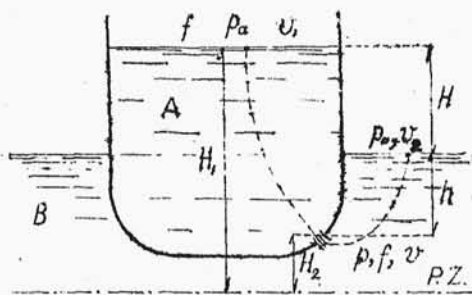


Zatem przybliżony wzór /70/ jest dostatecznie dokładny.

### WYPIY W CIECZY PRZEZ OTWÓR ZATOPIONY.

171. Mamy naczynie  $A$  /rys.105/ z otworem o po-  
lu  $f$ . Naczynie to wstawione jest w naczynie  $B$ , tak  
iż otwór jest zatopiony.



Na swobodnej powierzchni  
naczynia  $A$  mamy ciśnie-  
nie  $p_a$  i prędkość  $u$ .

Ciecz wypływa do na-  
czynia  $B$ ; na swobodnej  
powierzchni naczynia  $B$

rys.105.

jest ciśnienie  $p_a$  i prę-  
dkość cieczy odpływającej jest  $u$ . Znaleźć należy  
prędkość  $v$  wypływu w przekroju  $f$  oraz wydatek w tym  
miejscu.

Niech przy otworze będzie ciśnienie  $p$ .

Napiszmy równanie dla cząstki, wziętej na swo-  
bodnej powierzchni i tuż przed otworem  $f$ :

$$H_1 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = H_2 + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$

a stąd:

$$\frac{v^2}{2g} = H_1 - H_2 + \frac{P_0 - p}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Należy z równania wyrugować ciśnienie  $p$ .

Napišmy równanie dla cząstki, kiedy ta znajduje się w naczyniu  $B$  tuż za otworem  $f$  i kiedy następnie wypłynie na swobodną powierzchnię naczynia  $B$ . Przyjmujemy, że cząstki cieczy ledwie wypłyną z otworu  $f$  dostają się do wielkiej masy cieczy i tracą całą prędkość  $v$  skutkiem uderzenia o ciecz w naczyniu  $B$ , poruszającą się znacznie powolniej. Powstają wiry w cieczy. Możemy więc przyjąć, że cząstka przy samym otworze  $f$  prędkości już nie posiada. Zatem równanie napiszemy w taki sposób:

$$H_2 + \frac{p}{\gamma} + 0 = H_2 + h + \frac{P_0}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Stąd otrzymujemy  $\frac{p}{\gamma} = h + \frac{P_0}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$ . Podstawiając tę wartość  $\frac{p}{\gamma}$  w poprzednie równanie, znajdziemy:

$$\frac{v^2}{2g} = H_1 - H_2 + \frac{P_0}{\gamma} - h - \frac{P_0}{\gamma} - \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g},$$

albo:

$$\frac{v^2}{2g} = H_1 - (H_2 + h) + \frac{P_0 - P_0}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g};$$

ponieważ  $H_1 - (H_2 + h) = H$ , zatem

$$\frac{v^2}{2g} = H + \frac{P_0 - P_0}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}.$$

Ostatecznie uwzględniając jeszcze współczynnik prędkości, napiszemy:

$$v = \varphi \sqrt{2g \left[ H + \frac{p_a - p_o}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right]} \quad /71/$$

W przypadku, kiedy  $p_a = p_o$ , otrzymujemy:

$$v = \varphi \sqrt{2g \left( H + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right)} \quad /72/$$

Bardzo często spotykać się będziemy z takimi warunkami, kiedy  $v_2$  jest bardzo małe; wtedy

$$v = \varphi \sqrt{2g \left( H + \frac{v_1^2}{2g} \right)} \quad /73/$$

Często wolno będzie przyjąć, że również  $v_1$  jest bardzo małe; wówczas

$$v = \varphi \sqrt{2gH} \quad /74/$$

We wszystkich wzorach /71/.../74/ dostrzegamy, że prędkość przepływu zależy od  $H$ , t.j. od różnicy poziomów cieczy w naczyniach  $A$  i  $B$ , a wcale nie zależy od tego, czy otwór  $f$  znajduje się głębiej, czy płycej pod swobodną powierzchnią cieczy, czy cząstkę w strudze obraliśmy w tym czy innym miejscu otworu.

