

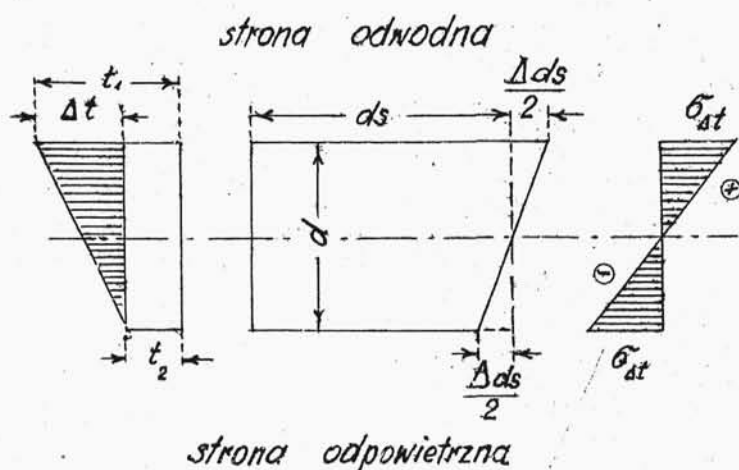
Skurcz betonu w myśl przepisów polskich u -
względnia się jako spadek temperatury zewnętrznej
o 10° .

Wpływ różnicy temperatur
/innej z każdej strony łuku/.

Jeśli od strony wody panuje temperatura t_1 ,
a od strony powietrza $t_2 < t_1$, czyli gdy łuk pod-
dany jest silnemu nagrzewaniu od strony wody, to
jest on obciążony siłami odpowiadającymi różnicy
tych temperatur

$$\Delta t = t_1 - t_2 ;$$

Zakładamy, że spadek temperatury w przekroju
łuku następuje w sposób liniowy /rys.42/. W takim
założeniu oś obojętna nie ulegnie żadnemu wydłuże-



rys. 42.

niu ani skróceniu: rozporu nie będzie. Wystąpi tylko moment $M_{\Delta t}$ jednakowy we wszystkich przekrojach.

Jeśli grzbiet łuku jest cieplejszy od podniebienia o Δt^a , albo - co na jedno wychodzi - grzbiet łuku jest cieplejszy od osi obojętnej o $\frac{\Delta t}{2}$, a podniebienie łuku jest chłodniejsze od osi obojętnej o $\frac{\Delta t}{2}$, to elementy włókien skrajnych doznają odpowiedniego wydłużenia i skrócenia o wielkość

$$\frac{\Delta ds}{2} = \omega \frac{\Delta t}{2} ds ;$$

Z powodu zamocowania łuku na podporach wystąpią naprężenia $\sigma_{\Delta t}$ ściskające od strony wody a wyciągające od strony powietrza. Naprężenia te według prawa Hooke'a wynoszą

$$\sigma_{\Delta t} = E \cdot \varepsilon ;$$

gdzie ε - wydłużenie jednostkowe - wynosi

$$\varepsilon = \frac{\frac{\Delta ds}{2}}{ds} = \frac{1}{2} \omega \cdot \Delta t ;$$

zatem

$$\sigma_{\Delta t} = \frac{1}{2} E \omega \cdot \Delta t ;$$

Ponieważ w każdym przekroju występuje tylko moment gnący $M_{\Delta t}$, więc

$$\sigma_{\Delta t} = \frac{M_{\Delta t}}{W} = \frac{6 \cdot M_{\Delta t}}{\delta^2 l^2};$$

skąd
$$M_{\Delta t} = \frac{1}{12} E \omega \delta^2 l^2 \Delta t;$$

Jeśli przyjąć $E = 140\,000 \text{ kg/cm}^2$

$$\omega = 0,00001$$

wówczas

$\sigma_{\Delta t} = 0,7 \cdot \Delta t \quad \text{kg/cm}^2$

Naprężenia $\sigma_{\Delta t}$ nie zależą zupełnie od rozpiętości łuku, ani w ogóle od jego wymiarów.

