

to widzieliśmy w §347 i następnym.

Możemy też mówić o mocy, wykonywanej przez strumień, oraz określanie warunków maximum mocy.

PARCIE STRUMIENIA CIECZY O ZNACZNYM PRZĘKROJU NA POWIERZCHNIĘ OGRANICZONĄ.

355. We wszystkich rozpatrywanych poprzednio zagadnieniach przyjmowaliśmy, że strumień jest o przekroju małym w porównaniu z polem powierzchni, na którą strumień wpada.

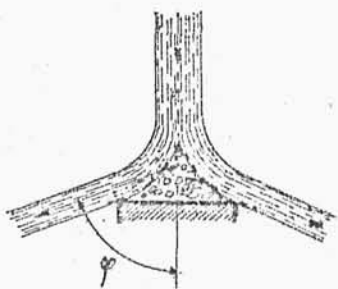
W tych warunkach strumień ma możność spływania po powierzchni, opuszczając ją z prędkościami, stycznymi do końcowych elementów powierzchni.

Jeśli sobie przedstawimy powierzchnię o polu nie-
dość dużym w porównaniu z przekrojem strumienia, wówczas prędkości strumienia, opuszczającego powierzchnię, nie zdążą przyjąć kierunku stycznego do skrajnych elementów powierzchni.

Otrzymamy wtedy przypadek, uwidoczniiony na rysunku 231, kiedy np. powierzchnia staje się płaską, ograniczoną w wymiarach płytką. Wówczas strumień spływający z płytki ma prędkość, która tworzy z kierunkiem po-

czątkowej prędkości kąt φ .

Gdybyśmy kąt φ znali, wówczas parcie strumienia na płytkę obliczylibyśmy sposobami wyżej podanymi. Lecz, niestety, kąt φ zależy od kilku przyczyn, których zależności nie umiemy w rachunku uwzględnić. Wyczuwamy, że kąt φ zależy od stosunku przekroju strumienia do pola powierzchni



rys.231. kroju strumienia do pola powierzchni /płytki/ , od prędkości, z jaką strumień wpada na powierzchnię, od rodzaju i lepkości cieczy, od ciężaru właściwego i temperatury cieczy. Oczywiście kształt powierzchni nie pozostaje bez wpływu na utworzenie się tego czy innego kąta φ . Zależności te mogą być poznane z doświadczenia.

Zagadnienie wyżej postawione uznać należy za dość skomplikowane i nie łatwe do teoretycznego ujęcia.

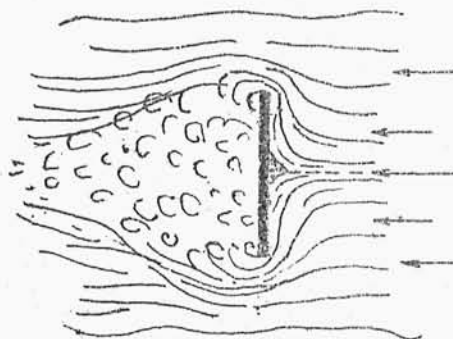
PARCIE STRUMIENIA NIEOGRANICZONEGO NA OGRANICZONĄ POWIERZCHNIĘ.

356. To zagadnienie przedstawia się jeszcze bardziej złożonym i trudnym do teoretycznych rozważań od

poprzedniego.

Niech będzie ograniczona nieruchoma powierzchnia płaska o polu f /rys.232/, na którą wpada nieograniczony strumień cieczy.

Niech ruch strumienia będzie regularny /uwarstwiony/ i równoległy do osi powierzchni. Wówczas pewne strugi, płynące blisko osi powierzchni doznają odchylenia



rys.232.

o kąt prosty; strugi, dalej od osi płynące, doznają mniejszego odchylenia i t.d.; innymi słowy, strumień cieczy rozpatrywany o przekroju f równym polu powierzchni będzie wywierał na powierzchnię f parcie mniejsze, niż gdyby cały strumień o przekroju f został przez powierzchnię odchylony o kąt prosty. Czyli, gdyby tylko z tego powodu powstawało parcie strumienia na powierzchnię, byłoby ono mniejsze od $\frac{f v^2 \delta}{g}$.

