

r u c h e m b u r z l i w y m /albo turbulentnym/.

Zawiłe i nieprawidłowe ruchy cieczy podczas tzw. ruchu burzliwego, powodują zjawiska dźwiękowe /szmer płynącej cieczy/, zjawiska mechaniczne /drganie przewodu/ i w pewnej, jakkolwiek bardzo nieznacznej mierze, podniesienie się temperatury płynącej cieczy i samego przewodu. Tym też trzeba objaśnić straty energii cieczy znacznie większe podczas ruchu burzliwego, niż w przypadku ruchu regularnego.

#### 215. STRATY CIŚNIENIA NA TARCIE W RUCHU

##### REGULARNYM.

Z poprzedniego widzieliśmy, że w ruchu regularnym cieczy, kiedy prędkość jest mniejsza niż krytyczna, otrzymujemy straty ciśnienia, wzrastające proporcjonalnie do prędkości. Ponieważ zazwyczaj będziemy mieli do czynienia, jak to zresztą widzieliśmy w równaniu Bernoulli'ego, z wysokościami mierzącymi ciśnienie, zatem, mówiąc o stratach ciśnienia, będziemy obliczali straty odpowiednich wysokości.

Jeżeli oznaczymy przez  $h$  wysokość, straconą w przewodzie na pewnej długości  $L$ , możemy, zgodnie z doświadczeniem, napisać, że  $h = \beta \cdot v$ , gdzie  $\beta$  jest

spółczynnikiem proporcjonalności, zależnym od długości przewodu,  $\phi$  przewodu, temperatury cieczy itp. warunków. Naturalnym będzie, jeśli przyjmiemy, co zresztą potwierdza doświadczenie, że im dłuższy przewód, tym większa będzie strata; możemy więc napisać, że:  $\beta = \zeta L$  ; zatem  $h = \zeta L \cdot v$  .

Spółczynnik  $\zeta$  możemy znaleźć częściowo drogą teoretycznych rozważań, częściowo drogą doświadczalną.

Otrzymujemy:

$$\zeta = \frac{0,0058}{(1 + 0,0337t + 0,00022t^2)} \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{1}{d^2}$$

Gdzie  $t$  oznacza temperaturę cieczy w stopniach Celsjusza,  $\gamma$  - ciężar właściwy cieczy, wyrażony w  $\text{kg/m}^3$  i  $d$  - średnica przewodu w m.

Przeważnie straty wysokości będziemy obliczali nie na całą długość przewodu, na której powstają, lecz na jednostkę długości przewodu, czyli będziemy obliczali  $\frac{h}{L}$  t.zw. s t r a t ę j e d n o s t k o w ą ; oznaczając ten stosunek przez  $J$  , otrzymamy:

$$J = \zeta v, \quad \text{albo} \quad v = \frac{1}{\zeta} J = kJ \quad /110/$$

Podstawiając na  $\zeta$  wartość poprzednio przytoczoną, otrzymamy:

$$v = \frac{(1 + 0,0337t + 0,00022t^2) \gamma \cdot d^2}{0,0058} \cdot J \quad /111/$$

Jeżeli  $\gamma$  wstawimy w  $\text{kg/m}^3$ ,  $d$  - w m, wówczas otrzymamy  $v$  w m/sek.

Ruch regularny spotykamy w przypadku ruchu cieczy w rurkach włoskowatych, lub przez warstwę piasku, tworzącego filtr, albo też w przypadku ruchu wody w gruncie. Zagadnienia, dotyczące ruchu wody w gruncie, będą stanowiły odrębny dział rozważań.

Ruch regularny może też być obserwowany w kanałach lub rzekach w tych miejscach, gdzie jest ruch bardzo powolny - naprz. przy ujściu kanału lub rzeki do większego zbiornika wody /stawu, jeziora, morza/.

## 216. STRATY CIŚNIENIA NA TARCIE W RUCHU BURZLIWYM.

Jeżeli ciecz płynie w przewodzie z prędkością większą niż krytyczna, wówczas **straty wysokości** będą prawie proporcjonalne do kwadratu prędkości.