Gdy $\Delta t > 0$, wtedy od strony wody wapadają naprężenia dodatnie /zarówno w wezglowiu jak w zworniku/. Nie należy zapominać, że Δt przyjęto uważać wtedy za dodatnie, gdy temperatura od strony wody jest wyższa od temperatury po stronie odpowietrznej.

Przykład.

Rozpatrzmy jaki będzie stan naprężeń w sklepieniu, o którym mowa była w trzech przykładach poprzednich, jeśli uwzględnimy wahania temperatury zewnętrznej $\pm 15^\circ$, skurcz betonu oraz jedno -

stronne nagrzanie łuku.

Wymiary sklepienia

$$l = 7,00 \text{ m}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$\delta = 0,0572 \text{ na wysokości korony}$$

$$\delta = 0,213 \text{ w głębokości 40 m}$$

$$E = 140.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\omega = 0,00001 \text{ na } 1^\circ$$

A. Naprężenia w wezglowiu.

1/. Rozpatrzmy najpierw wpływ wahań temperatury zewnętrznej $t = \pm 15^\circ$.

Wzór dla naprężeń w wezglowiu w danym konkretnym przykładzie - wobec tego, że $\varphi = 90^\circ$ i $\cos \varphi = 0$ - przybierze postać

$$\sigma_t = \pm \frac{6 \cdot K_M}{\delta^2} \cdot \frac{E \omega}{k_3} \cdot t ;$$

Oznacza to, że naprężenia na obu krawędziach łuku będą jednakowe co do swej bezwzględnej wartości. W koronie zapory otrzymujemy

$$\sigma_t = \pm 2,6 \text{ kg/cm}^2$$

z odpowiednim znakiem dla strony odwodnej i odpowiedniej zależnie od tego, czy uwzględniamy spadek temperatury czy jej wzrost /porów.uwagi w

ustępach poprzednich oraz zestawienie naprężeń poniżej/. Wartości pomocnicze $/K_M$ i $k_3/$ obliczone zostały wyżej /str. 56 i 67/.

W głębokości 40 m

$$\tilde{\sigma}_t = \pm 9,4 \text{ kg/cm}^2$$

też z odpowiednim znakiem

2/. Skurcz betonu, jako spadek temperatury o 10° , wywoła naprężenia o $1/3$ mniejsze niż spadek temperatury o 15° , czyli $\mp 1,8 \text{ kg/cm}^2$ w koronie zapory i $\mp 6,3 \text{ kg/cm}^2$ u spodu /znak minus dotyczy krawędzi odwodnej/.

3/. Jeśli grzbiet łuku zwrócony jest na południe trzeba jeszcze uwzględnić wpływ jednostronnego ogrzania zapory przy pustym zbiorniku. Założmy $\Delta t = 5^\circ$, wtedy dodatkowe naprężenia wyniosą

$$\tilde{\sigma}_{\Delta t} = 0,7 \cdot \Delta t = 3,5 \text{ kg/cm}^2$$

ściaskające od strony wody,

rozciągające od strony powietrza.

Identyczne naprężenia otrzymamy w zimie przy zbiorniku pełnym, kiedy to strona odwodna sklepienia jest w otoczeniu cieplejszym niż strona odpowietrzna. Jeśli natomiast zapora zwrócona jest grzbietami sklepień na północ, wtedy insolacji podlegać będzie strona odpowietrzna łuków i we wzorze

$$\sigma_{\Delta t} = 0,7 \cdot \Delta t ;$$

należy wstawić $\Delta t = - 5^{\circ}$ czyli od strony wody wystąpią naprężenia rozciągające, a od strony powietrza ściskające. Wartość bezwzględna naprężeń pozostaje bez zmiany /a więc $3,5 \text{ kg/cm}^2$ /.

Zestawienie naprężeń w wezłowie.

