

$$\frac{3Q^2}{4\pi^2\mu^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{x}\right) = Z^3 - h_o^3,$$

albo

$$Z^3 = \frac{3Q^2}{4\pi^2\mu^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{x}\right) + h_o^3, \quad /186/$$

wreszcie stąd możemy też otrzymać:

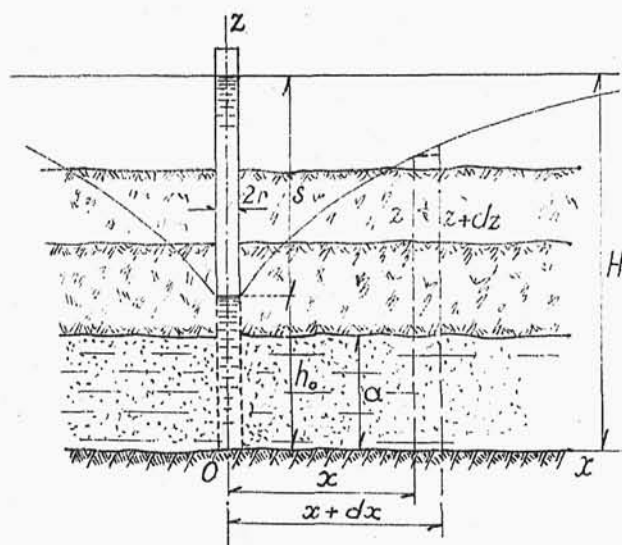
$$Q = 2\pi\mu \sqrt{\frac{Z^3 - h_o^3}{3} \cdot \frac{rx}{x-r}} \quad /187/$$

Jeżeli porównamy otrzymany wzór /187/ na wydatek wody według Nourtier'a z wzorem /185/ obliczonym według Darcy - Dupuit, znajdziemy, że wydatek  $Q$  rośnie w miarę zwiększania promienia otworu, lecz według Darcy rośnie bardzo powoli, według zaś Nourtier'a - szybciej.

331. Rozpatrzmy teraz przypadek, kiedy woda w warstwie wodonośnej znajduje się pod ciśnieniem.

Niech będzie, jak na rysunku 213 warstwa wodonośna o miąższości  $\alpha$ , zawarta między dwiema powierzchniami nieprzepuszczalnymi. Niech woda gruntuwa, będąc w spoczynku, znajduje się pod ciśnieniem, mogącym podnieść słup wody na wysokość  $H$  ponad warstwę nieprzepuszczalną. Na tej też wysokości stanie

woda w otworze /w czasie spoczynku/.



rys.213.

Wystawmy sobie następnie rurki doprowadzone z powierzchni ziemi do warstwy wodonośnej u dołu i u góry otwarte. W stanie spoczynku wody gruntowej w rurkach tych - odgrywających rolę piezometrów poziom wody utworzy płaszczyznę poziomą, znajdującą się na wysokości  $H$  ponad warstwą nieprzepuszczalną. Przypuśćmy teraz, że ze studni czerpiemy wodę w ilości  $Q$  m<sup>3</sup>/sek, wobec czego zwierciadło wody w otworze obniży się i stanie na wysokości  $h_0$ ; rozpocznie się ruch wody w gruncie ku studni. W piezometrach wspomnianych woda również opadnie i to tym bardziej, im piezometr będzie bliżej studni. Końce słupków wody w piezome-

trach utworzą pewną krzywą powierzchnię - lej depresyjny - której równania, niżej poszukamy.

W tym celu przyjmijmy osi współrzędnych w taki sposób: oś poziomą  $x$  - obierzmy w płaszczyźnie warstwy nieprzepuszczalnej, oś  $z$  - pionowo wzdłuż osi otworu, jak na rys. 213 pokazane. Wyobraźmy sobie teraz w odległości  $x$  od osi studni powierzchnię cylindryczną, przez którą płynie woda gruntowa z zewnątrz do studni. Powierzchnia ta jest równa  $2\pi x \cdot \alpha$ . Użyteczny przekrój przepływu wody =  $2\pi x \alpha \varphi$ . Prędkość uwarunkowana jest spadkiem wyobraźnego zwierciadła wody, które otrzymaliśmy na końcach piezometrów.

