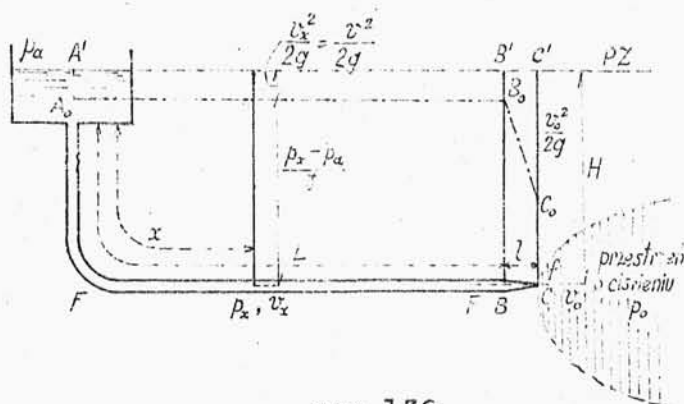


powierzchnia tłoka jest pokryta rowkami, których znaczenie z poprzedniego jest zrozumiałe.

RUCH CIECZY W PRZEWODACH RUROWYCH.

203. Przy badaniu ruchu cieczy w przewodach rurowych ważną rolę odgrywa znajomość ciśnienia hydrodynamicznego w różnych przekrojach przewodu.

Rozkład ciśnienia wzdłuż przewodu najlepiej uwi-
docznimy przy pomocy znanych nam już z poprzedniego
piezometrów.



rys.132.

Wyobraźmy sobie w różnych przekrojach danego przewodu piezometry, wprawione w przewód. W każdym z piezometrów ciecz podniesie się do pewnej wysokości uwarunkowanej ciśnieniem wewnątrz przewodu w danym miejscu i ciśnieniem zewnętrznym, panującym w otwartym końcu piezometru.

Połączmy poziomy cieczy we wszystkich piezometrach linią ciągłą; otrzymamy wtedy t.zw. *l i n i ę c i ś n i e ń*, która obrazowo przedstawia rozkład ciśnień w przewodzie. Tą, właśnie, linią ciśnień, będziemy się posilkowali bardzo często i dlatego też należy ją bliżej poznać.

204. Przede wszystkim poznajmy *l i n i ę c i ś n i e ń* dla cieczy *d o s k o n a ł e j* w przewodzie rurowym o osi poziomej. Przewód ten na długości L /rys.132/ niech ma stały przekrój F , zaś na bardzo krótkim odcinku o długości l niech ma kształt stożka zwężającego się od przekroju F do f . Przekrój f jest otworem wylotowym, którym ciecz wypływa do przestrzeni o ciśnieniu p_0 . Załóżmy dalej, że przewód nasz zaczyna się od dna zbiornika, skąd ciecz wypływa.

Niech poziom cieczy, który przyjmujemy jako stały, znajduje się ponad osią przewodu na wysokości H . Ciśnienie zewnętrzne niech będzie $p_a \geq p_0$. Znajdźmy ciśnienie w którymkolwiek przekroju danego przewodu, np. w przekroju, wziętym w odległości x od początku przewodu na jego części poziomej. Niech ciśnienie w tym miejscu będzie p_x i prędkość v_x . Zazwyczaj będziemy

mówili o ciśnieniu na osi przewodu, przyjmując, że, wobec niewielkich zwykle wymiarów poprzecznych przewodu w porównaniu z wysokością H , ciśnienie w całym przekroju nieznacznie będzie się różnić od ciśnienia w środku przekroju przewodu.

Zastosujmy twierdzenie D. Bernoulli'ego dla cząstki, kiedy ta znajduje się na powierzchni cieczy w zbiorniku, gdzie przyjmujemy prędkość bardzo małą, a następnie kiedy ta cząstka przepłynie do przekroju w odległości x .

Poziom zasadniczy najdogodniej będzie obrać na poziomie cieczy w zbiorniku. Ponieważ tak obrany poziom zasadniczy znajdować się będzie p o n a d rozpatrywanymi następnie położeniami cząstek, więc w równaniu Bernoulli'ego wysokości położenia winny być brane ze znakiem $/\cdot/$.