		Spad. temp. zewn. $t = -15^{\circ}$	Wzrost temp. zewn. $t = +15^{\circ}$	Skurcz betonu	$\Delta t = +5^{\circ}$	$\Delta t = -5^{\circ}$	Najniekorz. obciążenia <u>I</u> <u>II</u>	
		1	2	3	4	5	1+3	2+4
w koronie	od str. wody	-2,6	+2,6	-1,8	+3,5	-3,5	-4,4	+6,1
	od str. pow.	+2,6	-2,6	+1,8	-3,5	+3,5	+4,4	-6,1
w głęb. 40 m	od str. wody	-9,4	+9,4	-6,3	+3,5	-3,5	-15,7	+12,9
	od str. pow.	+9,4	-9,4	+6,3	-3,5	+3,5	+15,7	-12,9

Ostatnie dwie kolumny wskazują na najniekorzystniejszy układ naprężeń.

W wypadku I pod uwagę wzięto ogólny spadek temperatury i skurcz betonu. Nagrzania podniebienia

łuku nie uwzględniono, gdyż, wtedy gdy temperatura powietrza spada o 15° , nie do pomyślenia jest, aby nawet przy najsilniejszej insolacji od strony powietrza temperatura była większa niż od strony wody /woda ma temperaturę około $+ 4^{\circ}$ w dużych głębokościach/ tym bardziej, że promienie słońca mają utrudniony dostęp pod sklepienia.

W wypadku II uwzględniono ogólny wzrost temperatury i ogrzanie grzbietu łuku.

B. Naprężenia w zworniku.

1/. Dla ustalenia wpływu wahań temperatury korzystamy ze wzoru

$$\sigma'_t = \left(\frac{K_x}{\delta} + \delta \cdot \frac{y_1}{y_0} \cdot \frac{K_M}{\delta^2} \right) \cdot \frac{E \omega}{k_3} \cdot t ;$$

Wartości współczynników dla przekroju w głębokości 40 m podane są na str. 56. Dla przekroju na wysokości korony mamy

$$k_3 = 18$$

$$K_x = 0,00189$$

$$K_M = 0,001203$$

$$\frac{y_1}{y_0} = 0,571$$

Naprężenia podane są w zestawieniu poniżej.

2/. Od skurczu betonu otrzymujemy naprężenia = $\frac{2}{3}$ wartości naprężeń wywołanych spadkiem temperatury o 15° .

3/. Różnice temperatury innej z obu stron łuku uwzględniamy jak wyżej.

Zestawienie naprężeń w zworniku.

		$t = -15^{\circ}$	$t = +15^{\circ}$	Skurcz betonu	$\Delta t = +5^{\circ}$	$\Delta t = -5^{\circ}$	Najniekorz. obciążenia	
		1	2	3	4	5	I	II
							1+3+4	2+5
w koronie	od str. wody	+1,4	-1,4	+0,9	+3,5	-3,5	+5,8	-4,9
	od str. pow.	-1,5	+1,5	-1,0	-3,5	+3,5	-6,0	+5,0
w głęb. 40 m	od str. wody	+4,8	-4,8	+3,2	+3,5	-3,5	+11,5	-8,3
	od str. pow.	-5,9	+5,9	-3,9	-3,5	+3,5	-13,3	+9,4

Zestawienie powyższe zawierające rezultaty rachunku jest dostatecznie przejrzyste i nie wymaga objaśnień.

Wymiarowanie sklepień.

Celem określenia wymiarów sklepienia zapory o łukach wielokrotnych, należy mieć ustalone następujące wielkości:

2.7 - teoretyczną rozpiętość sklepienia

H - największą wysokość zapory

σ_{dop} - dopuszczalne naprężenie ściskające

$\sigma_{t, dop}$ - dopuszczalne naprężenie rozciągające.

