

KOMISJA WYDAWNICZA  
TOW. BRATNIEJ POMOCY STUDENTÓW POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Inż. WACŁAW PASZKOWSKI  
PROF. POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

# ŻELBETNICTWO



WYDANIE III UZUPEŁNIONE



№ 223

WARSZAWA — 1930



~~8.898~~

~~G. 43123~~

nr. 819

BG04A/006-14

## *Od Wydawców*

*W wydaniu niniejszem, poza drobnymi zmianami i uzupełnieniami w całym tekście, zostały znacznie rozszerzone i zmienione działy traktujące o obliczeniu belki teowej, o wzmocnieniu betonu przeciw ukośnemu rozciąganiu i ścinaniu i o obliczeniu belek żelbetowych obciążonych momentem skręcającym. Podany został również paragraf o naprężeniach powstających w kominach wskutek różnicy temperatur. P otem, przy obliczeniu poszczególnych elementów konstrukcyjnych żelbetowych, umieszczone zostały odpowiednie paragrafy z polskich przepisów M.R.P. z dnia 2 września 1927 roku. Przepisy te, dotyczące obliczenia konstrukcji żelbetowych, podane zostały w całości w końcu książki.*

*Poczujemy się do miłego obowiązku złożenia serdecznego podziękowania Autorowi, p. prof. W. Paszkowskiemu, za bezinteresowną pracę nad niniejszem podręcznikiem..*

**KOMISJA WYDAWNICZA  
TOW. BRAT. POM. STUD. POL.  
WARSZAWSKIEJ**



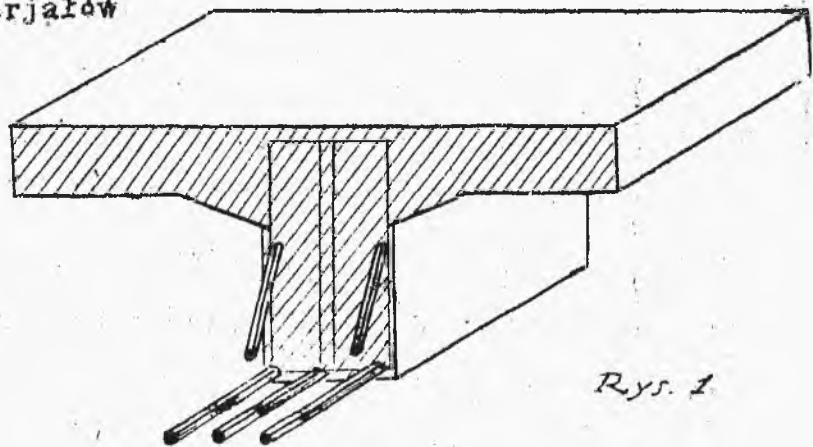
## C Z Ę Ś Ć I

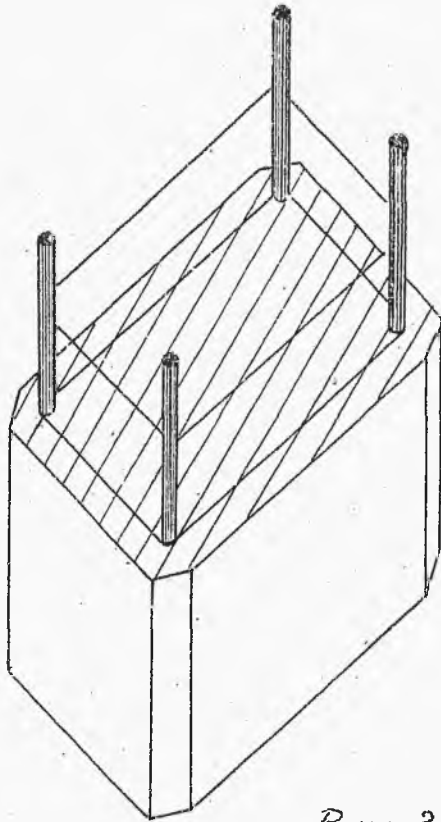
### ROZDZIAŁ I

#### W i a d o m o ś c i O g ó l n e.

1. Określenie konstrukcji żelazobetonowej. Żelazobeton czyli żelbet jest to materiał budowlany, powstający jako najbardziej celowe skojarzenie sztucznego kamienia /zwanego betonem/ i żelaza w postaci cienkich małosztywnych prętów, w takim ustosunkowaniu i połączeniu, że na wytrzymałość części żelbetowej w każdym przekroju składają się wytrzymałości zarówno betonu, jak i żelaza, jako składniki łącznego przekroju.

Z określenia tego wynika, że nie każda część konstrukcyjna wykonana z betonu i z żelaza może być uważana za żelazobetonową, koniecznym bowiem warunkiem jest współpraca w znaczeniu wytrzymałościowym obu tych materiałów





Rys. 2

/armatura/.

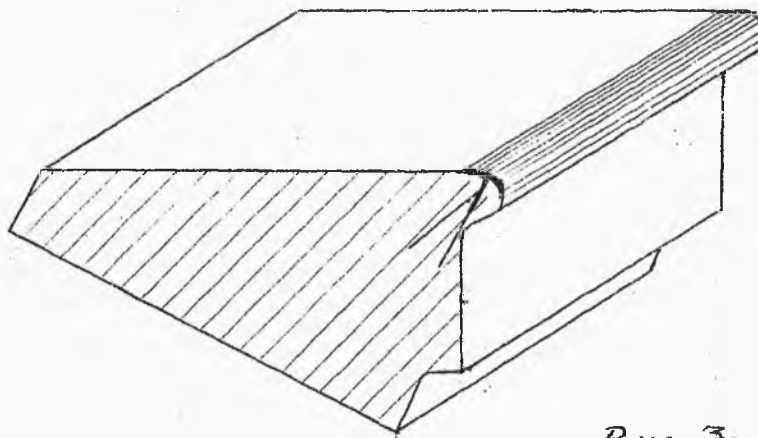
Jak zaznaczono sztywność prętów uzbrojenia jest znikoma w porównaniu do sztywności części żelbetowej, w skład której wchodzi. Jest to istotną cechą skojarzenia tych dwóch materiałów do współpracy mechanicznej w sposób odpowiadający teorii żelbetu.

Żelbetowa część konstrukcyjna składa się z betonu z zatopionymi wewnątrz prętami żelaznymi, rozmieszczonymi celowo, tak by obecność tych prętów powiększała wytrzymałość części betonowej.

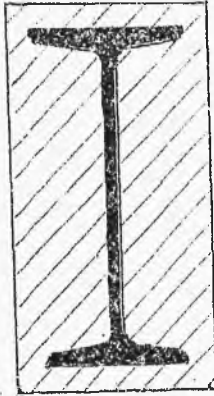
Typowe przykłady są wskazane na rys.1, gdzie widzimy część belki żelbetowej i na rys.2 część żelbetowego słupa, z огоłoconymi na pewnej długości prętami wewnętrznymi, czyli uzbrojeniem

Uzbrojenie betonu przy pomocy kształtowników sztywnych /belek dwuteowych, profili nitowanych i t.p./ bywa stosowane w niektórych wypadkach głównie dla ułatwień montażowych, lecz konstrukcja tego typu nie odpowiada ściśle niżej rozwiniętemu pogładowi na współpracę betonu z żelazem.

Nawiasowo należy zaznaczyć, że połączenie betonu z żelazem może być pomyślane w specjalnych wypadkach dla innych celów niż wyżej wskazane, ale wtedy otrzymana konstrukcja nie może być nazwana żelbetową. Często naprzykład ochrania się krawędź stopni betonowych listwą żelazną /krawężnikiem/ a to w celu zmniejszenia ścierania betonu przy chodzeniu. /rys.3/



Rys. 3



Rys. 4

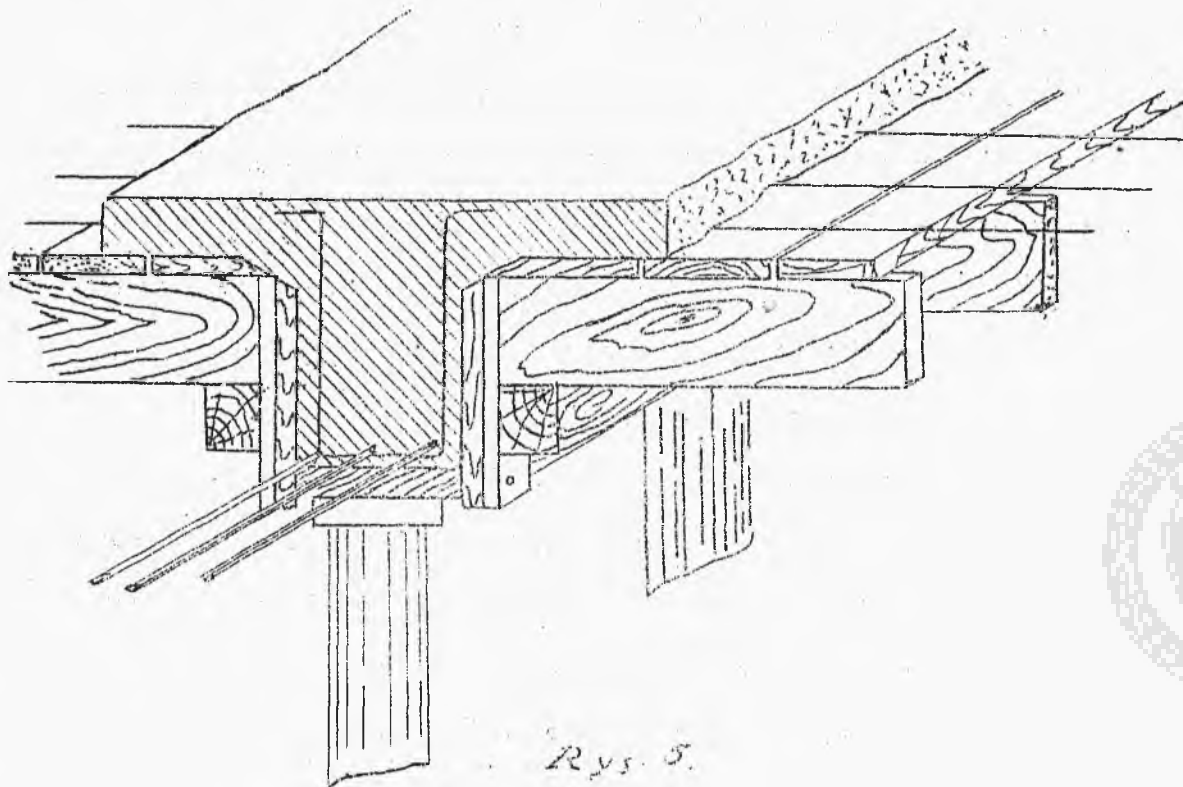
Nieraz też belki żelazne, służące same przez się jako konstrukcja nośna bywają obetonowane w celu zabezpieczenia ich od nagrzewania wrazie pożaru /rys.4/. Oczywiście, że w obu tych konstrukcjach nie zachodzi wypadek współpracy wytrzymałościowej, a więc nie mamy do czynienia z żelbetem.

Łatwość dowolnego rozmieszczenia prętów żelaznych w bryle betonowej i nadania jej dowolnego kształtu zawdzięcza się samemu sposobowi wytwarzania żelbetu. Świeżo zarobiony beton wilgotną i sypką lub też półpłynną masę, będącą mieszaniną kruszywa z odpowiednią ilością cementu i wody. Cement posiadający własność twardnienia po zmieszaniu z wodą i otaczający w betonie każdą cząstkę piasku i żwiru służy jako spoiwo między temi cząstkami, dzięki czemu cała masa twardnieje i zamienia się w kamienną bryłę.

Świeżą masę betonową urabia się w kształt pożądany przez wrzucenie jej do odpowiednich form, /rys.5/przeważnie drewnianych, i ubicie celem nadania jej jednolitości. Przed wypełnieniem betonem umieszczają się wewnątrz form w stosownych miejscach pręty żelazne, lub całe zespoły uzbrojenia, które



w gotowej konstrukcji znajduje się zatopione w stwardniałym betonie i spójne z nim w jedną całość



Własności mechaniczne i fizyczne betonu i żelaza różnią się od siebie bardzo znacznie, różnice te jednak posiadają ten szczególny charakter, że dzięki nim materiały te w pewnym połączeniu dopełniają się wzajemnie pod wieloma względami.

Własności betonu są zależne w wysokim stopniu od tego z jakich materiałów i w jakiej ze sobą proporcji

połączonych, dany beton się składa: a więc zarówno gatunek skał z jakich powstało kruszywo /piasek i żwir lub tłuczeń/, jak i wielkość oraz kształt ziaren tegoż, niemniej pochodzenia /marka/ cementu portlandzkiego i stosunek ilościowy składników powyższych oraz wody mają zasadniczy wpływ na wytrzymałość i własności sprężyste betonu. Poza to wytrzymałość i sprężystość betonu jest funkcją jego wieku. Naogół im kruszywo jest twardsze, im na jednostkę kruszywa wzięto więcej cementu i im beton jest starszy - tem większą posiada wytrzymałość. Wytrzymałość betonu na rozciąganie jest znacznie mniejsza niż wytrzymałość na ściskanie. Jeżeli porównać wyniki otrzymane ze zgniatania sześciątów betonowych z wynikami rozrywania odpowiednich próbek, to okaże się że wytrzymałość na rozciąganie wynosi około  $\frac{1}{10}$  do  $\frac{1}{12}$  wytrzymałości na ściskanie. Wytrzymałość na ściskanie, choć nieco większa od wytrzymałości na rozciąganie, jest również względnie mała. Co zaś do żelaza, to jego wytrzymałość na wszystkie powyższe rodzaje naprężeń jest wielokrotnie większa, niż wytrzymałość betonu, przyczem najkompletniej przekrój żelaza wykorzystany być może wówczas, gdy pręt walcowany o stałym przekroju, należycie zakotwiony, jest poddany rozciąganiu.

O wytrzymałości materiałów o których mowa daje pojęcie porównanie dopuszczalnych naprężeń stosowanych dla tych materiałów.

	B e t o n	Ż e l a z o
Ściskanie	35 do 50 kg/cm <sup>2</sup>	1200 kg/cm <sup>2</sup>
Rozciąganie	0 do 2 kg/cm <sup>2</sup>	1200 kg/cm <sup>2</sup>
Ścinanie	4,5 do 5 kg/cm <sup>2</sup>	900 kg/cm <sup>2</sup>

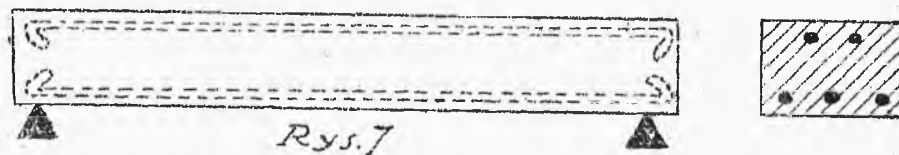
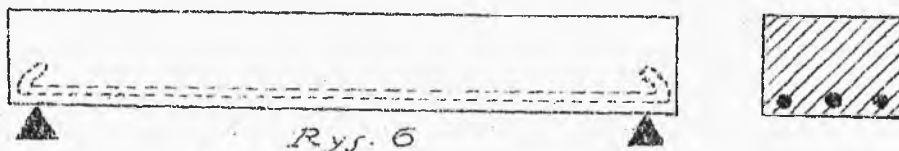
Najwłaściwszym stosowaniem żelaza w konstrukcji jest przede wszystkim stosowanie go na ścięgna, stąd narzuca się niejako myśl wzmocnienia betonu przy pomocy prętów żelaznych drogą rozmieszczenia ich wewnątrz betonowej bryły w ten sposób, by w każdym jej przekroju mogły one podjąć naprężenia rozciągające. Tak samo, choć z mniejszą teoretyczną ścisłością, można powiedzieć o naprężeniach ścinających, które w niewielkich granicach betonu sam znieść może.

Wzmocnienie betonu przy pomocy żelaza polega na podzieleniu niejako ról pomiędzy dwa te materiały przez przeznaczenie betonu do wytrzymywania naprężeń ściskających i tylko po części ścinających, a pozostawienie żelazu naprężeniom rozciągającym i po części ścinającym.

Na tej podstawie głównie jest oparta cała

metoda praktyczna obliczania ustroi żelbetowych, co nie wyklucza oczywiście, możliwości obliczania w poszczególnych wypadkach naprężeń rozciągających również i w betonie.

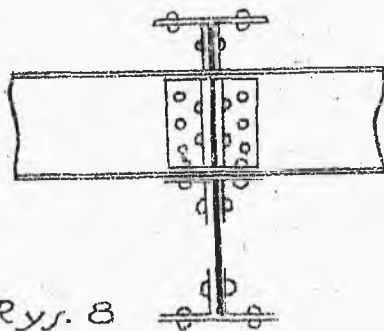
Przykładem typowym takiego skojarzenia betonu z żelazem może służyć belka elementarnie choćby uzbrojona /rys.6/.



Ponieważ dalej żelazo posiada znacznie większą wytrzymałość na ściskanie niż beton, jest również możliwe wzmocnienie betonu na ściskanie przez zabetonowanie w nim prętów w odpowiednich miejscach przekroju, jak to ma miejsce w słupie /rys.2/ lub w pasie ściskanym belki podwójnie uzbrojonej /rys.7/.

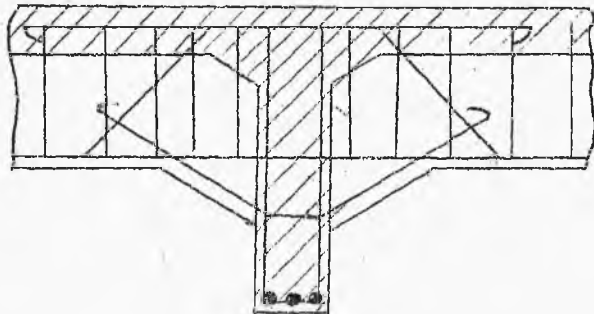
Żelbet jest więc betonem racjonalnie wzmocnionym przy pomocy prętów żelaznych.

2. Cechy konstrukcji żelbetowej. Z powyżej opisanego sposobu wytwarzania ustroi żelbetowych wynika, że nie tylko każdej części konstrukcyjnej, każdej belce, szypowi i t.p. może być nadana dowolna wytrzymałość przez nadanie jej przekrojom należytych wymiarów i przez zabetonowanie w odpowiednich miejscach niezbędnych prętów żelaznych, - ale tą samą drogą dowolna i wszechstronna wytrzymałość może być nadana i połączeniom tych części. Istotnie jeżeli porównamy np. normalne połączenie krzyżujących się belek i podciągów w ustroju żelaznym z takim samym połączeniem, wykonanem z żelbetu, to przekonamy się, że połączenie żelazne /rys. 8/ złożone z wytrzymałości pewnej liczby nitów, /których zastosowanie osłabia z konieczności części łączone, przez wybijanie w nich otworów/ jest słabsze od przekroju części łączonych, podczas



Rys. 8

gdy połączenie żelbetowe /rys. 9/ jest dowolnie mocne, a więc może być zrobione równie mocne w stosunku do działających tu sił i momentów, jak każdy inny przekrój, a to droga nadania odpowiednich

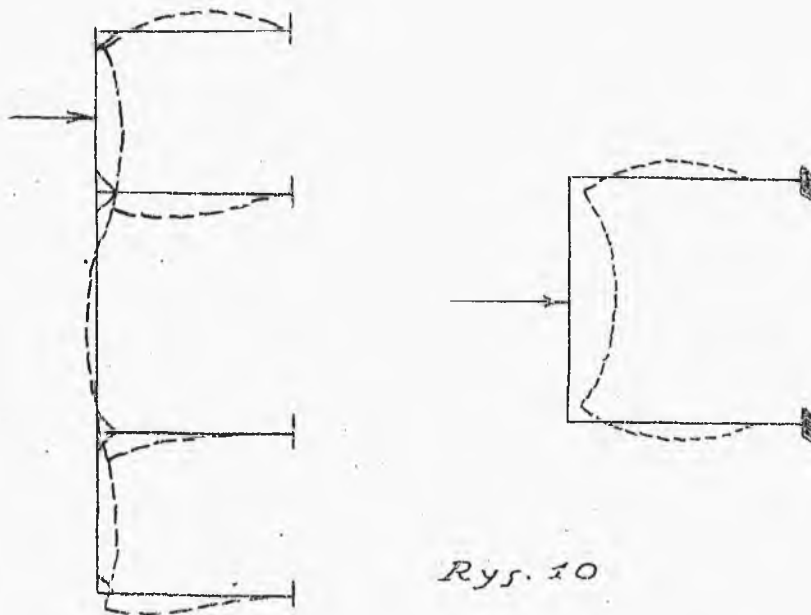


Rys. 9.

wymiarów i włączenia niezbędnego uzbrojenia.

Wytrzymałość i sztywność połączeń, osiągnięta bez żadnego specjalnego trudu w żelbecie, nadaje ustrojom z tego tworzywa cechę monolitu; własność ciągłości sprężystej pomiędzy poszczególnymi ogniwa-  
mi ustroju.

Najbardziej skomplikowana w swym kształcie konstrukcja żelbetowa wypada z natury rzeczy, jako jedna ulana bryła, w której odkształcenie jednego ogniwa powoduje w mniejszym lub większym stopniu odkształcenie wszystkich ogniw pozostałych; a więc ugięcia belek oddają się słupom, ugięcie jednego przęsła belki powoduje odkształcenie przęseł sąsiadujących. Stąd skutek, że w dźwiganiu sił, działających na ustrój, bierze udział nie tylko to ogniwo, na które bezpośrednio siła dana



Rys. 10

działa, lecz i ogniwa pozostałe. /Rys.10/

Rzadko w żelazobetonie spotykamy się z ustrojami prostymi, jak belka swobodnie wsparta na dwu oporach lub słup obciążony poziomo, przeważnie rozpatrujemy sztywne zespoły kilku takich części. Zespół belki ze słupami nazywamy ramą /rys.10/ jedno- lub wieloprzęskową; zespół belek leżących w jednej linii i połączonych w jedną całość stanowi belkę ciągłą na wielu oporach; żuki żelbetowe są budowane przeważnie bez przegubów, sztywno z węzłowiami połączone. Monolityczność ustroi żelbetowych nadaje tym ustrojom tak cenną a niespotykaną w innych materiałach sztywność,

ujawniającą się szczególnie pod działaniem obciążeń ruchomych.

Tak ścisłemu połączeniu żelaza z betonem w jedną trwałą całość materiałną sprzyjają następujące własności fizyczne tych materiałów:

- a/ wspólny obu tym tworzywom współczynnik rozszerzalności od ciepła, wynoszący na 1 C. od 0,000010 do 0,0000135;
- b/ własność betonu, a właściwie cementu, przywierania do powierzchni żelaza, o ile ta ostatnia jest wolna od tłuszczu, farby lub brudu.

Ta ostatnia własność cementu w stosunku do żelaza jest oczywiście, koniecznym warunkiem trwałości połączenia tylko w bezpośrednim zetknięciu tych materiałów, jak to ma miejsce w żelbecie. Badania systematyczne tych zjawisk wykazały, że beton z cementem portlandzkim chroni żelazo od rdzy całkowicie, pod warunkiem wszakże, że beton nie jest zbyt chudy / posiada dostateczną zawartość cementu / i na tyle ścisły, że powietrze, a z nim kwas węglowy i inne kwasy przypadkowo znajdujące się w atmosferze / jak kwas siarczynowy w dymie węglowym /, nie mają dostępu do żelaza.

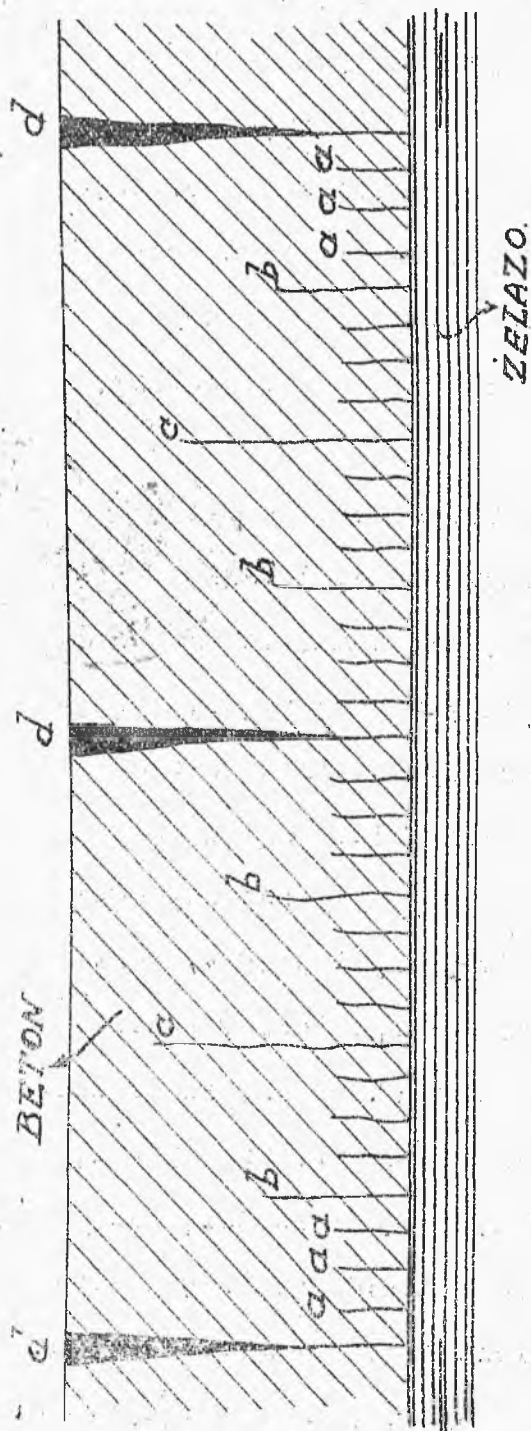
Stwierdzono, że pomiędzy składnikami cementu a żelazem żaden proces chemiczny nie zachodzi, że



badaj jedynie wodorotlenek wapnia, tworzący się przy procesie twardnienia cementu gra tu rolę ochronną, neutralizując kwasy. Ponieważ jednak wydłużalność betonu jest o wiele mniejsza od wydłużalności żelaza, w betonie otaczającym żelazo rozciągane, powstają pęknięcia i rzeczą ważną do stwierdzenia jest, czy przez te pęknięcia wilgoć i kwas węglowy nie mogą przeniknąć i wywierać wpływu na powierzchnię żelaza wywołując rdzewienie.

Charakter tych pęknięć uwidacznia rys. 1. W przypuszczeniu, że beton przywiera do żelaza mocno, że niema przesunięć na powierzchni ich zetknięcia, i że żelazo pod wpływem siły rozciągającej osiągnęło wydłużenia, przekraczające wydłużalność betonu /np. przy zwykłym naprężeniu żelaza  $1000 \text{ kg/cm}^2$  - wydłużenie jego wynosi około  $1/2000$ , podczas gdy beton pęka już przy wydłużeniu  $1/10000$ , czyli przy wydłużeniu 5 razy mniejszem/, warstwa betonu, bezpośrednio przylegająca do żelaza, otrzyma nieskończoną ilość znikomo drobnych pęknięć (a) w dalszych warstwach pęknięcia te będą coraz radsze (b, c) na powierzchnię zaś wystąpią pęknięcia (d) szersze i znajdujące się w pewnych większych odstępach, zależnych od grubości warstwy betonu oraz od wytrzymałości i współczynnika sprężystości





Rys. 11

tegoż na rozciąganie.

Rysy (d)

wychodzące na powierzchnię, są to te, przez które szkodliwe czynniki atmosferyczne do żelaza mogą przeniknąć, o ile oczywiście szerokość tych rys na to pozwoli. W niektórych wypadkach szerokość tych rys na powierzchni betonu w badaniach laboratoryjnych wynosiła  $\frac{1}{100} \frac{m}{m}$ . Ponieważ szerokość ta zmniejsza się w miarę zbliżenia się do żelaza, w pobliżu zaś jego powierzchni



Rys. 12

przy powyższych założeniach jest znikomą, gazy dostępu do żelaza nie mają, przenikają tylko głębiej lub płycej do betonu, zależnie od naprężenia żelaza. A więc jak np. na rys.12 widać - przy obciążeniu mniejszym - do linii *ab*, *ab'*, przy większym do linii *cd*, *cd'*.

Tem równomierniejsze, a więc drobniejsze rysy będą się znajdowały przy żelazie, im równomierniejszy, wytrzymalszy i lepiej do żelaza przywierający materiał się tu znajduje. Przy betonowaniu, dostatecznie mokrym i tłustym betonem, wytwarza się na powierzchni żelaza kora z mocnej zaprawy cementowej, bardzo sprzyjająca ochronie tegoż od rdzy.

Kleinlogel znalazł, że beton 1: 1: 2 z 8% dodatkem wody pęka przy wydłużeniu na 0,131 mm na 1mtr., natomiast beton wzmocniony żelazem pęka przy wydłużeniach 0,118 do 0,1196 mm na metr. Bach znalazł, że pierwsze plamy wodne występują przy wydłużeniach 0,07 do 0,10 mm na metr, a pierwsze rysy - przy 0,123 do 0,176 mm na metr.

Istnieje przypuszczenie, wysunięte przez Considèr'a i obalone tylko pozornie w doświadczeniach nowszych, że beton będąc spojony z żelazem i razem z nim się odkształcający, posiada zdolność doznawania bez pęknięcia odkształceń dużo większych, niż gdy z żelazem spojony nie jest. Może to mieć miejsce dzięki temu, że żelazo wydłużając się zmusza do oddalania się od siebie równomiernie wszystkich cząstek betonu na długości pręta, czyli rozkłada odkształcenie równomiernie na całą jego długość. W ten sposób żadna para cząstek nie oddala się od siebie na odległość przekraczającą rozciągliwość betonu, ogólne zaś odkształcenie jest bardzo znaczne. Jest możliwym przypuszczenie, że zjawisko to ma miejsce w najbliższych do powierzchni żelaza warstwach betonu, czyli że najdrobniejsze pęknięcia /rys.11/ są tak drobne, że nie naruszają spoiwości tworzywa, dzięki czemu żelazo, pomimo dużych odkształceń, jest pokryte nieprzenikliwą korą betonową.

Stopień przenikania czynników utleniających przez powyżej opisane rysy był przedmiotem licznych badań, w których belki żelbetowe obciążone, a więc posiadające żelazo w stanie pewnego wydłużenia, umieszczano w zwykłych warunkach atmosferycznych na czas

dłuższy, to w wodzie, to w suchym powietrzu, to w spalinach. Rdza pokazywała się tylko wtedy, gdy beton był chudy i porowaty.

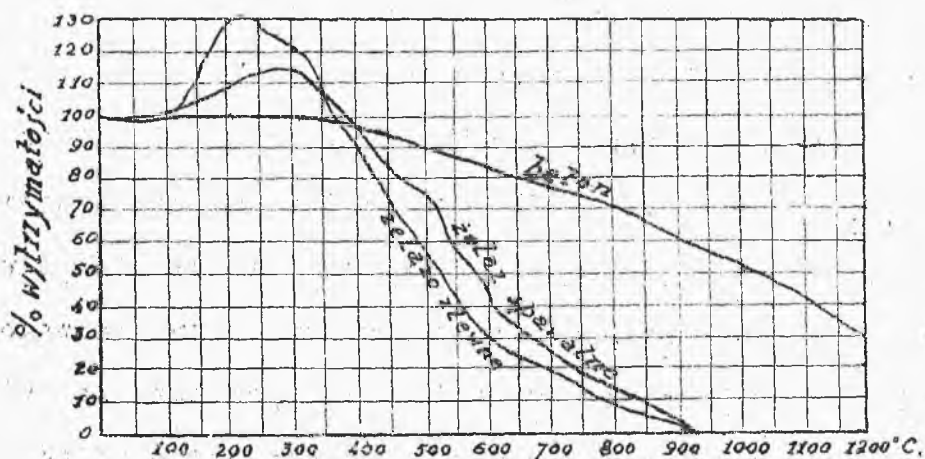
Do powyższego dodać należy, że żelazo, oczyszczone z kory, jaka się wytwarza przy walcowaniu, łatwiej rdzewieje niż żelazo wprost z walcowni, i że żelazo zardzewiało po należytych zabetonowaniu w tłustym i mokrym betonie dalej nie rdzewieje.

W wypadkach, gdy ustroje żelbetowe znajdują się w szczególnych warunkach, ułatwiających rdzewienie żelaza /np. mosty nad torami kolejowymi, wystawione na działanie spalin węgla kamiennego/, zaleca się specjalną ostrożność. Niektórzy stosują tu specjalne osłony, inni nadają grube przekroje betonowi rozciąganemu. Tego ostatniego sposobu nie uważamy za racjonalny.

Żelbet, jako materiał budowlany, posiada bez porównania w wyższym stopniu, niż materiały inne, cenne zalety trwałości i ogniotrwałości. Trwałość polega na tym, że materiał ten w zasadzie może istnieć nieograniczenie długo bez żadnej naprawy, żelazo bowiem, znajdujące się wewnątrz, jest zupełnie ochronione od rdzy, powierzchnia zaś betonu, o ile jest on z należytych tworzyw wykonany, jest również odporna na działanie atmosfery i przez czas nieograniczony nie pokazuje śladów zniszczenia.

Ogniotrwałość jest w budownictwie pojęciem względnym, które bynajmniej nie oznacza, że danego tworzywa ogień wcale nie uszkadza, lecz wyraża raczej to mniemanie, że pod wpływem ognia, jaki w pożarach się rozwija i pod wpływem używanych do gaszenia ognia prądów wody, ustroje z danego materiału zachowują przez krótszy lub dłuższy czas swoją wytrzymałość, że więc dają szansę ugaszenia ognia zanim ustroje te runą lub ogień przez siebie przepuszczą. Z tego punktu widzenia żelbet należy do materiałów zupełnie ogniotrwałych, gdyż w najgwałtowniejszych nawet pożarach nie zdarza się runięcie ustroju żelbetowych, ścianki zaś z tego materiału, jako przegroda ogniowa, służą znakomicie, aczkolwiek powierzchnia betonu uszkadza się zarówno pod wpływem ognia jak i skutkiem działania sikawek. Ogólnej wytrzymałości żelbetu przy wysokich ciepłotach sprzyja jednakowoż współczynnik rozszerzalności betonu i żelaza. Żelazo niczem nie pokryte pod względem ogniowym przedstawia się wyjątkowo niekorzystnie, gdyż przy podniesieniu się temperatury do 550 600 C., co należy uważać za temperaturę, łatwo w pożarach osiągalną, traci tak znaczną część swej wytrzymałości, że konstrukcje żelazne w tych warunkach zawalają się, często pociągając

za sobą inne części budynku i powodując duże katastrofy. Beton z podniesieniem się temperatury traci również na wytrzymałości, lecz znacznie mniej i w granicach temperatur pożarowych /około 1000 C. topienie się drutów mosiężnych/ - niewielką tylko część. Zależności te są wskazane na rys.13 podług doświadczeń Woolson'a. Poza to beton, otaczając żelazo, w nim się znajdujące chroni je od wysokiej



Rys. 13.

temperatury przez czas dłuższy, co tłumaczy się w sposób następujący. Cement, twardniejąc, wiąże pewną ilość wody krystalicznej, dochodzącą do 18% wagi cementu. W pierwszych chwilach działania ognia uwalnia się woda krystaliczna, której część uchodzi przy 260 C., reszta dopiero przy 480 C. Uwolnienie się wody krystalicznej z zewnętrznych warstw

utrzymuje stosunkowo długo niską temperaturę wewnątrz masy betonowej. Pozostający beton, pozbawiony wody, przedstawia mieszaninę, w której przeważa wapno i piasek, mieszaninę porowatą o niskim przewodnictwie ciepła przez którą ciepło dochodzi do żelaza bardzo powolnie, tak że szybko się rozchodząc po żelazie, jako po dobrym przewodniku, nie jest w stanie podnieść znacznie jego ciepłoty. Dlatego beton stanowi lepszą ochronę żelaza pod względem pożarowym, niż obmurowanie cegłą lub terracotą.

Gatunek kruszywa, wchodzącego w skład betonu, posiada duże znaczenie dla jego wytrzymałości ogniowej. Najlepsze wyniki daje piasek kwarcowy i żwir lub tłu-  
czeń granitowy, unikać należy kruszywa wapniowcowego, gdyż te gatunki skał, wypalając się, powiększają swą objętość i rozsadzają oraz rozkruszają beton na powierzchni. W wielkim pożarze, który nawiedził kilkanaście lat temu miasto Baltimore gdzie kruszywo było granitowe, beton został uszkodzony /wypalony na wapno/ miejscami zaledwie na 2 cm., w Żyrardowie zaś po pożarze, wywołanym przez ustępujących Rosjan, zauważyliśmy w żelbetowym budynku skruszaki beton na głębokość 7 cm. kruszywo było tu po części wapniowcowe.



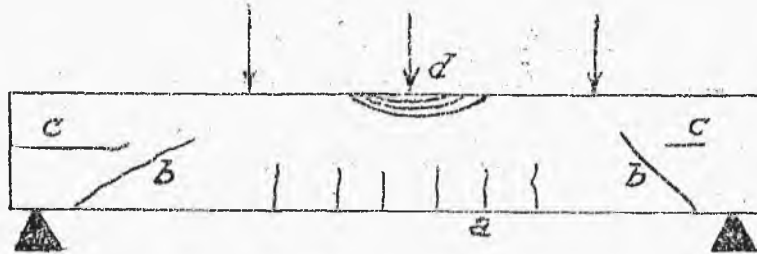
Do wad żelbetu, jako materiału budowlanego należy zaliczyć jego zbytnią wytrzymałość, która w pewnych warunkach przyczynia trudności. A więc przedewszystkiem łączenie z konstrukcją wszelkiego rodzaju przewodów /rurowych, drutowych, transmisyjnych/, dokonywane zazwyczaj przez wbijanie do muru różnych haków i gwoździ lub wpuszczanie śrub, oraz przebijanie otworów napotyka w ustrojach żelbetowych na znaczne trudności i wymaga kosztowniejszych metod wykonania. Dalej wszelkie przeróbki w budowlach żelbetowej oraz reperacje i poprawki tej konstrukcji są wielce utrudnione, a czasem niemożliwe. W końcu rozbiórka budowli, nadających się do usunięcia, jest nader kosztowna. Rozbijanie młotami, mezlami i klinami oraz przy pomocy materiałów wybuchowych pociąga wielką stratę czasu i robocizny. Ostatnio ułatwia się znacznie tę pracę przez zastosowanie meśli, poruszanych sprężonym powietrzem /narzędzia pneumatyczne/, oraz płomienia wodoro-tlenowego /"autogen"/.

Wpływ prądu elektrycznego na ustroje żelbetowe może mieć skutki ujemne, powodując elektrolizę żelaza. Prądy stałe, błądzące, mogą bądź z ziemi przez fundament dostać się do ustroju, bądź wskutek złej

izolacji przewodników przynależą z tychże przez żelbet do ziemi. Gdy beton jest wilgotny, a prąd stały tworzy się obfita rdza na żelazie, stanowiącym anodę, tak, że częstokroć rozsadza ona beton. Zjawiają się wtedy charakterystyczne pęknięcia w belkach wzdłuż żelaza na powierzchni do żelaza najbliższej. Prąd zwykły zmienny nie powoduje elektrolizy. W żelbecie suchym i znajdującym się w suchym powietrzu wskutek znacznego oporu, jaki beton suchy prądowi stawia, elektroliza również nie ma miejsca. Dla uniknięcia zatem niebezpieczeństwa z tej strony jest pożądane zabezpieczenie ustroju od wilgoci oraz należyta izolacja przewodników prądu silnego od żelaza, stanowiącego armaturę żelbetu.

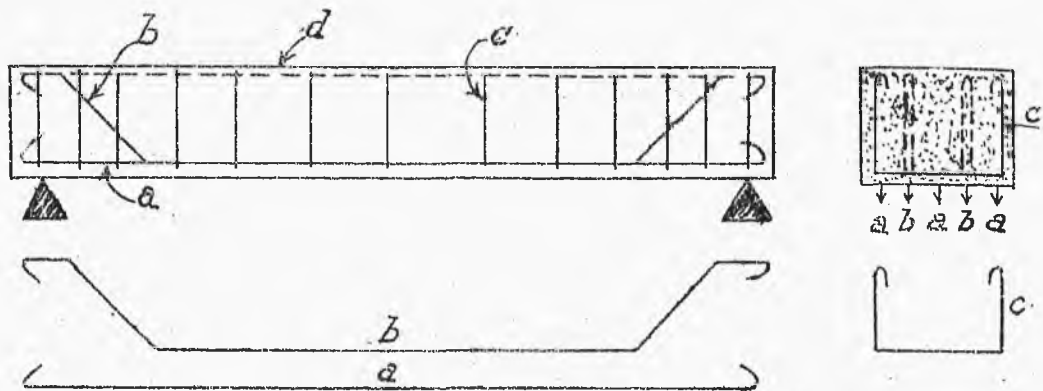
3. Zasadnicze elementy uzbrojenia. Postępując w myśl zasady stosowania żelaza i betonu w ustrojach żelbetowych, wyłuszczonej w paragrafie 1, winniśmy w każdym wypadku nadać uzbrojeniu taki kształt, by pręty żelazne znajdowały się wszędzie tam, gdzie może powstać rysa wskutek rozciągania lub ścinania i by kierunek prętów odpowiadał kierunkowi naprężeń, a więc gdzie żelazo ma podejmować rozciąganie, winno być równoległe do naprężeń, gdzie ścinanie - prostopadłe do płaszczyzny działania tychże

Dla zobrazowania tego w najbardziej typowym wypadku, rozpatrzmy słabe miejsca w belce betonowej wspartej swobodnie na 2-ech oporach i poddanej działaniu sił pionowych /rys 14/.

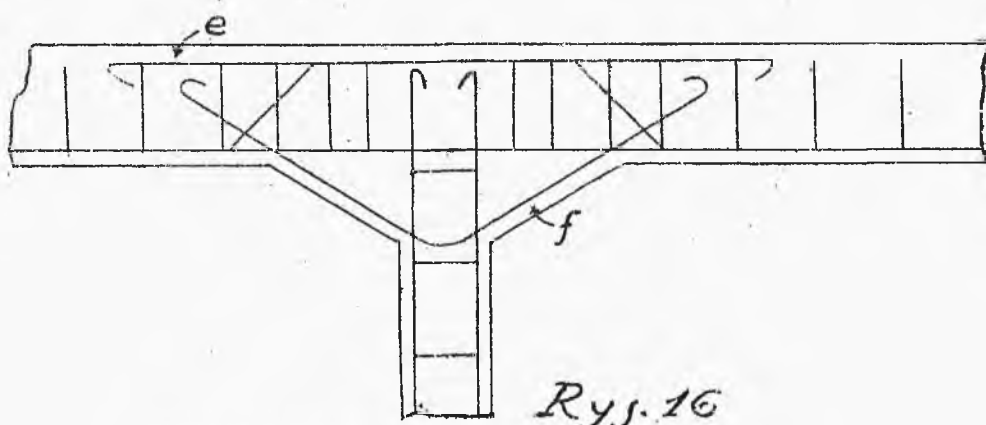


Rys. 14

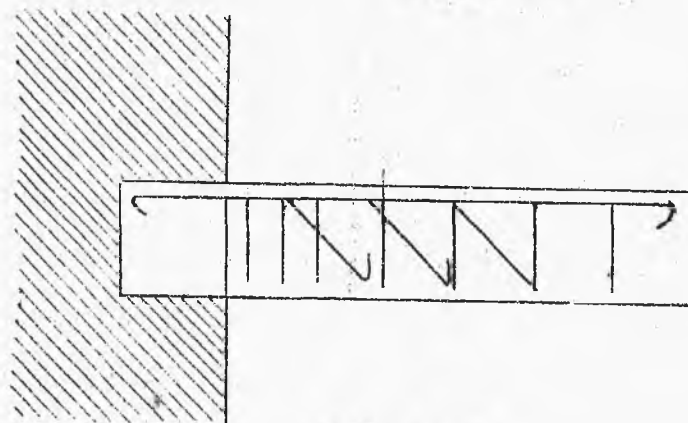
Jak to wynika z teoretycznego rozpatrzenia naprężeń i znajduje potwierdzenie w praktyce, w belce takiej zjawić się mogą rysy następujące:  $\alpha$  - w miejscu największego rozciągania pośrodku przęsła,  $\beta$  - ukośne w pobliżu opór, pochylone pod kątem 45°, powstające od występującego tu rozciągania ukośnego,  $\gamma$  - poziome - od występującego tu ścinania poziomego pomiędzy warstwami belki. Wrazie przekroczenia wytrzymałości betonu na ściskanie, w miejscu  $\alpha$  może powstać zmiążdżenie betonu. Stąd uzbrojenie zwykłe belki żelbetowej składać się winno z następujących pierwiastków zasadniczych: prętów  $\alpha$ , przechodzących po dole belki na całej jej długości, prętów  $\beta$ , przechodzących pośrodku przęsła w dole belki,



Rys. 15



Rys. 16



Rys. 17

lecz przy oporach zagiętych ukośnie ku górze pod kątem  $45^\circ$ , celem pojęcia naprężeń rozciągających ukośnych, w końcu ze strzemion  $C$ , przecinających prostopadle płaszczyzny rozwarstwień, powstać mogących skutkiem ścinania poziomego.

Rozgraniczenie roli strzemion i prętów ukośnych czynimy powyżej dla ułatwienia sobie zadania obliczenia, w istocie jednak zarówno strzemiona doznają rozciągania, jak i pręty ukośne - ścinania, w istocie oba te elementy pracują wspólnie na ścinanie i rozciąganie.

W belce ciągłej nad oporami powstaje rozciąganie w górnej części belki, niezbędne więc są pręty  $e$ , / rys.16 / pozatem inne elementy uzbrojenia pozostają te same.

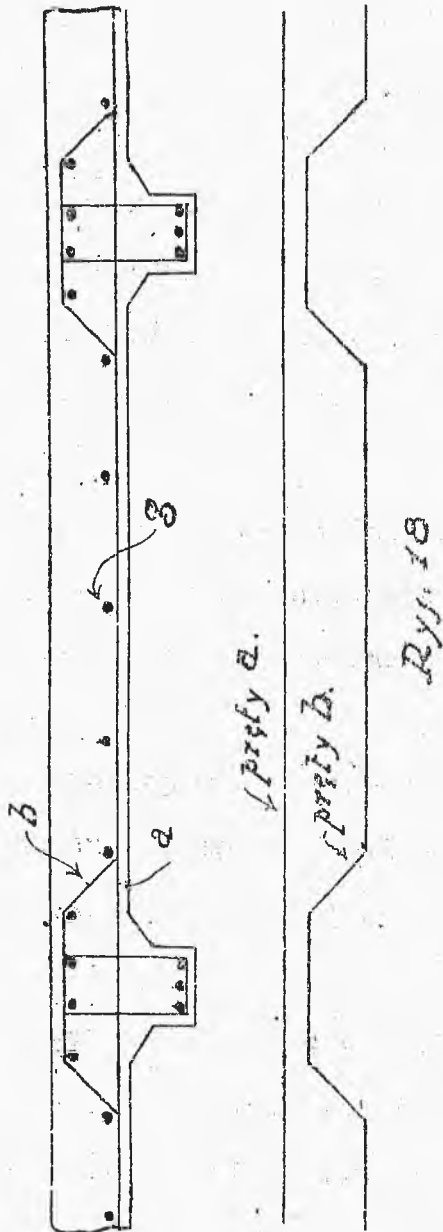
Wzmocnienie betonu na ściskanie wymagałoby dodania prętów  $d$ , /rys.15/ pośrodku przęsła, zaś prętów  $f$  /rys.16/ na oporach, co jednak niegawszę jest potrzebne.

Belka jednym tylko końcem wsparta i zamocowana, czyli wspornik wymaga pod działaniem sił pionowych oczywiście uzbrojenia górnej swej części, jak to widać na rys.17, przy większej długości wspornika część prętów zagina się ukośnie ku dołowi.