Lecz to nie wszystko: ciecz, odchylona przez powierzchnię, wprowadzona zostaje w stan ruchu burzliwego; cząstki, które znalazły się za powierzchnią, wyko-

nują złożone ruchy wirowe; ruchy te powstają i są podtrzymywane kosztem energii, zapożyczonej od cieczy; stąd za powierzchnią następuje spadek ciśnienia i otrzymuje się tu przestrzeń o z m n i e j s z o n y m ciśnieniu. Ta okoliczność powoduje, że powstaje parcie na powierzchnię, skierowane w stronę ruchu strumienia.

Obliczyć jednak spadek ciśnienia i powstające stąd parcie na powierzchnię nie udaje się. Musimy postąpić inaczej, chcąc wyznaczyć całkowite parcie strumienia na powierzchnię w założonych warunkach.

Mianowicie przyjmujemy, że wartość parcia szukanego wyrazi się wzorem, podanym poprzednio, tylko z poprawką przy pomocy spółczynnika.

Napiszemy:

$$P = \zeta \cdot \frac{f v^2 \gamma}{g}, \quad /222/$$

gdzie spółczynnik ζ dziś da się określić tylko doświadczalnie.

Doświadczenia wskazują, że:

1/ Spółczynnik ζ w równ./222/ zależy od wymiarów powierzchni; np., jeśli powierzchnia jest płaskim k r ą ż k i e m ,

o średnicy 2,54 cm/1"/ spółczyn. $\zeta = 0,56$

o średnicy 7,6 cm/3"/ spólczynnik $\zeta = 0,65$

" " 15,2 cm/6"/ " " $\zeta = 0,72$

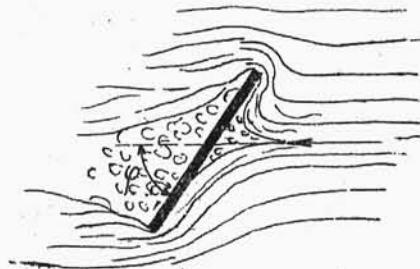
2/ Spólczynnik ζ zależy od kształtu powierzchni np. jeśli powierzchnia będzie prostokątną płytką, ζ będzie większe niż dla płytki okrągłej o tym samym polu; spólczynnik ζ rośnie w miarę zwiększania się obwo-
du płytki do jej pola.

3/ Spólczynnik ζ cokolwiek zmniejsza się przy zwiększaniu prędkości ruchu.

4/ Spólczynniki ζ , podane wyżej, określone zostały w ten sposób, że powierzchnia poruszana jest z określoną szybkością w stojącej wodzie; doświadczenie wskazuje, że spólczynnik ζ określony przy wodzie stojącej jest cokolwiek mniejszy niż, kiedy powierzchnia jest w spoczynku, a strumień w ruchu.

5/ Dla płytki płaskiej, której oś /prostopadła do płytki/ jest pochylona do prędkości strumienia pod kątem φ /rys.233/, spólczynnik ζ jest zależny od kąta φ ; np. dla płytki kwadratowej

$$\zeta_{\varphi} = \frac{2 \sin \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} \cdot \zeta_0 \quad /223/$$



rys.233.

według Duchemaina'a , gdzie Z_0 jest współczynnikiem dla tej samej powierzchni, kiedy prędkość strumienia jest prostopadła do płytki.

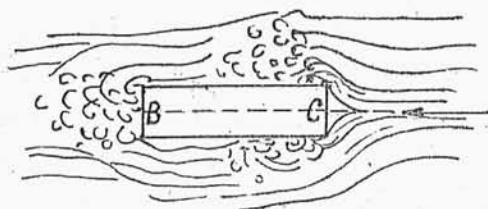
W poniższej tabelce podajemy wartości stosunku $\frac{Z_\varphi}{Z_0}$ dla płytki prostokątnej według doświadczeń Stanton'a.