Powiemy, że według Darcy - Dupuit

$$v = k_1 \cdot \frac{dz}{dx}.$$

Zatem wydatek wody

$$Q = 2\pi \cdot x \cdot \alpha \cdot \varphi \cdot k_1 \cdot \frac{dz}{dx};$$

stąd, oznaczając  $\varphi k_1$  przez  $\mu$  mamy

$$dz = \frac{dx}{x} \cdot \frac{Q}{2\pi \alpha \mu}.$$

Po scałkowaniu

$$z = \lg_n x \cdot \frac{Q}{2\pi \alpha \mu} + C.$$

stałą całkowania wyrugujemy z warunku, że przy

$$x = r, \quad z = h_0,$$

a więc

$$h_0 = \lg_n r \frac{Q}{2\pi\mu\alpha} + C,$$

zatem

$$z = \lg_n x \cdot \frac{Q}{2\pi\mu\alpha} + h_0 - \lg_n r \frac{Q}{2\pi\mu\alpha},$$

albo

$$z = h_0 + \frac{Q}{2\pi\mu\alpha} \cdot \lg_n \frac{x}{r} \quad /188/$$

Jest to równanie krzywej linii ciśnień w warstwie wodonośnej.

332. Jeżeli wprowadzimy w równanie /188/ wartości  $R$  i  $H$  [ $R$ =odległości od osi studni do miejsca, gdzie depresja już się nie wyczuwa i  $H$ =wysokości ciśnienia przy wodzie w spoczynku], otrzymamy:

$$H = h_0 + \frac{Q}{2\pi\mu\alpha} \cdot \lg_n \frac{R}{r}.$$

Stąd możemy znaleźć  $Q$ :

$$Q = 2\pi\alpha\mu \frac{H - h_0}{\lg_n \frac{R}{r}} \quad /189/$$

Ponieważ  $H - h_0 = s$  /depresja/, więc możemy napisać:

$$Q = 2\pi\mu\alpha \frac{s}{\lg_n \frac{R}{r}} = \frac{2\pi\mu\alpha}{\lg_n \frac{R}{r}} \cdot s = \zeta \cdot s \quad /190/$$

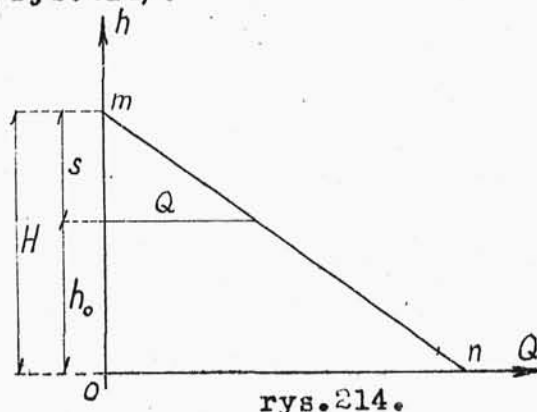
Z tego równania wynika, że wydatek wody artezyjskiej jest wprost proporcjonalny do wielkości depresji. Wpływ zwiększenia  $r$  na wydatek jest niewielki.

W rzeczywistości ta zależność może być w pewnym stopniu odmienna, a to skutkiem tego, że nie uwzględnialiśmy oporów, które woda spotyka podczas przejścia przez ścianki studni. Jeśli te opory są bardzo małe same przez się, lub w porównaniu z oporami w warstwie wodonośnej, to zależność teoretyczna, poprzednio otrzymana, potwierdza się obserwacją rzeczywistych studni.

Zależność między wydatkiem studni artezyjskiej a depresją, otrzymana z równania

$$Q = \zeta \cdot s,$$

może być przedstawiona wykreślnie prostą  $mn$  w osiach  $OQ$  i  $Oh$  /rys.214/.