### Uzbrojenie płyt

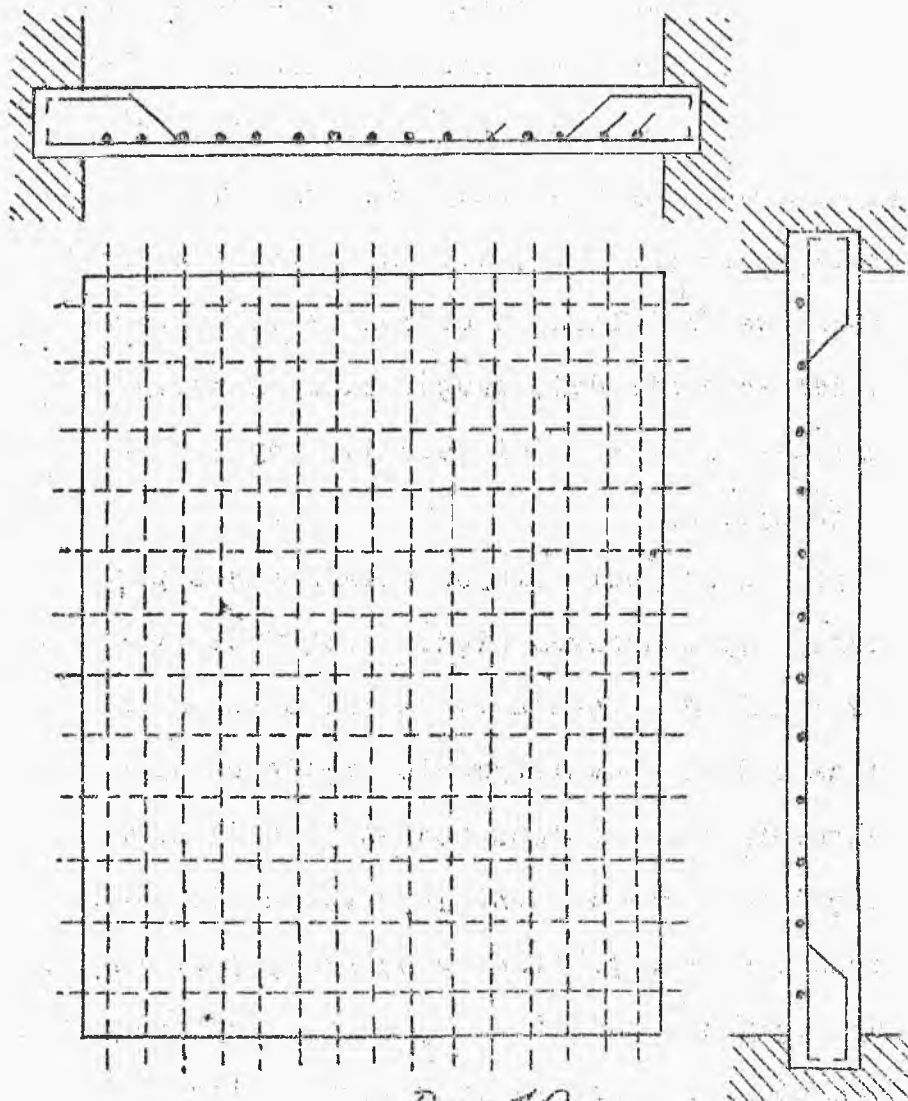
żelbetowych /rys. 18/

tem się różni tylko od uzbrojenia belek, że nie używa się tu zazwyczaj strzemion, jako zbędnych, natomiast stosowane są pręty rozdzielcze *g*, nie wchodzące w rachubę przy obliczeniu wytrzymałości płyty, lecz mające jedynie za zadanie powiązanie betonu w kierunku poprzecznym do uzbrojenia, by wrazie działania ciężarów skupionych rozkładały się one na większą szerokość płyty i co zatem idzie na większą ilość prętów zasadniczych, oraz by przy zmianach temperatury, jak również przy kurczeniu się betonu podczas twardnienia nie pojawiły się



pęknięcia.

W pewnych wypadkach, gdy płyta żelbetowa posiada w planie wymiary bliskie do kwadratu i jest wsparta ze wszystkich 4-ech stron, może być stosowane uzbrojenie w dwu kierunkach, t. zw. krzyżowe, rys. 19 powstające z rozpatrywania i obliczenia płyty, jako 2-ech systemów belek do siebie prostopadłych.



Rys. 19.

Pręty krótszego kierunku układają się pod prętami dłuższego kierunku, gdyż na to ostatnie wypada moment gnący mniejszy. Płyty takie wypadają, oczywiście cieńsze od płyt zbrojonych w jednym kierunku, lecz pochłaniają bardzo dużo żelaza, są zatem kosztowniejsze i uginają się więcej / są mniej sztywne /.

Jest to wprawdzie urządzenie w budownictwie tylko z żelbetu wykonalny, tem niemniej nieracjonalny dla tego tworzywa. Metody ścisłego obliczenia naprężeń w płytach wspartych na całym obwodzie mogą przynieść oszczędność przy projektowaniu płyt z jednolitego tworzywa /z żelaza, w budownictwie maszynowym/ - w żelbecie nie dają naogół żadnych korzyści prócz zmniejszenia wysokości ustroju, gdy jest ono żądaniem górującem.

Typowe uzbrojenie słupów składa się z prętów podłużnych, powiązanych między sobą w pewnych odstępach ramkami z drutu rys. 2 lub z płaskownika, mającemi za zadanie powstrzymanie prętów od wyboczenia i wyłamania się z betonu pod wpływem ściskania.

Pręty podłużne wzmacniają beton na ściskanie i umieszczają się je w pobliżu zewnętrznej powierzchni słupa, by mogły one podjąć naprężenie rozciągające, jakie mogą powstać w słupie przy jego wygięciu,

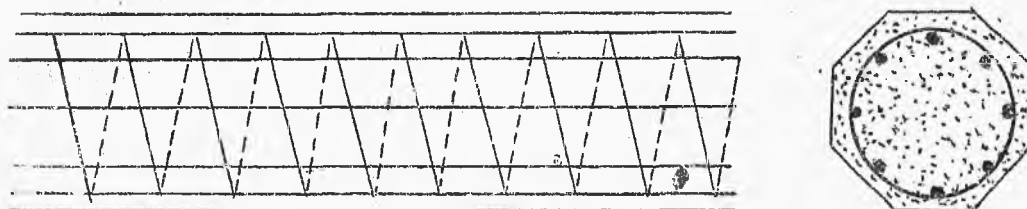


skutkiem skutecznego połączenia z belkami /rys.10/.

Zwykłe rozłożenie prętów w słupie o przekroju kwadratowym i prostokątnym widzimy na rys.20.a i b.



Rys. 20



Rys. 21

Istnieje inny jeszcze sposób wzmocnienia betonu na ściskanie, mianowicie przez ujęcie go w gęste pierścienie lub zwoje żelazne. Beton uzwojony, nie mogąc się rozszerzać w poprzek przy ściskaniu poosiowym stawia większy opór temu ściskaniu. Prócz zwoi umieszcza się zawsze pręty podłużne, mające to samo zadanie, co w słupach, opisanych powyżej. Słupy uzwojone /rys.21/ zaczął pierwszy badać i stosować Considère. Do wszystkich powyższych typowych uzbrojeń używa

się prawie wyłącznie żelazo zlewne walcowane, okrągłe /nazywane czasem niesłusznie "stalą"/ o grubościach następujących:

na uzbrojenie płyt - pręty o średnicy	8 do 12 mm.
" " belek i słupów " "	16 " 25 "
" strzemiona i ramki " "	5 " 8 "
do wiązania prętów między sobą	
drut o średnicy	1,6 " 2 "
na uzdwojenie słupów	12 " 20 "

W ustrojach dużych wyjątkowo grubości żelaza bywają znacznie większe.

4. Historia rozwoju żelbetu. Powyżej opisane ustroje stanowiące dziś typ najszerszej stosowany w praktyce żelbetniczej i uważany za najracjonalniejszy pod każdym względem noszą czasem /prócz słupów uzwojonych/ nazwę "systemu Hennebique'a", gdyż z drobnymi tylko wariantami przez tego inżyniera były pomyślane i stosowane od r.1892-go. Zanim jednak technicy doszli do tego racjonalnego ustroju, wpływającego ze znajomości tworzyw i ich roli w żelbecie, żelbetnictwo przeszło w pierwszym okresie swego rozwoju, gdy działo się poomacku, przez cały szereg ustroi mniej racjonalnych. Pomyślano i stosowano w tym czasie liczne, mniej lub więcej racjo-

nalne "systemy", przyczem praktyka wyprzedzała tu naukę przez dłuższy okres czasu i zanim badania wyświetliły istotę współdziałania żelaza i betonu, długi szereg budowli żelbetowych stał już i świadczył o wartości materiału.

Za pierwsze zastosowanie żelbetu jest uważana, okazana na wystawie wszechświatowej paryskiej 1855 r., kolumna, wykonana przez francuza Lambot'a z siatki żelaznej, obrzucona z obu stron zaprawą cementową. Za istotnego jednak wynalazcę żelbetu jest poczytywany również francuz Józef Monier, z zawodu ogrodnik, który tym samym sposobem wykonywał około r. 1861 mocne o cienkich i lekkich ściankach donice i zbiorniki do wody. Monier uzyskał patenty na wykonanie tym sposobem rur, zbiorników, ścianek, stropów i t.p. dzięki czemu jego imieniem został ochrzczony system żelbetowy, szeroko stosowany w pierwszym okresie rozwoju tego budownictwa.

Dopiero w 1875 r. zaczął się szerszy rozwój stosowania systemu Monier'a, gdy firma niemiecka Freytag u. Heidschuck /obecnie Wayss u. Freytag/ nabyła patenty Monier'a i przeprowadziła badania nad wytrzymałością tej nowej kombinacji materiałów. Dzięki pracom doświadczalnym inż. G.A. Wayss'a wyko-

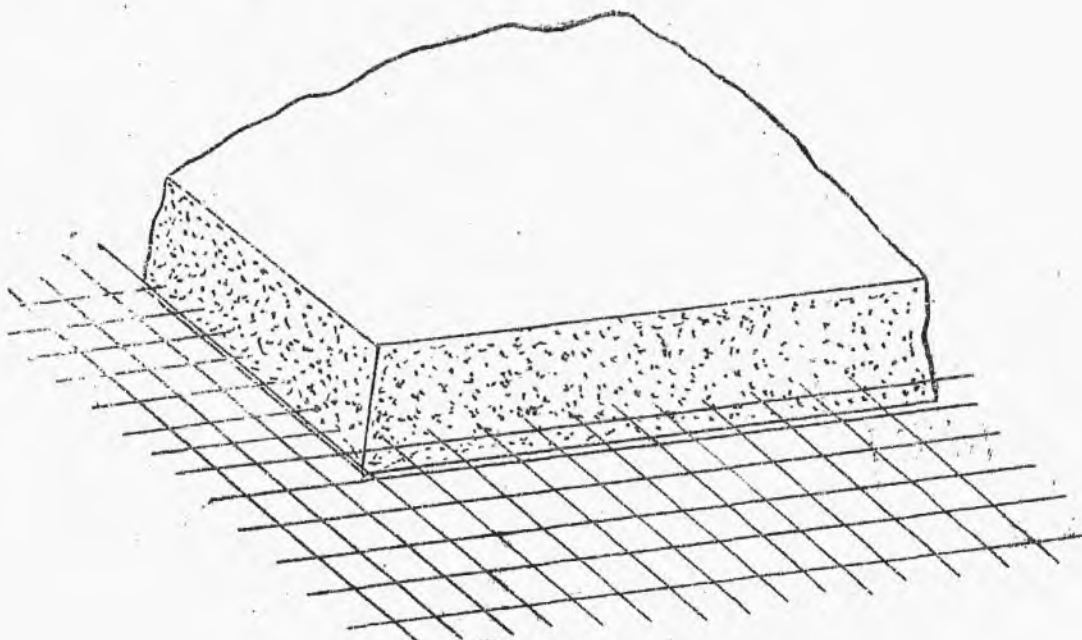
nany w Berlinie i ogłoszonym w 1887 r. oraz pracom teoretycznym Koenen'a, system Monier'a zaczął być szeroko stosowanym w Europie.

W Stanach Zjednoczonych Am.Półn. w tymże 1875 roku powstaje przedsiębiorstwo robót żelbetowych inżyniera W.E.Ward'a i rozwija w swoich budowlach konstrukcję żelbetową na ogólnej zasadzie, nie trzymając się systemu Monier'a. W 1887 r. firma "Ransome & Smith Co." buduje pierwszy most żelbetowy w Ameryce, mianowicie w San Francisco Cal.

Amerykanin T.F. Haytt, pracując w firmie D.Kirkaldy w Londynie, prowadzi badania naukowe nad wytrzymałością żelbetu i ogłasza wyniki w 1877 r. Wkrótce potem coraz więcej uczonych bierze się do badania laboratoryjnego i teoretycznego żelbetu; jednocześnie powstaje szereg dużych przedsiębiorstw specjalnych, wśród których zdobywa wszechświatową sławę przedsiębiorstwo inż. Hennebique'a w Paryżu; pokrywa ono siecią swych koncesjonaryjusz całą Europę i przenosi swą działalność do innych części świata. Ostatnie lat 20 były świadkiem niesłychanie szerokiego zastosowania żelbetu na obu półkulach do budowli wszelkiego rodzaju, jak stropy, słupy, tamy, mosty i wiadukty, ściany oporowe, ścianki działowe, fundamenty, dachy, zbiorniki.

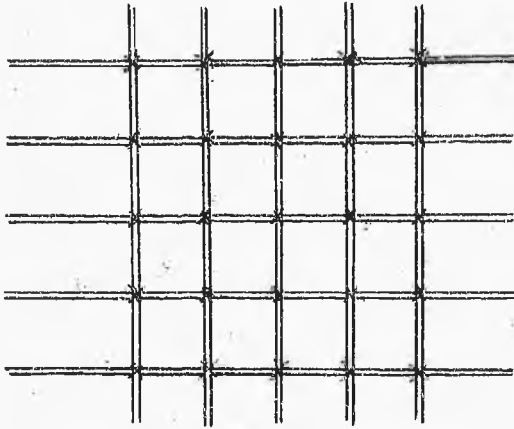
rodzie, okręty, budownictwo wojskowe, fortyfikacje i t.p.

Oto są ważniejsze systemy, które w rozwoju żelbetu odegrały pewną rolę. Wielką obfitość ich spotykamy przedewszystkiem w ustrojach zginanych



Rys. 22.

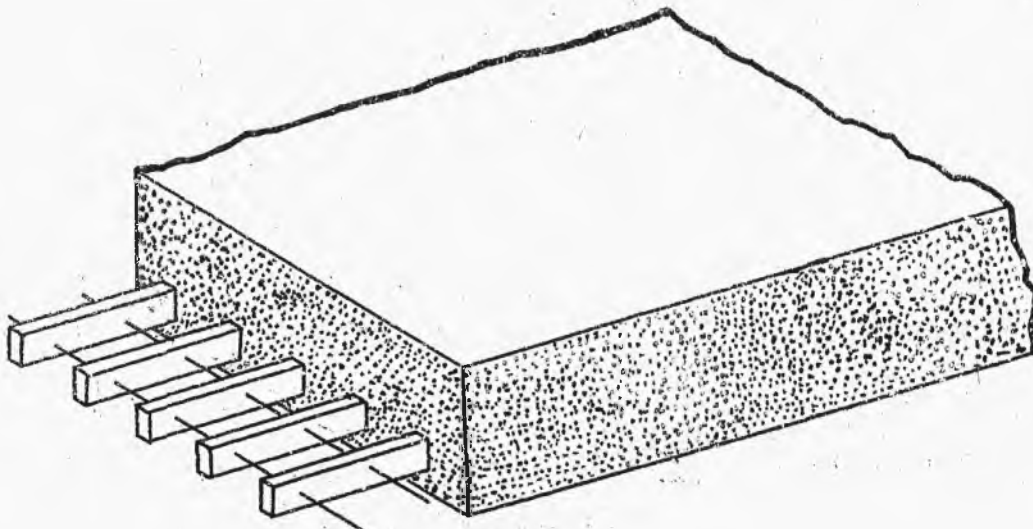
System Monier'a polega na wykonaniu stropów płaskich i sklepień w postaci betonowej płyty, w której znajduje się po jej stronie rozciąganej siatka z drutów żelaznych, równoległe ułożonych. Dolne druty /robocze/ tej siatki posiadają grubość od 5 do 10 mm., górne /rozdzielcze/ - 5 do 6 mm. /rys. 22 i 23



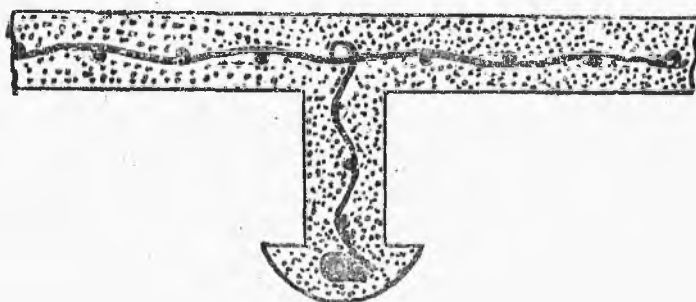
*Rys. 23*

W sklepieniach często umieszcza się dwie warstwy siatki: w dolnej i górnej części grubości płyty. Grubość sklepień Monier'a, najczęściej przerzucanych pomiędzy

dwuteownikami, w zwykłych stropach wynosi najczęściej 5 do 7 cm. w zworniku.



*Rys. 24.*



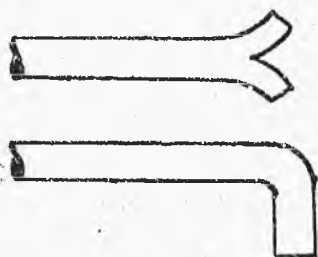
Rys. 25

System Hyatt'a /rys.24/ posiada zbrojenie płyt betonowych w postaci płaskowników, postawionych na kant i połączonych ze sobą drutami, przepuszczonymi przez otwory w płaskownikach.

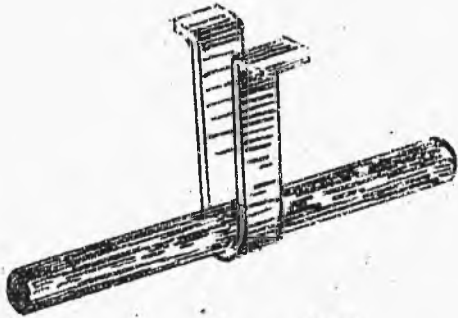
System Cottancin /rys.25/ tworzy uzbrojenie z siatki drucianej gęstej, splecionej tak, by druty nie mogły się przesuwąć po sobie, oraz z płaskowników o znaczniejszych przekrojach.

'System Hennebique'a

- uzbrojenie składa się z okrągłych prętów różnej grubości, zakończonych hakami /rys.26/ w celu ich zakotwienia i ze strzemion płaskownika 30 - 60 mm. szerokiego

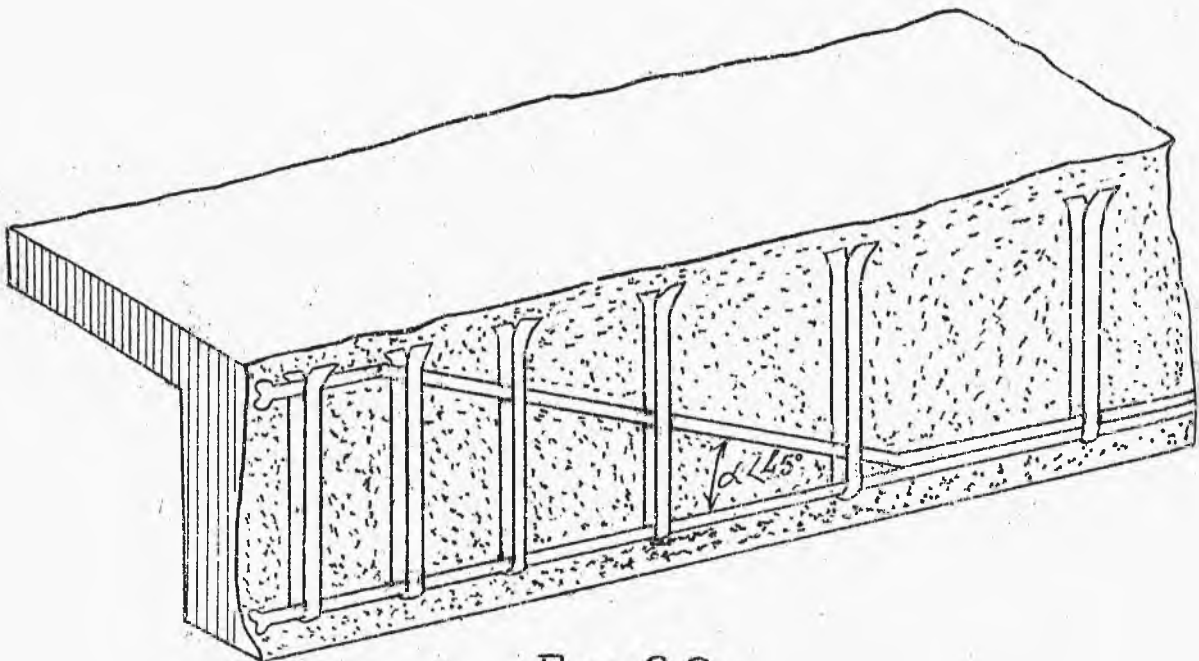


Rys. 26



Rys. 27

i 2 - 4 mm , grube-  
go, rozłożonych gęś-  
ciej przy oporach  
belki, niż pośrodku  
/rys. 27 i 28/przęsła.



Rys. 28

Zagięcia drutów w górę dokonywa się pod kątem bar-  
dzo łagodnym, znacznie mniejszym od 45 . Systemy  
Dégon i Chaudy /rys. 29 i 30/ posiadają, prócz prętów





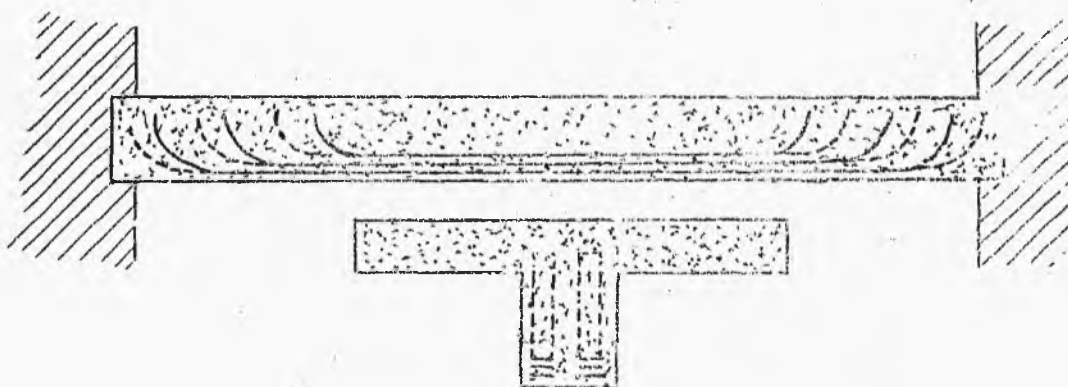
Rys. 29



Rys. 30



Rys. 31

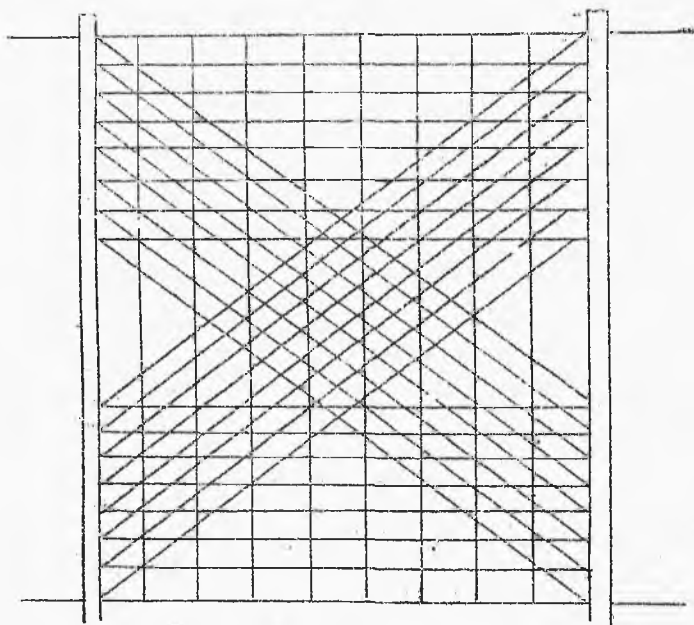


Rys. 32

podłużnych, rodzaj strzemion wygiętych w postaci zębów lub fal z cienkiego drutu. System Klett /rys.31/ przetrząca płaskowniki przez belki dwuteowe i

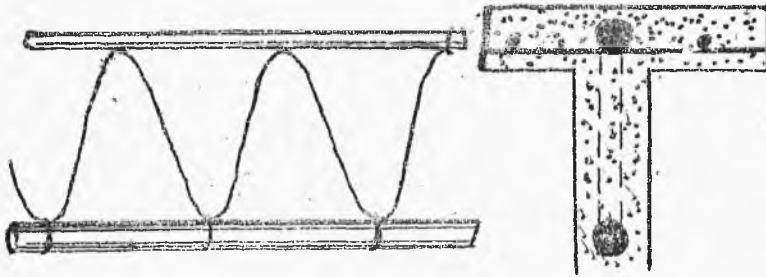
przynitowuje do tych płaskowników kawałeczki kontownika.

System Locher'a /rys 32/ tworzy armaturę belki z płaskowników zagiętych okrągło w górę w odpowiednich miejscach belki.



Rys. 33

System Matrai'a /rys.33/ Ubrojenie tu składa się z prętów giętkich, przeważnie lin stalowych, umocowanych na belkach dwuteowych i zwisających w kształcie linii łańcuchowej, mieszczącej się w grubości pły-

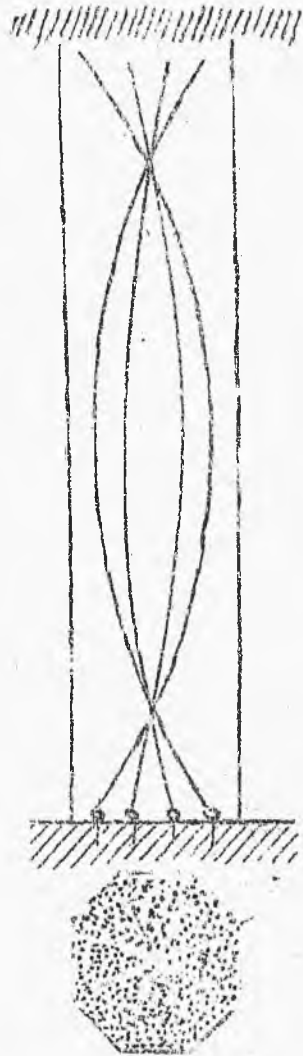


Rys. 34

ty; część lin posiada kierunek równoległy do belek lub do nich prostopadły, część zaś leży ukośnie celem przeniesienia ciężaru bliżej ku oporom belek, gdyż, jak sądzi wynalazca, tylko przez te liny siły belkom się oddają. System Coignet /rys.34/ posiada belki żelbetowe o uzbrojeniu podwójnem, przy czem pręty górne są połączone z dolnemi kratownicą z płaskownika, przytwierdzonego drutami do prętów zasadniczych.

W ustrojach słupowych zaznaczyć należy: system Matrai'a /rys.35/. Słupy w przekroju ośmiokątne posiadają uzbrojenie z lin stalowych krzyżujących się i wygiętych, jak pokazuje rysunek.

System Hennebique'a wyżej już opisany, z tą



Rys. 35

różnicą - że wynalazca stosuje ramki, robione z płaskownika /rys. 36/.

System Considèr'a słupów uzwojonych /rys. 21/.

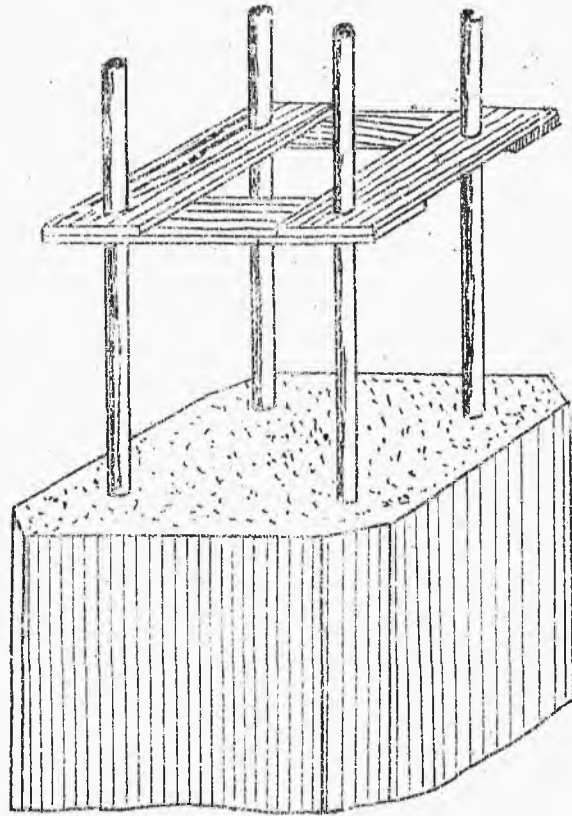
Dwa ostatnie systemy, choć niezawsze pod nazwą wynalazców, są obecnie stale stosowane.

Pośród sklepień spotykamy:

System Monier'a wspomniany wyżej, przyczem siatka, względnie pręty znajdują się w dawniejszych ustrojach tylko przy wklęsłej powierzchni łuku /intradosie/-/rys. 37/, w późniejszych zaś - również przy wypukłej powierzchni łuku /extradosie/ na całej

długości /rys. 38/, lub na pewnej części /rys. 39/.

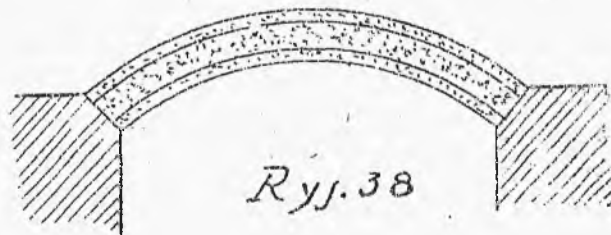
W dwóch łukach /rys. 40/, wykonanych bądź w postaci sklepień płaskich /a - a/, bądź żebrowych /b - b/



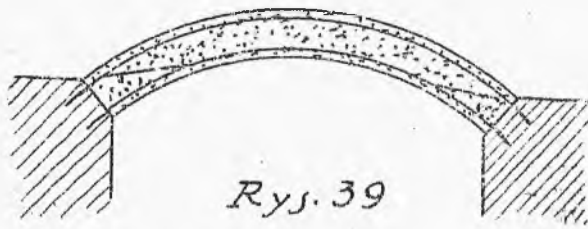
Rys. 36



Rys. 37



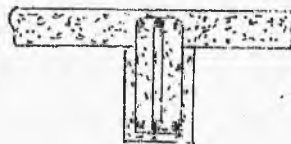
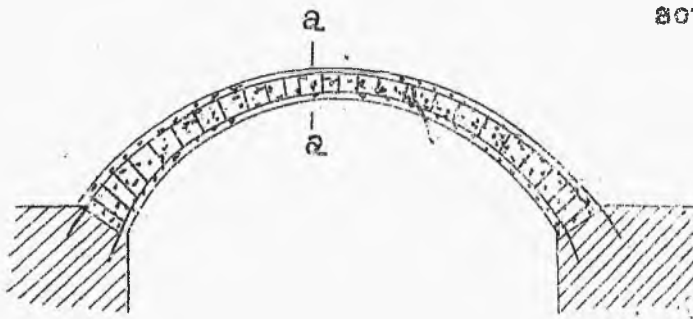
Rys. 38



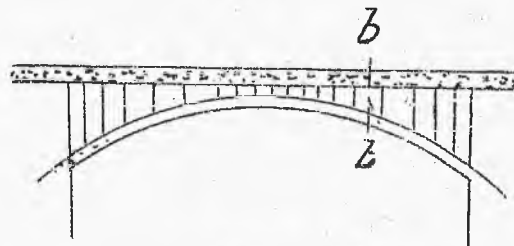
Rys. 39



Przekrój a-a



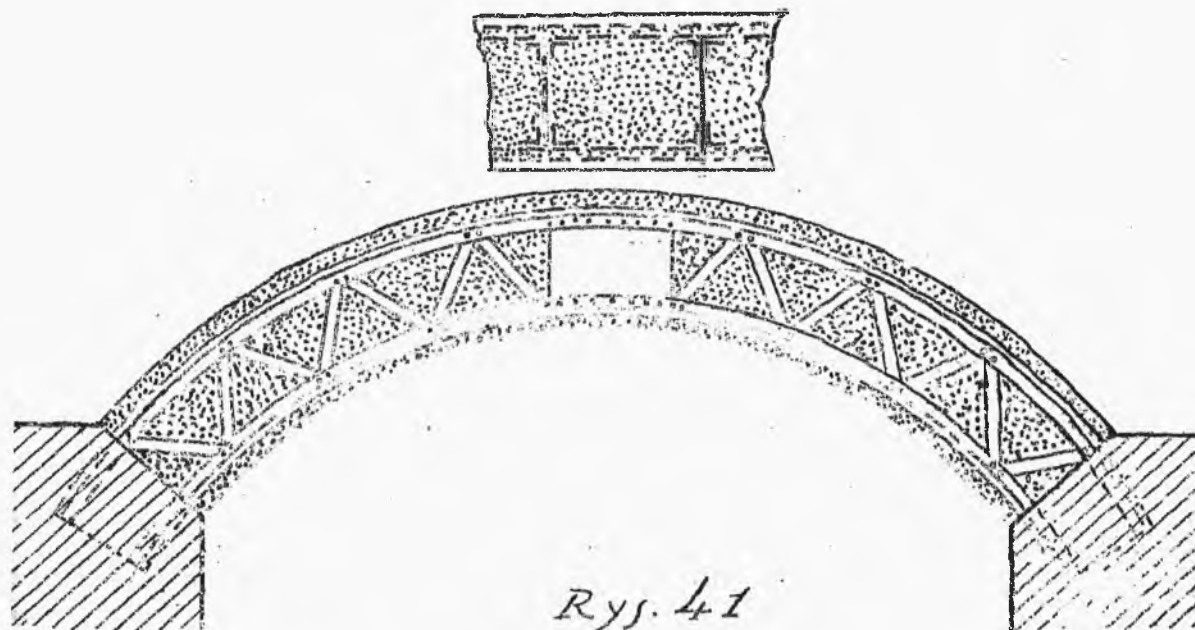
Przekrój b-b



Rys. 40

spotykamy uzbrojenie z oddzielnych prętów, umieszczonych przy obu powierzchniach łuku i powiązanych między sobą strzemiakami.

System Meilan'a polega na ustawieniu uzbrojenia



Rys. 41



Rys. 42



Rys. 42<sup>a</sup>

sztywnego do łuków. Przy małych rozpiętościach używa się belek dwuteowych, odpowiednio wygiętych; przy rozpiętościach większych stosuje się kratownicę nitowaną z kątowników /rys.41/. W sklepieniach umieszcza się

podobne luki kratownicowe w pewnych odstępach od siebie łączy się ze sobą lekkimi kształtownikami żelaznymi. Podobne aktywne uzbrojenie spotykamy i w płytach /rys. 42/.

Uzbrojenie aktywne posiada pewne zalety montażowe, gdyż ułatwia i przyspiesza zbiórkę, czasem dopomaga do podwieszenia szalowań, do wsparcia pomostu, rusztowań i t.p. przy wykonaniu betonowania i przed stwardnieniem betonu.

Należy jednak zaznaczyć, że zwłaszcza w tych razach, gdy ścianka belki jest pełna /niekratownicowa/ współdziałanie betonu z żelazem różnić się tu musi od tego wypadku, gdy uzbrojenie jest gibkie.

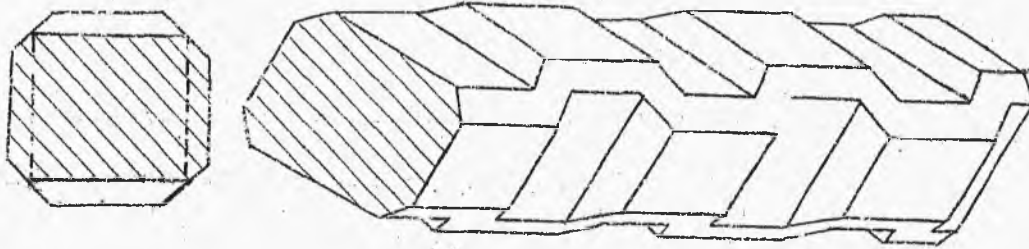
Pryczepność musi być liczona w tym wypadku nie na powierzchnię kształtownika, a po najkrótszym obwodzie obejmującym kształtownik /rys. 42-a/.

Mniej charakterystycznych systemów można naliczyć dziesiątki, jeżeli nie setki, zwłaszcza w urządzeniach stropowych i belkowych. Do opisu niektórych z tych systemów, będących w swej istocie praktycznymi odmianami Hannebique'a powrócimy niżej przy omawianiu wykonania i stosowania ustroju żelbetowych do rozmaitych celów specjalnych.

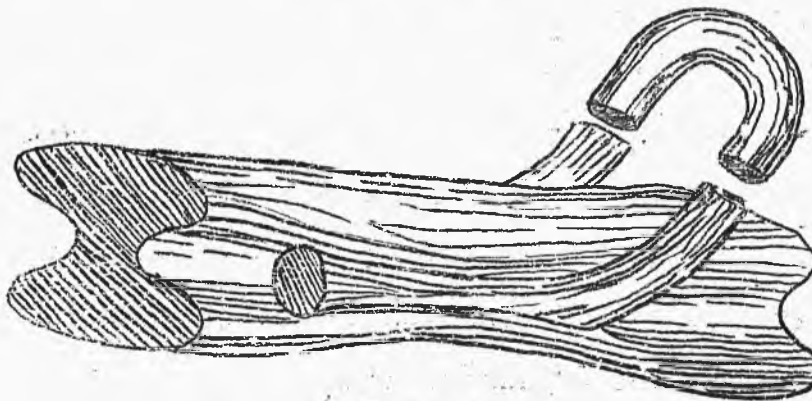




Rys. 44



Rys. 43



Rys. 45

Aczkolwiek, jak to zaznaczyliśmy wyżej technika współczesna stosuje na uzbrojenie prawie wyłącznie prętów walcowych okrągłych, istnieją wszakże

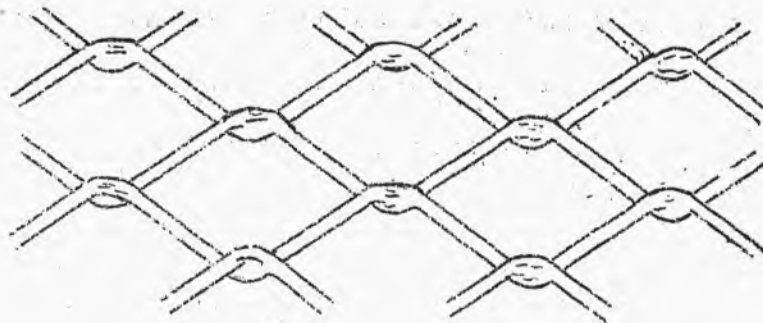
godne uwagi inne profile żelazne:

- a/ Amerykańskie profile o powierzchni nierównej, mające za zadanie wywołanie większej przyczepności pomiędzy żelazem i betonem. Wyliczymy tu np. pręty Johnson'a z tak rozłożonymi wypukłościami, że posiadają przy zmiennym kształcie przekroju stałą jego wielkość /rys.43/ i Ransome'a /rys.44/, będące skręconą kratówką.
  - b/ Pręty połączone sztywne z ukośniami wąsami. System Monolith /rys.45/ - pręty te posiadają przekrój przypominający spłaszczoną ósemkę, wąsy zaś są wykonane z drutu i zaciśnięte w profilu pręta. Żelazo Kanna posiada profil, składający się z rdzenia i dwu pletw, które początki odcina się od rdzenia i następnie wygina, tworząc wąsy ukośnie zbrojące beton /rys.46/.
  - c/ Siatka cięto-ciągniona /rys.47/ wykonana z arkuszy żelaznych nacinanych i rozciąganych, a więc wykonana bez odpadków, służąca głównie do utrzymania i wzmocnienia tynków i na cienkie ścianki żelbetowe, mniej natomiast racjonalna na uzbrojenie zasadnicze części nośnych.
- Słupy żelazne chroni się od wpływu wysokiej temperatury wraz z pożaru przez otynkowanie ich po

siatce cięto-ciagnionej /rys.48/.



Rys. 46



Rys. 47



Rys. 48

## ROZDZIAŁ II

### W y t r z y m a ł o ś ć ż e l b e t u .

4. Wytrzymałość betonu na ściskanie. Beton jest kamieniem sztucznym, otrzymywanym jako mieszanina okruszków jakiegokolwiek twardego tworzywa z cementem, który te okruszki spaja w jedną bryłę. Do robót żelbetowych używa się wyłącznie okruszków twardej skały, a więc w skład betonu jako kruszywo wchodzi: piasek i żwir, lub tłuczeń. Do tychże robót używa się wyłącznie cementu portlandzkiego. Poza to składnikiem betonu jest woda, która będąc zmieszana z cementem, wywołuje w nim proces krystalizacyjny, stanowiący o jego twardnieniu.

Wytrzymałość betonu jest zależna od następujących czynników:

- 1/ od gatunku kruszywa i jego twardości oraz od gatunku cementu;
- 2/ od proporcji, w jakiej kruszywo zostało pomieszane z cementem.

Proporcja oznacza się liczbami, wykazującymi, ile części objętościowych luźno nasypanych tworzyw użyto; np. 1 : 2 : 4 oznacza 1 część cementu, 2

części piasku i 4 części żwiru lub tłucznia, albo 1 : 5 oznacza 1 część cementu i 5 części pospółki /mieszanki piasku ze żwirem/; proporcję oznaczamy czasem, określając wagę cementu na 1 m<sup>3</sup> ubitego betonu, np. 300 kg. cem. na 1 m<sup>3</sup>.

3/ Od ilości wody, użytej do zamieszenia betonu i znajdującej się podczas jego twardnienia.

4/ Od wieku betonu.

Do 1/. Do robót żelbetowych używa się kruszywa wyłącznie z najtwardszych gatunków skał, posiadających wytrzymałość na ściskanie nie mniej niż 500 kg/cm<sup>2</sup>. Są to więc granity, wapniowce, piaskowce i t.p. wytrzymałość ich dochodzi do 2000 kg/cm<sup>2</sup>.

Cement, zwany portlandzkim, dzięki ścisłej normalizacji wyrobu i ustaleniu warunków technicznych w cywilizowanych krajach, posiada niezależnie od swego pochodzenia tak jednolite własności, że praktycznie marka cementu niema dużego znaczenia dla wytrzymałości betonu. W pracach wszakże laboratoryjnych cementy różnego pochodzenia dają różnice uchwytnie.

Do 2/. Zasadą ustalenia proporcji betonu jest dążenie do tego, by z mieszanki cementu z piaskiem

i żwirem otrzymać bryłę, możliwie ścisłą, w której każde ziarnko kruszywa jest otoczone cementem, a próżnie pomiędzy ziarnkami kruszywa grubszego są możliwie szczelnie zapełnione ziarnkami kruszywa drobniejszego.

Nie jest więc obojętny kształt ziarn kruszywa /czy są one zaokrąglone czy ostro kanciaste/, jak również wielkość ziarn, a zwłaszcza stosunek ilościowy ziarn poszczególnych wielkości i porowatość /stosunek próżni do całej objętości/ sypkiego kruszywa. Jest pożądanym pewien zbytek cementu dla nadania tem większej ścisłości i lepszego zabezpieczenia żelaza od rdzewienia.

Betony, posiadające ten zbytek, nazywamy tłustymi, zaś mające pewien brak cementu - chudymi.

Najczęściej używana do robót żelbetowych proporcja jest 1 : 2 : 4 lub 1 : 3.

Do 3/. Ilość wody dodawana do betonu, a więc jest jego wilgotność i konsystencja /gęstość/ normuje się tak, by betonowanie było możliwie dogodne.

Do niedawna uważano, że beton zaledwie wilgotny /zupełnie sypki/ a mocno ubity przy pomocy ciężkich ubijaków jest mocniejszy od betonu rozrobionego

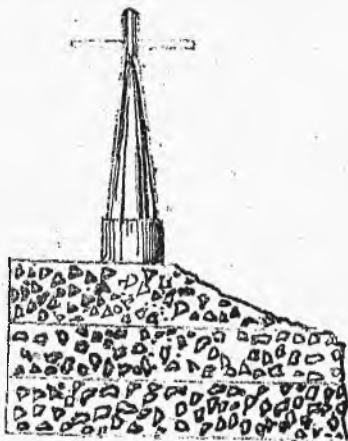
z większą ilością wody. Obecnie używa się betonu bardziej mokrego /t.zw. plastycznego/, który dzięki tej konsystencji i zmniejszeniu tarcia pomiędzy cząsteczkami, nie wymaga ubijania. Beton plastyczny po wrzuceniu do form poddaje się "dziabaniu" przy pomocy prętów żelaznych, zakończonych zagięciem prostym /rys.49/, co wystarcza, by usunąć powietrze z pomiędzy cząsteczek i ułożyć je w ściśłą masę. Beton plastyczny posiada duże zalety techniczne w porównaniu do betonu "suchego". Z nich najważniejsze są następujące:

- a/ Poszczególne warstwy betonu "suchego", mocno ubijanego posiadają małą spójność pomiędzy sobą i łatwo się od siebie oddzielają pod wpływem sił zewnętrznych. Tłumaczy się to tem, że przez powierzchnię zetknięcia dwóch sąsiednich warstw betonu nie przechodzi żadne ziarnko żwiru, które mogłoby służyć jako kotew, gdyż na gładko ubitej i twardej powierzchni dolnej ubija się druga warstwa, której żwir pod wpływem uderzeń ubijaka skierowanych w jej górną powierzchnię nie jest w stanie wtłoczyć się pomiędzy ziarnka żwiru warstwy już ubitej /rys.50/. W ten sposób w powierzchniach zetknięcia poszczególnych warstw wytrzymałość nie przekracza wytrzymałości

przyczepności zaprawy cementowej.

Beton plastyczny pod wpływem "dziabania" w formach nabiera konsystencji galaretowatej albo gęsto płynnej i warstwy poddawane dziabaniu kompletnie mieszają się z poprzednimi w jedną bryłę, nie tworząc żadnych powierzchni rozwarstwień; o ile oczywiście, robota nie została na dłuższy czas przerwana, co dałoby możliwość ubitemu już betonowi stężyć; wtedy rozwarstwianie jest możliwe.

Rys. 49.

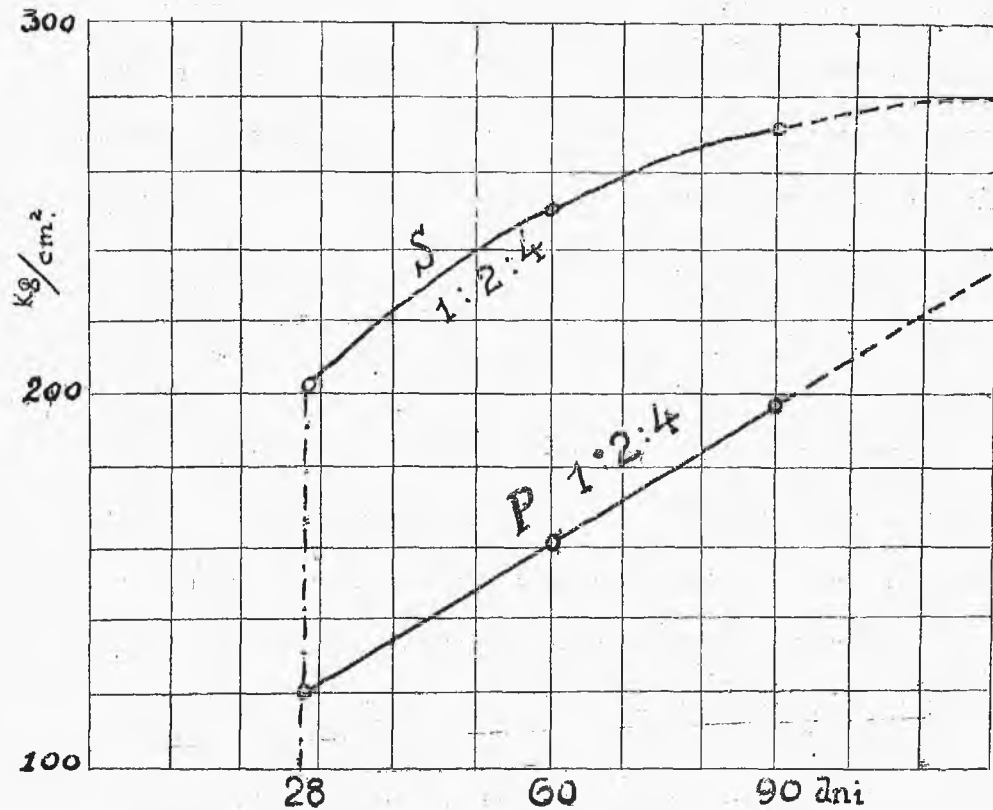


Rys 50

b/ Mocne ubijanie betonu ciężkimi ubijakami w ustrojach żelbetowych narząa ułożone już uzbrojenie na poruszenie i przesunięcie z właściwego miejsca, a wszelkie przypadkowe choćby uderze-

nie w wystające z betonu pręty powoduje ich wibrację i naruszenie przyczepności betonu z żelazem. Przyczepność dla wytrzymałości ustroji żelbetowych posiada pierwszorzędne znaczenie.