Według doświadczeń Reynoldsa straty te są proporcjonalne do  $n$ -tej potęgi prędkości, przy czym



dla rur ołowianych	$n = 1,79$
" " emaliowanych	$n = 1,82$
" " szklanych	$n = 1,79$
" " żeliwnych nowych	$n = 1,88$
" " " " starych	$n = 2,00$

Ponieważ w obliczeniach hydraulicznych stosujemy t.zw. wysokości prędkości  $\frac{v^2}{2g}$ , które są proporcjonalne do kwadratu prędkości, więc możemy powiedzieć, że wysokości, stracone na tarcie w przewodzie, będą proporcjonalne do wysokości prędkości.

Wyrazimy to w taki sposób:

$$h = \beta \cdot \frac{v^2}{2g}, \quad /112/$$

gdzie  $\beta$  jest pewien współczynnik proporcjonalności, który możemy otrzymać częściowo z rozważań, częściowo z doświadczeń.

Naturalnym wydaje się przyjąć, że współczynnik  $\beta$  rośnie wraz z powiększeniem się długości  $L$  przewodu. Następnie  $\beta$  będzie większe, jeśli przy jednakowej długości przewodu obwód  $\Omega$ , na którym ciecz dotyka się ścianek przewodu, będzie większy. Dalej współczynnik  $\beta$  przy tej samej długości  $L$  i obwodzie  $\Omega$  będzie większy, im mniejsze obierzemy pole prze-

kroju  $F$  i odwrotnie. Wreszcie współczynnik  $\beta$  musi być zależny od rodzaju, jakości i temperatury cieczy, od materiału i stanu powierzchni przewodu itd.

Na podstawie powyższego możemy napisać:

$$\beta = L \Omega \frac{1}{F} \cdot \wp$$

gdzie przez  $\wp$  oznaczamy współczynnik, mający wyrazić zależność wysokości straconej od innych czynników prócz  $L, \Omega, F$ . Współczynnik  $\wp$  możemy wyznaczyć przede wszystkim drogą doświadczalną.

Wobec powyższego napiszemy:

$$h = \wp \cdot L \cdot \Omega \cdot \frac{1}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Ponieważ zwykle obliczamy straty, przypadające na jednostkę długości przewodu, więc:

$$\frac{h}{L} = \wp \cdot \frac{\Omega}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Stosunek  $\frac{h}{L}$ , jak poprzednio, nazwiemy **s t r a t ą j e d n o s t k o w ą**, oznaczając go przez  $J$ ; wówczas:

$$J = \wp \cdot \frac{\Omega}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Często stosunek pola  $F$  do obwodu  $\Omega$ , nazywanego zwykle "zwilżonym", oznaczamy przez  $R$ , nazywając go **p r o m i e n i e m h y d r a u l i c z n y m**.

Wtedy

$$J = \wp \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

/113/

albo w innej postaci:

$$v = \sqrt{\frac{2g}{\xi} RJ} = \sqrt{\frac{2g}{\xi}} \sqrt{JR} = C \sqrt{JR} \quad /114/$$

gdzie dla skrócenia pisma wprowadziliśmy współczynnik  $C$  zamiast  $\sqrt{\frac{2g}{\xi}}$ . Ostatnie 2 wzory /113/ i /114/ będą często w rozmaity sposób stosowane. Wzór /114/ podali w 1755 r. Brahma i Chęzy.

217. Niech będzie przewód okrągły o  $\phi D$  ; będzie to, zresztą, bardzo pospolity przypadek; wtedy pole przekroju  $F = \frac{\pi D^2}{4}$  , obwód zwilżony:  $\Omega = \pi D$  oraz promień hydrauliczny

$$R = \frac{F}{\Omega} = \frac{\pi D^2}{4\pi D} = \frac{D}{4}.$$

Wówczas z równania /113/ otrzymamy:

$$J = \frac{4\xi}{2g} \cdot \frac{v^2}{D} = \frac{4}{C^2} \cdot \frac{v^2}{D} \quad /115/$$

z równania zaś /114/

$$v = \frac{C}{2} \sqrt{JD} \quad /116/$$

Możemy jeszcze inną postać nadać poprzednim równaniom, biorąc pod uwagę wydatek wody  $Q$  .

