

Napężenia i konieczny przekrój wkładki stalowych w zworniku wyznacza się w analogiczny sposób.

Rachunek powtarza się dla kilku łuków w różnych głębokościach.

### Zestawienie wzorów dla sklepień.

#### Wartości pomocnicze:

$$\begin{aligned} r' &= r \cdot \sin \alpha ; & r_o' &= r_o \cdot \sin \alpha ; \\ y_o &= l \left( \frac{1}{\varphi} - \operatorname{ctg} \varphi \right) ; & y_1 &= \frac{\varphi - \sin \varphi}{\sin \varphi - \varphi \cdot \cos \varphi} ; \\ y_1 &= l \left( \frac{1}{\sin \varphi} - \frac{1}{\varphi} \right) ; & f_1(\xi) &= 1 - \cos \xi - \frac{1}{2} \xi \cdot \sin \xi ; \\ & & f_2(\xi) &= \xi \sin \xi + \cos \xi - 1 ; \end{aligned}$$

#### Współczynniki:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\sin 2\varphi}{2} + \varphi - \frac{2 \cdot \sin^2 \varphi}{\varphi} ; \\ k_2 &= \frac{\sin 2\varphi}{2} + \varphi ; \\ k_3 &= \frac{1}{8 \cdot \sin \varphi} + \frac{1}{2} ; \\ k_4 &= 1 + \frac{1}{2} \cos \varphi - \frac{3}{2} \cdot \frac{\sin \varphi}{\varphi} ; \\ k_5 &= \frac{9}{8} \sin 2\varphi + \varphi - \frac{1}{4} \varphi \cdot \cos 2\varphi - 3 \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{\varphi} ; \\ k_6 &= 2 \cdot \sin \varphi - \frac{5}{8} \sin 2\varphi - \varphi + \frac{1}{4} \varphi \cdot \cos 2\varphi ; \end{aligned}$$

$$k_7 = 2 \frac{\sin \varphi}{\varphi} - \cos \varphi - 1 ;$$

$$k_8 = \frac{1}{2} \varphi \cos 2\varphi + 4 \frac{\sin^2 \varphi}{\varphi} - \frac{7}{4} \sin 2\varphi - \varphi ;$$

$$k_9 = \frac{1}{4} \sin 2\varphi - \frac{1}{2} \varphi \cdot \cos 2\varphi ;$$

$$K_x = \frac{2 \cdot k_3 \delta \cdot \sin \varphi}{\frac{12 \cdot k_1}{\delta^2 \cdot \sin^2 \varphi} + k_2}$$

$$K_M = K_x \left( \frac{1}{\varphi} - \operatorname{ctg} \varphi \right) ;$$

$$K_N = k_3 \delta - K_x \cos \varphi ;$$

Wielkości statycznie niewyznaczalne:

parcie wody niejednostajne

$$M_{ow} = \gamma' \cdot \frac{(k_3 \delta)^2}{\sin \varphi} \cdot k_4 \cdot l^3 ;$$

$$X_w = \frac{\frac{12}{\delta^2} \cdot \frac{k_5}{\sin^2 \varphi} - k_6}{\frac{12}{\delta^2} \cdot \frac{k_1}{\sin^2 \varphi} + k_2} ;$$

ciężar własny

$$M_{og} = \gamma'_0 \cdot \frac{\delta}{\sin^2 \varphi} \cdot k_7 \cdot l^3 ;$$

$$X_q = \frac{\frac{12}{\delta^2} \cdot \frac{k_8}{\sin^2 \varphi} - k_9}{\frac{12}{\delta^2} \cdot \frac{k_1}{\sin^2 \varphi} + k_2} \cdot \frac{\delta}{\sin \varphi} \cdot \delta_0' l^2;$$

zmiany temperatury zewnętrznej

$$M_{ot} = 0;$$

$$X_t = K_x \frac{E \omega}{k_3} l t;$$

Momenty gnące i siły normalne.

Dla momentów gnących i sił normalnych, wywołanych niejednostajnie rozłożonym parciem wody i ciężarem własnym sklepienia, istnieją wzory ogólne

$$M_N = M_{N_0} + M_{ow} + X_N \cdot y;$$

$$N_N = N_{N_0} + X_N \cdot \cos \xi;$$

$$M_q = M_{q_0} + M_{og} + X_q \cdot y;$$

$$N_q = N_{q_0} + X_q \cdot \cos \xi;$$

przy czym

$$M_{N_0} = - \delta_0' \cdot \frac{(k_3 \delta)^2}{\sin \varphi} \cdot l^3 f_1(\xi);$$

$$N_{N_0} = \delta_0' (k_3 \delta)^2 l^2 f_1(\xi);$$

oraz

$$M_{q_0} = - \delta_0' \cdot \frac{\delta}{\sin^2 \varphi} \cdot l^3 f_2(\xi);$$

$$N_{q_0} = \delta_0' \cdot \frac{\delta}{\sin \varphi} \cdot l^2 \xi \cdot \sin \xi;$$

Dla obliczenia momentu i sił normalnych w wezłowie lub zworniku należy we wzorach powyższych wstawić

$$\xi = \varphi \quad \text{i} \quad y = y_0 \quad \text{lub} \quad \xi = 0 \quad \text{i} \quad y = y_1$$

Napężenia.