333. Rozpatrzmy teraz ruch wody gruntowej art-  
zyjskiej /rys.213/, przyjmując przypuszczenia Nour-  
tier'a i Smrekera /równ.178/, że

$$v = k_2 \sqrt{J}.$$

Wydatek

$$Q = 2\pi \cdot x \cdot \alpha \varphi \cdot k_2 \sqrt{J};$$

ponieważ

$$J = \frac{dz}{dx},$$

więc

$$Q = 2\pi x \cdot \alpha \cdot \varphi \cdot k_2 \sqrt{\frac{dz}{dx}}.$$

Oznaczmy iloczyn  $\varphi k_2$  przez  $\mu$ , podnieśmy obie  
strony równania do kwadratu i rozdzielimy zmienne,  
otrzymamy:

$$Q^2 \cdot \frac{dx}{x^2} = 4\pi^2 \alpha^2 \mu^2 dz$$

a po scałkowaniu:

$$-\frac{Q^2}{x} = 4 \cdot \pi^2 \alpha^2 \mu^2 z + C$$

Stałą całkowania wyrugujemy z warunku:

gdy  $x = r$ , wówczas  $z = h_0$ .

Otrzymujemy równanie krzywej depresyjnej:

$$Q^2 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right) = 4\pi^2 \alpha^2 \mu^2 (z - h_0),$$

albo

$$z = \frac{Q^2}{4\pi^2 \alpha^2 \mu^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right) + h_0. \quad /191/$$

Wreszcie otrzymamy stąd:

$$Q = 2\pi a\mu \sqrt{\frac{z - h_0}{\frac{1}{r} - \frac{1}{x}}} \quad /192/$$

Jeśli w odległości  $R$  od osi studni już depresji nie wyczuwamy, wówczas napiszemy:

$$Q = 2\pi a\mu \sqrt{\frac{H - h_0}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}} \quad /193/$$

Z ostatniego wzoru wynika, że wydatek studni artezyjskiej nie będzie proporcjonalny do depresji, lecz rosnąć będzie wolniej niż depresja. Pod tym względem studnie artezyjskie dają wyniki bliższe do tego, co otrzymaliśmy z wzoru Darcy - Dupuit /190/.

334. Nieraz w przypadkach poprzednio /art. 331, 332, 333/ rozpatrzonych, zdarzyć się może, że przy bardzo znacznym wydatku wody ze studni zwierciadła wody obniży się niżej niż górna powierzchnia warstwy nieprzepuszczalnej.

Zagadnienie w tym razie da się rozwiązać, określając krzywą zwierciadła wody z początku w warstwie wodonośnej od studni do tego miejsca, dokąd krzywa zwierciadła nie przecina górnej warstwy nieprzepuszczalnej - tak, jak to robiliśmy przy studniach ze

swobodnym zwierciadłem; poczynawszy od tego miejsca, zwierciadło wody już nie będzie swobodne i wystąpi dla dalszej części jako krzywa powierzchnia ciśnień w strumieniu wody artezyjskiej.

Wydatek wody będzie wzrastał proporcjonalnie do depresji - i linia wydatku będzie linią prostą. Jeśli depresję powiększymy poniżej warstwy nieprzepuszczalnej, zależność między  $Q$  i  $s$  otrzyma się jako linia krzywa: parabola. Odwrotnie, przejście kształtu linii  $Q, s$  z linii prostej na krzywą wskazuje na opadnięcie zwierciadła poniżej warstwy nieprzepuszczalnej.

335. Pożyteczne będzie nieraz przy ocenie i charakteryzowaniu wody gruntowej posilkować się t.zw. s p ó ł c z y n n i k i e m  $\varepsilon$  T h i e m ' a.

Spółczynnik  $\varepsilon$  oznaczać będzie: w y d a t e k wody p ł y n ą c e j w g r u n c i e p r z e z p r z e k r ó j g e o m e t r y c z n y  $lm^2$  w j e d n o s t c e c z a s u i p r z y s p a d k u z w i e r c i a d ł a w o d y r ó w n y m j e d n o s t c e.

Jeśli przez  $J$  oznaczymy spadek zwierciadła wody gruntowej oraz przez  $F$  pole przekroju geometrycznego,



przez który płynie woda gruntowa, wówczas wydatek  $Q$  w jednostce czasu otrzymamy:

$$Q = \varepsilon \cdot J \cdot F \quad /194/$$

Niżej - na przykładzie studni ze swobodnym zwierciadłem wody gruntowej - wskażemy, jak można znaleźć współczynnik  $\varepsilon$ .

Niech będzie studnia o średnicy  $2r$ , w której głębokość wody w spoczynku jest  $= H$ .

