

238. Zwróćmy jeszcze na chwilę uwagę na równanie /b/, otrzymane w art.234; z tego równania w art.236 znaleźliśmy, że

$$D = \sqrt{\frac{\lambda \cdot Q^2 \cdot L}{H - \frac{8Q^2}{\pi^2 d^5 g}}}$$

Rzeczywista wartość D będzie wtedy, kiedy

$$H > \frac{8Q^2}{\pi^2 d^5 g}.$$

Co to oznacza?

Widzimy, że

$$\frac{8Q^2}{\pi^2 d^5 g} = \frac{16Q^2}{\pi^2 d^5 \cdot 2g} = \left(\frac{4Q}{\pi d^2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g} = \frac{v_o^2}{2g}.$$

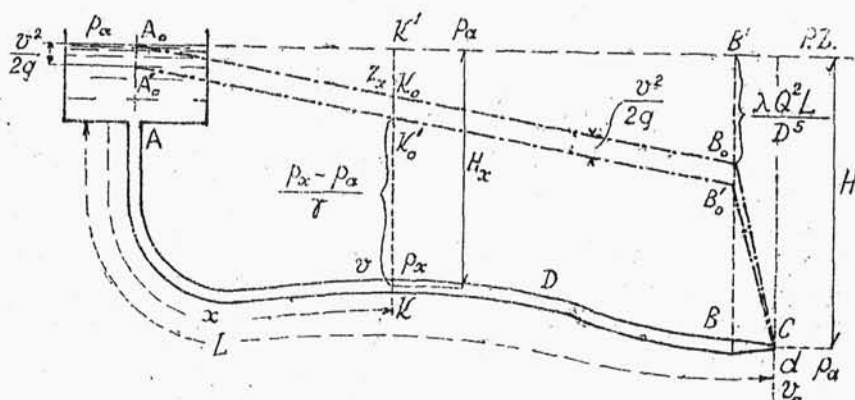
Zatem należy tak dobrać średnicę d wylotu, aby $H > \frac{v_o^2}{2g}$, co jest samo przez się zrozumiałe.

239. RÓWNANIE LINII CIŚNIEŃ W PRZEWODZIE O STAŁYM PRZEKROJU DLA CIECZY RZECZYWISTEJ.

Kiedy już umiemy wyznaczać wysokości, stracone na różne opory, napotkane przez ciecz podczas jej ruchu w przewodzie, możemy, zgodnie z treścią art.211 przystąpić do wyznaczenia linii ciśnień.

Niech będzie zbiornik, jak to już parokrotnie przyjmowaliśmy. Ze zbiornika idzie przewód o śred-

dnicy D i długości L . Zakończenie przewodu na stosunkowo bardzo nieznacznej długości niech stanowi zwężka od średnicy D do wylotu o średnicy d /rys.160/.



rys.160.

Przy wylocie w punkcie C niech będzie ciśnienie $p_o = p_\alpha$. Zresztą, gdyby p_o było $\leq p_\alpha$, zagadnienie nie będzie się zasadniczo różniło od przypadku, kiedy $p_o = p_\alpha$; to ostatecznie założenie odpowiada stosunkom, wziętym z życia.

Wystawmy na przewodzie w przekroju K , wziętym w odległości x od początku przewodu, piezometr; znajdziemy, jak wysoko stanie w nim ciecz. Niech w obranym przekroju będzie ciśnienie p_x . Wówczas w piezometrze podniesie się ciecz na wysokość $\frac{p_x - p_\alpha}{\gamma}$ ponad swobodną powierzchnię cieczy w zbiorniku; wtedy punkt

K_0 , należący do linii ciśnień, znajdzie się w odległości $z = K_0 K'$ od swobodnej powierzchni cieczy, przy czym

$$z = H_x - \frac{p_x - p_a}{\gamma}$$

Znajdźmy z w zależności od x .

W tym celu napiszemy równanie D. Bernoulli'ego dla cząstki, wziętej na swobodnej powierzchni w punkcie A_0 i następnie na osi przewodu w przekroju K . Obierając swobodną powierzchnię cieczy w zbiorniku jako poziom zasadniczy, napiszemy:

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = -H_x + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + (h_{st})_x \quad /a/$$

gdzie ostatni wyraz oznacza sumę wysokości, straconych na opory podczas ruchu od zbiornika do przekroju K , wziętego w odległości x od początku przewodu.