Wiemy, że

$$Q = Fv = \frac{\pi D^2}{4} \cdot v.$$

Stąd

$$v = \frac{4Q}{\pi D^2},$$

a następnie

$$J = \frac{4}{c^2} \cdot \frac{16Q^2}{\pi^2 D^4 D} = \frac{64}{c^2 \pi^2} \cdot \frac{Q^2}{D^5},$$

albo, oznaczając dla skrócenia  $\frac{64}{c^2 \pi^2}$  przez  $\lambda$  napiszemy:

$$J = \lambda \frac{Q^2}{D^5}. \quad /117/$$

Jest to równanie Dupuit.

Równania /115/, /116/ i /117/ będą bardzo często stosowane dla przewodów o przekroju kołowym. Warto jeszcze wyznaczyć zależność między  $c$  i  $\lambda$ .

Z poprzedniego wyniku, że  $\lambda = \frac{64}{c^2 \pi^2} = \left(\frac{8}{\pi} \cdot \frac{1}{c}\right)^2$

$$\lambda = \left(\frac{2,55}{c}\right)^2, \text{ albo } c = \frac{2,55}{\sqrt{\lambda}} \quad /118/$$

Jeśli będziemy mieli dane liczbowe co do wartości współczynników  $c$  i  $\lambda$ , będziemy mogli przystąpić do rozwiązywania zagadnień, dotyczących ruchu cieczy w przewodach o przekroju kołowym.

218. Wzorów, dających wartości współczynników  $c$  i  $\lambda$ , w literaturze można naliczyć parę dziesiątków.

Jedne z tych wzorów są mniej, inne więcej dogodne w użyciu. W wielu przypadkach, częstsze stosowanie jednych wzorów niż drugich jest sprawą mody,

nieraz nawet pewnego patriotyzmu. Przytoczymy tu tylko kilka ważniejszych wzorów.

Jedną z pierwszych wartości współczynnika  $C$  była liczba podana przez Eytelweina:  $C = 50,93$ .

Jak później zobaczymy, wartość współczynnika  $C$  waha się w znacznych granicach. Dlatego też powyższą wartość należy uważać jako daleką od dokładności.

Możemy więc, jako dalekie przybliżenie przyjmować przy wstępnych obliczeniach:

$$\left. \begin{array}{l} C = 50 \\ \text{oraz} \\ \lambda = \left(\frac{1}{20}\right)^2 = 0,05^2 = 0,0025 \end{array} \right\} \quad /119/$$

Dokładniejsze wartości otrzymamy z wzoru

**W. K u t t e r a :**

$$C = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}} = \frac{100\sqrt{D}}{2m + \sqrt{D}} \quad \text{oraz} \quad \lambda = \left[ 2,55 \frac{2m + \sqrt{D}}{100\sqrt{D}} \right]^2 \quad /120/$$

w tych wzorach należy przyjmować na  $m$

	dla rur nowych	dla rur starych	średnio
przy wodzie czystej	$m = 0,20$	$m = 0,30$	$m = 0,25$
przy wodzie brudnej	$m = 0,30$	$m = 0,40$	$m = 0,35$

Podobny do wzoru Kuttera daje B a z i n/1897r/.



$$C = \frac{87}{1 + \frac{b}{\sqrt{R}}}$$

Wzór ten da się przekształcić w taki:

$$\left. \begin{aligned} \text{oraz} \quad C &= \frac{87\sqrt{R}}{b + \sqrt{R}} \\ \lambda &= \left[ 2,55 \frac{b + \sqrt{R}}{87\sqrt{R}} \right]^2 \end{aligned} \right\} \quad /121/$$

zaś dla przewodów o przekroju kołowym

$$\left. \begin{aligned} \text{oraz} \quad C &= \frac{87\sqrt{D}}{2b + \sqrt{D}} \\ \lambda &= \left[ 2,55 \frac{2b + \sqrt{D}}{87\sqrt{D}} \right]^2 \end{aligned} \right\} \quad /122/$$

We wzorach Bazin a można przyjmować:

dla rur nowych:  $b = 0,06-0,08$

" " starych:  $b = 0,16-0,20$

219. Istnieją wzory, wiążące  $J, D, v$  w odmienny od poprzedniego sposób:

Naprz. wzór H. L a n g a /1907/ daje taką zależność

$$J = \frac{v^2}{2g} \frac{1}{D} \left( 0,02 + \frac{0,0018}{\sqrt{vD}} \right) \quad /123/$$

Wartości  $\phi\phi$ , otrzymane z powyższego wzoru, proponuje Lang powiększyć o 20 mm., aby tą drogą

uwzględnić późniejsze zmniejszenie się przekroju przewodu.