/rys.215/.

Przez powierzchnię cylindryczną o promieniu  $x$  i wysokości  $z$  przepłynie ilość wody

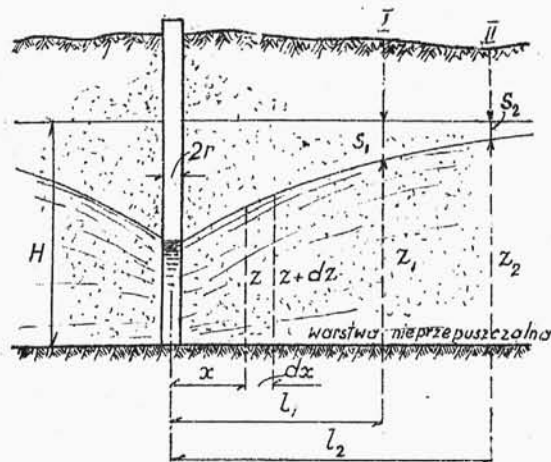
$$Q = \varepsilon \cdot 2\pi \cdot x \cdot z \cdot \frac{dz}{dx};$$

po rozdzieleniu zmiennych i scałkowaniu znajdziemy:

$$Q \cdot \lg x = \varepsilon \cdot \pi \cdot z^2 + C \quad /a/$$

Zestawiając równanie powyższe /a/ z równaniem /a/art.326, widzimy, że wielkość  $\varepsilon$  odpowiada współczynnikowi  $\mu$ , który  $= \varphi$ .

Niech w dwóch miejscach - w odległości  $l_1$  i  $l_2$  od



rys.215.

osi studni - zwierciadło wody gruntowej będzie na wysokości  $z_1$  i  $z_2$  nad warstwą nieprzepuszczalną. Podstawiając te wartości w /a/ otrzymamy:

$$Q \lg_n l_2 = \varepsilon \cdot \pi \cdot z_2^2 + C$$

oraz

$$Q \lg_n l_1 = \varepsilon \cdot \pi \cdot z_1^2 + C$$

po odjęciu 2-go równania od pierwszego, znajdziemy:

$$Q \lg_n \frac{l_2}{l_1} = \varepsilon \pi (z_2^2 - z_1^2),$$

a stąd

$$\varepsilon = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{\lg_n \frac{l_2}{l_1}}{z_2^2 - z_1^2} = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{\lg_n \frac{l_2}{l_1}}{(z_2 + z_1)(z_2 - z_1)}$$

Jeśli uwzględnimy, jak na rysunku, iż w miejscu I i II obserwować się daje depresja  $s_1$  i  $s_2$ , wówczas, ponieważ

$$z_1 = H - s_1 ; \quad z_2 = H - s_2 ,$$

znajdziemy:

$$\varepsilon = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{\lg_n \frac{l_2}{l_1}}{(2H - s_1 - s_2)(s_1 - s_2)} \quad /195/$$

Znalazłszy w ten sposób z doświadczenia  $\varepsilon$  możemy określić kształt krzywej depresyjnej, zasięg działania studni, wydatek przy tej czy innej depresji w studni.

336. Gdyby to była woda gruntowa pod ciśnieniem /woda artezyjska/, wówczas, mając wykonaną studnię, przeprowadzamy obserwację, o której niżej; znajdziemy stąd współczynnik  $\varepsilon$ .

Niech będzie zatem studnia artezyjska, jak na rys.216; w studni głębokość wody w stanie spoczynku niech będzie  $H$ .

Przez powierzchnię cylindryczną o promieniu  $x$  i wysokości  $\alpha$  przepływa wydatek  $Q$ :

$$Q = \varepsilon \cdot 2\pi x \cdot \alpha \cdot \frac{dz}{dx}$$

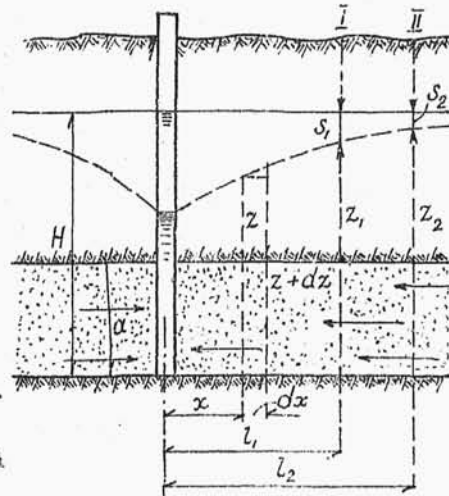
Po rozdzieleniu zmiennych i scałkowaniu równania znajdziemy:

