wartość:  $b - 0,4H$ .

Najnowszy wzór, który ma dawać omyłki nie prze-  
kraczające 1%, jest wzór Rehbock a:

$$Q = \frac{2}{3} \left( 0,605 + \frac{1}{1050H-3} + 0,08 \frac{H}{H_0-H} \right) H b \sqrt{2gH} \quad /86/$$

albo

$$Q = \left( 1,787 + \frac{2,953}{1050H-3} + 0,236 \frac{H}{H_0-H} \right) b H^{\frac{3}{2}} \quad /86a/$$

186. PRZELEW PONCELET 'a jest to przelew doskona-  
ły w cienkiej ścianie; szerokość  $b$  otworu przelewowe-  
go jest mniejsza od szerokości  $B$  koryta prostokątnego  
doprowadzającego wodę /rys.119/.

Podług doświadczeń Frese 'go wynika, że wydatek  
wody w tym przypadku można przyjąć:

$$Q = \frac{2}{3} b H \left[ 0,5755 + \frac{0,017}{H+0,18} - \frac{0,075}{b+1,2} \right] \left[ 1 + \left( 0,25 \frac{b^2}{B^2} + 0,025 + \frac{0,0375}{\frac{H^2}{H_0^2} + 0,02} \right) \frac{H^2}{H_0^2} \right] \sqrt{2gH} \quad /87/$$

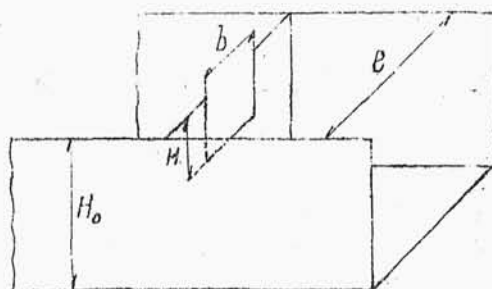
Wyraz w drugim nawiasie u w z g l ę d n i a  
p r ę d k o ś ć d o p ł y w u w k o r y c i e; wzór  
jest słuszny, kiedy

$$0,1m < H < 0,6m$$

Hęgły z doświadczeń określa wydatek przez przelew  
Poncelet'a z następującego wzoru:

$$Q = \left[ 0,405 - 0,03 \frac{B-b}{B} + \frac{0,0027}{H} \right] \left[ 1 + 0,55 \frac{b^2 H^2}{B^2 H_0^2} \right] b H \sqrt{2gH} \quad /88/$$

Gdyby w tym wzorze przyjąć  $b = B$  otrzymamy wzór  
bardzo zbliżony do  
wzoru /85/ dla prze-  
lewu Bazin'a.



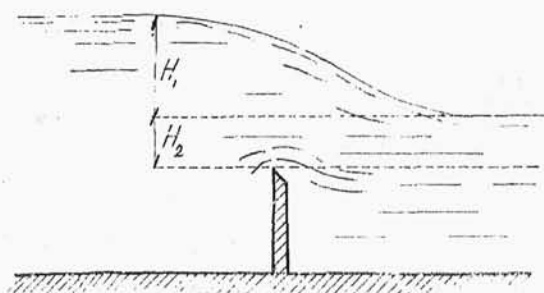
187. PRZELEW ZA-  
TOPIONY, t.j. taki,  
którego próg znajduje

rys.119.

się poniżej zwierciadła wody w korycie odpływowym  
/rys.120/. Niech w ścianie będzie otwór o szerokości  $b$ .  
Próg otworu niech będzie na głębokości  $(H_1 + H_2)$  pod swo-  
bodną powierzchnią wody w górnym korycie i na głębokoś-  
ci  $H_2$  pod swobodną powierzchnią w dolnym korycie. Co  
do wydatku wody przez taki przelew mamy niewiele badań.  
Stąd trudno wydatek z większą dokładnością obliczyć.  
W przybliżeniu, idąc za rozumowaniem Weisbacha, może-

my obliczyć wydatek wody w taki sposób.

Otwór przelewowy dzielimy co do wysokości na dwie



części, jedną - górną - o wysokości  $H_1$  i drugą - dolną - o wysokości  $H_2$ .

Wypływ przez

rys. 120.

górną część otwo-

ru, którego pole jest  $bH_1$ , możemy traktować, oczywiście z pewnym tylko przybliżeniem, jako wypływ przez przelew doskonały, którego próg znajduje się na poziomie zwierciadła wody w dolnym korycie.