Rys. 51

Dla względów powyższych w robotach żelbetowych wyłącznie beton plastyczny stosowany być może.

Ilość wody dodana do betonu przy zarabianiu ma wpływ na szybkość jego twardnienia, mianowicie obfitość wody czyni to twardnienie powolniejszym, tak, że w próbach następujących zwykle w 28 do 30 dni po zrobieniu betonu, plastyczny beton daje wyniki gorsze niż beton

suchy, po pewnym jednak czasie różnice w wytrzymałości znikają. Rys. 51 wskazuje wzrost wytrzymałości sześcianów betonowych o składzie 1 : 2 : 4, badanych przy budowie wiaduktu Ks. Poniatowskiego w Warszawie. Krzywa *P* dotyczy betonu plastycznego, krzywa *S* - betonu "suchego". Zaznaczyć należy, że w przykładzie tym beton "suchy" powiększył swą wytrzymałość o 35% podczas gdy w tym samym czasie beton plastyczny - o 63%.

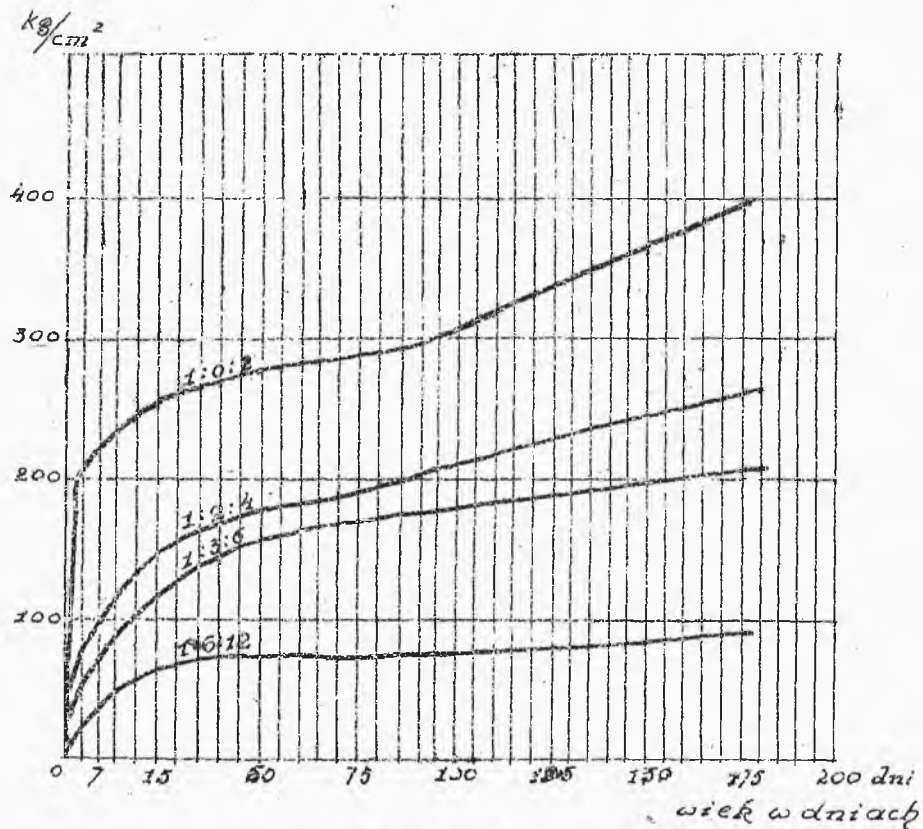
Podobnie doświadczenia Bacha wykazują, że beton plastyczny posiada narazie wytrzymałość mniejszą niż beton "suchy", lecz szybko go dogania, gdyż przyrost wytrzymałości betonu plastycznego znacznie większy niż betonu suchego.

	Wiek dni	Wytrzymałość na ściskanie kg/cm <sup>2</sup>	Przyrost wytrzymałości
"Suchy"	28	293,6	9%
	100	320,4	
"Plastyczny"	28	249,4	15%
	100	286,7	

Do 4/ Twardnienie betonu w pierwszym okresie po zamieszaniu z wodą odbywa się stosunkowo szybko i w ciągu 2 - 3 miesięcy beton osiąga znaczną wytrzymałość. Nie jest to wszakże koniec - przez długi

jeszcze szereg lat beton powoli twardnieje.

Dla ilustracji powyższych zależności przytaczamy wyniki niektórych, z pośród bardzo dziś licznych doświadczeń.

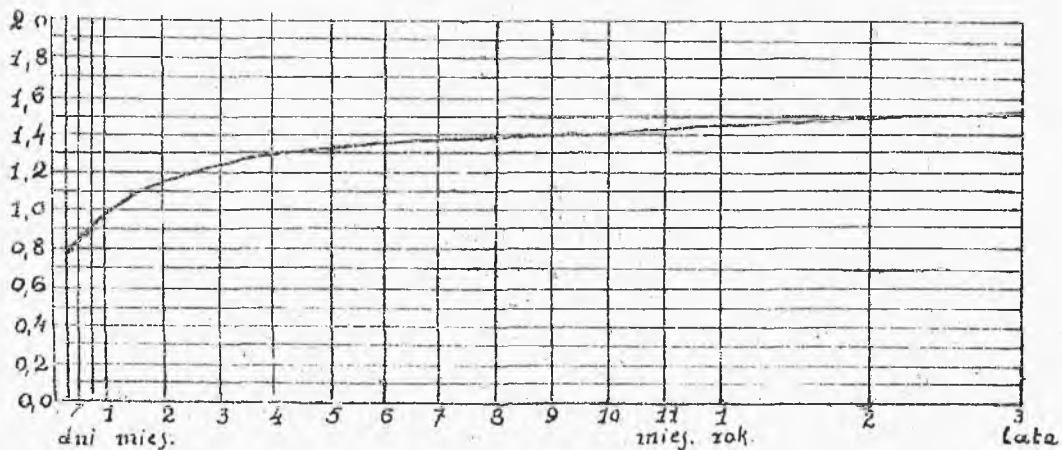


Rys. 52

Doświadczenia Kinkalla /w Bostonie St. Zj. Am.  
Pózn./ rys. 52. Uwydatniają zależność wytrzymałości  
betonu na ściskanie od stosunku mieszanki i od wie-  
ku; próbowano sześciiany o długości krawędzi 10 cm.  
Dla zobrazowania wzrostu wytrzymałości betonu z wie-

kier Taylor i Thompson zebrali wyniki doświadczeń 10 różnych laboratorjów i otrzymali przeciętną krzywą wskazaną na rys. 53-a.

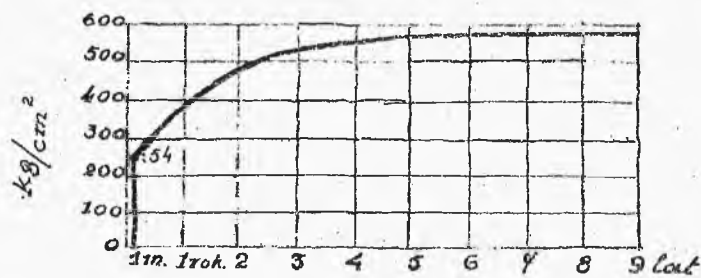
*Stosunek wytrzymałości do wytrzymałości po 1 miesiącu*



*Rys. 53 a*

Przy budowie jednego z mostów w r. 1893 wykonano ze szczególną starannością próbki betonu o składzie 1 : 2 : 5 które stopniowo badano na ściskanie do r. 1902. Wyniki podane na rys. 53-b wykazują bardzo znaczny wzrost wytrzymałości w ciągu pierwszych trzech lat, kiedy wytrzymałość podwoiła się w stosunku do wytrzymałości po 28 dn. Z doświadczeń Condit'a wykonanych równorzędnie dla betonów ze żwirem i betonów z tłuźczniem wynika, że w tym ostatnim

wypadku, przy pozostałych warunkach jednakowych, wytrzymałość osiąga się większą, lecz różnica ta z wiekiem zmniejsza się.



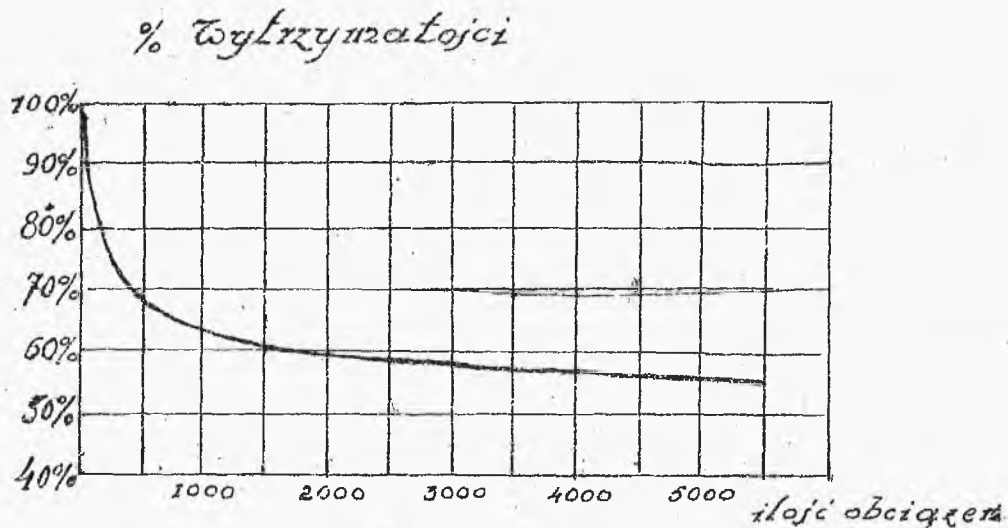
Rys. 53 6

Stosunek wytrzym. betonu  
tłuczniowego do betonu

W i e k	żwirowego.
Po 7 dniach	1,30
" 1 miesiącu	1,26
" 6 miesiącach	1,18
" 12 "	1,12

Zaletą betonu żwirowego jest jego większa szczelność niż betonu tłuczniowego, dlatego do robót żelbetowych jest uważany za materiał właściwszy; do zbiorników zaś /na płyny/ wyłącznie beton żwirowy znajduje zastosowanie.

Powtarzające się wielokrotnie naprężenia działają bardziej niszcząco na beton, niż naprężenia mało się zmieniające lub działające stale. Doświadczenia Van Ornum /St. Zj. Am. Półn./ nad sześciokami z czystego cementu o krawędzi 5 cm. próbowanymi na ściskanie wykazały, że przy licznych powtórzeniach obciążenia, już niewiele więcej niż 50% naprężenia miazdzącego wystarcza do zniszczenia próbki. Rys. 54 obrazuje całokształt wyników tych badań.

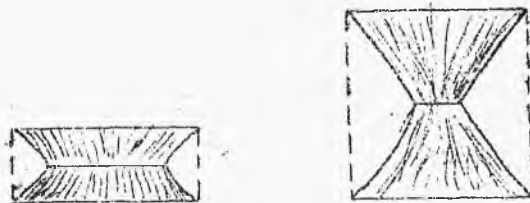


*Rys. 54*

Niemający wpływ na wyniki doświadczeń nad próbkami betonowymi poddanymi ścisłaniu, ma ten fakt, że wytrzymałość tych próbek jest zależna od ich wielkości i od kształtu.

Miazdzenie graniastosłupów o jednakowej podsta-

wie a o rozmaitych wysokościach wykazuje, że przy mniejszych wysokościach wytrzymałość jest większa, przy powiększeniu zaś wysokości wytrzymałość spada do pewnej granicy. Wyjaśnienia tego zjawiska należy szukać w fakcie, że graniastosłup betonowy pod wpływem sił ściskających zamienia się w dwa ciskące na siebie ostrosłupy, zwrócone do siebie szczytami.



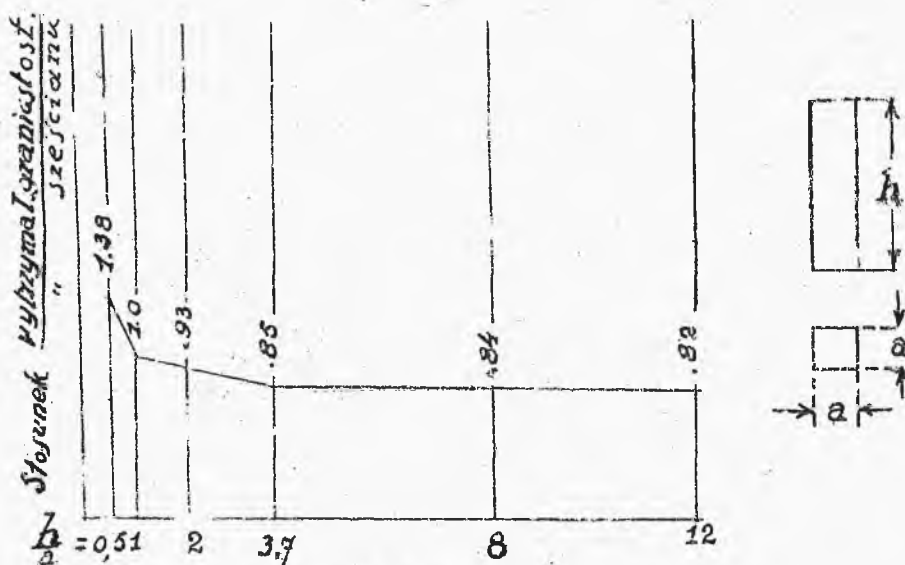
Rys. 55.

W graniastosłupie o mniejszej wysokości ostrosłupy nie mogą utworzyć się należycie i stykają się większą powierzchnią niż w graniastosłupie wyższym /rys. 55/.

Na podstawie doświadczeń Schüle go można twierdzić przybliżenie, że w słupach wytrzymałość na ściskanie

wynosi około 60% wytrzymałości sześcianu /prof. Thullie/, przy czym za słup należy uważać graniasto-słup kwadratowy, którego wysokość jest conajmniej trzy razy większa od krawędzi podstawy.

Bach, którego badania w tym względzie objaśnia wykres rys. 55-a, twierdzi, że od słupa należy się spodziewać 80% wytrzymałości sześcianu.



Rys. 55 a.

Między innymi sześcianów rozmaitych wielkości wykazuje, że sześciany mniejsze wytrzymują większe naprężenie niż sześciany większe; podług doświadczeń Bacha nad sześcianami o krawędzi 7 cm. i 30 cm. okazuje się, że wytrzymałość pierwszych dochodzi do 1,4 wytrzymałości drugich.



Austrjackie Tow. Inżynierów i Architektów  
dokonało prób wytrzymałości na ściskanie nad beto-  
nem brany z budowy. Wyniki podajemy w tabl. poniżej.

Proporcja			Wiek w dniach	Wytrzymałość betonu na ściskanie w kg/cm <sup>2</sup>	
cement	piasek	fluczeń		Sześciiany o krawędzi 10cm.	Groniastoszupy o podstawie 9x9cm. i wysokości 25 cm.
1	3	—	150	260	215
"	"	"		—	143
"	"	"		280	193
1	3	5	90	107,5	—
1	2	3		256	264 x
1	1	1		152	201 x
1	3	—	38	238	200
"	"	"		255 xx/	223 xx/
"	"	"		—	—

x/ Przy tych badaniach graniastoszupy dały lepsze  
wyniki niż sześciiany.

xx/ Próbki przechowywane cały czas w wodzie.

Dopuszczalne naprężenie betonu na ściskanie  
w belkach i w słupach jest przedmiotem przepisów  
szczegółowych, różnych w rozmaitych krajach. Narazie  
dla zorientowania się przyjmujemy dopuszczalne napre-

żenie na ściskanie w belkach 35 do 40  $\text{kg/cm}^2$  w słupach 25 do 30  $\text{kg/cm}^2$ .

5. Wytrzymałość betonu na rozciąganie. Wytrzymałość betonu na rozciąganie była mniej badana i dała mniej jednolite wyniki niż na ściskanie. Bach znalazł, że wytrzymałość na rozciąganie szybko maleje z powiększeniem przekroju próbek, co się tłumaczy trudnością osiągnięcia przy próbach ściśle poosiowego rozciągania. Badania jego nad próbkami betonu o składzie 1 : 2 : 3 i o przekroju  $400 \text{ cm}^2$ , przy zawartości wody 7,8% oraz 9% dał następujące wyniki zestawione w poniższej tabelicy.

Zawartość wody	Wytrzymałość betonu na rozciąganie w $\text{kg/cm}^2$			
	po 28 dniach	po 45 dniach	po 6 miesiąc.	po 1 roku
7,8%	12,4 (225)	13,7 (253)	19,5	23,7
9%	12,0 (191)	11,8 (209)	15,3	23,1

Sześciany z tego samego betonu o krawędzi 30 cm. na ściskanie dały wytrzymałość podaną w nawiasach.

Próbki przechowywano 7 dni pod wilgotnymi szmatami, resztę czasu na powietrzu.

Ponieważ na budowie nie może być osiągnięta staranność laboratoryjna, współczynnik bezpieczeństwa winien być b. duży / 8 do 10 /, a więc dopuszczalne naprężenie na rozciąganie betonu, nie wzmocnionego żelazem nie może przekraczać  $2 \text{ kg/cm}^2$ .

6. Sprężystość betonu. Współczynnik sprężystości betonu, jak i większości materiałów budowlanych, nie jest stały czyli proporcjonalność pomiędzy odkształceniami a naprężeniami nie istnieje. Przy ścisaniu istnieje pomiędzy temi czynnikami zależność, którą wyraża wzór/Bacha/:

$$\lambda = \frac{\int_0^{\sigma} \mu}{E'} \dots \dots (1) \quad , \text{ gdzie } \lambda = \frac{\Delta l}{l} = \text{odkształ-}$$

ceniu, przypadającemu na jednostkę długości, zaś  $\sigma$  - jest odpowiadającym temu odkształceniu naprężeniem;  $E'$  i  $\mu$  są współczynnikami różnymi dla poszczególnych materiałów, jak również różnymi dla betonów o różnych proporcjach. Przy ścisaniu współczynnik  $\mu$  waha się między 1,11 a 1,15 wartość zaś  $E'$  między 200000, a 400000. Współczynnik sprężystości przy każdym poszczególnym naprężeniu ścisającym otrzymany jako stosunek  $\frac{d\sigma}{d\lambda} = E' \mu$

$$\text{Więc z (1)} \quad \frac{\sigma}{E \epsilon_s} = \frac{d \lambda}{d \epsilon} = \frac{m \epsilon^{m-1}}{E_1} \dots$$

$$E \epsilon_s = \frac{E_1}{m \epsilon^{m-1}} \dots \dots \dots (2)$$

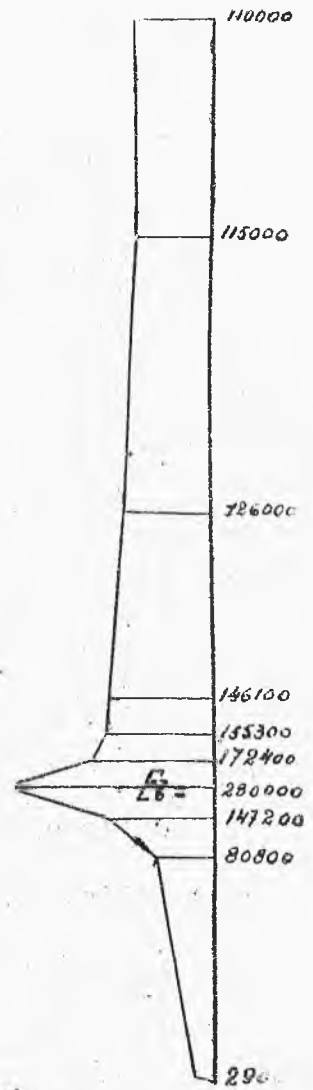
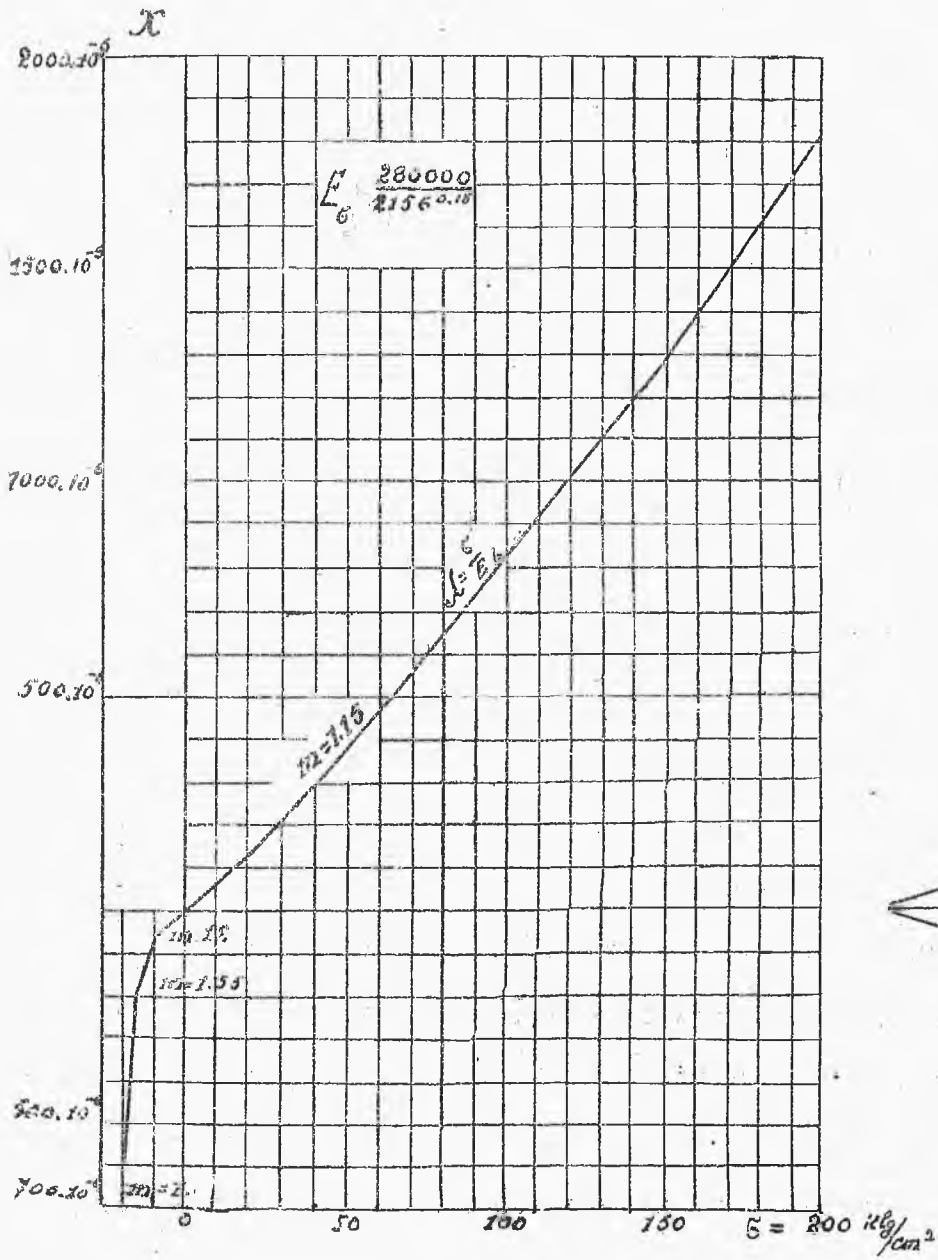
Przy najczęściej stosowanym naprężeniu  $\sigma = 35 \text{ kg/cm}^2$ , oraz przy  $m = 1,15$  i  $E_1 = 280000$ ,  $E \epsilon_s \approx 140000 \text{ kg/cm}^2$ . Jest to powszechnie stosowana w obliczeniach wartość. Zależność powyższą uwypukla wykres rys. 56.

Na rozciąganie używany współczynnik

$$E_{t_2} = 0,4 E_{t_1} = 56000 \text{ kg/cm}^2. \text{ Zmienność}$$

współczynnika sprężystości jest tu tego rodzaju, że wyraża się przy pomocy wzoru /1/ wzgl. /2/ przy czym  $m$  również jest zmienne.

Zależność tego współczynnika od odkształceń i naprężeń jest jeszcze bardziej zawiła i mniej zbadana niż współczynnika sprężystości na ściskanie. Krzywa  $\lambda$  na rys. 56 wyraża zależność odkształceń od naprężeń, zaś krzywe  $E_{t_1}$  i  $E_{t_2}$  zależność współczynnika spręż. na ściskanie wzgl. rozciąganie od tychże naprężeń. Niewątpliwym jest, że współczynnik sprężystości na rozciąganie jest znacznie mniejszy, niż na ściskanie. Ogólnie co do wartości współczynnika sprężystości betonu należy



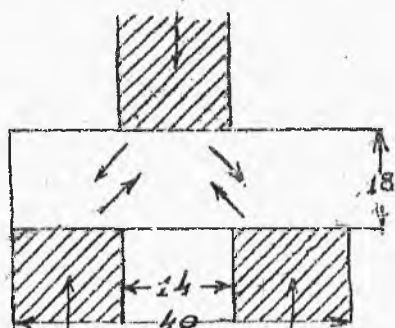
Ryj. 56

zaznaczyć, że jest on mniejszy w betonie chudym i w betonie o mniejszym ciężarze gatunkowym, zmniejsza się również przy zbyt obfitem użyciu wody do zarobienia betonu; powiększa się natomiast z wiekiem betonu. Dodać należy, że beton przy odkształceniu nie posiada okresu idealnej sprężystości i już przy najmniejszych naprężeniach zdradza obecność odkształceń stałych, które wszakże przy powtarzaniu tychże naprężeń nie warastają, o ile wysokość tych naprężeń nie przekracza pewnej granicy: około połowy wytrzymałości krańcowej.

7. Wytrzymałość betonu na ścinanie. Ścinanie betonu w badaniach współczesnych rozpatruje się jeszcze, jako dwa odrębne zjawiska wskutek niemożności uogólnienia tychże, mianowicie jako ścinanie bezpośrednie oraz ścinanie wynikające przy gięciu, zwane inaczej przesuwaniem.

Podług Mörsch'a wytrzymałość na ścinanie jest średnią geometryczną współczynnika wytrzymałości na ścinanie i rozciąganie  $\tau_c = \sqrt{6r.65}$ , podług innych stanowić ona połowę tej wartości, a więc  $\tau_c = \frac{1}{2} \sqrt{6r.65}$ . Wyniki doświadczeń istotnie w granicach tych się waha-  
ją.

Wyniki doświadczeń Mörsch'a /rys.57/, w któ-



Rys. 57

rych bezpośrednio-  
mu ścinaniu były  
poddane próbki be-  
tonu 13 x 18 cm.,  
przy 14% wody  
w zarobie i przy  
jednoczesnem okre-  
śleniu spółośzanni-  
ka wytrzymałości

na ściskanie i rozciąganie są zestawione poniżej i  
odpowiadają wzorowi:

$$\tau_c = \sqrt{\sigma_r \cdot \sigma_s}$$

Stosunek cz. składowych	Wiek	Ścinanie kg/cm <sup>2</sup> .	Rozciąganie kg/cm <sup>2</sup> .	Ściskanie kg/cm <sup>2</sup> .
1 : 3	2 lata	65,9	15,5	308
1 : 4	1 1/2 miesiąc.	38,6	8,8	172

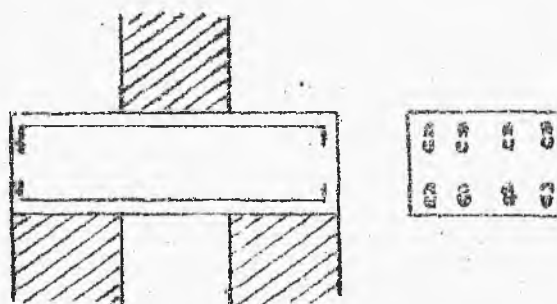
Jest oczywiste, że doświadczenie takie nie  
daje pojęcia o czystym ścinaniu, gdyż część siły  
niewątpliwie rozkłada się w postaci ściskania w kie-  
runku strzałek ukośnych /rys.57/.

Komisja Niemiecka Żelbetnicza badała w podob-  
ny sposób próbki betonowe 20 x 20 cm., z następującym

wynikiem na ścinanie:

Stosunek cz. składowych	W i e k		
	28 dni	30 dni	365 dni
1 : 2,5 : 5	58	60	79 kg/cm <sup>2</sup>
1 : 4 : 5	35	42	54

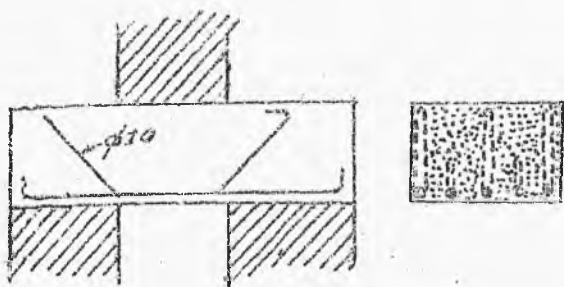
Wpływ uzbrojenia żelaznego na wytrzymałość na ścinanie był również przedmiotem badań Mörsch'a



Rys. 58

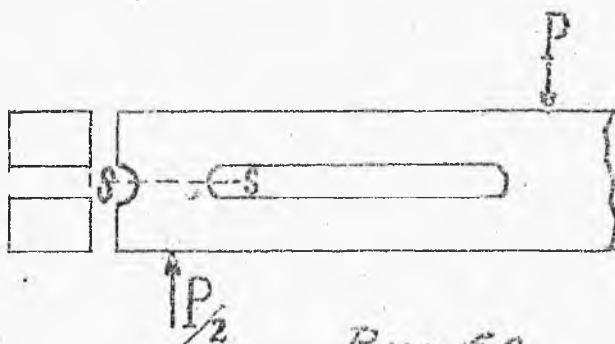
Uzbrojenie stosował on dwóch rodzaj /rys.58 i 59/. Skład betonu był 1 : 4 przy 14% wody, w wieku 1 i 1/2 miesiąca. Okazało się, że próbki uzbrojone wytrzymują więcej nieco, niż nieuzbrojone, lecz pierwsza rysa w próbkach uzbrojonych zjawia się przy tym samym naprężeniu, przy którym próbki nieuzbrojone ulegają ścięciu, mianowicie w granicach 34 - 37 kg/cm<sup>2</sup>. Badanie współczynnika wytrzymałości na ścinanie





Rys. 59

zaopatrzonej na pewnej części swej długości w cępa-  
ry na osi obojętnej /rys. 60/. Cała siła ścinająca po-



Rys. 60

przekroju *SS* otrzymano naprężenie  $\sigma_p$ . Wyniki  
otrzymano następujące po 106 dniach twardnienia:

/a właściwie na  
przesuwanie/ przy  
pomocy gięcia by-  
ły dokonane przez  
Mörach'a nad prób-  
kami w postaci be-  
łek betonowych,

zioma musiała  
znaleźć oparcie  
w przekroju *SS*  
na oparce. Dzie-  
jąc całą siłę po-  
ziomą przez pow.

Skład betonu.		1:3		1:4		1:7	
Zawartość wody w%		8	14	8	14	8	14
Wytrzymałość w $\text{kg/cm}^2$ na:	ściskanie czyli przesuwanie	36	30	31	28	26	19
	Rozciąganie	12,6	10,0	9,5	8,8	4,4	5,5
	Ściskanie	280	195	220	153	127	88

Z powyższego widać, że ścinanie w belce /przesuwanie/ mniej się zmienia w miarę ochudzenia betonu niż rozciąganie lub ściskanie i dalej, że w betonie o składzie normalnie do żelbetu stosowanym 1 : 5, należy uważać  $25 \text{ kg/cm}^2$  jako wytrzymałość zwykłą, a więc przy pięciokrotnym bezpieczeństwie dopuszczać można  $5 \text{ kg/cm}^2$ . Normy rozmaitych krajów przepisują przeważnie 4 do  $4,5 \text{ kg/cm}^2$ .

Polskie przepisy dopuszczają naprężenie na ścinanie w betonie od  $3,5$  do  $5 \text{ kg/cm}^2$  w zależności od ilości cementu w  $1 \text{ m}^3$  kruszywa.

8. Wytrzymałość na przyczepność. Przyczepność czyli siła, z jaką przywiera beton do żelaza, przypadająca na  $1 \text{ cm}^2$  powierzchni przywierania, posiada pierwszorzędne znaczenie dla wytrzymałości ze składów żelbetowych, gdyż ona stanowi o wspólnej pracy betonu i żelaza jako jednej całości sprężystej i wytwarza zakotwienie żelaza w betonie na całej długości pręta. Przyczepność zależy w pierwszym rzędzie od stanu powierzchni żelaza oraz od gatunki i ilości cementu, zawartej w jednostce jego objętości, pozatem od kierunku siły działającej na spoinę /prostopadły czy równoległy do niej, zatem czy siła odry-

wa czy też odcina/ w końcu od tego, czy żelazo jest otoczone betonem, czy tylko doń się jedną stroną dotyka. W ustrojach żelbetowych mamy do czynienia zawsze z żelazem otoczonym betonem, nie ulega przytem wątpliwości, że na przyczepność w tym wypadku składają się dwa czynniki: przywieranie /przylepianie się/ betonu do żelaza oraz ściśnięcie pręta żelaznego w betonie /więc tarcie/. Nie zdołano jednak rozdzielić dokładnie znaczenia każdego z tych czynników.

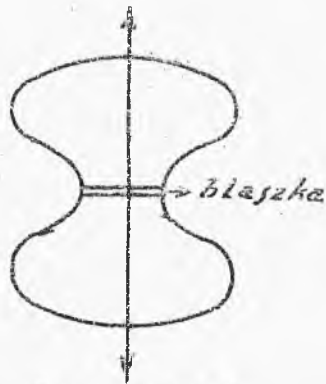
Przywieranie żelaza do betonu było badane w ten sposób, że w próbce betonowej o kształcie ósemki (rys. 61<sup>o</sup>) zabetonowano w szyjce blaszkę żelazną, po stwardnieniu zaś próbkę rozrywano. Operując zaprawą cementową 1 : 3 Bach otrzymał następujące wyniki jako przeciętną z 5 do 7 prób jednakowych.

Przywieranie betonu do żelaza

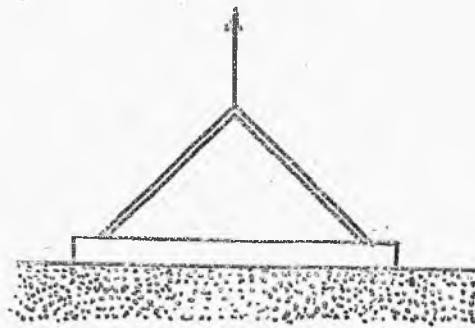
	Próbki przechowano 45 dni w wilgotnej skrzyni	Próbki przechow. 1 dzień w skrzyni, 44 dni w wodzie	Próbki przechowano 1 dzień w skrzyni, 6 dni w wodzie 58 dni na powietrzu
1/ Gładka blacha czarna	5 kg/cm <sup>2</sup> .	12,3 kg/cm <sup>2</sup> .	3,4 kg/cm <sup>2</sup> .
2/ Blacha zarzewiała	7,1 "	19,2 "	7,7 "
3/ Większa od 1/-go w %	42%	56%	126%

Zardzewiała blacha przywiera więc mocniej niż gładka, a przy obfitości wody w okresie twardnienia - mocniej niż gdy twardnienie odbywa się w powietrzu.

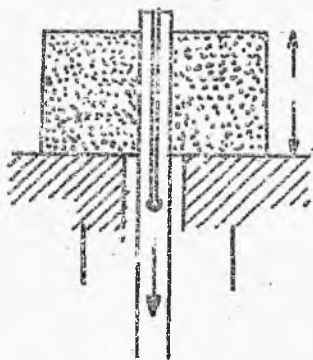
Inni badacze otrzymali w wyniku wartość znacznie niższą. Brucille, odrywając płytki żelazne od betonu po 27 dniach otrzymał przywieranie  $1 \text{ kg/cm}^2$ , do  $1,9 \text{ kg/cm}^2$ . /rys. 61-b/. Doświadczenia powyższe stwierdzają istnienie przywierania betonu do żelaza, nie dają jednak pojęcia o wartości tegoż, gdy



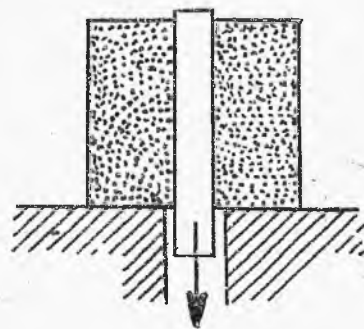
Rys. 61a



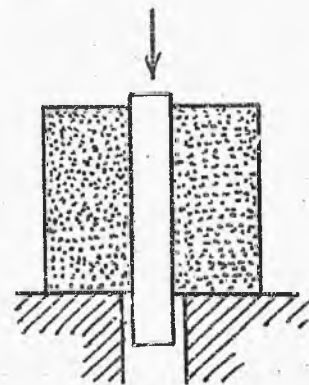
Rys. 61b



Rys. 62



Rys. 63



Rys. 64

siła jest kierowana równoległe do spoiny.

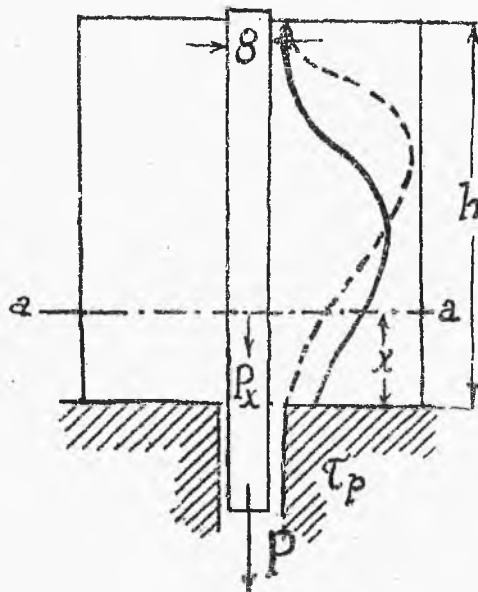
Celem wyznaczenia oporu przywierania pod działaniem siły stycznej Preuss zabetonowywał w próbkach rury żelazne szlifowane, wzdłuż przecięte z czterech stron, celem usunięcia wpływu tarcia /rys.62/. Znalazł wartość przywierania około  $1 \text{ kg/cm}^2$ .

Dla ustroji żelbetowych jest ważniejszym stwierdzenie oporu, jaki stawia przychepność przesunięcia prętów zatopionych w betonie. Należy zaznaczyć, że odgrywa tu rolę sprężystość żelaza i betonu, dlatego wyciąganie pręta /rys.63/ daje inne wyniki i wymaga mniejszego wysiłku niż wypychanie pręta /rys.64/, gdyż w pierwszym wypadku tarcie zmniejsza się wskutek poprzecznego rozciągania się rozciąganego pręta, podczas gdy w drugim wypadku zachodzi zjawisko odwrótnie. Dalej, co zauważył już Feret, naprężenia przychepności zmieniają się wzdłuż zabetonowanego pręta. Istotnie jeżeli do pręta zabetonowanego w bloku betonowym przyczepimy siłę  $P_1$ , wyciągającą pręt /rys.65/, to równowaga pomiędzy tą siłą a wywołanym przez nią oporem przychepności ustali się na następujących warunkach:

$$P_1 = \sum_0^h \tau_p$$

czyli suma naprężeń przychepności wywołanych na pow. pręta równać się winna sile  $P_1$

b/ naprężenie przyczepności w każdym poszczególnym przekroju  $\delta$ - $\alpha$  jest tem mniejsze im jest większe zwężenie pręta wskutek rozciągania i tem większe im większa jest siła  $P_x$  w tym przekroju zaczepiona. Prawo zmienności nam nie jest znane, lecz



Ryj. 65

z powyższych warunków równowagi wnioskować możemy, że przebieg naprężeń  $\tau_p$  przedstawia obraz następujący przy  $x=0$ ,  $\tau_p$  jest tem mniejsze im jest większa siła  $P$ , gdyż znaczne wydłużenie i zwężenie pręta w tem

miejscu wpływa bezpośrednio w tym sensie; przy warastaniu  $x$  siła  $P_x = P - \sum_0^x \tau_p$  nieco maleje, dzięki czemu zwężenie się zmniejsza i  $\tau_p$  szybko wzrasta, osiągając pewne maksimum, poczem przy dalszem warastaniu  $x$ , znacznie już zmniejszona siła  $P_x$  wywołuje b. małe  $\tau_p$ . Gdy przyczepimy siłę  $P_2 > P_1$ , to oczywiście  $\tau_p$  w tym wypadku zmaleje, zaś  $\sum_0^h \tau_p$  powiększy się

i przebieg naprężeń wyrazi mniej więcej krzywa punktowana na rys. 65, Siła  $P_3$ , przy której  $\epsilon_p$  zmaleje do 0, winna wyciągnąć cały pręt z betonu.

Powyższy obraz zjawiska tłumaczy ten fakt, że doświadczenia na wyciąganie prętów z betonu wykazywały zawsze naprężenie jednostkowe przyczepności tem mniejsze im większą była długość zabetonowania  $L$ , gdyż naprężenia te były obliczone jako przeciętna, przypadająca na  $1 \text{ cm}^2$  powierzchni pręta zabetonowanego, a nie jako maximum które występuje na stosunkowo niewielkiej przestrzeni zabetonowania. Bauschinger podał przyczepność  $\epsilon_p = 45 \text{ kg/cm}^2$ . Joly, obliczając  $\epsilon_p = \frac{P}{\mu c h}$  otrzymał następujące wyniki dla zaprawy I : 3 po 28 dniach /cytujemy za M. Marcichowskim/.

$\phi$ prętów	długość zabetonowania	$\epsilon_p$ kg/cm. <sup>2</sup>
25	50cm.	20,1
30	50	31,1
36	50	35,4
36	50	38,9
"	40	42,0
"	30	50,4
"	20	65,7
"	10	70,8
"	5	26,7

Liczba ta odbiega od poprzednich, gdyż widocznie przy tak małej długości zabetonowania występują inne czynniki. Dla praktyki niema to znaczenia.

nia gdyż tu zawsze mamy do czynienia ze znaczną długością zabetonowania.

Doświadczenia innych badaczy dały wartości przyczepności  $\bar{C}_p$  od 19 do 11 kg/cm<sup>2</sup>. W każdym razie oznaczyć należy, że pomiędzy wynikami rozmaitych badań panuje zgodność co do tego, że przyczepność jest tem większa im średnica pręta jest większa, im jego powierzchnia jest bardziej szorstka i im mniejsza jest długość zabetonowania. Zazwyczaj w praktyce stosujemy pręty pokryte korą, powstającą przy walcowaniu, i nieco żarzewiskie, co nadaje im powierzchnię znaczną szorstkość.

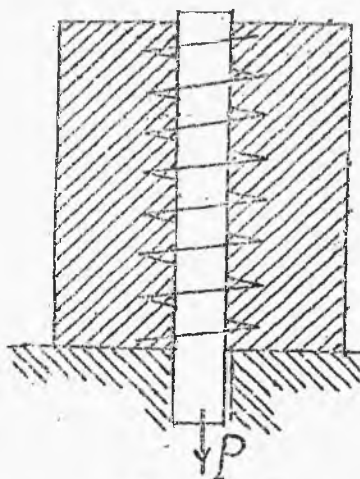
Przyczepność była również badana w belkach żelaznych i średnio wg. v. Bapargera wypadła 16 kg/cm<sup>2</sup>. Dopuszczalne naprężenie na przyczepność podług rozmaitych norm waha się około 5 - 4,5 kg/cm<sup>2</sup>.

Polskie przepisy M.R.P. dopuszczają naprężenie na przyczepność od 3,5 do 5 kg/cm<sup>2</sup> w zależności od ilości cementu w 1 m<sup>3</sup> kruszywa.

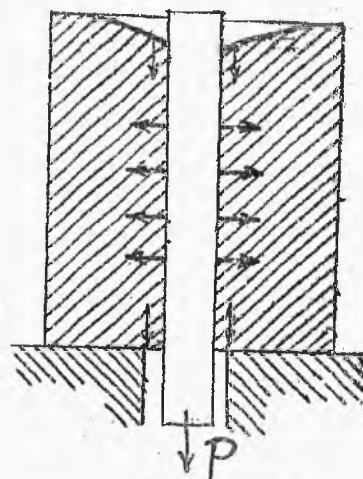
Przy badaniu przyczepności często się zdarza, że próbki betonowe rozkrępują się podłużnie, jest wtedy wątpliwe, czy została osiągnięta granica przyczepności, czy też nie. Celem zabezpieczenia od rozkrępywania próbek



Mórch zabetonowywał zwoja żelazne /rys.66/ spól-  
osiowo z prętem i otrzymał wyniki dowodzące korzyst-  
nego wpływu uzwojenia na wartość przyczepności.



Rys. 66



Rys. 67

	Dodatek do- dy objętoś- ciowo.	Przyczepność w kg/cm <sup>2</sup> .	
		Bez uzwojenia	Z uzwojeniem
Beton 1:4	10%	48,8	50,8
Po 4 tygodn.	12,3%	31,2	45,9
	15%	29,1	54

Zjawisko rozkrupnienia próbek tłumaczy się  
łatwo tem, że beton w pobliżu pręta doznaje większe-  
go ściskania, niż beton dalej się znajdujący. Wsku-  
tek ściskania powstaje rozszerzenie się materiału

w kierunku prostopadłym do siły ściskającej, co bezpośrednio rozsadza próbkę /rys.67/. W belkach żelbetowych, gdzie żelazne pręty doznają wyciągania i opierają mu się przyczepnością, rolę zwoi Mörsch'a odgrywają strzemiona opasujące te pręty. Jest to jeszcze jeden pożytek ze strzemion racjonalnie użytych.

Breuillé, badając wpływy wody na żelbet znalazł, że moczenie próbek w wodzie przez dziewięć miesięcy zmniejszyło przyczepność między betonem i żelazem do połowy, a nawet do jednej trzeciej. Pewne zmniejszenie przyczepności przy twardnieniu betonu w wodzie znajduje swe uzasadnienie w następującem rozważaniu: przywieranie, które jak to stwierdzono powiększa się przy twardnieniu betonu w wodzie, odgrywa małą rolę w przyczepności, podczas gdy główne znaczenie ma tarcie wywołane zaciśnięciem pręta w betonie. Wiadomo z drugiej strony, że beton twardniejący w powietrzu przy niezbyt obfitym dostępie wilgoci kurczy się, natomiast beton twardniejący w wodzie nieco pęcznieje. O ile w pierwszym wypadku następuje zaciśnięcie, o tyle w drugim musi mieć miejsce pewne rozluźnienie pręta zabetonowanego.

Opierając się na tem i temu podobnych poglądach

w tym względzie za nie dosyć przekonujące i ra-  
dzi ostatecznie liczyć tylko na zwykłą wytrzymałość  
betonu; czyli siła deprowadzająca słup uzwojony do  
granicy jego wytrzymałości będzie.

$$P \geq \sigma_b A_b + \sigma_z (A_z + 2,4 A_u) \dots\dots\dots /15/$$

Przyjawszy, że podobny stosunek ma miejsce  
nie tylko na granicy ciastowatości i że  $\eta = 10$   
a więc  $\sigma_z = 10\sigma_b$  można bezpośrednio napisać z pewnym  
zapasem bezpieczeństwa

$$P = \sigma_b (A_b + 10 A_z + 24 A_u) \dots\dots\dots /16/$$

gdzie  $\sigma_b$  jest dopuszczalne naprężenie betonu na  
ściskanie, zaś  $P$  dopuszczalne obciążenie słupa.