Zatem piszemy równanie:

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = -H + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v_x^2}{2g}.$$

W piezometrze, wstawionym w badanym przekroju i otwartym od góry, otrzymamy słup cieczy o wysokości $= \frac{p_x - p_a}{\gamma}$ ponad osią przewodu. Z ostatniego równania wydedukujemy wielkość $\frac{p_x - p_a}{\gamma}$:

$$\frac{p_x - p_a}{\gamma} = H - \frac{v_x^2}{2g}.$$

Stąd łatwo dostrzeżemy, że ciecz w piezometrze stanie o $\frac{v_x^2}{2g}$ niżej od poziomu zasadniczego.

Ponieważ przekrój przewodu na długości L , zgodnie z założeniem, jest jednakowy i równy F , przeto prędkość przepływu v_x w całym przewodzie o długości L będzie stałą $= v$. Stąd wnioskujemy, że ciecz we wszystkich piezometrach stanie na poziomie znajdującym się pod zwierciadłem swobodnym w odległości $\frac{v^2}{2g}$. Będzie to więc linia prosta pozioma $A_0 B_0$.

Jaki będzie dalszy przebieg linii ciśnień na części zwężającego się przewodu o długości l ?

Przede wszystkim dostrzegamy, że piezometr, wstawiony w końcowym otworze przy C , gdzie mamy przy wypływie ciśnienie $= p_0$, napełni się cieczą do wysokości $\frac{p_0 - p_a}{\gamma}$ ponad osi przewodu. Zatem linia ciśnień przejdzie przez punkt C_0 , jeżeli wysokość

$$CC_0 = \frac{p_0 - p_a}{\gamma}.$$

Położenie punktu C_0 linii ciśnień możemy inaczej określić, znajdując wysokość, na której będzie ten punkt pod poziomem zasadniczym. W tym celu znajdzi-

my prędkość wypływu U_0 , stosując twierdzenie Bernoulli'ego do cząstki wziętej na swobodnej powierzchni w zbiorniku i następnie przy wylocie C :

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = -H + \frac{p_o}{\gamma} + \frac{v_o^2}{2g},$$

atąd

$$\frac{p_o - p_a}{\gamma} = H - \frac{v_o^2}{2g}.$$

Ostatnia zależność wskazuje na to, że punkt C_o znajduje się na wysokości $\frac{v_o^2}{2g}$ pod poziomem zasadniczym.

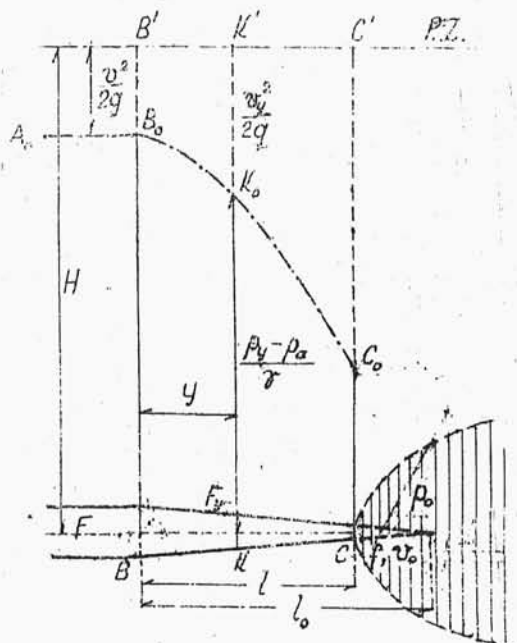
Zatem mamy dwa punkty końcowej linii ciśnień: B_o i C_o ; między tymi dwoma punktami przejdzie linia ciśnień, którą, ze względu na uproszczenie sprawy, będziemy kreślić jako prostą $B_o C_o$, łączącą obydwie znalezione punkty.

Zatem otrzymaliśmy linię ciśnień jako linię łamaną $A_o B_o C_o$.

205. Gdybyśmy chcieli dokładniej określić kształt linii ciśnień na końcowym odcinku przewodu o długości l , moglibyśmy tak postąpić.

Niech zakończenie stożkowe będzie takie, że wierzchołek stożka znajduje się w odległości l_o od

przekroju B . Obierzmy dowolny przekrój K w odległości y od B /rys.133/.



rys.133.

