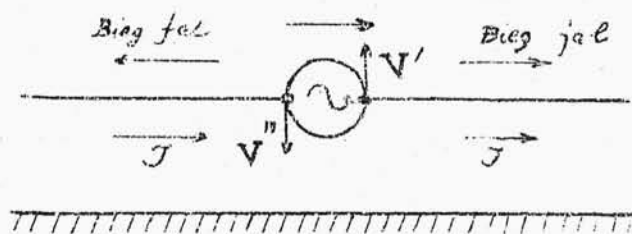


Dla fali tkwionej biorąc rzędną zerową otrzymamy również:

$$V = \frac{\omega}{\beta}$$

tylko że β teraz będzie inne.

43. Fale w drucie nieograniczenie długim z siłą elektromotoryczną pośrodku. Przyjmujemy że środek



rys. 57.

źródła prądu ma potencjał ziemi, wtedy siła elektromotoryczna równa różnicy potencjałów na końcówkach źródła *) wywoła dwie fale biegnące: jedna pobiegnie w prawo druga w lewo, każda z nich będzie wywołana napięciem odpowiedniej końcówki względem ziemi, napięcia te będą ^{równe} różne o znakach przeciwnych:

$$E = V' - (-V'') = V' + V'' ; V' = V''$$

więc:

$$V' = V'' = \frac{E}{2}$$

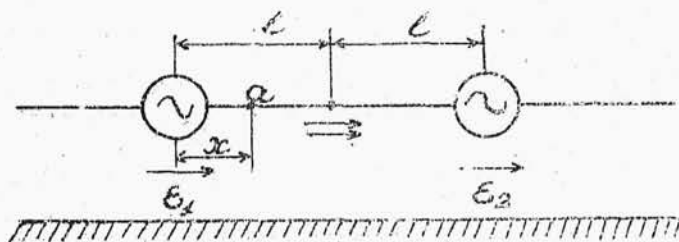
*) Pomijamy wewnętrzne opory omowe i indukcyjne.

Stąd widać, że napięcie względem ziemi wywołujące fale równa się połowie siły elektromotorycznej źródła.

Prąd na odległości x będzie:

$$\hat{I}_x = \frac{\hat{E}}{2Z} e^{-kx}$$

49. Fale w drucie nieograniczenie długim od dwóch sił elektromotorycznych. Zakładamy że dwie siły elektromotoryczne \mathcal{E}_1 i \mathcal{E}_2 działają w drucie na odległości $2l$ od siebie.



rys. 53.

Te siły elektromotoryczne są sinusoidalnie zmiennie z różnicą faz π , czyli pół okresu. Wartości maksymalne mają one równe.

Półówki tych sił elektromotorycznych oznaczmy przez E wtedy: patrz str. 138

$$\hat{E}_1 = E \cdot e^{j\omega t} \quad \text{a} \quad \hat{E}_2 = E \cdot e^{j(\omega t + \pi)}$$

W punkcie Q na odległości x od pierwszej si-
ły elektromotorycznej prądu powstające od tych
sił elektromotorycznych wyrażać się będą wzorami:

$$\begin{aligned}\hat{J}_1 x &= \hat{E}_1 \cdot \frac{1}{Z} \cdot e^{-kx} \\ \hat{J}_2 x &= \hat{E}_2 \cdot \frac{1}{Z} \cdot e^{-k(2l-x)}\end{aligned}$$

Uwzględniając fazę tych sił elektromotorycz-
nych widzimy, że te dwa prądy odejmują się i wypad-
kowy prąd od obydwóch sił elektromotorycznych bę-
dzie:

$$\hat{J} = \hat{J}_1 - \hat{J}_2 = \hat{E} \cdot \frac{1}{Z} [e^{-kx} - e^{-k(2l-x)}] / 88 /$$

Napięcie względem ziemi znajdziemy na podstawie
podstawowej zależności wyprowadzonej w § 45, któ-
ra wyraża:

$$-\frac{\partial \hat{J}}{\partial x} = \hat{V}(\lambda + j \cdot C \cdot \omega)$$