Kąt środkowy 2φ należy obrać taki, by otrzymać najmniejszą objętość sklepienia. Według obliczenia Jorgensena wartość $2\varphi = 133^{\circ} 34'$.
/porów. rozdz. o zaporach łukowych, o łuku pojedynczym/. Wartość ta jest nieścisła wskutek oparcia się na bardzo przybliżonym wzorze dla naprężeń. Chcąc uzyskać wyniki miarodajne, należałoby uwzględnić przede wszystkim wpływ kilku czynników, mianowicie - poza parciem wody - również spadku temperatury i skurczu betonu. Należałoby zatem wyjść z zasadniczego równania

$$\sigma_{dop} = \sigma + \sigma_t ;$$

następnie, korzystając ze wzorów dla σ oraz σ_t , wyrazić powyższą zależność w postaci

$$f(\varphi, \delta) ;$$

dla rozmaitych σ_{dop} i oznaczyć minimum tej funkcji. Jest to praktycznie możliwe tylko drogą wykreślną i szczegółowo omówione jest w podręczniku "Staumauern" Kelena.

Dla małych naprężeń σ_{dop} minimum wypada wyraźnie dla $2\varphi = 170^\circ \dots 180^\circ$. Dla większych naprężeń dość znaczne wahania wielkości 2φ nie wpływają prawie wcale na kubaturę łuku i tutaj może $2\varphi = 140^\circ \dots 160^\circ$. Okazuje się więc, że najwłaściwszym kształtem łuku jest półkole $2\varphi = 180^\circ$, lub odcinek koła o kącie środkowym zbliżonym do półpełnego.

Przyjawszy zatem pewną wartość kąta środkowego, określamy współczynnik δ drogą prób / lub z wykresów Kelena / z równań

$$\sigma_2 = \left(\frac{K_N}{\delta} + \frac{6 \cdot K_M}{\delta^2} \right) \gamma H ;$$

$$\sigma_{t2} = \left(\frac{K_x}{\delta} \cos \varphi - \frac{6 \cdot K_M}{\delta^2} \right) \frac{E \omega}{k_3} t ;$$

przy czym w wielkości spadku temperatury t uwzględniony jest także skurcz betonu /a więc np.

$t = -25^\circ$, gdy uwzględnimy spadek temperatury zewnętrznej o 15° oraz skurcz betonu: 10° /.

Znalezione δ musi spełnić warunek

$$\tilde{\sigma}_2 + \tilde{\sigma}_{t2} \leq \tilde{\sigma}_{dep} ;$$

Znalazłszy drogą prób odpowiednie δ można określić grubość łuku /w głębokości H /:

$$d = \delta \cdot l ;$$

Następnie wyznacza się naprężenia na krawędziach / według formuł podanych wyżej w odpowiednich ustępach/ po czym oblicza się $\tilde{\sigma}_{max}$ i $\tilde{\sigma}_{min}$.

Dla obliczenia $\tilde{\sigma}_{max}$ i $\tilde{\sigma}_{min}$ trzeba uwzględnić najniekorzystniejszy wynik sumowania naprężeń, wywołanych rozmaitymi siłami zewnętrznymi i zmianami temperatury. Załączona na następnej stronie tabela zadanie to ułatwia w znacznym stopniu.

W ramki ujęte są największe naprężenia.

Znak minus oznacza, że naprężenia rozciągające mogą również występować, szczególnie przy małym φ a dużym δ .

Tak więc w węzłowi wypadają:

$\tilde{\sigma}_{max}$ - od strony powietrza wskutek działania parcia wody oraz sił wywołanych spadkiem temperatury zewnętrznej i skurczem betonu,

$\tilde{\sigma}_{min}$ - od strony wody wskutek spadku temperatury zewnętrznej i skurczu betonu /czar-

Tabela znaków naprężeń.

	Węzłowie		Zwornik	
	krawędź odwod.	odpow.	krawędź odwod.	odpow.
Parcie wody równom. rozłożone	\pm	$\boxed{+}$	$\boxed{+}$	\pm
Parcie wody niejednostajne	-	+	+	-
Ciężar własny sklepienia	\pm	\pm	\pm	\pm
Wzrost temperatury zewnątrznej	$\boxed{+}$	-	-	$\boxed{+}$
Spadek temperatury zewnątrznej	$\boxed{-}$	+	+	$\boxed{-}$
Skurcz betonu				
Ogrzanie się grzbietu łuku	+	-	+	-
Ogrzanie się podniebienia łuku	-	+	-	+

sem także wskutek parcia wody/.