Następnie, znajdując często zastosowanie wzory, nadające się do logarytmowania; przeważnie są to wyrażenia wykładnikowe postaci:

$$J = \alpha \frac{v^m}{D^n},$$

gdzie  $\alpha, m, n$  są wielkościami stałymi. Naprz. A. F l a m a n t na podstawie wyników doświadczeń kilkunastu badaczy ustala takie zależności:

$$\left. \begin{aligned} J &= \alpha_1 \cdot \frac{v^{1.75}}{D^{1.25}} \\ a \text{ stąd} \quad v &= \alpha_2 \cdot D^{5/7} \cdot J^{4/7} \\ Q &= \alpha_3 \cdot D^{19/7} \cdot J^{4/7} \end{aligned} \right\} \quad /124/$$

W tych wzorach Flamant zaleca stosować następujące wartości współczynników  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ :

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
dla rur cłownianych, blaszanych i szklanych	0,00057	72	56
dla nowych rur żeliwnych	0,00074	62	48
dla rur żeliwnych będących w użyciu	0,00092	54	43

Podobny kształt wzoru na  $J$  podaje L a m p e:

$$J = \alpha \cdot \frac{v^{1.802}}{D^{1.25}},$$

gdzie  $\alpha = 0,0007555$ .

Tymi kilkoma wzorami, pozwalającymi obliczyć straty, spowodowane przez tarcie w przewodach, ograniczymy się.

220. Obliczenie strat ciśnienia w przewodach rurowych przy pomocy któregośkolwiek z przytoczonych wyżej wzorów nie przedstawia trudności, lecz jest mozolne, wymagając wiele czasu. Szczególniej praca jest nużąca, kiedy trzeba obliczać znaczną liczbę przewodów o różnych średnicach, wydatkach, prędkościach. Dla przyspieszenia roboty, a jednocześnie dla uniknięcia błędów, powodowanych zmęczeniem umysłu, zostały ułożone tablice, doskonale zastępujące złożone i nużące obliczenia. Na końcu niniejszej książki dołączona jest tablica - t.zw. nomogram - ułożona na podstawie wzoru Kuttera/120/. U dołu tablicy pomieszczone są wskazówki, jak z tej tablicy korzystać. Zwrócimy tylko uwagę, że l i n i e ś r e d n i c są dwojakie: ciągłe i przerywane. Linie ciągłe odpowiadają współczynnikowi  $m = 0,25$  we wzorze  $/120/C = \frac{100\sqrt{D}}{2m + \sqrt{D}}$ , linie przerywane - współczynnikowi  $m = 0,35$ .

Pierwsze /ciągłe/ linie są uwzględniane przy obliczaniu żeliwnych rur wodociągowych z c z y s t ą w o d ą ; drugie /przerywane/ linie należy uwzględniać przy obliczaniu żeliwnych rur kanalizacyjnych z w o d ą b r u d n ą .

Jedne i drugie rury należy rozumieć c a ł k o w i c i e z a p e ł n i o n e .

221. Przytoczymy jeszcze kilka wzorów, które mogą być pomocne w różnych przypadkach.

a/ Dla rur betonowych zlekka zamulonych można liczyć stratę jednostkową  $J = 0,001 \frac{v^2}{d^{1,4}}$  /125/

b/ Dla rur drewnianych według amerykańskich danych

$$J = 0,000885 \frac{v^{1,8}}{d^{4,7}} , \quad /126/$$

gdzie  $v$  i  $d$  są wyrażone w m. Rury drewniane powodują mniejszy opór na tarcie niż rury żeliwne.

c/ Dla węży parcianych i gumowych według Jasiukowicza

$$J = k \cdot \frac{Q^{1,9}}{d^{5,25}} \quad /127/$$

gdzie  $Q$  wyrażone jest w l/sek,  $d$  w mm a współczynnik  $k$  otrzymuje wartość:

dla węża parcianego	$k = 5000$
" " " gumowanego	$k = 3000$
" " gumowego	$k = 2000$

albo według Freeman'a

$$J = f \cdot \frac{v^2}{d}, \quad /128/$$

gdzie  $v$  i  $d$  wyrażone są w m/sek i w m, zaś

dla węży parcianej	$f = 0,00213$
" " " gumowanej	$f = 0,0009$
" " gumowej	$f = 0,00086$

