

Wprowadzając znalezione wartości całek do wzoru /82/ na str. 117 otrzymamy:

$$L_z - L_s = \mu \cdot \left\{ \frac{2}{n \cdot r} \left( \frac{\text{ber} \cdot \text{ber}' + \text{bei} \cdot \text{bei}'}{\text{ber}^2 + \text{bei}^2} \right) - \frac{1}{(nr)^2} \right\}$$

Stąd dla  $nr \leq 2$  w przybliżeniu:

$$L_z = L_s - \frac{1}{48} \left( \frac{nr}{2} \right)^4 + \frac{13}{8640} \left( \frac{nr}{2} \right)^6$$

Dla znacznych wartości  $nr$ , otrzymuje się wzór przybliżony Zenneck'a:

$$L_z = L_s + \mu \left\{ \frac{1,424}{nr} - \frac{0,160}{(nr)^2} - 0,5 \right\}$$

43. Cewka w obwodzie prądu szybkosmiennego. Cewki utworzone ze zwojów drutu jednowarstwowe lub kilka warstwowe mają własności, które nie wyczerpują się indukcyjnością i opornością omową.

Poszczególne zwoje cewki stanowią przewodniki oddzielone od siebie izolacją. Pomiedzy przyległymi zwojami mamy różnice potencjałów elektrycznych, a więc nieodzownie objawia się pojemność elektryczna w takich układach.

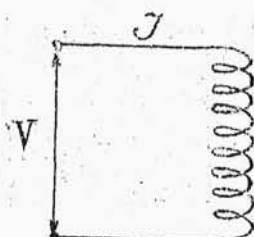
Poszczególne warstwy cewki wielowarstwowej

również stanowią przewodniki izolowane od siebie znajdujące się pod napięciem, a więc również mają pojemność.

Słowem cewka jest rodzajem układu przewodników, posiadających wszystkie trzy cechy zasadnicze obwodów  $R$ ,  $L$ , i  $C$ .

Względem prądu wprowadzonego do cewki na końcach pojemność cewki jest połączona równolegle z indukcyjnością.

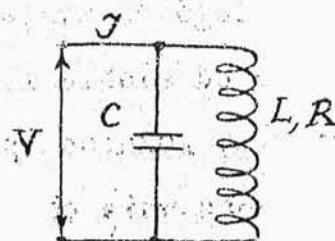
Wobec tego właściwości cewki rys.42. mogą być ujawnione w układzie na rys. 43. gdzie



rys. 42.

$C$  - jest pojemnością zastępczego kondensatora pobierającego taki sam prąd pojemnościowy jak rozłożona pojemność zwojów cewki względem siebie.

Przy małych częstotliwościach wpływ  $C$  na przebieg prądu jest znikom mały.



rys. 43.

W miarę jednak wzrastania częstotliwości znaczenie  $C$  staje się coraz większe.

Założmy, że  $R=0$

Wtedy:

$$J = V \cdot \left( \frac{1}{L\omega} - C\omega \right)$$

Oznaczmy przez  $L_p$  - pozorną indukcyjność cewki, wyznaczoną ze wzoru:

$$\frac{V}{J} = L_p \omega$$

Wtedy:

$$L_p \omega = \frac{1}{\frac{1}{L\omega} - C\omega} = \frac{L\omega}{1 - \omega^2 LC}$$

Stąd:

$$L_p = \frac{L}{1 - \omega^2 LC}$$

Gdy  $\lambda$  jest długością fali odpowiadającą pulsacji  $\bar{\omega}$ , to

$$\bar{\omega} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot u = \frac{6,28}{\lambda} \cdot 3 \cdot 10^{10}$$

Jeżeli  $C$  wyrażać będziemy w  $\mu\mu F$ , a  $L$  w  $\mu H$  i  $\lambda$  w metrach, to

$$L_p = \frac{L}{1 - 3,553 \cdot \frac{CL}{\lambda^2}}$$

Z tego wzoru widzimy wyraźnie, że w miarę zmniejszania się częstotliwości prądu t.j. zwiększania się długości fali  $\lambda$  składnik w mianowniku szybko maleje:

Przykład:  $C = 10 \mu\mu F$  ,  $L = 144 \mu H$

Przy  $\lambda = 120 m$ .

