

Gdybyśmy mieli wyznaczyć zwierciadło wody w przykładzie poprzednim dokładniej, moglibyśmy postępować tak, jak to było opisane w §310; skorzystalibyśmy tu z przybliżonego kształtu zwierciadła, wykreślonego według poprzednich wskazówek. Przybliżone zwierciadło da możliwość lepszego utrafienia w wyborze położenia punktów A_2, A_3, A_4, \dots

313. RUCH WODY W GRUNCIE.

Woda atmosferyczna, która opada na powierzchnię ziemi, w części wsiąka w grunt i, o ile napotka grunt dla wody łatwo przepuszczalny, opuszcza się coraz niżej, przepływając między ziarnkami gruntu, aż wreszcie dojdzie do takiej warstwy, która dalej wody nie przepuszcza.

Wówczas na powierzchni takiej warstwy nieprzepuszczalnej woda się zbiera, wypełniając zagłębienia i nierówności, utworzone na górnej powierzchni warstwy nieprzepuszczalnej.

Jeśli warstwa nieprzepuszczalna w górnej powierzchni tworzy mniejszą lub większą kotlinę, wtedy woda, podnosząc swój poziom, wypełnia kotlinę; tworzy się w ten sposób zbiornik - basen - z wodą gruntową. Woda

w tym basenie będzie wodą stojącą - bez ruchu. Rozkład ciśnień w wodzie gruntowej będzie według praw hydrostatyki.

Jeśli zaś woda, opadająca w dół, spotka warstwę nieprzepuszczalną, która ma tylko niewielkie nierówności, zagłębienia, ogólny zaś układ jej powierzchni ma pewną pochyłość, w ogólnym przypadku, zmienną, wówczas woda zaczyna ściekać po powierzchni, dążąc do coraz niżej położonych części tej powierzchni.

Mamy wtedy do czynienia z wodą gruntową w ruchu, albo inaczej ze strumieniem wody gruntowej.

Badając ruch wody gruntowej, zauważymy, że spływanie jej w pewnym kierunku jest uwarunkowane opadaniem zwierciadła wody; im większy spadek zwierciadła wody, tym będzie większa prędkość wody płynącej w dół.

Ruch wody w gruncie jest w każdym razie bardzo powolny, wynoszący zwykle parę lub kilka metrów na dobę. Wobec tego można przyjąć z dużą dokładnością, że rozkład ciśnień wewnątrz warstwy wodonośnej zachodzi według praw hydrostatyki.

Nawet w stojącej wodzie gruntowej możemy wywołać ruch do oznaczonego miejsca, jeśli w miejscu obranym

zabierać będziemy pewną ilość wody, wytwarzając w ten sposób obniżone w tym miejscu zwierciadło wody.

Zabieranie wody gruntowej możemy wykonać np. przy pomocy pompowania jej ze studni lub rowu.

314. Woda gruntowa płynie w gruncie przez bardzo niewielkie przestrzenie, utworzone między ziarnkami piasku lub między cząstkami pokruszonego zwietrzałego materiału skalnego. Objętość wolnych przestrzeni między ziarnkami-przyjmijmy: niech to będą jednakowe kulki-przy ugrupowaniu ziaren /kulek/ jak na rys.205-a. wynosi 47,6% przy ugrupowaniu ziaren /kulek/ jak na rys.205-b wyniesie 26% całej objętości, mieszczącej badany materiał



rys.205.

Jeśli by chodziło o wielkość prześwitów w przekro-

ju przeprowadzonym przez środki kulek, to przy ugrupowaniu ziaren /kulek/ według rys.205-a otrzymany 21,2%, według rys.205-b - 9,4% przekroju geometrycznego.

Wartości te są niezależne od wielkości ziaren /kulek/ dla sumy prześwitów, wielkość zaś poszczególnego prześwitu będzie zależała od wielkości ziaren.

Dodajmy, że powyższe wartości są ważne dla jednokowych kulek. Dla mieszaniny kulek te wartości w ogóle wzrastają.

