

części af , będącej w wodzie, zdawałoby się, powinna pociągnąć taśmę tak, jak to wskazują strzałki. Stąd powinien powstać obrót krążka K . Ruch ten powinien zachodzić stale bez zużycia jakiejkolwiek energii zewnętrznej.

Innymi słowy, mamy znów "perpetuum mobile". Czy rzeczywiście tak będzie, a jeśli nie, to dlaczego?

70. ZACHOWANIE SIĘ CIAŁA ZANURZONEGO W CIECZY.

Niech będzie ciało *j e d n o r o d n e* o objętości V i o ciężarze właściwym γ ; niech ciecz ma ciężar właściwy γ . Mamy zatem ciało o ciężarze $G = \gamma \cdot V$. Po zanurzeniu ciała w cieczy zaczyna na nie działać wypór $W = \gamma V$.

Ponieważ założyliśmy, że ciało jest jednorodne, więc środek ciężkości i środek wyporu są w jednym i tym samym punkcie. Ciało, zatem znajduje się w cieczy pod działaniem dwóch sił, do jednego punktu przyłożonych: ciężaru G , skierowanego w dół, i wyporu W , skierowanego do góry. Tu mogą zajść następujące 3 przypadki:

a/ Jeśli γ_c ciała jest $> \gamma$ cieczy, wtedy ciężar ciała jest większy niż wypór $G > W$ i ciało zacznie opadać w cieczy, póki nie spadnie na dno naczynia.

Jeżeli by można było nie uwzględnić oporu cieczy podczas ruchu ciała, wtedy powiedzielibyśmy, że ruch będzie jednostajnie przyspieszony; a jakie będzie przyspieszenie w tym ruchu?

Ponieważ siła, wywołująca ruch, jest $G - W = V(\gamma_c - \gamma)$ zaś masa ciała jest $\frac{V\gamma_c}{g}$, zatem ciało otrzyma przyspieszenie

$$a = \frac{V(\gamma_c - \gamma)}{V \cdot \gamma_c / g} = \frac{(\gamma_c - \gamma)g}{\gamma_c} = g\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_c}\right).$$

b/ Jeżeli γ_c ciała jest $= \gamma$ cieczy, kiedy zatem ciężar ciała = wyporowi, wtedy ciało zawisa w cieczy w każdym położeniu ciała i będzie to równowaga obojętna.

c/ Jeżeli γ_c ciała jest $< \gamma$ cieczy, kiedy więc ciężar ciała G jest $<$ niż wypór W , wtedy ciało zacznie się unosić ruchem jednostajnie przyspieszonym /o ile możemy nie uwzględnić oporu cieczy podczas ruchu ciała/. Przyspieszenie znajdziemy, jak w przy-

padku pierwszym:

$$\alpha = \frac{V(\varrho - \varrho_1)}{V \cdot \varrho / g} = \frac{(\varrho - \varrho_1)g}{\varrho_1} = g\left(\frac{\varrho}{\varrho_1} - 1\right).$$

Ciało będzie się podnosić z tym przyspieszeniem tak długo, póki nie dotknie swobodnej powierzchni.

Z chwilą przebicia swobodnej powierzchni zmniejszy się ta część ciała, która zostanie jeszcze zanurzona w cieczy, zatem wypór się zmniejszy. Wskutek tego przyspieszenie zacznie maleć i ciało będzie powolniej unosić się do góry.

Unoszenie się ciała będzie zachodzić tak długo, póki nie zostanie w cieczy taka część objętości V_1 ciała, żeby wypór stąd powstający $V_1 \varrho$ wyrównał ciężar ciała $V \varrho_1$, czyli póki nie będzie:

$$V_1 \varrho = V \varrho_1$$

od tej chwili ciało zacznie pływać.

