

odpowiadać μ tonnometrów; przez analogję ze skalą długości możemy taką skalę momentów nazywać $\frac{1}{\mu}$.

Mamy wtedy:

$$mn \cdot kb \cdot \delta = mn \cdot \mu$$

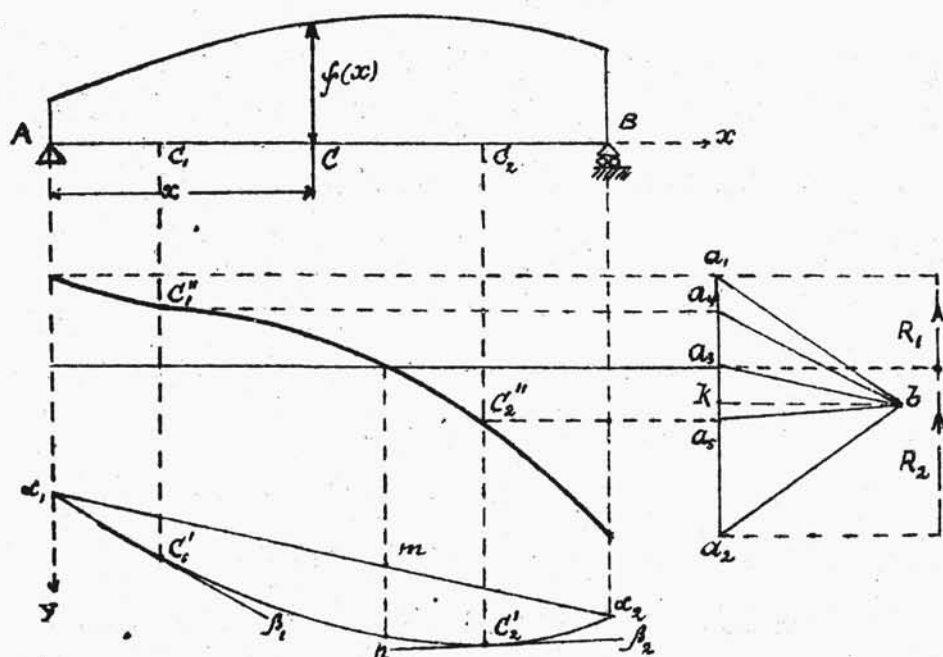
czyli $kb = \frac{\mu}{\delta}$ mtr., to znaczy, że wtedy odległość biegunowa kb nie jest dowolną, a uzależnioną od μ , δ i δ . Jeżeli wielkości δ i δ już zostały ustalone, obieramy μ ; odległość biegunową określamy z wzoru

$kb = \frac{\mu}{\delta}$ mtr. Przy tak obranej odległości biegunowej odcinki mn z wykresu wieloboku sznurowego dają odrazu moment w skali $1:\mu$ w znaczeniu powyższem.

OBCIĄŻENIE CIĄGŁE PIONOWE.

§ 104. W najogólniejszym wypadku możemy mieć obciążenie ciągłe niejednostajne, a zmieniające się według pewnego prawa wraz ze zmianą odległości x od podpory A /rys.134/, czyli $p = f(x)$. Wiemy już, że dla takiego obciążenia, wielobok sznurowy przejdzie w krzywą sznurową $\alpha, n\alpha_2$.

Figura zamknięta $\alpha, n\alpha_2, m\alpha_1$ przedstawia więc wykres momentów.



Rys. 134.

Wykres sił tnących można otrzymać z następujących rozważań. Dla dowolnego punktu C , siła tnąca równa się sumie rzutów na oś A_y sił leżących na lewo od punktu C , /licząc odpór

R_1 /. Temu cząstkowemu układowi sił odpowiada wielobok sznurowy, którego pierwszym bokiem jest bok $m\alpha_1$, a ostatnim styczna $C'\beta_1$ do krzywej sznurowej w punkcie C' , odpowiadającym punktowi C . W wieloboku sił pierwszym promieniem będzie promień βa_3 równoległy do boku $m\alpha_1$, ostatnim - promień βa_5 , równoległy do stycznej $C'\beta_1$, a więc suma rzutów sił

na lewo od C_1 na oś A_y równa się odcinkowi $a_3 a_y$ ze zwrotem od a_3 do a_y , a więc ta suma rzutów jest ujemna. Odpowiedni punkt C_1'' na wykresie otrzymany, przeprowadziwszy prostą $a_y C_1''$ równoległą do prostej początkowej wykresu. Na rysunku w ten sam sposób wyznaczony jest jeszcze jeden punkt C_2'' , odpowiadający punktowi C_2 belki.

W podobny sposób można znaleźć pozostałe punkty i połączyć je krawędzią ciągłą.

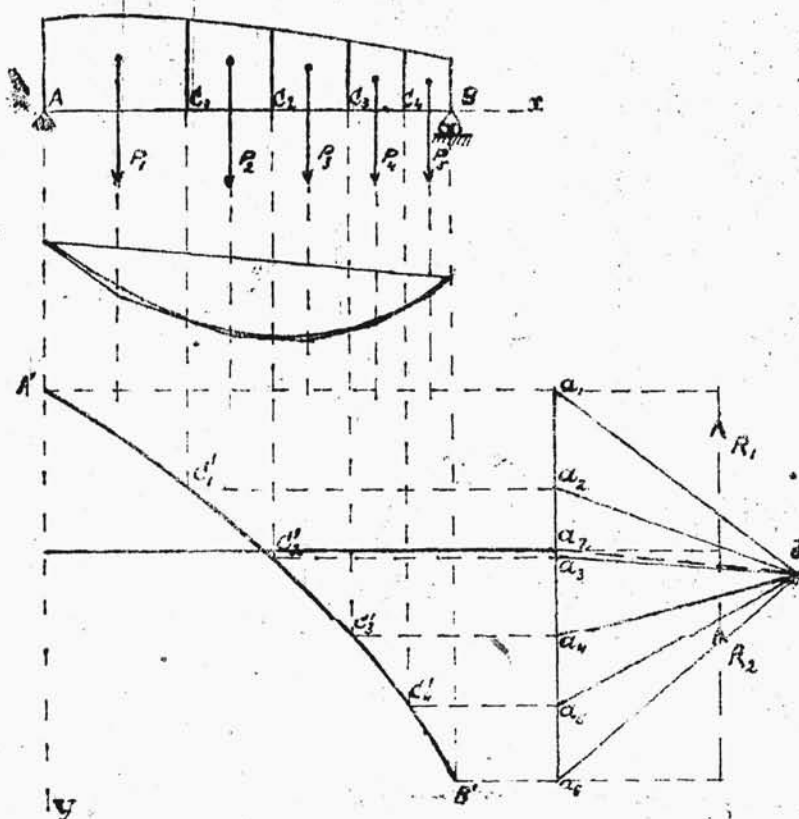
W ten sposób staje się rzeczą oczywistą, że dla ogólnego wypadku obciążenia ciągłego niejednostajnego wykres sił tnących jest krzywoliniowy.

W praktyce wykreślanie wieloboku sznurowego i wykresu sił tnących odbywa się w sposób przybliżony.