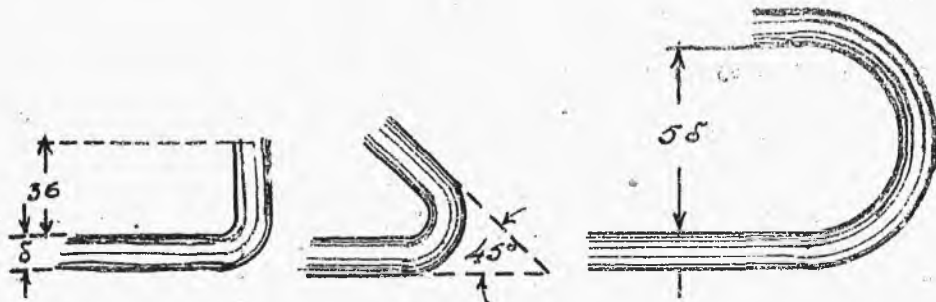
Wzór /16/ zalecają normy szwajcarskie; na-  
tomtast normy niemieckie i austrijackie dają wzór  
następujący:

$$P = \sigma_b (A_b + 15 A_z + 30 A_u) \dots\dots\dots /17/$$

oparty na przypuszczeniu, że żelazo w uzwojeniu  
niesie dwa razy tyle co żelazo podłużne i że  $\eta = 15$

. Prof. Thullie radzi używać wzoru

$$P = \sigma_b (1,5 A_b + 15 A_z + 30 A_u) \dots\dots\dots /17-a/$$



Rys. 68

8. Obliczenie skupów uzbrojonych podłużnie.

Pod wpływem siły ściskającej po osi, skup /rys. 69/ skróci się o  $\Delta l$ , przyczem odkształcenia tego dozna zarówno beton jak i żelazo, o ile przyczynność nie będzie naruszona. Nazywając  $\sigma_b$  i  $\sigma_z$  naprężenia w betonie i w żelazie,  $E_b$  i  $E_z$  współczynniki sprężystości tych materiałów, odkształcenie jednostkowe otrzymamy

$$\frac{\Delta l}{l} = \lambda = \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{\sigma_z}{E_z} \quad \dots\dots\dots /3/$$

stąd

$$\sigma_z = \frac{E_z}{E_b} \sigma_b \quad \dots\dots\dots /4/$$

Stosunek  $\frac{E_z}{E_b} = n$  przyjmuje się w obliczeniach jako wartość stała, w większości norm równa 15, co odpo-

wiada wartościom istotnie często spotykanym.

$$\frac{E_z}{E_b} = \frac{2100000}{140000} = 15 \text{ Naogół jednak } n \text{ waha się od 8 do 20}$$

/Francja, Włochy, Szwajcaria/.

Oznaczając pole przekroju betonu  $A_b = b d$  /rys.69/ a pole przekroju żelaza  $A_z$  możemy napisać równanie :

$$P = \sigma_b A_b + \sigma_z A_z \dots\dots\dots /5/$$

i zamieniając  $\sigma_z$  z /4/ otrzymamy:

$$P = \sigma_b [A_b + n A_z] \dots\dots\dots /6/$$

skąd

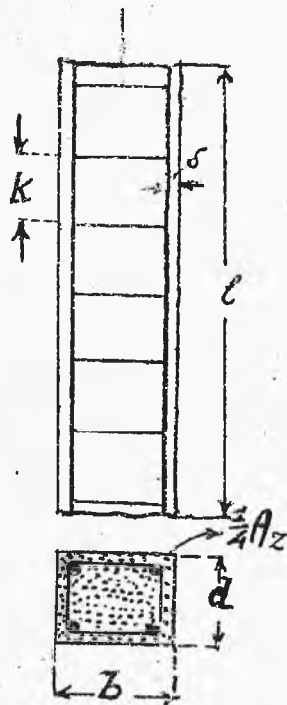
$$\sigma_b = \frac{P}{A_b + n A_z} \dots\dots\dots /7/$$

zaś

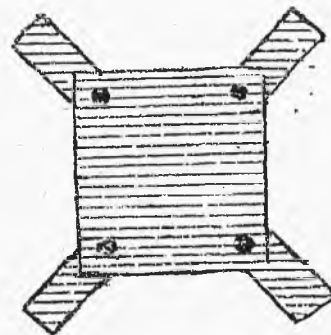
$$\sigma_z = n \sigma_b \dots\dots\dots /8/$$

Jeżeli we wzorze /7/ wyraz  $A_b + n A_z$  nazwiemy  $A_{zb}$ , to otrzymamy zwykły wzór dla naprężenia przy ściskaniu posięciem  $\sigma_b = \frac{P}{A_{zb}}$  gdzie  $A_{zb}$  wyraża pole zastępczego przekroju szupsi jednorodnego.  $A_{zb}$  powstaje jako suma pola przekroju betonu i  $n$  - krotnego pola przekroju żelaza, co szematycznie przedstawiono na rys.70. Przekrój zastępczy żelbetowy  $A_{zb}$  odgrywa w obliczeniu rolę równoważnościowego z żelbetem jedno-

litego przekroju betonowego, Oczywiście oś, na której zaczepia siła  $P$ , przechodzi przez środek ciężkości przekroju zastępczego.



Rys. 69



Rys. 70

Dalej możemy napisać z /9/:

$$\sigma_b = \frac{P}{A_b + nA_s} = \frac{P}{A_b \left[ 1 + n \frac{A_s}{A_b} \right]}$$

Gdy nazwiemy stosunek pola przekr. żelaza do pola przekr. betonu  $\frac{A_s}{A_b} = \gamma$  to otrzymamy:

$$\sigma_b = \frac{P}{A_b (1 + n\gamma)}$$

..... /9/

oraz 
$$\sigma_z = \frac{P}{A_z(1 + n\gamma)}$$

W y p a d e k I. Dane:  $P$  , /dopuszczalne naprężenie/  $\sigma_b$  i  $\gamma$  , określić  $A_b$  i  $A_z$

Z /9/ mamy:

$$A_b = \frac{P}{\sigma_b(1+n\gamma)} \dots\dots\dots/10/$$

$$A_z = \gamma A_b \dots\dots\dots /11/$$

W y p a d e k II. Dane:  $P$  , /dopuszczalne naprężenie/  $\sigma_b$  i  $A_b$  określić  $A_z$  czyli stosunek uzbrojenia  $\gamma$

Z /9/ mamy

$$\gamma = \left[ \frac{P}{A_b \sigma_b} - 1 \right] \frac{1}{n} \dots\dots\dots/12/$$

W y p a d e k III. Dane:  $P$ ,  $A_b$  i  $A_z$   
Znaleźć  $\sigma_b$  i  $\sigma_z$  tu służą wzory /7/ i /8/.

Według polskich przepisów M.R.P. naprężenia dopuszczalne na beton w słupach ściskanych poosiowo winny równać się wytrzymałości kostkowej betonu po 28-dniowym normalnym tężeniu, mnożonej przez współczynnik zmniejszający  $\beta = 0,18$ . W mniejszych budow-  
lach można prób nie wykonywać i przyjmować w zależności

od ilości cementu w  $1 \text{ m}^3$  kruszywa  $\sigma_z = 25,2-36 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Podług norm niemieckich wynosi  $\sigma_z = 35 \text{ kg/cm}^2$ . z drugiej strony stawiają one żądanie cy sześciiany próbne z betonu po 28 dniach wykazywały wytrzymałość nie mniejszą niż  $180/\text{cm}^2$ . Wytrzymałość w słupie wyniesie zatem  $0,8 \times 180 = 144 \text{ kg/cm}^2$ , z czego wynika, że powyżej przytoczone naprężenie dopuszczalne daje po 28 dniach 4-krotne bezpieczeństwo; po roku, oczywiście bezpieczeństwo wzrośnie do liczby podwójnej.

Austryjackie przepisy w budowlach miejskich dopuszczają  $\sigma_z = 22$  do  $28 \text{ kg/cm}^2$ , zależnie od składu betonu, zaś w mostach drogowych  $\sigma_z = 19$  do  $25 \text{ kg/cm}^2$ .

Szwajcarskie przepisy dają  $\sigma_z = 35 \text{ kg/cm}^2$ , przy czem żądają, ażeby próbki betonu w postaci sześciianów o krawędzi  $16 \text{ cm}$ . lub słupów  $36 \times 12 \times 12 \text{ cm}$ . dawały po 28 dniach na ściskanie  $150 \text{ kg/cm}^2$  wytrzymałości, gdy są wykonane z betonu plastycznego oraz  $200 \text{ kg/cm}^2$ , gdy z betonu "suchego". Żelazo w słupach ściskanych mimośrodowo może być naprężone tylko 72 razy więcej niż beton, a więc przy  $\sigma_z = 35$  i  $\sigma_z = 19$ ,

$\sigma_z = 625 \text{ kg/cm}^2$ . zawartość żelaza podłużnego w słupie nie może być dowolna, doświadczenie uczy, że wyżej przytoczone wzory wytrzymałości tylko wtedy dają



wyniki zgodnie z rzeczywistością, gdy  $\rho$  waha się od 0,003 do 0,02 t/m<sup>3</sup>, jak to wprowadzają nowe przepisy niemieckie do 0,003. Przepisy szwajcarskie ograniczają  $\rho$  najmniejsze do 0,006, największą zaś zawartość żelaza określają warunkiem, by

$928 < 1,5 A_2$ . Według austrijskich przepisów największe

$\rho = 0,02$ ; gdy jednak jest ono większe, to obliczenia wprowadza się tylko  $1/3$  tej nadwyżki pola przekr. żelaza.

Odstęp  $k$  pomiędzy poprzecznymi wiązającymi ramkami winien nie być większy niż mniejszy wymiar przekroju słupka  $K^L = d$  /rys. 69/ i nie powinien przekraczać 12-krotnej średnicy prętów podłużnych  $K^L = 12\phi$  podług przepisów szwajcarskich  $K^L = 20\phi$  ..... /13/

Według polskich przepisów M.R.P. o budowie i utrzymaniu mostów drogowych dla obliczenia statycznego naprężeń w słupach żelazobetonowych przy obciążeniu osiowym, należy przekrój betonu zwiększyć o 15-krotny przekrój pionowej wkładki żelaznej. Takie zwiększenie jest dopuszczalne jednak tylko pod warunkiem, że przekrój żelaza wynosi najmniej 0,3% a najwyżej 3% przekroju betonu, a wkładki podłużne są połączone strzemiączkami w odstępach równych połowie najmniejszego

wymiaru przekroju słupa. Jeżeli uzbrojenie podłużne jest silniejsze, niż 3%, to z nadwyżki ponad 3% wolno uwzględnić tylko trzecią część.

O ile powierzchnia przekroju wkładek podłużnych jest mniejsza niż 0,8% w słupach, lub 0,4% w sklepieniach, oblicza się konstrukcja jak gdyby była z betonu nieuzbrojonego.

Słupy żelbetowe wymagają sprawdzenia na wyboczenie dopiero przy znaczniejszej wiotkości. Najbardziej powszechnie jest przyjęte, że dopóki długość słupa nie przekracza 20-krotnej jego grubości /mniejszego wymiaru przekroju prostokątnego/ dopóty należy obliczać wyłącznie na ściskanie.

Polskie przepisy M.R.P. o budowie i utrzymaniu mostów drogowych wymagają aby obliczenie na wyboczenie wykonywane przy pomocy współczynników zmniejszających, jeżeli smukłość t.j. stosunek wolnej długości pręta  $L_0$  do najmniejszego promienia bezwładności przekroju „i” przekracza:

60 wypadków wzmocnienia podłużnego

40 " " uzwojonego

Współczynniki zmniejszające  $\beta$  podane są w poniższych tablicach:

a/ dla słupów żelazobetonowych uzbrojonych podłużnie

$\frac{L\omega}{i}$	65	70	75	80	85	90	95	100
$\beta$	0,95	0,88	0,82	0,76	0,70	0,63	0,57	0,51

b/ dla słupów żelazobetonowych uzwojowych

$\frac{L\omega}{i}$	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
$\beta$	0,97	0,93	0,89	0,85	0,81	0,77	0,73	0,69	0,65	0,60	0,56	0,51

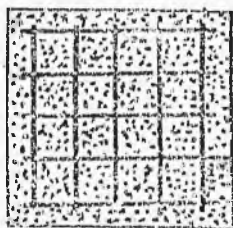
9. Obliczenie słupów uzwojowych. W słupach zwykłych /8/ uzbrojenie poprzeczne /ranki/ służy wyłącznie do powstrzymania prętów podłużnych od wybieczenia; wpływ ich na zwiększenie wytrzymałości betonu nie jest uwzględniany. Przy gęstym uzbrojeniu poprzecznym, w postaci gęstych zwoi lub obwódki wpływ ten jest znaczny i zostaje wyczerpany w betonie uzwojonym.

Uzbrojenie poprzeczne może być wykonane również w postaci prętów, leżących w płaszczyznach prostopadłych do osi słupa i bądź przecinających jego oś średnicowo, bądź też tworzących siatkę /rys. 71/. W tym wszakże sposobie dużo żelaza jest ześrod-

rowane w pobliżu osi słupa i pracuje mniej skutecznie niż żelazo w zwojach. Doświadczenia Considere'a wskazują, że ta sama waga żelaza w zwojach z górą dwa razy więcej wzmacnia beton niż użyta w postaci siatki.

Teoretyczne badania betonu uzwojonego nie doprowadziły jeszcze do żadnych wzorów zgodnych z doświadczeniami, obliczenie opiera się na wzorach czyste empirycznych.

Różniąc się wielkością poszczególnych współczynników wzory te wyrażające wytrzymałość słupa uzwojonego, składają się z następujących trzech wyrazów: a/ wytrzymałości pola przekr.  $A_z$  rdzenia betonowego liczonego w przestrzeni ograniczonej osią prętów uzbrojenia. Pod większymi obciążeniami, w granicach jednak wytrzymałości słupa uzwojonego, powłoka betonu pokrywająca zwoje odpada, wobec czego nie bierze udziału w jego ostatecznej wytrzymałości i przyjęte nie brać jej zupełnie w rachubę. b/ wytrzymałości pola przekr.  $A_z$  prętów podłużnych i c/ wytrzymałości pochodzącej od zwoi, którą się wyraża przypomocy pola przekr.  $A_{uz}$ , fikcyjnego pręta żelaznego o kształcie graniastosłupa, o pojemności



Rys. 71

równej pojemności zwoi na tej samej długości skupa /czyli pręt fikcyjny na jednostce długości skupa waży tyleż, co zwoje tej samej długości/; więc

$$A_{uK} = \pi d A_0 \quad (1)$$

$$A_u = A_0 \frac{\pi d}{K} \quad (2)$$

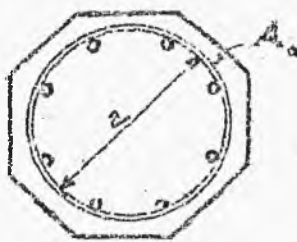
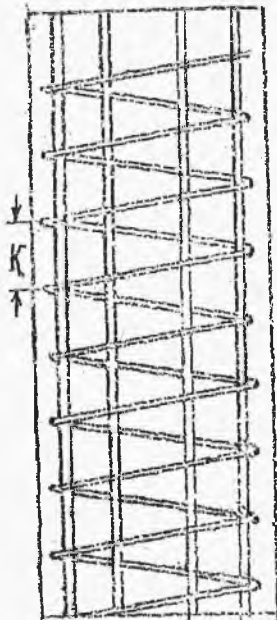
gdzie  $A_0$  /rys. 72/ - jest polem przekroju

druta tworzącego uzwojenie;  $K$  - krok uzwojenia. Considero twierdzenia: Considero twierdzenia na podstawie swych doświadczeń; że wytrzymałość skupa uzwojonego

przekracza nieco sumę: a/ wytrzymałości belki bez uzwojenia powiększone o 50%, b/ wytrzymałości uzwojenia podłużnego, doprowadzonego do granicy ciastowatości i c/ powiększonej 2, 4-krotnie wytrzymałości pręta fikcyjnego, doprowadzonego do tejże granicy.

Przy określeniu

tej ostatniej liczby  
/2,4/ Considero rozważań  
wpływ uzwojenia na mater-  
jał, składający się z  
cząsteczek drobnych, nie  
posiadających pomiędzy so-  
bą spójności, czyli na ma-  
terjał sypki. Badania "piał-  
ku uzwojonego" a raczej u-  
mieszczonego w powłoce cy-  
lindrycznej metalowej co  
nie zmienia istoty rzeczy,  
dowodzą mi, że metal w  
postaci powłoki powstrzy-  
mujący tylko rozsypywanie  
się piasku powiększa 2,4  
razy więcej wytrzymałość  
skupa piaskowego, niż ten



Rys. 72

sam metal, użyty w postaci sciskanego wzdłuż skupa  
umieszczonego pręta.

Co do powiększenia się wytrzymałości betonu  
w uzwojeniu o 50% Considero uważa wyrzki doświadczeń

Amerykańscy inżynierowie wysunęli potrzebę wytwarzania pomiędzy żelazem i betonem tak zwanej "pryczepności mechanicznej" przez nadawanie powierzchni prętów nierówności przy walcowaniu. Główne typy tych prętów nierównych wskazujemy w I rozdziale. Badania prof. Puy i Talbota w Chicago, Spofforda w Bostonie i innych wykazywały większą przyczepność prętów nierównych, niż okrągłych gładkich.

Spofford znalazł po 28 dniach w betonie

1 : 5 : 6

dla prętów Ransome'a	$\frac{1}{2}'' \times \frac{1}{2}''$	21 kg/cm <sup>2</sup> .
" " Johnsona	$\frac{1}{2}'' \times \frac{1}{2}''$	23,6 "
" " okrągłych	$\frac{3}{4}''$	19,6 - 17 kg/cm <sup>2</sup> .

Podług Talbota pręty Johnsona	dały przyczepność
$\frac{1}{2}'' \times \frac{1}{2}''$	44 kg/cm <sup>2</sup> .
" okrągłe	dały przyczepność
$\frac{3}{4}''$	17 do 27 kg/cm <sup>2</sup> .

Należy zaznaczyć, że próbki z prętami Johnsona i Ransome'a przeważnie rozstępowały się. Potrzeba mechanicznej przyczepności jest uznana i w Europie, a osiąga się mniej doskonale przez zerwanie końców prętów w postaci haków celem lepszego ich zaokrąglenia.

Główne typy haków wskazuje rys. 68.

Warunki te wymagają pewnych warunków dodatkowych, bez których nie dają one wyników zgodnych z rzeczywistością. Warunki szwajcarskie dodają do wzoru /16/ warunek

$$A_1 + 10 A_2 + 24 A_u \leq 2 A_2$$

a ponieważ  $G_2 = 10 \text{ kg/cm}^2$ , na uzwojony słupek wypaść może najwięcej  $80 \text{ kg/cm}^2$ .

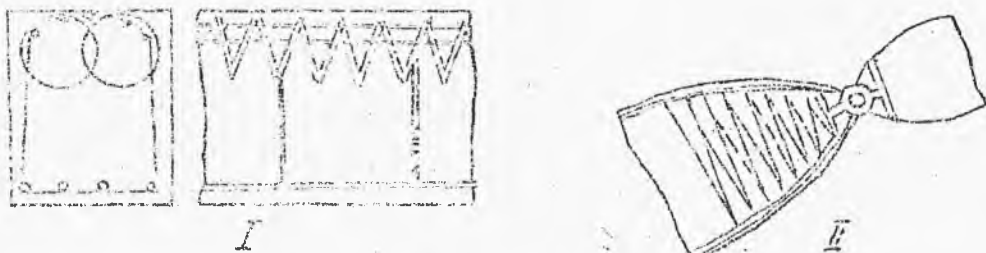
Warunki austriackie do wzoru /17/ dodają warunki:

$$A_1 + 15 A_2 + 30 A_u < 1,5 (A_1 + 15 A_2)$$

$$\text{czyli} \quad A_1 + 15 A_2 + 30 A_u < 2 A_1$$

Praktyka szwajcarska ustala ponadto kilka reguł ogólnych, mianowicie:

1. Średnica szwajcarskiej sprężyny musi znajdować się w granicach 1,5% do 3% różnicy



Rys. 72 a



- 2/ Stosunek uzbrojenia podłużnego do uzwojenia jest najkorzystniejszy, gdy  $A_z : A_u = 1 : 2$  do  $1 : 3$ .
- 3/ Stosunek skoku uzwojenia do średnicy tęgów winien być

$$\begin{array}{ll} \text{przy } A_u \cong 2\% A_z & \frac{1}{7} \text{ do } \frac{1}{8} \\ \text{przy } A_u \text{ większym} & \frac{1}{8} \text{ do } \frac{1}{10} \end{array}$$

- 4/ Cieńszy drut i gęste zwoje dają lepszy skutek niż odwrotnie.

Normy francuskie uogólniają obliczenie wpływu uzbrojenia poprzecznego i podają wzór, uwzględniający zarówno wpływ ramek poprzecznych jak i zwoi:

$$P = 50 \left( 1 + m' \frac{v'}{v} \right) (A_z + n A_z) \dots \dots \dots /18/$$

$v'$  - jest objętością uzbrojenia poprzecznego na pewnej długości.

$v$  - jest objętością rdzenia betonowego na tej samej długości.

$m'$  - współczynnik, zależny głównie od odstepu ramek lub skoku uzwojenia i waha się od 8 do 32.

Wzór ten stosuje jako zasadnicze dopuszczalne naprężenie na ściskanie betonu  $\sigma_z = 50 \text{ kg/cm}^2$ , do którego doprowadza żelbetowy zastępczy przekrój słupa:

$A_z + n A_z$  : przy pomocy zaś współczynnika:  $\left( 1 + m' \frac{v'}{v} \right)$

naprężenie to powiększa jeszcze zależnie od gęstości i uzbrojenia poprzecznego.

Według polskich przepisów M.R.P. o budowie i utrzymaniu mostów drogowych, dla słupów uzwojonych lub wzmocnionych szeregiem pierścieni spawanych, należy przy wyznaczeniu ściskania w betonie przyjąć przekrój  $A_i$ , który wynosi dla rdzenia betonowego o przekroju kołowym

$$A_i = 1,25 A_b + 15 A_z + 30 A_u$$

dla rdzenia o przekroju kwadratowym :

$$A_i = 1,25 A_b + 15 A_z + 15 A_u$$

przyczem  $A_b$  - przekrój rdzenia t.j. betonu wewnątrz uzwojenia

$A_z$  - przekrój wzmocnienia podłużnego

$A_u$  - przekrój otrzymany przez podzielenie objętości uzwojenia przez długość słupa.

Uzwojenie w powyższych wzorach wolno uwzględniać, jeżeli są spełnione następujące warunki:  
a/ skok śruby, względnie odstęp pierścieni jest mniejszy niż 0,2 średnicy rdzenia, przy naprężeniu w be-

tonie równem  $50 \text{ kg/cm}^2$ , zaś mniejszy niż, 0,125 średnicy rdzenia przy naprężeniu w betonie równem  $100 \text{ kg/cm}^2$ ; nie może jednak wynosić więcej niż 8 cm.

b/ objętość wzmocnienia podłużnego jest większa a przynajmniej równa jednej trzeciej objętości wzmocnienia poprzecznego

$$c/ \quad A_i \leq 2 A_z$$

Na własności sprężyste oraz na odkształzalność betonu uzwojenie wywiera duży wpływ, jest przytem rzeczą nader ważną, czy beton po wykonaniu znajdował się dłuższy czas w wilgoci, czy też był wcześniej wystawiony na działanie suchego powietrza; w tym ostatnim bowiem wypadku beton nieco się kurczy i skup uzwojony poddany ścisłaniu dopiero przy znaczniejszych naprężeniach grubieje na tyle, że zaczyna się znaczniejszy nacisk zwoi na jego powierzchnię boczną. Zanim ten nacisk nastąpi beton zachowuje się jak gdyby uzwojony nie był. Wpływ zwoi Considère zauważył dopiero przy obciążeniu pierwszym około  $100 \text{ kg/cm}^2$ . Przy obciążeniach powtórnych powstaje jakby pewne zgrubienie skup a kontakt ze zwojami daje się zauważyć wcześniej. Dalej zaznaczyć należy, że beton uzwojony znosi bardzo

znaczne odkształcenia, nie okazując mechanicznego rozkładu swych cząstek; odkształcenia nieuzwojonego betonu, wynoszące 1 do 1 1/2 mm. na metr, sprawa dzają już pęknięcie betonu podczas gdy beton w uzwojeniu wykazał skrócenia 17, 24 i 4. mm. na metr nie miazdząc się. Te wielkie odkształcenia betonu uzwojonego są przyczyną tego, że w chwili gdy zwoje całkowicie rozwijają swoją działalność, żelazo podłużne jest przy swej granicy ciastowatości i przy dalszych odkształceniach stawia prawie niezmienny opór. Złamanie się słupa uzwojonego następuje miękko i powolnie, słup zaś wygina się podobnie do słupa z materiału ciągłego. Jak stwierdzono, beton wewnątrz zwoi, będąc poddany tak znacznym odkształceniom, dzięki wszechstronnemu naciskowi jaki przytem znosi nie miazdży się, lecz zachowuje znaczną wytrzymałość, co stwierdzono doświadczalnie przez badanie wytrzymałości betonu po usunięciu zwoi ze słupa uzwojonego, poddanego dużym obciążeniom.

Wzmocnienie betonu na ściskanie przez uzwojenie stosuje się nie tylko w słupach. Można wzmocniać tą drogą pasy ścisrane belek lub łuków, celem dopuszczenia większego naprężenia na ściskanie /rys. 72-a - str. 94/

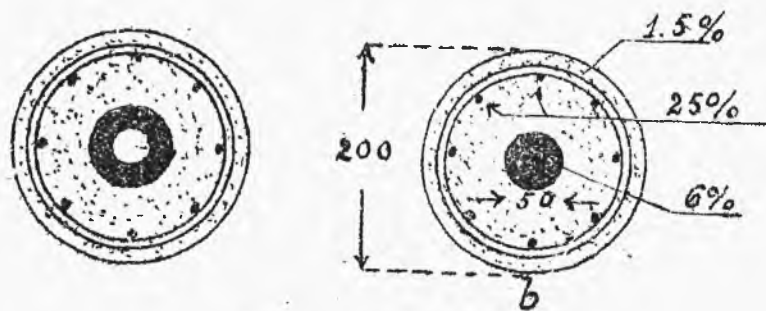
i wszelkie miejsca, gdzie naprężenie ma wypaść szczególnie duże, jak przeguby łuków, słupów i t.p.

10. Żeliwo-żelazo-beton. Dalszym zastosowaniem i rozwinięciem myśli przewodniej betonu uzwojenego jest kombinacja trzech powyższych materiałów do wytworzenia słupów żelbetowych, zwana jeszcze żeliwem uzwojonem.

Żeliwo posiada, jak wiadomo, bardzo znaczną wytrzymałość na ściskanie, sześciiany probne wykazują nie mniej niż  $5000 \text{ kg/cm}^2$ , a łatwo jest otrzymać żeliwo o wytrzymałości kostkowej do  $11000 \text{ kg/cm}^2$ . Pomimo to naprężenie dopuszczalne w słupach żeliwnych nie przekracza  $500 \text{ kg/cm}^2$ , a to z tego powodu, że żeliwo jest materiałem kruchym, mało przytem wytrzymałym na rozciąganie i wobec tego wymaga bardzo znacznego zapasu bezpieczeństwa. Emperger dokonując prób nad słupami, składającymi się z rdzenia żeliwnego, otoczonego zwojami żelaznymi i betonem /rys.73/ znalazł, że taki zeskład zabezpiecza żeliwo od wybożenia, usuwa niebezpieczeństwo, wynikające z kruchości żeliwa i pozwala wyzyskać wytrzymałość żeliwa na ściskanie w bardzo wysokim stopniu.

Współdziałanie betonu, żelaza i żeliwa w sta-

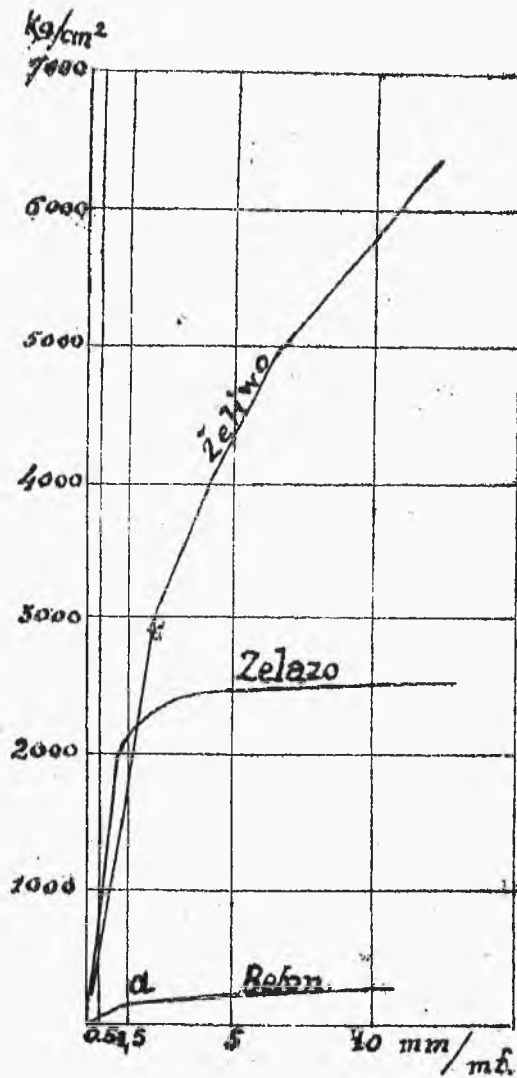
wianiu oporu siłom ściskającym słup, możemy sobie uprzytomnić przy pomocy wykresu odkształceń i naprężeń /rys. 74/ tych trzech materiałów. Widzimy



Rys. 73

z tego wykresu, że beton zwiększa swe naprężenie przy pierwszych niewielkich odkształceniach, następnie przy 120 - 200 kg/cm<sup>2</sup>. między się. Dalsze wzrastanie odkształcenia przy mniejszym już wzroście naprężenia, czyli dalszy ciąg krzywej betonu poza punktem *a* otrzymujemy jedynie przez uzwojenie betonu. Jak to wyżej zaznaczono beton uzwojony w pierwszym stadium ściskania zachowuje się jak beton zwykły, a dopiero po przekroczeniu pewnego naprężenia, a więc po spęczeniu obserwujemy wpływ zwoju na wytrzymałość i sprężystość betonu.

Zelazo żelwne, tworzące uzbrojenie podłużne



Rys. 74

w pierwszym stadium swego sciskania podnosi swe naprężenie proporcjonalnie do odkształcenia, lecz już przy naprężeniu 2400 kg/cm<sup>2</sup>. osiąga swa granicę cia-

stowatości na ściskanie i przy dalszem ścisaniu oporu swęgo prawie nie zwiększa.

Zupełnie odmiennie od obu powyższych materiałów zachowuje się żeliwo. Nie posiada ono granicy ciastowatości, a zależność naprężeń od odkształceń wyraża się łagodną krzywą, podnoszącą się bardzo wysoko, aż do chwili zmiżdżenia się żeliwa, czyli conajmniej do  $5000 \text{ kg/cm}^2$ , a przy lepszych gatunkach do  $11000 \text{ kg/cm}^2$ .

Jeżeli więc kolumnę, złożoną z tych trzech materiałów poddamy ścisaniu posiowemu, to w pierwszym stadium ścisania w granicach nieznacznych odkształceń wszystkie trzy materiały będą stawiały opór, wzrastający niemal proporcjonalnie z odkształceniem. Przy dalszem wzrastaniu siły ścisającej, gdy naprężenie betonu dojdzie do jakich  $200 \text{ kg/cm}^2$ , a żelaza podłużnego do granicy ciastowatości, czyli  $2400 \text{ kg/cm}^2$ , to odpowiada skróceniu się słupa na 1 do 1,5 mm. na metr materiały nagle zmieniają sposób zachowania się. Mianowicie: tak żelazo podłużne, jak i beton uzwojony zaprzestają zwiększać swe naprężenie zachowując się jakby biernie względem dalszych odkształceń, usztywniając jedynie rdzeń żeliwny i chroniąc go przed wybozczeniem. Nate-



miast ze strony rdzenia żeliwnego zjawia się stały wzrost oporu siłom ściskającym.

Zarówno teoria tych zeskładów, jak i zasób doświadczenia nie wystarczają narazie do ustalenia dokładnego obliczenia bezpiecznego obciążenia słupa żeliwno-żelazo-betonowego.

Empirger podaje wzór następujący dla siły łamiącej, gdy nie ma obawy wybożenia słupa:

$$P = A_3 \sigma_3 + A_2 \sigma_2 + A_1 \sigma_1 \dots \dots \dots /19/$$

gdzie  $A_3$  - pole przekroju betonu uzwojonego wewnątrz zwoi,  $A_2$  - pole przekroju żelaza podłużnego,  $A_1$  - pole przekroju rdzenia żeliwnego, zaś  $\sigma_3$  wytrzymałość kostkowa betonu /gdyż dzięki uzwojeniu nawet w długim słupie może ona mieć miejsce/,  $\sigma_2$  - naprężenie żelaza przy granicy ciastowatości,  $\sigma_1$  - wytrzymałość na ściskanie żeliwa.

Według polskich przepisów M.R.P. o budowie i utrzymaniu mostów drogowych, słupy żelazobetonowe z duszą żeliwną można obliczać przy założeniu, że wytrzymałość całego słupa jest sumą wytrzymałości zewnętrznej części żelazobetonowej i wewnętrznej żeliwnej, jeżeli skok uzwojenia będzie równy lub mniej-

szy niż podwójny odstęp uzwojenia od wkładki żeliwnej. Przy uwzględnieniu wybożenia należy wziąć w rachubę przekrój zastępczy:

$$A_i = A_c + \frac{2}{3} A_z + \frac{1}{50} A_b$$

gdzie oznacza

$A_c$	-			powierzchnię przekroju żeliwa
$A_z$	-	"	"	uzbrojenia podłużnego
$A_b$	-	"	"	rdzenia betonu

11. Obliczenie ścięgien żelbetowych. W ścięgniach żelbetowych liczy się wyłącznie na żelazo, gdy chodzi o zniesienie siły rozciągającej. Należycie zbudowane ścięgno żelbetowe posiadać jednak winno taki przekrój betonu, by ten nie pękł przy rozciąganiu. Jak wiadomo, beton pęka już przy wydłużeniu 0,0001, co odpowiada naprężeniu żelaza  $\sigma_z = 0,0001 \times 2100000 = 210 \text{ kg/cm}^2$ . Z drugiej strony beton wytrzymuje do 12  $\text{kg/cm}^2$  bez pękania. Stosunek żelaza do betonu w ścięgniach winien być taki, żeby wrazie pęknięcia betonu żelazo samo całą siłą  $P$  wytrzymało przy naprężeniu dopuszczalnym  $\sigma_z = 1200 \text{ kg/cm}^2$ . Przekrój betonu zaś winien być tak dobrany, by beton wraz z żelazem przy  $\sigma_b = 12 \text{ kg/cm}^2$  mógł całą siłą  $P$  wytrzymać.

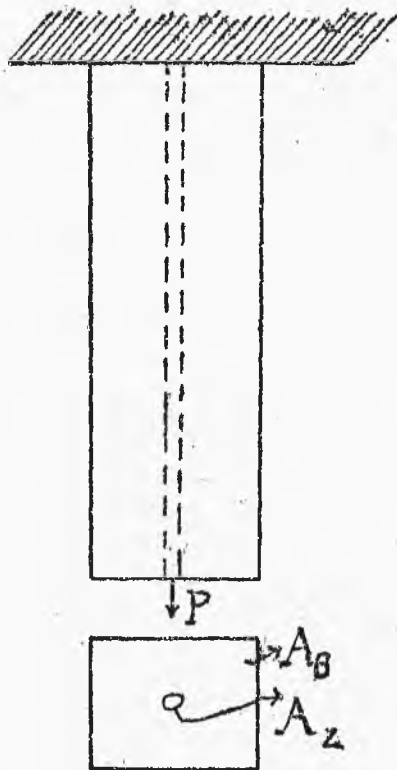
Stąd równanie:

gdzie  $P = R_z 1200 = R_b (1 + \eta y) 12 \dots \dots \dots /20/$

$$y = \frac{R_z}{R_b} ; \quad \eta = \frac{E_z}{E_b}$$

stąd  $y = \frac{1}{100 - \eta}$  przy  $\eta = 15$

$y = 0,012$  czyli  $y = 1,2\% \dots \dots /21/$



Rys. 75

Celem tem lepszego zabezpieczenia się od pęknięć w betonie ścięgi obetonowywa się zazwyczaj po naprężeniu ich, więc gdy są to ścięgi łuków - po rozszalowaniu łuków, gdy są to wieszaki mostowe po obciążeniu jezdni.

12. Gięcie. Zjawisko gięcia żelbetu rozpatrujemy przy następujących założeniach powszechnie stosowanych

dla ciał jednorodnych, mianowicie:

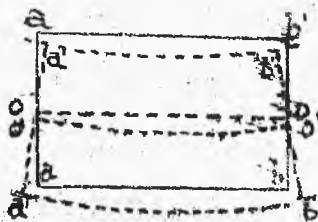
- a/ że badaniu podlega bryła pryzmatyczna o osi prostej /belka/ i
- b/ że działające na nią siły zewnętrzne leżą w jednej płaszczyźnie, w której też leży oś belki, i dla każdego przekroju dają się sprowadzić do pary sił, której płaszczyzna działania jest prostopadła do płaszczyzny przekroju.

Ponadto teoria gięcia zna następujące założenia, usprawiedliwione wystarczająco w badaniu ciał jednorodnych:

- c/ współczynnik sprężystości jest dla wszystkich włókien ten sam i niezależny od kierunku naprężeń, powierzchnia obejmująca przechodzi przez środek ciężkości przekroju,
- d/ Każda powierzchnia przekroju, prostopadła do osi belki i płaska przed zgięciem pozostaje płaską i podczas gięcia /Bernoulli/ /rys.76/.

Gdy do tych założeń

dodamy, że odkształcenia włókien są proporcjonalne do naprężeń /Hook/, to stwierdzimy,



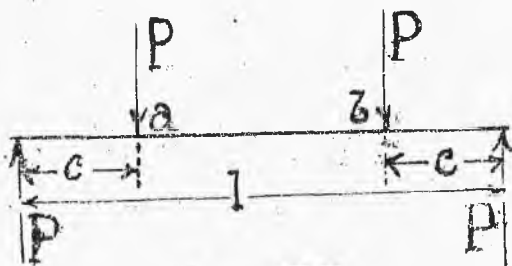
Rys. 76

e/ że naprężenia są proporcjonalne do odległości  
włókna od powierzchni obojętnej /Navier/.

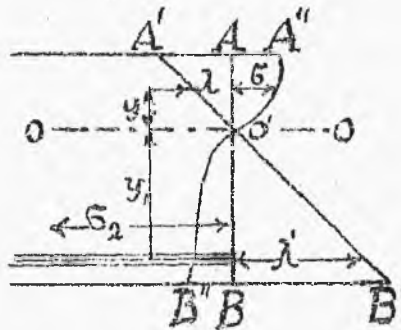
W żelbecie, jako w materiale niejednorodnym,  
którego przytem jedna część składowa /beton/ nie  
posiada stałego współczynnika sprężystości, te ostat-  
nie warunki nie znajdują, ściśle biorąc, urzeczywist-  
nienia.

Możność zbudowania praktycznie stosowanej te-  
orii gięcia belek żelbetowych wymaga jednak przyjęcia  
 pewnych założeń upraszczających zjawisko, przyjmuje  
 się więc powszechnie powyższe założenie d//Bernoulli'  
ego/, mające swe zupełne uzasadnienie jedynie w mate-  
matycznej teorii belek z tworzywa jednorodnego i tyl-  
ko przy czystem gięciu, t.j. w tych częściach belki,  
gdzie siły ścinające i przesuwające nie działają; np.  
na części *ab* belki rys.77. Założenie to jednak przyj-  
mujemy powszech-

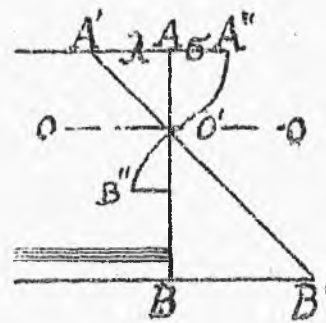
nie bez względu  
na siły ścinają-  
ce, - i przypu-  
szamy, że pło-  
szczyzny przek-  
roju np.  $\alpha\alpha$  i



Rys. 77



Rys. 78



Rys. 79

$bb$  /rys. 76/ po zgięciu pochyleją się stosownie do wygięcia się osi  $OO$ , zajmując położenie  $a'a'$ , pozostają jednak płaskimi.

Jeżeli płaszczyzna  $AB$  /rys. 78/ po zgięciu belki zajmie położenie  $A'B'$ , to włókna ponad powierzchnią obojętną  $OO$  skróca się zaś włókna pod tą powierzchnią wydłużą się, przyczem odkształcenia te będą proporcjonalne do odległości włókien od powierzchni obojętnej.

W każdej powierzchni równoległej do powierzchni obojętnej przy odkształceniu włókien  $\lambda$  odpowiadającym odległości  $y$ , naprężenie będzie,

$$\sigma_z = E_z \lambda$$

..... /22/

i krzywa  $A''O'B''$  przyjmie kształt odpowiadający zmienności współczynnika sprężystości /por. rys. 56/. Jeżeli w którymkolwiek miejscu, bądź po stronie ściskanej, bądź po stronie rozciąganej, znajdować się będzie żelazo, to odkształcenie jego  $\lambda'$  będzie odpowiadało również jego odległości  $y'$  od  $OO$ , a naprężenie będzie iloczynem jego współczynnika sprężystości na odkształcenie /jak wyżej /22/ / czyli

$$\sigma_z = E_z \lambda' \quad \dots\dots\dots /23/$$

/Należy więc naprężenia w betonie będą wrażliwe wraz z oddaleniem od powierzchni obojętnej, lecz będą wznosiły wolniej niż to oddalenie i mniej po stronie rozciąganej niż po stronie ściskanej. /por. rys. 56/.

Przy wzrastaniu momentu gnącego, naprężenia rozciągające przekraczają wytrzymałość betonu, skutkiem czego beton pęka i belka betonowa zakłamuje się jeżeli jednak po stronie rozciąganej znajduje się żelazo w odpowiedniej ilości to podejmuje ono pewną część sił rozciągających /rys. 79/ beton zaś pęknie tylko na pewnej części paśa rozciągającego.

Gdy krzywa  $A''O'B''$  jest wiadoma, naprężenia

belki można obliczyć, stosując do przekroju betonowego zasadnicze prawa równowagi.

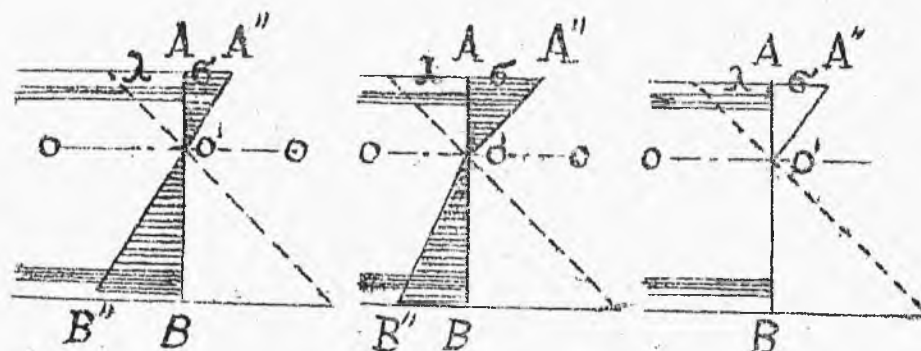
Opisany wyżej przebieg zjawiska gięcia w przekroju belki betonowej jest niewątpliwie dosyć bliski prawdy, choć przybliżony; zawiłość jednak funkcji

/por.wzór /2/ / nie pozwala na dosyć praktyczne matematyczne ujęcie powstających tu zależności. Sanders /Holandja/ proponował obliczenie na ścisłym stosowaniu tej funkcji oparte, prowadzące do znacznych komplikacji. Praktyka wymaga więc przyjęcia dalszych jeszcze upraszczających założeń i w tym kierunku rozmaici badacze proponowali szereg sposobów przybliżonych.

Inżynierowie de Mazas /Francja/ i Neumann /Austria/ wychodzą z założenia, że beton posiada jednaki współczynnik sprężystości na ściskanie i na rozciąganie, posiadający wartość stałą w granicach używalności /rys.80/. Stąd wykres prostoliniowy, naprężeń jak dla materiału jednorodnego.

Prof.Melan /Austria/, pragnąc przybliżyć się bardziej do istotnych zależności, przypuszcza że beton posiada inny współczynnik sprężystości na ściskanie, niż na rozciąganie, lecz każdy z nich jest





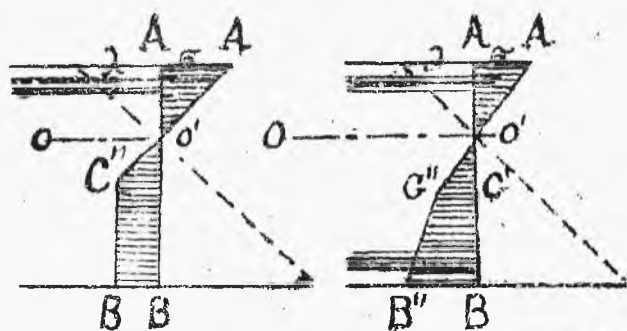
Rys 80

Rys 81

Rys 82

stały w granicach używalności. Otrzymuje on wykres /rys.81/ naprężeń prostolinijny, lecz linja  $A''O'B''$  załamuje się w przecięciu z osią obojętną.

Inżynierowie Coignet i Tedesco /Francja/ przypuszczają, że beton nie stawia żadnego oporu siłom rozciągającym, zastępuje go w tem całkowicie żelazo uzbrojenia, zaś w ściskanej części posiada współczynnik sprężystości stały /niezależny od naprężeń/. Wykres naprężeń otrzymują więc prostolinijny /rys.82/. Założenia te dziś są uważane za najracjonalniejsze, jednak autorowie ich pokładzi-  
li w dalszem matematycznym rozwinięciu obliczenia.



Rys 83

Rys 84

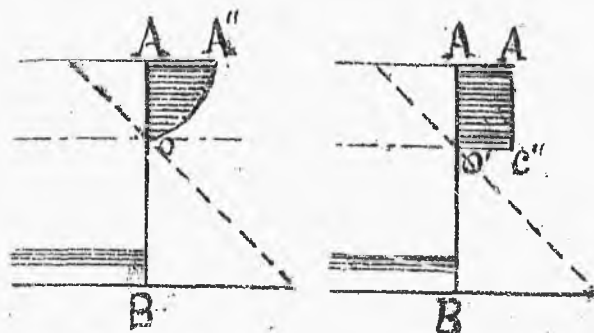
Inżynier  
Considère /Francja/ przypisuje  
betonowi własność  
wytrzymywania zna-  
cznych wydłużeń  
przy stałym naprę-  
żeniu poza pewną  
granicą oraz stały  
spódcz. spr. na ści-

skanie i do pewnego naprężenia na rozciąganie. Jego wy-  
kres naprężeń wskazuje rys. 83.

Prof. Ostenfeld /Danja/ przypisuje betonowi dwa  
spódczynniki sprężystości, z których jeden na ściska-  
nie i po części na rozciąganie do naprężenia  $8 \text{ kg/cm}^2$ ,  
drugi mniejszy na rozciąganie, gdy naprężenie to jest  
większe /rys. 84/.

Prof. Ritter /Szwajcaria/ i Talbot /Stany Zjedno-  
czone Amerykańskie/ przyjmują spódczynnik sprężystości  
betonu zmienny, lecz dla łatwości obliczenia nadają krzy-  
wej  $A''O'$  kształt paraboli; na rozciąganie beton oporu  
nie stawia /rys. 85/.

