

ponieważ [z równania /b/]

$$Q = \varphi f \sqrt{2gH}$$

więc

$$\alpha = \frac{\varphi f \sqrt{2gH}}{f \sqrt{2g(H+h)}} = \varphi \sqrt{\frac{H}{H+h}}$$

W zadaniu mamy: $h = 0,75H$, zatem

$$\alpha = \varphi \sqrt{\frac{H}{1,75H}} = \varphi \sqrt{\frac{1}{1,75}} = \varphi \cdot 0,756 \text{ a że } \varphi = 0,82$$

więc ostatecznie $\alpha = 0,62$.

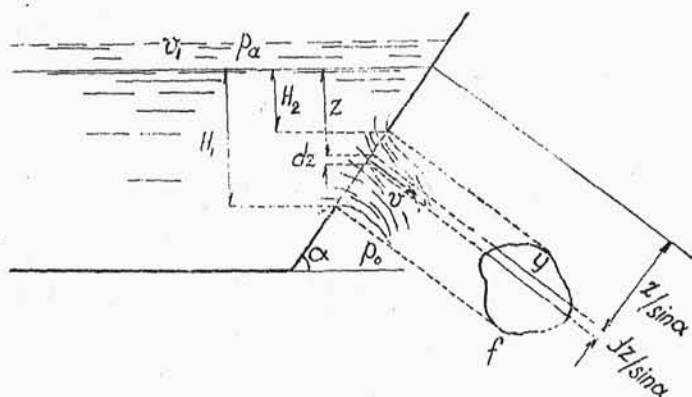
WYPŁYW CIECZY PRZEZ OTWORY ZNACZNYCH WYMIARÓW.

161. Dotychczas była mowa o otworach, których wymiary są nieznaczne w porównaniu z głębokością, na której te otwory znajdują się /pod swobodną powierzchnią/. Z dużą dokładnością mogliśmy przyjmować, że prędkości wszystkich wypływających cząstek, są jednakowe.

Rzecz inaczej się przedstawi, jeśli wymiary otworu będą **z n a c z n e** w porównaniu z głębokością, na której znajduje się otwór pod swobodną powierzchnią. Zajmiemy się obliczeniem **w y d a t k u c i e - c z y p r z e z o t w o r y o z n a c z n y c h**

wymiarach.

Niech będzie naczynie, w którym w bocznej płaskiej ścianie mamy wykonany otwór o polu f' . Na rys.99 pokazane jest to pole w układzie. Niech ścianka będzie pochylona do poziomu pod kątem α .



rys.99.

Podzielmy pole f prostymi poziomymi na bardzo wąskie paski. Ponieważ punkty, obrane w jednym pasku znajdują się wszystkie na jednakowej głębokości, więc przyjąć możemy, że w całym pasku prędkość wypływu jest jednakowa. Prędkość tę znajdziemy z wzoru /52/

$$v = \sqrt{\left(z + \frac{p_a - p_0}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}\right) 2g},$$

gdzie z jest głębokością paska elementarnego pod swobodną powierzchnią.

Wówczas wydatek elementarny cieczy przez pasek,

którego pole jest $= df$, określimy z zależności

$$dQ = v df$$

Wartość v dopiero co znaleźliśmy; elementarne pole paska df możemy obliczyć jako iloczyn $y \cdot \frac{dz}{\sin \alpha}$ gdzie y jest długością elementarnej paska df .

Zatem

$$dQ = \frac{y dz}{\sin \alpha} \sqrt{2g \left(z + \frac{p_a - p_o}{\gamma} + \frac{v_i^2}{2g} \right)}.$$

Jeżeli obliczymy elementarne wydatki przez wszystkie paski, stanowiące w sumie pole f , i te wydatki zsumujemy, otrzymamy całkowity wydatek Q .