Kąt φ	90°	80°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	10°
Płytką prostokątną									
długość=podwójnej szerokości	1,00	1,01	1,02	1,00	1,11	1,12	0,80	0,45	0,165
długość= $\frac{1}{2}$ szerokości	1,00	1,01	1,00	0,973	0,91	0,77	0,71	0,71	0,50

Dla pierwszej płytki $\max. \frac{Z_\varphi}{Z_0} = 1,15$ było przy $\varphi = 44^\circ$.

357. Parcie na ciało zanurzone w cieczy płynącej.

Niech będzie ciało pryzmatyczne, którego długość jest przynajmniej 3 razy większa niż poprzeczny wymiar w przekroju /rys.234/. Wówczas wytwarzają się wiry za -



rys.234.

równy przy początku ciała /przy podstawie C / jak i za ciałem /za podstawą B/. Za ciałem powstaje zmniejszone ciśnienie, jak to mieliśmy

poprzednio za płaszczyzną - płytką; tylko zmniejszenie to nie jest za ciałem pryzmatycznym tak duże jak za płytką.

Doświadczenia dają w tym przypadku wartość ζ we wzorze na parcie

$$\rho = \zeta \cdot \frac{fv^2\delta}{g},$$

dla ciała pryzmatycznego o kwadratowej podstawie ($a \cdot a$) i długości l : /według Dubois/.

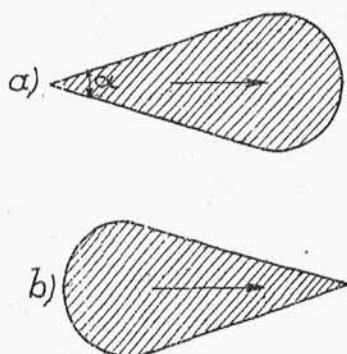
$\frac{l}{a}$	0,03	1	2	3	6
ζ	0,93	0,73	0,67	0,66	0,73

Dodanie piramidki na przedniej podstawie - w kierunku ruchu - zmniejsza współczynnik ζ o 25% przez dodanie piramidki na tylnej podstawie - zmniejsza współczynnik ζ znacznie, bo o 80%.

Stąd widać, że zwężenie tylnej części ciała pływającego jest korzystniejsze niż zwężenie przedniej części.

Naprzykład ciało o kształcie jak na rysunku 235-a. doznaje mniejszego oporu przy ruchu w stojącej wodzie

na prawo, niż gdyby to ciało odwrócić, jak pokazano na rys.235-b.



Dla ciała, przedstawionego na rysunku 235-a współczynnik

$$\zeta = 0,032 \text{ /kąt } \alpha = 20^\circ,$$

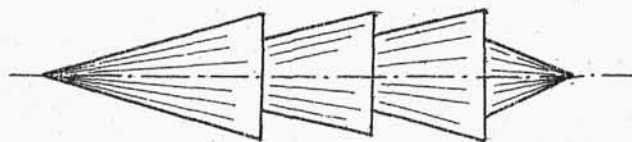
zaś dla ciała przedstawionego w ruchu, jak na rysunku 235-b

$$\zeta = 0,12.$$

rys.235.

Również ciało, mające w przekroju po-

dłużnym kształt piły /rys.236/, przy ruchu / w stojącej wodzie/ na prawo - dozna mniejszego oporu, niż przy ruchu na lewo. Objasniamy to przy ruchu na prawo istnieniem zwężającego się ogona.



rys.236.

Ogólnie doświadczenia wskazują, że na wartość oporu doznawanego przez ciało, poruszane w cieczy, wpływa:

1/ rodzaj cieczy, lepkość /a więc i temperatura/ i ciężar właściwy cieczy;

2/ pole przekroju ciała zanurzonego i poruszającego się w cieczy; dla ciała pływającego opór zależy od pola przekroju zanurzonej części ciała.

3/ prędkość ruchu ciała i kąt pochylenia tej prędkości do osi ciała.

4/ kształt ciała - a przede wszystkim kształt części przedniej i tylnej ciała i jego długość.

