

Ugięcie łuku w zworniku.

Obliczenie reakcji w zworniku.

Całkowite przesunięcie zwornika wywołane momentem gnącym, siłą normalną oraz zmianą temperatury, stanowią algebraiczną sumę wielkości Δy_M , Δy_N , Δy_t oraz Δx_M , Δx_N , Δx_t . Są to składowe ugięcia łuku w zworniku.

Składowa w kierunku osi Y :

$$\Delta y = \sum_A^C \frac{x \cdot s}{EJ} (M_c + N_c y + T_c x - M_{p1}) +$$

$$- \sum_A^C \frac{s \cdot \sin \xi}{E \cdot d} (N_c \cos \xi - T_c \sin \xi + P_1') + \dots /3/$$

$$+ f_1 \cdot \omega \cdot t ;$$

Składowa w kierunku osi X :

$$\Delta x = - \sum_A^C \frac{y \cdot s}{EJ} (M_c + N_c y + T_c x - M_{p1}) +$$

$$- \sum_A^C \frac{s \cdot \cos \xi}{E \cdot d} (N_c \cos \xi - T_c \sin \xi + P_1') + \dots /4/$$

$$+ l_1 \cdot \omega \cdot t ;$$

Całkowity kąt obrotu przekroju w zworniku

$$\psi = \sum_A^c \frac{S}{EJ} (M_c + N_c y + T_c x - M_{p1}) ; \dots /5/$$

Równania powyższe są niezależne, nie mogą być jednak rozwiązane, gdyż zawierają 6 niewiadomych Δy , Δx , ψ , M_c , N_c oraz T_c . Aby otrzymać jednoznaczne rozwiązanie, trzeba wykonać podobne obliczenie dla prawej strony łuku i ustawić 3 nowe równania, podobne do równań /3/, /4/, /5/ i zawierające te same 6 niewiadomych.

Równania dla prawej strony łuku będą posiadały te same składniki co równania /3/, /4/, /5/, wyprowadzone dla lewej strony łuku. Różnić się będą tylko znakami przy niektórych wyrazach.

Moment dodatni, t.j. przeciwny ruchowi wskazówki zegara, w prawej części łuku wywoła obroty przekrojów w kierunku ujemnym /w kierunku zmniejszających się kątów środkowych/. Dlatego $\Delta\psi$ oraz ψ będą ujemne. Ponieważ odległości /współrzędne/ przyjęliśmy uważać za dodatnie bez względu na kierunek, więc znaki Δy_n , Δy_n , Δy_t nie zmieniają się w żadnym równaniu. Dodatni moment wywoła przesunię-

cie δx_M i Δx_M na prawo / w kierunku dodatnim/, dlatego znak minus we wzorach dla δx_M i Δx_M zmienia się na plus. Siłę ścinającą T_c , działającą ku górze przy rozpatrywaniu lewej części łuku, przyjeto za dodatnią; przy rozpatrywaniu prawej strony łuku T_c musi działać na dół, zmieniają się więc wszystkie znaki przed iloczynami, zawierającymi czynnik T_c . Wpływ zmiany długości Δs będzie dla prawej strony łuku odwrócony, zmieniają się więc znaki we wzorach dla δx_N , Δx_N i Δx_t .

Po dokonaniu powyższych zmian znaków otrzymamy nowe 3 równania niezależne, które łącznie z podobnymi im równaniami /3/, /4/, /5/ dla lewej strony łuku zawierają razem te same 6 niewiadomych i mogą być jednoznacznie rozwiązane.

Przesunięcia Δy , Δx i obrót ψ najłatwiej wyeliminować i wtedy dostajemy układ takich 3 równań

$$\sum_A^c \frac{s \cdot s}{EJ} (M_c + N_c y + T_c x - M_{p1}) +$$

$$- \sum_A^c \frac{s \cdot \sin \xi}{E \cdot d} (N_c \cos \xi - T_c \sin \xi + P_1') + f_1 \omega t =$$

$$= \sum_B^C \frac{x \cdot s}{EJ} (M_c + N_c y - T_c x - M_{p2}) +$$

$$+ \sum_B^C \frac{s \cdot \sin \xi}{E \cdot d} (N_c \cos \xi + T_c \sin \xi + P_2') + f_2' \omega t ;$$

$$- \sum_A^C \frac{y \cdot s}{EJ} (M_c + N_c y + T_c x - M_{p1}) +$$

$$- \sum_A^C \frac{s \cdot \cos \xi}{E \cdot d} (N_c \cos \xi - T_c \sin \xi + P_1') + l_1 \omega t =$$