Na zasadzie wzoru /117/ napiszemy, że wysokość stracona na tarcie na jednostce długości przewodu jest:

$$J = \frac{\lambda Q^2}{D^5}$$

gdzie Q jest wydatkiem cieczy w jednostkę czasu i jest $= \frac{\pi D^2}{4} v$, zaś λ współczynnik, o którym była mowa we właściwym miejscu.

Ponieważ przewód od A do K ma długość x , więc

wysokość stracona na tarcie na tej długości przewodu $du = \frac{\lambda Q^2}{D^5} x$. Poza tą stratą będą jeszcze inne straty, jak: strata przy wejściu cieczy ze zbiornika do przewodu; ta, jednak, strata przy łagodnym przejściu, które możemy zrobić, będzie bardzo mała i możemy jej, z tego powodu nie uwzględniać. Następnie będą straty spowodowane zmianami kierunku; lecz i te straty jeśli zmiany kierunku będą wykonane stopniowo, również będą nieznaczne.

Naogół biorąc, w dłuższych przewodach, straty spowodowane tarcie, zwykle otrzymywać będziemy znacznie większe, niż wszystkie inne straty; dlatego też przy obliczeniach długich przewodów zwykle uwzględniane są tylko straty na tarcie.

Wobec powyższego, równanie poprzednie /a/ napiszemy w taki sposób:

$$\frac{p_a}{\gamma} = -H_x + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} - \lambda \frac{Q^2 x}{D^5},$$

a stąd

$$H_x - \frac{p_x - p_a}{\gamma} = \frac{v^2}{2g} + \frac{\lambda Q^2 x}{D^5}.$$

Ponieważ

$$Z = H_x - \frac{p_x - p_a}{\gamma}$$

więc

$$Z = \frac{v^2}{2g} + \frac{\lambda Q^2 x}{D^5}$$

/o/

Jest to r ó w n a n i e l i n i i c i ś n i e ń
w p r z e w o d z i e . Jeżeli mamy przewód na ca-
łej długości o tym samym przekroju, wówczas prędkość
 v jest stałą.

Mamy zatem wynik, wskazujący, że spółrzędna Z
linii ciśnień jest funkcją liniową odległości x od
początku przewodu.

Jeśli dalej przyjmiemy, co w praktyce będzie
rzeczą bardzo zwykłą, że długość rzeczywista prze-
wodu jest proporcjonalna do długości p o z i o m e -
g o r z u t u tego przewodu, wówczas otrzymamy,
że l i n i a c i ś n i e ń b ę d z i e l i n i ą
p r o s t ą .

Wyznamy dwa punkty tej prostej: na początku
przewodu, kiedy $x=0$, otrzymamy, że $Z = \frac{v^2}{2g}$. Wi-
dzimy stąd, że linia ciśnień rozpocznie się ponad
punktem A w odległości $\frac{v^2}{2g}$ od swobodnej powierzchni
cieczy w zbiorniku, mianowicie - w punkcie A'_0 . Na
końcu przewodu w przekroju B przed zwężeniem, znaj-
dziemy spółrzedną Z z równania /b/, podstawiając
 $x=L$.

Wtedy

$$Z_L = \frac{v^2}{2g} + \frac{\lambda Q^2 L}{D^5} .$$

Spórzędna ta wskazuje na punkt B'_0 . Zatem linia ciśnień przebiegnie jako prosta od A'_0 do B'_0 . Zakończenie linii ciśnień otrzymamy, łącząc punkt B'_0 z C . Wynika to stąd, że w końcu wylotu mamy to samo ciśnienie, co i w otwartym końcu piezometru.

240. Prędkość v przepływu w przewodach, zazwyczaj nie przekracza pewnych granic. Najczęściej stosowane są prędkości mniej niż 1 m/sek., często trochę więcej, rzadko 1,5 ~ 2 m/sek. Wobec tego wysokość prędkości $\frac{v^2}{2g}$ zwykle jest nieznaczna; np. przy $v = 0,8$ m/sek; $\frac{v^2}{2g} \approx 0,03$ m; przy $v = 1$ m/sek; $\frac{v^2}{2g} \approx 0,05$ m; przy $v = 2$ m/sek; $\frac{v^2}{2g} = 0,20$ m.