Ściśle mówiąc, kiedy obserwować będziemy przypadek, w którym $\varrho_1 < \varrho$, ciało, dzięki t.zw.bezwładności, nie od razu zatrzyma się w tym czasie, kiedy będzie zanurzona część jego V_1 , lecz podniesie się wyżej. Następnie, ponieważ w tym momencie wypór będzie mniejszy, niż ciężar ciała, ciało na chwilę za-

trzyma się, a potem zacznie opadać w cieczy, póki zwiększający się stopniowo wypór nie zatrzyma ciała w spadku; po czym wzrastający wypór zacznie ciało podnosić i t.d. Nastąpi szereg wahań ciała, które stopniowo będą słabnąć, aż, wreszcie, skutkiem oporu, stawianego przez ciecz opadającemu i podnoszącemu się ciału, ciało to się uspokoi i zacznie pływać. Wtedy właściwie dopiero będzie na stałe $V\gamma = V\gamma_1$, stąd $V_1 = V \frac{\gamma}{\gamma_1}$.

Objętość V_1 nazywamy w y p o r n o ś c i ą pływającego ciała.

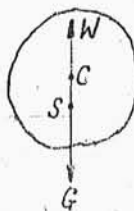
71. Niech zanurzone ciało będzie n i e j e d n o r o d n e o ś r e d n i m ciężarze właściwym γ . Środek ciężkości takiego ciała S nie będzie się schodził ze środkiem ciężkości bryły geometrycznej, a więc ze środkiem wyporu C .

W zachowaniu się danego ciała mogą zachodzić takie przypadki:

a/ kiedy średni ciężar właściwy ciała $\gamma_1 = \gamma$ cieczy. Wtedy ciało ma możność zawisnięcia w cieczy; jeśli w dodatku punkty C i S /rys.33/ ustawią się na wspólnym pionie, przy tym punkt C wyżej od S , wte-

dy ciało w każdym miejscu cieczy pozostanie bez ruchu stałe. Będzie to stan równowagi stałej.

b/ Kiedy $\gamma_r = \gamma$, natomiast S , będąc na wspólnym pionie z C , znajduje się ponad C , wtedy ciało zawisa



rys.33.

w cieczy i pozostać może w tym stanie tak długo, póki jakakolwiek, choćby najmniejsza, przyczyna nie wytrąci S lub C z prostej pionowej. Wówczas ciało zacznie się obracać, dążąc do uzyskania położenia, w którym S znajdzie się na prostej pionowej pod C ; był to stan równowagi niestabilnej.

c/ Kiedy $\gamma_r = \gamma$ i punkty C i S nie znajdują się na prostej pionowej, nastąpi wówczas obrót ciała i ciało dążyć będzie do uzyskania położenia jak poprzednio.

d/ Kiedy $\gamma_r > \gamma$ i punkt C znajduje się na prostej pionowej powyżej S , wówczas ciało otrzymuje ruch postępowy w kierunku pionowym w dół z przyspieszeniem takim, jakie otrzymaliśmy w art.70.



e/ Kiedy $\gamma_i > \gamma$ i punkt C znajduje się na prostej pionowej poniżej S , wówczas nastąpi spadanie ciała; skutkiem zaś powstania nieuniknionych sił bocznych podczas spadania ciało zacznie się obracać. Otrzymamy ruch złożony, który zakończy się ruchem postępowym, podobnym do poprzedniego.

f/ Kiedy $\gamma_i < \gamma$ i punkt C będzie ponad S -rozpocznie się ruch postępowy pionowo ku górze;

g/ Kiedy $\gamma_i < \gamma$ i punkt C będzie poniżej S -wówczas zajdzie jednocześnie: obrót ciała, które dążyć będzie do takiego połączenia, aby C znalazło się ponad S oraz ruch postępowy ku górze.

W ostatnich dwóch przypadkach ruch ciała ustanie wtedy, kiedy część jego wynurzy się z wody, zaś w wodzie pozostanie taka objętość ciała V_i , aby

$$V_i \gamma = V \gamma .$$

72. ROWNOWAGA CIAŁA PŁYWAJĄCEGO.

Z poprzednich rozważań wynika, że, w przypadku, gdy $\gamma_i < \gamma$ ciało podnosi się ku górze, następnie częściowo się wynurza i wtedy zaczyna pływać.

Ciało pływające, częściowo wystaje z cieczy; poziom cieczy przecina powierzchnię ciała wzdłuż

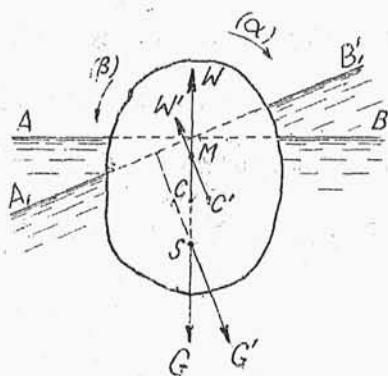
pewnego konturu. Płaszczyznę, ograniczoną tym konturem, będziemy nazywali *p ł a s z c z y z n ą p ł y w a n i a*.