Innymi słowy, uwzględniając jednocześnie warunek, że mamy do czynienia z cieczą rzeczywistą, przez wprowadzenie współczynnika wydatku, otrzymamy:

$$Q = \mu \frac{\sqrt{2g}}{\sin \alpha} \int_{H_2}^{H_1} y dz \sqrt{z + \frac{p_a - p_o}{\gamma} + \frac{v_i^2}{2g}} \quad /54/$$

W przypadku, kiedy $p_a = p_o$, co najczęściej będziemy spotykali, otrzymamy:

$$Q = \mu \frac{\sqrt{2g}}{\sin \alpha} \int_{H_2}^{H_1} y dz \sqrt{z + \frac{v_i^2}{2g}} \quad /54a/$$

Gdyby również prędkość v_i była bardzo mała, wtedy wyraz $\frac{v_i^2}{2g}$ można opuścić; wówczas:

$$Q = \mu \frac{\sqrt{2g}}{\sin \alpha} \int_{H_2}^{H_1} y dz \sqrt{z} \quad /54b/$$

Tego samego kształtu równanie może być stosowane zarówno wtedy, kiedy istnieje prędkość v_i , jeżeli przyjmiemy, że swobodna powierzchnia cieczy w naczyniu jest o $\frac{v_i^2}{2g}$ wyżej położona i że od tej powierzchni obliczamy wszystkie wysokości H_1, H_2 i rzędne Z .

Nieraz trzeba będzie oznaczyć średnią prędkość wypływu przez rozpatrywany otwór. Średnią prędkością wypływu nazwalismy taką prędkość, jednakową w całym otworze, przy której wydatek cieczy będzie taki sam, jak i przy rzeczywistych prędkościach, które są różne na rozmaitych głębokościach. Oznaczmy średnią prędkość przez v_s .

Wtedy $Q = f \cdot v_s$; jednocześnie, naprz. w przypadku, kiedy $\rho_a = \rho_o$

$$Q = \mu \frac{\sqrt{2g}}{\sin \alpha} \int_{H_2}^{H_1} y dz \sqrt{Z + \frac{v_i^2}{2g}},$$

zatem

$$v_s = \frac{\mu \sqrt{2g}}{f \cdot \sin \alpha} \int_{H_2}^{H_1} y dz \sqrt{Z + \frac{v_i^2}{2g}} ;$$

ponieważ

$$f = \int_{H_2}^{H_1} y \frac{dz}{\sin \alpha},$$

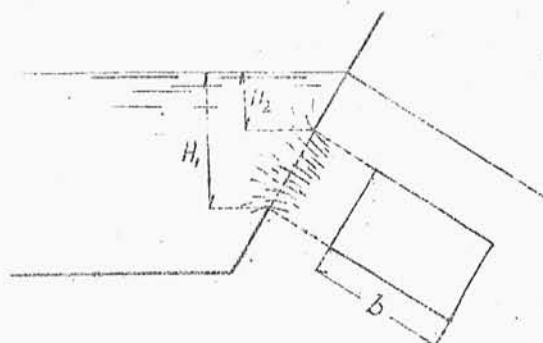
zatem

$$v_s = \mu \sqrt{2g} \cdot \frac{\int_{H_2}^{H_1} y dz \sqrt{Z + \frac{v_i^2}{2g}}}{\int_{H_2}^{H_1} y dz} \quad /55/$$

Wszystkie wzory /54/ - /55/ mogą być scałkowane, jeśli będziemy mieli zależność między y i Z .

162. Rozpatrzmy szczególny przypadek, kiedy otwór jest prostokątny; niech krawędź pozioma otworu ma długość b /rys.100/.

Wówczas w przypadkach, najczęściej spotykanych, kiedy $\rho_a = \rho_o$, otrzymamy z wzoru /54a/ albo z /54b/:



rys.100.

$$Q = \mu \frac{b \sqrt{2g}}{\sin \alpha} \int_{H_2}^{H_1} dz \sqrt{Z + \frac{v_i^2}{2g}}$$

Wartość Q otrzymamy po scałkowaniu; w tym celu oznaczymy $Z + \frac{v_i^2}{2g}$ przez x , wtedy $dz = dx$ i nasza \int otrzyma się:

$$Q = \frac{\mu b}{\sin \alpha} \sqrt{2g} \int_{H_2}^{H_1} \sqrt{x} \cdot dx = \frac{\mu b}{\sin \alpha} \sqrt{2g} \left[\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_{H_2}^{H_1}.$$