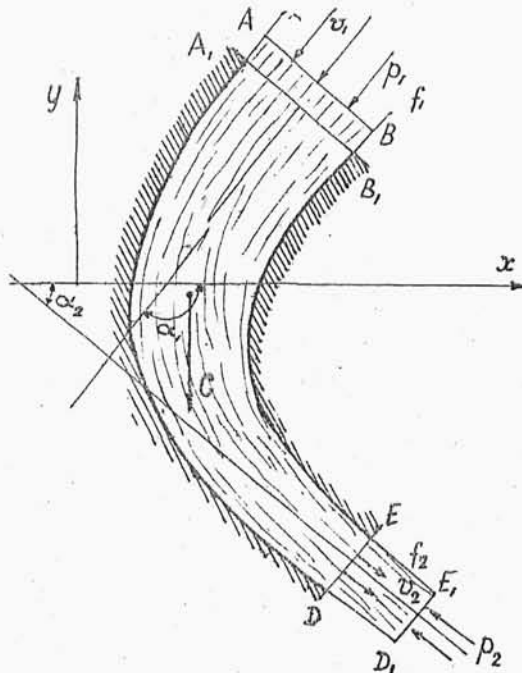
358. PARCIE STRUMIENIA CIECZY NA KANAŁY KRZYWOLINIOWE I O ZMIENNYCH PRZEKROJACH. REAKCJA WYPEWU.

Po zaznajomieniu się ze sposobem postępowania przy obliczaniu parcia strumienia na powierzchnie krzywe i płaskie, łatwo sobie poradzimy z zagadnieniem, które polegać będzie na znalezieniu parcia wody na wygiętą rurę o zmiennym przekroju, przez którą przepływa strumień ruchem trwałym.

Niech to będzie rura jak na rysunku 237. Na wlocie niech będzie prędkość strumienia v , ciśnienie p ,

przekrój f_1 , kąt, który tworzy prędkość u_1 , z dodatnią osią x , niech będzie α_1 . Odpowiednie wielkości przy wylocie niech będą: u_2 , f_2 , p_2 , α_2 . Wreszcie, niech ciężar wody, zawartej w rurze, będzie C . Obierzmy oś x poziomą i y pionową i ich dodatnie kierunki.

Parcie P strumienia na rurę $ABDE$ znajdziemy, określwszy składowe P_x i P_y . Rozpatrzmy ruch wody w rurze, stosując twierdzenie o zmianie ilości ruchu w ciągu czasu dt , kiedy strumień cieczy $ABDE$ przesunie się do $A_1B_1D_1E_1$.



rys. 237.

Rozumując jak w poprzednich przykładach, otrzymamy, że zmiana ilości ruchu w kierunku poziomej osi x będzie:

Ilość ruchu cieczy DED, E , mniej ilość ruchu cieczy ABA, B , wszystko wzięte względem osi x . Masa cieczy DED, E , jest równa masie cieczy ABA, B , $= f_2 v_2 dt \frac{x}{q} = f_1 v_1 dt \frac{x}{q} = Q dt \frac{x}{q}$, jeśli przez Q oznaczymy wydatek strumienia.

Rzut prędkości v_2 na oś $x = v_2 \cos \alpha_2$

" " " v_1 na oś $x = v_1 \cos \alpha_1$

Wówczas zmiana ilości ruchu w kierunku osi $x =$

$$= Q \cdot dt \cdot \frac{x}{q} (v_2 \cos \alpha_2 - v_1 \cos \alpha_1).$$

Siły działające na ciecz są: ciężar cieczy, mieszczącej się w rurze $= C$; parcie na wlocie $= p_1 f_1$; parcie na wylocie $= p_2 f_2$, wreszcie działanie rury na strumień równe lecz odwrotne do siły P , zatem równe $(-P)$.

Rzuty tych sił na oś x są: 0 ; $p_1 f_1 \cos \alpha_1$; $-p_2 f_2 \cos \alpha_2$, wreszcie $-P_x$.