Jeśli ciało pływające ma być w równowadze, wówczas siły, które nań działają, a są nimi: ciężar ciała i wypór cieczy, - winny się znaleźć na wspólnej prostej; powiemy to inaczej: - środek ciężkości i środek wyporu winny być na wspólnej prostej pionowej. Taką prostą nazywać będziemy *o s i ą p ł y w a n i a*.

73. Przy badaniu równowagi ciała *p ł y w a j ą c e g o* rozróżniamy trzy jej stany: równowagi *s t a ł e j*, *n i e s t a ł e j* i *o b o j ę t n e j*. Aby poznać, z którym stanem równowagi mamy do czynienia, nadajmy ciału nieznaczny ruch. Jeśli po tym ciało, pozostawione samo sobie, dążyć będzie do uzyskania pierwotnego położenia, nazwiemy taki stan - *r ó w n o w a g ą s t a ł ą*.

Jeśli po takim nieznacznym ruchu, ciało samo dążyć będzie do dalszej zmiany pierwotnego położenia, nazwiemy taki stan *r ó w n o w a g ą n i e s t a ł ą*.

Wreszcie, kiedy ciało nie okaże dążności ani do powrócenia do stanu pierwotnego, ani do dalszej zmiany położenia, nazwiemy taki stan **r ó w n o w a g ą o b o j ę t n ą**. Pokażemy te stany równowagi na przykładach poniższych.



rys.34.

74. Niech będzie ciało, którego środek ciężkości S jest poniżej środka wyporu C /rys.34/, wówczas mieć będziemy do czynienia z równowagą stałą: niech ciało ma płaszczyznę

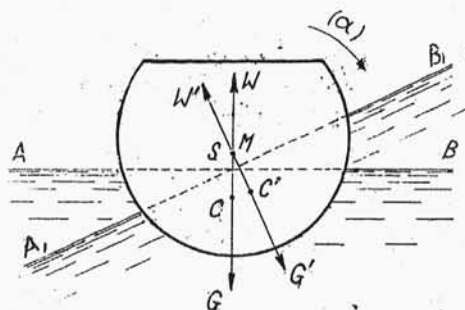
pływania AB . Oś pływania niech przechodzi przez punkty S i C .

Do punktu S jest przyłożony ciężar ciała G , do punktu zaś C - wypór W . Oczywiście w przypadku pływania $G = W$.

Odchylamy ciało w kierunku strzałki (α) . Wtedy płaszczyzna pływania zajmie położenie A, B . Punkt S nie zmieni położenia. Siła G' będzie prostopadła do A, B . Punkt C zmieni miejsce, przechodząc do środ-

ka ciężkości wypartej cieczy. Niech to będzie punkt C' . Do tego punktu C' będzie przyłożony taki sam, jak poprzednio, wypór W' . Łatwo dostrzeżemy, że w danym razie wytwarza się para sił, która dąży do przywrócenia ciała do pierwotnego położenia w kierunku strzałki (β) . Mamy tu więc równowagę stałą.

75. Niech będzie ciało o przekroju, jak obok /rys.35/. Środek ciężkości S jest wyżej, niż środek wyporu C , lecz na wspólnej prostej pionowej. Po odchyleniu ciała w kierunku strzałki (α) zauważymy, że środek wyporu przesunie się, lecz znów znajdzie się na prostej, prostopadłej do nowej płaszczyzny pływania i przechodzącej przez środek ciężkości S . Zatem nie otrzymamy teraz żadnej pary, któraby dążyła do przywrócenia



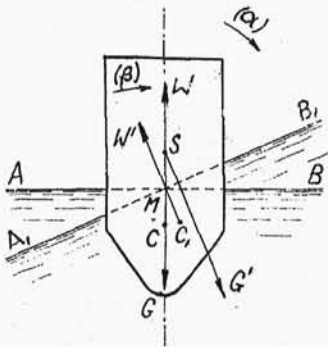
rys.35.

nie się, lecz znów znajdzie się na prostej, prostopadłej do nowej płaszczyzny pływania i przechodzącej przez środek ciężkości S . Zatem nie otrzymamy teraz żadnej pary, któraby dążyła do przywrócenia

ciała do pierwotnego położenia. Ciało więc będzie mogło w takim położeniu nadal pozostać. Będzie to więc r ó w n o w a g a c b o j ę t n a.