Mianowicie dzielimy belkę na części w ten sposób, aby wykres obciążenia podzielił się równocześnie na prawie prostoliniowe figury z łatwoudającymi się określać polami i środkami ciężkości.

Pola tych części dadzą wartości wypadkowych na odpowiednich odcinkach belki, a środki cięż-

kości - ich punkty zaczepienia.



Rys. 135

Linje
sznurową
dla wy-
kresu mo-
mentów
otrzymu-
jemy w
sposób
opisany
w § 0 Krzy-
wych sznu-
rowych
Otrzyma-
nie punk-
tów C'_1 ,

C'_2 , C'_3 , C'_4 wykresu sił tnących stanie się jas-
nem z rysunku. skoro zauważymy, że mamy wszel-
kie dane do wyznaczenia wypadkowych częściowych
układów sił, działających z lewej strony od
punktów C_1 , C_2 , C_3 i t.d. Otrzymane w ten spo-
sób punkty A' , C'_1 i t.d. łączymy ciągłą krzy-
wą. Im na więcej części podzielimy belkę, tym

dokładniejsze otrzymane wykresy. Nie należy jednak zbyt drobić z powodów wyłuszczonych poprzednio.

§ 105. Wyrażenie analityczne dla momentu gnącego siły tnącej w powyższym wypadku można otrzymać w sposób następujący. Oznaczmy odcinek bieżący między punktami A i C /rys. 134/ przez ξ . W dowolnym punkcie C , na długości $d\xi$ działa siła pionowa $p d\xi$ ze zwrotem na dół. Prócz tych sił działających w każdym punkcie między A i C w punkcie A działa reakcja R . Moment tych wszystkich sił względem punktu C będzie

$$M = R, x - \int_0^x p d\xi (x - \xi).$$

Tutaj $(x - \xi)$ jest ^{to} ramieniem siły $p d\xi$ zmieniającą niezależną, jest ξ tak że p oznacza $p = f(\xi)$. Wielkość x należy tutaj uważać za stałą.

Siła tnąca w punkcie C oczywiście będzie

$$T = -R, + \int_0^x p d\xi.$$

Łatwo sprawdzić korzystając z reguły róż-

niezkowania pod znakiem całki, że $T = -\frac{dM}{dx}$,
gdyż

$$\frac{dM}{dx} = R_1 - \int_0^x p dz = -T.$$

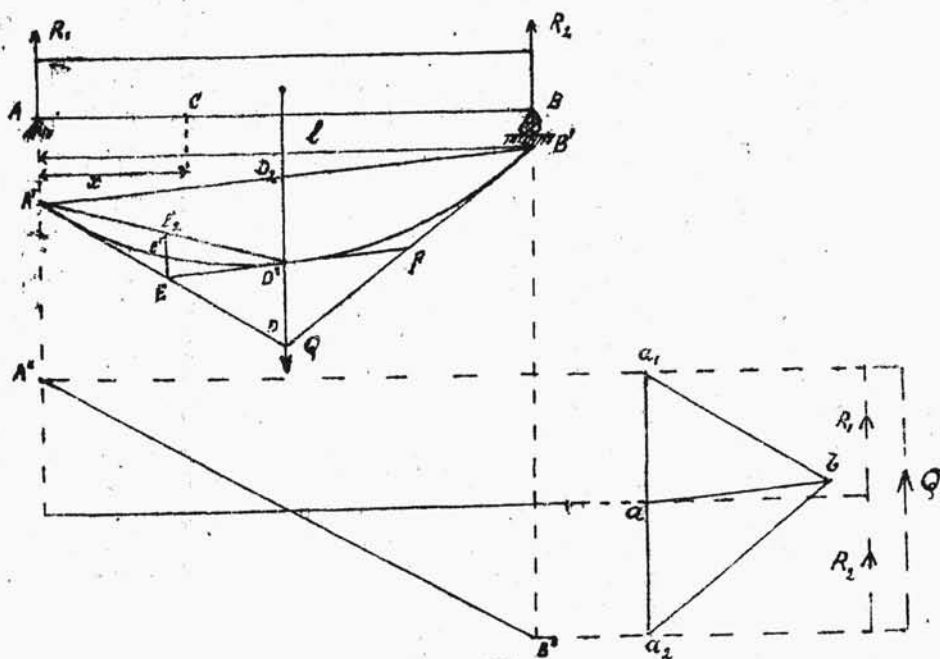
Jest to ta sama zależność między M i T , co
i przy siłach skupionych.

OBCIĄŻENIE CIĄGŁE JĘDNOŚTAJNE.

§ 103. Tutaj $p = \text{const.}$ i $Q = pl$. Z powodu
symetrii:

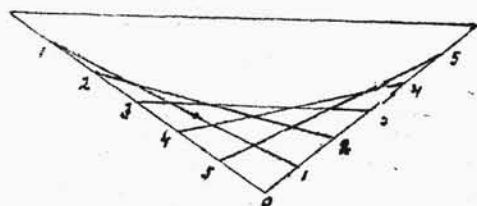
$$R_1 = R_2 = \frac{Q}{2} = \frac{pl}{2}.$$

Wypadkowa Q przyłożona jest w środku przęsła



Rys. 136

Dla niej budujemy wielobok sił i wielobok sznurowy. Następnie korzystamy z wyprowadzonego już twierdzenia, że dla obciążenia ciągłego jednostajnego linją sznurową jest parabola. Skrajne 2 boki wieloboku sznurowego są do niej styczne w punktach A' i B' . Na tych 2-ch stycznych możemy już zbudować parabolę. Dla otrzymania poszczególnych punktów paraboli można postępować np. w ten sposób. Z wierzchołka D prowadzimy pionową do przecięcia się z cięciwą paraboli $A'B'$ w punkcie D_2 . Odcinek DD_2 dzielimy przez pół i otrzymujemy punkt D' , należący do paraboli, w którym parabola jest styczna do prostej EF równoległej do cięciwy $A'B'$. Tę samą konstrukcję możemy zastosować następnie do punktów E i F i t.d.



Rys. 137

Znane są i inne sposoby budowy paraboli, jak np. wskazany na rys. 137, gdzie $O1 = 12 = 23 = \dots$ proste 11, 22, ... są styczne do paraboli i dostatecznie ją

wyznaczają.

Dla otrzymania wykresu sił tnących zauważymy, że w dowolnym punkcie C , odległym od lewej podpory o x , siła tnąca będzie:

$T = -R_1 + \mu x$, czyli wyraża się funkcją liniową x -a, a zatem krzywa wykresu w danym wypadku jest linią prostą. Punkty A'' i B'' tej prostej bardzo łatwo wyznaczyć, jak to widać z rysunku. Ostatecznie wystarczy punkty A'' i B'' połączyć.

INNE RODZAJE OBCIĄŻEŃ.