Ciśnienie p_y w tym przekroju znajdziemy z równania Bernoulli'ego, jeśli napiszemy je dla cząstki wziętej na swobodnej powierzchni zbiornika i następnie w przekroju K :

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = -H + \frac{p_y}{\gamma} + \frac{v_y^2}{2g},$$

gdzie v_y oznacza prędkość przepływu w przekroju K .

Stąd

$$\frac{p_y - p_a}{\gamma} = H - \frac{v_y^2}{2g};$$

niech to będzie wysokość KK_0 .

Jeżeli przez F_y oznaczymy pole przekroju w K , wówczas napiszemy:

$$vF = v_y F_y; \quad \text{zatem} \quad v_y = v \frac{F}{F_y}.$$

Ponieważ pola przekrojów stożka mają się do siebie jak kwadraty odległości tych przekrojów od wierzchołka, więc:

$$\frac{F}{F_y} = \frac{(l_0)^2}{(l_0 - y)^2} = \left(\frac{l_0}{l_0 - y} \right)^2.$$

Zatem

$$K K_o = H - \frac{v_y^2}{2g} = H - \frac{v^2}{2g} \left(\frac{l_o}{l_o - y} \right)^4$$

A więc

$$K' K_o = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{l_o}{l_o - y} \right)^4.$$

Stąd **wnioskujemy**, że linia ciśnień od B_o do C_o będzie linią krzywą, przypominającą parabolę.

Krzywą tę możemy najprościej wykreślić z punktów; przekonamy się wtedy, że łagodnie wychodzi ona z kierunku prostej $A_o B_o$, następnie bardzo szybko opuszcza się w dół, dążąc do punktu C_o .

Bez wielkiej omyłki możemy tę krzywą zastąpić prostą $B_o C_o$.

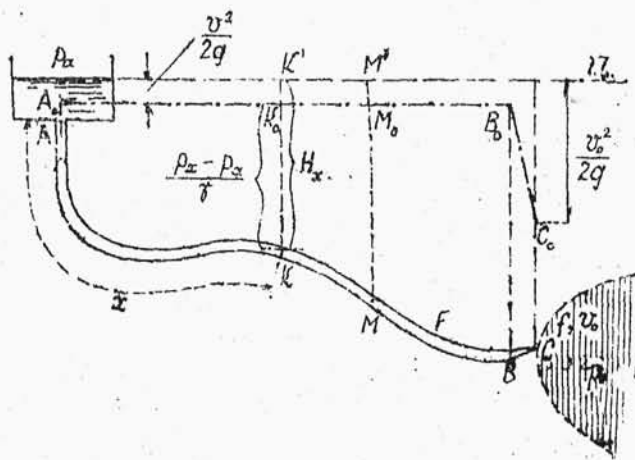
206. Jeżeli oś przewodu rurowego o stałym przekroju nie będzie pozioma, lecz dowolnie ukształtowana, jak to widzimy na rysunku 134, wtedy znajdziemy, że dla cieczy doskonałej linia ciśnień nie będzie się różniła od poprzednio znalezionej: będzie to linia $A_o B_o C_o$.

Rzeczywiście: rozpatrzmy dowolny przekrój przewodu, naprz. przekrój K wzięty w odległości x od początku A przewodu.

ciśnienie w tym przekroju znajdziemy z równania:

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = -H_x + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}; \text{stad } \frac{p_x - p_a}{\gamma} = H_x - \frac{v^2}{2g}.$$

ponieważ $KK_o = \frac{p_x - p_a}{\gamma}$, zaś $H_x = K'K$, mamy więc: $K'K_o = \frac{v^2}{2g}$.



rys.134.

Otrzymaliśmy zatem, że linia ciśnień przechodzi przez punkt K_o w odległości $\frac{v^2}{2g}$ od poziomu zasadniczego bez względu na wysokość H_x .

Stąd poznajemy, że szukana linia ciśnień, rzeczywiście będzie /dla cieczy doskonałej / prostą poziomą A_oB_o i dalej, krzywą B_oC_o , którą możemy przyjąć, jako prostą pochyłą.

