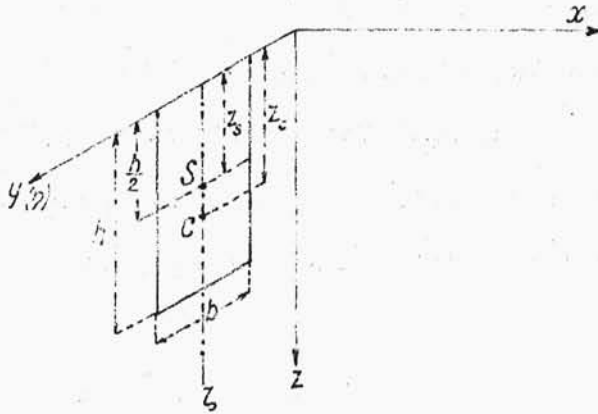


Pożytecznym będzie wyjaśnienie sobie, co się dzieć będzie ze środkiem parcia, jeśli pole F będziemy zesuwali w jego płaszczyźnie coraz głębiej.

46. PRZYKŁAD I. Niech będzie prostokątne pole o wymiarach: $b \times h$ na ścianie pionowej /rys.17/.



rys.17.

Znaleźć parcie wody, kiedy ciśnienie zewnętrzne na swobodną powierzchnię i na boczną ścianę są jednakowe.

Parcie znajdziemy na zasadzie twierdzenia, zawartego w równaniu/14b/: $P = \gamma F z_s$; w naszym przykładzie

$$F = bh ; \quad z_s = \frac{h}{2} ,$$

zatem

$$\rho = \gamma \cdot \frac{bh^2}{2}$$

Środek parcia wobec symetrii pola F , znajdzie się na prostej pionowej, dzielącej to pole przez pół; chodzi więc jeszcze o znalezienie z_c , /w naszym przypadku $= z_c$ / z równania /15b/

$$z_c = z_c = z_s + \frac{J_{\rho}}{F \cdot z_s}$$

ponieważ

$$z_s = z_s = \frac{1}{2}h ; \quad F = bh ; \quad J_{\rho} = \frac{bh^3}{12} ;$$

zatem

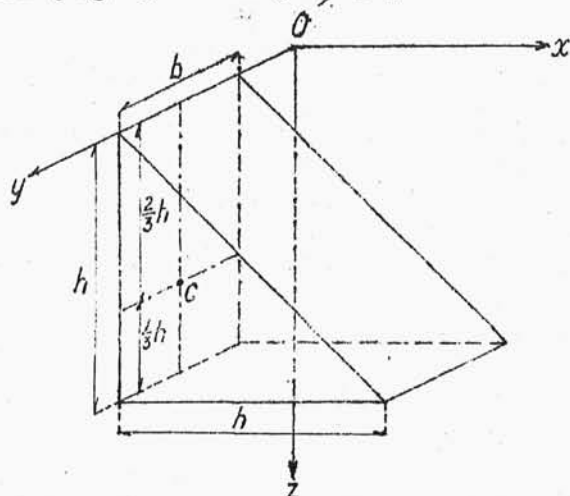
$$z_c = \frac{1}{2}h + \frac{bh^3 \cdot 2}{12bh \cdot h} = \frac{1}{2}h + \frac{h}{6} = \frac{2}{3}h ;$$

czyli że środek parcia znajdzie się na $2/3$ wysokości prostokątnego pola, wziętej od górnego boku, lub na $1/3$ wysokości, liczonej od dolnego boku tego prostokąta. Warto ten wynik zapamiętać.

47. Do tego samego wyniku dojdziemy drogą geometryczną, jeśli przedstawimy szukane parcie jako ciężar odpowiedniej bryły cieczy. W danym przykładzie będzie to graniastosłup, którego jedną ze ścian jest pole ciśnione $b \cdot h$ /rys.18/.

Objętość graniastosłupa znajdziemy równą trój-

kątnemu polu jego podstawy $\frac{h^2}{2}$, pomnożonemu przez



rys.18.

wysokość graniastosłupa $= b$. Zatem objętość $= \frac{h^2 b}{2}$.
 Ciężar cieczy w tej objętości $= \gamma \frac{h^2 b}{2}$. Jest to
 wartość parcia P , zatem $P = \gamma \frac{h^2 b}{2}$. Środek par-
 cia winien znaleźć się pod swobodną powierzchnią
 na tej samej głębokości, na której jest środek cięż-
 kości graniastosłupa. Żeby znaleźć ten środek, po-
 dzielimy graniastosłup na bardzo cienkie warstewki
 płaszczyznami równoległymi do xOz . Każda war-
 stewka i wszystkie razem mają środki ciężkości na
 głębokości $\frac{2}{3} h$ od swobodnej powierzchni albo $\frac{1}{3} h$
 od dolnego boku prostokątnego pola.