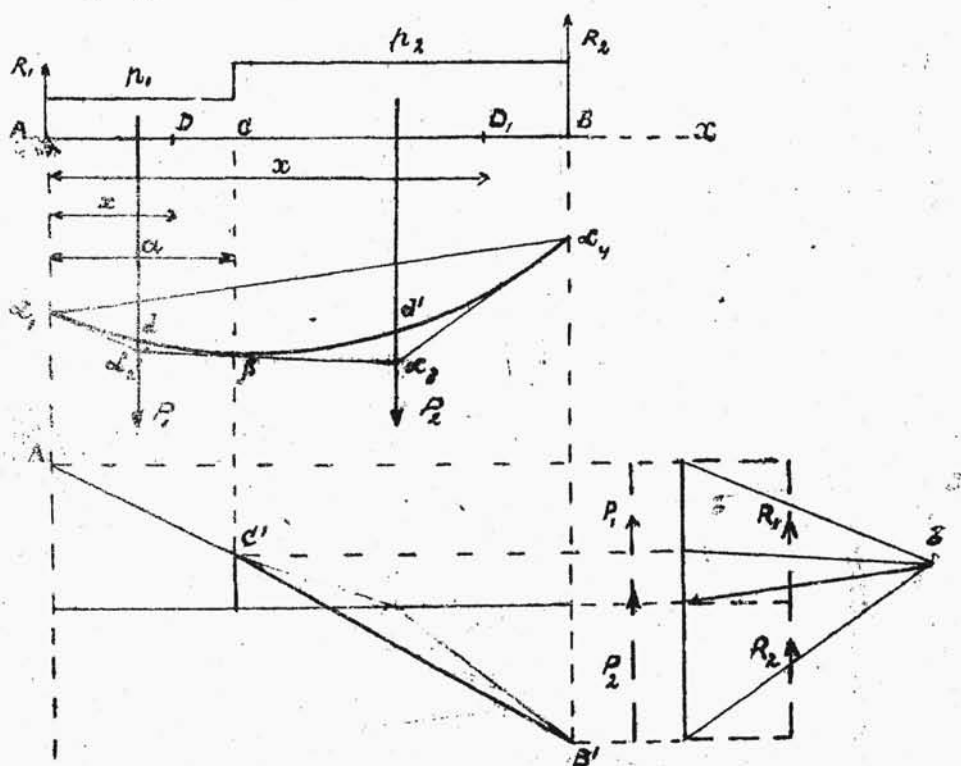
§ 107. Obciążenie ciągłe jest szczególnym wypadkiem obciążenia rozpatrzonego w dwóch poprzednich §§, łatwo jednak okazać bezpośrednio że i tutaj

$$T = - \frac{dM}{dx}.$$

W wypadku pokazanym na rys. 138 dla otrzymania wykresu momentów wyznaczamy siły P_1 i P_2 proporcjonalne do obciążeń równomiernych na odcinkach AC i CB . Budujemy wielobok sznurkowy

$\alpha, \alpha, \beta, \beta$ i następnie budujemy parabole $\alpha, \alpha, \beta, \beta$. Wykres momentu składa się

z tych dwóch parabol i zamykającej \mathcal{L}_4 . Parabola pierwsza jest w punkcie \mathcal{L}_1 styczna do boku $\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2$, to samo jest styczna w punkcie β do boku $\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3$; w tym samym punkcie do tego samego boku jest styczna parabola druga $\beta d'\mathcal{L}_4$.



Rys. 138

Dla wyznaczenia wykresu sił tnących zauważmy, że w dowolnym punkcie D , w odległości x od podpory A , ΣY t.j. siła tnąca $T = -R_1 + h_1 x$. Wykres sił tnących jest więc linią prostą. Lecz wyprowadzony wzór ma wartość tylko dla odcinka

AC . Dla tego więc odcinka otrzymamy wykres, wyznaczwszy punkty A' i C' i połączyszy je prostą.

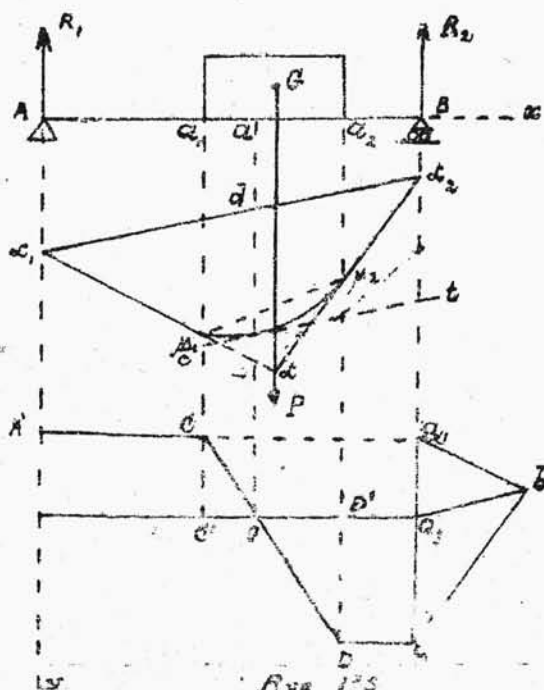
Dla drugiej części CB mamy wzór inny: siły tnącej mianowicie

$$T = -R_1 + \mu_1 a + \mu_2 (x - a),$$

i tutaj więc wykres jest linią prostą, ale o odmiennym równaniu, a więc o odmiennym pochyleniu. Punkty C' i B' należą do tej prostej. Wystarczy więc te punkty połączyć prostą. Łatwo i w danym wypadku sprawdzić, że w każdym punkcie

$$T = -\frac{dM}{dx}.$$

§ 108. Wypadek pokazany na rys. 139 różni się



od poprzednich tem, że wielobok sznurowy jest parabolą tylko na odcinku

C, α_2 , przy-
czem parabola jest styczną w punktach M_1 i M_2 do boków d, d i d, d_2 wieloboku sznurowego

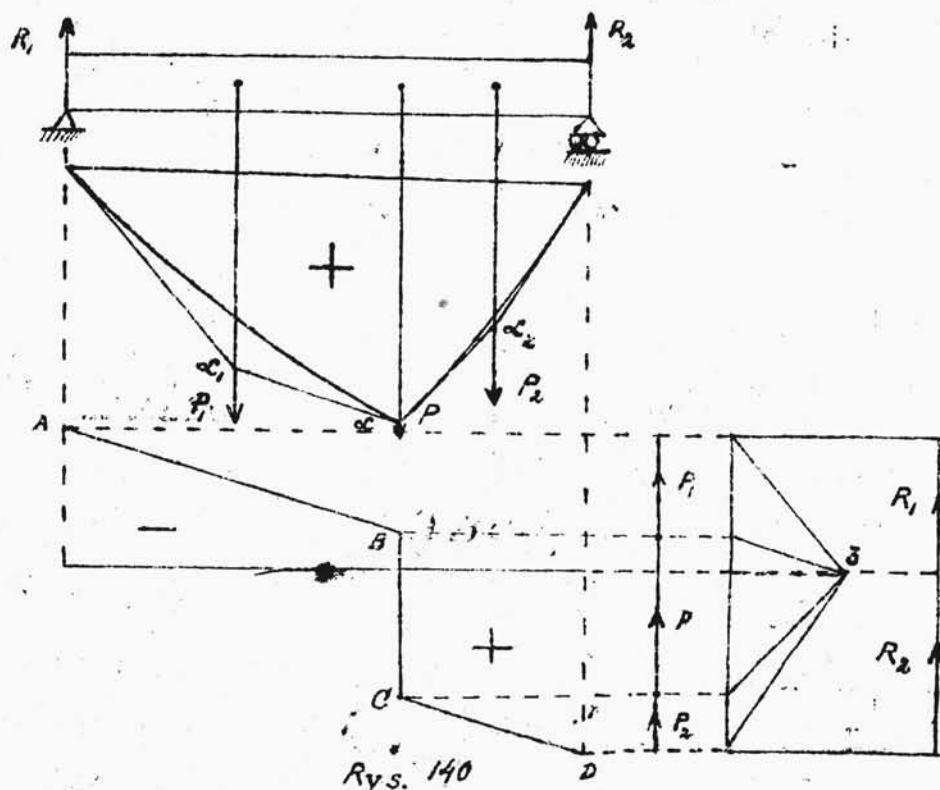
dla siły P . Wykres sił tnących składa się na odcinkach niezobciążonych z prostych równoległych $A'C$ i Da_2 do prostej początkowej Oa_1 wykresu. Na odcinku obciążonym a_1a_2 wykres siły tnącej jest prostą $C'D$, gdyż tutaj T zmienia się linjowo od $C'C'$ do $D'D'$. Największa wartość momentu jest w punkcie a , odpowiadającym punktowi C , gdzie styczna ct jest równoległa do zamykającej $\mathcal{L}, \mathcal{L}_2$.