Opory przy ruchu wody przez te bardzo wąskie - prawie włoskowate - kanaliki powstają bardzo znaczne i dlatego też prędkości wody gruntowej, otrzymuje się bardzo małe, będące zwykle poniżej prędkości krytycznej. Wiemy z początków wykładu o ruchu wody, że jeżeli ciecz porusza się z prędkością mniejszą, niż t.zw. "krytyczna" prędkość, wtedy opory ruchu, powstające skutkiem tarcia, są proporcjonalne do prędkości - w przeciwnieństwie do ruchu cieczy płynącej z prędkością powyżej "krytycznej", kiedy opory stają się proporcjonalnymi do kwadratu prędkości.

Niech w pewnym przypadku \bar{s} r e d n i a prędkość strumienia wody gruntowej jest \bar{v} ; wówczas na długości \bar{l} , którą ten strumień ma przebyć, opór, wywołany skutkiem tarcia i zmierzony jako wysokość h , będzie proporcjonalny do długości drogi i do prędkości \bar{v} . Napiszemy zatem, że:

$$h = \alpha \cdot \bar{l} \cdot \bar{v} \quad /175/$$

gdzie α jest to współczynnik, który powinien wyrazić wpływ różnych czynników: wielkości otworów, przez które woda się przedostaje, a które zależne są w pierwszym stopniu od wielkości ziaren, okruchów, od temperatury wody i t.d.

W zagadnieniach, dotyczących ruchu wody gruntowej wpływ temperatury roli znacznej nie odgrywa, gdyż temperatura wody waha się bardzo nieznacznie.

Daleko większe i, można powiedzieć, przeważające znaczenie na współczynnik α ma wielkość ziaren, następnie niejednorodność gruntu pod względem struktury jego i wreszcie zmienność struktury gruntu, którą trudno jest określić z powodu znacznych głębokości i dużych rozciągłości pokładów wodonośnych.

Jednym słowem, z powyższego widzimy, że współczyn-

nik α można otrzymać tylko z obserwacji, i to połączonej z bardzo wieloma trudnościami.

315. Wróćmy do wzoru /175/:

$$h = \alpha \cdot l \cdot v$$

stąd otrzymujemy:

$$v = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{h}{l}.$$

Stosunek $\frac{h}{l}$ nazywamy spadkiem jednostkowym lub pochyłością zwierciadła wody gruntowej i oznaczać go będziemy przez J ; jeśli dla dogodności oznaczymy $\frac{1}{\alpha}$ przez k , wtedy wzór na prędkość przybierze postać:

$$v = k, J \quad /176/$$

Zależność powyższą podali, na podstawie doświadczeń laboratoryjnych - Darcy i Dupuit. Otrzymano przy tym wartości współczynnika k ; dla piasku grubego $k = 0,0008$, dla piasku drobnego $k = 0,0002$, przy czym v wyrażone jest w m/sek.

Na zasadzie podanego wzoru prostego można będzie poznać teoretycznie zależności różnych elementów ruchu wody gruntowej.

Przypomnieć tu należy, że zarówno wzór /175/ jak i /176/ znajdują zastosowanie dla ruchu wody w gruncie, kiedy prędkości są poniżej "krytycznej". Ta znów będzie

wtedy małą, kiedy spadki zwierciadła będą nieznaczne.

Z doświadczenia wynika, że wzory powyższe mogą być stosowane przy pochyłościach zwierciadła wody gruntowej między 1:100 a 1:3000. Przy pochyłościach większych wzór Darcy - Dupuit tym bardziej odbiega od rzeczywistości, im ziarna warstwy wodonośnej będą większe.

Również, gdy warstwa wodonośna ma skład mieszaniny: tym bardziej wynik w/g wzoru Darcy - Dupuit będzie się różnił od rzeczywistości, im ziarna grubsze przeważają w mieszaninie różnych ziaren.