$$= \sum_B^C \frac{y \cdot s}{EJ} (M_c + N_c y - T_c x - M_{p2}) +$$

$$+ \sum_B^C \frac{s \cdot \cos \xi}{E \cdot d} (N_c \cos \xi + T_c \sin \xi + P_2') - l_2 \omega t ;$$

$$\sum_A^C \frac{s}{EJ} (M_c + N_c y + T_c x - M_{p1}) =$$

$$= - \sum_B^C \frac{s}{EJ} (M_c + N_c y - T_c x - M_{p2}) ;$$

$M_{p1} \quad p'_1 \quad f_1 \quad l_1$ dotyczą lewej strony łuku, zaś

$M_{p2} \quad p'_2 \quad f_2 \quad l_2$ " " " " " " " "

Jeśli oznaczymy podobnie: \sum_1 zamiast \sum_A^c , a \sum_2 zamiast \sum_B^c , to równania powyższe można napisać w takiej postaci

$$\begin{aligned} & M_c \left(\sum_1 \frac{x \cdot s}{J} - \sum_2 \frac{x \cdot s}{J} \right) + N_c \left(\sum_1 \frac{x \cdot y \cdot s}{J} - \sum_1 \frac{s \cdot \sin \xi \cdot \cos \xi}{d} + \right. \\ & \left. - \sum_2 \frac{x \cdot y \cdot s}{J} + \sum_2 \frac{s \cdot \sin \xi \cdot \cos \xi}{d} \right) + T_c \left(\sum_1 \frac{x^2 s}{J} + \right. \\ & \left. + \sum_2 \frac{x^2 s}{J} + \sum_1 \frac{s \cdot \sin^2 \xi}{d} + \sum_2 \frac{s \cdot \sin^2 \xi}{d} \right) = \sum_1 \frac{M_{p1} \cdot x \cdot s}{J} + \dots / 6 / \\ & - \sum_2 \frac{M_{p2} \cdot x \cdot s}{J} + \sum_1 \frac{p'_1 \cdot s \cdot \sin \xi}{d} - \sum_2 \frac{p'_2 \cdot s \cdot \sin \xi}{d} + \\ & - E \omega t (f_1 - f_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & M_c \left(\sum_1 \frac{y \cdot s}{J} + \sum_2 \frac{y \cdot s}{J} \right) + N_c \left(\sum_1 \frac{y^2 \cdot s}{J} + \sum_2 \frac{y^2 \cdot s}{J} + \right. \\
 & \left. + \sum_1 \frac{s \cdot \cos^2 \xi}{d} + \sum_2 \frac{s \cdot \cos^2 \xi}{d} \right) + T_c \left(\sum_1 \frac{x \cdot y \cdot s}{J} + \right. \\
 & \left. - \sum_2 \frac{x \cdot y \cdot s}{J} - \sum_1 \frac{s \cdot \sin \xi \cdot \cos \xi}{d} + \sum_2 \frac{s \cdot \sin \xi \cdot \cos \xi}{d} \right) = \dots /7/ \\
 & = \sum_1 \frac{M_{p1} \cdot y \cdot s}{J} + \sum_2 \frac{M_{p2} \cdot y \cdot s}{J} - \sum_1 \frac{P_1' \cdot s \cdot \cos \xi}{d} + \\
 & - \sum_2 \frac{P_2' \cdot s \cdot \cos \xi}{d} + E \cdot \omega \cdot t (l_1 + l_2) ;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & M_c \left(\sum_1 \frac{s}{J} + \sum_2 \frac{s}{J} \right) + N_c \left(\sum_1 \frac{s \cdot y}{J} + \sum_2 \frac{s \cdot y}{J} \right) + \dots /8/ \\
 & + T_c \left(\sum_1 \frac{s \cdot x}{J} - \sum_2 \frac{s \cdot x}{J} \right) = \sum_1 \frac{M_{p1} \cdot s}{J} + \sum_2 \frac{M_{p2} \cdot s}{J} ;
 \end{aligned}$$

W równaniach powyższych wyeliminowano współczynnik E przyjęty za stały.

Po określeniu stałych wyrazów i współczynników przy M_c , N_c i T_c równania /6/, /7/, /8/ można łatwo rozwiązać. Przede wszystkim wielkości

stałe można wynieść przed znak sumowania. Dla uproszczenia rachunku wielkość S powinniśmy uczynić jednakową /stałą/ dla wszystkich klinów. Moment bezwładności J jest stały, gdy łuk ma jednostajną grubość / $d = \text{constans}$ /.

Znalazłszy M_c , N_c i T_c obliczamy momenty zginające oraz siły normalne i ścinające w przekrojach pośrednich /między wezłowiami a zwornikiem/, posługując się równaniami /1/ i /2/ osobno dla lewej i dla prawej strony łuku.