1/. Parcie hydrostatyczne jednostajne:

w wezłowie

$$\sigma_{1,2} = \left( \frac{K_N}{\delta} + \frac{6 \cdot K_M}{\delta^2} \right) \gamma h ;$$

w zworniku

$$\sigma'_{1,2} = \left( k_3 - \frac{K_x}{\delta} + \frac{6 \cdot K_M}{\delta^2} \cdot \frac{y_1}{y_0} \right) \gamma h ;$$

2/. Nierównomierne parcie wody /wzór ogólny/

$$\sigma_{N1,2} = \frac{N_N}{\delta l} + \frac{6 M_N}{\delta^2 l^2} ;$$

3/. Ciężar własny /wzór ogólny/

$$\sigma_{G1,2} = \frac{N_G}{\delta l} + \frac{6 M_G}{\delta^2 l^2} ;$$

4/. Zmiany temperatury zewnętrznej:

w wezłowie

$$\sigma_{t1,2} = \left( \frac{K_x}{\delta} \cos \varphi + \frac{6 K_M}{\delta^2} \right) \frac{E \omega}{k_3} t ;$$

w zworniku

$$\sigma'_{t1,2} = \left( \frac{K_x}{\delta} + 6 \cdot \frac{y_1}{y_0} \cdot \frac{K_M}{\delta^2} \right) \frac{E \omega}{k_3} t ;$$

5/. Różnica temperatur /innej z każdej strony łuku/

$$\sigma_{\Delta t \ 1,2} = \sigma'_{\Delta t \ 1,2} = \pm \frac{E \omega}{2} \Delta t ;$$

/w wezgiowiu i w zworniku naprężenia są takie same zarówno co do wartości liczbowej, jak co do znaku/. We wszystkich wzorach dla naprężeń znak górny dotyczy krawędzi od strony wody ( $\sigma_+$ ).

### Obliczenie statyczne filarów.

#### Omówienie metody.

Statyczne obliczenie filarów polega na nadaniu filarom odpowiednich wymiarów, takich, aby naprężenia, występujące w filarze wskutek działania sił zewnętrznych, nie przekraczały dopuszczalnych granic dla danego materiału, oraz aby zapewniona była stateczność filarów, t.zn. aby zabezpieczenie przed poślizgiem i przed wywróceniem filara było dostateczne.

Z porównania kształtu filarów oraz warunków ich "pracy" widać, że obliczenie statyczne filara zapory o łukach wielokrotnych jest podobne

do obliczenia zapory ciężkiej /ale tylko dla filarów o stałej grubości/. Można więc korzystać ze wzorów podanych w cz.I niniejszego skryptu na str. 153..... 181. W sposób wyraźny widać to na przykładzie obliczenia filara, podanym w rozdziale o zaporach krytych płytami.

Jednakże korzystając przy obliczaniu filarów ze wzorów dla zapory ciężkiej, należy wprowadzić pewne poprawki, które uwzględniałyby to, że filary mają określoną grubość i są rozstawione w pewnych odległościach. Poprawkę tę uskutecznia się w ten sposób, że jednostkowe parcie wody  $\gamma h$  należy zastąpić przez wielkość

$$\gamma h \frac{L}{a_1} ;$$

gdzie  $L$  - rozstaw filarów zaś  $a_1$  - ich grubość u podstawy /porów. rys. 45/. Wielkość  $\gamma h \frac{L}{a_1}$  określa parcie w głębokości  $h$ , jakie wywiera woda na filar, na jednostkę jego powierzchni czołowej /od strony wody/. Powyższa poprawka jest równoznaczna z zastąpieniem  $\gamma$  przez  $\gamma \frac{L}{a_1}$ .

#### Uwagi wstępne.

W poniższych obliczeniach rozpatrywany będzie

filar trójkątny /w widoku bocznym/ z wierzchoł -  
kiem na powierzchni wody. Oznaczenia pozostawiono  
te same co dla zapory ciężkiej.