Zatem w równaniu /b/ poprzedniego artykułu:

$$Z = \frac{v^2}{2g} + \frac{\lambda Q^2 x}{D^5}$$

wysokość $\frac{v^2}{2g}$ może być opuszczona wobec wysokości $\frac{\lambda Q^2 x}{D^5}$, której wartość jest zwykle znaczna.

Wówczas równanie linii ciśnień otrzyma postać prostszą:

$$Z = \frac{\lambda Q^2 x}{D^5}$$

co będzie wskazywało, że linia ciśnień będzie prostą, przechodzącą przez $A_0 B_0$ i następnie spadnie do C .

W taki też sposób zwykle będziemy wykreślali

linię ciśnień dla przewodu o stałym przekroju.

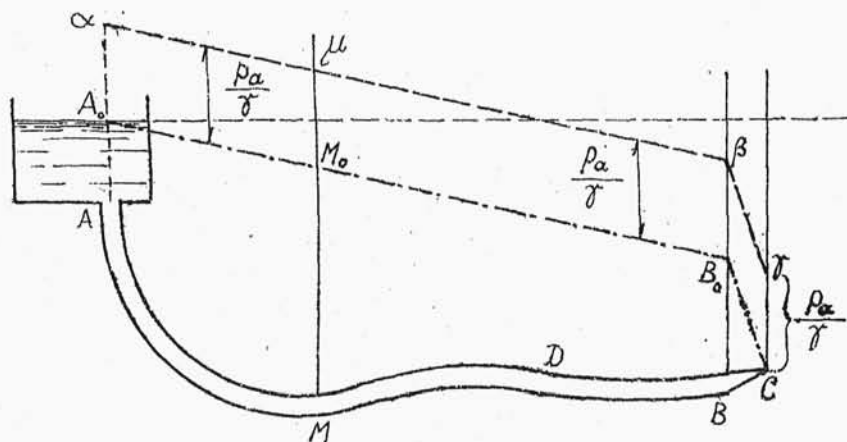
241. Linia ciśnień, omawiana w poprzednich artykułach, wskazuje nam na różnice między ciśnieniem p_x wewnątrz przewodu w tym czy innym przekroju, a ciśnieniem zewnętrznym p_a . Właściwiej było by dlatego nazywać poprzednio otrzymany wykres **l i n i ą**
n a d c i ś n i e ń lub **l i n i ą c i ś n i e ń r z e-**
c z y w i s t y c h.

Wartości tych nadciśnień, mierzone wysokościami słupków w piezometrach: $\frac{p_x - p_a}{\gamma}$, dają miarę tych sił, które dążą do rozerwania przewodu pod działaniem wewnętrznego ciśnienia p_x , zmniejszonego o ciśnienie zewnętrzne p_a .

Nieraz może być pożyteczne uświadomić sobie wartości całkowitych **c i ś n i e ń w e w n ę t r z-**
n y c h w przewodzie tj. ciśnienie p_x . Z równania Bernoulli'ego otrzymamy bardzo łatwo te wartości drogą rachunkową.

Tu parę słów warto poświęcić na przedstawienie rozkładu ciśnień wewnętrznych p_x drogą wykreślną. Wyjdziemy ze znanej z poprzedniego linii ciśnień /rzeczywistych/. Niech w pewnym przypadku będzie to

linia A_0B_0C /rys.161/. Aby otrzymać linię ciśnień wewnętrznych, wystawmy sobie co następuje: piezometry, które służyły nam poprzednio do wyznaczenia linii ciśnień rzeczywistych, wyobrażaliśmy wtedy sobie od góry otwarte; obecnie niech piezometry te będą znacznie wyższe i od góry szczelnie zamknięte;