Po podstawieniu zamiast x wartości $Z + \frac{v_i^2}{2g}$, a

przy granicach H_1 i H_2 -wartości $H_1 + \frac{v_1^2}{2g}$ i $H_2 + \frac{v_1^2}{2g}$ znajdziemy:

$$Q = \frac{2}{3} \frac{\mu b}{\sin \alpha} \cdot \sqrt{2g} \left[\left(H_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(H_2 + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad /56/$$

Gdyby można było v_1 ze względu na małą jej wartość opuścić, wtedy:

$$Q = \frac{2}{3} \frac{\mu b}{\sin \alpha} \sqrt{2g} \left[H_1^{\frac{3}{2}} - H_2^{\frac{3}{2}} \right] \quad /57/$$

Jeżeli ściana, w której znajduje się otwór f , jest pionowa, tj., gdy kąt $\alpha = 90^\circ$, wtedy przy uwzględnieniu v_1 :

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\left(H_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(H_2 + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad /58/$$

przy pominięciu prędkości v_1 :

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[H_1^{\frac{3}{2}} - H_2^{\frac{3}{2}} \right] \quad /59/$$

Średnia prędkość w tym ostatnim przypadku:

$$v_s = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \frac{H_1^{\frac{3}{2}} - H_2^{\frac{3}{2}}}{H_1 - H_2} \quad /60/$$

W powyższych wzorach można przyjmować dla otworu prostokątnego w cienkiej ścianie średnio $\mu = 0,61$.

163. Niżej przytaczamy tabelkę ze współczynnikami wydatku μ dla otworów prostokątnych o znacznych wymiarach /podług Poncelet'a i Lesbros'a/.

Głębokość górnej krawędzi otworu pod powierzchnią swobodną.	Szerokość otworu $b=0,2m$				Szerokość otworu $b=0,6m$	
	Wysokość otworu				Wysokość otworu	
	0,01m.	0,05m	0,10m	0,20m	0,02m	0,20m
0,10 m	0,655	0,630	0,611	0,592	0,639	0,602
0,50 "	0,640	0,628	0,617	0,603	0,630	0,607
1,00 "	0,632	0,625	0,615	0,605	0,626	0,605
1,50 "	0,620	0,619	0,611	0,602	0,623	0,602
2,00 "	0,615	0,613	0,607	0,601	0,620	0,601
3,00 "	0,608	0,606	0,603	0,601	0,615	0,601

Z powyższego zestawienia widzimy, że współczynnik μ

a/ w miarę wzrastania głębokości - maleje

b/ przy zwiększaniu wysokości otworu - maleje.

Dodać należy, że niektórzy obserwatorzy utrzymują, iż przy dużych głębokościach np. około 30 m - współczynnik wydatku nie zależy od wymiarów otworu, jest prawie stały i równy 0,598.

Współczynniki powyższe są ważne dla dławienia zupełnego /z czterech boków/; przy dławieniu niezupełnym, wartości μ są większe: w przybliżeniu przy

Hydraulika 259. 21.

dławieniu z 3 boków o 10%, przy dławieniu z 2 boków o 20% w porównaniu z μ przy dławieniu zupełnym.

164. Spróbujmy teraz obliczyć wydatek przez otwór prostokątny mniej dokładnie, niż to zrobiliśmy poprzednio.

Możemy, mianowicie, zadany otwór potraktować tak, jakby to był otwór o wymiarach nieznacznych w porównaniu z zagłębieniem go pod swobodną powierzchnią. Wtedy należałoby postąpić zgodnie z art.158 przyjmując, że w całym otworze ciecz wypływa z jednakową prędkością, przy tym taką, jaką mają cząstki, wypływające przez środek ciężkości otworu /rys.101/.