Pochylenie od strony wody może mieć rozmaite  
wielkość w granicach

$$n = \text{od } 0,5 \text{ do } 1,5;$$

zwykle  $n = 0,7 \dots 1,0$ . Pochylenia stromszego  
od 1: 0,5 nie należy stosować ze względu na zmniej-  
szające się wówczas zabezpieczenie przed poślizgiem.

Pochylenie od strony powietrza normuje się w  
ten sposób, aby

$$m + n = 1,0 \dots 1,5;$$

Wprowadźmy kilka oznaczeń dla uproszczenia  
wzorów. Tak więc /porów. rys. 45/ :

$\frac{a_2}{L} = \lambda$  , - wielkość stosunku tego można przyjąć  
mając równą 0,1 co dobrze odpowiada rzeczywistości;

$\frac{a_1}{a_2} = \mu$  - jest to smukłość filara; na ogół  
 $\mu = 1 \dots 5$ , najczęściej sto-  
suje się jednak  $\mu = 2$  lub 3.

Smukłość  $\mu = 1$  oznacza, że filar ma jedna-  
kową grubość. Taki filar jest nieekonomiczny, gdyż  
materiał jego jest niewyżyskany w górnych częściach

filara. Stosunek  $\mu = 5$  odpowiada najmniejszemu odstępowi w świetle między filarami, którego ze względów praktycznych nie wykonywa się mniejszego od samej grubości filara /dotyczy to podstawy filara, rys.44/, zatem

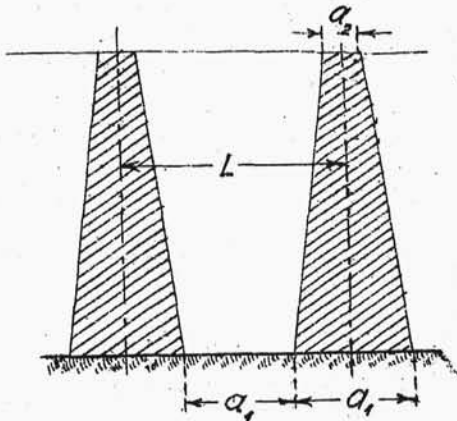
$$a_1 = \frac{L}{2} ;$$

a ponieważ

$$\frac{a_2}{L} = 0,1 ;$$

więc otrzymujemy górną granicę

$$\mu = \frac{a_1}{a_2} = 5 ;$$



rys. 44.

Przy wymiarowaniu filarów muszą być dane następujące wielkości:

$H$  , największa wysokość filara,

$L$  , rozstaw filarów,

$a_2$  , grubość filara u

góry, lub stosu-

nek  $\lambda = \frac{a_2}{L} ;$

$\gamma$  , ciężar własny materiału, z którego wykonany jest filar. Zaś wielkościami, które należy ustalić są:



$n$  , pochylenie od strony wody,

$m$  , " " " " powietrza,

$a_1$  , grubość filara u dołu, lub stosunek

$$\mu = \frac{a_1}{a_2} ;$$

### Siły działające na filar.

W statycznym obliczeniu filarów należy uwzględnić następujące siły:

$G$  - ciężar własny filara,

$P$  - parcie wody,

$U$  - wypór /parcie wody od spodu na podstawę filara/,

$P_s$  - wpływ części parcia wody, nierównomiernie rozłożonego w przekroju normalnym sklepienia; wynika to z pochylenia łuków /porów. rys. 30/,

$G_1$  - ciężar własny sklepienia,

$G_2$  - ciężar korony i belek stężających.

Najpierw obliczone zostaną naprężenia wywołane działaniem ciężaru własnego filara i parciem wody. Inne obciążenia potraktowane są jako wpływy dodatkowe, wywołujące dodatkowe naprężenia, które dodane /algebraicznie t.j.z uwzględnieniem

znaku/ do naprężeń zasadniczych /wywołanych ciężarem  $Q$  i parciem  $P$  / dają rzeczywistą wielkość naprężeń występujących w filarze wskutek działania wszystkich sił zewnętrznych.

Ciężar filara.