Popędy tych sił są:

$$0; p_1 f_1 \cos \alpha_1 dt; -p_2 f_2 \cos \alpha_2 dt; -P_x dt.$$

Wtedy twierdzenie o zmianie ilości ruchu dostarczy nam równanie:

$$Q dt \frac{x}{q} (v_2 \cos \alpha_2 - v_1 \cos \alpha_1) = (p_1 f_1 \cos \alpha_1 - p_2 f_2 \cos \alpha_2 - P_x) dt.$$

Stąd otrzymujemy:

$$P_x = p_1 f_1 \cos \alpha_1 - p_2 f_2 \cos \alpha_2 - Q \frac{\gamma}{g} (v_2 \cos \alpha_2 - v_1 \cos \alpha_1) \quad /a/$$

W taki sam sposób znajdziemy P_y .

Zmiana ilości ruchu w kierunku osi y /pionowej/
jest:

$$Q dt \frac{\gamma}{g} (-v_2 \sin \alpha_2 + v_1 \sin \alpha_1).$$

Rzuty sił, działających na badany strumień cieczy
w kierunku osi y są:

$$-C; -p_1 f_1 \sin \alpha_1; +p_2 f_2 \sin \alpha_2; -P_y.$$

Zatem równanie, wynikające z twierdzenia o zmia-
nie ilości ruchu będzie:

$$\begin{aligned} Q dt \frac{\gamma}{g} (-v_2 \sin \alpha_2 + v_1 \sin \alpha_1) = \\ = (-C - p_1 f_1 \sin \alpha_1 + p_2 f_2 \sin \alpha_2 - P_y) dt; \end{aligned}$$

stąd otrzymujemy:

$$P_y = p_2 f_2 \sin \alpha_2 - p_1 f_1 \sin \alpha_1 - C + Q \frac{\gamma}{g} (v_2 \sin \alpha_2 - v_1 \sin \alpha_1) \quad /b/$$

W równaniach /a/ i /b/ istnieje związek między
 v_1 i v_2 : $v_1 f_1 = v_2 f_2$, który pozwala na wyrugowanie
jednej z prędkości v_1 lub v_2 .

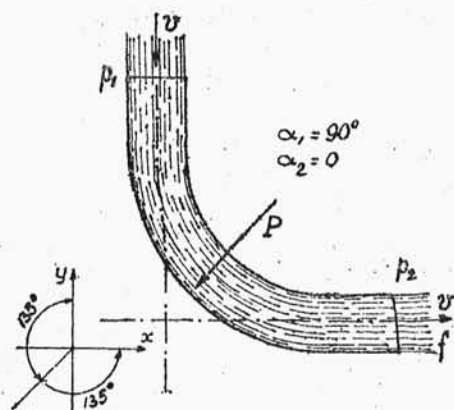
Jeśli mamy obliczone P_x i P_y , znajdziemy całkowi-
te działanie P strumienia na rurę:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

oraz kąty pochylenia siły P do osi x i y :

$$\cos(P, x) = \frac{P_x}{P}; \quad \cos(P, y) = \frac{P_y}{P}.$$

359. W szczególnym przypadku niech rura o jednokowym przekroju f będzie wygięta pod kątem prostym /rys.238/. Niech oś rury znajduje się w płaszczyźnie



rys.238.

p i o n o w e j ; wówczas rzuty parcia strumienia, płynącego z prędkością v na proste kolano rurowe,

znajdziemy:

$$P_x = p_1 f \cdot 0 - p_2 f \cdot 1 - \frac{Q \gamma}{g} (v \cdot 1 - v \cdot 0),$$

gdzie

$$Q = f \cdot v,$$

zatem

$$P_x = -p_2 f - \frac{Q \gamma}{g} \cdot v = -(p_2 f + \frac{Q \gamma}{g} \cdot v).$$

następnie

$$P_y = p_2 f \cdot 0 - p_1 f \cdot 1 - C + \frac{Q \gamma}{g} (v \cdot 0 - v \cdot 1),$$

zatem

$$P_y = -p_1 f - C - \frac{Q \gamma}{g} \cdot v = -(p_1 f + C + \frac{Q \gamma}{g} \cdot v).$$

Gdyby rura była w płaszczyźnie poziomej, wówczas rzuty siły C znikają i

$$P_x = -(p_2 f + \frac{Q \gamma}{g} \cdot v); \quad P_y = -(p_1 f + \frac{Q \gamma}{g} \cdot v).$$