Ugięcia w punktach pośrednich łuku.

Składowe ugięcia łuku w zworniku określają równania /3/ i /4/, które służyć mogą także do obliczania przesunięć Δy i Δx innych punktów łuku przez każdorazowe zsumowanie przesunięć kolejnych klinów od wezłowia do punktu rozpatrywanego. Lepiej jednak zastosować inną metodę, łatwiejszą. Należy mianowicie określić przesunięcie dla każdego klina z osobna i następnie sumować wyniki posuwając się stopniowo od wezłowia do zwornika.

Obrót pierwszego klina /mierzony w środku klina/ określa wzór

$$\Delta \psi_1 = \sum \frac{M_s}{EJ} ;$$

Sumowanie na całej długości pierwszego klina. Jeśli przyjąć średnie /t.zn. w środku klina/ wielkości M oraz J to otrzyma się

$$\Delta\psi_1 = \frac{Ms}{EJ};$$

wzór podany na str.273. Ponieważ dotyczy to pierwszego klina /licząc od węzłowa/, wprowadzamy dla jasności znaczki 1:

$$\Delta\psi_1 = \frac{M_1 s_1}{E J_1};$$

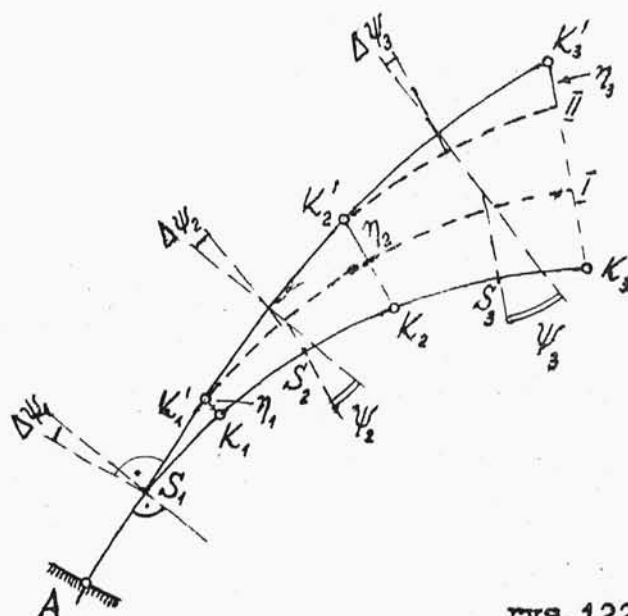
Tak samo wyrazi się obrót poszczególnych innych klinów, a więc

$$\Delta\psi_2 = \sum_{K_1}^{K_2} \frac{Ms}{EJ} = \frac{M_2 s_2}{E J_2};$$

$$\Delta\psi_3 = \sum_{K_2}^{K_3} \frac{Ms}{EJ} = \frac{M_3 s_3}{E J_3};$$

i t.d.

Na rys.122 przedstawiono odkształcanie się łuku, jak gdyby to było kolejne odkształcanie się poszczególnych klinów: najpierw odkształca się klin pierwszy - łuk przyjmuje pozycję $AK'_1 - \bar{I}$; następnie odkształca się klin drugi - łuk zmienia swe położenie do $AK'_1 K'_2 - \bar{II}$. Odkształcenie następnego klina,



rys.122.

trzeciego z kolei, doprowadza łuk do pozycji $AK'_1K'_2K'_3$, i t.d.. Jest to zobrazowanie metody przyjętej przy obliczaniu ugięć w poszczególnych punktach łuku.

Załamienie linii ugięcia w połowie pierwszego klina jest wynikiem obliczania kątów $\Delta\psi$ dla środków klinów a nie dla ich końców. Nie ma to jednak praktycznego znaczenia.

Całkowity obrót pewnego przekroju jest sumą obrotów wszystkich pośrednich klinów od węzłowa do rozpatrywanego przekroju, a więc /rys.122/:

$$\psi_2 = \Delta\psi_1 + \Delta\psi_2 = \frac{M_1 \cdot s_1}{EJ_1} + \frac{M_2 \cdot s_2}{EJ_2} = \sum_A^{s_2} \frac{M \cdot s}{EJ};$$

$$\psi_3 = \psi_2 + \Delta\psi_3 = \sum_A^{s_3} \frac{M \cdot s}{EJ};$$

i t.d.

Sumowanie prowadzone jest od wierzchołka do środka tego klina, w którym obliczamy obrót.