Wydatek przez tak rozumianą część otworu otrzymamy, zgodnie z wzorem /82/

$$Q_1 = \frac{2}{3} \mu_1 b \sqrt{2g} \left[ \left( H_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( \frac{v_1^2}{2g} \right)^{3/2} \right] \quad /a/$$

Wypływ przez dolną część otworu możemy sobie przedstawić jako wypływ przez otwór zatopiony o szerokości  $b$  i wysokości  $H_2$  przy różnicy poziomów  $H_1$ . Wydatek przez tak rozumianą część otworu przelewowego obliczymy z wzoru /77/ lub /78/:

$$Q_2 = \mu_2 b H_2 \sqrt{2g} \left[ H_1 + \left( \frac{v_2^2}{2g} \right) \right]^{1/2} \quad /b/$$

Wówczas całkowity wydatek  $Q = Q_1 + Q_2$  otrzymamy dodając wzory /a/ i /b/ stronami:

$$Q = \frac{2}{3} \mu_1 b \sqrt{2g} \left[ \left( H_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( \frac{v_1^2}{2g} \right)^{3/2} \right] + \mu_2 b H_2 \sqrt{2g \left( H_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right)} \quad /89/$$

W przypadku, kiedy prędkość  $v_1$  jest nieznaczną, wtedy:

$$Q = \left( \frac{2}{3} \mu_1 H_1 + \mu_2 H_2 \right) b \sqrt{2g H_1} \quad /90/$$

Założenie jednak, że  $v_1$  jest małe, rzadko kiedy może być utrzymane.

Co się tyczy współczynników  $\mu_1$  i  $\mu_2$ , zazwyczaj przyjmują  $\mu_1 = 0,63$ , zaś  $\mu_2 = 0,51 - 0,63 - 0,8$ , zależnie od kształtu progu i od położenia progu po nadznen. Im próg bliżej dna, tym  $\mu_2$  większe.

188. PRZELIW Z OTWOREM TRÓJKĄTNYM /przelew Thomson a/.

W art.166 znaleźliśmy wydatek przez otwór trójkątny /wierzchołek trójkąta jest zwrócony ku dołowi/ w cienkiej ścianie pionowej; podstawę trójkąta przyjęliśmy poziomą. Otrzymaliśmy tam:

$$Q = \frac{2}{15} \mu b \frac{\sqrt{2g}}{H_1 - H_2} \left( 2H_1^{5/2} - 5H_1 H_2^{3/2} + 3H_2^{5/2} \right),$$

gdzie  $H_2$  jest odległością podstawy otworu od swobod-

nej powierzchni wody,  $H_1$  zaś jest odległością wierzchołka trójkąta od tejże powierzchni.

Niech otwór tak będzie wykonany w ścianie, że podstawa trójkąta znajdzie się na swobodnej powierzchni wody; wtedy, przyjmując  $H_2 = 0$  i pisząc  $H$  zamiast

$H_1$ , otrzymamy:

$$Q = \frac{4}{15} \mu b \frac{\sqrt{2g}}{H} \cdot H^{5/2} = \frac{4}{15} \mu b H \sqrt{2gH} \quad /91/$$

gdzie  $H$  jest głębokość wierzchołka trójkąta pod nieodkształconą powierzchnią swobodną.

Spółczynnik  $\mu$  można przyjąć w przybliżeniu  $\mu = 0,62$ .

Według doświadczeń Thomsona wydatek przez przelew trójkątny prawie nie zależy od prędkości wody dopływającej do przelewu. Dlatego też możemy zatrzymać się na wzorze /91/.

Zwykle stosowany jest przelew trójkątny, który przy wierzchołku ma kąt prosty. Wówczas  $b = 2H$  i wzór /91/ zmieni się na:

$$Q = \frac{8}{15} \mu H^2 \sqrt{2gH},$$

albo

$$Q = \frac{8}{15} \mu \sqrt{2g} \cdot H^{5/2} \quad /92/$$

Wartość współczynnika  $\mu$  zależy od wysokości  $H$ . Według doświadczeń Farra przy

$H = 0,05m; 0,075m; 0,10m; 0,15m; 0,20m; 0,25m;$   
 spólcz.  $\frac{8}{15} \mu \sqrt{2g} = 1,42 ; 1,41 ; 1,40 ; 1,39 ; 1,38 ; 1,38 ;$