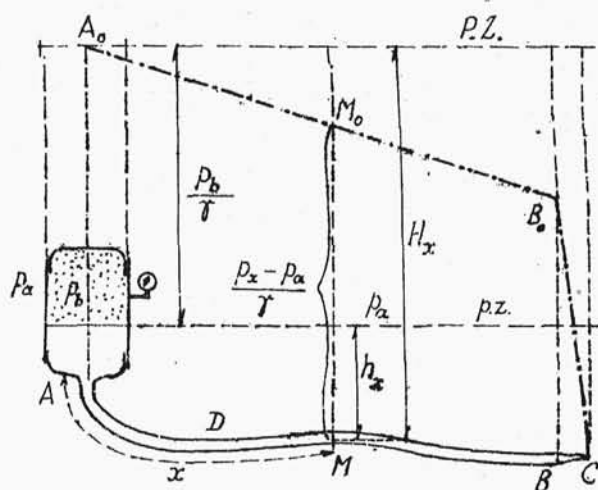


rys.161.

dalej, niech w końcach górnych każdego z tych piezometrów będzie wytworzona próżnia. Wtedy we wszystkich piezometrach od pierwszego w przekroju A do ostatnich w B i C słupki cieczy podniosą się wszędzie o tę samą wysokość $\frac{P_a}{\gamma}$. Końce słupków cieczy utworzą linię $\alpha\beta\gamma$, która będzie właśnie linią ciśnień wewnętrznych. Wysokości M_μ , B_β ... itd. będą miarą ciśnień wewnętrznych w przekrojach A, M, B itd.

242. Rozpatrzmy teraz przypadek wykreślenia linii ciśnień, kiedy przewód zasilany jest nie ze zbiornika otwartego, jak to mieliśmy poprzednio, lecz ze zbiornika zamkniętego, w którym panuje pewne ciśnienie. Niech to ciśnienie wynosi p_b p o n a d ciśnienie zewnętrzne p_a .

Nadciśnienie p_b , wskazywane na manometrze, niech będzie otrzymane dzięki prężności powietrza, znajdującego się w zbiorniku zamkniętym /rys.162/.



rys.162.

Najprostszy sposób rozwiązania polegać będzie na tym, aby sprowadzić zagadnienie do przypadku poprzedniego, tj. zbiornik zamknięty zastąpić zbiornikiem otwartym. W tym celu wyobrażamy sobie, że zbiornik

został wydłużony do góry i napełniony cieczą do poziomu, znajdującego się na wysokości $\frac{p_b}{\gamma}$ ponad zwierciadłem cieczy w zbiorniku zamkniętym. Zbiornik otwarty z takim poziomem cieczy zapewnia w przewodzie te same warunki ciśnieniowe, jakie są przy zbiorniku zamkniętym.

Że tak jest, zobaczmy, obliczając ciśnienie p_x : przekroju M , wziętym w odległości x od początku przewodu.

Jeżeli będziemy rozpatrywali przewód połączony ze zbiornikiem zamkniętym, napiszemy równanie Bernoulli'ego, przyjmując za poziom zasadniczy zwierciadło wody w zbiorniku zamkniętym:

$$0 + \frac{p_b + p_a}{\gamma} + 0 = -h_x + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + \frac{\lambda Q^2 x}{D^5}.$$

W lewej stronie równania należy przyjąć wysokość całkowitego ciśnienia, wewnątrz zbiornika. Ponieważ p_b jest to nadciśnienie, liczone ponad zewnętrzne ciśnienie p_a , więc całkowite ciśnienie będzie $= p_b + p_a$.

Z powyższego równania mamy:

$$\frac{p_x}{\gamma} = h_x + \frac{p_b + p_a}{\gamma} - \frac{v^2}{2g} - \frac{\lambda Q^2 x}{D^5} \quad /a/$$

Jeżeli będziemy rozpatrywali przewód jako połączony ze zbiornikiem otwartym, którego zwierciadło jest o $\frac{p_b}{\gamma}$ wyżej od poprzedniego, wówczas twierdzenie Bernoulli'ego, napisane względem poziomu zasadniczego (P.Z.), obranego na swobodnej powierzchni uzupełnionego zbiornika, będzie takie:

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = -H_x + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + \frac{\lambda Q^2 x}{D^5},$$

Stąd

$$\frac{p_x}{\gamma} = H_x + \frac{p_a}{\gamma} - \frac{v^2}{2g} - \frac{\lambda Q^2 x}{D^5};$$

ponieważ

$$H_x = h_x + \frac{p_b}{\gamma},$$

więc

$$\frac{p_x}{\gamma} = h_x + \frac{p_a + p_b}{\gamma} - \frac{v^2}{2g} - \frac{\lambda Q^2 x}{D^5} \quad /b/$$