$$Q \lg_n x = \varepsilon \cdot 2\pi \cdot \alpha \cdot z + C \quad /a/$$

Zaobserwujmy teraz w dwóch próbnych otworach wykonanych w odległości  $l_1$  i  $l_2$  od osi studni, depresje; niech to będą:  $s_1$  i  $s_2$ .

Ponieważ  $z_1 = H - s_1$ , oraz  $z_2 = H - s_2$ , więc po podstawieniu w równanie /a/ tych wartości, otrzymamy:

$$Q \lg_n l_2 = \varepsilon \cdot 2\pi \cdot \alpha (H - s_2)$$



oraz

$$Q \lg_n l_1 = \varepsilon \cdot 2\pi \cdot \alpha (H - s_1) .$$

Po odjęciu drugiego równania stronami od pierwszego, znajdziemy:

$$Q \cdot \lg_n \frac{l_2}{l_1} = \varepsilon \cdot 2\pi \alpha (s_1 - s_2)$$

a stąd

$$\varepsilon = \frac{Q}{2\pi\alpha} \cdot \frac{\lg_n \frac{l_2}{l_1}}{(s_1 - s_2)} \quad /196/$$

Znalazłszy  $\varepsilon$  możemy wyznaczyć kształt krzywej depresyjnej, wydatek studni, zasięg działania studni i t.d.

337. Przypuśćmy, że mamy wykonany szereg studni, rozłożonych wzdłuż prostej prostopadłej do kierunku ruchu wody. Zbadajmy każdą studnię oddzielnie, poszukując współczynników  $\varepsilon$ . Możliwe jest, że wszystkie wykonane studnie dadzą takie same, albo mało różniące się współczynniki  $\varepsilon$ . Gdyby tak było, wówczas możemy powiedzieć, że warstwa wodonośna o polu  $F$  przekroju prostopadłego do kierunku ruchu wody gruntuowej /długość przekroju jest określona długością linii studzien/ może dać nam wydatek:

$$Q = \varepsilon \cdot F \cdot J \quad /197/$$

Jeśli by współczynniki  $\varepsilon$  otrzymały się różne, wówczas poprzednie pole  $F$  należałoby rozbić na takie części, w których można będzie przyjąć mniej więcej bliskie sobie wartości współczynników  $\varepsilon$ .

Otrzymamy wtedy przypuszczalny wydatek :

$$Q = \varepsilon_1 F_1 J_1 + \varepsilon_2 F_2 J_2 + \dots + \varepsilon_n F_n J_n \quad /198/$$

338. Rozważywanie zagadnień, poprzednio rozpatrywanych, a dotyczących ruchu wody w gruncie do studni bądź zwykłej, bądź artezyjskiej, były oparte, między innymi, na tym założeniu, że warstwa nieprzepuszczalna, po której woda płynie, jest pozioma i że pierwotne zwierciadło jest również poziome. W tych przypadkach powierzchnia zwierciadła wody czy też powierzchnia ciśnień, podczas ruchu wody, są powierzchniami obrotowymi, których tworzące właśnie są tymi krzywymi, jakie poprzednio z równań otrzymaliśmy. Te powierzchnie obrotowe mają osi pionowe.

Inaczej się przedstawia sprawa tych powierzchni, jeśli warstwa nieprzepuszczalna będzie miała pochyłość, dzięki której woda w gruncie już sama przez się jest w ruchu, zaś działanie studni, ruch ten w pewien sposób zmienia; odwrotnie, ruch wody do

studni jest w dużym stopniu uzależniony od ruchu pierwotnego, kiedy studnia nie była czynną. Obecnie już nie będzie można stwierdzić, że dopływ wody do studni zachodzi ze wszystkich kierunków jednakowo. Można jednak z góry przewidzieć, że dopływ wody do studni będzie największy z tej strony, skąd płynie woda, powiemy "z góry", najmniejszy będzie ze strony przeciwnej, powiemy "z dołu"; z obydwóch zaś stron w kierunku prostopadłym do ruchu wody, będą dopływy pośrednie i symetryczne. Krzywe zwierciadła wody gruntowej, czy też powierzchni ciśnień, będą też odmienne od poprzednio znalezionych.