Laz. Hännibinze /Francja/ przypuszcza, że beton



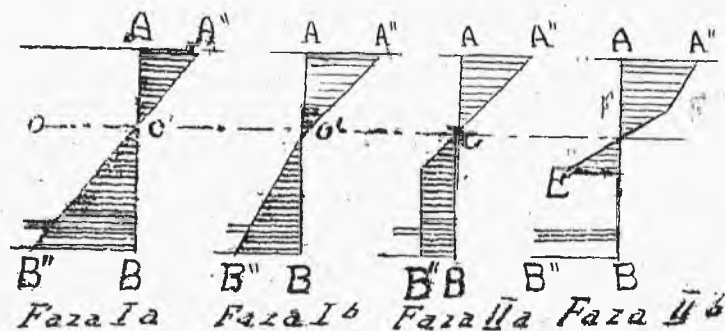
Rys. 85

Rys. 86

ściśkany po-  
siada jednak  
we naprężenie  
na całej prze-  
strzeni poni-  
ży osi obo-  
jętnej i ściś-  
kana krawędzią  
belki, na roz-  
ciąganie zaś o-  
poru nie stawia.  
/rys. 86/.

Trof. Thullio /Polaka/ pierwszy ujął w swoich badaniach teoretycznych całokształt zjawiska belek żelbetowych jak następuje. Dopóki obciążenia są małe, beton po stronie rozciąganej zachowuje swą wytrzymałość, a współczynnik sprężystości można uważać jako stały i jednaki na ściskanie i rozciąganie. Są to założenia de Masas - Neumann'a; stan ten belki nazywamy fazą I a. Przy nieco większych naprężeniach lecz gdy wytrzymałość betonu na rozciąganie nie jest jeszcze przekroczona, należy uwzględnić niejednakowość współczynników sprężystości na ściskanie i rozciąganie, uważając

każdy za stały; są to założenia Melana; stan ten belki nazwiemy fazą I b. Przy dalszym obciążeniu beton po stronie rozciąganej zaczyna pękać, jest to faza II. Prof Thullie wprowadza obliczenie w fazie II w ten sposób, że uwzględnia wytrzymałość betonu na rozciąganie w tych granicach belki, w których beton nie uległ pęknięciu czyli w pobliżu powierzchni obciążonej, krzywą zaś naprężeń zastępuje dwoma prostymi linjami  $A''F''$  i  $F''E''$  /rys.87/, zakładając w ten sposób dwa współczynniki sprężystości: jeden przy rozciąganiu i przy ścisaniu do pewnego naprężenia  $F''F''''$  drugi mniejszy, przy naprężeniach ścisających większych. Naprężenie, przy którym następuje zmiana współ-



Rys. 87

czynnika sprężystości prof. Thullie określa na 50 kg/cm<sup>2</sup>.  $F''F''''$  Stan ten belki nazywany fazą II b,

w przeciwstawieniu do fazy II a, która odpowiada założeniom Considèr'a, a więc zdolności betonu znoszenia przy większych naprężeniach znacznych wydłużeń przy niezmiennem naprężeniu /rys.87/.

Po przekroczeniu granicy ciastowatości żelaza następuje faza III, belka się łamie.

22. Obliczenie belek żelbetowych, powszechnie stosowane w praktyce współczesnej, opiera się na założeniach Coignet - Tedesco /rys.82//przybliżenie możemy to nazwać fazą II/. A więc przypuszczamy że:

- a/ Każda powierzchnia przekroju, prostopadła do osi belki i płaska przed zgięciem pozostaje płaska i podczas gięcia belki, czyli odkształcenia betonu i żelaza są proporcjonalne do odległości od powierzchni obojętnej przekroju.
- b/ Współczynnik sprężystości betonu przy ścisnieniu jest stały i niezależny od naprężenia betonu, naprężenia są proporcjonalne do odkształceń, a stąd i stosunek współczynnika spręż. żelaza i betonu  $\frac{E_c}{E_s} = \nu$  jest stały.
- c/ Opór betonu siłom rozciągającym jest równy zeru.
- Praktyka narzuca jednak wypadki, kiedy należy belkę skonstruować w taki sposób, ażeby beton rozcią-

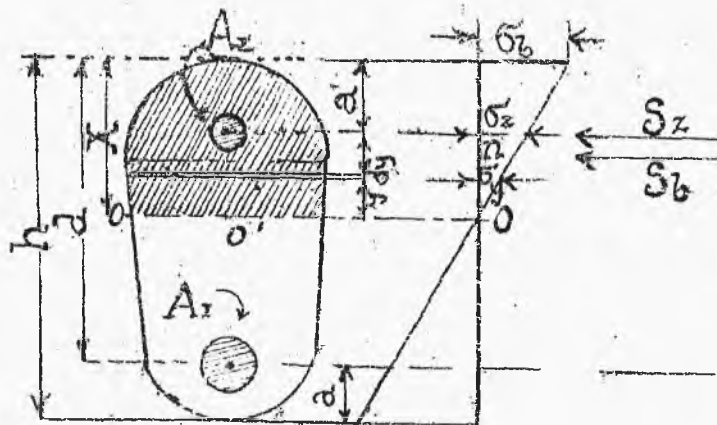


gnany nie pękł, czyli żeby naprężenia rozciągające w betonie nie przekroczyły pewnej normy, wówczas obliczamy belkę podług fazy II. Malona /rys. 81/ czyli podług fazy I b. Mamy tu założenia:

a / pozostałe założenie a/ jak przy fazie II,

b/ współczynniki sprężystości betonu na ściskanie i na rozciąganie nie są sobie równe, ale są stałe, więc:  $\frac{E_{bz}}{E_{bt}} = const. \neq 1$

c/ Beton stawia opór zarówno siłom rozciągającym jak i ściskającym.



Rys. 88

Choćby przepisy niemieckie każą wszakże w tym wypadku obliczać belkę podług fazy I a, więc jak ciało jednorodne ze stałym współczynnikiem sprężystości na oba naprężenia.

23. Rozpatrzmy w fazie II ogólny wypadek przekroju żelbetowego, symetrycznego względem osi pionowej, zresztą dowolnego /rys. 88/. Naprężone części przekroju są zakreskowane na rysunku. Wypadkowa naprężeń rozciągających beton ponad osią obojętną  $S_z$  oraz wypadkowa naprężeń rozciągających żelazo tam się znajdujące  $S_z$  są skierowane w jednym kierunku, zaś wypadkowa naprężeń rozciągających żelazo znajdujące się poniżej osi obojętnej  $R_z$  jest skierowana w kierunku przeciwnym.

Dla równowagi musi być  $S_z + S_z = -R_z$

czyli 
$$\int_0^x \delta_y b dy + \delta_z A_z' = \delta_z A_z \dots /24/$$

Z podobieństwa trójkątów wykresu naprężeń /rys. 88/ mamy:

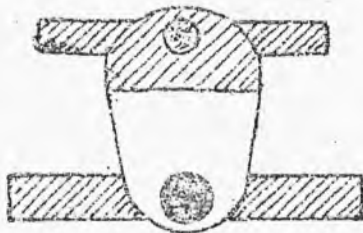
$$\delta_z = n \delta_b \frac{(d-x)}{x}; \delta_z' = n \delta_b \frac{(x-a)}{x}; \delta_y = \delta_b \frac{y}{x} \dots /25/$$

Podstawiając wyrazy /25/ do równania /24/ otrzymujemy:

$$\int_0^x b y dy + n A_z' (x-a) = n A_z (d-x) \dots /26/$$

Imy wiadomym kształcie przekroju, przy znanej funkcji  $b=f(y)$  całka może być rozwiązana i jedyna niewiadoma  $x$  /określająca położenie osi obojętnej/

może być znaleziona. Wiązimy że pierwszy wyraz równania /26/ jest momentem statycznym pola przekroju ściskanego betonu, wyraz drugi jest momentem statycznym  $n$ -krotnego pola przekroju żelaza ściskanego, trzeci - żelaza rozciąganego względem osi  $OO$ . Równanie /26/ dowodzi, że oś obojętna przechodzi przez środek ciężkości przekroju. W tym celu należy go powiększone  $n$ -krotnie. To zastępcze pole przekroju żelbetowego, które nazwiemy  $A_{zb}$  może być uzmysłowione przy pomocy rysunku 89. Znając położenie osi



Rys. 89

obojętnej możemy napisać równanie momentów. Moment sił zewnętrznych  $M$  równa się momentowi sił wewnętrznych, ten ostatni bierzemy dla wypadkowych poszczególnych

naprężeń około punktu  $O'$  (rys. 90).

$$M = \int_0^x \delta_y b_y dy + \int_{z_1}^x \delta_{iy} b_{iy} dy + \int_{x_1}^{x_2} \delta_{iy} b_{iy} dy \dots /27/$$

$$\delta_y = \delta \epsilon \frac{y}{x}, \quad \delta_{iy} = n \delta \epsilon \frac{y}{x}; \quad \delta_{iy} = n \delta \epsilon \frac{y}{x} \dots \dots \dots /28/$$

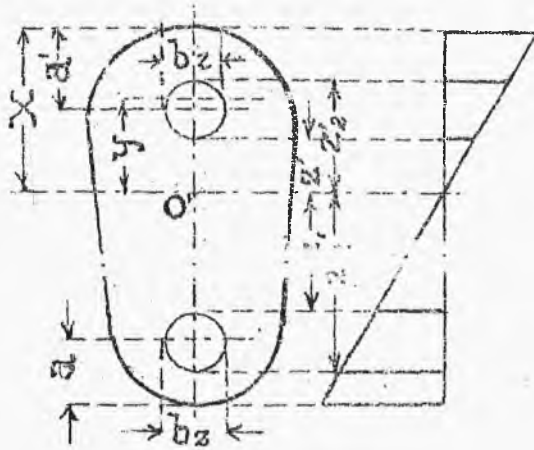


skąd 
$$M = \frac{\delta_6}{x} \int_0^x b y^2 dy + \frac{n \delta_6}{x} \int_{x_1}^{x_2} b_1 y^2 dy + \frac{n \delta_6}{x} \int_{x_1}^{x_2} b_2 y^2 dy$$

wyraz  $\int_0^x b y^2 dy = J_6$  jest momentem bezwładności ściskanego pola przekroju betonu względem osi obojętnej. Wyraz  $n \int_{x_1}^{x_2} b_1 y^2 dy$  jest  $n$ -krotnym momentem bezwładności powierzchni przekroju żelaza ściskanego, względem osi obojętnej, a więc może być wyrażony jako równy  $n J_1' + n A_1' (x - \alpha)^2$ . W końcu wyraz:  $n \int_{x_1}^{x_2} b_2 y^2 dy$  jest takim samym momentem bezwładności żelaza rozciąganego, a więc równa się  $n J_2' + n A_2' (\alpha - x)^2$ ;  $J_1'$  i  $J_2'$  - oznaczają oczywiście momenty bezwładności pól przekroju żelaza ściskanego oraz rozciąganego względem środka ciężkości swego pola przekroju.

Mamy więc: 
$$M = \frac{\delta_6}{x} \left[ J_6 + n J_1' + n J_2' + n A_2 (d-x)^2 + n A_1' (x-\alpha)^2 \right] \dots /29/$$

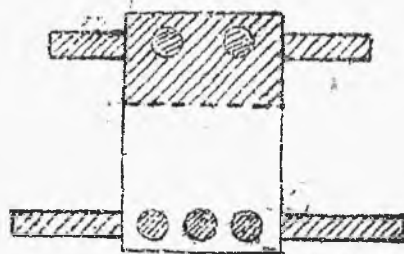
Wyraz zawarty w nawiasie jest momentem bezwładności naprężonych części przekroju żelbetowego względem osi obojętnej, w którym uwzględniono wyłącznie pole przekroju betonu ściskanego i wzięto  $n$ -krotne pole przekroju żelaza /rys. 90-a/.



Rys 90

znikają i wtedy

$$J_{zb} = J_b + n A_s (d - \alpha)^2 + n A'_s (\alpha - \alpha')^2 \dots \dots \dots (30)$$



Rys. 90<sup>a</sup>

Wyraz ten inne-

czynie  $J_{zb}$

stała  $\delta_b =$

$$= \frac{M_{jc}}{J_{zb}} \dots \dots / 30/$$

przy użyciu pre-  
ter gębnych, jako  
zahrojenia, co  
najczęściej ma  
wielkość  $J'_z$  i  
 $J_z$  ma wartość

Napięcie

betonu na odleg-  
kości  $y$  od osi  
obrotowej będzie:

$$\delta_{by} = \frac{M_y}{J_{zb}}$$

Napięcie zaś zos-  
tane w tyższej miej-  
scu będzie równe  
 $\sigma_b$  - rozłnemu na-  
pięciu betonu,

czyli  $\sigma_{zy} = \frac{\sigma_c M y}{J_z b}$

więc w środku ciężkości

całego przekroju prętów żelaznych mamy:

$\sigma_z = \sigma_c \frac{M (d - x_c)}{J_z b}$

/33/

$\sigma'_z = \sigma_c \frac{M (x_c - a')}{J_z b}$

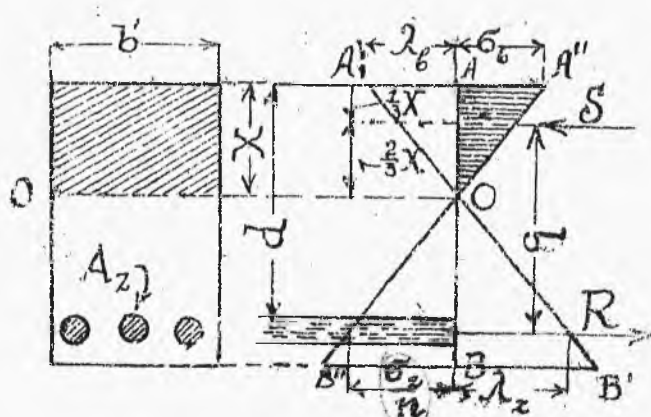
/33/

Rozpatrzmy następujące wypadki szczególne:

13. Belka prostokątna uzbrojona pojedynczo.

W y p a d e k I. Dane:  $M, d, b, \sigma_c, \sigma_s$ .

poszukiwane:  $x, \sigma_b, \sigma_s$ , jest to sprawdzenie naprężeń w belce przy danych jej wymiarach i siłach zewnętrznych. Jeżeli odcięte prostą  $A'B'$ , wyra-



Rys 91

żające obkształce-  
nia  $A$  pokroczymy  
przez  $B$ , to  
otrzymamy napreże-  
nia betonu w poszcze-  
gólnych włóknach, uz-  
mysłowione przy po-  
mocy prostej  $A''B''$

na tej prostej żelazno-

go odcięta, wyraz  $\lambda_z E_c = \frac{\lambda_z E_s}{\sigma_c} = \frac{\sigma_s}{\sigma_c}$

Punkt zaczepienia wypadkowej siły ściskających  
znajduje się w środku ciężkości trójkąta  $ROA''$ .

a więc w odstępnie  $1/3 x$  od górnej krawędzi przekroju betonu. Siłę wewnętrznego momentu nazwiemy

$$q = d - \frac{1}{3} x \quad \dots\dots\dots /34/$$

Z warunku równowagi sił wynika:

$$S = R \text{ czyli } \frac{\sigma_c x b'}{2} = R_2 \delta_2 \quad \dots\dots\dots /35/$$

Z podobieństwa trójkątów wynika:

$$\frac{x \delta_c}{\delta_2} = \frac{x}{d-x} \text{ skąd } \delta_c = \frac{\delta_2 x}{n(d-x)} \quad \dots\dots\dots /36/$$

Gdy wstawimy /36/ do równania /35/ otrzymamy:

$$x^2 + \frac{2nR_2}{b'} x - \frac{2nR_2}{b'} d = 0 \quad \dots\dots\dots /37/$$

$$\text{skąd } x = \frac{nR_2}{b'} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2b'd}{nR_2}} \right) \quad \dots\dots\dots /38/$$

$$\text{dalej mamy } M = \int q = R q$$

z /34/ i /35/:

$$M = \frac{\sigma_c b'}{2} x \left( d - \frac{1}{3} x \right), \text{ skąd } \sigma_c = \frac{2M}{x b' \left( d - \frac{x}{3} \right)}$$

oraz

$$M = R_2 \delta_2 \left( d - \frac{x}{3} \right), \text{ skąd } \delta_2 = \frac{M}{R_2 \left( d - \frac{x}{3} \right)} \quad /40/$$

Przekształćmy wzór /39/ celem porównania go z wzorami dla ciał jednorodnych, gdzie  $\sigma_c = \frac{M x}{J}$

Możemy napisać wzór /39/

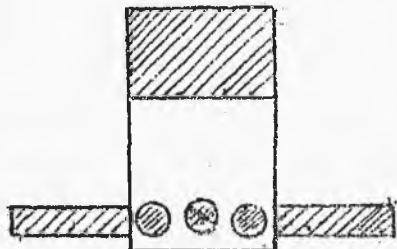
$$\delta_b = \frac{Mx}{\frac{x^2 b'}{2} (d-x + \frac{2}{3} x)} = \frac{Mx}{\frac{x^3 b'}{3} + \frac{x^2 b'}{2} (d-x)} \dots\dots\dots /41/$$

ale z wzoru /37/

$$\frac{x^2 b'}{2} = n \sigma_z (d-x) \dots\dots\dots /42/$$

wstawiając to do /41/ otrzymamy:

$$\delta_b = \frac{Mx}{\frac{x^3 b'}{3} + n \sigma_z (d-x)^2} = \frac{Mx}{J_x b} \dots\dots\dots /43/$$



Rys. 91<sup>a</sup>

Mianownik tego wy-  
razu jest momentem  
bezwładności naprę-  
żonej części żelbe-  
towego przekroju  
względem osi obo-  
jętnej /por. wzór  
/30/ i /31/ /. Je-

żeli do wzorów /38/, /39/ i /40/ wprowadzimy wartość

$$y = \frac{\sigma_z}{b'd} \quad \text{to w zależności od tej wartości, zwanej}$$

"zawartością żelaza" w przekroju belki, otrzymamy  
proste wyrazy dla naprężeń  $\delta_b$  i  $\delta_z$ , pozwalające  
wyznaczyć szereg współczynników, ułatwiających obli-  
czenie.

Z /38/

$$x = n d y (-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{y n}}) = k d \dots\dots\dots /38-a/$$

$$\sigma_6 = \frac{2}{K(1 - \frac{K}{3})} \cdot \frac{M}{b'd^2} \quad \dots /39 \text{ a/}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{\varphi(1 - \frac{K}{3})} \cdot \frac{M}{b'd^2} \quad \dots /39 \text{ a/}$$

Tabela poniżej zawiera wartości wyliczone dla różnych wartości  $K$ .

oblicz na podstawie powyższych wzorów:

Tablica I

Procent zawarłosc żelaza 1909	$\gamma$	$\alpha$	$\sigma_6$	$\sigma_2$
1.0%	0.0100	0.418d	5.559 $\frac{M}{b'd^2}$	116.2 $\frac{M}{b'd^2} = 20.956$
0.95"	0.0095	0.410 "	5.650 "	122.0 " = 21.6 "
0.90"	0.0090	0.402 "	5.745 "	128.3 " = 22.3 "
0.85"	0.0085	0.392 "	5.890 "	135.0 " = 23.1 "
0.80"	0.0080	0.385 "	5.957 "	143.3 " = 24.1 "
0.75"	0.0075	0.375 "	6.090 "	156. " = 25.0 "
0.70"	0.0070	0.365 "	6.241 "	162.7 " = 26.1 "
0.65"	0.0065	0.354 "	6.310 "	174.5 " = 27.3 "
0.60"	0.0060	0.344 "	6.569 "	188.3 " = 28.7 "
0.55"	0.0055	0.329 "	6.790 "	204.0 " = 29.9 "
0.50"	0.0050	0.319 "	7.013 "	223.7 " = 31.9 "
0.45"	0.0045	0.305 "	7.310 "	248.0 " = 33.9 "
0.40"	0.0040	0.292 "	7.590 "	276.0 " = 36.6 "
0.35"	0.0035	0.276 "	8.6 0 "	315.0 " = 39.5 "
0.30"	0.0030	0.253 "	8. 4 "	364.0 " = 43.0 "

Dla porównania należy zamknąć, że w prostej kątownej belce z tworzywami jednorodnymi będzie:

$$\delta = 6 \frac{M}{b' d^2}; \quad x = 0,5 d$$

wzrostek II. Dane:  $M, \delta_b, \delta_r, b'$   
poszukiwane  $d, R_x, x$

jest to zaprojektowanie belki, wytrzymałej dany moment przy określonych naprężeniach tworzyw, przy czym szerokość belki jest zadana lub zadać ją sobie należy. Jest to wypadek obliczenia płyt żelbetowych.

Z równanie /36/

$$x = \frac{r \delta_b}{\delta_r + r \delta_b} d = \alpha d \quad \dots\dots /44/$$

$$\alpha = \frac{r \delta_b}{\delta_r + r \delta_b} \quad \dots\dots /45/$$

z /39/ mamy:

$$M = \frac{\delta_b b' d^2}{2} \alpha \left( d - \frac{\alpha}{3} d \right) = \frac{\delta_b b' d^2}{2} \alpha \left( 1 - \frac{\alpha}{3} \right)$$

skąd

$$d = \sqrt{\frac{2}{\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) \alpha \delta_b}} \sqrt{\frac{M}{b'}} = \beta \sqrt{\frac{M}{b'}} \quad \dots\dots /46/$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2}{\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) \alpha \delta_b}} \quad \dots\dots /47/$$

dalej z /46/ mamy:

$$M = R_x \delta_r \left( \beta \sqrt{\frac{M}{b'}} - \frac{\alpha}{3} \beta \sqrt{\frac{M}{b'}} \right)$$

Skąd  $A_2 = \frac{M_2}{\delta_2 \beta (1 - \frac{\alpha}{3}) \sqrt{\frac{M_2}{6}}} = \frac{1}{\delta_2 \beta (1 - \frac{\alpha}{3})} \sqrt{M_2} \dots \dots \dots /48/$

$\gamma = \frac{1}{\delta_2 \beta (1 - \frac{\alpha}{3})} \dots \dots \dots /49/$

albo ponieważ

$\delta_2 = n \delta_6 \frac{d-x}{x} = n \delta_6 \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right)$

oraz  $\beta = /47/$

$\gamma = \frac{\alpha}{n \delta_6 (1-\alpha) (1 - \frac{\alpha}{3})} \sqrt{\frac{(1 - \frac{\alpha}{3}) \alpha \delta_6}{2}}$

$\gamma = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{3 \alpha^3}{2 \delta_6 (1-\alpha)^2 (3-\alpha)}} \dots \dots \dots /50/$

Dalej z /35/

$A_2 = \frac{\delta_6}{\delta_2} \cdot \frac{\alpha}{2} b'd = \gamma b'd \dots \dots \dots /51/$

$\gamma = \frac{\alpha \delta_6}{2 \delta_2} \dots \dots \dots /52/$

Wprowadzimy oznaczenie:  $\epsilon = \frac{\delta_2}{\delta_6}$

wtedy  $\gamma = \frac{n}{2} \frac{1}{\frac{\delta_2}{\delta_6} + n} = \frac{n}{2} \frac{1}{\epsilon + n\epsilon} \dots \dots \dots /52-a/$

Ze wzoru tego idąc, że zawartość żelaza jest całkowicie określona gdy wiadomy jest stosunek naprężeń krańcowych i odwrotnie określone  $\gamma$  pozwala określić stosunek  $\epsilon$ . Mając obliczone  $\gamma$  ze wzoru /52-a/ znajdujemy  $A_2$  ze wzoru /51/.

Spółczynniki  $\alpha, \beta, \gamma$  i  $\gamma$  zależą tylko od



$\delta_1, \delta_2$  i  $n$ . W tablicy II są zestawione wartości tych współczynników dla szeregu wartości tych zmiennych. przy wyrażaniu wszystkich danych w  $\text{kg/cm}^2$ . Stosunek  $n=15$  stosuje się dla żelbetu, zaś  $n=25$  dla ustroju cegłano żelaznych, taki bowiem jest stosunek współczynników sprężystości żelaza i cegły palonej.

Po znalezieniu potrzebnego pola przekroju żelaza należy dobrać średnicę i liczbę prętów, do czego jest potrzebną tablica III żelaza okrągłego.

Płyty prostokątne wsparte na całym swoim obwodzie i uzbrojone krzyżującymi się prętami, posiadające długość  $a$  i szerokość  $b$  i znajdujące się pod równomiernym obciążeniem  $P$  winny być obliczone /o ile dokładniejsze obliczenie nie jest stosowane/ w przypuszczeniu, że obciążenie to rozkłada się

na rozpiętości a)  $P_a = \frac{b^2}{a^2 + b^2} P$

na rozpiętości b)  $P_b = \frac{a^2}{a^2 + b^2} P$

Przy tych obciążeniach oblicza się płytę jako wspartą swobodnie, zamocowaną lub ciągłą.

## Tabl. II

 $n=15$  $n=25$ 

Napężenie						Napężenie				
$\delta_z$	$\delta_b$	$x=ad$	$d=\beta\sqrt{\frac{M}{G}}$	$\beta_2=\sqrt{\frac{M}{G}}$	$\beta_1=y\beta d$	$\delta_z$	$\delta_b$	$x=ad$	$d=\beta\sqrt{\frac{M}{G}}$	$\beta_2=\sqrt{\frac{M}{G}}$
		$\alpha$	$\beta$	$\delta$	$\gamma$			$\alpha$	$\beta$	$\delta$
1200	60	0.414	0.302	0.00312	0.01060	1200	35	0.432	0.398	0.00244
"	55	0.407	0.321	0.00299	0.00932	"	34	0.418	0.406	0.00232
"	50	0.384	0.345	0.00276	0.00800	"	33	0.408	0.416	0.00232
"	45	0.360	0.374	0.00252	0.00675	"	32	0.401	0.425	0.00226
"	40	0.333	0.411	0.00229	0.00555	"	31	0.393	0.435	0.00221
"	35	0.304	0.457	0.00203	0.00433	"	30	0.385	0.447	0.00215
"	30	0.273	0.518	0.00176	0.00341	"	29	0.377	0.458	0.00208
"	25	0.238	0.604	0.00150	0.00248	"	28	0.369	0.471	0.00202
"	20	0.200	0.732	0.00122	0.00167	"	27	0.360	0.484	0.00196
"	15	0.158	0.944	0.00093	0.00099	"	26	0.351	0.499	0.00190
"	10	0.111	1.367	0.00063	0.00046	"	25	0.342	0.515	0.00183
1000	60	0.473	0.290	0.00446	0.01410	"	24	0.333	0.532	0.00171
"	55	0.452	0.308	0.00382	0.01240	"	23	0.324	0.550	0.00170
"	50	0.429	0.330	0.00354	0.01073	"	22	0.314	0.569	0.00164
"	45	0.403	0.357	0.00324	0.00906	"	21	0.304	0.590	0.00157
"	44	0.398	0.363	0.00317	0.00876	"	20	0.294	0.615	0.00150
"	42	0.387	0.376	0.00306	0.00813	"	19	0.284	0.641	0.00144
"	40	0.375	0.390	0.00293	0.00750	"	18	0.273	0.669	0.00137
"	38	0.363	0.406	0.00280	0.00690	"	17	0.262	0.702	0.00130
"	36	0.351	0.423	0.00267	0.00632	"	16	0.250	0.739	0.00123
"	35	0.345	0.433	0.00261	0.00604	"	15	0.238	0.781	0.00116
"	34	0.338	0.443	0.00254	0.00575	"	14	0.226	0.828	0.00109
"	32	0.325	0.463	0.00242	0.00526	"	13	0.213	0.882	0.00102
"	30	0.310	0.490	0.00228	0.00465	"	12	0.200	0.945	0.00096
"	28	0.296	0.518	0.00214	0.00414	"	11	0.186	1.021	0.00087
"	26	0.280	0.550	0.00200	0.00364	"	10	0.172	1.115	0.00076
"	25	0.273	0.568	0.00194	0.00334	1000	35	0.467	0.381	0.00311
"	24	0.265	0.588	0.00187	0.00318	"	34	0.459	0.389	0.00294
"	22	0.248	0.632	0.00173	0.00272	"	33	0.452	0.397	0.00276
"	20	0.230	0.686	0.00159	0.00230	"	32	0.444	0.407	0.00259
"	19	0.222	0.716	0.00151	0.00201	"	31	0.437	0.416	0.00241
"	18	0.213	0.751	0.00143	0.00172	"	30	0.429	0.426	0.00224
"	17	0.203	0.788	0.00136	0.00143	"	29	0.420	0.437	0.00206
"	16	0.194	0.831	0.00128	0.00116	"	28	0.412	0.448	0.00188

$n = 15$

Napięcie		$x = \alpha d$	$d = \beta \sqrt{\frac{M}{g}}$	$A_1 = \delta \sqrt{Mg}$	$A_2 = \gamma \delta' d$	Napięcie		$x = \alpha d$	$d = \beta \sqrt{\frac{M}{g}}$	$A_1 = \delta \sqrt{Mg}$
$\delta_x$	$\delta_b$	$\alpha$	$\beta$	$\delta$	$\gamma$	$\delta_x$	$\delta_b$	$\alpha$	$\beta$	$\delta$
1000	16	0.184	0.880	0.00131	0.00138	1000	27	0.403	0.461	0.00251
"	14	.174	.935	.00114	.00122	"	26	0.394	.474	.00243
"	13	.163	.999	.00106	.00106	"	25	.385	.489	.00235
"	12	.153	1.073	.000981	.00092	"	24	.375	.504	.00227
"	11	.142	1.163	.000904	.00078	"	23	.365	.521	.00219
"	10	.130	1.266	.000826	.00065	"	22	.355	.539	.00210
900	60	.500	0.283	.00472	.01667	"	21	.344	.559	.00202
"	50	.455	.322	.00409	.01265	"	20	.333	.581	.00194
"	40	.400	.380	.00337	.00889	"	19	.322	.605	.00185
"	35	.368	.420	.00302	.00715	"	18	.310	.632	.00177
"	30	.333	.476	.00267	.00555	"	17	.298	.662	.00168
"	25	.294	.548	.00224	.00408	"	16	.286	.696	.00159
"	20	.250	.660	.00184	.00278	"	15	.273	.733	.00150
"	15	.200	.843	.00141	.00167	"	14	.259	.777	.00141
"	10	.143	1.211	.00096	.00079	"	13	.245	.827	.00132
850	60	.513	0.281	.00505	.01757	"	12	.231	.885	.00122
"	50	.473	.317	.00441	.01392	"	11	.216	.953	.00113
"	40	.414	.374	.00364	.00974	"	10	.200	1.035	.00104
"	35	.381	.414	.00325	.00786					
"	30	.346	.466	.00285	.00611					
"	25	.305	.537	.00242	.00452					
"	20	.261	.647	.00199	.00308					
"	15	.209	.820	.00159	.00196					
"	10	.150	1.185	.00105	.00088					
800	50	.484	.313	.00477	.01510					
"	40	.429	.367	.00397	.01073					
"	35	.396	.408	.00353	.00866					
"	30	.360	.459	.00309	.00675					
"	25	.319	.530	.00264	.00498					
"	20	.273	.635	.00217	.00341					
"	15	.219	.811	.00166	.00205					
"	10	.156	1.156	.00114	.00099					

Tab. III

Zelazo i stal

Średnica		Waga 7.85 kg/m <sup>3</sup>	Dł. cm.	Pole powierzchni w cm <sup>2</sup> prętów							
mm.	cal ang.			1	2	3	4	5	6	8	10
1		.006	.31	.008	.016	0.24	.031	0.39	.047	.063	.071
1.59	1/16"	.015	.50	.02	.04	0.6	.08	.10	.12	.16	.20
2		.025	.63	.03	.06	0.9	.13	.16	.19	.25	.33
3		.055	.94	.07	.14	.21	.28	.35	.42	.56	.70
3.18	1/8"	.062	1.00	.08	.16	.24	.32	.40	.48	.64	.80
4		.099	1.26	.13	.25	.38	.50	.63	.76	1.00	1.26
4.76	3/16"	.140	1.50	.18	.36	.53	.71	.89	1.07	1.42	1.78
5		.154	1.57	.20	.39	.59	.78	.98	1.18	1.57	1.96
6		.222	1.89	.28	.56	.85	1.13	1.41	1.70	2.26	2.82
6.35	1/4"	.249	1.99	.32	.63	.95	1.27	1.58	1.90	2.53	3.17
7		.302	2.20	.38	.77	1.15	1.54	1.92	2.31	3.08	3.84
7.94	5/16"	.388	2.49	.50	.99	1.49	1.98	2.48	2.97	3.96	4.95
8		.395	2.51	.50	1.00	1.51	2.01	2.51	3.01	4.02	5.02
9		.499	2.83	.64	1.27	1.91	2.54	3.18	3.82	5.08	6.36
9.53	3/8"	.559	2.99	.71	1.43	2.14	2.85	3.57	4.28	5.71	7.13
10		.617	3.14	.79	1.57	2.36	3.14	3.93	4.71	6.28	7.85
11		.746	3.46	.96	1.90	2.85	3.80	4.75	5.70	7.60	9.50
11.11	7/16"	.761	3.49	.97	1.94	2.91	3.88	4.85	5.81	7.75	9.69
12		.888	3.77	1.13	2.26	3.39	4.52	5.65	6.79	9.05	11.31
12.70	1/2"	.994	3.99	1.27	2.53	3.80	5.07	6.33	7.60	10.13	12.67
13		1.042	4.08	1.33	2.65	3.98	5.31	6.64	7.96	10.62	13.27
14		1.208	4.40	1.54	3.08	4.62	6.16	7.70	9.24	12.32	15.39
14.29	9/16"	1.259	4.49	1.60	3.21	4.81	6.42	8.02	9.62	12.83	16.04
15		1.387	4.71	1.76	3.53	5.30	7.07	8.80	10.60	14.14	17.67
15.88	5/8"	1.554	4.99	1.98	3.96	5.94	7.92	9.91	11.89	15.85	19.81
16		1.578	5.03	2.01	4.02	6.03	8.04	10.05	12.06	16.08	20.11
17		1.782	5.34	2.27	4.54	6.81	9.08	11.35	13.62	18.76	22.70
17.46	11/16"	1.879	5.49	2.39	4.79	7.18	9.58	11.97	14.36	19.15	23.94
18		1.998	5.65	2.54	5.09	7.63	10.18	12.70	15.26	20.36	25.45
19		2.226	5.97	2.84	5.67	8.51	11.34	14.18	17.02	22.68	28.35
19.05	3/4"	2.237	6.98	2.85	5.70	8.55	11.45	14.25	17.10	22.80	28.50

Średnica		Waga 7.85 kg/m <sup>3</sup>	Obję- m.	Pole przekroju w cm <sup>2</sup> przy daniach							
mm.	cal. ang.			1	2	3	4	5	6	8	10
20		2.466	6.28	3.14	6.28	9.42	12.57	15.70	18.84	25.14	31.42
20.54	13/16"	2.627	6.48	3.35	6.69	10.04	13.38	16.73	20.08	26.77	33.46
22		2.984	6.91	3.80	7.60	11.40	15.21	19.01	22.81	30.47	38.01
22.23	7/8"	3.049	6.98	3.88	7.76	11.64	15.52	19.41	23.29	31.05	38.81
23.81	15/16"	3.496	7.48	4.45	8.91	13.36	17.81	22.37	26.72	35.62	44.53
24		3.551	7.54	4.52	9.05	13.57	18.10	22.62	27.14	36.19	45.24
25		3.853	7.85	4.91	9.82	14.73	19.63	24.54	29.45	39.21	49.29
25.40	1"	3.978	7.99	7.05	10.13	15.20	20.27	25.34	30.40	40.51	50.67
26		4.168	8.17	5.31	10.62	15.43	21.24	26.55	31.86	42.47	53.10
28		4.834	8.80	6.16	12.31	18.47	24.63	30.79	36.94	49.21	61.58
28.60	1 1/8"	5.034	8.98	6.42	12.85	19.27	25.70	32.12	38.52	51.39	64.24
30		5.549	9.42	7.07	14.14	21.21	28.27	35.34	42.41	56.55	70.68
31.80	1 1/4"	6.215	9.99	7.94	15.88	23.83	31.77	39.71	47.65	63.54	79.42
32		6.313	10.05	8.04	16.08	24.13	32.17	40.21	48.26	64.67	80.42
34		7.127	10.68	9.08	18.16	27.24	36.32	45.40	54.48	72.63	90.79
34.40	1 3/8"	7.520	10.96	9.57	19.13	28.70	38.26	47.33	57.40	76.53	95.63
35		7.553	11.00	9.62	19.24	28.86	38.48	48.71	57.73	76.97	96.21
36		7.990	11.31	10.18	20.36	30.64	40.74	50.90	61.07	81.43	101.19
38		8.903	11.94	11.34	22.63	34.02	45.36	56.70	68.04	90.73	113.41
38.10	1 1/2"	8.950	11.97	11.40	22.80	34.26	45.60	57.01	68.40	91.21	114.01
40		9.865	12.57	12.56	25.13	37.70	52.25	62.83	75.40	100.53	125.66
41.30	1 7/8"	10.503	12.97	13.40	26.79	40.19	53.59	66.99	80.38	107.18	133.17
42		10.876	13.20	13.85	27.71	41.56	55.42	69.25	83.12	110.93	138.54
44		11.936	13.82	15.20	30.44	45.61	60.82	76.00	91.23	121.64	152.05
44.50	1 3/4"	12.181	13.98	15.55	31.11	46.66	62.71	77.77	93.32	124.22	155.53
45		12.485	14.14	15.90	31.81	47.71	63.72	79.50	95.42	127.53	159.04
46		13.096	14.45	16.62	33.24	49.86	66.48	83.10	99.71	132.95	160.19
47.70	1 5/8"	13.983	14.98	17.87	35.74	53.61	71.48	90.35	107.22	142.26	178.70
48		14.205	15.08	18.09	36.19	54.29	72.38	92.25	108.32	144.77	180.96
50		15.413	15.71	19.63	39.27	58.90	78.64	101.15	117.81	157.08	196.25
50.80	2"	15.910	15.96	20.27	40.34	60.10	80.73	101.34	121.61	162.14	203.68

Średnice oznaczone X używać przy projektowaniu

Wypadek 3 Dane: M,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ , d.  
poszukiwane:  $b$ ,  $A_2$ .

Wypadek ten tem tylko różni się od poprzedniego, że zadajemy sobie wysokość rachunkową belki  $d$ , a nie jej szerokość. Przy projektowaniu belek, przeważnie ten wypadek ma miejsce, przyczem przy zadawaniu sobie wysokości kierujemy się w pierwszym przybliżeniu zasadą, że stosunek wysokości do rozpiętości belki winien, zależnie od obciążenia wahać się w pewnych granicach, mianowicie:

$$\frac{d}{l} = \text{od } \frac{1}{8} \text{ do } \frac{1}{20} \quad \dots\dots\dots/53/$$

Ostatecznym sprawdzianem tego, że należyta wysokość została wybrana są naprężenia ścinające, o których niżej.

Określamy  $x$  z wzoru /44/, przyczem z warunku równowagi /por. wzór /40/ / mamy:

$$A_z = \frac{M}{\sigma_z (d - \frac{x}{3})} \quad \dots\dots\dots/54/$$

Z równania /37/ otrzymujemy:

$$b' = \frac{2M(d-x)}{\sigma_z x^2} A_z \quad \dots\dots\dots/55/$$

W y p a d e k IV. Dane:  $M, \sigma_z, A_z, b'$   
poszukiwane  $\sigma_b, d, x,$

Jest to wypadek, gdy do danego pola przekroju żelaza  $A_z$ , które pragniemy wyzyskać do naprężenia  $\sigma_z$  należy dostosować przekrój betonu,  $b'$  prze-

ważnie należy sobie zadać

z /40/

$$\sigma_z = \frac{M}{A_z d (1 - \frac{\alpha}{3})}, \text{ skąd } d = \frac{M}{\sigma_z A_z (1 - \frac{\alpha}{3})} \dots \dots /56/$$

gdzie  $\alpha$  z /45/

Więc:

$$1 - \frac{\alpha}{3} = \frac{\frac{2}{3} \pi \delta_b + \delta_z}{\pi \delta_b + \delta_z} \dots \dots /57/$$

Ale z /3/  $\delta_b = \frac{2 A_z \delta_z}{x b'}$

Wstawiając tu  $x = \alpha d = d$  z / / otrzymamy:

$$\delta_b = \frac{2 A_z \delta_z}{\alpha d b'} = \frac{2 A_z^2 \delta_z^2 (\frac{2}{3} \pi \delta_b + \delta_z)}{\pi \delta_b b' M} \dots \dots \text{ skąd}$$

$$\delta_b^2 - \frac{4}{3} \frac{A_z^2 \delta_z^2}{b' M} \delta_b - \frac{2 A_z^2 \delta_z^3}{\pi b' M} = 0$$

W końcu

$$\delta_b = \frac{2}{3} \frac{A_z^2 \delta_z^2}{b' M} + \sqrt{\left[ \frac{2}{3} \frac{A_z^2 \delta_z^2}{b' M} \right]^2 + \frac{2 A_z^2 \delta_z^3}{\pi b' M}} \dots \dots /58/$$

Dałej znajdujemy wartość współczynnika  $\alpha$  z /45/ i celem określenia  $d$  stawiamy tę wartość do /56/.

14. Belka prostokątna, uzbrojona podwójnie

W y p a d e k I. Dane:  $M, b', d, a', A_z, A_z'$   
poszukiwane:  $x, \delta_b, \delta_x, \delta_z'$

Jest to sprawdzenie naprężeń w zadanej belce

przy zadanych warunkach zewnętrznych.

Z warunków równowagi mamy:

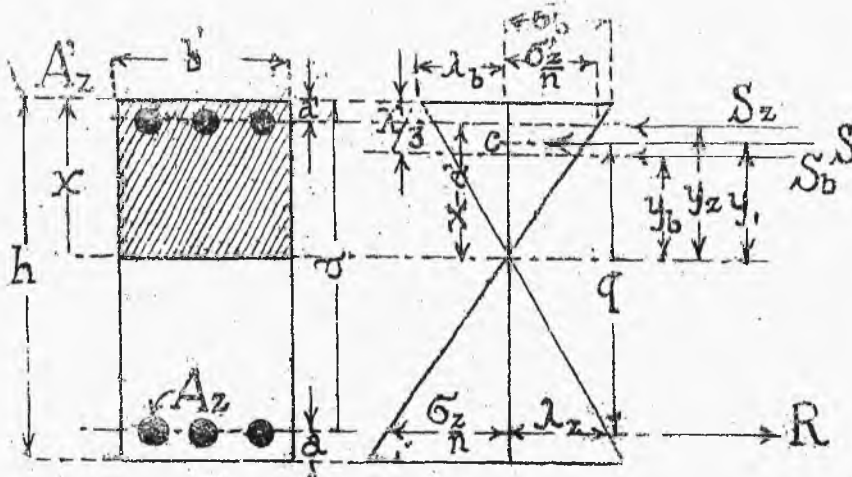
$$R = A_z \delta_z = S_z + S_b = A_z' \delta_z' + \frac{b'x \delta_b}{2} \dots\dots /59/$$

oraz

$$M = \frac{b'x \delta_b}{2} (d - \frac{xc}{3}) + A_z' \delta_z' (d - a') \dots\dots /60/$$

Z podobieństwa trójkątów wynika:

$$\frac{n \delta_b}{\delta_z} = \frac{xc}{d-x}, \text{ więc } \delta_z = n \delta_b \frac{d-x}{xc} \dots\dots /61/$$



Rys. 92.

oraz

$$\frac{n \delta_b}{\delta_z} = \frac{xc}{x-a} \text{ więc } \delta_z' = n \delta_b \frac{x-a}{xc} \dots\dots /62/$$



Wstawiając /61/ i /62/ do /59/ otrzymujemy:

$$A_2 r \delta_6 \frac{\delta - x}{x} = \frac{b' x \delta_6}{2} + A_2' r \delta_6 \frac{x - a'}{x} \quad \text{skąd}$$

$$x^2 x \left( \frac{2A_2 r}{b'} + \frac{2A_2' r}{b'} \right) - \frac{2r}{b'} (A_2 d + A_2' a') = 0 \quad \dots\dots /63-a/$$

wreszcie

$$x = \frac{r(A_2 + A_2')}{b'} + \sqrt{\left[ \frac{r(A_2 + A_2')}{b'} \right]^2 + \frac{2r(A_2 d + A_2' a')}{b'}} \quad \dots\dots /63-b/$$

Wstawiając do /60/ wyraz  $\delta_2$  z /62/, otrzymujemy:

my:

$$M = \frac{b' x \delta_6}{2} \left( d - \frac{x}{3} \right) + A_2' r \delta_6 \frac{(x - a')(d - a')}{x}$$

skąd:

$$\delta_6 = \frac{2 M x}{b' x^2 \left( d - \frac{x}{3} \right) + 2 A_2' r (x - a')(d - a')} \quad \dots\dots /64/$$

Na zasadzie wzorów /61/ i /62/ określimy naprężenia pozostałe.

Mogą się okazać dogodniejszymi w określeniu naprężeń wzory wychodzące z wyznaczenia ramienia momentu wewnętrznego  $q = d - x + y$ , gdzie  $y$  - oznacza odległość wypadkowej wszystkich sił ściskających w przekroju od osi obojętnej /rys. 92/.

$$y_1 = \frac{\int b' y_1 + \int x y_2}{\int b' + \int x} \quad \dots\dots /65/$$

ponieważ  $y_1 = \frac{2}{3}x$ ;  $y_2 = x - \alpha'$  na zasadzie wzorów /59/ i /62/ otrzymamy:

$$y_1 = \frac{\frac{b'x^3}{3} + A_z' n (x - \alpha')^2}{\frac{b'x^2}{2} + A_z' n (x - \alpha')} \quad \dots /65/$$

Po obliczeniu  $y_1$ , możemy znaleźć naprężenia podług wzorów poniższych:

Z warunku równowagi, biorąc momenty koło  $C$  otrzymamy:

$$\sigma_z = \frac{M}{A_z (d - x + y_1)} \quad \dots /67/$$

zaś w podobieństwie trójkątów /rys. 92/

$$\sigma_b = \frac{x \sigma_z}{n(d - x)} \quad \dots /68/$$

oraz

$$\sigma_z' = \frac{\sigma_z (x - \alpha')}{d - x} \quad \dots /69/$$

Jak widać naprężenie w żelazie ściskanym belki będzie zawsze mniejsze od  $n \sigma_b$ , czyli przypuszczając największe naprężenie dopuszczalne

$$\sigma_b = 40 \text{ kg/cm}^2, \text{ wiemy, że } \sigma_z' < 600 \text{ kg/cm}^2$$

Jest to dla żelaza naprężenie zawsze bezpieczne, dlatego o wartości tej można nie wspominać przy sprawdzaniu wytrzymałości belki żelbetowej z podwójnym uzbrojeniem.

Przekształćmy wzór /64/, biorąc pod uwagę, że z wzoru /63-a/ wynika, iż:

$$\frac{x^2 b'}{2} \pm n A_z (d-x) + n A_z' (a'-x) \dots \dots \dots /70/$$

Wzór /64/ można napisać:

$$S_b = \frac{M x}{\frac{b' x^2}{2} (d-x + \frac{2}{3} x) + n A_z (x-a')(d-a')}$$

Jeżeli w mianowniku częściowo zastąpimy  $\frac{b' x^2}{2}$

wyrazem /70/, to otrzymamy:

$$S_b = \frac{M x}{\frac{b' x^3}{3} + n A_z (d-x)^2 + n A_z' (x-a')^2} \dots \dots \dots /71/$$

Mianownik jest tu momentem bezwładności żelbetowego jednorodnego przekroju, w którym uwzględniono tylko beton ściskany oraz  $n$ -krotne pola przekroju żelaza; wzór więc /64/ jest identyczny z wzorem dla ciała jednorodnego betonowego o kształcie zakreskowanym na rys. 90-a.