§ 109. W wypadku obciążenia mieszanego, a więc ciągłego jednostajnego i jeszcze np. siły skupionej, postępowanie zasadniczo nie różni się od poprzedniego. Obciążenie ciągle dzielimy tutaj na 2 części z lewej i prawej strony siły skupionej P . Charakterystyczną rzeczą jest tutaj, że w punkcie a boki \mathcal{L}, \mathcal{L} i $\mathcal{L}\mathcal{L}_2$ nie są przedłużeniem jeden drugiego. Pochodzi to stąd, że \mathcal{L}, \mathcal{L} i $\mathcal{L}\mathcal{L}_2$ są stycznymi odpowiednio do 2-óch różnych parabol lewej i prawej; w punkcie tym powyższe styczne i same parabole przecinają się.

Jak wogóle pod siłami skupionymi, tak i tutaj wykres sił tnących otrzymuje nagłą przerwę w miejscu działania siły skupionej.

Warto jeszcze zaznaczyć, że, ponieważ z pra-

wej i lewej strony siły skupionej obciążenie



ciągłą jednostajne jest jednakowe, więc zwiększanie się siły tnącej na obydwu tych częściach jest jednakowe, czyli spadek prostych AB i CD jest jednakowy, innymi słowy proste te są równoległe. Gdyby te obciążenia były różne, proste AB i CD równoległymi by oczywiście nie były.

Do zanotowania pozostaje jeszcze okoliczność, że w tem miejscu belki, gdzie krzywa wykresu sił tnących przecina prosta początkowa moment

gnący jest największy. Możemy się o tem przekonać zapomocą rozumowania użytego już w wypadku sił skupionych. Łatwo się przekonać, że i tutaj w każdym punkcie

$$T = - \frac{dM}{dx}.$$

BEŁKA JEDNYM KOŃCEM ZAMOCOWANA.

§ 110. Rozpatrywaliśmy dotąd tylko dwa rodzaje podpór: a/ punkt, mogący poruszać się po danej linii, b/ punkt stały. Podpora a/ zawierała reakcję prostą; podpora b/ - reakcję złożoną z dwóch reakcji prostych. Rozpatrzmy teraz rodzaj podpory o wiele więcej złożonej, mianowicie gdy koniec danego ciała jest "zamocowany".



Rys. 141

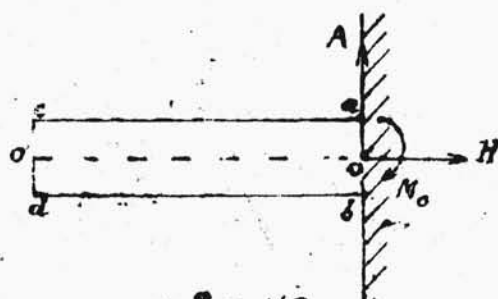
Wyobraźmy sobie np. sklepienie o końcach zamocowanych ab i cd . Jeżeli sklepienie (S) i przyczółki (P) i (P')

są murowane np. z betonu, to cząsteczki muru z prawej i lewej strony pomyślanej płaszczyzny ab nie różnią się między sobą i mur sklepienia stanowi przedłużenie muru przyczółka.

Odróżniamy jednak, że cząsteczki na prawo od ab należą do sklepienia, cząsteczki na lewo - do przyczółka. Jaka jest reakcja ze strony podpory (P) na układ (S). Stosując metodę oswobodzenia od połączeń możemy sobie wyobrazić, że usunęliśmy w myśli przyczółek (P) - t.j. cząsteczki na lewo od ab i działanie tej podpory zastępujemy odpowiednimi reakcjami. Ponieważ połączenie istniało między wszystkimi cząsteczkami wzdłuż płaszczyzny ab , więc jako reakcję będziemy mieli nieskończenie wiele sił, mających punkty zaczepienia po całej płaszczyźnie ab . Jak wiemy, takie siły odniesione do powierzchni nazywają^{się} naprężeniami. Znaleźć reakcje w płaszczyźnie ab , byłoby to, mówiąc ściśle, znaleźć wszystkie naprężenia w płaszczyźnie ab . Jednakże rozwiązanie ściśle takiego zadania jest bardzo trudne i dotąd go nie osiągnięto. W Wytrzymałości Materiałów i Statyce Budowlanej zadawalniają się w ta-

kich wypadkach odszukaniem zamiast właściwych reakcji ich niezmienników \bar{V} i \bar{L} /§ 4/.

Wiemy, że wszelki układ sił jest równoznaczny z jedną siłą \bar{V} , przyłożoną do dowolnego punktu i parą sił z momentem \bar{L} . W wypadku jeżeli sklepienie jest cylindryczne i każdy pasek sklepienia szerokością dz jest obciążony siłami znajdującymi się w płaszczyźnie $abcd$, lub do niej równoległej, to i reakcje np. wzdłuż ab będą znajdować się w tej samej płaszczyźnie, t.j. otrzymujemy t.zw. układ płaski. Nieskończenie wiele reakcyj w każdym punkcie płaszczyzny ab , w myśl powyższej redukcji sił, możemy zastąpić przez siłę V , przyłożoną np. do punktu O - środka ciężkości ab i parę sił z momentem M_1 . Siłę V możemy rozłożyć na dwie

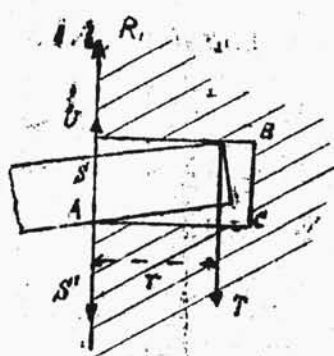


Rys. 142

składowe np. pionową A i poziomą H . Zadawalniając się odszukaniem tylko siły V i pary M_1 , mówimy, że podpora

taka wywiera trzy reakcje proste A , H i M_1 . Po obliczeniu tych wielkości dalszym etapem

będzie odszukiwanie właściwych reakcji - naprężeń, co robi się przeważnie zapomocą pewnych hipotez. Taką np. hipotezą w wytrzymałości Mat. jest hipoteza Navier'a. Przechodząc do belki, zamocowanej jednym końcem w ścianie /rys 142/ możemy powiedzieć, że reakcja ze strony podpory ab składa się z trzech reakcji prostych: A , H i M . Jeżeli na belkę działają tylko siły pionowe, to z równania równowagi $\sum x = 0$ znajdziemy, że $H = 0$ i pozostaną tylko dwie reakcje proste: siła A i moment M . pary zamocowania. Łatwo sobie zdać sprawę z powyższego, rozpatrując np. konstrukcję zamocowania belki żelaznej jednym końcem w murze. Przypuść-



Rys. 143

my przytem, że na belkę działają tylko siły pionowe na dół. Siły pionowe przechylają nieco belkę na dół. Przedstawimy to sobie /w nieco przesadzony sposób/ na rys. 143.