Rozwiązanie takiego zadania w ogólnej postaci natrafia na bardzo poważne trudności o charakterze matematycznym, których małą próbkę mieliśmy w §318 przy pierwszym zadaniu.

339. Dlatego też zadanie poruszone staramy się rozwiązać w sposób prostszy, dość prawdopodobny. Tu zaznaczyć można, że obserwacja potwierdza dostatecznie zgodność obrazu powierzchni rzeczywistej z obrazem powierzchni, powiedzmy, teoretycznej.

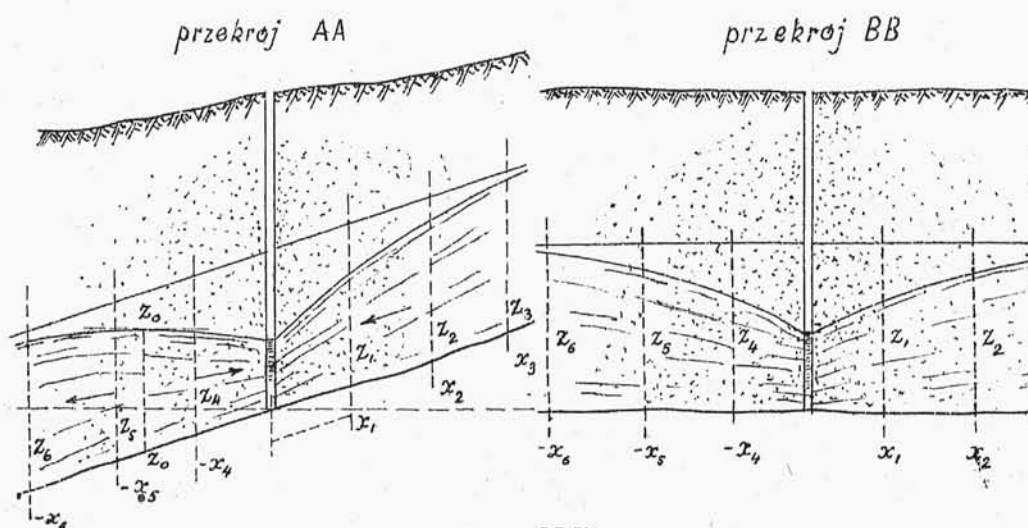
Rozumujemy i postępujemy w taki sposób:

Niech powierzchnia warstwy nieprzepuszczalnej będzie pozioma, wówczas kształt powierzchni zwierciadła we wszystkich kierunkach będzie podobny i wykreślimy go zgodnie z tym, jak poprzednio było wskazane; otrzymamy wtedy wykres podany po stronie prawej rysunku 217. Krzywe jednej i drugiej gałęzi dadzą nam szereg spórzędnych  $x_1, z_1$ ;  $x_2, z_2$ ;  $x_3, z_3$ ; i t.d.

Wykreślimy obecnie powierzchnię warstwy nieprzepuszczalnej i zwierciadło wody gruntowej pochylone do poziomu/na rysunku 217 lewym/.

Na tym wykresie wyznaczymy zwierciadło wody zmienne przez wpływ studni, odkładając od osi studni  $O$  wartości  $x_1, x_2, \dots$  a od warstwy nieprzepuszczalnej wartości  $z_1, z_2, z_3, \dots$ . Po połączeniu tak otrzymanych punktów linią ciągłą wykreślimy zwierciadło wody w kierunku pierwotnego ruchu wody gruntowej. Widzimy, że do studni woda dopływa z góry wszędzie, jaka poprzednio spływała w strumieniu w dół. Zaś od dołu zauważamy, że zwierciadło w pewnej odległości od osi studni przegina się ku stronie odwrotnej.