$$3,553 \cdot \frac{CL}{\lambda^2} = 3,553 \cdot 10^{-4} = 0,355$$

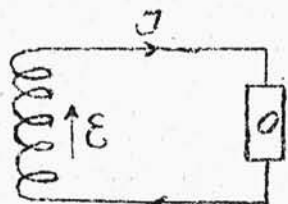
Przy  $\lambda = 1200 m$ .

$$3,553 \cdot \frac{CL}{\lambda^2} = 3,553 \cdot 10^{-3} = 0,00355$$

W miarę zmniejszania się długości fali  $L_p$  rośnie, przy:

$$3,553 \cdot \frac{CL}{\lambda^2} = 1$$

$L_p$  staje się nieskończenie wielkie, wtedy mamy rezonans pomiędzy indukcyjnością i pojemnością cewki. Przy dalszym zmniejszaniu się  $\lambda$ , otrzymuje się  $L_p$  ujemne, co świadczy o tym, że właściwości pojemnościowe cewki przeważały.



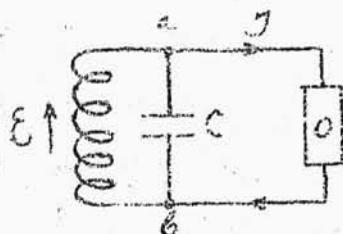
rys. 44.

Przy częstotliwościach bardzo wielkich wzdłuż cewki tworzą się fale i zjawiska prądu w takich cewkach komplikują się jeszcze więcej.

Inaczej zachowuje się cewka gdy siłę

elektromotoryczną wywołującą prąd w obwodzie mamy właśnie w tej cewce rys.44

Biorąc zastępczy obwód /rys.45 / cewki widzimy że prąd  $I$  płynący w odbiorniku zależy od napięcia  $V_{ab}$ , na które pewien wpływ może mieć pojemność cewki.

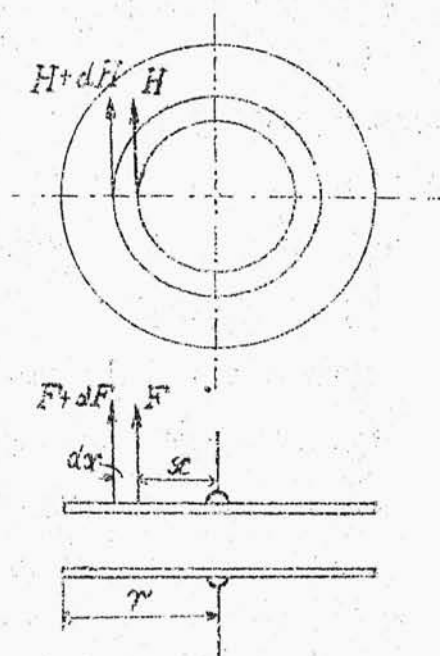


rys.45.

#### 44. Kondensator przy bardzo wielkich częstotliwościach.

Rozważamy płaski kondensator okrągły, w którym odległość pomiędzy okładzinami jest mała w porównaniu do wielkości okładzin.

Przy tych zastrzeżeniach przyjąć możemy linie pola elektrycznego są prostopadłe do powierzchni okładzin i ułożone symetrycznie względem środka.



rys.46.

Wyprowadzimy wzór na pojemność takiego kondensatora z uwzględnieniem, że

natężenie pola elektryczne jest zmienne w czasie i w przestrzeni - a mianowicie zależy od odległości  $x$  rozważanego punktu od osi kondensatora.

Przedewszystkiem zestawiamy równania.

W zmiennem polu elektrycznym jest pole magnetyczne. W braku prądów przewodowych pole magnetyczne powstaje pod wpływem przesunięć elektrycznych.

We wzorach:  $4\pi i = \int u \, dl$

$$\frac{\partial}{\partial x} (4\pi i) \cdot dx = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \int H \, dl \right] dx$$

W tym przypadku:

$$4\pi \frac{\partial i}{\partial x} \cdot dx = di = \frac{1}{v} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{EF}{4\pi} \cdot 2\pi x \, dx$$

Spółczynnik  $\frac{1}{v}$  wprowadzono dla przejścia od jednostek c.g.s. E.S. do c.g.s. E.M. gdyż w dalszym ciągu  $E$  i  $F$  wyrażać będziemy w c.g.s. E.S., a  $H$  w c.g.s. E.M.

Tu c.g.s. E.S. oznacza bezwzględne jednostki elektrostatyczne, a c.g.s. E.M. oznacza bezwzględne jednostki elektromagnetyczne.

