KOMISJA WYDAWNICZA
TOW. BRATNIEJ POMOCY STUDENTÓW POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

MIECZYSŁAW POŻARYSKI
PROF. POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

TEORJA PRĄDÓW SZYBKOZMIENNYCH

Nr. wyd. 227.

1931
WARSZAWA

OD WYDAWCÓW

W związku z wydaniem niniejszego podręcznika, poczuwamy się do miłego obowiązku złożenia serdecznego podziękowania Autorowi

p. prof. Mieczysławowi Pożaryskiemu,

za bezinteresowny trud przy opracowaniu doń rękopisu.

KOMISJA WYDAWNICZA
T-wa BRATN. POM. STUD. POLIT.
WARSZAWSKIEJ

Warszawa, 1 kwietnia 1931 r.

ROZDZIAŁ I.

Skala częstotliwości.

Zagadnienia techniki prądów szybkozmiennych niepodobna związać z określonym zakresem częstotliwości prądu. One występują wszędzie w pewnej mierze, gdzie częstotliwość prądu przewyższa częstotliwości stosowane dziś pospolicie w technice przenoszenia energji na odległość.

Dla orjentacji jednak podajemy na wstępie kilka liczb wytycznych w tej sprawie.

1. Częstotliwość prądów elektrycznych. W technice przesyłania energji elektrycznej znajdują zastosowanie prądy zmienne o częstotliwości 16 2/3 do 100 okresów na sekundę. Wyjątkowo dla zasilania pieców metalurgicznych znalazły w ostatnich czasach zastosowanie prądy wyższej częstotliwości od 500

do 5000 okresów na sekundę. Telefonja posiłkuje się prądami głównie o częstotliwości 100 do 20000 okresów na sekundę. Radjotechnika prądami o częstotliwości 10000 do 20000000 okresów na sekundę.

2. Długość fali elektromagnetycznej odpowiadająca częstotliwościom prądów stosowanych w radjotechnice. Prądy szybkozmienne w radjotechnice mają za zadanie na stacjach nadawczych wzbudzać fale elektromagnetyczne. Z tego względu ważny jest związek pomiędzy częstotliwością prądu a długością fali wzniecanej tym prądem.

Z ogólnej teorji fal wiadomo, że gdy oznaczymy przez λ długość fali

" u szybkość biegu fal

" T okres zmienności natężenia czynnika wywołującego fale to:

$$\lambda = u \cdot T$$

Dla fal elektromagnetycznych swobodnych zwykle przyjmujemy w radjotechnice zaokrągloną liczbę $3 \cdot 10^{10}$ centymetrów na sekundę za szybkość rozchodzenia się tych fal.

Wobec tego, że fale obecnie używane mierzymy w metrach, więc za u będziemy podstawiać liczbę : $3\cdot 10^8$ metrów na sekundę.

Uwzględniając , że częstotliwość jest odwrotnością okresu T .

Obliczymy graniczne długości fal:

Przy $f = 10000$ ok. na sek. $\lambda = 30000$ metrów

Przy $f = 2\cdot 10^7$ ok. na sek. $\lambda = 15$ metrów

Tego rodzaju częstotliwości naogół nazywamy wielkiemi.

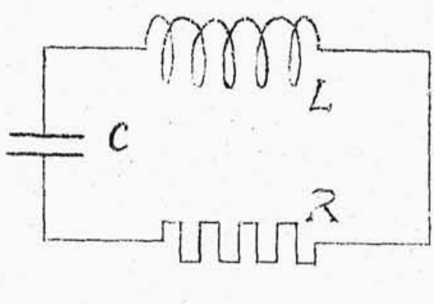
ROZDZIAŁ II.

Prądy własne obwodów elektrycznych

W obwodzie elektrycznym usuniętym od wszelkich wpływów elektrycznych, magnetycznych i elektromagnetycznych elektryczność znajduje się w równowadze. Jeżeli w jakikolwiek sposób równowagę tę naruszymy i pozostawimy obwód samemu sobie, to powstaną w nim prądy, które będziemy nazywali prądami własnemi gdyż ono mają przebieg uwarunkowany jedynie właściwościami tego obwodu, analogicznemi np. do właściwości sprężyny , która po odkształceniu sama wraca do stanu równowagi.

W obwodach rozważanych przyjmować będziemy przeważnie indukcyjności i pojemności skupione i nie będziemy brali w rachubę czasu niezbędnego dla rochodzenia się impulsów elektromagnetycznych wzdłuż obwodów.

1. <u>Obwód nierozgałęziony z opornością rzeczywistą, indukcyjnością i pojemnością.</u>



rys. 1.

Indukcyjność i oporność mogą być skupione lub rozłożone wokoło całego obwodu.

Według drugiego prawa Kirchhoffa, wobec braku sił elektromotorycznych obcych, suma spadków napięć omowego, indukcyjnego i pojemnościowego równa się zeru. Oznaczymy chwilową wartość prądu w obwodzie przez i, zakładając jednakową wokoło. Chwilową zaś wartość napięcia na kondensatorze oznaczymy przez v_c, indukcyjność, oporność i pojemność w obwodzie przez L, R i C.