Przy takim założeniu otrzymamy:

$$Q = \mu \cdot b \cdot a \sqrt{2gH_s};$$

ponieważ

$$\alpha = \frac{(H_1 - H_2)}{\sin \alpha}, \quad \text{zaś} \quad H_s = \frac{1}{2}(H_1 + H_2),$$

więc:

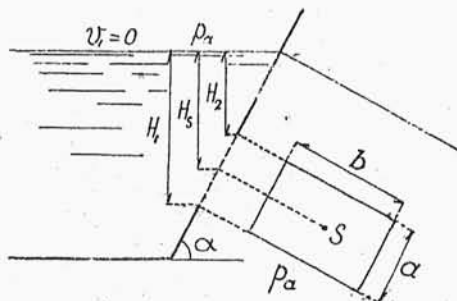
$$Q = \mu \frac{b(H_1 - H_2)}{\sin \alpha} \sqrt{2g \frac{H_1 + H_2}{2}} \quad /61/$$

Jeśli ścianka z otworem będzie pionowa, wówczas:

czas:

$$Q = \mu b (H_1 - H_2) \sqrt{2g \frac{H_1 + H_2}{2}} \quad /62/$$

165. Ciekawe jest, jaką omyłkę robimy, obliczając wydatek według wzoru naprz./62/ zamiast tego, żeby obliczać ten wydatek dla takiego samego przypadku według wzoru /59/, dokładniejszego. Najlepiej ocenimy to ze stosunku:



rys.101.

$$\psi = \frac{Q \text{ w/g wzoru /59/}}{Q \text{ w/g wzoru /62/}} = \frac{\frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} [H_1^{3/2} - H_2^{3/2}]}{\mu b (H_1 - H_2) \sqrt{2g} \frac{H_1 + H_2}{2}}$$

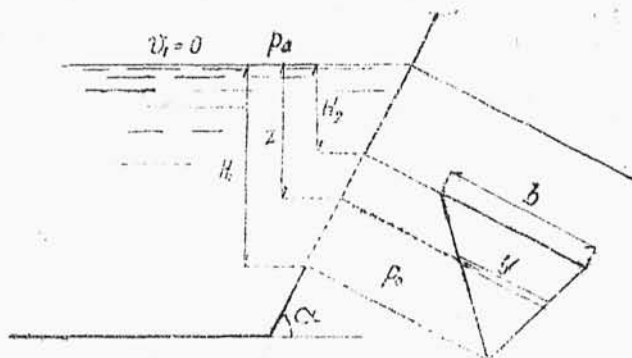
Obliczmy ψ dla kilku wartości

$$\text{otrzymamy wtedy } \psi = \begin{array}{c|c|c|c|c} \text{kiedy } H_1 = & 1,5H_2 & 2H_2 & 3H_2 & 4H_2 & 5H_2 \\ \hline & 0,998 & 0,995 & 0,989 & 0,984 & 0,980 \end{array}$$

Jak widzimy, różnice wypadają niewielkie, nawet przy $H_1 = 5H_2$ wynosi 2%, czyli w granicach niedokładności spółczynników.

166. Niech będzie otwór trójkątny; podstawa trójkąta o długości b niech będzie pozioma /rys.102/; odległość podstawy od swobodnej powierzchni niech będzie H_2 , wierzchołka — H_1 .

Znajdźmy wydatek cieczy przez taki otwór w za-



rys.102.

łożeniu, że $p_a = p_0$ i że prędkość U_1 jest bardzo mała, tak że można przyjąć $U_1 = 0$.

Wówczas, zgodnie z równaniem /54-b/:

$$Q = \frac{\mu \sqrt{2g}}{\sin \alpha} \int_{H_2}^{H_1} y \cdot \sqrt{z} \cdot dz$$

ponieważ $y + b = (H_1 - z) + (H_2 - H_2)$,

albo

$$y = b \cdot \frac{H_1 - z}{H_1 - H_2}$$

mamy:

$$Q = \frac{\mu b \sqrt{2g}}{\sin \alpha (H_1 - H_2)} \int_{H_2}^{H_1} (H_1 - z) \cdot z^{\frac{1}{2}} dz.$$