Według doświadczeń Pieffke'go wynika, że wzór Darcy - Dupuit może być stosowany dla warstwy wodonośnej, utworzonej

ze żwiru ,jeśli prędkość wody nie przekracza $2 \frac{m}{godz.}$	
z grubego piasku " " " "	1,7"
z ostrego rzecznoego piasku...	1,5"
z drobnego piasku	0,9"
z bardzo miążkiego piasku	0,4"

Powyższe liczby należy uzupełnić, biorąc pod uwagę wolną przestrzeń , która w tych gruntach wynosiła:

w żwirze

24,9% całej objętości

w grubym piasku	31,4%	całej objętości
w ostrym piasku	32,3%	" "
w drobnym piasku	33,6%	" "
w bardzo drobnym piasku	34,0%	" "

316Wrazach, kiedy prędkość wody gruntowej przekracza powyższe granice, wzoru Darcy - Dupuit stosować nie można.

Na ten przypadek proponuje Nourtier, następnie Smreker stosować wzór

$$h = \beta \cdot l \cdot v^m \quad /177/$$

gdzie β jest to współczynnik podobny do α ze wzoru /175/ zaś m przybierać może wartość od $m = 1$ do $m = 2$, zależnie od tego, z jakim ziarnem mamy do czynienia.

Równanie /177/, jeśli przyjąć $m = 2$, będzie takie:

$$h = \beta \cdot l \cdot v^2,$$

a stąd:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\beta}} \sqrt{\frac{h}{l}}$$

Oznaczywszy $\sqrt{\frac{1}{\beta}}$ przez k_2 oraz $\frac{h}{l}$ przez J , otrzymamy

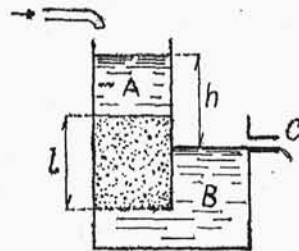
$$v = k_2 \sqrt{J} \quad /178/$$

Zwykle stosowany jest wzór Darcy - Dupuit /175/ lub /176/, jako dający wyniki w wielu razach dość zbliżone do rzeczywistości i jako bardzo prosty w użyciu.

Niżej pomieścimy jednak wzory dla przypadków prostszych, otrzymane na podstawie równania Nourtier'a i Smrekera.

317. We wzorze /176/ $v = k, J$ wchodzi współczynnik k , którego wartość zależna jest a/ od wielkości ziaren w poszczególnych miejscach gruntu, b/ od kształtu ziaren, c/ od układu ziaren i d/ od ustosunkowania się mieszaniny ziaren różnych wymiarów.

Laboratoryjnie k , można znaleźć w taki sposób: Do naczynia, przedstawionego schematycznie na rys.206, wsy-
pujemy do przedziału A na dno sitkowe badany grunt, tworząc z niego warstwę o grubości l i o przekroju F u ż y t e c z -
n y m, to jest dostępnym dla przepływu wody. Wlewamy do naczynia A wodę, która przedosta-



rys.206.

je się przez grunt do części B i następnie przez otwór boczny C wylewa się; przypuścimy, że po pewnym czasie ruch wody utrwalił się; niech ilość wody, która się przedostaje przez warstwę badanego piasku $= Q \frac{m^3}{sek}$ i niech różnica wysokości zwierciadła w A i B będzie h .

Różnica wysokości h powstaje z powodu pokonania oporu w gruncie na drodze długości l podczas przepływu wody z prędkością v .

Prędkość

$$v = \frac{Q}{F} = k_1 \cdot \frac{h}{l},$$

gdyż

$$\frac{h}{l} = J ;$$

więc

$$\frac{Q}{F} = k_1 \cdot \frac{h}{l},$$

a stąd

$$k_1 = \frac{Q}{F} \cdot \frac{l}{h}$$

Wielkości Q , F , l , h należy uważać za dane bezpośrednio lub z obserwacji; zatem z ostatniego wzoru możemy znaleźć współczynnik k_1 .

Trudno jednak spodziewać się, aby k_1 , znalezione powyższą drogą, gdzie warstwa piasku, wyjętego z gruntu, napewno inaczej będzie ułożona, niż w samym gruncie, mogło być zupełnie zgodne z tym, co jest w naturze.

Dlatego też w rzeczywistości wartość k_1 , należy otrzynywać, badając różne przejawy ruchu wody w samym gruncie.