Mając prędkość  $v$ , znajdziemy **w y d a t e k w o-**  
**d y :**

$$Q = \varphi \cdot v \cdot \alpha \cdot f = \mu \cdot f \cdot v .$$

W najogólniejszym przypadku, kiedy  $p_a \geq p_o$ .

$$Q = \mu f \sqrt{2g \left[ H + \frac{p_a - p_o}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right]} \quad /75/$$

w następnych przypadkach, kiedy  $p_a = p_o$

$$Q = \mu f \sqrt{2g \left[ H + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right]} \quad /76/$$

jeżeli  $v_2$  jest bardzo małe:

$$Q = \mu f \sqrt{2g \left[ H + \frac{v_1^2}{2g} \right]} \quad /77/$$

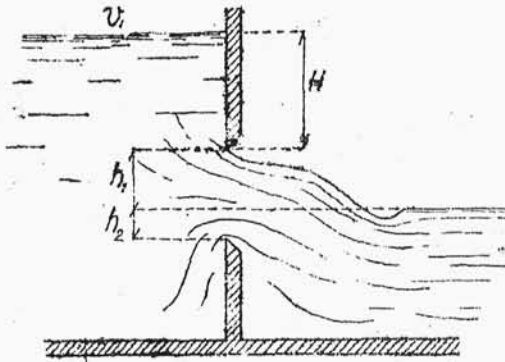
wreszcie, kiedy  $v_1$  też jest małe, otrzymamy:

$$Q = \mu f \sqrt{2gH} \quad /78/$$

172. Spółczynniki wydatku przy wypływie cieczy przez otwór zatopiony przy zastosowaniu różnych przystawek są cokolwiek mniejsze, niż przy wypływie przez otwór swobodny. Według Weisbacha stosunek między spółczynnikiem wydatku przez otwór zatopiony i wydatku przez otwór swobodny średnio jest równy 0,986, czyli spółczynniki  $\mu$  dla otworu zatopionego jest mniej więcej o 1% mniejszy od spółcz.  $\mu$  dla otworu swobodnego.

173. O t w ó r c z ę ś c i o w o z a t o p i o n y. Niech będzie naczynie /rys.106/, posiadające otwór prostokątny o wysokości  $(h_1 + h_2)$  i szerokości  $b$ .

Dolna część otworu na wysokości  $h_2$  jest zatopiona;



rys.106.

górną część otworu jest swobodna. Obliczenie wydatku w powyższych warunkach dokonywamy, przyjmując, że przez część otworu o wysokości  $h_1$ , znajdującą się powyżej

zwierciadła wody w dolnym naczyniu, ciecz wypływa jakby przez otwór swobodny, zaś przez część otworu o wysokości  $h_2$ , będącą poniżej zwierciadła dolnego, ciecz przepływa jakby przez otwór zatopiony.

Wydatek  $Q_1$  przez górną część otworu znajdziemy na podstawie wzoru /59/:

$$Q_1 = \frac{2}{3} \mu_1 b \sqrt{2g} [(H+h_1)^{3/2} - H^{3/2}]$$

Wydatek  $Q_2$  przez dolną część otworu znajdziemy zgodnie z wzorem /78/.

$$Q_2 = \mu_2 b h_2 \sqrt{2g(H+h_2)}$$

Całkowity wydatek  $Q$  znajdziemy

$$Q = Q_1 + Q_2 = b \sqrt{2g} \left\{ \frac{2}{3} \mu_1 [(H+h_1)^{3/2} - H^{3/2}] + \mu_2 h_2 (H+h_2)^{1/2} \right\}.$$

Ponieważ znajdowanie wartości współczynników  $\mu_1$  i  $\mu_2$  należy do spraw bardzo złożonych, zresztą, samo zjawisko wypływu jest bardziej zawiłe, niż to wyżej założono, można dla uproszczenia przyjąć, że  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$  i wówczas wydatek

$$Q = \mu b \sqrt{2g} \left\{ (H + h_1)^{3/2} \left[ \frac{2}{3} (H + h_1) + h_2 \right] - \frac{2}{3} H^{3/2} \right\} \quad /79/$$

Jeżeliby ciecz płynęła w górnym naczyniu z prędkością  $v_1$ , wówczas należałoby wysokość  $H$  zmienić tak, jak gdyby zwierciadło w tym naczyniu było wyżej o  $\frac{v_1^2}{2g}$ . Otrzymalibyśmy wtedy:

$$Q = \mu b \sqrt{2g} \left\{ \left( H + \frac{v_1^2}{2g} + h_1 \right)^{3/2} \left[ \frac{2}{3} \left( H + \frac{v_1^2}{2g} + h_1 \right) + h_2 \right] - \frac{2}{3} \left( H + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{3/2} \right\} \quad /80/$$