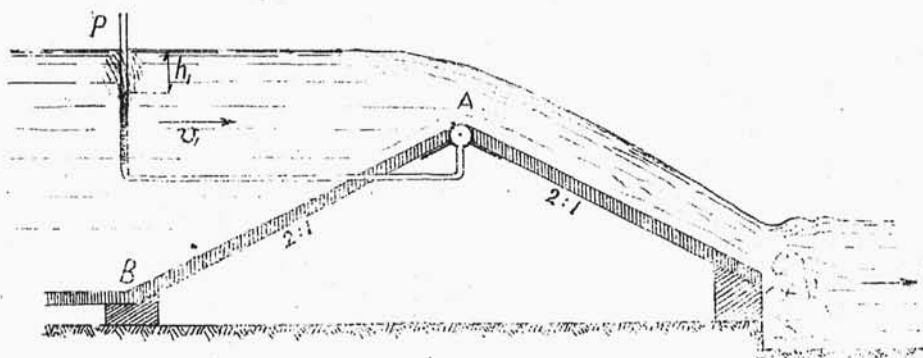
Średnio można zatem przyjąć 1,4, tak iż napiszemy wzór /92/ w postaci:

$$Q = 1,4 H^{\frac{5}{2}} \quad /93/$$

Przelew trójkątny jest stosowany do pomiarów małych wydatków, kiedy przy stosowaniu przelewu prostokątnego wysokość  $H$  otrzymywałyby się zbyt mała. Okoliczność ta mogłaby spowodować przywieranie wypływającego strumienia do ściany, w której wykonany jest otwór prostokątny; przez to dokładność pomiarów przelewem prostokątnym byłaby zmniejszona.

#### 189. PRZELEW HERSCHELL'a.

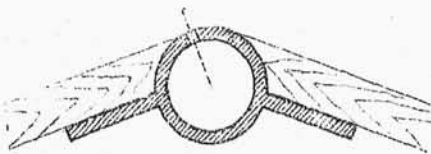
Przelew zbudowany jest w ten sposób /rys.121/:



rys.121.

dwie płaszczyzny - jedna  $AB$  na dopływie - druga  $AC$  na odpływie wykonane są ze spadkiem 2:1 o szerokość-

ci  $AB$  i  $AC$  równej po  $0,6$  m. W próg przelewu jest wstawiona rurka mosiężna o  $\phi$  6 cm, posiadająca otwory wzdłuż tworzącej. Rurka jest wprawiona w próg tak, iż osi otworów są normalne do płaszczyzny  $AB$  /rys. 122/. Długość progu /w kierunku prostopadłym do ruchu wody/ jest taka, żeby nie było bocznego dławienia strumienia. Rurka mosiężna połączona jest z piezometrem  $P$ , który wskazuje ciśnienie panujące na progu  $A$ .



rys.122.

Odczytujemy różnicę zwierciadeł wody w płynącym strumieniu i w piezometrze. Niech to będzie  $h_1$ .

Wówczas według Herschella wydatek przez przelew na każdy metr bieżący progu oblicza się z wzoru:

$$Q = 1,675 h,$$

a przy długości progu  $b$  wydatek będzie

$$Q = 1,675 b \cdot h.$$

Pod wielkością  $h$  należy rozumieć wysokość  $h_1$  /rys.118/ zwiększoną o wysokość prędkości  $v$  dopływu do przelewu, a więc  $h = h_1 + \frac{v^2}{2g}$ .

Stąd otrzymujemy

$$Q = 1,675 b \left( h_1 + \frac{v^2}{2g} \right)$$

/94/



Wobec trudności otrzymania prędkości  $v$ , można postąpić tak: przyjmujemy, jako pierwsze przybliżenie  $v = 0$ , wtedy znajdziemy  $Q' = 1,675 bh$ , a mając wartość  $Q'$ , oceniamy, jaka będzie prędkość  $v'$  dopływającej wody. Otrzymawszy  $v'$  poprawiamy wydatek:

$$Q'' = 1,675 b \left( h + \frac{v'^2}{2g} \right),$$

a mając  $Q''$  - obliczamy nową prędkość  $v''$  itd., aż otrzymamy wynik z wyznaczoną dokładnością.