Jeżeli do wzoru /61/, /63/ i /64/ wprowadzimy wartość  $\gamma = \frac{A_z}{b'd}$  oraz oznaczymy stosunek pola przekroju żelaza ściskanego do rozciąganego  $\eta = \frac{A_z'}{A_z}$  to będziemy mieli możliwość obliczenia szeregu spózników, ujętych w tablicy III, w których przyjęto ponadto  $a' = 0.1 d$

Tablica IV

100 $\rho$	$\rho$	$\eta=1$ czyli $A_z' = A_z$			$\eta = \frac{1}{2}$ czyli $A_z' = \frac{1}{2} A_z$		
		$x$	$\xi$	$\xi_z$	$x$	$\xi$	$\xi_z$
7%	.010	348 <sub>d</sub>	4.00 $\frac{M}{b d^2}$	112.4 $\frac{M}{b d^2} = 28.15 \xi$	.38 cd	4.04 $\frac{M}{b d^2}$	113.5 $\frac{M}{b d^2} = 24.6 \xi$
.9"	.009	358 <sub>"</sub>	4.25 "	124.9 " = 29.4 "	.368 "	4.77 "	122.9 " = 25.8 "
.8"	.008	327 <sub>"</sub>	4.53 "	159.8 " = 30.9 "	.353 "	5.15 "	141.6 " = 27.5 "
.7"	.007	315 <sub>"</sub>	4.87 "	158.8 " = 32.6 "	.338 "	5.48 "	160.4 " = 29.4 "
.6"	.006	300 <sub>"</sub>	5.29 "	185.2 " = 35.0 "	.320 "	5.88 "	186.8 " = 31.9 "
.5"	.005	283 <sub>"</sub>	5.82 "	221.2 " = 38.0 "	.301 "	6.33 "	220.5 " = 34.8 "

W y p a d e k II. Dane:  $M, b, \xi_z, \xi'$   
poszukiwane:  $d, A_z, A_z', x$ .

zaprojektowanie belki o podwójnym uzbrojeniu, przy danych naprężeniach dopuszczalnych, szerokości i momencie gnącym. Należy wyrazić odległość  $\alpha'$  żelaza ściskającego od kantu belki jako funkcję wysokości  $d$  tejże, więc  $\alpha' = \xi x = \xi \alpha d$  gdyż  $x = \alpha d$ , przyczem współczynnik

$\alpha$  zależny tylko od  $\delta_2, \delta_6$  i  $r_2$ , jest tu dla danych naprężeń ten sam co w belce o uzwojeniu pojedynczym. Oznaczamy również:  $A'_2 = \eta A_2$

Podług rys. 92 mamy:

$$S'_6 = \frac{1}{2} b' \alpha \delta_6 = \frac{1}{2} b' \alpha d \delta_6 \quad \dots\dots /72/$$

$$S_2 = A'_2 \delta'_2 = \eta A_2 \delta_6 n \frac{x - \alpha'}{x} = \eta A_2 n \delta_6 (1 - \xi) \quad \dots /73/$$

$$R_2 = A_2 \delta_2 = A_2 n \delta_6 \frac{d - x}{x} = A_2 \delta_6 n \left( \frac{1 - \alpha}{\alpha} \right) \quad \dots\dots /74/$$

Z warunków równowagi otrzymujemy:

$$\frac{1}{2} b' \alpha d \delta_6 + \eta A_2 n \delta_6 (1 - \xi) = A_2 n \delta_6 \left( \frac{1 - \alpha}{\alpha} \right)$$

skąd

$$A_2 = \frac{b' \alpha d}{2n \left[ \frac{1 - \alpha}{\alpha} - \eta (1 - \xi) \right]} \quad \dots\dots /75/$$

Dalej

$$M = \frac{1}{2} b' \alpha d^2 \delta_6 \left( 1 - \frac{\alpha}{3} \right) + \eta A_2 \delta_6 n (1 - \xi) (1 - \alpha \xi) d$$

po wstawieniu  $A_2$  z /75/ otrzymamy:

$$M = \frac{b' \alpha d^2 \delta_6 (1 - \frac{\alpha}{\beta}) \left[ \frac{1-\alpha}{\alpha} - \eta(1-\beta) \right] + b \alpha d^2 \eta \delta_6 (1-\beta)(1-\alpha\beta)}{2 \left[ \frac{1-\alpha}{\alpha} - \eta(1-\beta) \right]}$$

skąd

$$d = \sqrt{\frac{M}{b'}} \cdot \sqrt{\frac{2 \left[ \frac{1-\alpha}{\alpha} - \eta(1-\beta) \right]}{\delta_6 \alpha \left[ \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) (1-\frac{\alpha}{\beta}) - \eta \alpha (1-\beta) (\beta - \frac{1}{\beta}) \right]}} \dots \dots \dots /76/$$

albo

$$d = \beta' \sqrt{\frac{M}{b'}}$$

Wstawiamy wartość  $d$  z /76/ do /75/ i otrzymujemy :

$$A_z = \frac{b' \alpha}{2 \eta \left[ \frac{1-\alpha}{\alpha} - \eta(1-\beta) \right]} \beta' \sqrt{\frac{M}{b'}}$$

skąd po przekształceniu wypada:

$$A_z = \sqrt{M b'} \frac{1}{\eta} \sqrt{\frac{3 \alpha^3}{2 \left[ (1-\alpha) - \eta \alpha (1-\beta) \right] \left[ (3-\alpha)(1-\alpha) + \eta \alpha^2 (1-\beta)(1-\beta\beta) \right]} \delta_6}$$

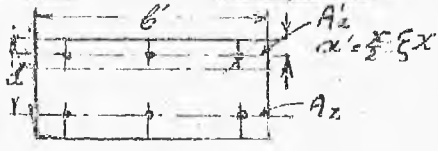
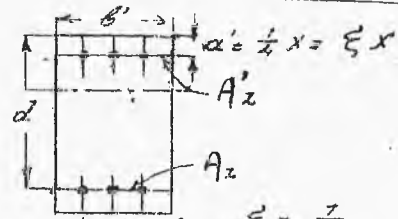
albo

$$A_z = \gamma' \sqrt{M b'}$$

Tablica IV zawiera wyliczone współczynniki  $\beta'$  i  $\delta'$  dla szeregu naprężeń i dla  $\rho = \frac{1}{2}$  oraz  $\rho = 1$  jak również dla  $\bar{J} = \frac{1}{4}$  i  $\bar{J} = \frac{1}{2}$ . Jeżeli zważymy, że  $a' = 4$  do 5 cm., zaś przy zwykłych naprężeniach  $\alpha = 0,35 \alpha$ , to widzimy, że ze znaczną dokładnością możemy przyjąć  $\bar{J} = \frac{1}{4}$ , gdy belka ma 45 do 60 cm. wysokości, zaś  $\bar{J} = \frac{1}{2}$  gdy belka posiada wysokość 20 do 30 cm.

Położenie osi obojętnej /wartość  $X$ / znajdujemy podług tablicy II, gdy jest ono zależne wyłącznie od naprężeń wywołanych na krawędziach przekroju i nie zmienia się wskutek obecności prętów żelaznych w pasie ściskanym belki

Tab. IV

									
				$\xi = \frac{1}{2}$ Momenty w Kg/cm <sup>2</sup> $\xi = \frac{1}{4}$					
		$\eta = \frac{1}{2}$ $A_z = \frac{1}{2} A_z$		$\eta = 1$ $A_z = A_z$		$\eta = \frac{1}{2}$ $A_z = \frac{1}{2} A_z$		$\eta = 1$ $A_z = A_z$	
$\delta_z$	$\delta_b$	$\frac{d}{b}$ $\beta = \sqrt{\frac{M}{b}}$	$A_z =$ $\delta' = \sqrt{M b}$	$\frac{d}{b}$ $\beta = \sqrt{\frac{M}{b}}$	$A_z =$ $\delta = \sqrt{M b}$	$\frac{d}{b}$ $\beta = \sqrt{\frac{M}{b}}$	$A_z =$ $\delta = \sqrt{M b}$	$\frac{d}{b}$ $\beta = \sqrt{\frac{M}{b}}$	$A_z =$ $\delta = \sqrt{M b}$
1200	20	.710	.00126	.686	.00131	.698	.00128	.660	.00135
	22	.653	.138	.622	.145	.637	.141	.607	.149
	24	.604	.150	.574	.158	.587	.153	.556	.163
	26	.563	.162	.534	.171	.546	.165	.511	.178
	28	.527	.174	.500	.185	.510	.178	.473	.193
	30	.495	.186	.470	.198	.480	.190	.438	.208
	32	.467	.198	.442	.211	.452	.203	.410	.223
	34	.443	.200	.417	.224	.428	.215	.385	.238
	36	.422	.222	.396	.238	.406	.227	.362	.254
	38	.403	.233	.377	.252	.386	.240	.342	.270
	40	.386	.245	.359	.266	.369	.252	.323	.287
	42	.370	.257	.342	.280	.353	.265	.306	.304
	44	.355	.268	.327	.294	.338	.277	.290	.321
	46	.342	.280	.314	.308	.325	.289	.276	.339
	48	.330	.292	.301	.323	.313	.302	.262	.357
	50	.320	.304	.290	.338	.301	.315	.249	.376
55	.295	.333	.264	.375	.276	.346	.222	.426	
60	.274	.362	.242	.415	.254	.379	.197	.483	
1000	20	.660	.165	.638	.173	.645	.168	.602	.179
	22	.596	.180	.580	.191	.592	.184	.543	.198
	24	.554	.196	.535	.206	.546	.201	.495	.217
	26	.519	.211	.496	.225	.508	.217	.458	.237
	28	.489	.226	.464	.243	.475	.234	.426	.257
	30	.463	.242	.434	.261	.446	.250	.396	.279
	32	.449	.257	.407	.279	.421	.266	.369	.300
	34	.418	.272	.385	.297	.398	.282	.345	.321
	36	.398	.287	.364	.316	.378	.299	.324	.345
	38	.379	.303	.346	.335	.359	.316	.305	.368
	40	.362	.319	.330	.354	.343	.332	.287	.392
	42	.348	.334	.314	.374	.327	.348	.271	.417
	44	.334	.349	.300	.394	.314	.366	.255	.443
	46	.322	.364	.288	.414	.301	.382	.247	.471
	48	.310	.380	.276	.434	.289	.398	.238	.499
	50	.300	.395	.265	.454	.278	.415	.216	.528
55	.276	.434	.241	.509	.253	.457	.187	.610	
60	.257	.472	.217	.566	.233	.500	.162	.708	



Wypadek III. Dane:  $M, b', d, \sigma_s, \sigma_b, A_z,$   
przyczem  $\sigma_b'$  jest większe od naprężenia dopuszczalnego.

Poszukiwane jest  $A_z'$ , czyli pole przekroju  
żelaza na ściskanie, które należy dodać w belce o po-  
jedynczym uzbrojeniu by naprężenie betonu obniżyć do  
naprężenia dopuszczalnego  $\sigma_b$ . Przypuszczając, że

$A_z$  nie zmieni się przy dodaniu  $A_z'$  możemy z równań  
/59/, /61/ i /62/ otrzymać:

$$A_z n \sigma_b \frac{d-x}{x} = b' x \sigma_b \frac{1}{2} + A_z' n \sigma_b \frac{x-\alpha'}{x}$$

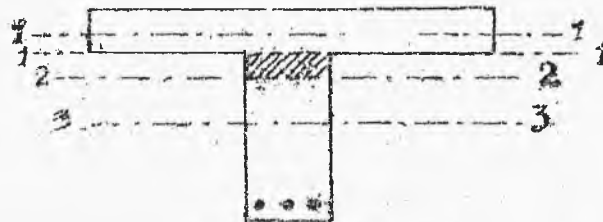
skąd

$$A_z' = \frac{A_z n (d-x) - \frac{b' x^2}{2}}{n (x-\alpha')} \dots \dots \dots /76/$$

Położenie osi obojętnej, a więc odległość  
 $x$ , obliczamy dla naprężeń dopuszczalnych  $\sigma_s$  i  $\sigma_b$

v

15. Belka T-cyowa o uzbrojeniu pojedynczym.



Rys. 93.

Przy rozpatrzeniu warunków gięcia belki teowej musimy uwzględnić 3 przypadki, dotyczące położenia osi obojętnej /rys.93/:

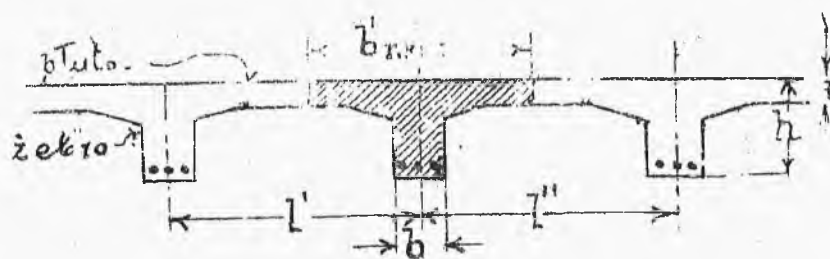
- 1/ gdy oś obojętna /1-1/ leży powyżej lub zlewa się z dolną powierzchnią płyty;
- 2/ gdy oś obojętna /2-2/ znajduje się nieco niżej dolnej powierzchni płyty. Gdy żebro niezbyt wysokie część przekroju betonowego znajdująca się pomiędzy osią obojętną a dolną powierzchnią płyty /zakreskowana powierzchnia na rys.93/ jest nieznaczna w stosunku do przekroju płyty, jak również mało naprężona i nie bierze jej się zupełnie w rachubę, jako mało wpływająca na wynik obliczeń;
- 3/ gdy oś obojętna /3-3/ znajduje się niżej dolnej powierzchni płyty. Gdy mamy do czynienia z żebrem wysokim, część przekroju znajdująca się pomiędzy osią obojętną, a dolną powierzchnią płyty może wypaść dość znaczna i w obliczeniach pominać się nie da.

W pierwszym wypadku dla obliczenia w fazie II belka teowa niczem się nie różni od prostokątnej, gdyż beton znajdujący się poniżej osi obojętnej w żadnym wypadku w rachubę nie wchodzi. Drugi i trzeci

wypadek wymagają oddzielnego rozpatrzenia.

Belka teowa przeważnie stanowi część pomostu żelbetowego, składającego się z płyty i z żeber

/rys 94/ Do przekroju belki teowej nie wlicza



Rys 94

się całej płyty, przypadającej na zebro, lecz przeważnie jej część  $b'_{max}$ . Mianowicie, jeżeli przez

$l$  oznaczymy odstęp, pomiędzy osiami żeber, zaś przez  $L$  - rozpiętość żeber, to podług dawniejszych przepisów niemieckich i szwajcarskich  $b'$  winno być najmniejszą wielkością z trzech następujących:

$$b' \leq \frac{1}{3}L; \quad b' \leq \frac{3}{4}l; \quad b' \leq 20t$$

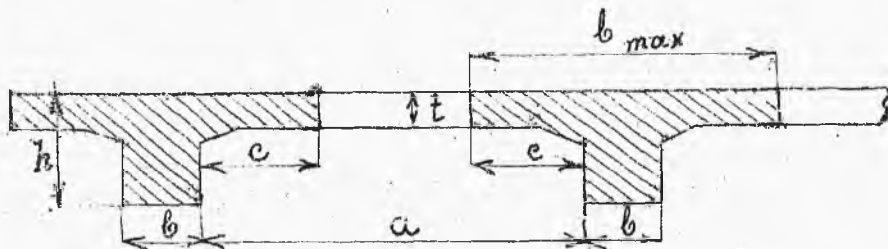
Ostatnie przepisy niemieckie pozwalają na włączenie całej płyty i stanowią:

$$b' \leq l; \quad b' \leq 8b; \quad b' \leq 16t; \quad b' \leq 4h$$

Według polskich przepisów M.R.P. szerokość użyteczną płyty „c” po każdej stronie żebra żelbetowych dźwigarów teowych należy przyjmować zależnie od odstępów żebier w świetle „a” i ich rozpiętości „l”

według następującej tabliczki:

dla $\frac{a}{l} = 0$	0,25	0,50	0,95	1,0
$\frac{c}{a} = 0$	0,50	0,45	0,40	0,33



Rys 94 a

Dla pośrednich wartości należy interpolować liniowo. Dla  $\frac{a}{l} > 1$  należy przyjąć  $c = 0,5a$ . Szerokość „c” nie może w żadnym wypadku przekraczać 8-krotnej grubości płyty, ani 4-krotnej szerokości żebra, ani również podwójnej wysokości żebra /mierzonej razem z płytą/ czyli  $c \leq 8t$      $c \leq 4b$      $c \leq 2h$

W y p a d e k II. Dane:  $M, b', t, q_x, d.$

poszukiwana:  $\delta_x, \delta_b, x.$

Biorąc pod uwagę stale te same założenia i oznaczając  $\sigma'_b$  naprężenie ściskające włókna betonu w dolnej powierzchni płyty możemy napisać:

$$S = \frac{\sigma_b b' x}{2} - \frac{\sigma'_b b'(x-t)}{2} = R = A_z \sigma_z \dots\dots\dots/79/$$

ale

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_b &= \sigma_b \frac{x-t}{x} \\ \sigma_z &= n \sigma_b \frac{d-x}{x} \end{aligned} \right\}$$

...../80/

wstawiając do /79/ otrzymamy:

$$\frac{\sigma_b b' x}{2} - \frac{\sigma_b (x-t)^2 b'}{2x} = \sigma_b n \frac{d-x}{x} A_z$$

skąd

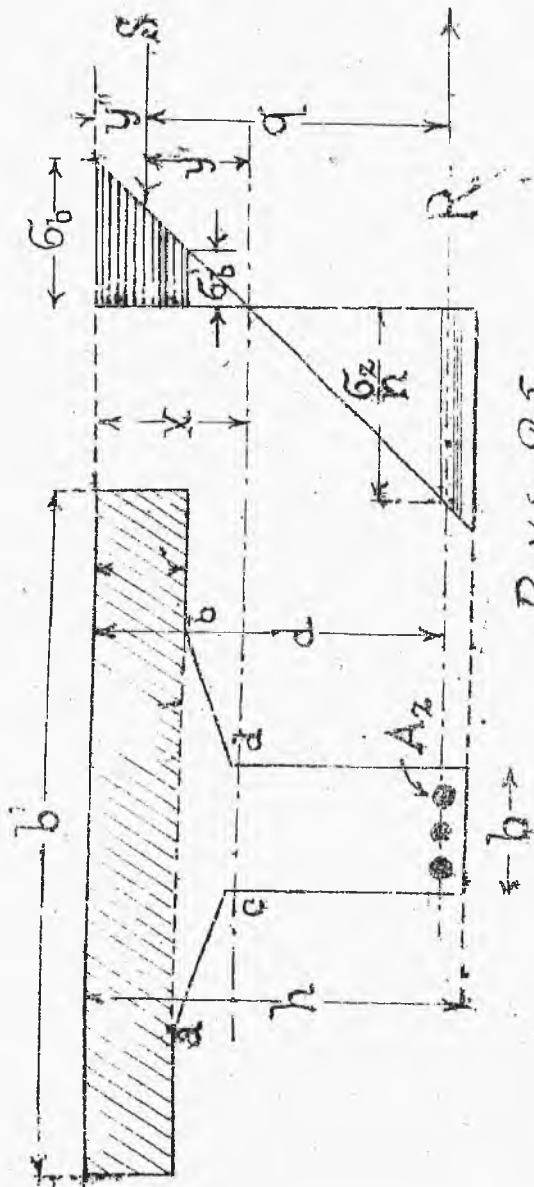
$$2 b' t x - b' t^2 = 2 A_z n d - 2 A_z n x \dots\dots\dots/79-a/$$

$$x = \frac{\frac{b' t^2}{2} + A_z n d}{b' t + A_z n} \dots\dots\dots/81/$$

Środek ciężkości trapezu, wyobrażającego naprężenia ściskające w betonie /rys. 95/, a więc - miejsce zaczepienia wypadkowej  $S'$ , będzie się znaj-

dowol na odległości  $y''$  od górnej pow. belki:

$$y'' = \left( \frac{\delta_b + 2\delta'_b}{\delta_b + \delta'_b} \right) \cdot \frac{t}{3}$$



Rys. 95.

Wstawiając tu

$\delta'_b$  z /80/ otrzymamy:

$$y'' = \frac{3x - 2t}{2x - t} \cdot \frac{t}{3} \quad 82'$$

Odległość  $y''$

od osi obojętnej do wypadkowej ściskania

$S$  będzie:

$$y' = x - y'' = \frac{2}{3} \sqrt{x + \frac{(x-t)^2}{2x-t}} =$$

$$= x - \frac{t}{2} + \frac{t^2}{6(2x-t)} \dots 83/$$

Ramię wewnętrzne-

nego momentu będzie:

$$q = d - y'' \quad 82-a/$$

dależ  $M = S q = R q$

czyli  $M = A_z \delta_z (d - y'') =$

$$= A_z \delta_z (d - x + y') \dots 83-a/$$

Skąd 
$$\sigma_z = \frac{M}{A_2(d-x+y)} \dots\dots\dots /84/$$

Dalej 
$$\sigma_b = \frac{\sigma_z}{n} \cdot \frac{x}{d-x} = \frac{Mx}{A_2 n (d-x+y)(d-x)} \dots\dots\dots /85/$$

albo

$$\sigma_b = \frac{Mx}{A_2 n (d-x)^2 + A_2 n (d-x)y'} \dots\dots\dots /86/$$

W ostatnim wzorze możemy drugi wyraz mianownika zastąpić wyrazem z /79-a/, wtedy będzie on miał wygląd:

$$\left( b'tx - \frac{b't^2}{2} \right) \left( x - \frac{t}{2} + \frac{t^2}{6(2x-t)} \right) = b't \left( x - \frac{t}{2} \right)^2 + \frac{b't^3}{12}$$

a wzór /86/ przekształci się w

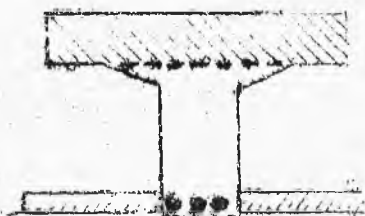
$$\sigma_b = \frac{Mx}{A_2 n (d-x)^2 + \frac{b't^3}{12} + b't \left( x - \frac{t}{2} \right)^2} \dots\dots\dots /87/$$

Mianownik jest tu momentem bezwładności żelbetowego przekroju z uwzględnieniem tylko betonu ściskanego oraz  $n$ -krotnego pola przekroju żelaza /rys.93/. Wzór /87/ zgadza się więc ze wzorem dla ciała jednorodnego.

3/ Dane:  $M, b', t, \sigma_b, \sigma_z$   
poszukiwane:  $d$  i  $A_2$

Ze wzorów /81/, /85/, /84/, /85/, przez wyłączenie

wielkości  $x, y, A_2$  znajdujemy wyraz dla  $d$  jako dla pierwiastka równania drugiego stopnia



Rys. 96

$$d^2 - d \frac{t^2 b' (2n\delta_6 + \delta_2) + 2nM}{2n\delta_6 t b'} + \frac{t^2 (n\delta_6 + \delta_2)}{3n\delta_6} = 0 \quad \dots\dots\dots /88/$$

Jeżeli wprowadzimy tu oznaczenie  $\frac{n\delta_6}{n\delta_6 + \delta_2} = \alpha$  to otrzymamy:

$$d^2 - d \left( t + t \frac{\delta_2}{2n\delta_6} + \frac{M}{\delta_6 t b'} \right) + \frac{t^2}{3\alpha} = 0 \quad \dots\dots\dots /89/$$

W końcu dalsze uproszczenie można osiągnąć przez przybliżone założenie że  $\frac{\delta_2}{2n\delta_6} = 1$ , co w zwykłych wypadkach przeważnie ma miejsce, wtedy

$$d \approx \frac{\sqrt{t + \frac{M}{2\delta_6 t b'}} + \sqrt{\left(t + \frac{M}{2\delta_6 t b'}\right)^2 - \frac{t^2}{3\alpha}}}{2} \quad \dots\dots /90/$$

Znając  $d$  określamy dalej  $x$  z /44/ i  $y'$  z /83/, w końcu otrzymujemy z /83-a/:



...../91/

Przybliżenie najmniejszą wysokość  $d$  belki, ze względu na naprężenia możemy określić ze wzoru /45/ jak dla belki prostokątnej

$$d = \beta \sqrt{\frac{M}{\sigma_{max}}}$$

co da nam wyniki bardzo bliskie do wzoru /90/ z mniejszym nakładem pracy.

Sposób powyższy ma znaczenie wyłącznie orientacyjne, gdyż w praktyce jego zastosowanie dałoby zbyt małą wysokość belki /najmniejszą możliwą ze względu na naprężenia ściskające w betonie/.

Zasadniczo wysokość belki teowej ze względu na ugięcie nie może być tak mała, jak ta którą otrzymamy z powyższego, przez doprowadzenie naprężenia betonu na ściskanie do jego granicy dopuszczalnej.

Strzałka ugięcia wyraża się wzorem:

$$f = g \frac{P l^3}{E J}$$

gdzie

$g$  - współczynnik zależny od rodzaju obciążenia i stopnia zamocowania końców

$P$  - całkowite obciążenie przęsła

- $l$  - rozpiętość belki
- $E$  - współczynnik sprężystości
- $J$  - moment bezwładności.

Napężenie w belce:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{6\delta M}{bh^2} = \frac{5mPl}{bh^2}$$

gdzie  $m$  - pewien współczynnik zależny od obciążenia i stopnia zamocowania końców czyli

$$Pl = \frac{5bh^2}{0,12}$$

Wyraz ten wstawiamy do wzoru na  $f$

$$f = g \frac{5bh^2}{E \frac{bh^3}{12}} = \frac{g^2}{m} \frac{5l^2}{Eh} = g' \frac{5l^2}{Eh}$$

albo

$$\frac{f}{l} = \frac{g'}{E} \frac{l}{h}$$

Widzimy więc, że stosunek strzałki do rozpiętości i stosunek rozpiętości do wysokości belki są w zależności linjowej. Zazwyczaj więc przy projektowaniu belki żebrowej zaczynamy od tego, że zakładamy jej wysokość, która winna się wahać w pewnych granicach w stosunku do rozpiętości belki  $d = \frac{1}{8}$  do  $\frac{1}{20} l$ , zależnie od obciążenia i stopnia zamocowania końców. Przeto przebieg obliczenia przy projektowaniu będzie najbardziej celowy, gdy znając grubość płyty  $t$  założymy wysokość żebra  $d$ , w zależności od rozpiętości /sztywność/, a następnie upewnimy się tylko,

czy potrzebne do zniesienia ściskania szerokość  $b'$  nie jest większa od  $b'_{max}$ , którą możemy włożyć do przekroju belki teowej /por. str. 116/.

Korzystać tu możemy z następujących wzorów:

Znając  $M, b'_{max}, \delta_2, \delta_b$  i odległość  $d$  poszukujemy  $A_2$  i sprawdzamy  $b'$ . Wyznaczymy  $x$  z /44/  $y''$  z /32/, poczem z /33-a/.

$$A_2 = \frac{M}{\delta_2 (d - y'')} \quad \dots\dots\dots /32/$$

Dalej z równania równowagi  $S = R$ , czyli

$$A_2 \delta_2 = \frac{\delta_b + \delta'_b}{2} b' t \quad \text{otrzymujemy stąd}$$

$$A_2 n \delta_b \frac{d-x}{x} = \frac{2x-t}{2x} \delta_b b' t \quad \text{skąd}$$

$$b' = 2 A_2 n \frac{d-x}{(2x-t)t} \quad \dots\dots\dots /33/$$

W y p a d e k III /oś obojętna niżej dolnej powierzchni płyty/.

a/ Dane:  $M, b', b, t, A_2, d$ .

poszukiwane:  $\delta_2, \delta_b, x$

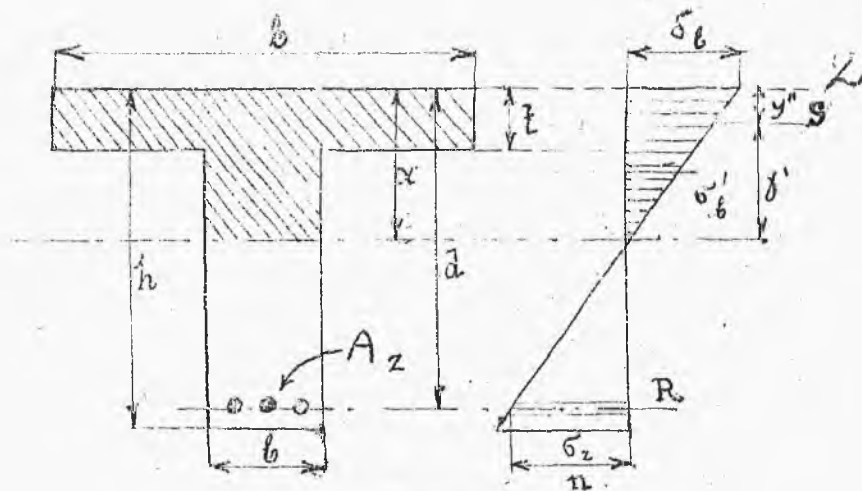
Z podobieństwa trójkątów:

$$\delta'_b = \delta_b \frac{x-t}{x} ; \quad \delta_2 = n \delta_b \frac{d-x}{x}$$

Z warunku równowagi sił:

$$\frac{\delta_b b x}{2} + \frac{\delta_b + \delta'_b}{2} (b' - b) t = \delta_2 A_2$$

$$\frac{b x}{2} + \left(1 + \frac{x-t}{x}\right) \frac{b' - b}{2} t = n \frac{d-x}{x} A_2$$



Rys 96 a

po przekształceniu i uporządkowaniu:

$$x^2 + x \underbrace{\frac{2}{b} [t(b'-b) + n A_z]}_F - \frac{2}{b} \underbrace{\left[ \frac{t^2(b'-b)}{2} + n A_z d \right]}_S = 0$$

czyli

$$x^2 + \frac{2F}{b} x - \frac{2S}{b} = 0$$

$$x = -\frac{F}{b} + \sqrt{\frac{F^2}{b^2} + \frac{2S}{b}}$$

...../93-c/

we wzorze tym

$F$  - pole zastępcze wszystkich części przekroju za wyjątkiem samego prostokąta  $bd$

$S$  - moment statyczny, względem górnej krawędzi belki, wszystkich pól zastępczych przekroju prócz prostokąta

Odległość wypadkowej sił ściskających od górnej krawędzi belki znajduje się w odległości  $y''$

$$y'' = \frac{\frac{3x-2t}{2x-t} \frac{t}{3} \frac{\delta_6}{2} (1 + \frac{x-t}{x}) t (b'-b) + \frac{x}{3} \frac{\delta_6}{2} bx}{\frac{\delta_6}{2} (1 + \frac{x-t}{x}) t (b'-b) + \frac{\delta_6}{2} bx} =$$

$$= \frac{(3x-2t) \frac{t^2}{3} (b'-b) + \frac{x^3}{3} b}{(2x-t) t (b'-b) + x^2 b} \dots \dots \dots /93b/$$

$$y^1 = x - y'' = \frac{x(2x-t)t(b'-b) + x^3 b - (3x-2t) \frac{t^2}{3} (b'-b) - \frac{x^3}{3} b}{(2x-t)t(b'-b) + x^2 b} =$$

$$= \frac{(b'-b) \frac{t}{3} (4x^2 - 5xt + 2t^2) + \frac{2}{3} x^3 b}{(2x-t)t(b'-b) + x^2 b}$$

Mając określone  $x$  z /93-a/ i  $y^1$  z /93-c/ znajdujemy  $\delta_1$  ze wzoru /86/ i  $\delta_2$  ze wzoru /84/.

W wypadku projektowania belki t.j. gdy mamy dane  $M, b', t, \delta_2$  i  $\delta_6$  a szukamy  $d$  i  $A_z$  postępujemy analogicznie jak w wypadku III b/

16. Belka jedwa zbrojna podwójnie.

a) Dane:  $b', t, d, A_2, A_2', \alpha$

poszukiwane:  $S_2, S_b, x,$

Z równania równowagi  $S = R,$  mamy

$$S_b \left(1 + \frac{x-t}{x}\right) \frac{b't}{2} + A_2' n S_b \frac{x-a'}{x} = A_2 S_b n \frac{d-x}{x}$$

czyli

$$(2x-t)b't + 2A_2'n(x-a') = 2A_2'n(d-x) \dots /94/$$

skąd

$$x = \frac{\frac{b't^2}{2} + n(A_2'a' + A_2d)}{b't + n(A_2' + A_2)} \dots /95/$$

Odległość  $y'$  określony z warunku

$$y' = \frac{S_2 y_2 + S_b y_b}{S_2 + S_b} \dots /96/$$

Ponieważ :

$$S_2 = A_2' n S_b \frac{x-a'}{x}$$

$$S_b = S_b b't \frac{2x-t}{2x}$$

$$y_2 = x - a'$$

$$y_b = x - \frac{t}{2} + \frac{t^2}{6(2x-t)}$$

Więc z /96/ mamy:

$$y' = \frac{b't(x^2 - xt + \frac{t^2}{3}) + A_2'n(x-a')^2}{b't(x - \frac{t}{2}) + A_2'n(x-a')} \quad \dots\dots /97/$$

zatem

$$\delta_2 = \frac{M}{A_2(d-x+y')} \quad \dots\dots /98/$$

zatem

$$\delta_b = \frac{\delta_2}{n} \frac{x}{d-x} = \frac{Mx}{A_2(d-x+y')n(d-x)} \quad \dots\dots /99/$$

Równanie /99/ możemy napisać:

$$\delta_b = \frac{Mx}{A_2n(d-x)^2 + A_2ny'(d-x)} \quad \dots\dots /100/$$

Drugi wyraz mianownika biorzony z /94/ i

wstawiamy /97/ wtedy:

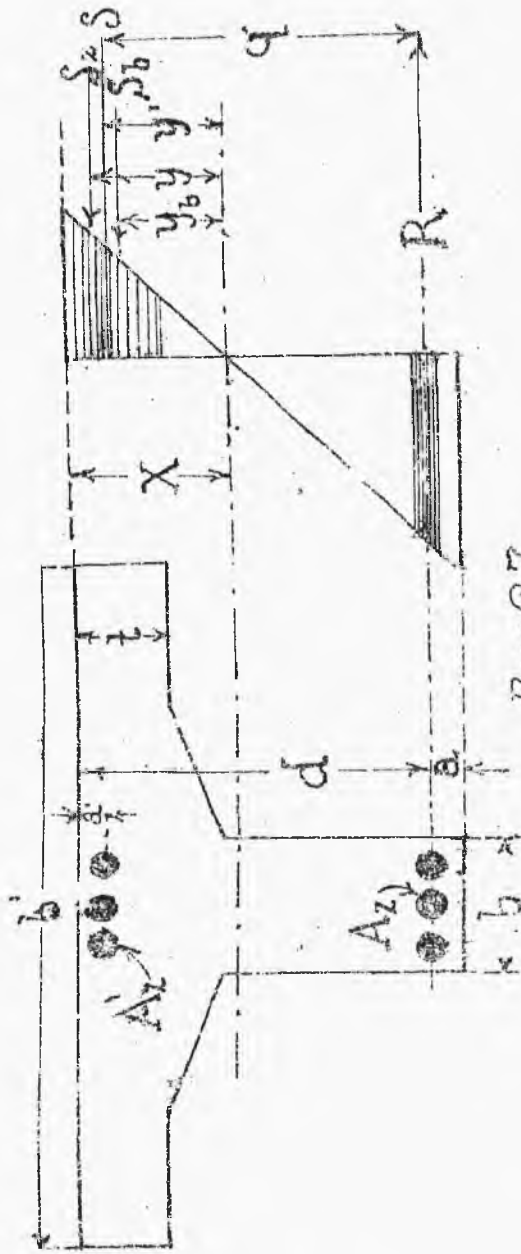
$$A_2ny'(d-x) = \frac{\left[ \left(x - \frac{t}{2}\right) b't + A_2'n(x-a') \right] \cdot \left[ b't(x^2 - xt + \frac{t^2}{3}) + A_2'n(x-a') \right]}{\left[ b't(x - \frac{t}{2}) + A_2'n(x-a') \right]}$$

co po pewnym przekształceniu daje

$$A_2ny'(d-x) = b't \left(x - \frac{t}{2}\right)^2 + \frac{b't^3}{12} + A_2'n(x-a')^2$$

co gdy wstawimy do wzoru /100/ otrzymamy:

$$\delta_b = \frac{Mx}{A_2n(d-x)^2 + A_2'n(x-a')^2 + \frac{b't^3}{12} + b't \left(x - \frac{t}{2}\right)^2}$$



Rys. 97

Mianownik tu jest momentem bezwładności naprężonego przekroju żelbetowego względem osi obojętnej z uwzględnieniem  $R$ -krotnego przekroju żelaza /por. uwagę pod wzorem /87/ i rys. 93/.

b/ Dane:  $M, b, t,$

$$\sigma_s + \sigma_b$$

poszukiwane:  $d, A_s, A'_s$

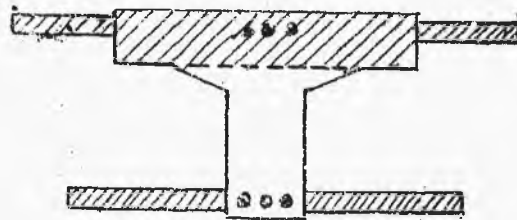
Jak poprzednio zadajemy sobie wysokość  $d'$  i na zasadzie wzorów /81/ /82/ i /92/ określamy pole przekroju żelaza rozciąganego  $A_s$ , poczem przy pomocy wzoru /93/ sprawdzamy wystarczalność

szerokości  $b'$ . Jeżeli się okaże, że  $b'_{max} < b$  wtedy wzmocnienie betonu może być osiągnięte przez



dobudowania żelaza na ścisłkanie. Pole przekroju tego żelaza określimy, mając z wzoru /94/

$$A_2' = \frac{A_2 r_2 (d-x) - (x - \frac{e}{2}) b' t}{r_2 (x - d')} \dots\dots\dots /102/$$



Rys. 98

17. Belka prostokątna /płyta/ z uzbrojeniem sztywnym.

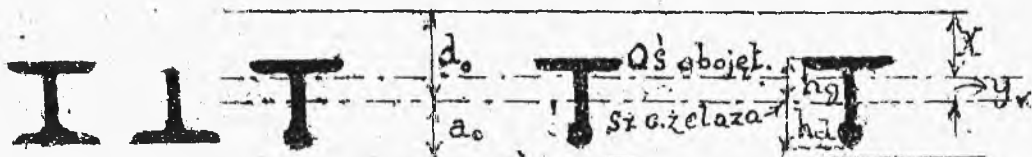
Zamiast prętów giętkich używa się, stosunkowo zresztą rzadko profili walcowych sztywnych o znacznym momencie bezwładności, który już nie może być traktowany podobnie do momentu bezwładności prętów, jako wartość znikoma. Są to dwuteowniki, teowniki, żebkowniki, w końcu stare szyny kolejowe. Zalety takiego uzbrojenia polegają na tem, że dzięki swej sztywności może ono być używane do podwie-

szania szalowania, przez co oszczędza się na rusztowaniu, może służyć jak podstawa do ułożenia czasowego pomostu do robót mularskich, w końcu usztywnia mury i łączy je ze sobą z tym strop jest zabetonowany, odpada tu również gięcie żelaza i skomplikowany montaż. Do wad należy zaliczyć duży wydatek żelaza i niemożność przystosowania ustroju do momentów ujemnych na oparach.

W płycie kształtownik znajduje się po części w pasie ściskanym, po części zaś w pasie rozciągającym, mamy więc tu wypadek płyty podwójnie zbrojonej. Położenie osi obojętnej określi się z wzoru /63/. Zważywszy że  $A_2 + A_2' = A_K$  całemu polu przekroju kształtownika, zaś  $A_2 d_1 + A_2' d' = A_K d_0$  gdzie jest odległością środka ciężkości kształtownika od górnej krawędzi betonu otrzymamy :

$$x = -\frac{A_K d_0}{b' x} + \sqrt{\left(\frac{A_K d_0}{b' x}\right)^2 + \frac{2n A_K d_0}{b' x}} =$$

$$= \frac{n A_K}{b' x} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2b' d_0}{n A_K}} \right] \dots /103/$$



Rys. 99.

Porównanie tego wzoru z /38/ wykazuje jego identyczność z tym ostatnim uwzględniającym uzbrowienie pojedyncze.

Dalej  $\sigma_b = \frac{M \bar{z}}{J_{zb}}$  i  $\sigma_z = \frac{r_z M \bar{z}}{J_{zb}}$  przy czym u powyższego wiadomo że

$$J_{zb} = J_b + r_z J_k + r_z A_k y_k^2$$

gdzie  $J_k$  będzie momentem bezwładności kształtownika względem swego środka ciężkości, zaś  $r_z$  - odległość danego włókna od osi obojętnej - por. /43/.

Naprężenia krańcowe będą:

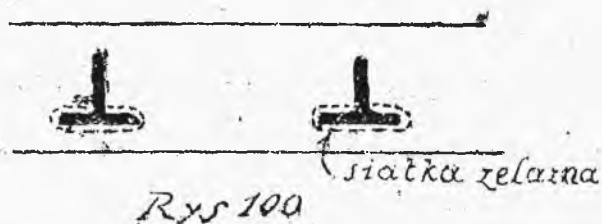
$$\sigma_b = \frac{M x}{\frac{\pi^3 b^3}{3} + r_z J_k + r_z A_k y_k^2} \quad \dots /104/$$

$$\sigma_z = \frac{r_z M (r_z - y_k)}{J_{zb}} \quad \dots /105/$$

$$\sigma_z' = \frac{r_z M (r_z - y_k)}{J_{zb}} \quad \dots /106/$$

Przy tem obliczeniu, oczywiście, muszą być uwzględnione i te naprężenia, które powstają w żelazie przez obciążenie go szalowaniem i świeżym nie skrzeplym jeszcze betonem i naprężenia te winny być

do dane do otrzymanych z wzorów powyższych. Ustrojowi temu jednak należy uczynić zarzut, że współdziałanie sztywnych kształtowników z betonem jest, zwłaszcza gdy sztywność ta jest tak znaczna w porównaniu ze sztywnością całości, nie jest takie jak prętów giętych. Tylko doświadczenia, zbyt jeszcze nieliczne, mogłyby wykazać, jakie tu współdziałanie ma miejsce. W praktyce jest przeto bezpieczniej liczyć tylko belki jako ustrój nośny, beton zaś jako poprzeczne połączenie, ponieważ jednak moment bezwładności belki tak zabetonowanej będzie nieco większy, niż belki niezabetonowanej, można to uwzględnić przez podniesienie napięcia dopuszczalnego w żelazie, powiedzmy o 10%. Dopóki ściślejsze obliczenie nie będzie ustalone na podstawie doświadczeń należy stosować ten empiryczny sposób. Celem uniknięcia odpadania betonu od dolnej stopy dwuteownika dobrze jest owinać ją siatką żelazną /rys 100/



18. Belka teowa z uzbrojeniem satywnem. Mamy tu przeważnie wypadek znajdowania się całego przekroju kształtownika w pasie rozciągającym/rys. 101/. Moment bezwładności łączny będzie:

$$J_{zb} = \frac{b'x^3}{3} - \frac{(b'-b)(x-t)^3}{3} + nJ_k + n\theta_k(d-x)^2 \quad /107/$$

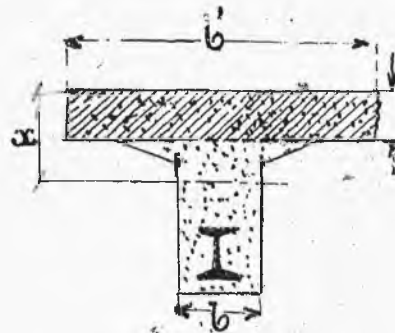
Pokończenie osi obojętnej określi się oczywiście z wzoru/81/ jak dla belki teowej o pojedynczym uzbrojeniu gibkim.

Naprężenie betonu:

$$\sigma_b = \frac{M \bar{z}}{J_{zb}} \quad \dots\dots/108/$$

Naprężenie żelaza:

$$\sigma_z = \frac{nM \bar{z}}{J_{zb}} \quad \dots\dots/109/$$

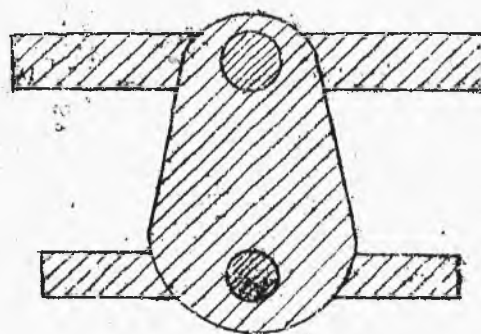


Rys. 101

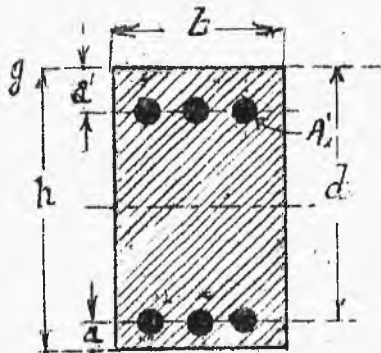
19. Gięcie z uwzględnieniem rozciągania w betonie.

1/ Faza I-a.

Nazwiemy tu  $\sigma_{br}$  naprężenia betonu na rozciąganie, zaś  $\sigma_{bs}$  - na ściskanie to samo dla żelaza i  $S_{br}, S_{bs}, N_{br}$  moment statyczny żelbetowego przekroju, a więc z  $n$ -krotnym powiększeniem pola przekroju żelaza.  $E_{bs}$  i  $E_{br}$  oznaczają współwsp. sprężystości betonu na ściskanie względnie rozciągania. Dla fazy I-a mamy  $E_{bs} = E_{br}$ . Rozpatrując ten wypadek w ten sam sposób, jak to uczyniliśmy dla fazy II w paragrafie 23 dojdziemy do wniosku, że obliczenie tu sprowadza się do obliczenia zastępczego przekroju jednorodnego, w którym bierze udział całe pole przekroju betonu, zaś pole przekroju żelaza jest powiększone  $n$ -krotnie /rys 102/. Oś obojętna znajduje się



Rys. 102



Rys. 103

w środku ciężkości takiego zastępczego przekroju.

a/ Belka prostokątna z uzbrojeniem podwójnym. Zastępcze pole przekroju będzie:

$$A_{zb} = b'h + n(A_2 + A_2') \dots /110/$$

Moment statyczny względem  $gg$  /rys.103/

$$N_{gg} = \frac{b'h^2}{2} + nA_2(h-a) + nA_2'a' \dots /111/$$

skąd

$$x = \frac{b'h^2 + 2nA_2(h-a) + nA_2'a'}{2b'h + 2n(A_2 + A_2')} \dots /112/$$

dalej

$$J_{zb} = \frac{b'x^3}{3} + \frac{b'(h-x)^3}{3} + nA_2(h-a-x)^2 + nA_2'(x-a')^2 \dots /113/$$

Napężenie określimy podług wzorów /108/ i

/109/

b/ Belka teowa z uzbrojeniem podwójnym.

$$A_{zb} = bh + (b'-b)t + n(A_2 + A_2') \dots /114/$$

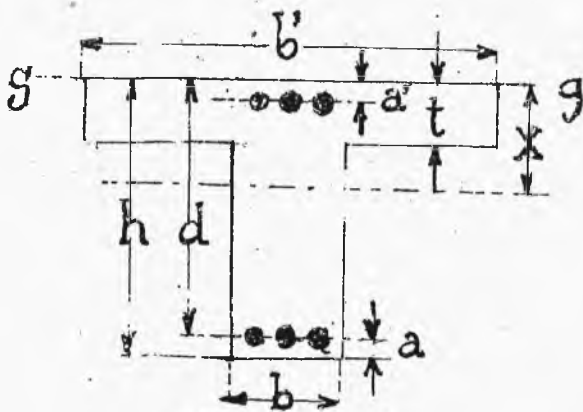
$$N_{gg} = \frac{bh^2}{2} + (b'-b)\frac{t^2}{2} + nA_2(h-a) + nA_2'a' \dots /115/$$

skąd

$$X = \frac{bh^2 + (b'-b)t^2 + 2nA_z(h-a) + 2nA'_z a'}{2bh + 2(b'-b)t + 2n(A_z + A'_z)} \dots\dots /116/$$

dalej

$$J_z = \frac{b}{3} [x^3 - (h-x)^3] + \frac{b'-b}{3} [x^3 - (x-t)^3] + nA_z(h-a-x)^2 + nA'_z(x-a)^2 \dots\dots /117/$$



Rys. 104

Naprężenia podług /108/

: /109/.

Oba wypadki upraszczają się nieco przy uzbrojeniu pojedynczym, gdyż wówczas

2/ F a z a I-b.