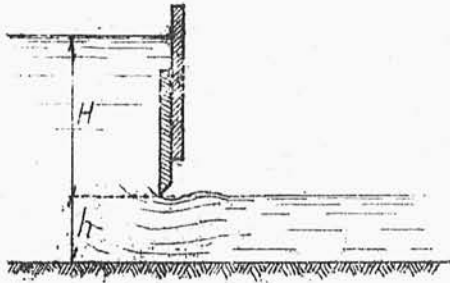
Wartość współczynnika wydatku  $\mu$  przez otwór częściowo zatopiony mieści się w szerokich granicach 0,6 ... 0,7. Przy obliczeniach wstępnych można przyjmować  $\mu = 0,65$ .

#### 174. Wypływ wody z pod stawidła.

Niech będzie stawidło ustawione, jak na rys. 107 na wysokości  $h$  nad spodem. Wysokość wody nad dolną krawędzią stawidła jest  $H$ .

Wydatek wody w tym przypadku znajdziemy z wzor-

ru /79/, przyjmując  $h_1 = 0$  i  $h_2 = h$ .



rys.107.

Otrzymamy wtedy:

$$Q = \mu b h \sqrt{2gH} \quad /81/$$

To samo, oczywiście, otrzymalibyśmy na podstawie wzoru /78/, gdzie

$$f = b \cdot h, \text{ gdyż nasz}$$

przypadek może być rozpatrywany jako wypływ przez otwór zatopiony.

175. P r z y k ł a d XXIII. Znaleźć wysokość, na jaką należy podnieść stawidło, zamykające otwór prostokątny o szerokości  $b = 1m$ , jeśli ma odpływać  $1 m^3 / sek$ . Rzędna zwierciadła górnej wody = 23,4 m, zwierciadło dolnej wody jest na rzędnej 19,4 m; rzędna dna kanału jest 17,4 m.

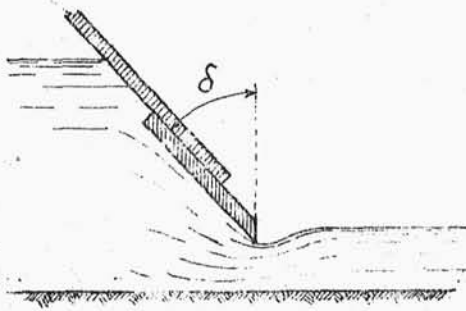
Ponieważ nie wiemy, czy po podniesieniu stawidła otrzymamy otwór całkowicie czy częściowo zatopiony, przyjmujemy na razie, że to będzie otwór częściowo zatopiony /rys.108/. Wobec tego założenia zastosujemy równanie /79/:

$$Q = \mu b \sqrt{2g} \left\{ (H + h_1)^{3/2} \left[ \frac{2}{3} (H + h_1) + h_2 \right] - \frac{2}{3} H^{3/2} \right\}.$$





176. Niech będzie stawidło p o c h y l o n e do pionu pod kątem  $\delta$  /rys.



rys.109.

109/. Do obliczenia wydatku wody z pod stawidła pochylonego Poncellet i Grashof zalecają stosować współczynnik  $\mu$  wybrany z poniż-

szej tabelki.

$\delta$	$0^\circ$	$26^\circ 35'$	$45^\circ$
$\operatorname{tg} \delta$	0	0,5	1
$\mu$	0,7	0,74	0,8
$\alpha$	0,72	0,76	0,82

Z powyższej tabelki widać, że współczynnik  $\mu$  większa się ze wzrostem kąta  $\delta$ , również współczynnik dławienia  $\alpha$  wzrasta, to znaczy, że dławienie strumienia maleje.

#### PRZELEWY/PRZEWAŁY/.

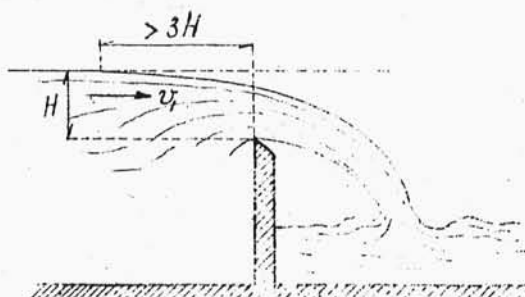
177. W art.162 znaleźliśmy wzór /58/, z którego możemy obliczyć wydatek przez otwór prostokątny znacznych wymiarów, wykonany w cienkiej ścianie pionowej. Wyobraźmy sobie teraz, że ten otwór jest tak wykona-

ny, że górna jego krawędź znajduje się na swobodnej powierzchni wody; że zatem wysokość  $H_2 = 0$ . Otrzymamy wówczas otwór, który nazywamy przelewem /rys.110/.