Ciężar własny filara określa wzór

$$Q = \gamma_0 V ;$$

$\gamma_0 = 2,3 \text{ t/m}^3$  w wypadku gdy filar jest wykonany z betonu,

$\gamma_0 = 2,4 \text{ t/m}^3$  , gdy filar jest żelbetowy,

$V$  jest objętością filara, która obliczona wzorem na objętość klina wynosi /rys.45/:

$$V = \frac{1}{6} b H (2a_1 + a_2) ;$$

Zatem ciężar filara

$$Q = \frac{1}{6} \gamma_0 b H (2a_1 + a_2) ;$$

albo

$$Q = \frac{1}{6} \gamma_0 (m+n) H^2 a_2 \frac{L}{L} (2 \frac{a_1}{a_2} + 1) ;$$

skąd otrzymujemy

$$Q = \frac{1}{6} \gamma_0 H^2 L \lambda (m+n) (2\mu + 1) ;$$

Punkt zaczepienia siły ciężkości leży na prostej  $OS$  /łączącej środek wierzchołka filara ze





$$\Sigma M = Qe + P' \cdot \frac{H}{3} - P'' \left( \frac{b}{2} - \frac{1}{3} nH \right);$$

jest to suma momentów sił zewnętrznych względem środka  $S$  podstawy,

$A = a, b$  ; pole podstawy,

$W = \frac{a, b^2}{6}$  ; wskaźnik wytrzymałości pola podstawy. Znak górny /minus/ dotyczy naprężenia od strony wody.

Moment przyjmujemy za dodatni, jeśli działa w kierunku ruchu wskazówek zegara. Na rys. 45 ciężar  $Q$  działa na prawo od punktu  $S$ , wywołując moment dodatni. Wynika to z tego powodu, że  $n > m$ . Gdyby  $n < m$ , jak to ma miejsce w zaporach ciężkich, wówczas moment ten byłby ujemny, co zresztą uwidoczniłoby się automatycznie, gdyż wtedy mimośród  $e$  siły  $Q$  wypada ujemny /porów. wzór na str. 109/.

Jeśli w podanym wzorze dla  $\sigma$  wyrazić wielkość  $a_1$ , występującą w mianowniku, w formie

$$a_1 = a_1 \cdot \frac{L}{L} \cdot \frac{a_2}{a_2} = \lambda \mu L ;$$

wówczas będzie można licznik i mianownik skrócić przez  $L$  /w liczniku występuje wielkość  $L$  w wyrażeniach na  $Q$ ,  $P'$  i  $P''$  - porów. odpow.

wzory/

Okazuje się więc, że naprężenia normalne nie zależą bezpośrednio od rozstawu filarów  $L$ , lecz jedynie od stosunku  $\lambda = \frac{a_1}{a_2}$ ;

Naprężenia będą tym mniejsze, im większa /dłuższa/ będzie podstawa  $b$  filara /t.zn. im większe będą pochylenia  $m$  i  $n$  / oraz im większa będzie szerokość podstawy, czyli grubość filara  $a_1$  /t.zn. im większy będzie stosunek  $\mu$  /.

Jeśli grubość filara pozostanie jednakowa, a powiększać się będzie tylko szerokość  $b$ , wówczas wystąpi spadek naprężeń w stosunku kwadratowym, bo we wzorze dla  $\sigma$  wskaźnik wytrzymałości  $W$  zwiększać się będzie w stosunku kwadratowym do  $b$ .

Powiększanie grubości filara  $a_1$  /przy stałej jego szerokości/ spowoduje tylko wprost proporcjonalne zmniejszenie się naprężeń.

Widać więc z tego, że na zmniejszenie naprężeń mają zasadniczy wpływ pochylenia  $m$  i  $n$

Naprężenie  $\sigma$ , może mieć wartość ujemną /oznaczałoby to odrywanie podstawy filara od gruntu/, jest to jednak możliwe przy bardzo stromych pochyleniach/  $m + n < 1$ /, które w praktyce nigdy

niemal nie są stosowane, gdyż nie zapewniają za-  
porze dostatecznej stateczności.

Naprężenia  $\sigma_2$  są tym mniejsze, im  $m$   
oraz  $n$  są większe /porów. rys. 60/ t. zn. im więk-  
sza będzie szerokość filara, co jest zrozumiałe po  
powyższych uwagach.

### Naprężenia tnące.

Można tu skorzystać z odpowiednich wzorów  
dla zapór ciężkich, jeśli w nich - w myśl uwag po-  
danych na początku rozdziału o obliczaniu filarów  
- zastąpimy  $\gamma H$  przez

$$\gamma H \frac{L}{a_1} \quad \text{lub} \quad \gamma H \frac{1}{\frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{a_2}{L}} = \frac{\gamma H}{\lambda \mu};$$