Stan naprężeń

podług Melana czyli faze

I-b tem się różni od poprzedniej, że tu  $E_{bs} \neq E_{br}$  mianowicie  $\frac{E_{bx}}{E_{bs}} = \mu$  czyli  $E_{bx} = \mu E_{bs} \dots\dots /118/$ .

Podług przepisów austrijskich  $E_{br} = 56000$ ,

$E_{bs} = 140000 \text{ kg/cm}^2$ . Wobec czego  $\mu = 0,4$ .

Z rys.105 mamy ogólnie  $\lambda'y = \lambda y$ , ale

$$\lambda'y = \frac{\delta y'}{E_{bs}} \quad ; \quad \lambda y = \frac{\delta y}{E_{br}} = \frac{\delta y}{\mu E_{bs}}$$

skąd

$$\delta y = \mu \delta y' \quad \dots\dots /119/$$



Stąd widzimy, że stosunek naprężeń rozciągających do naprężeń sciskających w belce na tej samej odległości od osi obojętnej jest równy stosunkowi spóźczynników sprężystości. Dalej z warunku równowagi mamy:

$$\int_0^x \delta_y' b dy + \delta_z' A_z' = \int_0^{h-x} \delta_y b dy + \delta_z A_z \quad \dots /120/$$

wstawiając tu /119/ przez mając z rys.105

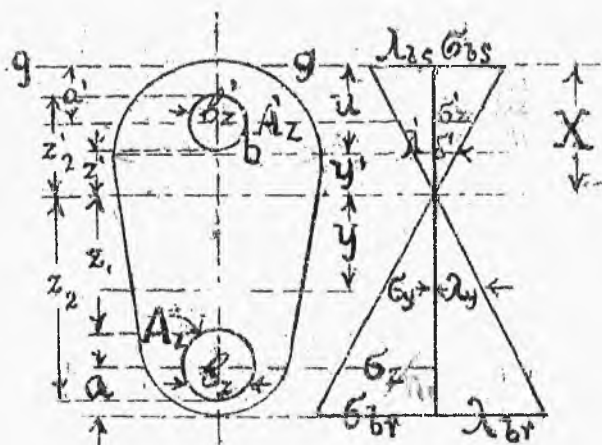
$$\delta_z' = n \delta_{bs} \frac{x - \alpha'}{x}; \quad \delta_z = n \delta_{bs} \frac{h - x - \alpha}{x}; \quad \delta_y' = \delta_{bs} \frac{2y}{x}$$

otrzymamy:

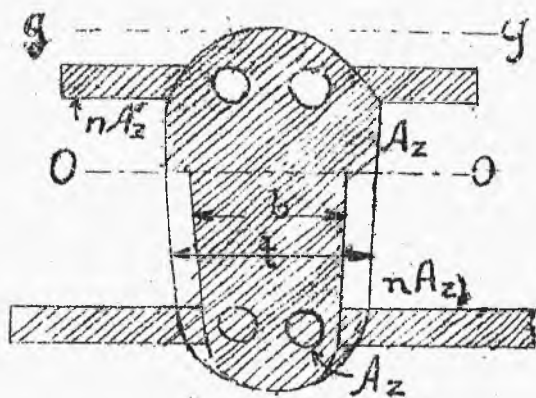
$$\int_0^x b y dy + n A_z' (x - \alpha') = \mu \int_0^{h-x} b y dy + n A_z (h - x - \alpha) \dots /121/$$

Równanie to nam wskazuje, że suma momentów statycznych pól przekroju: betonu ściskanego,  $\mu$ -krotnego betonu rozciąganego i  $n$ -krotnego żelaza rozciąganego i ściskanego, względem osi obojętnej równa się zero, czyli ta ostatnia przechodzi przez środek ciężkości takiego przekształconego przekroju /rys.106/. Pole tego przekroju będzie:

$$A_{zb} = \int_0^x b dy + \mu \int_0^{h-x} b dy + n (A_z + A_z') \dots /122/$$



Rys. 105



Rys. 106

Zaś moment statyczny  
pola przekształconego  
przekroju względem  
stycznej  $gg$ , prosto-  
padłej do płaszczyzny  
ciągła będzie /rys.106/.

$$N_{z6} = \int_0^h \tilde{b} u dy + \mu \int_x^h \tilde{b} u dy + n A_z' a + n A_z' a + n A_z (z - a) \dots /123/$$

skąd

$$X = \frac{N_2 b}{A_2 b}$$

.... /124/

Momenty dadzą drugie równanie równowagi

$$M = \int_0^x \delta_y b y dy + \int_0^{h-x} \delta_y b y dy + \int_{z_1}^{z_2} b_2 y \delta_y n dy + \int_{z_1}^{z_2} b_2 y n \delta_y dy$$

skąd

$$M = \frac{\delta_{bs}}{X} \left[ \int_0^x b y^2 dy + \mu \int_0^{h-x} b y^2 dy \right] + \int_{z_1}^{z_2} b_2 y^2 dy + \int_{z_1}^{z_2} b_2 y^2 dy \quad /25/$$

Wyrazy zawarte w nawiasach są to momenty bezwładności względem osi obojętnej: betonu ściskanego,  $\mu$  -krotny betonu rozciąganego i  $n$  -krotny jednego i drugiego żelaza. Z /125/ naprężenie największe betonu na ściskanie będzie:

$$\delta_{bs} = \frac{M}{J_{bs} + \mu J_{br} + n J_{z2} + n J_{z1} + n A_2 (x-a)^2 + n A_1 (h-x-a)^2} \quad /126/$$

$$= \frac{M X}{J_2 b} \quad \delta_{zr} = n \delta_{bs} \frac{h-a-x}{X}, \quad \delta_{br} = \mu \delta_{bs} \frac{h-x}{X} \quad /127/$$

Na zasadzie powyższego rozwiązujemy następujące wypadki szczególne.

a/ Belka betonowa bez uzbrojenia w fazie Melana.

Stosownie do /114/ będzie:

$$x = \frac{\frac{x^2}{2} + \mu \frac{(h-x)(h+x)}{2}}{x + \mu(h-x)}$$

skąd

$$x^2 \frac{2\mu}{\mu-1} h x + \frac{\mu}{\mu-1} h^2 = 0$$

1+1 wreszcie  $x = \frac{\sqrt{\mu}}{1+\sqrt{\mu}} h \dots /128/$

Oczywiście ramię wewnętrzznego momentu czyli odległość od wypadkowej  $S$  do wypadkowej  $R$

wynosi

$$q = \frac{2}{3} h \dots /129/$$

Z równowagi momentów wynika:

$$M = \sigma_{bs} \frac{x}{2} \cdot \frac{2}{3} h b' = \frac{\sigma_{bs} x h b'}{3} \dots /130/$$

skąd

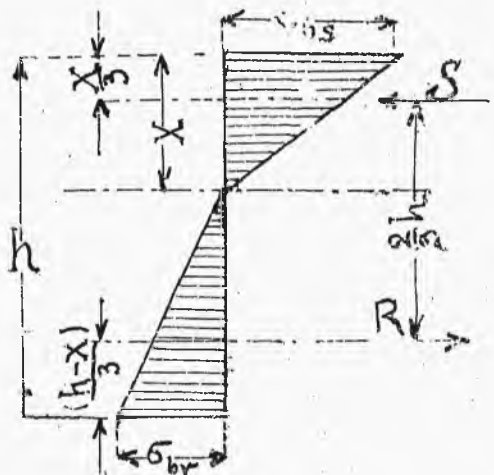
$$\sigma_{bs} = \frac{3M}{x h b'} = \frac{M}{b' h^2} \cdot \frac{3(1+\sqrt{\mu})}{\sqrt{\mu}} = \frac{M}{b' h^2} 3(1+\sqrt{\frac{1}{\mu}}) \dots /131/$$

dalej

$$M = \frac{\sigma_{br} b' (h-x) h}{3} \quad \text{skąd}$$

$$\sigma_{br} = \frac{M}{b' h^2} 3(1+\sqrt{\mu}) \dots /132/$$

Jeżeli przypomniemy, że wyraz  $\frac{b'h^2}{6} = W$  nazywamy momentem oporu, to wprowadzając to oznaczenie do /131/ i /132/ otrzymamy



$$\sigma_{bs} = \frac{M}{W} \cdot \frac{1}{2} (1 + \sqrt{\mu}) \quad \dots \quad /133/$$

$$\sigma_{bv} = \frac{M}{W} \cdot \frac{1}{2} (1 - \sqrt{\mu}) \quad /134/$$

Rys. 107

b/ Belka prostokątna z uzbrojeniem podwójnym

w fazie Melana. Stosownie do /114/ będziemy tu mieli:

$$x = \frac{\frac{b'x^2}{2} + \mu b' \frac{(h-x)^2}{2} + nA_2(h-a) + nA_2'a'}{b'x + \mu b'(h-x) + n(A_2 - A_2')} \quad \dots \quad /135/$$

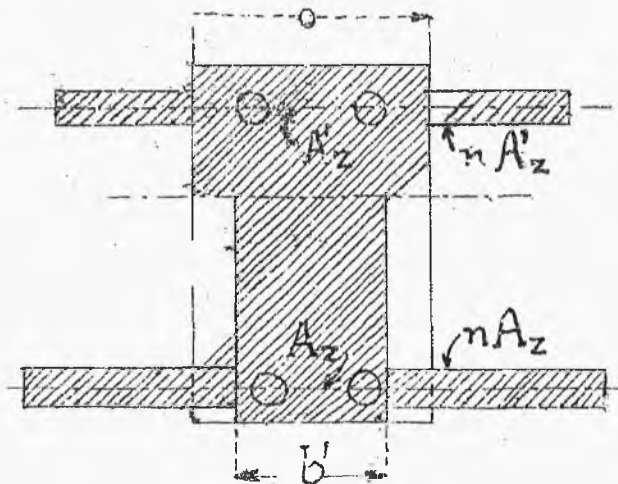
skąd

$$x = \frac{-\left[ \frac{\mu b'h^2 + n(A_2 + A_2')}{b'(1-\mu)} \right] + \sqrt{\left[ \frac{\mu b'h^2 + n(A_2 + A_2')}{b'(1-\mu)} \right]^2 + \frac{2n[A_2(h-a) + A_2'a']}{b'(1-\mu)}}{1} \quad /136/$$

Posiadając położenie osi obojętnej znajdujemy moment bezwładności przekroju przekształconego  
/rys.108/

$$J_{zb} = \frac{b'x^3}{3} + n \frac{b'(h-x)^3}{3} + 2cA_z(h-a-x)^2 + 2dA_z'(x-a')^2 \dots /137/$$

Sta naprężenia znajdujemy przy pomocy /127/.



Rys. 108

Przy uzbrojeniu pojedynczym rzecz się upraszcza,  
gdyż tu  $A_z' = 0$

c/ Belka teowa z uzbrojeniem podwójnym w fazie  
Melana.

Podług /124/ mamy:

$$x = \frac{\frac{b x^2}{2} - (b' - b) \frac{x^2 - t^2}{2} + \mu b \frac{h^2 - x^2}{2} + n A_2 (h - a) + n A_2' a'}{b x - (b' - b)(x - t) + \mu b (h - x) + n (A_2 + A_2')} \dots /138/$$

skąd

$$x = - \left[ \frac{\mu b h + (b' - b)t + n (A_2 + A_2')}{b(1 - \mu)} \right] +$$

$$+ \sqrt{\left[ \right]^2 + \frac{\mu b h^3 (b' - b)t + 2n (A_2 \{h - a\} + A_2' a')}{b(1 - \mu)}} \dots /139/$$

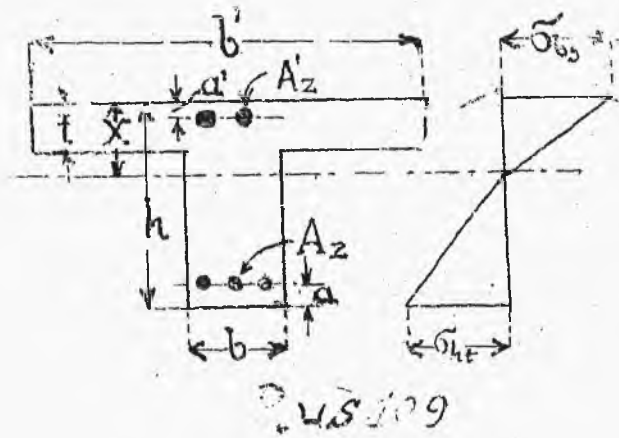
W końcu mom. bezwładności  $J_{z,b} = \frac{b x^3}{3} - (b' - b) \frac{(x - t)^3}{3} +$

$$+ \mu b \frac{(h - x)^3}{3} + n A_2' (x - a)^3 + n A_2 (h - a - x)^2 \dots /140/$$

Przy  $A_2' = 0$  wzory powyższe uproszczą się nieco.

Niemieckie normy dopuszczają rozciągające naprężenie w betonie  $\sigma_{bt} = 24 \text{ kg/cm}^2$ , obliczając wszakże podług fazy I-a /rys. 87/.

20. Inne rodzaje naprężeń przy gięciu. Prócz naprężeń normalnych, które rozpatrywaliśmy dotychczas w zginanej belce powstają inne jeszcze naprężenia, mające wpływ doniosły na wytrzymałość belki. Są to naprężenia ścinające poziome i pionowe, przyczepność na powierzchni pretów żelaznych oraz ukośne naprężenia głównie. Przypomnijmy pokrótce istotę tych naprężeń, zaznaczając, że przenosimy na żelbet wszystkie po-



glądy i założenia przy-  
jęte dla tworzywa jedno-  
litego.

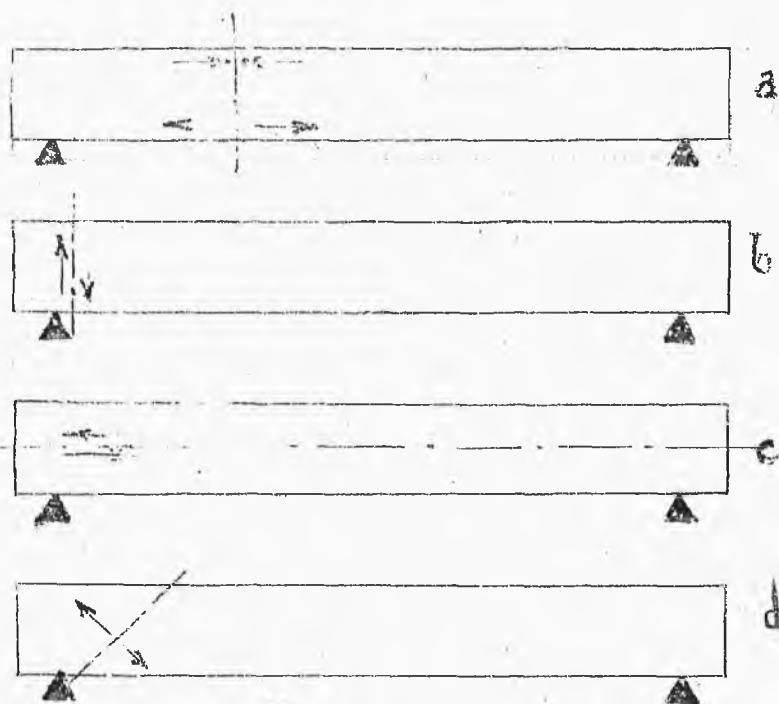
Rys. 110-a ilustru-  
je naprężenie główne /nor-  
malne/ w pasach belki.

Naprężenia ścinające pio-  
nowe powstają wskutek  
przyczyn, dążących do  
przecięcia belki jak po-  
kazuje rys.110-b. Naprę-

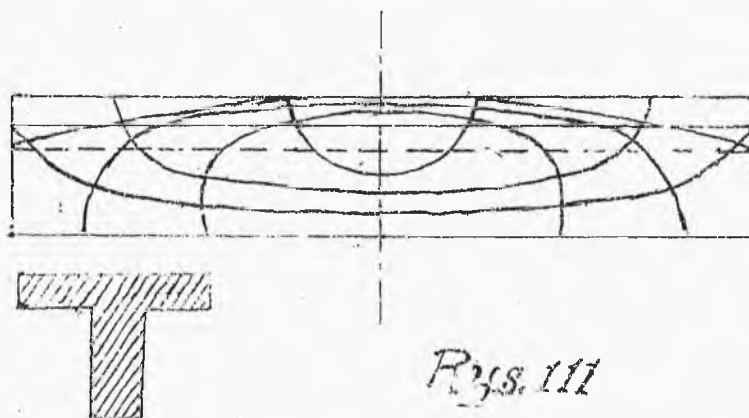
żenia ścinające poziome

/zwane też przesuwaniem/ powstają skutkiem zmienności  
momentu gnącego wzdłuż belki, a więc wskutek zmienności  
naprężeń głównych w pasach belki. Rys.110-c ilustruje  
dążenie do przesunięcia się poziomego warstw belki  
przy gięciu, czemu materiał się sprzeciwia i powsta-  
ją naprężenia, o których mowa. Naprężenia przyczepności  
prętów są w swej istocie naprężeniami ścinającymi po-  
ziomymi, powstającymi wszakże nie pomiędzy dwoma war-  
stwami betonu, a pomiędzy betonem i żelazem. Poziome  
naprężenie główne w środkowej części przęsła belki  
w miarę zbliżenia się ku oporom, zmieniają swój kie-





Rys. 110



Rys. 111

runek sumując się z naprężeniami ścinającymi i stanowią naprężenia główne ukośne, rozciągające i ścisające w pobliżu opór. Rys. 111 ilustruje rozkład tych naprężeń w belce. Jeżeli belka mocno uzbrojona w pasie rozciągającym będzie poddana obciążeniu do załamania, zazwyczaj pęknie ukośnie przy oporze skutkiem rozciągania w betonie /rys. 110-d/.

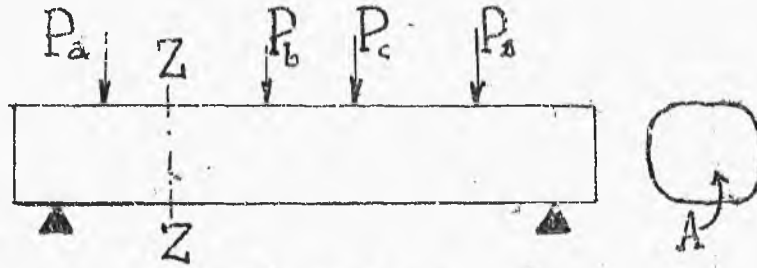
21. Obliczenie naprężeń ścinających przy gięciu. Przy założeniu, że  $\tau_{xz} = \text{const.}$  i przy wszystkich wyżej przyjętych założeniach, będziemy mogli tu zastosować wiadomości z ogólnej wytrzymałości tworzyw.

Jeżeli mamy siłę poprzeczną  $Q$  o przekroju  $z z$  belki oraz pole przekroju  $A$  to przeciętne naprężenie ścinające panujące w przekroju  $z z$  będzie:

$$\tau_p = \frac{Q}{A}$$

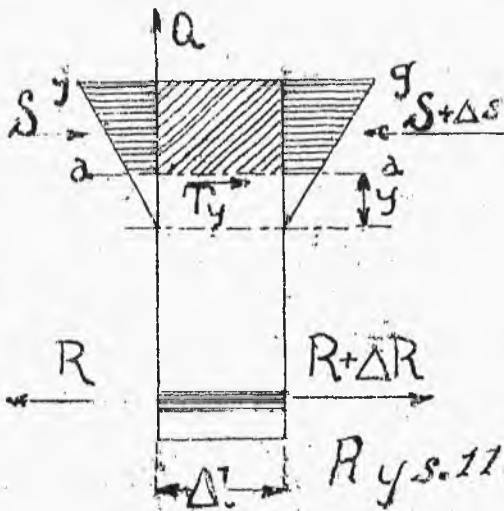
Rozpatrzenie ścinania wychodząc z teorii gięcia pozwala na dokładniejsze wyznaczenie zmienności rozkładu naprężeń ścinających w przekroju.

Ścinanie poziome, powstające w belce wskutek tego, że siła  $S^*$ , będąca wypadkową naprężeń z jednej strony dowolnie cienkiego odcinka belki  $ab$  /rys. 113/ jest mniejsza niż siła  $S^* + \Delta S$  działająca



Rys. 112

Łącząca z drugiej strony tegoż odcinka na tę samą część przekroju belki między  $gg$  i  $aa$ . W każdym przypadku w poziomym  $aa$  działać musi siła  $T_y$ ,



Rys. 113

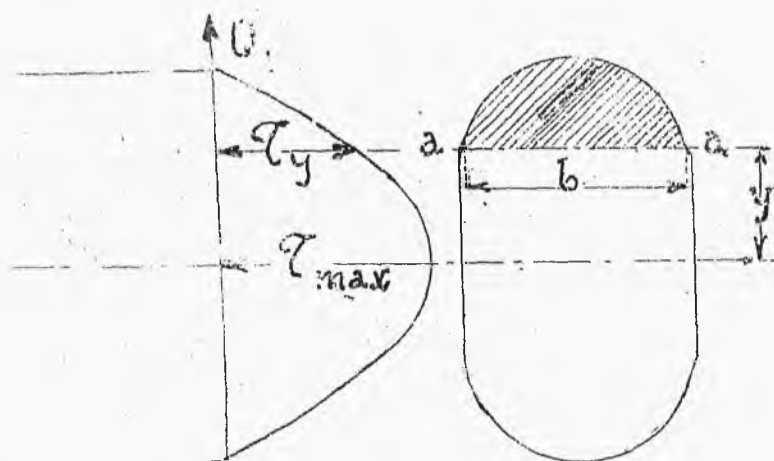
styczna do powierzchni przekroju, takiej wielkości i tak skierowana, że :

$$S + (S + \Delta S) + T_y = 0$$

Siła  $T_y$  wywo-

łuje naprężenie ścinające  $\tau$  które jak wia-

domo, są największe na osi obojętnej, na krańcach zaś



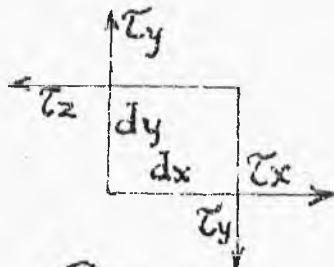
Rys. 114

przekroju są równe 0 /rys.114/, Wiadomo dalej, że naprężenie określa się z wzoru

$$\tau = \frac{Q N_y}{J b}$$

..../142/

gdzie  $Q$  jest siłą poprzeczną w przekroju belki,  $N_y$  moment statyczny względem osi obojętnej belki tej części pola przekroju belki, która znajduje się powyżej przekroju  $aa$  dla którego  $\tau$  jest poszukiwane  $J$  - mom.bezwł. całego przekroju. W końcu wiadomo, że naprężenia ścinające poziome i pionowe w każdym punkcie belki są sobie równe. Istotnie, jeżeli wytniemy kostkę o głębokości  $l$  i o wymiarach podstawy



Rys. 115

$dx$  i  $dy$  to  
runek równowagi między  
parami, jakie wytwarza-  
ją siły ścinające na  
powierzchniach bocznych  
tej kostki da nam równa-  
nie /rys 115/:

$$\tau_y dx dy l = \tau_x dy dx l$$

skąd

$$\tau_y = \tau_x \quad /143/$$

Rozpatrując ścinanie w fazie II belki żelbe-  
towej otrzymamy wykres naprężeń nieco odmienny od  
wskazanego na rys. 114 dla belki z tworzywa jedno-  
rodnego, a to z tego powodu, że część przekroju po-  
nizej osi obojętnej, gdzie beton podług założenia  
przekroczył granicę swej wytrzymałości na rozciąga-  
nie i żadnego naprężenia nie posiada, nie wpływa  
na wielkość momentu statycznego  $N_y$ , który pozostaje  
stałym, wobec czego i  $\tau_{max}$  pozostaje stałe między osią  
obojętną a żelazem rozciąganiem.

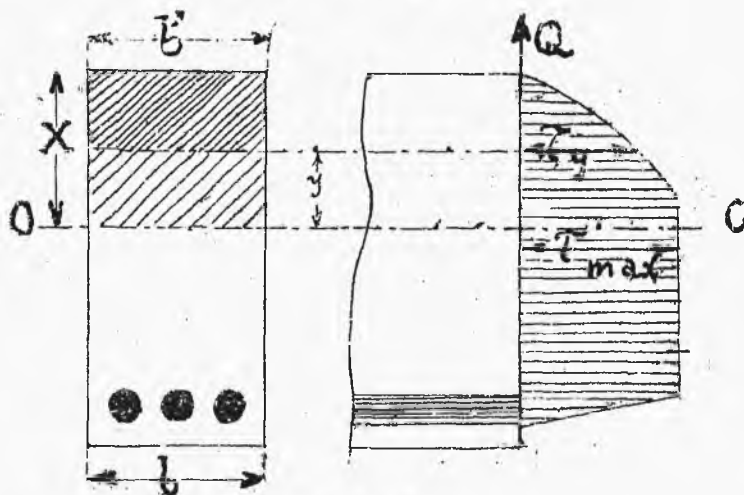
Stosownie do /142/ i na zasadzie /41/ i /43/

/rys. 116/

$$\tau_y = \frac{Q}{b} \frac{b'(x^2 - y^2)}{b'x^2(d - \frac{x}{3})} = \frac{Q}{b'} \frac{(x^2 - y^2)}{x^2(d - \frac{x}{3})} \quad \dots /144/$$

Na osi obojętnej jest największe

$$\tau_{max} = \frac{Q}{b(d - \frac{x}{3})} = \frac{Q}{b\epsilon} \quad \dots /145/$$



Rys. 116

Do belki prostokątnej z uzbrojeniem podwójnym stosuje się to samo, cośmy powiedzieli o belce z uzbrojeniem pojedynczym; w obliczeniu  $\tau_{max}$  wg. wzoru /142/ można tu wprowadzić pewne uproszczenie, biorąc moment statyczny względem osi obojętnej lecz nie górnej części przekroju, a równy mu mom. stat. pola przekr. żelaza rozciągniętego. Wtedy

$$\tau_{max} = \frac{Q}{b'} \frac{n A_2 (d - x)}{\frac{b' x^3}{3} + n A_2' (x - a)^2 + n A_2 (d - x)^2} \quad \dots /146/$$

W belce teowej, niezależnie od tego, gdzie wypada oś obojętna w płycie czy pod płytą do wzoru /135/ wprowadzamy szerokość zebra  $b$  a nie płyty. Istotnie w tym wypadku  $T_y$  /rys. 113/ jest stałe pomiędzy osią obojętną, a żelazem rozciąganiem, należy więc szukając największego naprężenia obliczyć je dla najmniejszego przekroju materiału, a więc dla zebra. Widać stąd, że w belkach teowych naprężenia ścinające mogą dojść do znacznie większego znaczenia niż w płytach /belkach prostokątnych/ i tu szczególna staranność jest wymagana we wzmocnieniu betonu żelazem na ściskanie.

Mamy tu zatem:

$$T_{max} = \frac{Q}{bq} \quad \dots\dots/147/$$

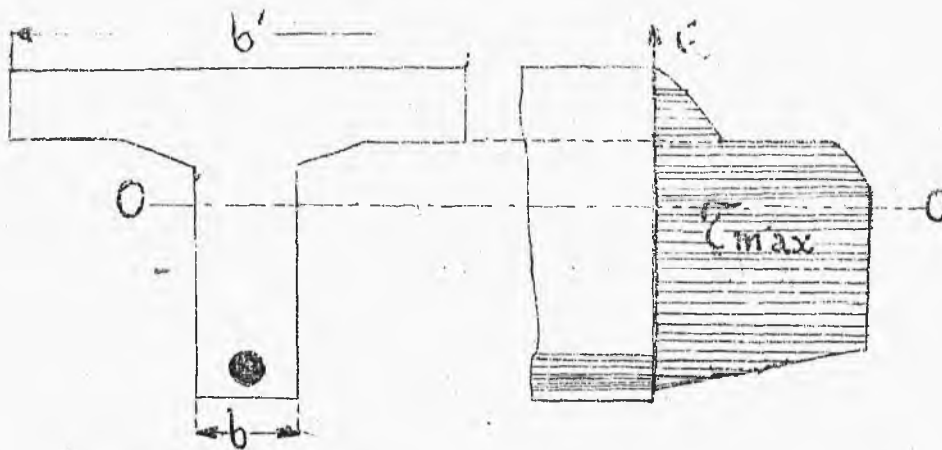
przyczem  $q$  - ramię wewnętrznego momentu /por. wzór 82-a/ można wziąć przybliżenie

$$q = d - \frac{t}{2} \quad \dots\dots/148/$$

więc

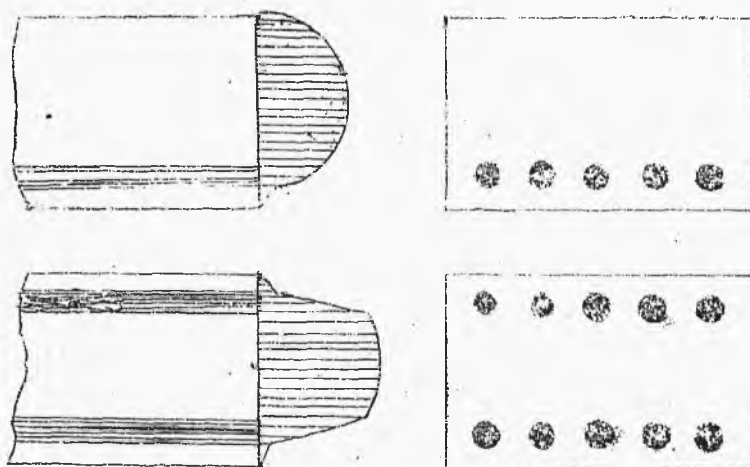
$$T_{max} = \frac{Q}{b(d - \frac{t}{2})} \quad \dots\dots/149/$$

Do fazy I-ej ścinanie poziome możemy dla żelbetowego przekroju określić tym samym sposobem, biorąc przekrój żelbetowy przekształcony, t.j. zwiększając



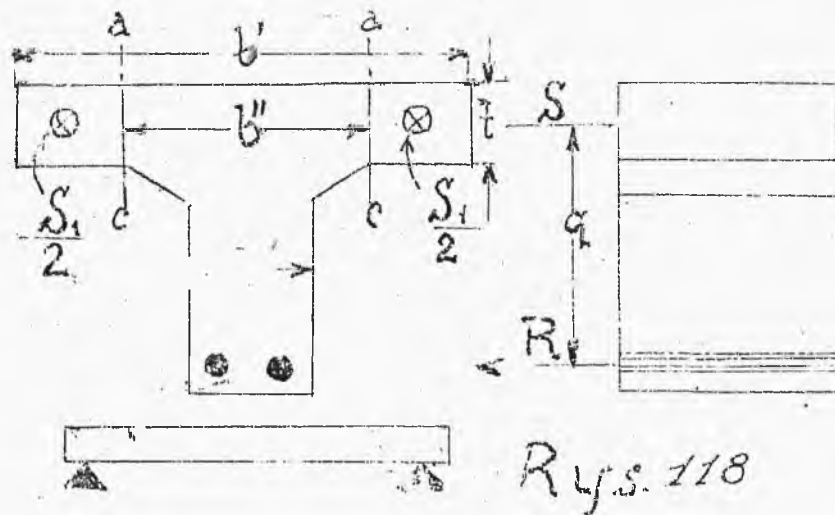
Rys. 117

pole przekroju żelaza  $T_L$  krotnie i uważając całość za jednolity przekrój belony. Naprężenia ścinające poziome uwytkła w tym wypadku rys. 117-a

Rys. 117<sup>a</sup>



Ścinanie w belce teowej może wywołać naprężenia niebezpieczne nie tylko w zębrze, lecz i w płycie w przekrojach  $\alpha\alpha$  rys. 118.



Jeżeli siłę ściskającą, przypadającą na cały pas ściskany belki nazwiemy  $S$  to na część płyty leżącej z każdej strony na zewnątrz przekroju przypadnie

$$S_1 = S \frac{b' - b''}{b'} = \frac{M}{q} \frac{b' - b''}{b'}$$

Różnice powstające w tej sile w sąsiednich nieskończenie bliskich przekrojach belki wywołają ścinanie

$$\frac{dS_1}{dl} = \frac{dM}{dl} \cdot \frac{1}{q} \cdot \frac{b'-b''}{b'} = \frac{Q}{q} \cdot \frac{b'-b''}{b'} \dots\dots/150/$$

Ponieważ z jednej strony nieskończenie cienkiej części belki  $dl$  będzie siła  $S_1$ , z drugiej zaś strony  $S_1 + dS_1$ , więc naprężenie ścinające w obu przekrojach w przypuszczeniu, że się ono rozłoży równomiernie na całe te przekroje - określi się następująco:

$$dS_1 = 2\tau_t t dl \quad \text{skąd}$$

$$\tau_t = \frac{dS_1}{dl} \cdot \frac{1}{2t} \quad \text{wstawmy tu /150/ wtedy}$$

$$\tau_t = \frac{Q}{q} \cdot \frac{1}{2t} \cdot \frac{b'-b''}{b'} \quad \dots\dots/151/$$

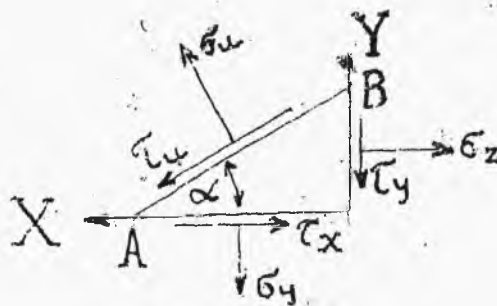
Zważywszy, że podług /147/  $Q = T_{max} b q$  otrzymamy:

$$\tau_t = \frac{b q T_{max} \cdot \frac{b'-b''}{b'}}{2q t} = \frac{b T_{max} \cdot \frac{b'-b''}{b'}}{2t} \quad \dots\dots/152/$$

Przystosowanie szerokości  $b''$  przez mniejsze lub większe ścięcie kąta w połączeniu płyty z żebrzem pozwala na doprowadzenie  $\tau_t$  do pożądanej normy. Podług Bacha, płyta uzbrojona żelazem, co w danym wypadku ma miejsce, może być naprężona do  $\tau_t = 8$  do  $10 \text{ kg/cm}^2$ .

licząc na pole jej geometrycznego przekroju bez brania pod uwagę żelaza.

22. Obliczenie naprężeń ukośnych przy gięciu. Dotychczas rozpatrywano naprężenia normalne lub styczne do powierzchni przekroju pionowego lub poziomego. Niezawsze są to naprężenia największe. W każdym elemencie płaszczyzny przekroju pod jakimkolwiek kątem do osi belki przeprowadzonej, a prostopadłej do płaszczyzny gięcia, przypadkowa naprężeń może być rozłożona na dwie składowe: normalną do przekroju i styczną do tegoż. Jeżeli styczna równa się zeru, to siła normalna nazywa się naprężeniem głównym. Przypomnijmy analizę tego zjawiska. Rozpatrzmy znikomo mały pryzmat wycięty w belce /rys. 119/. Zważywszy, że  $\delta_y = 0$



Rys. 119

w belce poddanej wyłącznie gięciu oraz że  $\tau_x = \tau_y$   
i biorąc rzut wszystkich sił na kierunek  $\delta_u$  otrzy-  
mamy:

$$\delta_u = \delta_x \sin^2 \alpha + \tau_x \sin 2\alpha \quad /152/$$

biorąc pochodną od tego wyrazu i przyrównując ją zeru  
otrzymamy, że max. względnie min  $\delta_u$  następuje dla  
pochylenia  $AB$  pod kątem czyniącym zadłość rów-  
naniu

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau_x}{\delta_x} \quad \dots /153/$$

Jeżeli dalej, wychodząc z równania /153/ okre-  
ślimy  $\sin 2\alpha$  i  $\sin^2 \alpha$  i wstawimy te wyrazy do  
równania /152/, to otrzymamy:

$$\delta_u \begin{matrix} \text{max} \\ \text{min} \end{matrix} = \frac{\delta_x}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\delta_x^2 + 4\tau_x^2} \quad \dots /154/$$

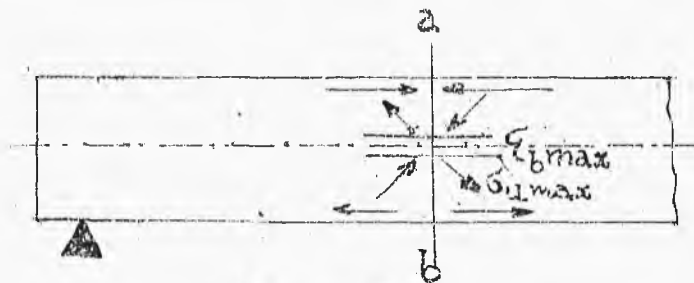
Wziąwszy określony punkt przekroju belki, wy-  
liczymy dla niego  $\delta$  i  $\tau$  wówczas z /154/ otrzy-  
mamy naprężenie  $\delta_u$  a z /153/ kąt jego pochylenia.

Rozpatrzmy wypadki typowe na krańcach przekro-  
ju na osi czołowej /rys 120/

$$a/ \text{ na krańcach: } \tau_x = 0, \delta_u = \delta_x, \alpha = 0^\circ$$

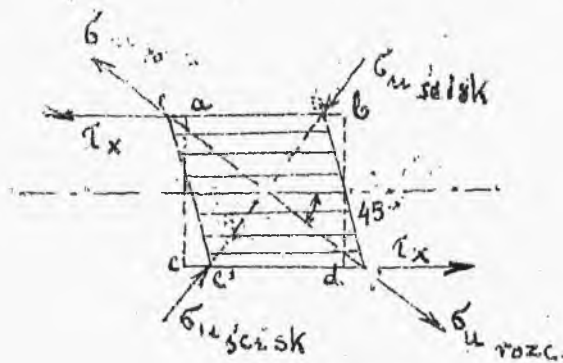
więc istnieje tylko naprężenie normalne skierowane normalnie do przekroju  $ab$ , jest to ściskanie w górnej części belki rozciąganie - w dolnej.

φ) na osi obojętnej  $\sigma_x = 0, \sigma_u = \pm \tau_x, \alpha = 45^\circ$  więc istnieje w danym punkcie naprężenie ścisające i rozciągające, każde z nich równe naprężeniu ścinającemu, lecz skierowane pod kątem  $45^\circ$  do osi obojętnej. Ukośne rozciąganie jest największe tam gdzie jest największe  $\tau_x$ , więc przy oporach belki



Rys. 120

Największe naprężenie ukośne rozciągające i ścisające powstają na osi obojętnej, gdzie siły ścisające i rozciągające normalnej do przekroju są równe zero, dlatego, że panują tam największe naprężenia ścinające poziome, które są czynnikiem wywołującym ukośne rozciąganie i ściskanie w betonie.



Rys 120<sup>a</sup>

Jeśli myślowo wytniemy sobie dowolną kostkę o podstawie kwadratowej  $a, b, c, d$ , to pod wpływem poziomych sił ścinających  $\tau_x$  odkształci się ona z pierwotnego prawidłowego sześcianu w równoległościan o podstawie  $a', b', c', d'$ , jak wskazuje rys.120-a.

Skutkiem tego odkształcenia, wzdłuż przekątnych równoległościanu powstaną naprężenia pod kątem 45° do osi belki, w jednym kierunku rozciągające ukośne i w drugim prostopadłe do nich ścisłkające ukośne.

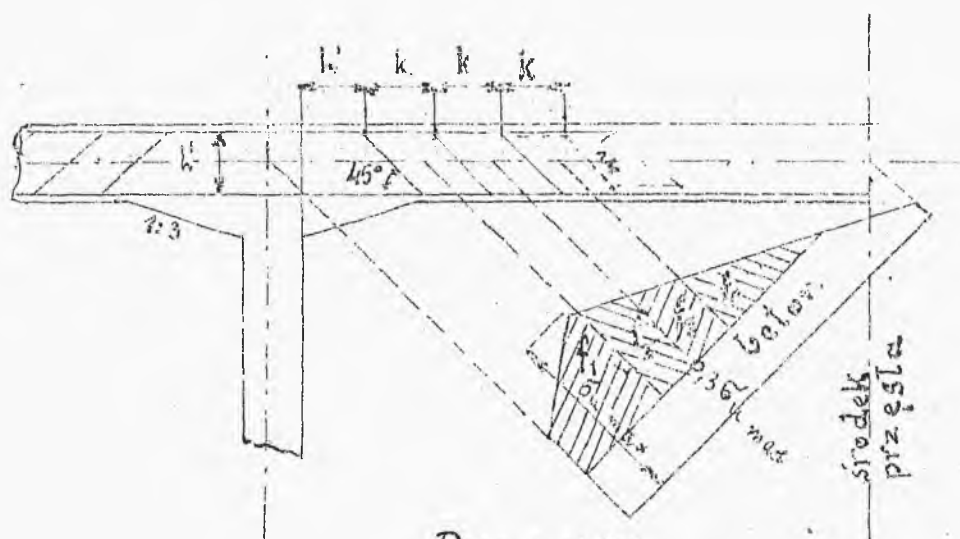
23. Wzmocnienie betonu przeciw ukośnemu rozciąganiu i ścinaniu. Naprężenia rozciągające ukośne o ile przekroczą wytrzymałość betonu na rozciąganie mogą spowodować pęknięcia belek żelbetowych, gdy nie jest

ona odpowiednio wzmocniona prętami odgiętymi ukośnemi.

Według polskich przepisów M. R. P. siły rozciągające ukośne w tych częściach belek zginanych, których naprężenia są większe niż 0,022 wytrzymałości kostkowej betonu, względnie  $4,5 \text{ kg/cm}^2$ , mogą być przeniesione przez beton tylko w wysokości 30%. Resztę należy przenieść na wkładki żelazne.

Współpraca wkładek żelaznych z betonem polega w danym wypadku na tym że gdy naprężenia rozciągające ukośne przekroczą wytrzymałość betonu w tym kierunku, to przejmują je pręty żelazne. Te 30% naprężenia, które ma przejmować beton można rozumieć jako naprężenie, które przejmują strzemiona nie wliczone do obliczeń.

Wzmocnienie betonu przeciw rozciąganiu ukośnemu winno składać się z prętów umieszczonych ukośnie pod  $45^\circ$  w pobliżu opór w kierunku działania największych sił rozciągających w ten sposób, aby w każdym przekroju belki, którym naprężenie rozciągające ukośne większe /stosownie do przepisów/ jest od dopuszczalnego na beton, znajdowało się żelazo mogące je przenieść.

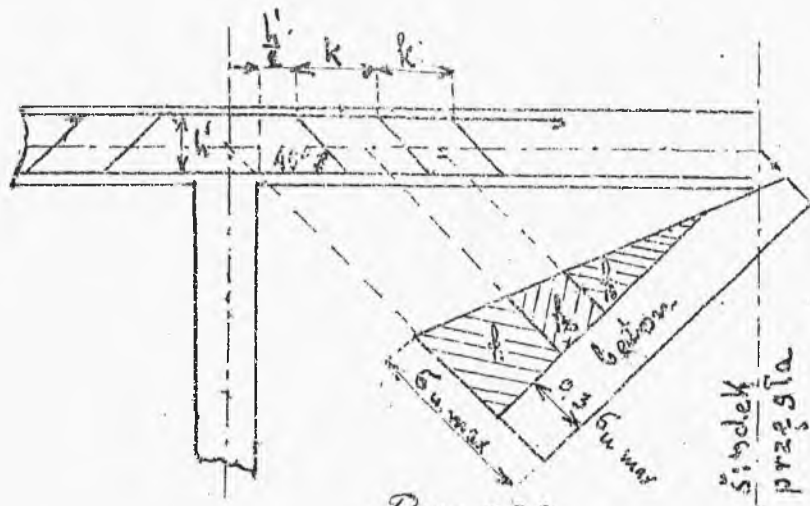


Rys. 121

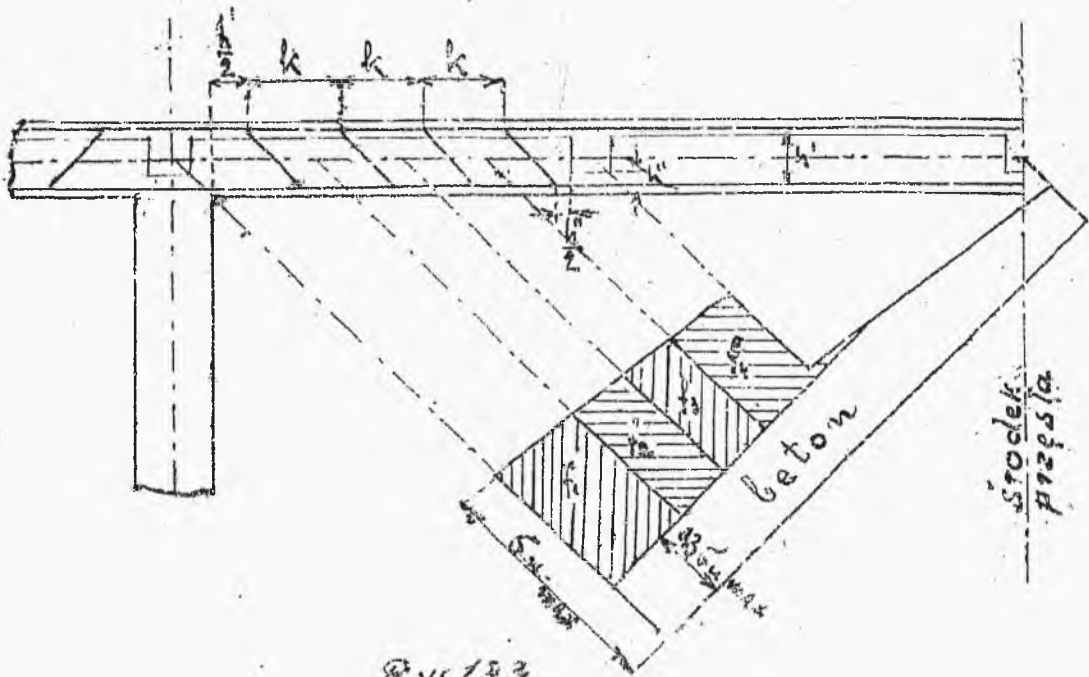
W prawidłowo uzbrojonej belce żelbetowej odległość pierwszego zagięcia od krawędzi opory winna się z  $a$  do  $a_c$  w granicach od  $\frac{h'}{2}$  do  $h'$  gdzie  $h'$  - odległość między zbrojeniem dolnym i górnym, zaś odstęp  $k$  między poszczególnymi prętami ukośnymi powinien równać się  $h'$  lub co najwyżej  $1.2h$  w wypadku gdy chcemy pewną ilość prętów ukośnych obsłużyć odpowiednio dłuższą połąć belki.