Wydatek przez przelew znajdziemy z wzoru /58/, wstawiając  $H_2 = 0$ .

Zmieniając  $H_1$  na  $H$ , otrzymamy:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[ (H + \frac{v_1^2}{2g})^{\frac{3}{2}} - (\frac{v_1^2}{2g})^{\frac{3}{2}} \right] \quad /82/$$



rys.110.

Jeśli prędkość wody, dopływającej do przelewu jest bardzo mała, wówczas możemy wysokość  $\frac{v_1^2}{2g}$  wobec innych wielkości pominąć. Wtedy wydatek wyniesie:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b H \sqrt{2gH} \quad /83/$$

Ten wzór podał Du Buat.

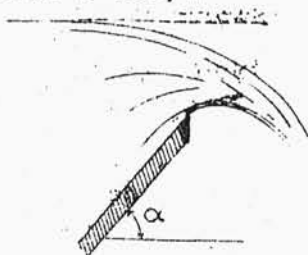
173. Jedną z trudniejszych spraw jest wybór odpowiedniego dla danych warunków współczynnika wydatku  $\mu$ . Współczynnik ten waha się znacznie w zależności od rodzaju i kształtu przelewu.

Odróżniać będziemy: a/ przelewy doskonałe, w których poziom wody, poniżej przelewu, znajduje się pod krawędzią, czyli pod t.zw. progiem przelewu; wówczas pod strumień wypływającej wody dostęp powietrza jest swobodny; b/ przelewy niedoskonałe, inaczej zatopione, których próg znajduje się pod poziomem wody w kanale poniżej przelewu.

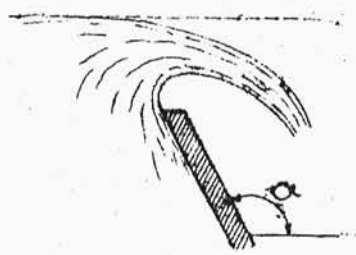
Następnie, mogą być c/ przelewy, wykonane w cienkich ściankach, kiedy zatem próg ma bardzo małą grubość, oraz d/ przelewy, wykonane w grubszej ściance.

Dalej, przelewy mogą być: e/ wykonane takiej samej szerokości, jak i sam kanał, czyli wtedy nie mamy dławienia bocznego i f/ przelew jest szerokości mniejszej niż kanał doprowadzający wodę; wówczas będzie dławienie strumienia z obydwóch boków.

Wreszcie przelewy mogą się różnić między sobą kątem  $\alpha$ , który może być  $< 90^\circ$ ,  $= 90^\circ$ , a nawet  $> 90^\circ$ .  
/rys.111 i 112/.



rys.111.



rys.112.

Nie dla wszystkich przypadków powyższych mamy dokładnie określone współczynniki wydatku.

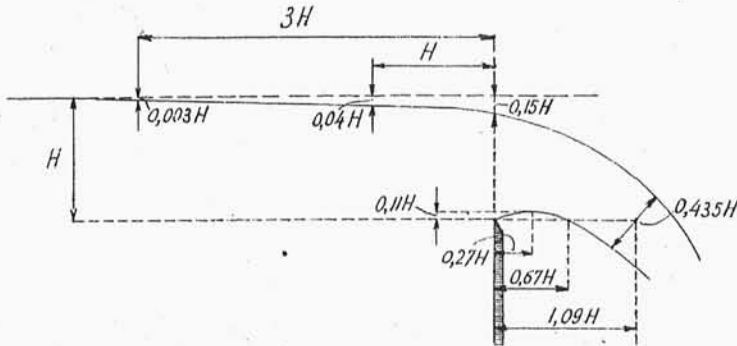
179. Najlepiej jest zbadany przelew doskonały w cienkiej ścianie bez dławienia bocznego t.zw. przelew Bazin'a ; cokolwiek słabiej zbadany jest przelew przy bocznym dławieniu t.zw. przelew Poncelet'a; kąt  $\alpha$  najczęściej jest  $90^\circ$ .