Stąd:

$$\hat{V} = -\frac{1}{\lambda + j \cdot C \cdot \omega} \cdot \frac{\partial \hat{J}}{\partial x}$$

a wprowadzając wzór /88/ na] podany wyżej, otrzymamy:

$$\hat{V} = \frac{1}{A + jC\omega} \hat{E} \cdot \frac{1}{Z} k [e^{-kx} + e^{-k(2l-x)}]$$

Uwzględniając że:

$$\frac{k}{(A + jC\omega) \cdot Z} = 1$$

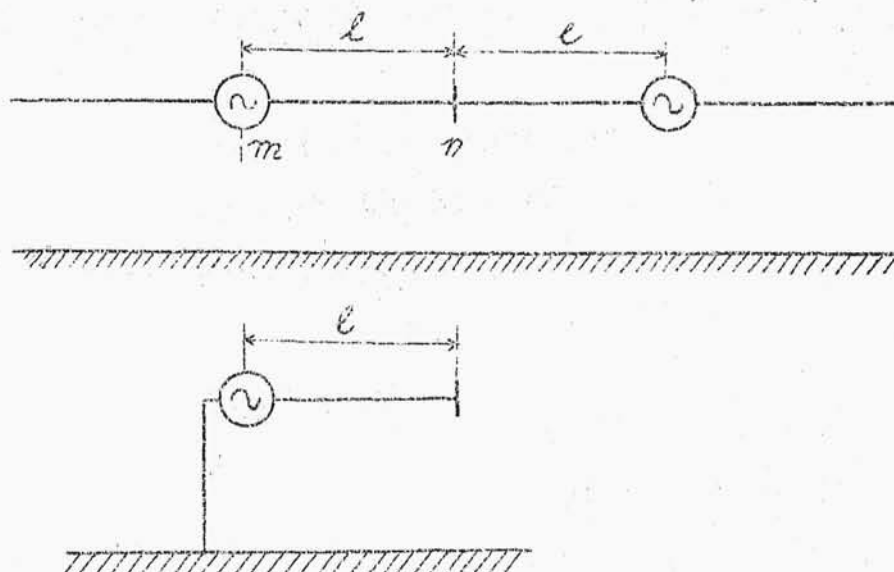
Wypada:

$$\hat{V} = \hat{E} [e^{-kx} + e^{-k(2l-x)}] \quad /89/$$

50. Fale w drucie uziemionym w jednym końcu skończonej długości l , powstające pod wpływem siły elektromotorycznej w uziemionym końcu. Zjawiska zachodzące w takim drucie dają się naśladować pomocą dwóch sił elektromotorycznych w nieskończenie długim drucie poprzednio rozważonym.

Jeżeli z powyższego drutu wytniemy część m rys. 59 długość której jest l i uziemimy ją w końcu m a zarazem zachowamy dla niej połowę siły elektromotorycznej \mathcal{E}_1 to bieg fal prądu i napięcia

w tym kawałku nie ulegnie zmianie, gdyż w punkcie 4)



rys.59.

prąd wypadkowy jest równy zeru, tu dwa równo prądy o przeciwnych fazach zawsze znoszą się.

Wobec tego powyższy wzór /89/ wyraża falę napięcia wdrucie skróconej długości.

Wzór zaś / 88 / falę prądu.

51. Właściwości zasadnicze fali stojącej. Rozważymy przykład fali dźwiękowej na strunie zamocowanej na



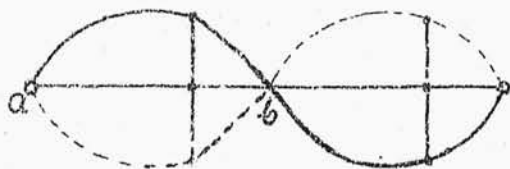
rys.60.

końcach. Ton zasadniczy otrzymuje się przy fali, powłowa długości, której równa się długości struny

$a \cdot b$.

Każdy punkt struny wykonywa ruchy wahadkowe o różnych amplitudach ale zgodnych fazach.

Druga harmoniczna fala stojąca będzie miała oczywiście w środku struny węzeł.



Fazy drgań w poszczególnych połówkach będą przeciwnne.

rys. 61.

52. Stojące fale prądu i napięcia w drucie skończonej długości. Pod wpływem siły elektromotorycznej, działającej w jednym końcu rys. ⁵⁹ powstają fale stojące przy uzgodnieniu długości drutu z częstotliwością zmian siły elektromotorycznej.