Rozwiążmy przede wszystkim całkę:

$$\int_{H_2}^{H_1} (H_1 - z) z^{\frac{1}{2}} dz = \int_{H_2}^{H_1} H_1 z^{\frac{1}{2}} dz - \int_{H_2}^{H_1} z^{\frac{3}{2}} dz =$$

$$= \left[H_1 \cdot \frac{2}{3} Z^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} Z^{\frac{5}{2}} \right]_{H_2}^{H_1} = H_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot H_1^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} H_1^{\frac{5}{2}} - H_2 \cdot \frac{2}{3} H_2^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5} H_2^{\frac{5}{2}} =$$

$$= \frac{2}{3} H_1^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{5} H_1^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3} H_1 H_2^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5} H_2^{\frac{5}{2}} = \frac{2}{15} (2 H_1^{\frac{5}{2}} - 5 H_1 H_2^{\frac{3}{2}} + 3 H_2^{\frac{5}{2}}).$$

A zatem:

$$Q = \frac{2}{15} \mu \frac{b \sqrt{2g}}{(H_1 - H_2) \sin \alpha} (2 H_1^{\frac{5}{2}} - 5 H_1 H_2^{\frac{3}{2}} + 3 H_2^{\frac{5}{2}}) \quad /63/$$

Gdyby prędkości v , nie można było pominąć, wówczas zgodnie z art.159 ostatni wzór do tego przypadku zastosujemy, wstawiając zamiast H_1 wielkość $H_1 + \frac{v_1^2}{2g}$ i zamiast H_2 - wielkość $H_2 + \frac{v_2^2}{2g}$.

Z ostatniego wzoru łatwo otrzymać wzór, któryby wyznaczył wydatek cieczy przez otwór w ścianie pionowej, kiedy zatem kąt $\alpha = 90^\circ$; wówczas $\sin \alpha = 1$ i wzór przybierze postać:

$$Q = \frac{2}{15} \mu \frac{b \sqrt{2g}}{H_1 - H_2} (2 H_1^{\frac{5}{2}} - 5 H_1 H_2^{\frac{3}{2}} + 3 H_2^{\frac{5}{2}}) \quad /64/$$

167. Obliczmy wydatek przez otwór trójkątny /rys.103/ przy założeniu takim samym, jak w art.164 przyjmowaliśmy dla otworu prostokątnego:

$$Q = \mu \frac{b \cdot a}{2} \sqrt{2g H_s}.$$

Ponieważ

$$\alpha = \frac{H_1 - H_2}{\sin \alpha}.$$

zaś

$$H_s = H_2 + \frac{H_1 - H_2}{3} = \frac{H_1 + 2H_2}{3}$$

więc

$$Q = \mu \cdot b \frac{H_1 - H_2}{2 \sin \alpha} \sqrt{2g \frac{H_1 + 2H_2}{3}} \quad /65/$$

Jeśli ścianka z otworem będzie pionowa, wtedy:

$$Q = \frac{1}{2} \mu b (H_1 - H_2) \sqrt{2g \frac{H_1 + 2H_2}{3}} \quad /66/$$

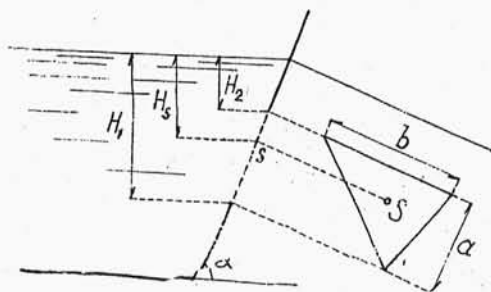
Znajdźmy stosunek wydatku, obliczonego według wzoru naprz./64/ i wydatku według wzoru /66/:

$$\psi = \frac{Q \text{ w/g wzoru /64/}}{Q \text{ w/g wzoru /66/}} = \frac{\frac{2}{15} \mu \frac{b \sqrt{2g}}{H_1 - H_2} (2H_1^{\frac{3}{2}} - 5H_1 H_2^{\frac{1}{2}} + 3H_2^{\frac{3}{2}})}{\frac{1}{2} \mu b (H_1 - H_2) \sqrt{2g \frac{H_1 + 2H_2}{3}}}$$

Obliczmy ψ dla wartości:

	$H_1 =$	$1,5 H_2$	$2 H_2$	$3 H_2$
Otrzymamy:	$\psi =$	0,999	0,996	0,991

I tu widzimy, że obliczenie wydatku z wzoru



rys.103.

przybliżonego daje rezultat bardzo zbliżony do wzoru dokładniejszego. Jest to wynik ważny, gdyż wzór przybliżony jest jednocześnie znacznie

prostszy.