Obliczywszy σ_{max} i σ_{min} można określić z kolei siłę normalną N i moment gnący M w przekroju żelbetowym wzorami Mörscha /łuk szerokości 1 m = 100 cm/:

$$N = \frac{d \cdot 100}{2} (\sigma_{max} + \sigma_{min}) ; \quad kg$$

$$M = \frac{d^2 \cdot 100}{12} (\sigma_{max} - \sigma_{min}) ; \quad kgcm$$

Wszystkie wielkości w kg i cm. Naprężenia z odpowiednimi znakami. Wzory te uwzględniają współpracę betonu z żelazem przy rozciąganiu /dotyczą więc t.zw. I fazy zginania belek żelbetowych, w której uwzględniona jest wytrzymałość betonu na rozciąganie/.

Przekrój naogół bywa podwójnie zbrojony, ponieważ wskutek wahań temperatury zewnętrznej występują ujemne naprężenia: raz od strony grzbietu, drugi raz od strony podniebienia.

W przekroju żelbetowym /rys.43/ otrzymujemy takie naprężenia w wypadku najogólniejszym .

naprężenia ściskające

$$\sigma = \frac{N}{A_{zb}} + \frac{M \cdot x}{J_{zb}} ;$$

naprężenia rozciągające

$$\sigma_r = \frac{N}{A_{zb}} - \frac{M (d-x)}{J_{zb}} ;$$

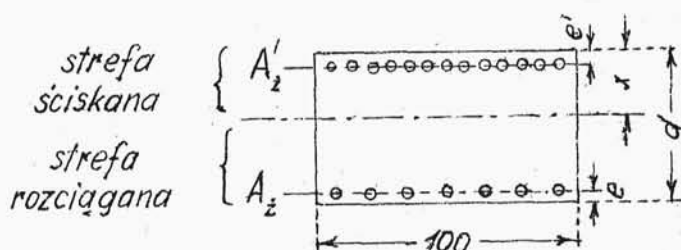
gdzie:

zastępcze pole przekroju żelbetowego /łuk szerokości 100 cm/

$$A_{zb} = 100 \cdot d + n (A_z + A'_z) ;$$

odległość osi obojętnej

$$x = \frac{100 \cdot d^2 + 2n [A_z (d-e) + A'_z e']}{2 \cdot 100 \cdot d + 2n (A_z + A'_z)} ;$$



rys. 43.

moment bezwładności przekroju żelbetowego

$$J_{zb} = \frac{100 \cdot x^3}{3} + \frac{100(d-x)^3}{3} + n A_2 (d-e-x)^2 + n A'_2 (x-e')^2;$$

$n = 15$ - jest to stosunek współczynników sprężystości żelaza i betonu.

A_2 i A'_2 - pole przekroju wkładki stalowych rozciąganych i ściskanych, liczone na $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ szerokości łuku

Wszystkie wymiary w kg i cm .

Gdy przekrój zbrojony jest podwójnie i jednocześnie $A_2 = A'_2$ oraz $e = e'$, wtedy oś obojętna przechodzi przez środek przekroju i wzór dla naprężeń w betonie przybiera prostą formę

$$\sigma = \frac{N}{100 \cdot d + 30 \cdot A_2} \pm \frac{M}{\frac{100 \cdot d^2}{6} + \frac{60}{d} \left(\frac{d}{2} - e \right)^2 A_2};$$

Zadanie polega na dobraniu przekroju wkładki stalowych, tak by naprężenia w betonie nie przekroczyły granic dopuszczalnych. Dla bardzo dużych

obciążeń trzeba przyjmować bardzo duże wartości granicznych naprężeń.

Przykład.

Sklepienia zapory o łukach wielokrotnych mają rozpiętość $2.l = 12,00$ m , wysokość $H = 40$ m, pochylenie $\alpha = 45^\circ$ i są wykonane z żelbetu / $\gamma_o = 2400$ kg/m³/.