Jak się to robi, nie tu miejsce o tym mówić.

Przytoczymy tylko kilka wartości współczynnika k ,
znalezionych z doświadczeń bezpośrednich:

Piasek rzeczny o ziarnach $0,1 \div 0,3$ mm - $k_1 = 0,0025$

" " " " $0,1 \div 0,8$ " $k_1 = 0,0088$

drobny żwirek o ziarnach $2 \div 4,0$ " $k_1 = 0,03$

średniej grub. żwirek " $4 \div 7$ " $k_1 = 0,035$

miałki piasek w diunach

nadmorskich

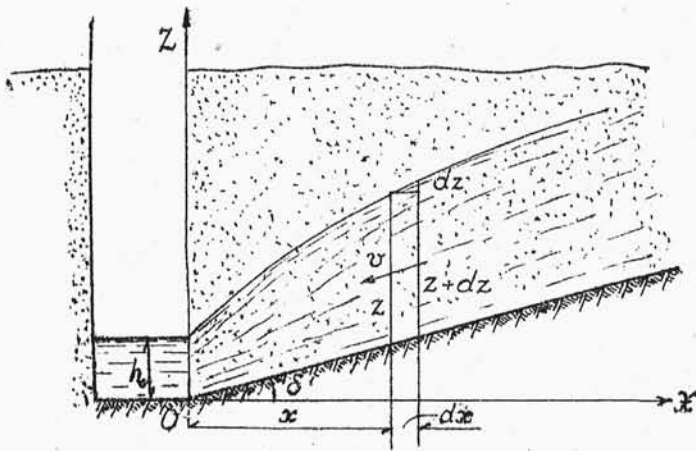
$k_1 = 0,0002$

i td.

318. Zbadajmy teraz, przyjmując, że k , dla danego gruntu, znamy, jak odbywać się będzie ruch wody w gruncie w przypadku, kiedy woda gruntowa płynie po warstwie nieprzepuszczalnej, dążąc do otwartego rowu, przy czym zakładamy, że tylko prawa ściana tego rowu jest pionowa i przepuszczalna. Przyjmijmy dalej, że warstwa nieprzepuszczalna jest pochylona do poziomu pod kątem δ
/rys.207/.

Przypuśćmy dalej, że do rowu stale dopływa $Q \frac{m^3}{sek}$.
na długości rowu = b . Niech woda z rowu stale będzie odprowadzana, tak że zwierciadło wody w rowie nie zmienia się; głębokość wody w rowie niech będzie sta-

$h_e = h_0$. Zbadajmy, jaki będzie kształt powierzchni zwierciadła wody w gruncie.



rys.207.

W tym celu przyjmijmy osi X i Z jak wskazano na rysunku.

Obieramy dwa przekroje prostopadłe do osi X , jeden w odległości x , a drugi w odległości $x + dx$ od początku współrzędnych. W przekroju tym niech będzie prędkość v , którą - na zasadzie wzoru Darcy'ego - znajdziemy:

$$v = k_i J = k_i \frac{dz}{dx}.$$

Przekrój całkowity warstwy doprowadzającej wodę jest:

$$F = (z - x \cdot \tan \delta) \cdot b ;$$

przekrój zaś użyteczny, dostępny dla przepływu wody, będzie φF , gdzie φ jest współczynnikiem, wskazującym na stosunek pola wszystkich prześwitów w danym przekroju do całkowitego przekroju warstwy wodonośnej. Współczynnik φ , nazwiemy go współczynnikiem porowatości, przybierać może wartości 0,23 do 0,5.

Zatem, przyjmując, że prędkość v jest równoległa do warstwy nieprzepuszczalnej, zaś F jest w płaszczyźnie pionowej, wydatek wody obliczymy:

$$Q = \varphi \cdot F \cdot v \cos \delta, \text{ albo } Q = \varphi b(z - x \operatorname{tg} \delta) k_i \frac{dz}{dx} \cdot \cos \delta.$$

Oznaczmy iloczyn współczynników φk_i , przez μ ; otrzymamy:

$$Q = \mu \cdot b(z - x \operatorname{tg} \delta) \cdot \frac{dz}{dx} \cdot \cos \delta \quad /a/$$

Mamy równanie różniczkowe, z którego znajdziemy zależność między x i z , a więc otrzymamy równanie krzywej powierzchni zwierciadła.