Niech nasza rura znajduje się w atmosferze i niech dopływ i odpływ odbywają się przy tym samym ciśnieniu; w takim razie możemy napisać:

$$P_x = -\frac{Q r}{g} \cdot v ; \quad P_y = -\frac{Q r}{g} \cdot v$$

$$P = \frac{Q r}{g} v \cdot \sqrt{2}$$

Następnie

$$\cos(P, x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}; \quad \cos(P, y) = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\cos(45^\circ)$$

zatem

$$(P, x) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ; \quad (P, y) = 135^\circ.$$

360. Te same zasady, które pozwoliły nam znaleźć parcie strumienia na tę czy inną powierzchnię, pozwolą znaleźć t.zw. r e a k c j ę strumienia, wypływającego z naczynia.

Niech będzie naczynie napełnione cieczą, z którego wypływa strumień cieczy przez otwór w ścianie /lub w dnie/ z prędkością v , tworzącą kąt α z poziomą osią x /rys.239/. Oś y niech będzie pionowa. Prędkość v znajdziemy w/g znanych wzorów. Jeżeli przekrój zwierciadła wody jest bardzo duży w porównaniu z po-

lem otworu f , jeśli dalej ciśnienie zewnętrzne jest na swobodnej powierzchni i przy wylocie jednakowe, wówczas

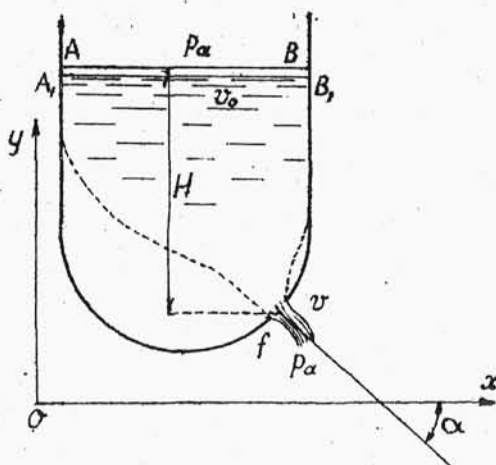
$$v = \sqrt{2gH},$$

gdzie H jest głębokość, na której znajduje się środek ciężkości otworu pod swobodną powierzchnią;

stąd:

$$H = \frac{v^2}{2g}.$$

W celu znalezienia reakcji strumienia, zastosujemy twierdzenie o zmianie ilości ruchu części cie-



rys.239.

czy od zwierciadła AB do wyłotu, w elemencie czasu dt w kierunku osi x i y .

Ilość ruchu końcowa w kierunku osi x :

$$= \frac{f \cdot v \cdot dt \cdot \gamma}{g} \cdot v \cdot \cos \alpha;$$

Ilość ruchu początkowa = 0, gdyż ciecz w górnym przekroju porusza się pionowo z prędkością v_0 . Popędy sił w tym samym czasie otrzymamy: ciężar cieczy daje popęd w kierunku osi x równy 0.

Jeżeli przez P oznaczymy reakcję strumienia na naczynie, wówczas siła $(-P)$ będzie siłą, działającą na strumień od strony naczynia.

Popęd tej siły w kierunku osi $x = -P_x \cdot dt$.

Wówczas otrzymamy równanie:

$$\frac{f \cdot v \cdot dt \cdot \bar{r}}{g} \cdot v \cdot \cos \alpha = -P_x \cdot dt,$$

stąd

$$P_x = -\frac{f \cdot v^2 \cdot \bar{r}}{g} \cdot \cos \alpha,$$

albo, ponieważ

$$f \cdot v = Q$$

włec

$$P_x = -\frac{Q \cdot \bar{r}}{g} \cdot v \cdot \cos \alpha.$$

W podobny sposób znajdziemy P_y : końcowa ilość ruchu w kierunku osi y jest:

$$-\frac{f \cdot v \cdot dt \cdot \bar{r}}{g} \cdot v \cdot \sin \alpha;$$

początkową ilość ruchu możemy przyjąć przy bardzo małej prędkości v_0 równą 0. Popędy mamy: siły ciężkości $= -C \cdot dt$; reakcji $= -P_y \cdot dt$.