Sklepienia zwrócone są stroną powietrzną na północ. W obliczeniu powinien być uwzględniony wpływ insolacji jako podniesienie się temperatury od strony wody o $\Delta t = + 5^\circ$.

Wahania temperatury zewnętrznej na podstawie obserwacji z dawnych lat przyjęto w granicach $\pm 10^\circ$. Wpływ skurczu betonu ma być uwzględniony jako spadek temperatury o 10° . Naprężenia dopuszczalne w betonie ustalono na 45 kg/cm² przy ścisaniu i $- 3$ kg/cm² przy rozciąganiu.

Obieramy sobie kąt środkowy $2\varphi = 180^\circ$.

Drogą prób lub posilkując się odpowiednimi wykresami staramy się przy $\varphi = 90^\circ$ wyszukać takie $\tilde{\sigma}$ aby odpowiadające mu $\tilde{\sigma}_2$ i $\tilde{\sigma}_{t2}$ spełniły równanie

$$\tilde{\sigma}_2 + \tilde{\sigma}_{t2} \leq \tilde{\sigma}_{dop} ;$$

Takiemu warunkowi odpowiada $\delta = 0,2$. Zatem grubość sklepienia na dnie wyniesie

$$d = \delta \cdot l = 0,2 \cdot 6 = 1,20 \text{ m}$$

Obliczamy teraz σ_{max} i σ_{min} w wezłowie, przy czym - na podstawie tabeli na str.91 - uwzględnić trzeba parcie wody, spadek temperatury, skurcz betonu i oczywiście ciężar własny. Przy obliczaniu σ_{min} pomijamy parcie wody /największe naprężenia rozciągające w wezłowie wypadają przy zbiorniku pustym/. Wpływ insolacji pomijamy jako korzystny /zmniejszający naprężenia/.

Wartości pomocnicze:

$$\begin{aligned} k_1 &= 0,297 \\ k_2 &= 1,571 \\ \gamma' &= 707 \text{ kg/m}^3 & k_3 &= 5,5 \\ \gamma'_0 &= 1697 \text{ kg/m}^3 & k_4 &= 0,044 \\ y_0 &= 3,90 \text{ m} & k_5 &= 0,054 \\ f_1(\xi = 90^\circ) &= 0,215 & k_6 &= 0,036 \\ f_2(\xi = 90^\circ) &= 0,571 & k_7 &= 0,273 \\ & & k_8 &= 0,191 \\ & & k_9 &= 0,786 \\ K_x &= 0,0243 \\ K_M &= 0,01547 \\ K_N &= 1,1 \end{aligned}$$

$$M_{ow} = + 8130 \text{ kgm}$$

$$X_N = 5490 \text{ kg}$$

$$M_N = - 39700 \text{ kgm}$$

$$X_N = 6620 \text{ kg}$$

$$M_w = - 10030 \text{ kgm}$$

$$N_N = 6620 \text{ kg}$$

$$M_{og} = + 20000 \text{ kgm}$$

$$X_g = 7480 \text{ kg}$$

$$M_g = - 41900 \text{ kgm}$$

$$X_g = 19200 \text{ kg}$$

$$M_g = + 7270 \text{ kgm}$$

$$N_g = 19200 \text{ kg}$$

Naprężenia

$$(\sigma_1 = + 12,7 \text{ kg/cm}^2)$$

$$\sigma_2 = + 31,3 \text{ kg/cm}^2$$

$$(\sigma_{N1} = + 1,0 \text{ kg/cm}^2)$$

$$\sigma_{N2} = + 10,0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{g1} = + 4,9 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{g2} = - 1,7 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{t1} = - 12,6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{t2} = + 12,6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{min} = - 7,7 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{max} = + 52,2 \text{ kg/cm}^2$$

Okazuje się, że ciężar własny sklepienia wpływa korzystnie na zmniejszenie się naprężeń.