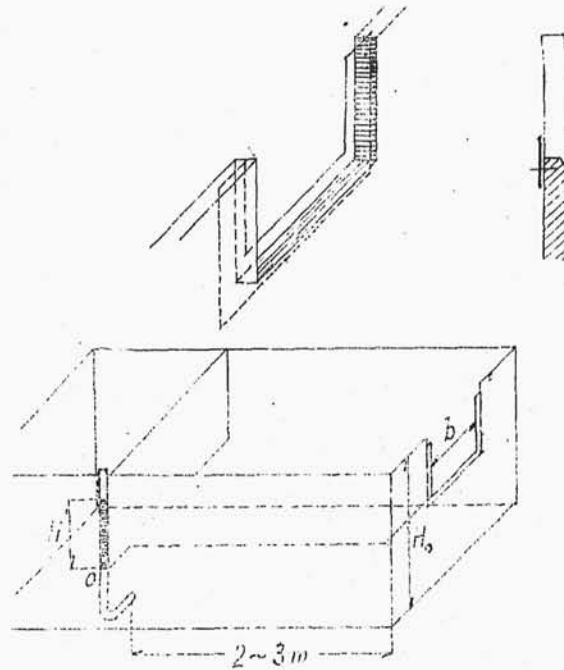
#### 190. PRZEBIEG PROSTOKĄTNE DO POMIARU WYDATKU WODY.

Najczęściej stosowane są do tego celu przelewy Poncellet'a, wykonane w cienkiej ścianie pionowej.

Aby otrzymać stosowne urządzenie, zbijamy z desek długą 3-4 metry skrzynię; w ścianie krótszej wycinamy prostokątny otwór. Aby można było uważać otwór jako wykonany w cienkiej ścianie, obijamy wycięcie w ścianie od strony wody cienką blachą, odpowiednio dopasowaną /rys.123/. Woda wypływać będzie, dotykając tylko krawędzi blaszanych.

W dłuższej bocznej ścianie skrzyni, w odległości 2 - 3 m. od otworu w bliskości dna, wiercimy otwór 25 - 30 mm.  $\phi$  i wstawiamy w niego zagiętą rurkę szklaną 20 - 25 mm.  $\phi$ , która górnym końcem dochodzi pra-

wie do wierzchu skrzyni. Będzie to t.zw. piezometr.



rys.123.

Skrzynię ustawiamy tak, aby próg przelewu był dokładnie poziomy, aby woda od mierzonego źródła dopływała bez strat, oraz, aby woda, płynąc w skrzyni, jak najmniej falowała.

W tym ostatnim celu można wprawić kilka desek do wnętrza skrzyni, aby uspokoić falującą wodę tak, żeby dalej swobodnie płynęła. Kiedy skrzynia jest już prawidłowo i mocno ustawiona, napełniamy skrzynię wodą powoli, aż do progu przelewu; kiedy zwierciadło wody ustali się na poziomie progu, notujemy tę wyso-

kość ga piezometrze.

Po czym możemy paść do skrzyni mierzony strumień wody. Piezometr wskaże w każdej chwili stan zwierciadła wody w skrzyni, ponad progiem w tym miejscu, gdzie zwierciadło nie jest jeszcze odkształcone.

Mierząc wysokość  $H$  i mając szerokość przevalu  $b$ , znajdziemy **wydatek**, korzystając z podanych poprzednio wzorów.

Pomiary  $H$  należy robić jak najczęściej, szczególnie, jeśli dopływ wody jest niezupełnie jednostajny.

W razie znacznych wahań w dopływie wody, a więc i poziomu wody, niepewne i trudne jest zapisywanie zmiennych wysokości  $H$ . Wtedy stosujemy pływak, który wstawiamy do szerokiej rury, urządzonej na podobieństwo opisanego poprzednio piezometru. Pływak opadając i podnosząc się równocześnie ze zmianą poziomu wody w skrzyni, opuszcza lub podnosi pióro, umocowane do linki, zaczepionej jednym końcem do pływaka, przerzuconej przez krążek i naciąganej ciężarkiem, zawieszonym do drugiego końca linki.

Teraz wyobraźmy sobie cylinder z osią pionową, ustawiony przed wspomnianym piórem; niech cylinder obra-

ca się około osi przy pomocy mechanizmu zegarowego; wówczas pióro na papierze, nawiniętym na wspomnianym cylindrze, notować będzie stale stan poziomu wody w skrzyni, a więc i zmienne wysokości  $H$ . Zmiany wysokości  $H$ , notowane w związku z biegiem czasu, pozwolą obliczyć wydatek za cały czas lub część okresu, kiedy były robione pomiary.