Wtedy napiszemy równanie:

$$-\frac{f \cdot v \cdot dt \cdot \bar{r}}{g} \cdot v \cdot \sin \alpha = -C \cdot dt - P_y \cdot dt;$$

stąd

$$P_y = -C + \frac{fv^2\gamma}{g} \cdot \sin\alpha,$$

albo

$$P_y = \frac{Q\gamma}{g} \cdot v \cdot \sin\alpha - C.$$

361. W przypadku szczególnym, kiedy $\alpha = 0$, kiedy zatem strumień wypływa poziomo, wówczas

$$P_x = -\frac{Q\gamma}{g} \cdot v,$$

to znaczy, że reakcja działa na naczynie w kierunku osi x w stronę przeciwną prędkości.

W kierunku osi y

$$P_y = -C,$$

mamy więc to samo działanie, które wywiera na naczynie ciecz, będąca w stanie spoczynku.

Reakcję w kierunku x :

$$P_x = -\frac{Q\gamma}{g} \cdot v$$

możemy przedstawić inaczej:

$$P_x = -\frac{fv^2\gamma}{g} = -\frac{2fv^2\gamma}{2g},$$

a że

$$\frac{v^2}{2g} = H,$$

więc

$$P_x = -2f \cdot H \cdot \gamma.$$

Wyobraźmy sobie teraz tę ciecz w stanie spoczynku; wówczas na pole f , obrane na ścianie pionowej naczynia, ze środkiem ciężkości pola na głębokości H pod zwierciadłem cieczy, otrzymamy parcie cieczy $= f \cdot H \cdot \gamma$.

Mamy więc, że reakcja strumienia wypływającej cieczy na naczynie jest dwa razy większa, niż parcie hydrostatyczne na takie samo pole, pomyslane na tej samej głębokości, co otwór.

362. Drugi przypadek szczególny będzie ten, kiedy otwór w naczyniu znajduje się w dnie poziomym i prędkość wypływu jest pionowa w dół.

Wówczas kąt $\alpha = 90^\circ$; rzuty reakcji strumienia na naczynie będą:

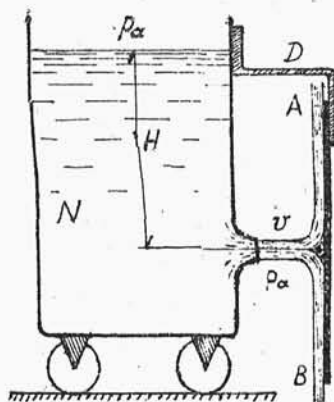
$$P_x = 0; \quad P_y = \frac{Q}{g} v - C.$$

Jeśli nie będziemy zwracali uwagi na ciężar C , który stale na naczynie działa bez różnicy, czy strumień wypływa, czy też ciecz jest w spoczynku, widzimy, że podczas wypływu cieczy przez otwór w dnie poziomym, strumień działa na naczynie w kierunku dodatniej osi y , czyli w górę.

Otrzymuje się zatem skutek, jak gdyby podczas wy-

plywu cieczy naczynie było lżejsze o wartość $\frac{Q \cdot r}{g} \cdot v$.

363. Przykład XXXVII. Mamy naczynie, posiadające otwór w ścianie pionowej /rys.240/. Przez otwór wypływa strumień cieczy z prędkością v . Strumień ten uderza o płytkę pionową AB . Płytkę AB i naczynie są połączone ze sobą przy pomocy ramienia D .



Co się stanie z tym układem?

rys.240.

Strumień, wypływając z naczynia N , wywiera nań reakcję

$$P_x = - \frac{Q r}{g} \cdot v,$$

zwróconą na lewo.

Strumień uderza o płytkę AB , wywierając na nią parcie

$$P'_x = \frac{Q r}{g} \cdot v,$$

zwrócone na prawo.

Zatem widzimy, że układ pozostanie w spoczynku.

Łatwo też będzie odpowiedzieć, jakie siły działać