Z teorii elektromagnetyzmu wiadomo, że:

$$\frac{F_{c.g.s.E.S.}}{F_{c.g.s.E.S.}} = v; \quad \frac{F_{c.g.s.E.M.}}{F_{c.g.s.E.S.}} = \frac{1}{v^2}$$

tu  $v = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sek.}}$

$$\frac{\partial}{\partial x} [\int H dl] dx = \frac{\partial}{\partial x} (H \cdot 2\pi x) dx = 2\pi (x \frac{\partial H}{\partial x} + H) dx$$

Wobec tego:

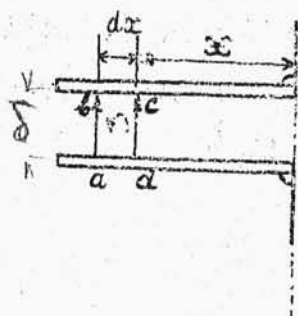
$$\frac{1}{v} \cdot 4\pi \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{\tilde{\epsilon} \cdot F}{4\pi} \cdot 2\pi x = 2\pi (x \frac{\partial H}{\partial x} + H)$$

A więc po uproszczeniu:

$$\epsilon \cdot \frac{1}{v} \cdot \tilde{\epsilon} \cdot \frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{x} \cdot H \quad /83/$$

Tu  $\tilde{\epsilon}$  - stała dielektryczna ośrodka pomiędzy okładkami,  $F$  i  $H$  natężenie pól elektrycznego i magnetycznego w odległości  $x$  od osi.

Na podstawie wzoru:  $\mathcal{E} = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$



rys. 47.

dla obwodu  $a b c d$  wyprowadzimy równanie drugie.

$$v \left[ F \cdot \delta - \left( F + \frac{\partial F}{\partial x} dx \right) \delta \right] = - \frac{\partial}{\partial t} dx \cdot \delta \mu \cdot H$$

Stąd:

$$v \cdot \frac{\partial F}{\partial x} = \mu \cdot \frac{\partial H}{\partial t} \quad /84/$$

Różnicujemy  $H$

Różniczkując /83/ równanie po  $\partial t$  otrzymamy:

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial H}{\partial t} \right) + \frac{1}{x} \cdot \frac{\partial H}{\partial t}$$

Podstawiając tu  $\frac{\partial H}{\partial t}$  z równania /84/ otrzymamy:

$$\frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{1}{\mu} + \frac{1}{x} \cdot \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{1}{\mu} \quad /85/$$

Zakładamy że natężenie pola elektrycznego zmienia się w czasie sinusoidalnie, wtedy:

$$F = \bar{F} \cdot e^{j\omega t}$$

Podstawiając ten wyraz do równania /85/ otrzymamy:

$$\frac{d^2 \bar{F}}{dx^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{d \bar{F}}{dx} + \frac{\mu \cdot \epsilon \cdot \omega^2}{v^2} \cdot \bar{F} = 0$$



Wprowadzając skrót:

$$\frac{\mu \cdot \bar{\omega}^2}{\gamma^2} = a^2$$

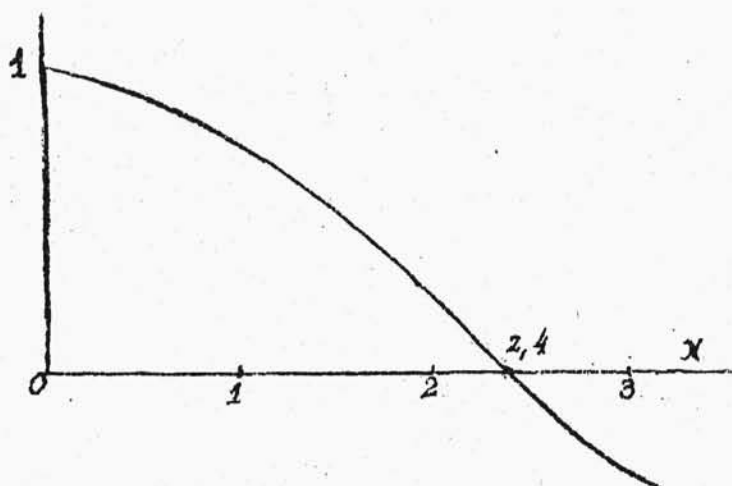
Otrzymamy:

$$\frac{d^2 \bar{F}}{dx^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{d\bar{F}}{dx} + a^2 \cdot \bar{F} = 0$$

Praktyczne rozwiązanie tego równania przedstawia wzór:

$$\bar{F} = A \cdot I_0(ax)$$

$I_0(ax)$  - funkcja beselowska rzędu zerowego od  $(ax)$ ,  $A$  - współczynnik stały.



rys.48.