Wskutek pochylenia się belki, powstana wś-

ciwie 2 reakcje: w punkcie A - skierowana do góry U ; w punkcie B - skierowana na dół T . Jeżeli teraz dodamy w punkcie A dwie siły pionowe S i S' , co do kierunku różne, a co do wartości jednakowe i równe sile T , to dany układ sił sprowadzi się do jednej siły pionowej $U - S'$, którą oznaczmy przez R , i do pary sił: S i T . Ta właśnie para sił daje w punkcie A moment

$$T \cdot r = M_0, \text{ zwany momentem podporowym.}$$

Prócz momentu M_0 działa jeszcze ze strony podpory na belkę siła R , odpowiednia do oznaczonej wyżej przez V lub A .

Z powyższego widać, że obciążenie belki zamocowanej jednym końcem /rys. 144/ równoważy się z reakcją R i momentem podporowym M_0 . Moment ten wyobraża pewną parę sił; zwykle na rysunku tych dwóch sił pary nieuwidacznia się. Analitycznie równowaga belki wyraża się równaniami:

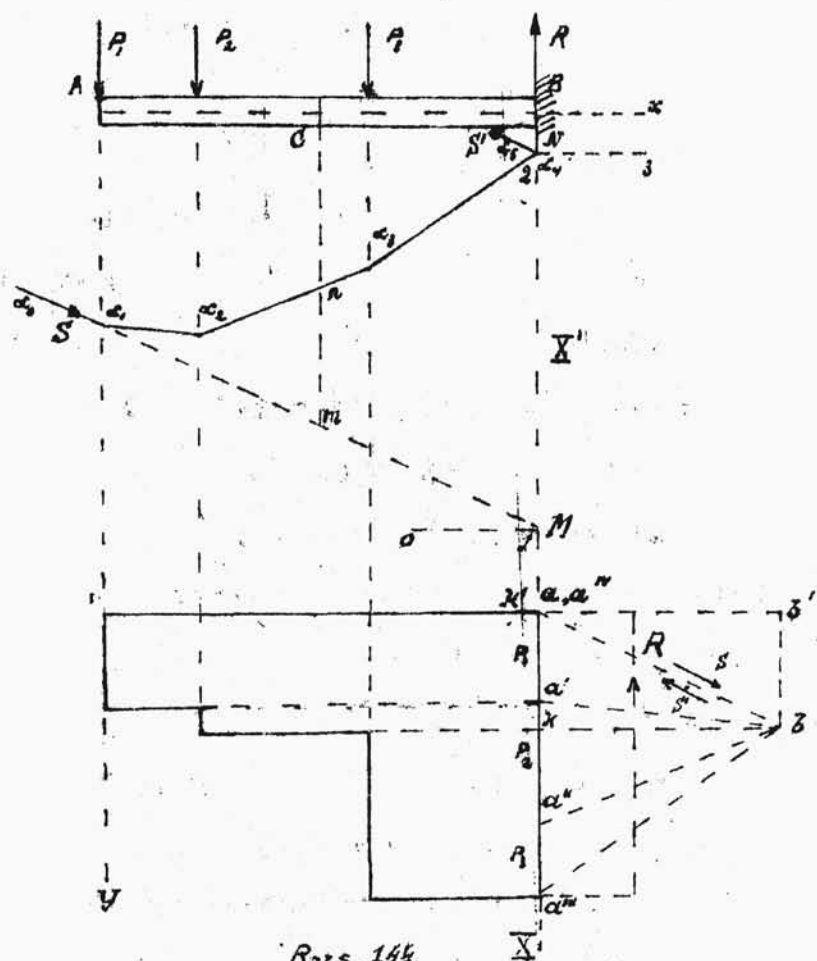
$$\Sigma P + R = 0; \quad \Sigma M(P) + M_0 = 0.$$

Stąd

$$R = -\Sigma P$$

t: j

$$R = (R_y) = \Sigma P$$



Rys. 146.

Następnie

$$M_0 = -\sum M(P)$$

t.j. moment podporowy równa się momentowi
 gnacemu w przekroju podporowym z odwrotnym
 znakiem. Łatwo zauważyć, że na rysunku wielo-
 bok sił jest zamknięty, wielobok sznurowy zaś
 - niezamknięty. pierwszy bok $\mathcal{L}_0\mathcal{L}_1$ i ostat-
 ni $\mathcal{L}_r\mathcal{L}_s$ są tylko równoległe do siebie /oba są

równoległe do promienia ab / Rozpatrzymy układ sił: P_1, P_2, P_3 i R sprowadza się więc / § 95 / do pary sił: S i S' , mających za linie działania: L_0, L_1 i L_4, L_5 , a za odcinki pierwszy i ostatni promienia biegunowy $S = ab$ i $S' = ba$. Ponieważ moment zginający w przekroju B , czyli moment sił: P_1, P_2, P_3, R , względem punktu B równa się: $MN \cdot kb$, moment więc pary S, S' , która jest równoważna z powyższą grupą sił powinien także równać się temu iloczynowi. Można się o tem przekonać bezpośrednio w sposób następujący. Wybieramy dla sił S i S' , które wyobrażają odcinki, ab i ba ; biegun b' np. w przecięciu $ab' \parallel kb$ i $bb' \parallel ka$ i budujemy dla tych sił wielobok szesnastokątny 0123, taki, że bok 01 przechodzi przez punkt M , wówczas bok 23 przejdzie przez punkt N . Zgodnie z § 95 ^{za prostą \bar{X}} wybieramy dowolną prostą, przechodzącą przez punkt a , np. prostą aa'' i np. z punktu B przeprowadzamy prostą $\bar{X}' \parallel \bar{X}$. Pierwszy bok 01 przecina \bar{X}' w punkcie M , ostatni - 23, w punkcie N moment więc $M(S, S')$ pary