Jeśli poprowadzimy prostą poziomą, styczną do



rys. 217.

dolnej gałęzi zwierciadła, otrzymamy na krzywej zwierciadła punkt  $Z_0$ , który wskazuje granicę, odkąd woda gruntowa rozdziela się, płynąc częściowo ku studni, częściowo w dół.

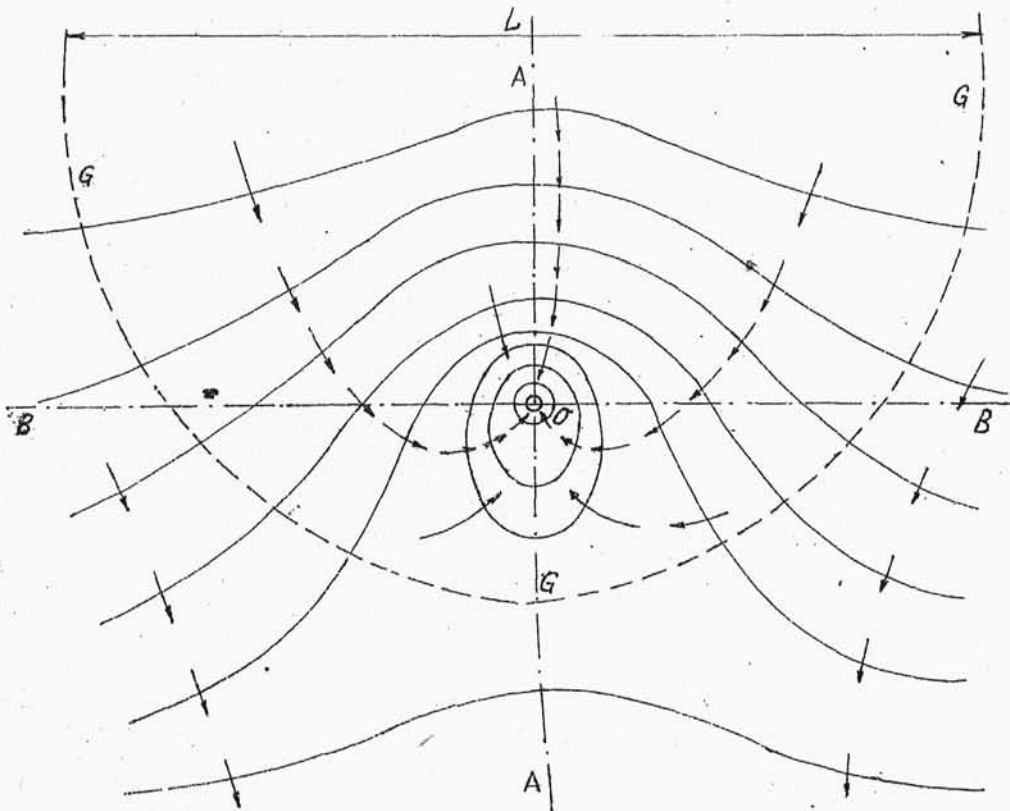
Na podstawie stanu zwierciadła wody w kierunku jej ruchu wzdłuż osi AA /rys.217/ oraz wzdłuż kierunku osi BB - prostopadłej do poprzedniego kierunku-wyznamy zbiory punktów zwierciadła, mających jednakowe wysokości /rzędne/ nad obraną płaszczyzną poziomą.

Punkty te połączmy liniami ciągłymi; otrzymamy w ten sposób plan z warstwicami wodnymi /rys.218/.

Z tych warstwic poznamy, skąd i w jakim kierunku wo-



da gruntowa płynie do studni. Jednocześnie dostrzeżemy, że uda się wyznaczyć taką krzywą  $GGG$ , która dzieli wodę, będącą w ruchu, na dwie części, z nich jedna część, wewnątrz krzywej  $GGG$ , dąży do studni, druga część, na zewnątrz tej krzywej, omija studnię.



rys.218.

Gdyby chodziło o budowę drugiej studni obok -

z warunkiem, żeby jedna studnia nie odbierała wody drugiej, - należałoby oś drugiej studni odsunąć tak daleko od studni pierwszej - wzdłuż linii  $BB$ -, aby krzywa  $GGG$  dla studni pierwszej nie przecinała podobnej krzywej dla studni drugiej. Będzie to odległość  $= L$  .

---