191. Warunki dobrze wykonanego przelewu, na którym można polegać, jako na przyrządzie mierniczym, powinny być następujące:

1/ próg przelewu powinien być ściśle poziomym, a ścianka w której jest otwór przelewowy, powinna być dokładnie pionowa, krawędzie zaś otworu winny być ostre.

2/ Szerokość otworu przelewowego  $b$  powinna być  $b \geq 3H$ , gdyż temu stosunkowi odpowiadają znane współczynniki wydatku.

3/ Próg powinien znajdować się na pewnej wysokości ponad dnem tak, aby  $bH \leq \frac{1}{6}F$ , gdzie  $F$  jest przekrojem przepływu w skrzyni.

4/ Dławienie z boków otworu /przy przelewie Poncellet'a/ będzie wtedy zupełne, kiedy odległość pio-

nowych krawędzi otworu od ścian podłużnych skrzyni jest  $\geq 2H$ .

5/ Pod strumieniem wody, wypływającej przez przelew, winien być wolny dostęp dla powietrza, czyli, jak mówią, winna być dostateczna wentylacja strumienia od spodu.

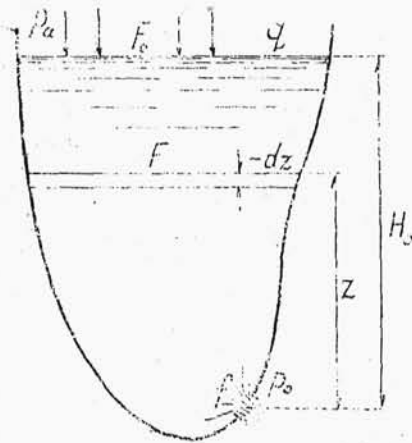
6/Pomiar  $H$  powinien być wykonany w pewnej odległości /przynajmniej 2-3m/ powyżej przelewu i od brzegów, aby uniknąć wpływu natężenia powierzchniowego wody.

#### WYPŁYW CIECZY PRZY ZMIENNYM POZIOMIE ZWIERCIADŁA.

192. Dotychczas rozważaliśmy wypływ cieczy przez otwory różnych rodzajów, przyjmując, że poziom zwierciadła cieczy jest stały. Ten warunek zapewniał istnienie ruchu trwałego.

Rozpatrzmy teraz przypadek, kiedy poziom zwierciadła będzie zmienny. Wtedy mieć będziemy do czynienia z ruchem nietrwałym. Stosowanie twierdzenia D. Bernoulli'ego w takim razie nie będzie ścisłe; mimo to zastosujemy tu to twierdzenie, zdej-  
ając sobie sprawę, że otrzymany wynik będzie przy-

bliżony. Aby otrzymać rezultat zgodny z rzeczywistością, trzeba będzie, jak to zwykle robimy, wynik poprawić, przez zastosowanie odpowiedniego współczynnika. Niech będzie naczynie, jak na rysunku 124, napełnione cieczą do wysokości  $H_0$  ponad dnem, w którym znajduje się otwór o polu  $f$ . Niech dalej pole  $f$  otworu



rys.124.

będzie nieznaczone z przekrojami poprzecznymi  $F$  naczynia. Niech, wreszcie, ciśnienie na swobodnej powierzchni wody będzie  $p_a$ , przy wypływie zaś  $p_0$ .

Aby otrzymać zagadnienie o charakterze ogólniejszym, przyjmijmy,

że do naczynia stale dopływa określona ilość cieczy  $q \frac{m^3}{sek}$ . Mamy znaleźć: po jakim czasie w naczyniu ciecz stanie na tej czy innej wysokości i kiedy, następnie, naczynie się całkowicie opróżni w przypadku, kiedy  $q$  jest  $\geq 0$ .

Przypuśćmy, że zaczynamy obserwować wypływ cie-

czy od tego momentu, kiedy naczynie jest napełnione do wysokości  $H_0$ . Od tej chwili liczymy czas.

Po pewnym czasie  $t$  od początku wypływu niech zwierciadło cieczy opadnie do poziomu, znajdującego się na wysokości  $Z$  ponad otworem w dnie.