Przystępując do rozwiązania tego równania, przede wszystkim przepisujemy je:

$$\frac{Q}{\mu b \cos \delta} = (z - x \operatorname{tg} \delta) \frac{dz}{dx}.$$

Oznaczmy $\frac{Q}{\mu b \cos \delta}$ przez A

wtedy:

$$A = (z - x \operatorname{tg} \delta) \frac{dz}{dx},$$

albo

$$A \cdot dx = z dz - x dz \cdot \operatorname{tg} \delta \quad /b/$$

Do scałkowania założymy, że

$$x = m \cdot p$$

wtedy

$$dx = m \cdot dp + p \cdot dm,$$

a po podstawieniu w /b/

$$A(m \cdot dp + p \cdot dm) = z dz - m p \operatorname{tg} \delta \cdot dz,$$

dalej:

$$A m \cdot dp + A \cdot p \cdot dm = z dz - m \cdot p \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot dz;$$

$$A \cdot m \left(dp + \frac{p}{A} \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot dz \right) = z dz - A \cdot p \cdot dm$$

obieramy p tak, aby nawias $\left(dp + \frac{p}{A} \operatorname{tg} \delta \cdot dz \right) = 0$,

wtedy równanie nasze przybierze postać:

$$z dz - A \cdot p \cdot dm = 0 \quad /c/$$

z warunku:

$$dp + \frac{p}{A} \operatorname{tg} \delta \cdot dz = 0,$$

otrzymamy:

$$\frac{dp}{p} = - \frac{dz}{A} \cdot \operatorname{tg} \delta, \quad \text{a stąd } \lg_n p = - \frac{z \operatorname{tg} \delta}{A} = - \varepsilon z$$

zatem $\lg_n p = - \varepsilon z$, oraz $p = e^{-\varepsilon z}$,

gdzie

$$\varepsilon = \frac{\operatorname{tg} \delta}{A}.$$

Równanie /c/ więc będzie:

$$z \cdot dz - A \cdot e^{-\varepsilon z} dm = 0$$

rozdzielamy zmienne:

$$\frac{z dz}{e^{-\varepsilon z}} = A \cdot dm \quad /d/$$

Scałkujemy oddzielnie pierwszą stronę równania, którą przedstawimy:

$$\frac{z dz}{e^{-\varepsilon z}} = z \cdot dz \cdot e^{\varepsilon z}.$$

$$\int z \cdot dz \cdot e^{\varepsilon z}$$

znajdziemy, całkując przez części:

$$d(u \cdot v) = u \cdot dv + v \cdot du$$

albo

$$u \cdot dv = d(u \cdot v) - v \cdot du,$$

zatem całka

$$\int u dv = u \cdot v - \int v \cdot du.$$

Przyjmijmy, że $u = z$; $dv = e^{\varepsilon z} dz$

wtedy

$$v = \frac{1}{\varepsilon} \cdot e^{\varepsilon z}$$

i

$$\int v \cdot du = \int \frac{1}{\varepsilon} e^{\varepsilon z} dz = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot e^{\varepsilon z}$$

zatem

$$\int z \cdot dz \cdot e^{\varepsilon z} = z \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot e^{\varepsilon z} - \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot e^{\varepsilon z} = e^{\varepsilon z} \left(\frac{z}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon^2} \right).$$