Wynika to z następującego rozumowania.

Przy założeniu, że nie mamy strat, a więc $R=0$ i $\lambda R=0$ wzory /88/ i /89/ na prąd i napięcie przybierają postać:

$$\hat{J} = \hat{E} \cdot \frac{1}{Z} [e^{-j\beta x} - e^{-j\beta(2l-x)}]$$

$$\hat{V} = \hat{E} \cdot [e^{-j\beta x} + e^{-j\beta(2l-x)}]$$

Jeżeli założymy że:

$$l = m \cdot \frac{\lambda}{4}$$

gdzie m - liczba całkowita nieparzysta, to

$$\beta \cdot 2l = 2m \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot \beta$$

uwzględniając, że:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

wypadnie:

$$\beta \cdot 2l = 2m \cdot \frac{2\pi}{\beta \cdot 4} \cdot \beta = m \cdot \pi$$

wobec tego:

$$e^{-j\beta 2l} = e^{-jm\pi} = \cos(m\pi) - j\sin(m\pi) = -1$$

a wzory na prąd i napięcie będą:

$$\hat{I} = \hat{E} \cdot \frac{1}{Z} (e^{-j\beta x} + e^{j\beta x})$$

$$\hat{V} = \hat{E} \cdot (e^{-j\beta x} - e^{j\beta x})$$

Podstawiając wzory trygonometryczne na miejsce wyrazów potęgowych otrzymamy:

$$e^{-j\beta x} + e^{j\beta x} = \cos \beta x - j \sin \beta x + \cos \beta x + j \sin \beta x = 2 \cos \beta x$$

$$e^{-j\beta x} - e^{j\beta x} = -2j \sin \beta x$$

Wobec tego:

$$\hat{I} = E_m \cdot \frac{1}{Z} \cdot 2 \cos \beta x \cdot e^{j\omega t}$$

stąd wynika że we wszystkich punktach drutu zmiany prądu są w fazie, różne są tylko amplitudy.

Podobnie napięcie wyrażać się będzie wzorem:

$$\hat{V} = -E_m \cdot 2j \sin \beta x \cdot e^{j\omega t}$$

a więc we wszystkich punktach drutu zmiany napięcia są w fazie między sobą.

Zmiany napięcia są opóźnione w fazie względem zmian prądu o ćwierć okresu co widzimy z czynnika

$-j$ którego niema we wzorze na prąd.^{?)}

Maximalna wartość w czasie w pewnym punkcie na odle-

^{?)} Tak jak w obwodzie z pojemnością.

gęstości \mathcal{X} od początku współrzędnych wyraża się dla prądu wzorem:

$$I_{mx} = \frac{2E_m}{Z_1} \cdot \cos \beta x$$

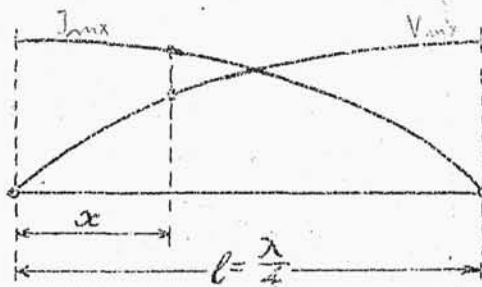
a więc zmienia się wzdłuż drutu kosinusoidalnie.

Dla napięcia wzorem:

$$V_{mx} = 2E_m \cdot \sin \beta x$$

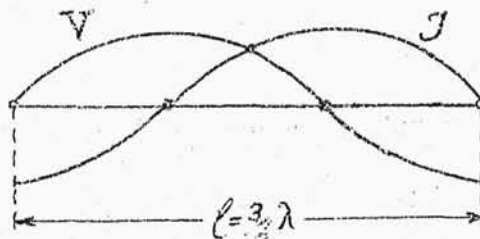
a więc zmienia się sinusoidalnie.

Przy $n=1$ wykresy na rozkład przestrzenny prądu i napięcia są wskazane na rys. 62.



rys. 62.

Przy $n=3$ takie same wykresy są wskazane na rys. 63



rys. 63.