76. Mamy następnie ciało, jak na rys.36. Punkt S znajduje się ponad punktem C na wspólnej prostej pionowej.

Po odchyleniu ciała w kierunku strzałki (α) znajdziemy, że punkt S w ciele pozostaje na miejscu, zaś C przesunie się na prawo; mimo to, jednak, wytworzy się para sił, która dążyć będzie do dal-



rys.36.

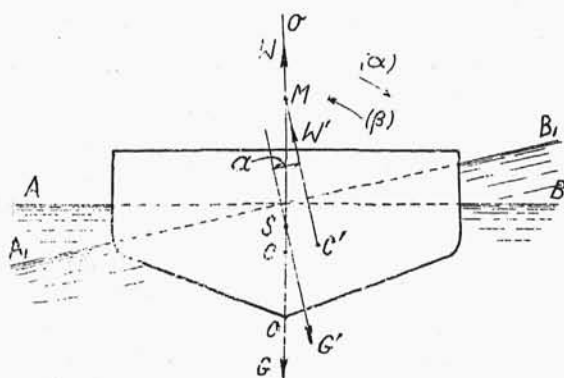
szego obracania ciała w kierunku strzałki (β) ; ciało nie wróci już do stanu pierwotnego.

Zatem powiemy, że ten stan równowagi, w którym zastaliśmy pierwotnie ciało, był stanem r ó w n o w a g i n i e s t a ł e j .

77. Łatwo na przykładzie pokazać, że możliwe jest, iż, mimo że środek ciężkości S znajduje się powyżej środka wyporu C , zachodzić będzie równowa-

ga stała. Niech będzie ciało o przekroju podanym na rys.37. Płaszczyzną pływania niech będzie AB , zaś osią pływania - prosta OO . Na osi pływania znajduje się środek ciężkości S ciała pływającego i jednocześnie środek wyporu C . Odchylmy ciało /zgodnie ze strzałką (α) /tak, aby chwilowa płaszczyzna pływania była A_1B_1 . Na ciało w tym nowym położeniu działać będą: ciężar

ciała G' , przyłożony do punktu S , który miejsca w cie-
le nie może zmie-
nić, oraz wypór W' przyłożony do nowego środka wyporu.



rys.37.

ru. Z powodu wynu-
rzenia się pewnej części ciała z lewej strony i za-
nurzenia się odpowiedniej części ciała z prawej stro-
ny, środek wyporu przesunie się na prawo względem
pierwotnego położenia; niech on się znajdzie w punk-
cie C' .

Łatwo dostrzeżemy, że siły G' i W' teraz utworzą

parę o momencie $W'\alpha$, która dążyć będzie do przywrócenia ciała do pierwotnego położenia zgodnie ze strzałką (β) ; mamy zatem do czynienia z przypadkiem równowagi stałej.

78. Zwróćmy uwagę w poprzednich przykładach na punkt przecięcia się prostej działania wyporu z osią pływania ciała po jego nieznacznym odchyleniu.

Punkt ten nazywamy metacentrum.

Na rys.34 i 37 metacentrum jest powyżej środka ciężkości ciała - przy stanie równowagi stałej; na rys.35 mamy metacentrum w środku ciężkości ciała - przy stanie równowagi obrotowej; na rys.36 metacentrum znajduje się poniżej środka ciężkości ciała - przy stanie równowagi niestabilnej.

Powiemy więc: Jeżeli metacentrum znajdzie się po nad środkiem ciężkości ciała, będzie to oznaką, że mamy równowagę stałą. Powiemy następnie: im punkt M znajdzie się na osi pływania dalej od S , przy takim samym odchyleniu ciała, tym większą otrzymujemy parę $W'\alpha$, czyli tym pewniej i prędzej ciało powróci do pierwotnego położenia.