Stosując znane wzory na spadki napięć otrzymamy równanie:

$$L\frac{di}{dt} + Ri + v_c = 0 \qquad /1/$$

uwzględniając znaną zależność:

$$i = C\frac{dv_c}{dt} \qquad /2/$$

otrzymamy równanie na napięcie v_c:

$$L\frac{d^2v_c}{dt^2} + R\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{C} = 0 \qquad /3/$$

Różniczkując równanie /1/ po t i uwzględniając zależność /2/ otrzymamy równanie na prąd i

$$L\frac{d^2 i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 \qquad /4/$$

Z równań /3/ i /4/ widzimy, że prąd i napięcie na kondensatorze wyrażają się tym samym równaniem różniczkowem, a więc charakter zmienności obu wielkości jest ten sam.

W postaci ogólnej napiszemy powyższe równanie w ten sposób:

$$L\frac{d^2 y}{dx^2} + R\frac{dy}{dx} + \frac{y}{C} = 0 \qquad /5/$$

Z teorji równań różniczkowych[**]) wiemy, że temu równaniu czyni zadość funkcja:

$$y = A\cdot e^{kx} \qquad /6/$$

a spółczynnik potęgowy „k", ma wartości określone charakterystycznem równaniem [*]) :

$$Lk^2 + Rk + \frac{1}{C} = 0$$

Stąd dwie wartości dla k :

$$k = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \qquad /7/$$

---

*) Równanie to otrzymuje się przez podstawienie do równania /5/go funkcji /6/ej.

**) Patrz notatki z Analizy Matematycznej ; Tom II str. 96.

Z teorji równań różniczkowych tego typu wiemy że, zależnie od wartości wyrazów pod pierwiastkiem wypadną trzy następujące wzory na rozwiązania rozważanego równania:

1.Przy

$$\frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC}, \quad \text{a więc} \quad R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$y = A_1 \cdot e^{k_1 \cdot x} + A_2 \cdot e^{k_2 \cdot x}$$

2.Przy

$$\frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}; \quad k_1 = k_2$$

$$y = (A_1 + A_2 x)e^{kx}$$

3.Przy $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$

wzór na k przybiera postać:

$$k = -\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

albo wprowadzając skrócone oznaczenia:

$$k = -\alpha \pm j \cdot \bar{\omega} \qquad /8/$$

Wtedy, jak wiadomo, rzeczywista postać rozwiązania wyraża się wzorem:

$$y = A \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin(\bar{\omega} x + \varphi) \qquad /9/$$

Zastanawiając się nad postacią rozwiązań, w różnych przypadkach, widzimy, że w 1-ym i 2-gim przebiegi zmienności napięcia i prądu z czasem mamy aperjodyczne, w przypadku zaś 3-im mamy zmienność perjodyczną.

Wszystkie trzy przebiegi mają jednak wspólną cechę, że prąd i napięcie przy nieograniczonym biegu czasu zmniejszają się do wartości nieograniczenie małej innemi słowy po czasie nieskończenie długim stają się równe zeru.

Stałe czynniki mogą być wyznaczone tylko na podstawie założeń początkowych, dotyczących stopnia i sposobu wyprowadzenia obwodu z równowagi.

2. Powrót do równowagi elektrycznej obwodu z R, L, C, w którym naruszono równowagę przez naładowanie kondensatora.

W technice prądów szybkozmiennych ma

znaczenie przedewszystkiem przypadek trzeci gdy

$$\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$$

Według przytoczonego powyżej rozwiązania wzór /9/ mamy napięcie na kondensatorze:

$$v_c = A \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\bar{\omega} t + \varphi) \qquad /10/$$

Prąd zaś wyładowania:

$$i = -C \frac{d v_c}{d t}$$

Podstawiając wzór na napięcie wypadnie:

$$i = A C e^{-\alpha t} \left[\alpha \sin(\omega t + \varphi) - \bar{\omega} \cos(\bar{\omega} t + \varphi) \right] \qquad /11/$$

W tych wzorach mamy dwie stałe, które trzeba wyznaczyć:

$$A \text{ i } \varphi$$

Ponieważ na początku rozważanego czasu przy $t = 0$, $v_c = v_0$ a $i = 0$ więc

$$v_0 = A \sin \varphi \qquad /12/$$

$$0 = A C (\alpha \sin \varphi - \bar{\omega} \cos \varphi) \qquad /13/$$

Z równania /13/

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\bar{\omega}}{\alpha}$$

a przeto: $\sin\varphi = \frac{\bar{\omega}}{\sqrt{\alpha^2 + \bar{\omega}^2}}$

stąd mamy, uwzględniając równanie /12/, wartość na A.

$$A = \frac{U_0 \cdot \sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}{\bar{\omega}} = \frac{U_0}{\bar{\omega} \cdot \sqrt{LC}} \quad {}^{*)}$$

Podstawiając wartość na A do równania /10/ łatwo znajdziemy:

$$U_c = \frac{U_0}{\bar{\omega} \cdot \sqrt{LC}} \cdot e^{-\alpha t} \sin(\bar{\omega} t + \varphi) \qquad /14/$$

Podstawiając zaś wartość na A i na $\cos\varphi$ oraz $\sin\varphi$ do równania /11/ otrzymamy *)

$$i = \frac{U_0}{\bar{\omega} L} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin\bar{\omega} t \qquad /15/$$

Ze wzorów /14/ i /15/ widzimy, że napięcie i prąd zmieniają się według prawa tłumionej sinusoidy z różnicą faz φ.

---

*) Uwzględniając że $\alpha = \frac{R}{2L}$, a $\bar{\omega} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$