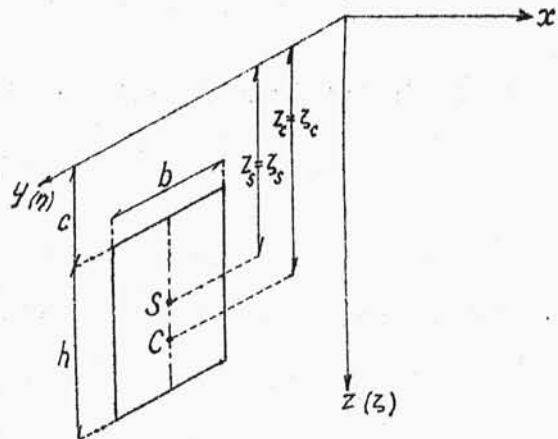
48. PRZYKŁAD II.

Niech będzie na ścianie pionowej pole prostok-

kątne $b \cdot h$. Górna krawędź pola niech się znajduje na głębokości C

pod swobodną powierzchnią /rys.

19/. Przyjmijmy, że naczynie nasze znajduje się w jednostajnej atmosferze; jest to



równoznaczne z

rys.19.

tym, że ciśnienie na swobodną powierzchnię p_a i ciśnienie na pole F od zewnątrz p_o są sobie równe. Znaleźć parcie na pole $b \cdot h$. Na podstawie równania

/14b/ znajdziemy:

$$P = \gamma \cdot F \cdot z_s \quad , \quad \text{gdzie } F = bh \quad ; \quad z_s = z_c = C + \frac{h}{2} \quad ,$$

a więc

$$P = \gamma \cdot bh \cdot \frac{2C + h}{2}$$

Środek parcia znajdzie się na prostej pionowej, przechodzącej przez środek ciężkości pola F .

Odległość środka parcia od swobodnej powierzchni z_c otrzymamy z równania /15b/.

$$z_c = z_s + \frac{I_{p_o}}{F \cdot z_s} \quad \text{gdzie } z_s = C + \frac{h}{2}, \quad I_{p_o} = \frac{bh^3}{12},$$

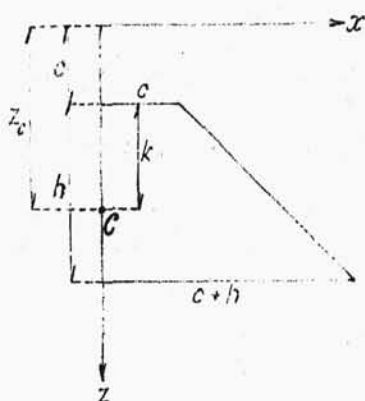
oraz $F = bh$. Zatem

$$z_c = Z_c = C + \frac{h}{2} + \frac{bh^3 \cdot 2}{12bh \cdot (2c+h)} ;$$

po prostych przekształceniach otrzymamy:

$$z_c = Z_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{3c^2 + 3ch + h^2}{2c+h} .$$

49. W prostszy sposób znajdziemy wartość parcia i środek jego, przedstawiając sprawę wykreślnie.



rys.20.

Jętość bryły znajdziemy:

$$= \frac{c+c+h}{2} \cdot h \cdot b = \frac{2c+h}{2} bh$$

zatem

$$P = \gamma \cdot \frac{2c+h}{2} \cdot bh$$

Środek parcia znajdzie się na głębokości środka

Łatwo dopatrzeć się /rys.20/, że parcie P na pole prostokątne jest równe ciężarowi bryły, której podstawą jest pole prostokątne $b \cdot h$, wysokość zaś jest zmienna od c do $c+h$. Ob-

ciężkości trapezu. Ponieważ w trapezie danym:

$$k = \frac{h}{3} \cdot \frac{2(c+h)+c}{2c+h} = \frac{h}{3} \cdot \frac{3c+2h}{2c+h},$$

zatem

$$z_c = k + c = c + \frac{h}{3} \cdot \frac{3c+2h}{2c+h},$$

co po odpowiednim przekształceniu da, jak wyżej:

$$z_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{3c^2 + 3ch + h^2}{2c+h}.$$

50. PRZYKŁAD III.

Niech na ścianie pionowej będzie zadane pole trójkątne/trójkąt

równoramienny/,

niech bok górny

trójkąta będzie

równoległy do

osi y /rys.21/.