Wobec dość dokładnie określonych współczynników wydatku dla przelewów Bazin'a i Poncelet'a, przelewy te są często stosowane do mierzenia ilości wody, przepływającej w potokach, rzeczkach niewielkich itp.

Przy obliczaniu wydatku wody przez przelew doskonały, czy to Bazin'a, czy Poncelet'a według wzorów /82/ lub /83/ należy dokładnie obliczyć wysokość  $H$ , na której znajduje się swobodna powierzchnia wody ponad progiem przelewu. Pewna trudność pomiaru polega na tym, że nad samym progiem zwierciadło płynącej wody znacznie obniża się. Aby zmierzyć wysokość  $H$ , trzeba cofnąć się wstecz w takie miejsce, gdzie zwierciadło wody nie doznaje jeszcze odkształcenia.

180. Według Bazin'a strumień wody, przepływającej się przez otwór przelewowy, ukształtowany jest jak

na rysunku 113, gdzie przez  $H$  oznaczona jest wysokość niezmiennego zwierciadła wody nad progiem przelewu.



rys.113.

1/ odkształcenie zwierciadła wody zachodzi już w odległości  $3H$  od progu przelewu; w tym miejscu zwierciadło opada o  $0,003H$  poniżej od poziomego zwierciadła.

2/ w odległości  $H$  powyżej progu zwierciadło opada pod poziom  $0,04H$ ;

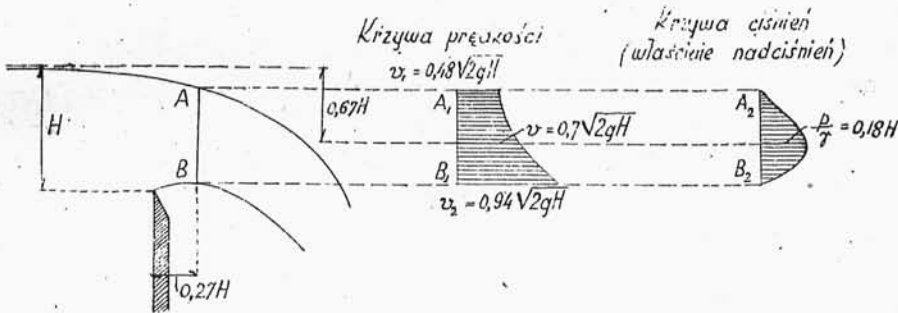
3/ nad samym progiem zwierciadło opada  $0,15H$  pod poziom;

4/ dolna powierzchnia strumienia jest wygięta ku górze, tak iż w odległości  $0,27H$  poniżej progu znajduje się najwyższy punkt tej powierzchni  $0,11H$  ponad progiem.

5/ w odległości  $0,67H$  poniżej progu powierzchnia dolna strumienia znajduje się na poziomie progu.

6/ w odległości  $1,09H$  poniżej progu na poziomie tego progu znajduje się **ś r o d e k** strumienia wypływającego; grubość strumienia w tym przekroju/prostopadłym do prędkości/ jest  $0,435H$ .

181. Warto tu jeszcze zwrócić uwagę na rozkład prędkości i ciśnień w przekroju strumienia, wziętym w odległości  $0,27H$  /rys.114/ poniżej progu, gdzie dolna powierzchnia uzyskuje najwyższą wypukłość.



rys.114.

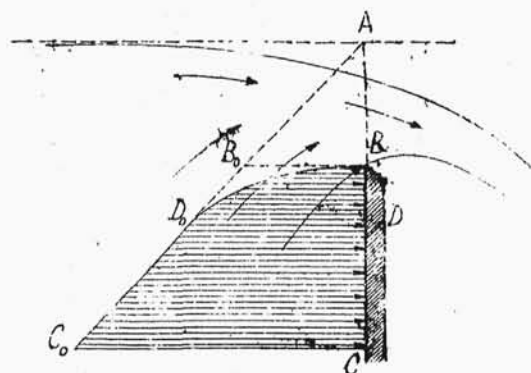
Jak z wykresu  $A, B$ , widać, prędkości zwiększają się od górnej powierzchni strumienia do dolnej powierzchni, przy czym  $v_2 \approx 2v_1$ . Ciśnienie /wykres  $A_2B_2$ / w strumieniu na górnej i dolnej powierzchni = ciśnieniu zewnętrznemu; ku środkowi strumienia ciśnienie rośnie; największe jest na wysokości  $0,67H$  pod niezmiennym

zwierciadłem wody.