W tym momencie prędkość wypływu, zgodnie z poprzednimi wzorami:

$$v = \sqrt{2g\left(Z + \frac{p_a - p_o}{\gamma}\right)}.$$

W ciągu elementu czasu  $dt$  z naczynia zdaży wypłynąć przez otwór  $f$  objętość cieczy:

$$Q = \mu f \sqrt{2g\left(Z + \frac{p_a - p_o}{\gamma}\right)} dt.$$

W tym samym elemencie czasu zzewnątrz przybywa do naczynia  $q \cdot dt$ . A więc ostatecznie w naczyniu ubywa:

$$\mu f \sqrt{2g\left(Z + \frac{p_a - p_o}{\gamma}\right)} dt - q dt.$$

Jeśli taka ilość cieczy w naczyniu ubywa, powinien poziom zwierciadła obniżyć się o  $(-dz)$ . Znak  $-$  przed  $dz$  jest postawiony, gdyż  $Z$  jest funkcją czasu malejącą. Niech w tym miejscu przekrój poprzeczny naczynia będzie  $F$ , zatem w naczyniu uwolniła się objętość  $= -Fdz$ , która musi być równa poprzednio znalezionej objętości.

Mamy więc:

$$\mu f \sqrt{2g(z + \frac{p_a - p_o}{\gamma})} \cdot dt - q dt = -F dz .$$

W przypadku naczynia o dowolnych kształtach, przekrój  $F$  jest wielkością zmienną, zależną od  $Z$  , czyli, że  $F$  jest funkcją głębokości  $Z$  .

Z ostatniego równania mamy:

$$dt = \frac{F \cdot dz}{q - \mu f \sqrt{2g(z + \frac{p_a - p_o}{\gamma})}} .$$

Jeśli mamy znaleźć czas, po którego upływie poziom cieczy w naczyniu obniży się z wysokości  $H_o$  do  $Z$  , należy ostatnie równanie scałkować; znajdziemy wtedy:

$$t = \int_{H_o}^Z \frac{F \cdot dz}{q - \mu f \sqrt{2g(z + \frac{p_a - p_o}{\gamma})}} \quad /95/$$

Jeżeliby chodziło o znalezienie czasu, kiedy naczynie opróżni się do otworu, należałoby założyć, że  $q = 0$  i przyjąć w powyższym równaniu  $Z = 0$  .

Że  $q$  musi być równe zeru, jest zrozumiałe, gdyż wtedy nie mogłoby być mowy o opróżnieniu naczynia.

W tym założeniu czas potrzebny do opróżnienia wyznaczmy:



$$T = \int_{h_0}^0 \frac{F dz}{-\mu f \sqrt{2g(z + \frac{p_a - p_0}{\gamma})}} = \frac{1}{\mu f \sqrt{2g}} \int_0^{h_0} \frac{F dz}{\sqrt{z + \frac{p_a - p_0}{\gamma}}} \quad /96/$$

Dokończyć całkowania moglibyśmy wtenczas, gdybyśmy znali zależność  $F$  od  $z$ .

193. PRZYKŁAD XXIV. Niech naczynie, z którego przez otwór w dnie wypływa woda, będzie cylindryczne o przekroju stałym  $F_0$ . Znaleźć czas, po którym zwierciadło wody znajdzie się na wysokości  $Z$  nad dnem.

Przyjmijmy dla uproszczenia zadania, że  $p_a = p_0$ , wtedy równanie /95/ otrzyma postać:

$$t = F_0 \int_{h_0}^Z \frac{dz}{q - \mu f \sqrt{2gz}}$$

Aby to równanie scałkować, przyjmijmy, że  $\sqrt{z} = x$ , czyli, że  $z = x^2$ , a stąd  $dz = 2x dx$ .

Wtedy:

$$t = 2F_0 \int_{h_0}^Z \frac{x dx}{q - \mu f x \sqrt{2g}} \quad , \quad \text{albo} \quad t = \frac{2F_0}{\mu f \sqrt{2g}} \int_{h_0}^Z \frac{x dx}{\frac{q}{\mu f \sqrt{2g}} - x}$$

Oznaczmy dalej:

$$\frac{q}{\mu f \sqrt{2g}} - x = y$$

Wtedy  $x = \frac{q}{\mu f \sqrt{2g}} - y$  oraz  $dx = -dy$ .