Pozostałe warun-

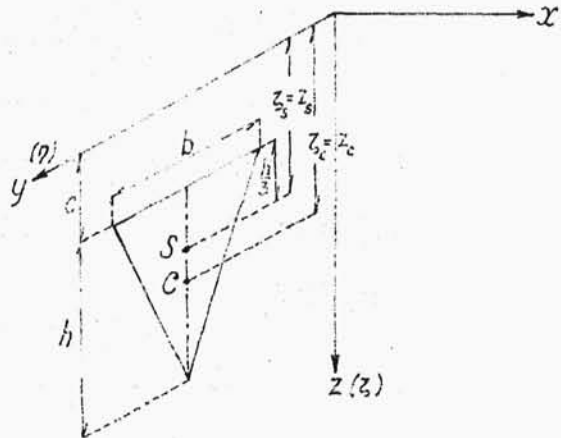
ki - jak w pop-

rzędnych przykła-

dach. Znaleźć par-

cie na zadane po-

le trójkątne, kiedy $p_a = p_o$.



rys.21.

Rozwiązujemy, jak poprzednio, w podobny sposób:

$$P = \gamma F Z_s ; F = \frac{bh}{2} ; Z_s = Z_c = c + \frac{h}{3} .$$

Stąd

$$P = \gamma \cdot \frac{bh}{2} (c + \frac{h}{3})$$

mamy już jedną część odpowiedzi; środek parcia znajdziemy z równania:

$$Z_c = Z_c = Z_s + \frac{J_{\eta o}}{F \cdot Z_s} ; \text{ponieważ } J_{\eta o} = \frac{bh^3}{36}, F \text{ i } Z_s \text{ jak wyżej,}$$

więc

$$Z_c = Z_c = c + \frac{h}{3} + \frac{bh^3 \cdot 2 \cdot 3}{36 \cdot b \cdot h (3c + h)} ;$$

po przekształceniach:

$$Z_c = Z_c = \frac{6c^2 + 4hc + h^2}{2(3c + h)}$$

51. W przypadku, kiedy podstawa trójkąta leży na swobodnej powierzchni, czyli, kiedy $C = 0$, mamy:

$$P = \gamma \frac{bh^2}{6} , \text{ zaś } Z_c = Z_c = \frac{h}{2} .$$

52. W przypadku, kiedy pole trójkąta odwrócimy tak, aby wierzchołek dotykał swobodnej powierzchni, wówczas

$$P = \gamma \cdot F \cdot Z_s = \gamma \cdot \frac{bh^2}{3}$$

oraz

$$\zeta_c = z_c = \frac{2}{3}h + \frac{bh^3}{36} \cdot \frac{2 \cdot 3}{bh \cdot 2h},$$

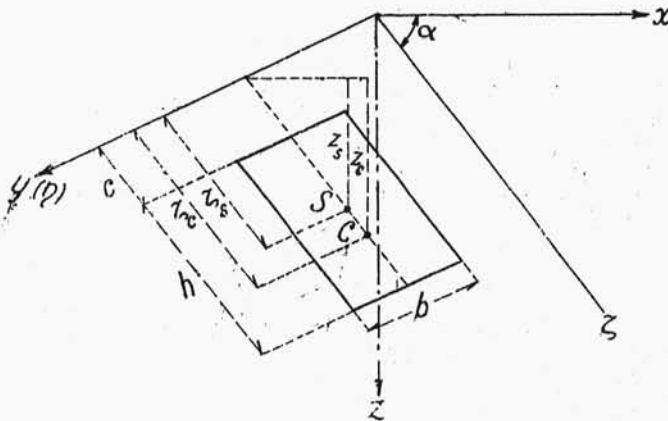
a po przekształceniach:

$$\zeta_c = z_c = \frac{3}{4}h.$$

53. PRZYKŁAD IV.

Niech będzie pole prostokątne, jak w przykładzie II /art.48/ tylko nie na ścianie pionowej, lecz na ścianie pochylonej do poziomu pod kątem α /rys. 22/.

Znaleźć wartość parcia i środek jego.



rys. 22.

Zgodnie z równaniem /14b/

$$P = \gamma \cdot F \cdot Z_s ; \quad F = bh ; \quad Z_s = Z_c \cdot \sin \alpha ,$$

zaś

$$Z_s = c + \frac{h}{2} ,$$

zatem

$$P = \gamma \cdot bh \left(c + \frac{h}{2} \right) \sin \alpha = \gamma \cdot bh \cdot \frac{2c + h}{2} \cdot \sin \alpha$$

Jeśli porównamy ten wynik z wynikiem otrzymanym w przykładzie II, widzimy, że obecnie otrzymane parcie jest $\sin \alpha$ razy większe od poprzedniego.