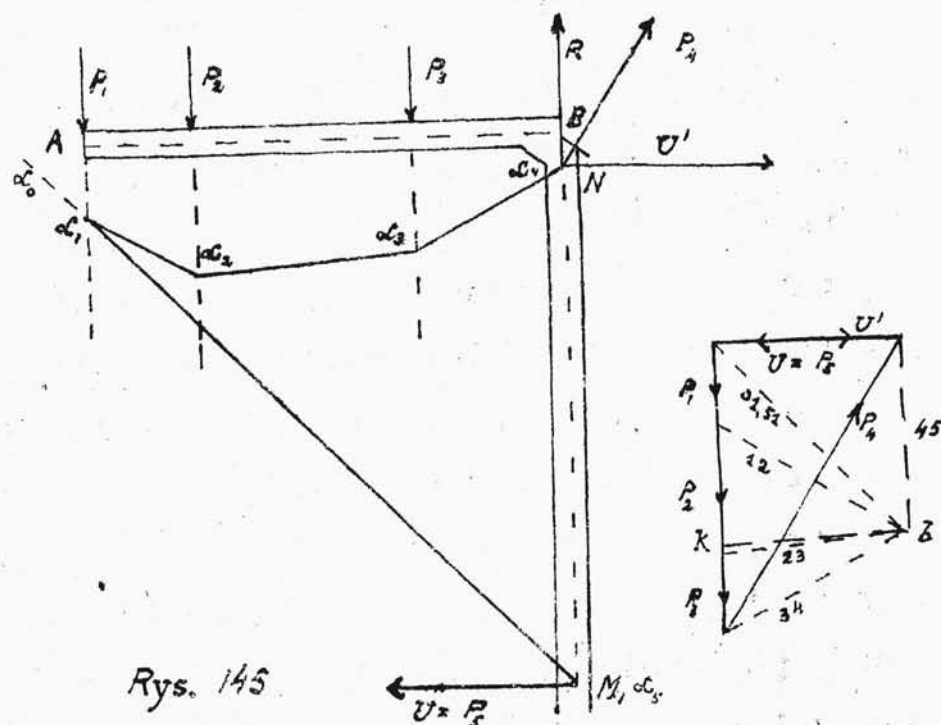
S, S' równa się: $MN \cdot kb$, a więc jest ten sam, co i układu: P, P_2, P_3, R . Bezpośrednio wi-
dać, że $M(S, S') < 0$. Ten układ sił równowazy się
parą sił U i U' , takich, że $\bar{U} = \bar{S}$ a $\bar{U}' = \bar{S}'$.
Ta para U, U' z momentem dodatnim jest właśnie
parą nieskończonej liczby naprężeń reakcyjnych
w przekroju B i moment tej pary jest właśnie
momentem podporowym $M_0 = -MN \cdot kb$.

Teraz jest rzeczą jasną, że jeżeli wprowadzi-
my siły pary podporowej: U i U' , to całkowity
układ sił: P, P_2, P_3, R, U i U' ^{stądzie} w równowadze
i wielobok sznurowy powinien się zamknąć. Pokaże-
my to na rys. 145. Parę sił U, U' można wyobra-
zić sobie zupełnie dowolnie, aby tylko była za-
chowana równość: $U \cdot r = M_0$.

Możemy wyobrazić sobie siły U i U' o kie-
runkach poziomych, mające punkty zaczepienia M
i N , i za odcinki mające wielkość kb ; mo-
ment pary U, U' będzie wówczas równał się:

$$|MN| \cdot |kb| = M_0.$$

Przykładając siły U i U' poza granicami
belki, należy wyobrazić sobie, że do belki AB



Rys. 145

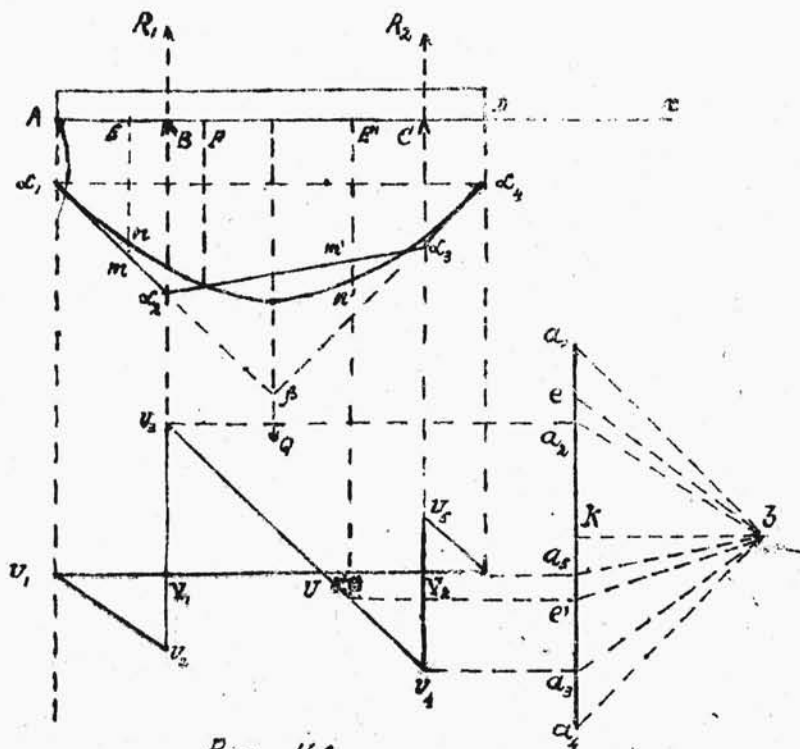
została doczepiona satynnie część BM . Przenosimy punkt zaczepienia siły R do punktu N i składamy siły: R i U' w siłę P_4 oraz oznaczamy siłę U przez P_5 . Następnie przeprowadzamy prożenie $0/1, 2, \dots, 5/$ i budujemy wielobok sznurowy $\alpha_0 \alpha_1 \dots \alpha_5 \alpha_6$, który jest zamknięty, gdyż boki: $\alpha_5 \alpha_6$ i $\alpha_6 \alpha_0$ wpadają na siebie. W praktyce zadawalniany się wykresami, jak na rys. 144, bez uwzględnienia pary U, U' .

Ponieważ dla każdego cząstkowego układu sił nalewo od przecięcia pierwszym bokiem wieloboku sznurowego jest stała bok $\alpha_0 \alpha_1$, przy wyznaczeniu więc momentu gąsłego w dowolnym przecięciu

jako iloczynu $M = mn \cdot kb$, należy pamiętać, że punkty m wszystkie leżą na pierwszej belce $\mathcal{L}, \mathcal{L}_0$, wskutek czego odcinki mn mają wszystkie zwroty z dołu do góry. Ponieważ oś Ax równoległa do kb jest osią ramion, a oś Ay równoległa do aa' jest osią sił, rzut więc mn jest < 0 , rzut $kb > 0$, a więc moment gnący w dowolnym przecięciu jest ujemny. Wykres sił tnących nie nastręcza trudności, skoro zauważymy, że w punkcie nieskończenie bliskim /z prawej strony/ do punktu zaczepienia siły P_1 siła tnąca jest rzut na oś Ay tej jednej siły. Siła tnąca ma więc odrazu kierunek dodatni i rośnie się P_1 w przedziale aż do siły P_2 . Dla udogodnienia prostą początkową $A'a$ prowadzimy z punktu a równoległe do AB . Dalszy ciąg wykresu, jak w wypadkach poprzednich.

BELKA WSPORNIKOWA.