Obroty przekrojów wywołują przesunięcia łuku. Dla pierwszego klina przesunięcie $K_1 K'_1$ wynosi /rys.122/:

$$\eta_1 = \frac{s_1}{2} \cdot \Delta\psi_1 = \frac{s_1^2}{2} \cdot \frac{M_1}{EJ_1};$$

Dla drugiego klina przesunięcie pkt K'_2 względem K'_1 wynosi

$$\eta_2 = s_2 \psi_K + \frac{s_2}{2} \Delta\psi_2 = s_2 \sum_A^{s_2} \frac{M s}{EJ};$$

Składnik pierwszy oznacza wpływ obrotu przekroju w pkt K_1 .

Dla trzeciego klina

$$\eta_3 = s_3 \sum_A^{s_3} \frac{M s}{EJ};$$

i t.d.

Przesunięcia η_1, η_2, \dots poszczególnych klinów nie są jednokierunkowe i muszą być wobec tego dodawane geometrycznie /wykreślnie/. Algebraicznie można dodawać tylko składowe przesunięcia: δx_M i δy_M . Znaczek M oznacza, że są to przesunięcia wywołane momentem zginającym. Wpływ sił normalnych omówiony jest dalej.

Z dostateczną dokładnością dla praktyki η_1, η_2, \dots można przyjąć prostopadłe do cięciwy osi klina, czyli równoległe do promieni $OS_1; OS_2, \dots$ /rys. 123/, zatem np. dla trzeciego klina

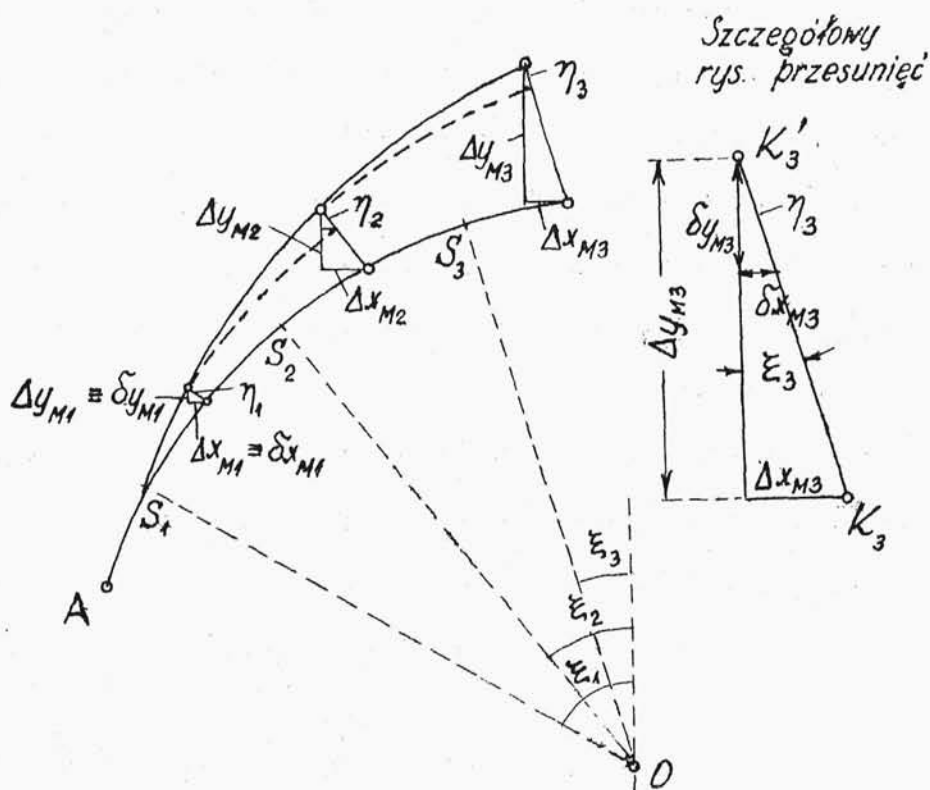
$$\delta x_{M3} = \eta_3 \cdot \sin \xi_3 = -s_3 \cdot \sin \xi_3 \sum_A^{S_3} \frac{Ms}{EJ};$$

$$\delta y_{M3} = \eta_3 \cdot \cos \xi_3 = s_3 \cdot \cos \xi_3 \sum_A^{S_3} \frac{Ms}{EJ};$$

i podobnie dla innych klinów. Znak minus przy δx omówiony został już na str. 275.

Całkowite przesunięcia są sumą przesunięć poszczególnych klinów, a więc np. dla trzeciego klina

$$\Delta x_{M3} = - \sum_A^{S_3} \left(s \cdot \sin \xi \sum_A^{S_3} \frac{Ms}{EJ} \right);$$



rys. 123.

$$\Delta y_{M3} = \sum_A^{S_3} \left(s \cdot \cos \xi \sum_A^{S_3} \frac{M_s}{EJ} \right);$$

Analogicznie oblicza się przesunięcia w innych punktach.