207. Poprzednio badaliśmy linie ciśnień dla przewodów o stałym przekroju. Zaczodzi pytanie,

ciach przewodu będą mogły być otrzymane z następującego warunku ciągłości:

$$v_1 F_1 = v_2 F_2 = v_3 F_3 = v_4 F_4 = v_0 f.$$

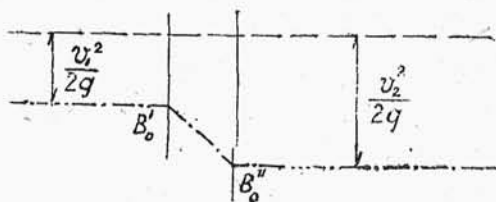
Badając linię ciśnień dla każdej części przewodu w taki sam, jak poprzednio, sposób, otrzymamy: dla części AB przewodu linia ciśnień będzie prostą poziomą $A_0 B_0$, przechodzącą w odległości $\frac{v_1^2}{2g}$ od PZ ; dla części BC - prostą poziomą $B_0 C_0$ w odległości $\frac{v_2^2}{2g}$ od PZ . itd.

Zatem dla całego przewodu otrzymamy linię ciśnień, złożoną z prostych odcinków poziomych:

$$A_0 B_0, B_0 C_0, C_0 D_0, D_0 E_0.$$

i prostej pochyłej $E_0 G_0$.

Jeżeliby przejścia od jednego przekroju naprz. F_1 do drugiego naprz. F_2 były wykonane w postaci krótkich przewodów stożkowych, wtedy moglibyśmy poszczególne proste poziome, przedstawiające linie ciśnień sąsiednich przewodów, połączyć prostymi pochyłymi,



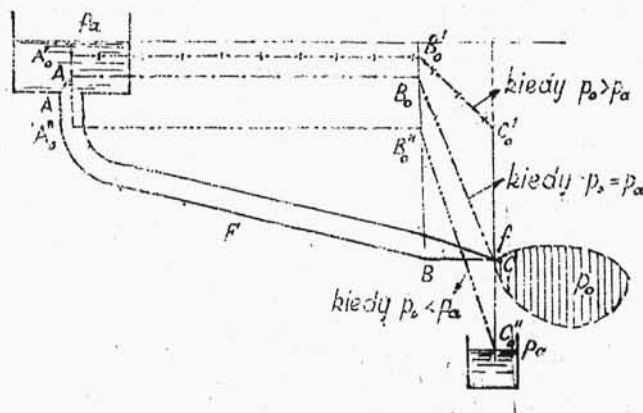
rys. 136.

jak to jest pokazane na rysunku 136.

Te proste zastępowaliby pewne krzywe.

208. Zastanówmy się jeszcze nad kształtem linii ciśnień, kiedy wylot końcowy przewodu znajduje się pod takim samym ciśnieniem, jakie mamy na swobodnej powierzchni w zbiorniku.

Zasadnicza różnica będzie tylko w końcowej części linii ciśnień. Od przekroju A do B /rys.137/ linia ciśnień będzie, oczywiście, podobną do poprzednio otrzymywanych, mianowicie będzie prostą poziomą A_0B_0 .



rys.137.

Na długości przewodu od B do C , gdzie przewód jest stożkowy, linia ciśnień przejdzie przez punkt B_0 ; co się zaś tyczy końcowego punktu linii ciśnień, znajdziemy go, rozumując tak: w przekrój C wstawiamy piezometr od góry otwarty, wtedy, ponieważ w otworze wylotu przyjmujemy ciśnienie $p_o = p_\alpha$, ciecz w

piezometrze wsłup się nie podniesie; zatem linia ciśnień przejdzie przez punkt C .

Stąd otrzymujemy linię ciśnień w postaci linii $A_0 B_0 C$.

Dla uświadomienia sobie różnicy linii ciśnień w przypadku, kiedy $p_0 = p_a$ i kiedy $p_0 > p_a$, pokazana jest linia ciśnień $A'_0 B'_0 C'_0$ właśnie dla przypadku, kiedy $p_0 > p_a$. Ta ostatnia linia ciśnień przebiegnie wyżej - ponad poprzednią linią ciśnień, gdyż zarówno prędkość wypływu U_0 jak i prędkość przepływu U będą różne w tych dwóch przypadkach, o czym, zresztą, łatwo się przekonać, posługując się twierdzeniem Bernoulli'ego; otrzymamy, że

$$(U_0)_{p_0=p_a} \text{ będzie } > (U_0)_{p_0>p_a};$$

również

$$(U)_{p_0=p_a} > (U)_{p_0>p_a},$$

gdź w każdym przypadku $U_0 f = U F$.