§111. Rozpatrzmy wypadek obciążenia jednostajnego $p \frac{t}{m}$ na belce wspornikowej. Wypadkowa całego obciążenia $Q = p \cdot AD$ jest zaczepiona w środkowym punkcie całej belki. Dla takiego obciążenia



Rys. 146

zenia zamiast wieloboku sznurowego mamy krzywą sznurową, mającą postać paraboli. Parabole tę można zbudować za pomocą 2-ech stycznych: $\mathcal{L}_1 \beta$ i $\mathcal{L}_4 \beta$, które są jednocześnie skrajnymi bokami krzywej sznurowej. Wyznaczymy punkty przecięcia się tych skrajnych boków z liniami działania reakcyj: R_1 i R_2 , mianowicie punkty \mathcal{L}_2 i \mathcal{L}_3 ; wówczas prosta $\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3$ będzie bokiem zamykającym wieloboku sznurowego na siły: μ , R_1 i R_2 . Wartości reakcyj, jak

zwykle, wyznaczamy za pomocą wieloboku sił, prze-
prowadzając z bieguna \vec{b} równoległą do zamyka-
jącej.

Dla wyznaczenia wykresu odcinków γmn pro-
porcjonalnych do momentu gnącego, rozpatrzmy
osobno części AB , BC i CD .

Nalewo od dowolnego punktu E w części
 AB mamy siły pionowe μ działające na od-
cinek AE ; ten układ w wieloboku sił wyraża
się odcinkiem a, e od punktu a , do pewnego
punktu e . Dla tego układu cząstkowego

pierwszym bokiem wieloboku sznurowego jest bok

$\mathcal{L}, \mathcal{L}_2$, równoległy do promienia a, \vec{b} , ostatnim
- styczna do krzywej sznurowej, równoległa do
promienia e, \vec{b} w punkcie krzywej n , leżącej
na tej samej pionowej, co i punkt E .

Widzimy więc, że prosta pionowa, przeprowadzo-
na z punktu E przecina pierwszy bok $\mathcal{L}, \mathcal{L}_2$ w
punkcie m , a ostatni, czyli styczną - w punk-
cie n , w tym samym punkcie n . Moment gnący
w punkcie E będzie więc, $M = mn \cdot kb$. Ponieważ
 $mn < 0, kb > 0, M < 0$, co jest oczywiście bez-
średnio. To samo będzie dla wszystkich punktów
części AB .

Podobne rozumowanie pozwoli stwierdzić, że dla części belki $C'D$ pierwszym bokiem wieloboku sznurowego cząstkowego jest bok $\mathcal{L}_3\mathcal{L}_4$, ostatnim odpowiednia styczna do krzywej sznurowej. I tutaj więc odcinki mn mają zwrot odwrotny do osi Ay , a ponieważ odcinek kb jest dodatnim, momenty gnące więc są ujemne.

Dla dowolnego punktu E' w części BC belki, układem sił nalewo od punktu E' są siły R_1 i p. AE' . W wieloboku sił ten układ cząstkowy wyraża się odcinkiem: a, a, a, e' . Tutaj pierwszym promieniem jest promień a, b , ostatnim - promień $e'b$, a więc pierwszym bokiem wieloboku sznurowego jest stale zamykająca $\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3$ równoległa do pierwszego promienia a, b , ostatnim - styczna do krzywej sznurowej w odpowiednim punkcie, równoległa do ostatniego promienia $e'b$.

Dla rozważanej części belki odcinki mn mają zwroty od zamykającej do krzywej sznurowej. Z tego powodu w przedziale od popory B do punktu F momenty gnące są ujemne, od punktu F do punktu F' - dodatnie, od punktu F' do ~~popory~~ C - znów ujemne.

Sposób obliczania wykresu sił tnących jest tutaj taki sam, jak w zadaniach poprzednich.

Siła tnąca, równająca się zero w punkcie A , wzrasta do podpory B , zmieniając się linjowo. W punkcie E : $T = + \mu x$, gdzie $x = AE$.

Wykresem na odcinku AE jest prosta $U_1 U_2$. W punkcie podporowym B siła T ma przerwę ciągłości, przechodzi raptownie z wielkości dodatniej a_1, a_2 na wielkość ujemną a_5, a_2 :

$$a_5 a_2 = a_1 a_2 + a_5 a_1.$$

Następnie w przedziale BC siła T zmienia się linjowo. W punkcie C' , leżącym nieskończenie blisko nałowo od C siła T będzie $T = - R_1 + \mu \cdot AC = a_5 a_3 > 0$. To samo otrzymamy biorąc /§ 97/ z odwrotnym znakiem sumę rzutów sił napravo od C' t.j. $T = - [-R_2 + \mu \cdot CD] =$

$$= R_2 - \mu \cdot CD = a_4 a_5 - a_3 a_4 = a_5 a_3.$$

Wykresem siły T w przedziale BC jest więc prosta $U_3 U_4$. Widzimy więc, że w przedziale tym siła T stale wzrasta, przechodząc przez zero w punkcie U odpowiadającym $\max M$. Przechodząc przez punkt podporowy C , siła tnąca ulega znowu przerwie ciągłości. Siła tnąca w punkcie C' , leżącym nieskończenie blisko od

C naprawo, jest to rzut odcinka a_3, a_4 , wzięty ze znakiem odwrotnym. Siła tnąca jest więc ujemna, odpowiednia rzędna jest rzędna

$V_2 U_5$. Dalej w przedziale CD siła tnąca wzrasta linjowo, stając się zerem w punkcie D

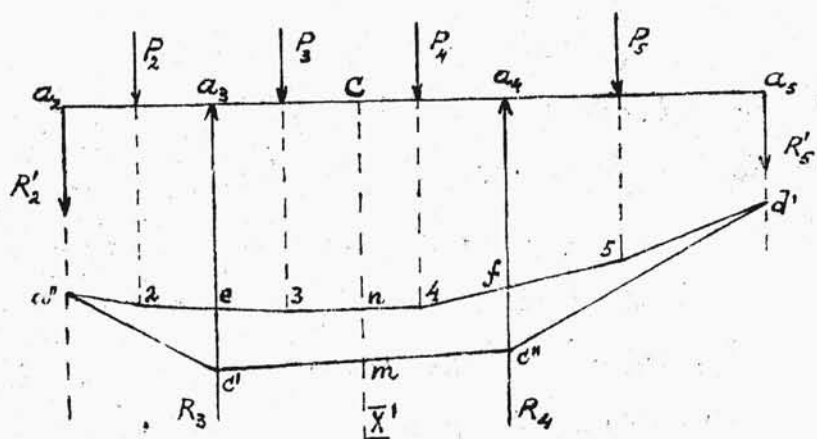
Wielkość przerw $U_2 U_3$ i $U_4 U_5$ równają się odpowiednio reakcjom R_1 i R_2 , rzeczywiście np.

$$U_4 U_5 = U_4 V_2 + V_2 U_5 = a_3 a_5 + a_4 a_3 = a_4 a_5 = R_2.$$

§ 112. Metodę poprzedniego § stosuje się także do wypadku belek wspornikowych wieloprzęsłowych. Rozpatrzmy, jako przykład, belkę opisaną w § 75, dla której na rys. 101 znaleźliśmy reakcję podpór i przegubów łączących. W tamtem miejscu zwracaliśmy uwagę, że wykresy rys. 101 mają tę właściwość, że stwierdzają nie tylko równowagę oddzielnych belek, lecz i zasadę zeszywnienia dla całości i połączonych części. Osiągnęliśmy to przez przeprowadzenie jednego wspólnego wieloboku sznurowego dla wszystkich sił względem jednego bieguna. Otrzymane wykresy mają przeto wspólną właściwość z wykresami napięć Maxwella-Cromony, na których sprawdza się ta sama zasada zeszywnienia.