Natężenie pola elektrycznego zmienia się w zależności od odległości od środka tak jak wartość funkcji beselowskiej od rzeczywistego  $x$  rys.48.

Z tego wynika że we wszystkich punktach dielektryka zmiany natężenia pola elektrycznego zachodzą w fazie i, że przy posuwaniu się od środka do brzegów natężenie pola elektrycznego maleje.

Wobec tego że  $I_0(a, x) = 1$ .

$$\bar{F} = A$$

Ładunek na elementarnym pierścieniu powierzchni okładziny kondensatora będzie w jednostkach c.g.s.

E.S.

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot F}{4\pi} \cdot 2\pi x dx = \frac{\frac{1}{2} \bar{F}}{2} x dx$$

A więc na całej okładzinie:

$$Q = \int_0^r \frac{\frac{1}{2} \bar{F}}{2} x dx = \frac{\frac{1}{2} \bar{F}}{2} A \int_0^r I_0(ax) x dx$$

402

Z wyvodu na str. znany rozwiązanie tej całki:

$$\int_0^r I_0(ax) x dx = \frac{r}{a} \cdot I_1(ar)$$

Więc:

$$Q = \frac{\frac{1}{2} \bar{F}}{2} A \cdot \frac{r}{a} \cdot I_1(ar)$$

Napięcie na kondensatorze obliczymy według natężenia pola elektrycznego na brzegu okładziny.

Biorąc za napięcie kondensatora:)

$$\bar{V} = \bar{F} \cdot \delta = A \cdot I_0(ar)$$

Waga - str. 131

Otrzymamy pojemność dla prądu zmiennego czyli dynamiczną:

$$C_z = \frac{\bar{Q}}{\bar{V}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot r}{25 \cdot a} \cdot \frac{I_1(ar)}{I_0(ar)}$$

Pojemność statyczna takiego kondensatora wyraża się wzorem:

$$C_s = \frac{\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2}{4 \cdot \pi \cdot \delta}$$

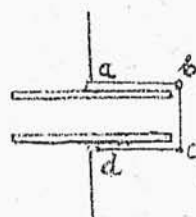
Wobec tego stosunek pojemności dynamicznej do statycznej będzie:

$$\frac{C_z}{C_s} = \frac{2}{a \cdot r} \cdot \frac{I_1(ar)}{I_0(ar)}$$

Czynnik:

$$a \cdot r = \frac{\mu \cdot \frac{1}{2} \cdot \bar{W} \cdot r}{v} = \frac{\mu \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \pi \cdot f \cdot r}{3 \cdot 10^{10}} = 2,09 \cdot 10^{-10} \cdot \mu \cdot f \cdot r$$

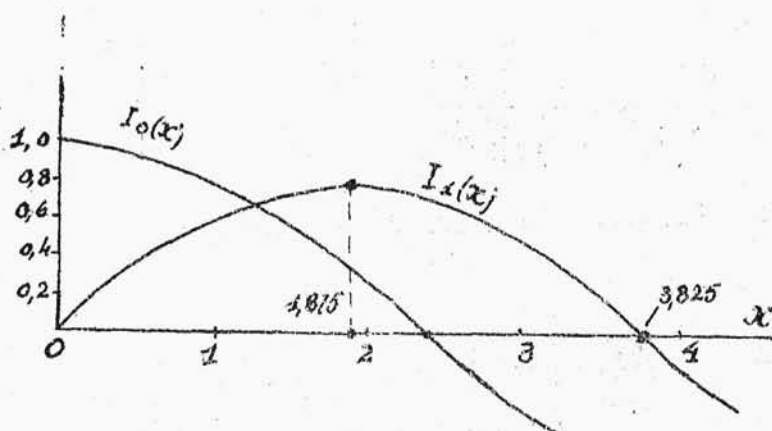
z str. 130 Jest to napięcie  
liczone po drodze a, b, c, d  
rys. 49 bez uwzględnienia  
spadku napięcia  
w okładkach.



rys. 49.

Ozynniki ten w miarę zwiększania się częstotliwości prądu rośnie, przy prądzie stałym równa się zero.