168. Rozpatrzmy jeszcze wypływ cieczy przez otwór okrągły o promieniu r /rys.104/. Elementarne pole obliczymy:

$$df = y \frac{dz}{\sin \alpha} = 2r \cdot \sin \omega \cdot \frac{dz}{\sin \alpha};$$

ponieważ

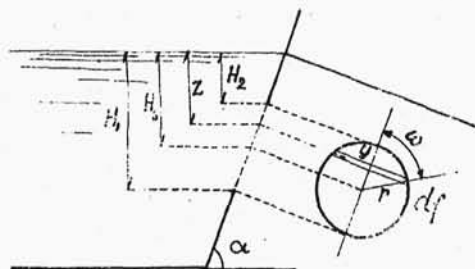
$$H_s = Z + r \cdot \cos \omega \cdot \sin \alpha,$$

więc

$$dz = r \cdot \sin \omega \cdot \sin \alpha \cdot d\omega$$

zatem

$$df = 2r^2 \sin^2 \omega \cdot d\omega.$$



Rozpatrywany pasek znajduje się na

$$\text{głębokości } Z = H_s - r \cdot \cos \omega \cdot \sin \alpha$$

rys.104.

pod swobodną powierzchnią, więc prędkość wypływu:

$$= \sqrt{2g(H_s - r \cdot \cos \omega \cdot \sin \alpha)}.$$

Wydatek elementarny otrzymamy:

$$dQ = 2r^2 \sin^2 \omega d\omega \sqrt{2g(H_s - r \cdot \cos \omega \cdot \sin \alpha)},$$

albo, inaczej

$$dQ = 2r^2 \sqrt{2gH_s} \cdot \sin^2 \omega d\omega \sqrt{1 - \frac{r \sin \alpha}{H_s} \cdot \cos \omega}.$$

Oznaczmy czasowo

$$\frac{r \sin \alpha}{H_s} = k,$$

wtedy

$$dQ = 2r^2 \sqrt{2gH_3} \cdot \sin^2 \omega \cdot d\omega \sqrt{1 - k \cos \omega}$$

Ostatni wyraz $\sqrt{1 - k \cos \omega} = (1 - k \cos \omega)^{\frac{1}{2}}$ możemy rozwinąć w szereg, jako dwumian Newtona, pisząc:

$$(1 - k \cos \omega)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} k \cos \omega - \frac{1}{8} k^2 \cos^2 \omega - \frac{1}{48} k^3 \cos^3 \omega - \dots$$

Zatrzymajmy się na pierwszych trzech wyrazach;

wtedy:

$$dQ = 2r^2 \sqrt{2gH_3} \cdot \sin^2 \omega \cdot d\omega \left(1 - \frac{1}{2} k \cos \omega - \frac{1}{8} k^2 \cos^2 \omega\right).$$

Scałkujemy poprzednie równanie w granicach całego otworu okrągłego:

$$Q = 2r^2 \sqrt{2gH_3} \int_0^{\pi} \left(\sin^2 \omega - \frac{1}{2} k \sin^2 \omega \cos \omega - \frac{1}{8} k^2 \sin^2 \omega \cos^2 \omega\right) d\omega.$$

Całkę tu otrzymaną rozłożmy na trzy całki; otrzymamy wtedy

$$Q = 2r^2 \sqrt{2gH_3} \left[\int_0^{\pi} \sin^2 \omega d\omega - \frac{1}{2} k \int_0^{\pi} \sin^2 \omega \cos \omega d\omega - \frac{1}{8} k^2 \int_0^{\pi} \sin^2 \omega \cos^2 \omega d\omega \right].$$

Rozwiążmy kolejno podane całki: pierwszą całkę rozwiążemy przez części:

$$\int \sin^2 \omega d\omega = \int \sin \omega \sin \omega d\omega = -(\sin \omega \cos \omega) + \int d\omega = \int \sin^2 \omega d\omega;$$