Zatem naprężenia ścinające w płaszczyźnie pod-  
stawy przy pełnym zbiorniku są następujące /porów.  
cz. I str. 164/:

$$\tau_1 = \left( \frac{\gamma H}{\lambda \mu} - \sigma_1 \right) n ;$$

$$\tau_2 = m \cdot \sigma_2 ;$$

### Naprężenia główne.

Odpowiednie wzory dla zapór ciężkich /cz. I  
str. 172 i 173/ po wprowadzeniu  $\frac{\gamma H}{\lambda \mu}$  zamiast  $\gamma H$

wskazują na wartości naprężeń głównych w płasz-  
czyźnie podstawy filara /zbiornik pełny/:

na krawędzi od strony wody

$$\sigma_{1 \max} = \frac{\gamma H}{\lambda \mu};$$

$$\sigma_{1 \min} = \sigma_1 (1 + n^2) - \frac{\gamma H n^2}{\lambda \mu};$$

na krawędzi od strony powietrza

$$\sigma_{2 \max} = \sigma_2 (1 + m^2);$$

$$\sigma_{2 \min} = 0;$$

Główne naprężenia tnące obliczyć można z ogólnego wzoru podanego na str. 168 w I cz. skryptu. Wypada zatem

$$\tau_{1 \max} = \frac{\sigma_{1 \max} - \sigma_{1 \min}}{2} = \left( \frac{\gamma H}{\lambda \mu} - \sigma_1 \right) \frac{1 + n^2}{2};$$

$$\tau_{2 \max} = \frac{\sigma_{2 \max}}{2} = \sigma_2 \cdot \frac{1 + m^2}{2};$$

Największe naprężenia od strony wody  $\sigma_{1 \max}$  jest po prostu parciem wody i nie zależy zupełnie od nachylenia  $m$  czy  $n$ . Zależy natomiast, jak zresztą wszystkie naprężenia, od  $\mu = \frac{a_1}{a_2}$  i od  $\lambda = \frac{a_2}{L}$ , przy czym zależność ta jest odwrotnie proporcjonalna.

Najmniejsze naprężenia od strony wody  $\sigma_{1 \min}$  mogą być ujemne nawet wtedy, gdy  $\sigma_1 > 0$ . Oznacza to, że w niektórych miejscach występują odciśnięcia.  
Zbiorniki i zapory. II. 8



czaloby to rozciąganie w betonie, a wystąpi ono  
gdy

$$\sigma_1 < \gamma H \cdot \frac{1}{\lambda \mu} \cdot \frac{n^2}{1+n^2};$$

więc prawdopodobieństwo powstawania naprężeń rozciągających w filarze jest tym większe, im mniejsze jest  $\mu$  oraz im większe jest pochylenie  $n$  /przy jednocześnie jak najmniejszej szerokości filara t.zn.  $m+n$  /.

Gdy  $\sigma_1 = 0$  napewno otrzymamy rozciąganie, lecz jak z nierówności powyższej wynika, nawet gdy  $\sigma_1 > 0$  może jeszcze nie zniknąć rozciąganie.

Ponieważ  $\sigma_1 = 0$  oznacza, że wypadkowa parcia wody i ciężaru własnego przechodzi przez krawędź rdzenia bliższą powietrza, więc wynika stąd, że do tego, aby po stronie wody nie występowały naprężenia rozciągające, nie wystarcza, aby linia ciśnień przebiegała wewnątrz rdzenia /o tym trzeba pamiętać przy obliczaniu wykreślnym/.

Jeśli pragniemy uniknąć rozciągania, wypadkowa musi przechodzić tak daleko od krawędzi rdzenia, aby wyżej podana nierówność zmieniła się na odwrotną

$$\sigma_1 > \gamma H \cdot \frac{1}{\lambda \mu} \cdot \frac{n^2}{1+n^2};$$

Przed ewentualnym rozciąganiem należy chronić filar, dając w pobliżu jego krawędzi od strony wody wkładki stalowe, ułożone w pochyleniu  $1 : n$ , oraz łącząc filar ze skałą przy pomocy kotew.

Jeśli chodzi o największe naprężenia na krawędzi od strony powietrza /  $\sigma_{2 \max}$  /, to maleją one wraz ze wzrostem pochylenia  $n$ .

#### Wpływ wysokości piętrzenia na wielkość naprężeń.

Należy jeszcze odpowiedzieć na pytanie, przy jakich stanach wody naprężenia normalne i główne osiągają największe bądź najmniejsze wartości.

Chcąc to uczynić, należy we wzory dla naprężeń wstawić odpowiednie wyrażenia na wielkości tam występujące, a wiążące się z wymiarami filara i wielkością parcia wody, przy czym to ostatnie ustalamy nie dla zbiornika pełnego, lecz dla dowolnego spiętrzenia  $z$  ponad dno zbiornika /rys.46/. Równania uzyskane w ten sposób przedstawiamy w postaci  $\sigma = f(z)$ , traktując wymiary filara jako wielkości stałe, i znajdujemy maximum oraz minimum tej funkcji.