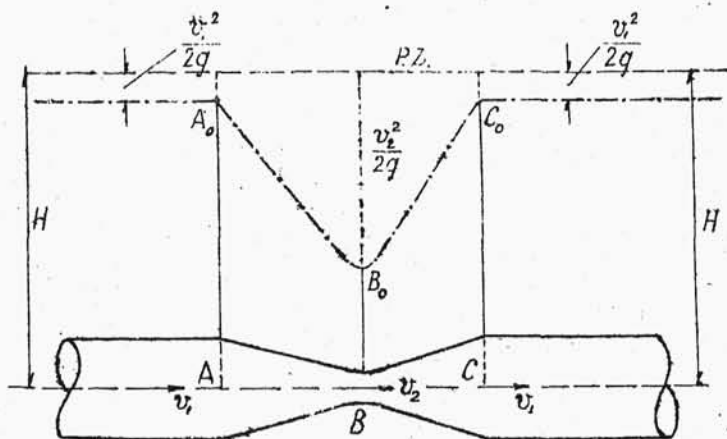
209. Warto jeszcze rozpatrzyć, jakie będzie zakończenie linii ciśnień w przypadku, kiedy p_0 będzie $< p_a$.

Linia ciśnień w tym razie przejdzie przez końcowy punkt, który znajdziemy, założywszy piezometr

w końcu przewodu - w przekroju C /rys.137/. Ponieważ $p_o < p_a$, musimy piezometr odwrócić otwartym końcem w dół i zanurzyć go w naczyniu, napełnionym taką samą cieczą, jaka znajduje się w przewodzie. Ciecz w piezometrze winna sięgnąć wylotu. Zauważymy, że linia ciśnień przejdzie przez punkt C'' , przyjmując położenie $A''B''C''$. Ta linia ciśnień przebiegnie podobnie pod obydwiema pierwszymi, gdyż

$$(v_o)_{p_o < p_a} > (v_o)_{p_o = p_a} \text{ i oczywiście } (v)_{p_o < p_a} > (v)_{p_o = p_a}.$$

210. PRZYKŁAD XXVII. W art. 128 rozpatrywaliśmy ruch cieczy w rurze przewężonej, która znajduje zastosowanie do mierzenia wydatków cieczy. Mianowicie, mówiliśmy tam, o zwężce Venturi'ego. Dla przykładu wyznaczmy linie ciśnień w takim przewodzie,



rys.138.

przypuszczając, że będziemy mieli do czynienia z cieczą doskonałą. Niech oś przewodu znajduje się na głębokości H pod swobodną powierzchnią cieczy w zbiorniku. Przyjmijmy tę powierzchnię za poziom zasadniczy $P.Z.$

Jeżeli przy pewnym wydatku cieczy prędkość w przekroju A będzie v_1 , w przekroju B , którego pole jest n razy mniejsze niż w A , prędkość będzie n razy większa: $v_2 = n v_1$. Jeśli, następnie, pole przekroju w C jest takie samo, jak w A , wtedy prędkość w przekroju C znowu przybierze wartość v_1 . Wówczas linia ciśnień od zbiornika do przekroju A przebiegać będzie równoległe do poziomu w odległości $\frac{v_1^2}{2g}$ od $P.Z.$, przechodząc przez punkt A_0 ; następnie linia ta będzie spadać ku przekrojowi w B i tu przejdzie przez punkt B_0 , znajdujący się pod $P.Z.$ w odległości $\frac{v_2^2}{2g} = \frac{n^2 v_1^2}{2g}$; następnie, poza przekrojem w B zacznie się linia ciśnień podnosić, aż póki w przekroju C nie przejdzie przez punkt C_0 , w odległości $\frac{v_1^2}{2g}$ od $P.Z.$; wreszcie, poza przekrojem C linia ciśnień pójdzie równoległe do $P.Z.$ ciągle w odległości $\frac{v_1^2}{2g}$ od $P.Z.$ Odcinki linii ciśnień $A_0 B_0$ oraz $B_0 C_0$ będą właściwie krzywe; zastępujemy je tylko