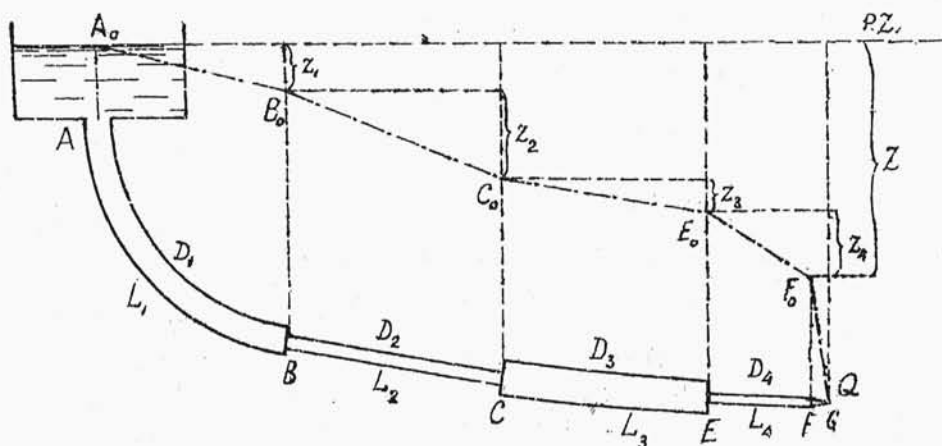
to jest to samo, co poprzednio /a/.

Wobec tego linię ciśnień rzeczywistych wykreślimy sposobem znanym, otrzymując ją jako linię $A_0 M_0 B_0 C$.

243. LINIA CIŚNIEŃ W PRZEWODZIE O ZMIENNEJ ŚREDNICY.

Niech będzie zbiornik, od którego rozpoczyna się przewód, złożony z n części o różnych średnicach

i długościach: pierwszy odcinek AB /rys.163/ długości L_1 , o średnicy D_1 , drugi BC - długości L_2 i średnicy D_2 itd. Niech cały przewód dostarcza do końca Q m^3/sec wody.



rys.163.

Rozpatrzmy część przewodu AB .

Na końcu tego przewodu otrzymamy stratę wysokości na tarcie równą $\frac{\lambda_1 Q^2 L_1}{D_1^5}$; odłożmy na pionie, przeprowadzonym przez B , odcinek $z_1 = \frac{\lambda_1 Q^2 L_1}{D_1^5}$, od płaszczyzny PZ . Znajdziemy punkt B_0 , łącząc A_0 z B_0 otrzymamy prostą $A_0 B_0$, która będzie linią ciśnień dla odcinka przewodu AB .

Dla następnej części przewodu wyznaczmy linię

ciśnien, która się rozpocznie w punkcie B_0 i opadnie w piezometrze, wstawionym w C o wysokość Z_2 równą stracie na tarcie w przewodzie BC . Zgodnie z poprzednim napiszemy:

$$Z_2 = \frac{\lambda_2 Q^2 L_2}{D_2^5}.$$

Odłożywszy od poziomu, przeprowadzonego przez B_0 , wysokość Z_2 , otrzymamy punkt C_0 . Prosta $B_0 C_0$ jest linią ciśnień w przewodzie BC . W taki sam sposób znajdziemy wysokość $Z_3 = \frac{\lambda_3 Q^2 L_3}{D_3^5}$, a następnie wykreślimy linię ciśnień $C_0 E_0$ itd.

Ostatecznie otrzymamy linię ciśnień dla całego przewodu:

$$A_0 B_0 C_0 E_0 F_0 G.$$

Całkowita wysokość stacona na tarcie:

$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n = \sum_1^n \frac{\lambda_i Q^2 L_i}{D_i^5} = Q^2 \sum_1^n \frac{\lambda_i L_i}{D_i^5} \quad /146/$$

Jeśli średnice nie bardzo będą się różnić, można przyjąć, że $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_i = \lambda$. W takim razie:

$$Z = \lambda Q^2 \sum_1^n \frac{L_i}{D_i^5} \quad /147/$$

244. PRZYKŁAD XXVIII. Znaleźć średnicę D takiego przewodu o długości L , któryby zastąpił przewód