Na rys. 101 wykreśliliśmy wielobok sznurowy zamknięty $a\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ d''\ d'\ c''\ c'\ a''\ a$ dla wszystkich sił zewnętrznych: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, R_6, R_4, R_3$ i f . Wyjaśniliśmy także w tym samym miejscu, że powyższy wielobok sznurowy dotyczy nie tylko wymienionych zewnętrznych sił, lecz i wewnętrznych: R_2, R_2', R_5, R_5' . Otóż tak wykreślony wielobok sznurowy $a'12...a''a$ jest jednocześnie wykresem momentów. Rzeczywiście jest rzeczą widoczną odrazu, że dla belek zawieszonych a_1, a_2 i a_5, a_4 wykresami momentów są wieloboki sznurowe $a'1a''a'$ i $d'6d''d'$, przytem za pierwsze boki można w nich uważać odpowiednie linie zamykające $a'a''$ i $d'd''$. Przeprowadzenie tych zamykających stwierdza, że moment gnący w przegubach jest zero. Moment gnący jest to suma momentów wszystkich sił, przyłożonych do części układu nalewo od bieguna momentów, uwzględniamy przytem i reakcje podpór. W § 36 równania /2/ i /3/ było wykazane, że moment takich sił względem przegubu, czyli jak teraz widzimy, moment gnący w przegubie jest zero. Ta właściwość będzie nam nadal służyć do budowania wykresu momentów w belkach wspornikowych.

Co się tyczy zasadniczej belki wspornikowej $a_2 a_3 a_4 a_5$, to rozumowanie dosłownie takie samo, jak w § 111, wykaże, że wielobok sznurowy $a'' 2 3 4 5 d' c'' c' a''$ jest tutaj wykresem momentów i że pierwszymi bokami dla części $a_2 a_3$, $a_3 a_4$, $a_4 a_5$ są odpowiednio boki zamykające $a'' c$, $c' c''$, $c'' d'$. Uwidocznimy to na osobnym rysunku /147/



Rys. 147.

Z rysunku tego widać, że od przekroju C w lewo mamy grupę sił: R_3, R'_2, P_2, P_3 , które spotykamy w tym porządku, obiegając łólkę nachyloną podług z ruchem wskazówki zegara. Rzeczywiście spotkamy wtedy: 1 - siłę R_3 , 2 - R'_2 , 3 - P_2 , 4 - P_3 . Wzdłuż prosta \bar{X} jest tutaj pionowa

przeprowadzamy $C\bar{X}' \parallel \bar{X}$ i otrzymujemy w przecięciu z l. bokiem $c''c'$ punkt m , z ostatnim - 34 - punkt n . Rzut odcinka mn jest tutaj ujemny, a ponieważ $kb > 0$ więc $M < 0$. Z powyższego widać, że reguła otrzymywania wykresu momentu gnącego w układzie belek wspornikowych wieloprzęsłowych przy obciążeniu pionowym jest następująca. Budujemy jeden wielobok sznurowy dla wszystkich sił bezpośrednio przyłożonych względem jednego bieguna. Z przegubów przeprowadzamy proste pionowe do przecięcia się z wielobokiem sznurowym. Przeprowadzamy następnie przez te punkty przecięcia proste zamykające dla belek zawieszonych i przedłużamy je do odpowiednich prostych pionowych, przechodzących przez sąsiednie podpory zasadniczych belek wspornikowych. Te punkty przecięcia określają zamykające dla części między podporami belek wspornikowych zasadniczych.

Na rys 147 wielobok sznurowy dla wszystkich sił jest zamknięty. Jeżeli wyodrębnimy część

$a_2 a_3$, to wielobok sznurowy $c'a'' 2 c$ jest nieszamknięty. Belkę $a_2 a_3$ można uważać jako wspornik zamocowany w przekroju a_3 .

gdyby w ścianie; w § 110 objaśniliśmy, że wielobok sznurowy nie jest w tym wypadku zamknięty, ponieważ nie został wprowadzony moment zamocowania.

Wyodrębnimy część $\alpha_3 \alpha_4$, jako swobodną, otrzymujemy podobnie, że wielobok sznurowy $e 3 4 f, c' c''$ nie jest zamknięty. Pochodzi to z tej samej przyczyny. Jeżelibyśmy postąpili, jak w § 110 z rysunkiem 145 i dodali w przekrojach α_3 i α_4 odpowiednie pary sił, to wielobokiem sznurowym byłby wielobok zamknięty $e 3 4 f c'' c' e$.

§ 113. We wszystkich powyższych wykresach momentów gnących /rys. 133, 134 i t.d./ nie dbaliśmy o to, aby prosta zamykająca, jak np. $\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2$ na rys. 133, $\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2$ na rys. 134 i t.p. miała jakiś określony zgóry kierunek. Ta prosta zamykająca jest jednak linią odniesienia, gdyż odcinki $m n$, proporcjonalne do momentu gnącego liczą się od tej linii w kierunku pionowym. Odcinki $m n$ są rzędnymi przy osiach współrzędnych skośnych, z których oś $\mathcal{L} x'$ wpada na zamykającą, a oś $\mathcal{L} y'$ jest pionową.

Można otrzymać zamiast układu skośnego spół-

rzędnych układ prostokątny, należy tylko wykresy wykonać tak, aby linja zamykająca, czyli linja odniesienia t.j. oś $\mathcal{L}\mathcal{L}'$ była pozioma. W tym celu należy wielobok sznurowy sił przeprowadzić tak, aby punkty określające linję zamykającą np. \mathcal{L}_5 i \mathcal{L}_6 na rys. 133 leżały na linii poziomej, równoległej do osi belki. Łatwo to wykonać, stosując sposób przeprowadzenia wieloboku sznurowego przez dwa dane punkty przy danej odległości biegunowej /§ 66 p.o./ Tak możemy postąpić we wszystkich wypadkach obciążenia belki zwykłej. Przy belce jednym końcem zamocowanej wystarczy biegun \mathcal{B} /rys. 143/ przyjąć w \mathcal{B}' , tak, aby bok $\mathcal{L}_0\mathcal{L}_1$ był poziomy. W wypadkach belek wspornikowych mamy kilka zamykających. Pokażemy w jednym z następnych §, jak postąpić w tym wypadku.

Drugie znaczenie momentu gnącego i siły tnącej.

§ 114. Dotąd pod momentem gnącym w dowolnym przecięciu rozumieliśmy sumę momentów wszystkich sił /pienowych/, leżących nalewo od tego przecięcia /włączając i reakcje/ względem dowolnego