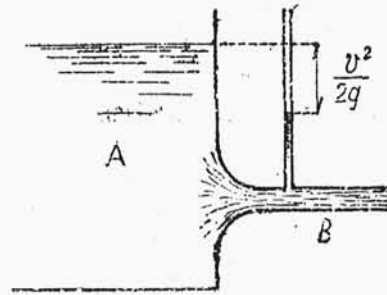
222. Poprzednio rozpatrywaliśmy stratę ciśnienia otrzymywaną w każdym miejscu przewodu. Obecnie przechodzimy do poznania strat, które zachodzą w określonych miejscach przewodu, z powodu miejscowych przyczyn. Rozpatrzmy przede wszystkim stratę przy

WEJŚCIU CIECZY ze ZBIORNIKA do PRZEWODU.

Gdyby ciecz była doskonała, wówczas przy wypływie ze zbiornika A do przewodu B, ciecz nie doznała by żadnego oporu. Wtedy w piezometrze, wstawionym na początku przewodu /rys.144/, otrzymalibyśmy słupkę cieczy, nie dochodzący do swobodnej powierzchni cieczy, o wysokości  $\frac{v^2}{2g}$ , jeżeli  $v$  byłoby prędkością cieczy w przewodzie. Nie należy tej

wysokości uważać za straconą.

Ciecz r z e c z y w i s t a dozna pewnej straty, którą możemy znacznie zmniejszyć, jeśli przejście ze zbiornika do przewodu wykonamy stopniowo zwężając je, jak to na rysunku 144 pokazano. Mimo to, strata będzie, gdyż wysokość poprzedniego słupka cieczy /doskonałej/ w piezometrze zwiększy się o  $0,1 \frac{v^2}{2g}$  i ta właśnie wysokość będzie musiała być uważana za straconą.



rys.144.

Innymi słowy, ciecz w słupku stanie na wysokości

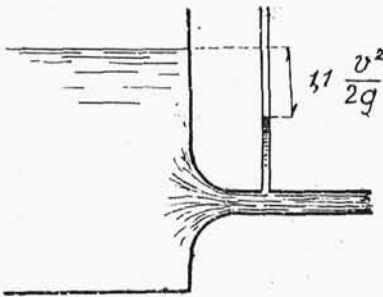
$$h_{s1} = 1,1 \frac{v^2}{2g} \quad /129/$$

pod swobodną powierzchnią wody w zbiorniku /rys.145/.

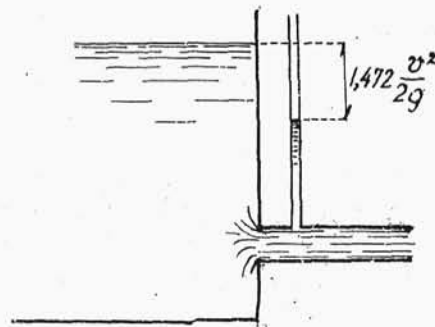
Jeśli wypływ cieczy ze zbiornika będzie wykonany w sposób pokazany na rys.146, wówczas znajdzie strata większa, niż poprzednia  $0,1 \frac{v^2}{2g}$ ; wzrośnie jeszcze o  $0,372 \frac{v^2}{2g}$ . Zatem obniżenie się całkowite słupka cieczy w piezometrze poniżej swobodnej powierzchni cie-

czy, zmierzymy wysokością:

$$h_{s1} = 1 \frac{v^2}{2g} + 0,1 \frac{v^2}{2g} + 0,372 \frac{v^2}{2g} = 1,472 \frac{v^2}{2g} \quad /130/$$



rys.145.



rys.146.

Z tej wysokości część równa  $0,472 \frac{v^2}{2g}$  jest wysokością rzeczywiście straconą, zaś wysokość  $1 \frac{v^2}{2g}$  jest wysokością użyteczną, która przy sprzyjających okolicznościach może być zamienioną na ciśnienie lub też może spowodować zmianę wysokości położenia, jak to wynika z twierdzenia D.Bernoulli'ego. Wartość powyższej wysokości straconej będziemy przyjmować równą okrągło

$$h_{s1} = 0,5 \frac{v^2}{2g} \quad /131/$$