Przebieg zmienności rozważanego stosunku  $\frac{C_z}{C_s}$  zależy od kształtu funkcji:  $I_1(a\tau)$  i  $I_0(a\tau)$ . Na rys. 50 podajemy przebieg tych funkcji.



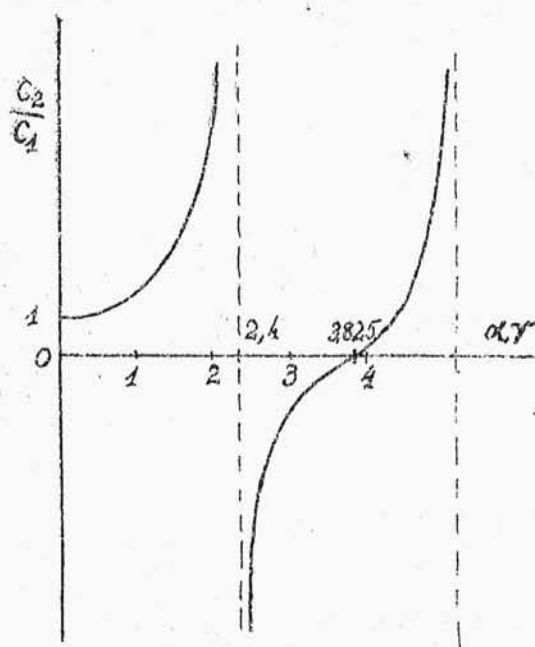
rys. 50.

Z tego przebiegu wynika, że  $\frac{C_z}{C_s}$  ze wzrostem  $\gamma$  rośnie w ten sposób, że przy  $a\tau = 2,4$  przybiera wartość nieskończenie wielką.

Dalej stosunek ten zmienia znak i przy  $a\tau = 3,825$  staje się równy zero, dalej znowu rośnie i t.d. Wykres tej zmienności mamy na rys. 51.

Przykład. Kondensator powietrzny na

$\tau = 10$  cm. Prąd ma częstotliwość odpowiadającą fali  $10m = 1000$  cm.



rys. 51.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{1000} = 3 \cdot 10^7 \text{ okr. na sek.}$$

$$\begin{aligned} a \cdot r &= \frac{\mu \cdot f}{3 \cdot 10^{10}} \cdot 2\pi f \cdot r = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \cdot 2\pi \cdot 3 \cdot 10^7 \cdot 10^{-2} \\ &= 2\pi \cdot 10^{-2} = 6,28 \cdot 10^{-2} \end{aligned}$$

$$I_0(a\tau) = 1 - \frac{(a\tau)^2}{2^2} \dots\dots\dots$$

$$I_1(a\tau) = \frac{a\tau}{2} - \frac{(a\tau)^3}{2^4} \dots\dots\dots$$

$$\frac{C_z}{C_s} = \frac{2}{ar} \cdot \frac{\frac{ar}{2} \left(1 - \frac{(ar)^2}{2^2}\right)}{1 - \frac{(ar)^2}{2^2}} = \frac{1 - \frac{(ar)^2}{2^2} \cdot \frac{1}{2}}{1 - \frac{(ar)^2}{2^2}} =$$

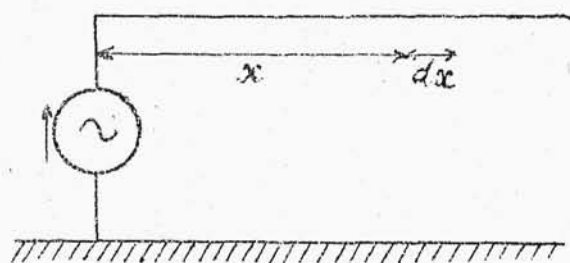
$$= 1 + \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{ar}{2}\right)^2}{1 - \frac{(ar)^2}{2^2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{ar}{2}\right)^2 = 1 + 4,94 \cdot 10^{-4} =$$

$$= 1,000494.$$

## ROZDZIAŁ V.

Fale w drucie wywołane sinusoidalnie zmienną siłą elektromotoryczną.

45. Napięcie i natężenie prądu w fali wymuszonej w drucie nieograniczenie długim, rozpiętym równolegle do powierzchni ziemi i uziemionym na jednym końcu.



rys. 52.

Siła elektromotoryczna wzbudzająca fale działa na przewodzie uziemianym.

Na jeden cm. długości, drut ma pojemność

$C$ , indukcyjność  $L$ ,

oporność omową  $R$  i wpływ-