Powyższe wyniki istnieją wówczas, kiedy pod dolną powierzchnią strumienia powietrze ma swobodny dostęp.

182. Może okazać się pożyteczną znajomość rozkładu ciśnień na ścianę, w której jest wykonany otwór przelewowy.

Przypuśćmy chwilowo, że otworu  $AB$  /rys.115/ nie



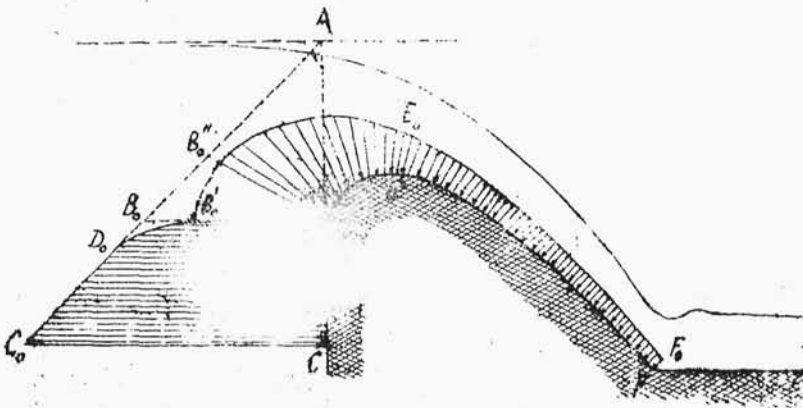
rys.115.

ma; wówczas woda, będąca w spoczynku, wywierałaby na ścianę  $ABC$  ciśnienie, którego rozkład jest uwidoczniiony trójkątem  $ACC_0$ , gdzie  $CC_0 = AC$  /jak tego chce hydrostatyka/.

Na część ściany  $BC$  - rozkład ciśnień da się wtedy przedstawić trapezem  $BB_0C_0C$ . Jeżeli teraz wyobrażymy sobie, że część ściany  $AB$  jest wyjęta, wówczas z powodu ruchu wody, płynącej z pod linii  $BB_0$  do wylotu, ciśnienie hydrodynamiczne będzie mniejsze niż było poprzednio ciśnienie hydrostatyczne. Ponieważ przy

dolnych częściach ściany  $AC$  zachodzić będzie ruch bardzo słaby, a ożywia się przy górnych częściach ściany, przeto ciśnienie od pewnego punktu  $D$  zacznie się zmniejszać aż do  $B$ , gdzie jest ciśnienie atmosferyczne.

183. Gdyby otwór przelewowy był wykonany w grubej ścianie z progiem zaokrąglonym /rys.116/, wówczas rozkład ciśnień otrzymany byłby odmienny od poprzedniego. Na rysunku tym pokazany jest przypadek, kiedy przelewający się strumień spływa po ścianie, mającej powierzchnię przylegającą do dolnej powierzchni strumienia.



rys.116.

Budowa linii  $C_0 D_0 B'_0 B''_0 E_0 F_0$ , wskazującej na





linia ciśnień  $B_o'' E_o F_o$  ułożyłaby się na powierzchni  $BEF$ .

185. PRZEBIEG BAZIN'a, jest to przelew doskonały, wykonany w cienkiej ścianie, o szerokości równej szerokości koryta, prowadzącego wodę na przelew, który dostarcza wydatek, obliczany z wzoru /82/:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[ \left( H + \frac{v_r^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( \frac{v_r^2}{2g} \right)^{3/2} \right].$$

Spółczynnik  $\mu$ , znaleziony przez Francis'a /1854/ i stosowany często w Stanach Zjednoczonych Ameryki Północnej, jest  $\mu = 0,623$ , tak iż

$$\frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} = 1,838 \quad \text{i wówczas:}$$

$$Q = 1,838 b \left[ \left( H + \frac{v_r^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( \frac{v_r^2}{2g} \right)^{3/2} \right] \quad /84/$$

Według doświadczeń Bazin'a wydatek zależy od stosunku głębokości  $H_o$  prostokątnego koryta - do wysokości  $H$  /rys. 118/.

Według Bazin'a wydatek:

$$Q = \left[ 0,405 + \frac{0,003}{H} \right] \left[ 1 + 0,55 \frac{H^2}{H_o^2} \right] \cdot b H \sqrt{2gH} \quad /85/$$

albo

$$Q = \left[ 1,794 + \frac{0,0133}{H} \right] \left[ 1 + 0,55 \frac{H^2}{H_o^2} \right] b H^{3/2} \quad /85a/$$