Otrzymane wyniki dla σ_{max} i σ_{min} wskazują na konieczność dwustronnego zbrojenia łuku. Siła normalna i moment gnący w przekroju

$$N = \frac{d \cdot 100}{2} (\sigma_{max} + \sigma_{min}) = \frac{120 \cdot 100}{2} (52,2 - 7,7) = 267 000 \text{ kg}$$

$$M = \frac{d^2 \cdot 100}{12} (\sigma_{max} - \sigma_{min}) = \frac{120^2 \cdot 100}{12} (52,2 + 7,7) = 7 188 000 \text{ kgcm}$$

Jeśli założymy sobie, że przekrój wkładek ściskanych i rozciąganych będzie jednakowy, to korzystając ze wzoru podanego na str. 93, o ile przyjmijemy $e = 5 \text{ cm}$

a na miejsce σ wstawimy 45 kg/cm^2 i uwzględnimy znak +, otrzymamy

$$A_z = A'_z = 50 \text{ cm}^2$$

a naprężenia

$$\sigma_{max} = 42,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{min} = - 2,9 \text{ kg/cm}^2$$

Gdybyśmy chcieli dla oszczędności w strefie rozciąganej dać mniej wkładów stalowych, wówczas należałoby posłużyć się ogólnymi wzorami /str.92/ i z nich wyprowadzić zależność pomiędzy σ , A_z oraz A'_z . Zależność ta jest jednak bardzo zawiła i nie może być rozwiązana wprost. Najlepszym sposobem jest rozwiązanie wykresowe, lub - żmudniejszym nieco - rozwiązanie metodą kolejnych przybliżeń. W danym wypadku, gdy

$$A_z = 40 \text{ cm}^2$$

$$A'_z = 50 \text{ cm}^2$$

to naprężenia wyniosą

$$\sigma_{max} = 43,0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{min} = - 3,0 \text{ kg/cm}^2$$

Niekiedy trzeba dać tak wielką ilość wkładów stalowych, że opłaca się zastosować wysokowartościowy cement o wielkiej wytrzymałości, a za to użyć mniej żelaza.

Zwiększanie grubości sklepienia nie prowadzi do celu, gdyż przy większym σ zwiększają się także naprężenia wywołane przez parcie wody

Naprężenia i konieczny przekrój wkładki stalowych w zworniku wyznacza się w analogiczny sposób.

Rachunek powtarza się dla kilku łuków w różnych głębokościach.

Zestawienie wzorów dla sklepień.

Wartości pomocnicze:

$$\begin{aligned} r' &= r \cdot \sin \alpha ; & r_o' &= r_o \cdot \sin \alpha ; \\ y_o &= l \left(\frac{1}{\varphi} - \operatorname{ctg} \varphi \right) ; & y_1 &= \frac{\varphi - \sin \varphi}{\sin \varphi - \varphi \cdot \cos \varphi} ; \\ y_1 &= l \left(\frac{1}{\sin \varphi} - \frac{1}{\varphi} \right) ; & f_1(\xi) &= 1 - \cos \xi - \frac{1}{2} \xi \cdot \sin \xi ; \\ & & f_2(\xi) &= \xi \sin \xi + \cos \xi - 1 ; \end{aligned}$$

Współczynniki:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\sin 2\varphi}{2} + \varphi - \frac{2 \cdot \sin^2 \varphi}{\varphi} ; \\ k_2 &= \frac{\sin 2\varphi}{2} + \varphi ; \\ k_3 &= \frac{1}{8 \cdot \sin \varphi} + \frac{1}{2} ; \\ k_4 &= 1 + \frac{1}{2} \cos \varphi - \frac{3}{2} \cdot \frac{\sin \varphi}{\varphi} ; \\ k_5 &= \frac{9}{8} \sin 2\varphi + \varphi - \frac{1}{4} \varphi \cdot \cos 2\varphi - 3 \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{\varphi} ; \\ k_6 &= 2 \cdot \sin \varphi - \frac{5}{8} \sin 2\varphi - \varphi + \frac{1}{4} \varphi \cdot \cos 2\varphi ; \end{aligned}$$