Stąd:

$$\int_0^{\pi} \sin^2 \omega d\omega = -\left(\frac{1}{2} \sin \omega \cos \omega\right)_0^{\pi} + \frac{1}{2} (\omega)_0^{\pi} = \frac{\pi}{2}.$$

Drugą całkę $\int_0^{\pi} \sin^2 \omega \cos \omega d\omega$ rozwiążemy, zwróciwszy uwagę na to, że pod całką mamy różniczkę

$\frac{1}{3} \sin^3 \omega$; zatem:

$$\int_0^{\pi} \sin^2 \omega \cdot \cos \omega \cdot d\omega = \left(\frac{1}{3} \sin^3 \omega \right)_0^{\pi} = 0.$$

Trzecią całkę $\int_0^{\pi} \sin^2 \omega \cdot \cos^2 \omega \cdot d\omega$ rozwiążemy przez części:

$$\begin{aligned} \int \sin^2 \omega \cdot \cos^2 \omega \cdot d\omega &= \int \sin^2 \omega \cdot \cos \omega \cdot \cos \omega \cdot d\omega = \\ &= \frac{1}{3} (\cos \omega \cdot \sin^3 \omega) + \frac{1}{3} \int \sin^2 \omega \cdot \sin \omega \cdot d\omega = \frac{1}{3} \cos \omega \cdot \sin^3 \omega + \frac{1}{3} \int \sin^4 \omega \cdot d\omega = \\ &= \frac{1}{3} \cos \omega \cdot \sin^3 \omega - \frac{\cos \omega \cdot \sin^3 \omega}{3 \cdot 4} - \frac{1}{8} \sin \omega \cdot \cos \omega + \frac{1}{8} \omega; \end{aligned}$$

zatem:

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} \sin^2 \omega \cdot \cos^2 \omega \cdot d\omega &= \frac{1}{4} (\cos \omega \cdot \sin^3 \omega)_0^{\pi} - \\ &- \frac{1}{8} (\sin \omega \cdot \cos \omega) + \frac{1}{8} (\omega)_0^{\pi} = \frac{\pi}{8}. \end{aligned}$$

Wobec tego możemy wrócić do Q , pisząc:

$$Q = 2r^2 \sqrt{2gH_s} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{8} k^2 \cdot \frac{\pi}{8} \right) = \pi r^2 \sqrt{2gH_s} \cdot \left(1 - \frac{k^2}{32} \right);$$

ponieważ $k = \frac{r}{H_s} \sin \alpha$, więc, uwzględniając w końcu dla cieczy rzeczywistej, poprawkę na wydatek, otrzymamy:

$$Q = \mu \pi r^2 \sqrt{2gH_s} \left(1 - \frac{1}{32} \frac{r^2}{H_s^2} \cdot \sin^2 \alpha \right) \quad /67/$$

Jeżeli ścianka z otworem będzie pionowa, wtedy:

$$Q = \mu \pi r^2 \sqrt{2gH_s} \left(1 - \frac{1}{32} \cdot \frac{r^2}{H_s^2} \right) \quad /68/$$

Gdybyśmy chcieli dokładniejszy wzór otrzymać, moglibyśmy przy rozwinięciu $\sqrt{1 - k \cos \omega}$ w szereg

uwzględnić czwarty i piąty wyrazy: $-\frac{1}{48}k^3\cos^3\omega - \frac{1}{384}k^4\cos^4\omega$.

Wówczas wzór na Q miałby postać:

$$Q = \mu \pi r^2 \sqrt{2qH_s} \left(1 - \frac{1}{32} \frac{r^2}{H_s^2} - \frac{5}{1024} \frac{r^4}{H_s^4} \right) \quad /69/$$

Ponieważ w ścianie pionowej, z czym będziemy się przeważnie spotykali, zawsze będzie:

$$r \leq H_s,$$

więc ostatni wyraz stanowić będzie bardzo małą wielkość w porównaniu z poprzednimi.