Znajdźmy środek parcia z równania /15b/.

$$Z_c = Z_s + \frac{J_{90}}{F \cdot Z_s}$$

Z_s, J_{90}, F są te same, co w przykładzie II, więc Z_c się nie zmieni; zatem miejsce środka parcia w ciśnionym polu zostaje bez zmiany, niezależnie od kąta α przy tej samej wartości Z_s . Tym razem, oczywiście,

$$Z_c = Z_c \cdot \sin \alpha .$$

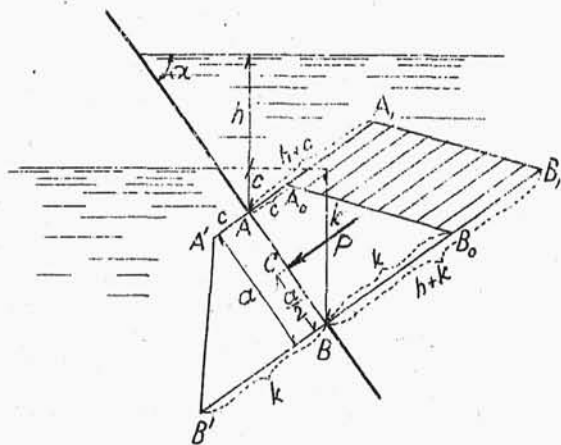
54. PRZYKŁAD V. Rozwiążemy zadanie następne drogą geometryczną. Pole prostokątne /wys. α , szer. b /, w rzucie pionowym przedstawione jako prosta AB /rys. 23/, znajduje się pod dwustronnym parciem cieczy o różnych poziomach.

i przyłożone jest w środku ciężkości pola AB ,
a więc w danym razie, kiedy pole to jest prostokątne,
w połowie wysokości α .

Z przykładu powyższego widzimy korzyść, jaką
otrzymujemy przy stosowaniu sposobu geometrycznego.

Łatwo się przekonać, że ten sposób daje szybko
rezultat nietylko w razie pola prostokątnego.

55. PRZYKŁAD VI. Weźmy zadanie poprzednie z tą
zmianą, że ściana, w której znajduje się pole pro-
stokątne AB , jest pochylona do poziomu pod kątem
 α /rys.24/.



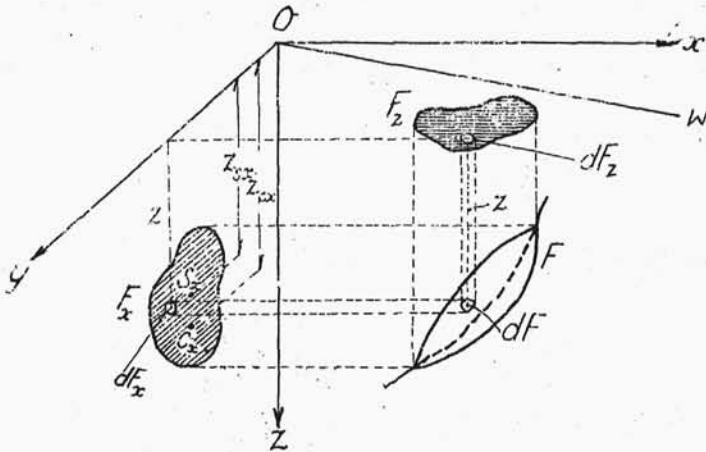
rys.24.

Wykonajmy wykres zgodnie z tym, co było mówio-
ne w art.44, 49 i 54; przekonamy się, że wynik bę-

dzie ten sam, co poprzednio. Parcie wypadkowe będzie równe ciężarowi cieczy zawartej w bryle A, A', B, B' , przy czym h jest różnicą poziomów cieczy z prawej i lewej strony ściany AB .

55. PARCIĘ CIECZY NA POWIERZCHNIĘ KRZYWĄ.

Niech będzie zadana dowolna powierzchnia krzywa o polu F , stanowiąca, przypuśćmy, część ścianki naczynia, napełnionego cieczą /rys.25/. Znaleźć parcie cieczy na pole F . - Osi współrzędnych przyjmiemy, jak zwykle: x i y niech będą w płaszczyźnie poziomej, leżącej na swobodnej powierzchni cieczy, oś Z niech będzie pionowa, zwrócona w dół.



rys.25.

Obierzmy którykolwiek element dF na danej po-