Wówczas równanie /d/ po scałkowaniu da nam:

$$e^{\varepsilon z} \left(\frac{z}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon^2} \right) = A \cdot m + C';$$

$$\text{stąd: } m = \frac{1}{A \varepsilon^2} (z \varepsilon - 1) + C.$$

Ponieważ $x = m \cdot p$, więc

$$x = \left[\frac{e^{\varepsilon z}}{A \cdot \varepsilon^2} (z \varepsilon - 1) + C \right] \cdot e^{-\varepsilon z} = \frac{z \varepsilon - 1}{A \cdot \varepsilon^2} + C \cdot e^{-\varepsilon z},$$

albo

$$x = \frac{z}{A \cdot \varepsilon} - \frac{1}{A \cdot \varepsilon^2} + C \cdot e^{-\varepsilon z};$$

podstawmy w to równanie na A wartość: $A = \frac{Q}{\mu \cdot b \cdot \cos \delta}$

i na

$$\varepsilon = \frac{\operatorname{tg} \delta}{A} = \frac{\operatorname{tg} \delta \cdot \mu \cdot b \cdot \cos \delta}{Q} = \frac{\sin \delta \cdot \mu \cdot b \cdot \cos \delta}{\cos \delta \cdot Q} = \frac{\mu \cdot b \cdot \sin \delta}{Q},$$

otrzymamy

$$x = \frac{z \cdot \mu \cdot b \cdot \cos \delta \cdot Q}{Q \cdot \mu \cdot b \cdot \sin \delta} - \frac{\mu \cdot b \cdot \cos \delta \cdot Q^2}{Q \cdot \mu^2 \cdot b^2 \cdot \sin^2 \delta} + C \cdot e^{-\frac{\mu b}{Q} \sin \delta \cdot z}$$

a po uproszczeniu:

$$x = z \cdot \operatorname{ctg} \delta - \frac{Q \cdot \cos \delta}{\mu \cdot b \cdot \sin^2 \delta} + C \cdot e^{-\left(\frac{\mu b \sin \delta}{Q} \cdot z \right)} \quad /e/$$

W celu wyrugowania C , zwróćmy się do warunku, że kiedy $x=0$, wtedy $z=h_0$, zatem:

$$0 = h_0 \cdot \operatorname{ctg} \delta - \frac{Q \cos \delta}{\mu b \sin^2 \delta} + C \cdot e^{-\frac{\mu b \sin \delta}{Q} \cdot h_0},$$

a stąd

$$C = \left(\frac{Q \cos \delta}{\mu \cdot b \cdot \sin^2 \delta} - h_0 \operatorname{ctg} \delta \right) \cdot e^{\frac{\mu b \sin \delta \cdot h_0}{Q}}.$$

Wówczas równanie nasze /e/ otrzyma kształt:

$$x = z \cdot \operatorname{ctg} \delta - \frac{Q \cos \delta}{\mu \cdot b \cdot \sin^2 \delta} + \left(\frac{Q \cos \delta}{\mu \cdot b \cdot \sin^2 \delta} - h_0 \operatorname{ctg} \delta \right) \cdot e^{\frac{\mu b \sin \delta (h_0 - z)}{Q}}$$

albo po uproszczeniu:

$$x = \operatorname{ctg} \delta \left[z - h_0 e^{\frac{\mu b \sin \delta (h_0 - z)}{Q}} \right] - \frac{Q \cos \delta}{\mu \cdot b \cdot \sin^2 \delta} \left[1 - e^{\frac{\mu b \sin \delta (h_0 - z)}{Q}} \right] \quad /179/$$

Jest to ostateczne równanie krzywej powierzchni zwierciadła wody gruntowej, otrzymanego w warunkach wyżej podanych.

319. W szczególnym wypadku, kiedy warstwa nieprzepuszczalna dla wody jest pozioma, wówczas równanie /179/ otrzyma prostszą postać, mianowicie przy:

$$\delta = 0, \quad \sin \delta = 0, \quad \cos \delta = 1, \quad \operatorname{ctg} \delta = \infty, \quad \operatorname{tg} \delta = 0.$$

Podstawiając te wartości w równanie /179/, otrzymamy:

$$\begin{aligned} x &= \infty \cdot (z - h_0) - \infty (1 - 1) = \\ &= \infty \cdot (z - h_0) - \infty \cdot 0. \end{aligned}$$

Należałoby wykryć istotną wartość wyrażenia $\infty - \infty \cdot 0$.

Przedewszystkiem znajdziemy, że drugi wyraz, który daje przy $\delta = 0$ nieoznaczoność $\infty \cdot 0$, ma istotną