Dlatego też praktycznie można poprzestać na wzorze /68/, albo nawet na prostszym jeszcze wzorze /70/, o którym niżej mowa.

169. W tym artykule pomieszczona jest tabelka ze współczynnikami wydatku μ dla otworów okrągłych o znaczniejszych wymiarach /podług Smith'a/.

Głębokość środka otworu pod powierzchnią swobodną	Średnica otworu			
	0,12m	0,18m	0,24m	0,30m
0,30m	0,597	0,595	0,593	0,591
0,60 "	0,599	0,597	0,596	0,595
1,20 "	0,598	0,597	0,597	0,596
1,80 "	0,598	0,597	0,596	0,596
3,00 "	0,597	0,596	0,596	0,595
6,00 "	0,596	0,596	0,595	0,594
30,00 "	0,592	0,592	0,592	0,592

Jak z powyższych liczb widzimy, współczynnik μ maleje w miarę zwiększania się otworu i wzrostu głębokości.

170. Zobaczymy teraz, jaki otrzymamy wydatek, jeżeli poprzedni otwór okrągły mimo, iż ma znaczniejsze wymiary, potraktujemy w taki sam sposób, jak to postępowaliśmy z małymi otworami.

Wydatek Q obliczymy mianowicie ze wzoru:

$$Q = \mu \cdot f \cdot v, \quad \text{gdzie } f = \pi r^2 \text{ i } v = \sqrt{2gH_s}$$

wtedy:

$$Q = \mu \cdot \pi r^2 \sqrt{2gH_s} \quad /70/$$

Porównajmy wynik dokładniejszego obliczenia z wzoru /68/ wzgl. /69/ z wynikiem z wzoru /70/; otrzymamy wówczas:

$$\psi = \frac{Q \text{ w/g wzoru /68/}}{Q \text{ w/g wzoru /70/}} = \frac{\mu \pi r^2 \sqrt{2gH_s} (1 - \frac{1}{32} \cdot \frac{r^2}{H_s^2})}{\mu \pi r^2 \sqrt{2gH_s}} = 1 - \frac{1}{32} \cdot \frac{r^2}{H_s^2}$$

oraz

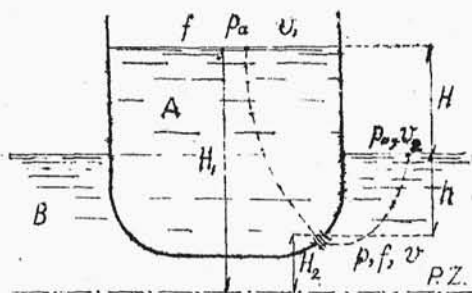
$$\psi' = \frac{Q \text{ w/g wzoru /69/}}{Q \text{ w/g wzoru /70/}} = 1 - \frac{1}{32} \cdot \frac{r^2}{H_s^2} - \frac{5}{1024} \cdot \frac{r^4}{H_s^4}$$

np. dla wart. H_s	r	$1,5r$	$2r$	$3r$	$4r$
otrzymamy ψ	$0,969$	$0,986$	$0,992$	$0,996$	$0,998$
ψ'	$0,965$	$0,985$	$0,992$	$0,996$	$0,998$

Zatem przybliżony wzór /70/ jest dostatecznie dokładny.

WYPIY W CIECZY PRZEZ OTWÓR ZATOPIONY.

171. Mamy naczynie A /rys.105/ z otworem o po-
lu f . Naczynie to wstawione jest w naczynie B , tak
iż otwór jest zatopiony.



Na swobodnej powierzchni
naczynia A mamy ciśnie-
nie p_a i prędkość v_1 .

Ciecz wypływa do na-
czynia B ; na swobodnej
powierzchni naczynia B

rys.105.

jest ciśnienie p_b i prę-
dkość cieczy odpływającej jest v_2 . Znaleźć należy
prędkość v wypływu w przekroju f oraz wydatek w tym
miejscu.

Niech przy otworze będzie ciśnienie p .

Napiszmy równanie dla cząstki, wziętej na swo-
bodnej powierzchni i tuż przed otworem f :

$$H_1 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = H_2 + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$