Wszystko to dotyczyło przesunięć wywołanych momentem zginającym. Przesunięcia Δs wywołane działaniem sił normalnych i zmianami temperatury, obliczone już były poprzednio. Przesunięcia Δs

są równoległe do cięciw osi klinów czyli prostopadłe do przesunięć η , muszą więc być obliczane osobno.

Po określeniu wszystkich η i Δs oraz ich składowych można sumować najpierw jedne, później drugie, a następnie złożyć dla otrzymania wypadkowych, albo też najpierw dodać do siebie przesunięcia składowe, a później sumować. Praktyczniejsza jest metoda pierwsza, zwłaszcza gdy obliczeń dokonuje się przy pomocy arytmetru.

Odpowiednie wzory dla przesunięć jednego klinu, np. trzeciego, będą następujące /porów. wzory na str. 279 i 280/

skrócenie $\Delta s_3 = \omega t s_3 - \frac{N_3 s_3}{E d_3};$

całkowite przesunięcie ptu S_3 :

$$\Delta x_{N_3} = \sum_A^{S_3} \cos \xi \left(s \omega t - \frac{N s}{E d} \right);$$

$$\Delta y_{N_3} = \sum_A^{S_3} \sin \xi \left(s \omega t - \frac{N s}{E d} \right);$$

Przesunięcia - jako różnokierunkowe - muszą być dodawane wykreślnie. Algebraicznie - tylko przez

sumowanie składowych, jak to widać ze wzorów. Przebieg obliczenia dokładnie uwidoczniiony jest w przykładzie podanym dalej.

Obliczenie ugięć radialnych i naprężeń.

Obliczenia wyżej wskazane mają na celu znalezienie wielkości składowych ostatecznych przesunięć poszczególnych punktów łuku. Potrzebna jest jednak znajomość nie składowych, lecz samego ostatecznego ugięcia i to mierzonego w kierunku promienia. Wtedy bowiem będzie można porównać ugięcia łuku z odkształceniami wsporników.

Wspomniano wyżej, że przesunięcia η można uważać za równoległe do promienia, a przesunięcia Δs za prostopadłe do promienia. Oznacza to, że ugięcie radialne δ łuku mierzyć należy po linii przesunięcia η , zatem /porów. rys. 124/

$$\delta = \Delta y \cdot \cos \xi + \Delta x \cdot \sin \xi ;$$

sumowanie z uwzględnieniem kierunków Δy i Δx

Na rys. 124 pokazano przesunięcie ptu K do położenia K' najpierw w kierunku promienia o wielkość, odpowiadającą wpływowi momentu zginającego, a potem prostopadłe w bok odpowiednio do wpływu sił normalnych i spadku temperatury.

Jeśli porównanie odkształceń łuku i wsporników wypadło zadowalniająco, można przystąpić do wykreślenia linii ciśnień i obliczenia naprężeń.

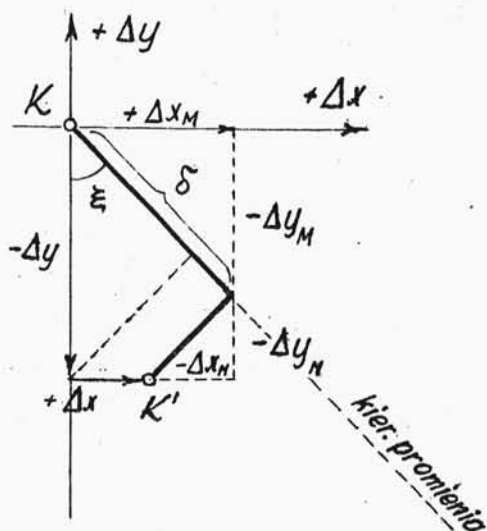
Położenie linii ciśnień znajduje się ze wzoru określającego wielkość mimośrod

$$\varepsilon = \frac{M}{N} ;$$

M i N /z uwzględnieniem znaków/ określają równania /1/ i /2/. Ujemne ε oznacza, że linia ciśnień przebiega pod osią łuku, bliżej jego podniebienia. Linie ciśnień wykreśla się często dla wydzielenia części przekroju, w którym występują naprężenia rozciągające.

Naprężenia obliczyć można, znając położenie linii ciśnień, albo ze wzoru

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{d} \pm \frac{M \cdot \frac{d}{2}}{J} ;$$



rys. 124.