·Cdy belka jest ze skosem przy oporze /rys.121/ pierwsze odgięcie może być dalej od oporu, gdy zaś belka skosu niema /rys.122/, pierwsze odgięcie winno

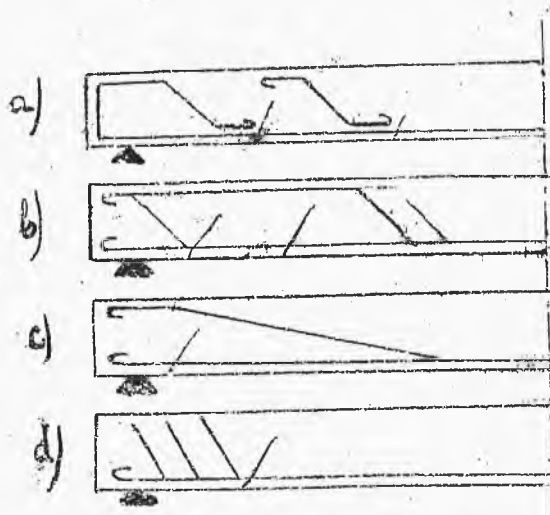




Rys 122



Rys 123



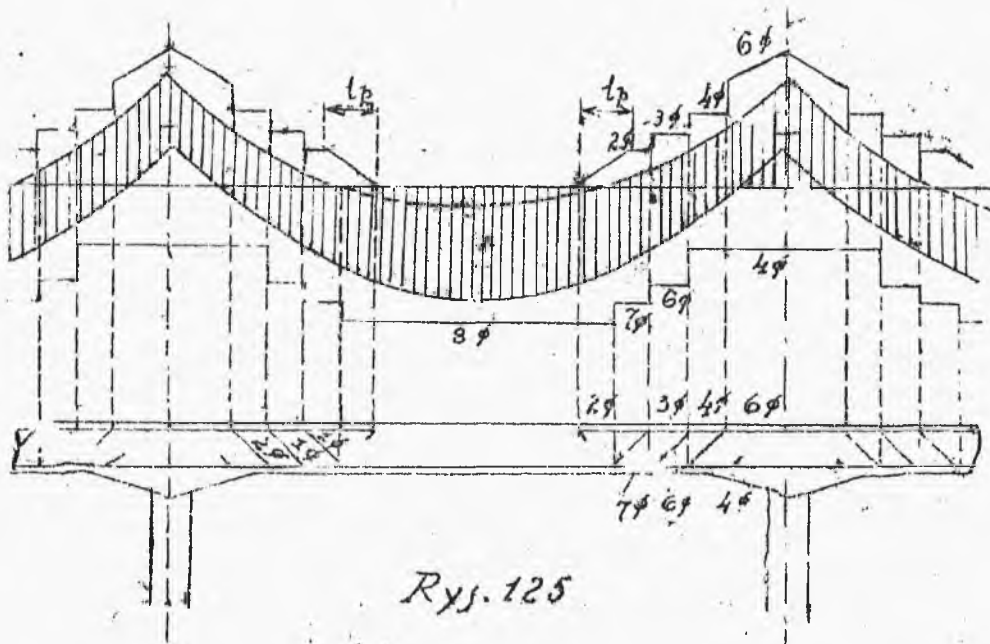
Rys. 124

być bliżej, w odległości  $\frac{l}{2}$  od krawędzi opory. Gdy belka /np. podciąg/ jest obciążona siłą skupioną pośrodku przęsła, pręty ukośne muszą być na całej długości przęsła, gdy zaś obciążona jest 3 siłami skupionymi jak na rys. 123, pręty ukośne muszą znajdować się od opory aż do pierwszej siły skupionej.

Na rys. 124 mamy przykłady charakterystycznych rys powstałych w belkach żelbetowych skutkiem nieprawidłowego rozmieszczenia prętów ukośnych.

Ponieważ przy zbliżaniu się ku oporom momenty dodatnie w belce się zmniejszają, a ujemne wzrastają,

więc część prętów uzbrojenia dolnego pasa odginamy pod  $45^\circ$  i dalej prowadzimy górą nad oporą. Te pręty odgięte służą jednocześnie do przeniesienia naprężeń rozciągających ukośnych.



Rys. 125

Aby wyznaczyć miejsca odgięć, ze względu na momenty panujące w belce, należy wykonać wykres maksymalnych i minimalnych momentów panujących w belce oraz wykres momentów jakie belka może przenieść /rys.125/.

Pręty muszą być tak odgięte, aby wykres momentów

jakie belka może przenieść całkowicie obejmował wykres momentów panujących w belce.

Niezależnie od wykresu momentów od  $\frac{1}{2}$  do  $\frac{1}{3}$  całkowitej ilości prętów w dolnym pasie belki należy przepuścić dołem nad oporą, celem należytego powiązania całości konstrukcji.

Jeżeli tych prętów odgiętych nie wystarczy do przeniesienia naprężeń rozciągających ukośnych, należy dać dodatkowe pręty ukośne /pręty "u" na rys. 121/, które jako mniej skutecznie działające lepiej jest umieszczać bliżej środka przęsła gdzie naprężenia ukośne są mniejsze.

W celu obliczenia naprężeń panujących w prętach ukośnych, wyliczamy maksymalne siły tnące w charakterystycznych punktach belki i na zasadzie wzoru /145/ lub /146/ lub /147/ znajdujemy naprężenie tnące  $\tau_b$  max. równe  $\delta_{tu}$  jak wiemy z paragrafu 22.

Rysujemy wykres naprężeń rozciągających ukośnych jak pokazane jest na rys. /121, 122 i 123/ i zgodnie z polskimi przepisami M.R.P. przyjmujemy, że część wykresu o wysokości  $0,3 \delta_{tu}$  max. przedstawia naprężenia które przejmuje sam beton, resztę zaś przejm-

muja pręty ukośne żelazno.

Do wykresu tego wprowadzamy osie prętów ukośnych i obliczamy półka wykresu przypadające na poszczególne grupy prętów.

Jeśli półka wykresu przypadające na pierwszą grupę prętów jest  $f$ , ilość prętów w tej grupie  $m$ , przekrój jednego pręta  $A_2$  i szerokość belki  $b$  to naprężenie w prętach ukośnych pierwszej grupy:

$$\sigma_{zu} = \frac{f \cdot b}{m \cdot A_2} \quad \dots\dots/155/$$

W ten sam sposób obliczamy naprężenia w pozostałych grupach prętów ukośnych. Jak widać z rysunków (121, 122 i 123/ w pierwszej grupie prętów najbliższej od opory, ilość prętów winna być większa niż w następnych.

Obliczenie powyższe nie jest zupełnie ścisłe, gdyż w rozciąganiu ukośnym biorą niewątpliwie udział i strzemięna pracujące zasadniczo na ścinanie, bowiem doświadczenia nad belkami obciążeniami aż do załamania wyraźnie wskazują, że w strzemionach powstają znaczne odkształcenia skutkiem rozciągania.

Jednakże ze względu na trudności prawidłowego rachunkowego ujęcia wpływu strzemion na ukośne rozciąganie pomijamy je, przypuszczając, że współpraca ich z prętami ukośnymi polega na tym, że wrazie powstania rysy w betonie przejmuje ona owe 30% naprężenia maximalnego, które nie było włączone w obliczenie prętów ukośnych.

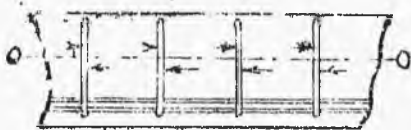
Ostatecznie więc, prawidłowe rozmieszczenie prętów ukośnych winno odpowiadać 3 następującym warunkom.

- 1/ Odległość pierwszego odgięcia od krawędzi opory powinna być w granicach od  $\frac{1}{3}h'$  do  $h'$ , oraz odstępy pomiędzy prętami ukośnymi powinny być w granicach od  $h'$  do  $2,2h'$ .
- 2/ Pręty muszą być tak odgięte, aby wykres momentów panujących w belce znajdował się wewnątrz wykresu momentów jakie belka może przenieść, przyczem odgiąć można od  $\frac{1}{3}$  do  $\frac{2}{3}$  całkowitej ilości prętów w dolnym pasie.
- 3/ Naprężenia w prętach ukośnych muszą być mniejsze od dopuszczalnego naprężenia dla żelaza.

Dopuszczalne naprężenie na ścinanie w betonie

wynosi podług rozmaitych przepisów od 3,5 do 4,5 kg/cm<sup>2</sup>. Ostatnie przepisy niemieckie podają 4 kg/cm<sup>2</sup>, zaś według polskich przepisów M. R. P. wynosi ono od 3,5 do 5,0 kg/cm<sup>2</sup>. W zależności od ilości cementu w 1 m<sup>3</sup> kruszywa

Jeżeli  $\xi_1$  obliczone podług wzoru /145/ lub /146/ lub /147/ jako  $\xi$  max. przekracza tę granicę, wtedy jest niezbędne bądź zmienienie kształtu belki /powiększenie  $d$  lub  $b$  / bądź dodanie uzbrojenia żelaznego,



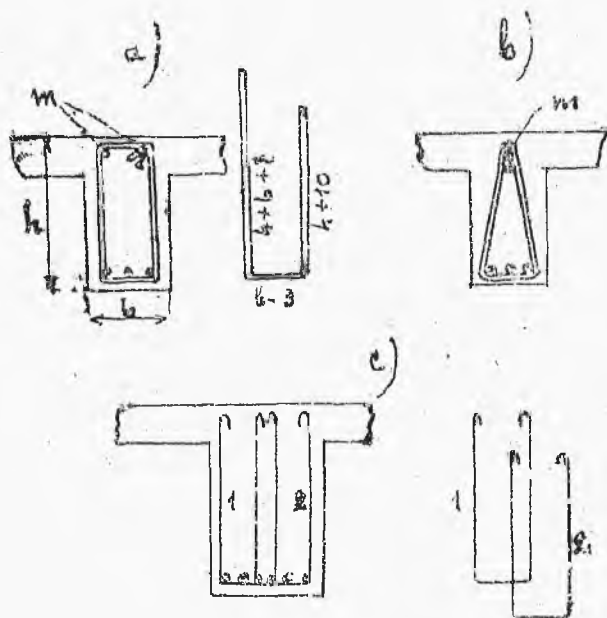
Rys. 126

Należy tu jednak zaznaczyć, że największa wartość  $\xi_2$  nie powinna przekraczać pewnej granicy, by uzbrojenie mogło być skuteczne. Granica ta leży między 10 a 14 kg/cm<sup>2</sup>. Ta

ostatnia wartość jest przepisana w Niemczech. Wzmacniamy beton przeciwko ścinaniu przez dodanie strzemion przecinających płaszczyznę ścinania /rys. 126/.

Strzemiona wykonywujemy z żelaza okrągłego cieńszego niż uzbrojenie główne, przeważnie średnica żela-

za strzemion wynosi około  $\frac{1}{3}$  średnicy żelaza po-  
dłużnego.

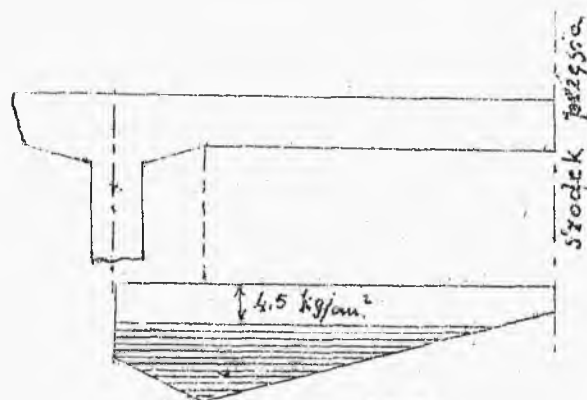


Rys. 127

Strzemiona mogą mieć rozmaite kształty /rys. 127/ niekiedy wspierają się na dodanych w górze belki specjalnych prętach montażowych /pręty "m" rys.127/.

W celu obliczenia strzemion znajdujemy podobnie jak przy obliczeniu prętów ukośnych, maksymalne naprężenia tnące w charakterystycznych przekrojach belki





Ryj. 128

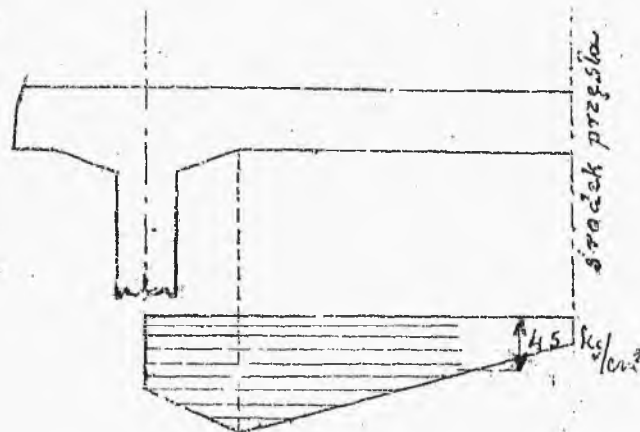
i rysujemy wykres naprężeń tnących.

Istnieje kilka hipotetycznych założeń, co do tego w jakim stopniu naprężenia ścinające poziome przejmuje beton, a w jakim stopniu strzemiona i pręty ukośne, które oprócz tego, że są rozciągane niewątpliwie mogą przenieść siłę ścinającą odpowiednią do przekroju pręta ukośnego mnożonego przez cosinus kąta pochylenia.

a/ Zakłada się, że beton w każdym przekroju belki podejmuje naprężenie dopuszczalne na ścinanie /około  $4,5 \text{ kg/cm}^2$ ./, resztę co jest ponadto po-

dejmują strzemiona, które mogą być naprężone do zwykłego dopuszczalnego naprężenia na ścinanie żelaza /rys.128/.

- b/ Przyjmujemy, że beton żadnego ścinania nie podejmuje. Z chwilą gdy naprężenie jest większe od dopuszczalnego, należy przenieść je całkowicie na strzemiona i pręty ukośne /rys.129/.

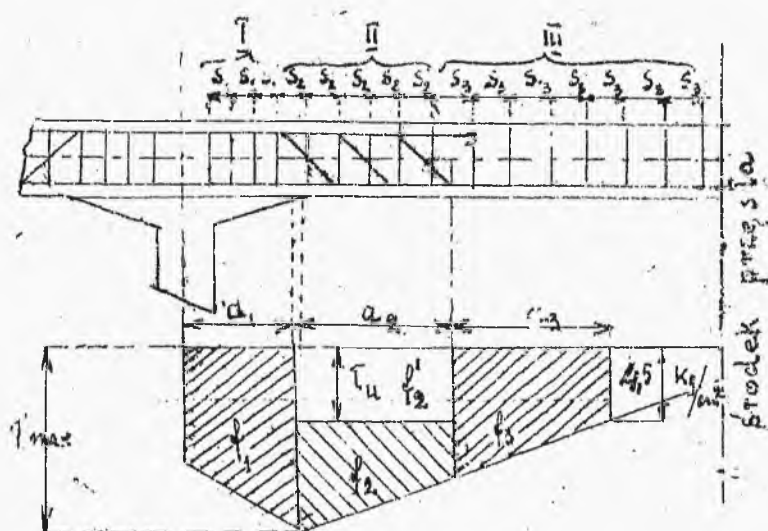


Rys. 129

- c/ Przyjmuje się /tak samo jak przy naprężeniach ukośnych obliczanych według przepisów M.R.P./ że gdy naprężenia ścinające są większe od dopuszczalnego na beton, mogą być przeniesione przez beton tylko w wysokości 30%. Resztę należy

przenieść na strzemiona.

Obliczenie rozstawu strzemion według założenia b/ przeprowadzamy w następujący sposób:



Rys. 130

Pole wykresu naprężeń przypadające na strzemiona

i pręty ukośne dzielimy na 3 części t.j.

1/ od opory do 1 pręta ukośnego jest to pole  $f_1$

/rys.130/

2/ pole odpowiadające części belki na której są

pręty ukośne. Od tego pola odejmujemy półko

o wysokości  $T_u$  przy czym  $T_u$  jest to naprężenie ścinające jakie przejmują pręty ukośne

$$T_u = \frac{\sqrt{2} A_u t_2}{b \alpha_2}$$

gdzie  $A_u$  - przekrój wszystkich prętów ukośnych z jednej strony opory  $t_2$  - dopuszczalne naprężenie dla żelaza na ścinanie.

$b$  - szerokość belki

$\alpha_2$  - długość belki na której są pręty ukośne

Po odjęciu otrzymamy pole  $f_2$

3/ pole  $f_2$  - odpowiadające długości belki od ostatniego pręta ukośnego do środka przęsła.

Jeśli pole przekroju jednego strzemiona oznaczymy przez  $A_3$  /przyczem strzemię może być pojedyncze podwójne jak na rys.127-c/, lub nawet potrójne/ to odstęp strzemion w pierwszej grupie

$$S_1 = \frac{A_3 t_2 \alpha_1}{f_1 b} \quad \dots/156/$$

Podobnie odstęp strzemion w drugiej grupie

$$S_2 = \frac{A_3 t_2 \alpha_2}{f_2 b}$$

i w trzeciej grupie:

$$S_3 = \frac{A_3 t_2 \alpha_3}{f_3 b}$$

Niezależnie od powyższego odstęp strzemion w żadnej grupie nie może być większy od połowy wy-

sokości belki czyli  $f \leq \frac{h}{2}$  Warunek ten wynika z konieczności odpowiedniego powiązania uzbrojenia podłużnego i musi być zachowany nawet w tym wypadku gdy naprężenia tnące w betonie są tak nieznaczne, że teoretycznie strzemiona wcale nie byłyby potrzebne.

Obliczenie odstępów strzemion według założenia c/ lub a/ przeprowadzamy w ten sam sposób, nie odejmujemy tylko w drugiej grupie strzemion pola  $f_2'$  odpowiadającego pracy prętów ukośnych na ścinanie. Przypuszczamy bowiem, że pręty ukośne przejmą owe 30% naprężenia maksymalnego /względnie  $4,5 \text{ kg/cm}^2$ , w założeniu a// które odjęliśmy od całego wykresu.

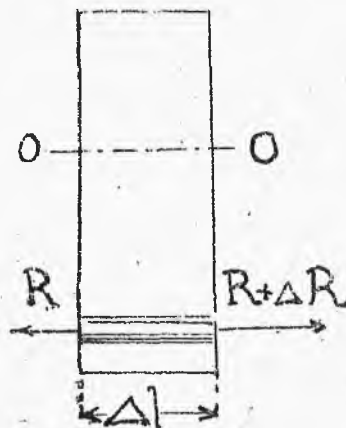
24. Przyczepność. Poglądy na obliczenie przyczepności uległy w ostatnich czasach znacznej ewolucji. Dawny pogląd jednak stale jednak zaleca się, chociaż będąc zapożyczony z teorii gięcia ciał jednorodnych, dla żelazobetonu jest on niezupełnie właściwy.

Scinanie powstające w belce pomiędzy żelazem i betonem na powierzchni ich zetknięcia, rozpatrujemy, jako poszczególny przypadek ścinania

poziomego /por rys.113 i 116/, które na przestrzeni pomiędzy osią obojętną i żelazem rozciąganiem jest podejmowane przez beton, na powierzchni zaś żelaza występuje jako przyczepność. Przyczepność stawia opór przesunięciu się prętów w betonie, gdy wskutek zmienności momentu gnącego siły rozciągającej przyczepione do dowolnie cienkiego wycinka

$\Delta l$  \*belki /rys.131/ są różnej wielkości po obu stronach wycinka. Siła przyczepności na jednostce długości prętów będzie  $\frac{\Delta R}{\Delta l}$ . Jeżeli obwód wszystkich prętów przechodzących przez ten wycinek nazwiemy  $\Omega$ , a wycinek weźmiemy znikomo cienki, to naprężenie przyczepności wyrazi się:

$$\tau_p = \frac{1}{\Omega} \frac{dR}{dx} \quad \dots/157/$$



Rys. 131

Wzór ten da nam bardzo *różne* wyniki, zależnie od tego czy uwzględniamy beton na rozciąganie, czy też całe ono przenosi się tylko na żelazo. Na oporach, gdzie naprężenie przyczepności osiąga

największego znaczenia, rozciąganie w żelazie spada do zera, a w belkach ciągłych i umocowanych przechodzi w ściskanie, ściśle więc biorąc przekrój betonu mógłby być rozpatrywany jako znajdujący się w fazie I /por. rys. 117-a/. Powszechnie jednak oblicza się  $\tau_p$  w przypuszczeniu istnienia fazy II.

Z /39/ mamy:  $R = \frac{M}{q}$

stad  $\frac{dR}{dt} = \frac{1}{q} \frac{dM}{dt} = \frac{Q}{q}$  .../158/

gdzie  $Q$  jest siłą poprzeczną, tnącą belkę w danym przekroju. Ponieważ z /145/ mamy:

$\frac{Q}{q} = b \tau_{max}$  więc

$\tau_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{Q}{q} = \frac{b \tau_{max}}{\sqrt{2}}$  .../159/

Według tego wzoru największa przyczepność jest tam gdzie jest największa siła poprzeczna, więc na oporze.

W belce, w której wszystkie pręty przechodzą prosto nad oporą wzór ten, acz bardziej empiryczny niż teoretyczny, może być uważany za racjonalny, gdy

jednak, co ma miejsce zawsze, część prętów przed oporą zagina się ukośnie ku górze. wzór ten daje zbyt duże naprężenia i widocznie mija się z prawdą. To też najnowsze przepisy niemieckie zalecają w tym ostatnim wypadku brać w rachubę tylko połówkę  $Q$  dla obliczenia przyczepności podług wzoru /159/.

Największe naprężenie przyczepności ma miejsce przy największym  $\alpha$ , więc w punkcie zetknięcia się z linią momentów stycznej, przeprowadzonej od końca prętów żelaznych. Prof. Marcichowski radzi obliczać  $T$  i wszystkie z nią związane wartości w równaniach /161/ i /162/ dla miejsca belki, gdzie występuje największy moment zginający, twierdząc, że takie obliczanie daje najbardziej zgodne wyniki z wynikami doświadczeń. Sposób ten obliczania przyczepności daje możliwość wzięcia w rachubę przedłużenia prętów poza oporem /długość  $\zeta$  / jak również uwzględnienie wpływu zakończenia ich hakami. Austrijskie przepisy, które zalecają ten nowszy sposób obliczenia przyczepności, pozwalają również uwzględniać wpływ haków w ten sposób, że hak prosto - lub ostrokątnie jest równoznaczny z przedłużeniem zakotwionej części pręta na



długość równą 4 jego średnicom, hak okrągły -  
12-tu średnicom.

Im większa liczba prętów składa się na  
dany przekrój  $A_z$  - tem ogólny ich obwód  $\Omega$   
jest większy, a naprężenie przyczepności, przy  
innych warunkach niezmiennych będzie mniejsze.  
Stąd wypływającymi względami należy się kierować  
przy wyborze średnicy  $\delta$  prętów uzbrojenia

Ze wzoru /159/, przyjmąwszy, że liczba  
prętów stanowiących, pas rozciągany belki, wy-  
nosi  $k$  przy obciążeniu równomiernem  $p$  kg/cm  
bież. mamy równania dla belki swobodnie leżącej  
na oporach:

$$I_p k \pi \delta = \frac{Q}{\rho} = \frac{\rho l}{2g} \quad \dots /164/$$

$$k = \frac{\pi \delta^2}{4} \delta_2 = \frac{M}{\rho} = \frac{\rho l^2}{6g} \quad \dots /165/$$

dzieląc /165/ na /164/, otrzymamy:

$$\delta_2 = l \frac{I_p}{6g} \quad \dots /166/$$

dla belki częściowo zamocowanej gdy  $M_s = \frac{\rho l^2}{24}$

$$\delta_2 = \frac{2}{3} l \frac{I_p}{6g} \quad \dots /167/$$

dla belki leżącej swobodnie i skupionym ciężarem

$$\sigma_3 = 2l \frac{\sigma_p}{\sigma_2} \quad \dots /138/$$

Jeżeli weźmiemy zwykłe naprężenie  $\sigma_p$   
4,5 kg/cm<sup>2</sup>. i  $\sigma_2 = 1000$  kg/cm<sup>2</sup>, to

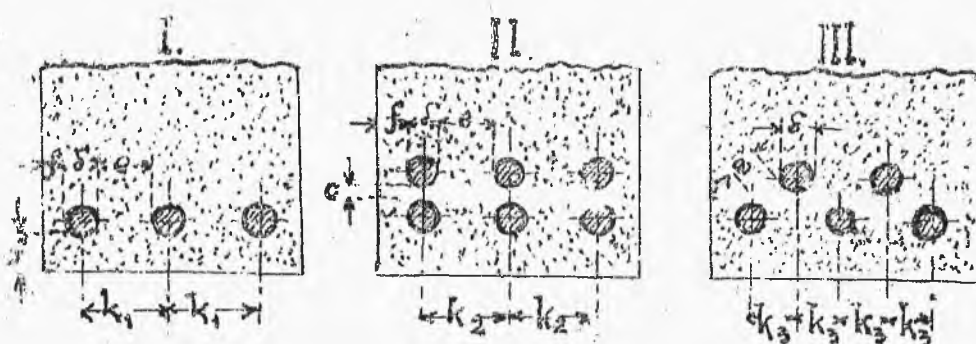
$$\sigma_1 = \frac{1}{222} l \quad \dots /166-a/$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{333} l \quad \dots /167-a/$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{111} l \quad \dots /168-a/$$

Praktycznie starać się należy, by średnica prętów nie była większe od 1/300 rozpiętości. Obliczenie przyczepności jest zresztą wysoce empiryczne, to też najnowsze przepisy niemieckie pozwalają wcale nie obliczać tego naprężenia, o ile pręty są zakończone hakami i średnica prętów nie jest zbyt wielka, dodajmy - i znajduje się w pewnym stosunku do rozpiętości.

25. Rozstawienie prętów w przekroju. Pręty w przekroju belki rozmieszczamy w jednej warstwie /rys.132, I/ lub w dwóch warstwach nad sobą leżących. W tym ostatnim wypadku pręty mogą leżeć



Rys. 132

wprost nad sobą /rys. 132, II/ lub być posunięte tak, że każdy górny pręt znajduje się w jednakowych odstępach od dwóch najbliższych dolnych /rys. 132, III/.

W bardzo rzadkich wypadkach, to znaczy przy wyjątkowych wysokościach belek, pręty umieszcza się w 3-ch warstwach. Przy rozmieszczaniu prętów mieć należy na widoku, żeby odstęp pomiędzy prętami, jak również pomiędzy temi ostatnimi i szalowaniem były dostateczne ze względu na betonowanie, t. zn. ażeby beton wszędzie mógł

się przedostać i otoczyć pręty całkowicie i pokryć je dostatecznie grubą warstwą. Odstępy pomiędzy prętami w świetle  $\bar{c}$ , jak również ich odległość od szalowania  $f$  nie może wynosić w żadnym wypadku mniej niż 2 cm. Gdy pręty są grubsze od 20 mm, odstęp ten powinien być co najmniej 3 cm. Wyjątkowo, w cienkich płytach odstęp ten robi się 1,5 cm. Grubość warstwy betonu, wynosząca 2 cm. wzgl. 1,5 cm. jest uważana za wystarczającą ochronę żelaza od rdzewienia i od wpływu wysokiej ciepłoty przy pożarach.

Pozatem odstępy pomiędzy prętami winny być zachowane takie, ażeby naprężenia przyczepności mogły być należycie wyzyskane. Nazwijmy naprężenie przyczepności  $\tau_p$ , zaś naprężenie na ściskanie w betonie  $\sigma_b$ .

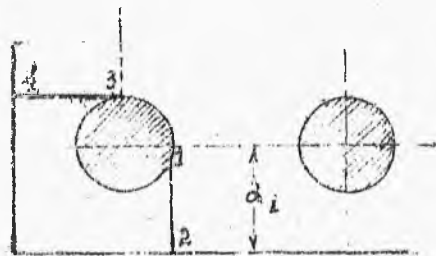
Rozpatrzmy krańcowy pręt w wypadku I /rys. 132/ będąc wyciągany pręt może bądź przewyciężyć naprężenie przyczepności na swej powierzchni, bądź ścisnąć beton po liniach 1 - 2, 3. Oczywiście winno być /rys. 133/:

$$\sqrt{5} \tau_p \leq 2\sigma_b, \tau_p \text{ stąd } a, \geq \frac{\sqrt{5}}{2} \frac{\tau_p}{\sigma_b} \dots /139/$$

Ponieważ pręty są zakończone hakami przyjmijmy tu  $\tau_p \approx 7 \text{ kg/cm}^2$ , zaś  $\tau_b \approx 14 \text{ kg/cm}^2$  wobec istnienia strzemion. Wtedy  $\tau_p : \tau_b = 0,5$   
 Wzór /169/ daje wówczas:

$$a_1 \approx 0,78 \delta \quad \dots /170/$$

Odstęp pomiędzy prętami w wypadku I-szym



Rys. 133

/rys 132/ określi-

my z warunku by opór ścinania po linii 12534 nie był mniejszy niż na obwodzie pręta więc

$$(k_1 - \delta) \tau_b + \frac{\pi \delta}{2} \tau_p \geq \dots /171/$$

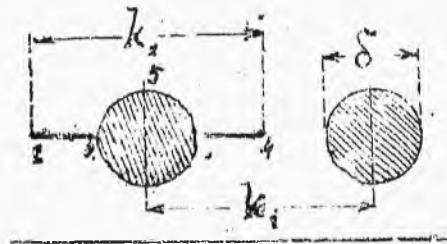
skąd

$$k_1 \geq \delta \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\tau_p}{\tau_b} + 1 \right) \quad \dots /172/$$

Wstawiając tu wyżej wymienione wartości

otrzymamy:

$$k_1 \geq 1,78 \delta \quad \dots /173/$$



Rys. 134.

Prakty-

cznie przyjmuje-

my dla żatwosci

betonowania:

$$k_1 = 2,5\delta \quad \dots /173-a/$$

Rozpatrując wy-

padek II i III

/rys. 132/ należy

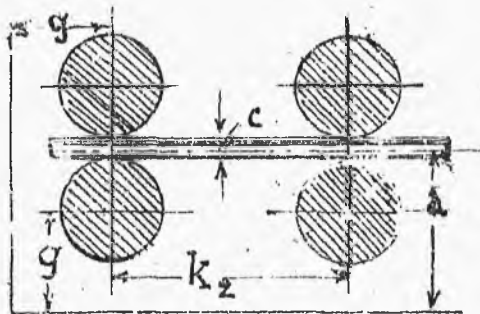
pamiętać, że ze

względów konstrukcyjnych pomiędzy warstwami prętów podłużnych w pewnych odstępach przekłada się poprzeczne krótkie pręty, do których pręty podłużne zostają przywiązane drutem cienkim. Pozwala to na należyte sztywne ułożenie armatury i pozostawia pomiędzy warstwami prętów warstwę betonu o grubości  $C$ , równej grubości poprzecznych prętów /rys. 135/.

Dla skrajnej pary prętów musi być nierówność:

$$2g \tau_b \geq \pi \delta \tau_p + (2\delta + 2r) \tau_b$$

$$g \geq \frac{\pi \delta \tau_p}{2 \tau_b} + (\delta + c) \quad \dots /174/$$



Rys. 135

Wstawiając

$$\frac{\tau_p}{\tau_b} = 0.5$$

jak wyżej i biorąc najczęściej spotykany w praktyce wypadek, że

$$c = \frac{1}{2} \delta$$

$$g \geq 2.28 \delta \quad \dots/175/$$

Odległość  $a$  od spodu belki do środka ciężkości uzbrojenia będzie :

$$a = g + \frac{\delta}{2} + \frac{c}{2}$$

, co przy powyższych założeniach

wyniesie:

$$a = 3.03 \delta \quad \dots/176/$$

Odległość  $k_2$  winien czynić zadość nierówności:

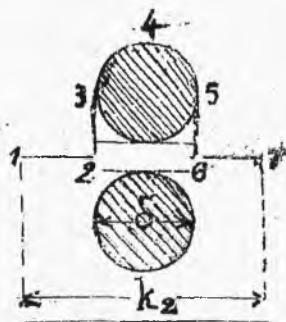
$$(k_2 - \delta) \tau_b + (\delta + c) \tau_b + \frac{\pi \delta}{2} \tau_p \geq \pi \delta \tau_p + 2(\delta + c) \tau_b \quad \dots/177/$$

$$k_2 \geq \frac{\pi \delta}{2} \frac{\tau_p}{\tau_b} + 2\delta + c \quad \dots/178/$$

Co przy założeniach powyższych wyniesie:

$$k_2 \geq 3.28 \delta \quad \dots/179/$$

W wypadku III odstępy pręta krańcowego  
otrzymamy podobnie jak w wypadku I-szym z /169/  
i /170/.



Rys. 136

Odstępy  
 $k_2$  w wypadku  
III-cim otrzyma-  
my zakładając,  
że w kierunku  
ukośnym między  
środkami prętów  
sąsiednich odle-  
głość winna pozos-  
tać  $k_1$  podług

wzoru /172/, skąd /rys.137/

$$k_1 \geq \sqrt{R_1^2 - (\delta + c)^2} \delta \quad \dots /180/$$

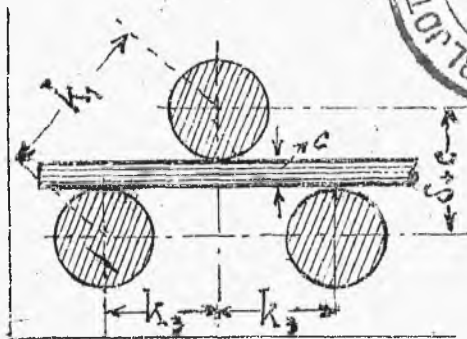
Wprowadzając założenie przytoczone powy-  
żej otrzymamy:

$$k_1 \geq \delta \sqrt{2.5^2 - 1.5^2} = 1.155 \dots /181/$$

Na rys. 138 są wskazane praktyczne i zao-  
krąglone wartości, jakie należy uwzględnić:

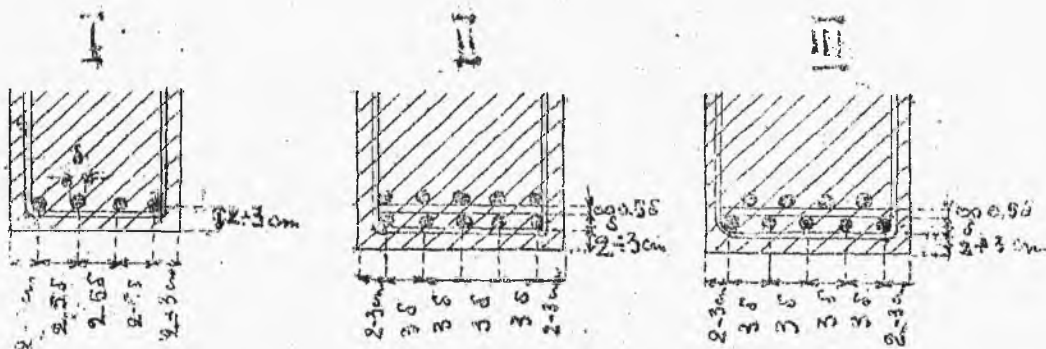
Według polskich przepisów M.R.P. odstęp  
prętów dla tego samego rodzaju wzmocnienia po-





Rys. 137

...en być w  
...etle równy lub  
...ekazy od gruboś-  
ci pręta, nie powi-  
nien jednak scho-  
dzić niżej, 2 cm.  
ani też przekra-  
cząć 20 cm lub  
1 i 1/2 krotnej  
grubości płyty.



26. Ściskanie mimośrodowe. Gdy siła ściska-  
jąca słup żelbetowy nie znajduje się na osi środka  
ciężkości jego żelbetowego /z  $n$  -krotnem uwzględ-  
nieniem przekroju żelaza/ pola przekroju, ma miejsce

ściskanie mimośrodowe, czyli jednoczesne ściskanie i gięcie.

Dopóki siła znajduje się w granicach rdzenia przekroju - rozciąganie nie występuje i cały przekrój obliczamy podług fazy I czyli jak dla ciała jednorodnego z  $n$  -krotnem uwzględnieniem żelaza. Z chwilą, gdy siła wyjdzie z rdzenia przekroju zjawia się rozciąganie i obliczenie winno być przeprowadzone dla fazy II. Celem uproszczenia obliczeń przepisy niemieckie pozwalają trzymać się fazy I nawet w tym ostatecznym wypadku, lecz tylko dopóki rozciąganie w betonie  $\leq 5 \text{ kg/cm}^2$ .

Gdy siła  $P$  działa na mimośrodzie  $m$  od środka ciężkości  $S$  słupa/ to moment gnący wynosi  $Pm$  /rys. 139/:

Wzrostanie ogólne będzie:

$$\sigma = \frac{P}{A_{zb}} + \frac{Pmy}{J_{zb}} = P \left[ \frac{1}{A_{zb}} + \frac{my}{J_{zb}} \right] \dots /132/$$

Jeżeli  $\frac{1}{A_{zb}} > \frac{my}{J_{zb}}$ , to mamy z obu stron przekroju ściskanie. jeżeli jest odwrotnie, to z jednej strony przekroju występuje ściskanie, z drugiej - rozciąganie. Gdy siła znajduje się na gra-

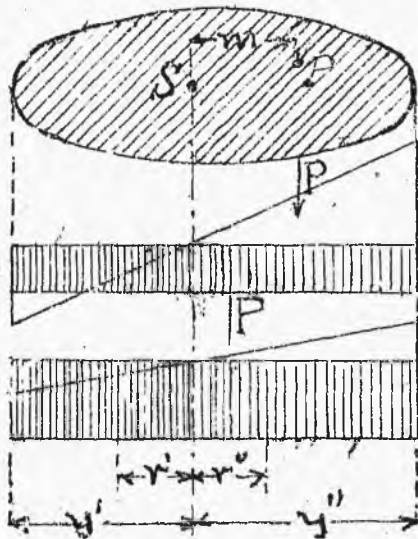
nicy rdzenia przekroju wtedy

$$\frac{1}{A_{zb}} - \frac{my}{J_{zb}} = 0$$

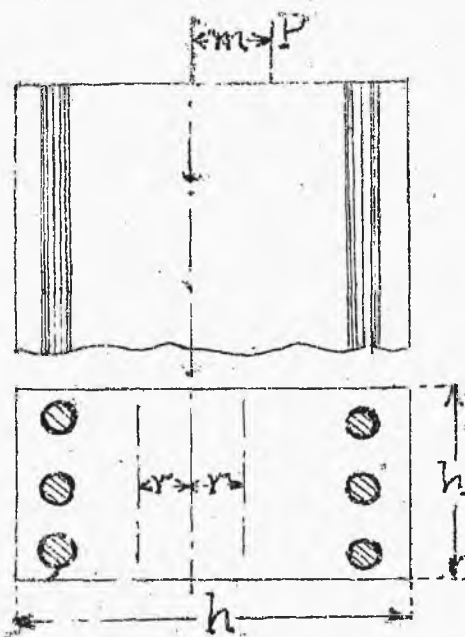
czyli

$$\frac{1}{A_{zb}} = \frac{my}{J_{zb}}$$

.../183/



Rys. 139



Rys. 140

Nazwiemy tę odległość  $\tau$  od środka ciężkości /przy której ma miejsce równanie 183/ przez

$\tau'$  wzgl.  $\tau''$  /rys.139/, zastępując nią  $m$

w /183/ otrzymamy:

$$I' = \frac{J_{zb}}{A_{zb}y'} \quad ; \quad I'' = \frac{J_{zb}}{A_{zb}y''} \quad \dots /184/$$

Obliczamy  $I'$  czyli rozmiar rdzenia przekroju w przekroju płyty żelbetowej z uzbrojeniem symetrycznym /rys. 140/. zawartość żelaza jest  $\varphi = \frac{A_{zb}}{bh}$  zaś odstęp żelaza od powierzchni betonu założymy

$$a = \frac{3}{10} h$$

Będziemy mieli przy  $m = 15$

$$J_{zb} = \frac{bh^3}{12} + m\varphi bh \left( \frac{h}{2} - \frac{h}{10} \right)^2 = bh^3 \left[ \frac{1}{12} + 2.4\varphi \right] \quad \dots /185/$$

$$A_{zb} = bh + m\varphi bh = bh(1 + 15\varphi) \quad \dots /186/$$

$$y = \frac{1}{2} h$$

Wstawiając to do wzorów /184/ otrzymamy:

$$I' = \frac{bh^3 \left[ \frac{1}{12} + 2.4\varphi \right]^2}{bh(1 + 15\varphi)h} = \frac{2h \left[ \frac{1}{12} + 2.4\varphi \right]}{1 + 15\varphi} \quad \dots /187/$$

Jeśli obliczamy  $I'$  dla rozmaitych zawartości żelaza  $\varphi$ , znajdziemy, że im większe  $\varphi$  tem jest większy rdzeń przekroju, gdyż tem większe jest  $I'$  np.

$$\left. \begin{array}{l} \text{dla } \rho = 0 \quad , \quad T = \frac{1}{6} h = 0,167 h \\ \text{" } \rho = 0,01 \quad T = \frac{1}{5,65} h = 0,176 h \\ \text{" } \rho = 0,02 \quad T = \frac{1}{4,95} h = 0,202 h \end{array} \right\} \dots /188/$$

i t.d.

Gdy wynikowa  $P$  w wszystkich sił ściskających słup posiada bardzo znaczny mimośród /wykraczający poza rdzeń przekroju/ wtedy obliczenie naprężeń opieramy zasadniczo na fazie II-ej.

Oznaczamy odległość punktu przyłączenia siły  $P$  do krawędzi ściskanej prostokątnego przekroju słupa przez  $K$  /rys.141/ i z podobieństwa trójkątów mamy:

$$\sigma_1' = \sigma_b n \frac{x-a'}{x} \quad \text{z} \quad \sigma_2' = \sigma_b n \frac{h-x-a}{x} \quad \dots /189/$$

Dalej, mamy równanie momentów około punktów  $O$  z uwzględnieniem /189/:

$$P(x-h) + A_2 \sigma_b n \frac{(h-x-a)^2}{x} + \sigma_b \frac{x^3}{6} + A_1 \sigma_b n \frac{(x-a')^2}{x} \quad \dots /190/$$

oraz równanie sił pionowych:

$$P + A_2 \sigma_b n \frac{h-x-a}{x} = \sigma_1' \frac{x^2}{2} + A_1 \sigma_b n \frac{x-a'}{x} \quad \dots /191/$$

Jeżeli wstawimy wartość  $P$  ze /191/ do równania /190/, to otrzymamy równanie trzeciej

potęgi dla  $X$

$$X^3 - 3kX^2 + \frac{6r}{b} [A_2(h-ak) - A_2'(k-a')]X -$$

$$- \frac{6r}{b} [A_2(h-a)(h-a-k) - A_2'a'(k-a')] = 0 \quad \dots /192/$$

Z równania /191/ określimy  $\sigma_b$

$$\sigma_b = \frac{2Px}{X^3 + 2A_2'k(X-a') - 2A_2'k(h-a')} \quad /193/$$

Równania /192/, /193/ oraz /189/ pozwalają obliczyć naprężenia w zadanym prostokątnym przekroju żelbetowym.

Gdy przekrój jest symetryczny, czyli gdy

$$A_2 = A_2' \quad \text{oraz} \quad a = a',$$

wzory powyższe przekształcają się jak następuje:

$$X^3 - 3kX^2 + \frac{6r}{b} A_2(k-2k)X -$$

$$- \frac{6r}{b} A_2[(h-a)^2 + a^2 - kh] = 0 \quad \dots /194/$$

$$\sigma_b = \frac{2Px}{bx^2 + 2rA_2(2x-h)} \quad \dots /195/$$

Wielka trudność rachunkowa przedstawia rozwiązanie równań trzeciego stopnia, określających położenie osi obojętnej /192/ oraz /194/. Dla

uproszczenia tych obliczeń w praktyce istnieją tablice, lub też wykresy. W braku tychże prościej jest znaleźć  $X$  drogą próbnych obliczeń, niż przy pomocy wzorów Cardan'a. Nazwijmy w równaniu

/194/

$$A_2 = A'_2 = \varphi b h; \quad a = \alpha h; \quad x = \zeta h; \quad k = \mu h$$

Wtedy zamieni się ona w równanie:

$$\zeta^3 - 3\mu\zeta^2 + 6n\varphi(1-\mu)\zeta - 6n\varphi(1-\alpha)^2\alpha^2\mu = 0. \quad /196/$$

Zaznaczając, że przybliżenie można przyjąć  $\alpha = 0,08$  wyliczamy dla rozmaitych znaczeń

$\varphi$  i  $\mu$ , wartość  $\zeta$ , co jest zestawione w tablicy V-ej

Należy zaznaczyć jeszcze, że /rys.141/

$$M = m p$$

zaś

$$m = s - k$$

W symetrycznym przekroju

$$s = \frac{h}{2}$$

skąd

$$M = A \left( \frac{h}{2} - k \right)$$

Tablica F

$\mu$	$\varphi =$			
	0.008	0.809	0.010	0.015
		$\xi =$		
0.30	—	—	—	—
.28	.960	.970	.980	—
.26	.915	.925	.935	.970
.24	.872	.883	.893	.930
.22	.834	.845	.856	.892
.20	.798	.810	.820	.860
.18	.767	.778	.790	.827
.16	.738	.749	.760	.799
.14	.710	.721	.732	.771
0.12	.687	.698	.710	.750
.10	.664	.676	.688	.730
.08	.643	.657	.668	.710
.06	.627	.640	.650	.695
.04	.609	.622	.633	.678
.02	.594	.608	.620	.663
0	.580	.595	.607	.650
.10	.527	.541	.553	.597
.20	.490	.505	.518	.560
.30	.465	.478	.490	.532
.40	.445	.459	.470	.511
.50	.420	.442	.455	.544
.60	.418	.430	.441	.431
.70	.407	.419	.430	.470
.80	.399	.410	.421	.462
.90	.391	.403	.415	.455
1.00	.385	.397	.408	.448
1.20	.375	.385	.398	.437
1.40	.368	.378	.389	.428
1.60	.360	.370	.381	.420
1.80	.355	.366	.377	.415
2.00	.350	.361	.372	.410
2.50	.342	.353	.364	.401



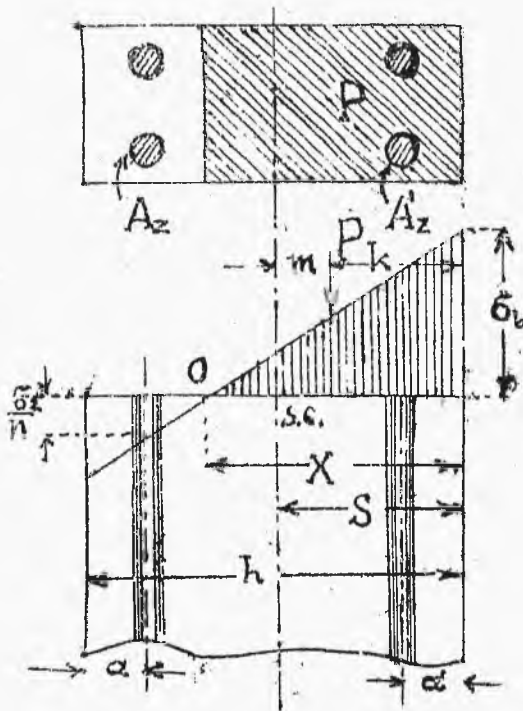
Stosunek

$$\mu = \frac{K_1}{h} = \frac{s - m_2}{h} = \frac{1}{h} \left( \frac{M}{P} \right)$$

skąd

$$\mu = \frac{1}{h} \frac{M}{P}$$

/198/



Rys. 141

29. Wyboczenie. Jak pokazuje doświadczenie, słupy żelbetowe są bardzo sztywne i ulegają wyboczeniu dopiero przy znacznej wiotkości, t.j. zn. gdy stosunek ich długości do grubości

jest bardzo znaczny. Istotnie nawet przy  $\frac{l}{b} = 28$

nie zawsze wyboczenie następuje. To też przepisy zadają obliczenia słupów na wyboczenie dopiero

gdy wartość przekroczy pewną granicę np. 15,20.

Obliczenie na wyboczenie bywa dokonywane przy pomocy wzoru Eulera, podług którego siła powodująca wyboczenie słupa o końcach przegibnych będzie

$$P_w = \frac{\pi^2}{6^2} E J_{zb} \quad \dots/199/$$

Siłę nośną  $P$  obliczamy ze współczynnikiem bezpieczeństwa 10-krotnym, czyli

$$P = \frac{1}{10} P_w$$

Przyjmąwszy dalej  $E = 140000 \text{ kg/cm}^2$ , przy bezpieczeństwie 10-krotnym, niezbędny moment bezwładności przekroju będzie przybliżenie

$$J_{zb} = 70,7 P l^2 \quad \dots/201/$$

gdzie  $J_{zb}$  jest w  $\text{cm}^4$ ,  $P$  - w tonach,  $l$  - w metrach.

Ponieważ wzór Eulera opiera się na prawie Hooke'a, któremu to prawu żelbet właściwie nie ulega, większą zgodność wyników doświadczenia i obliczenia otrzymujemy stosując wzór Rankine'a.

$$P = \frac{A_{zb} \sigma_c}{1 + k \left( \frac{l}{r} \right)^2} \quad \dots/202/$$

przy  $k = 0,0005$  stosownie do rezultatów, jakie otrzymał w tym względzie Bach. Oznacza tu  $l$  długość słupa,  $i = \sqrt{\frac{J_2 b}{A_2 b}}$  = ramię bezwładności. Należy naczytać należy, że wzór Rankine'a jest właściwie obliczeniem słupa na ściskanie mimośrodowe /por. wzór /183/, przy mimośrodku  $m = k \frac{l^2}{y}$ , gdzie  $y$  jest odległością od środka ciężkości przekroju do jego ściskanej krawędzi. Istotnie, wstawiając do /182/ ten mimośrodek otrzymamy:

$$\sigma_b = \frac{P}{A_2 b} + \frac{P m y}{J_2 b} = \frac{P}{A_2 b} \left[ 1 + \frac{k l^2}{i^2} \right] \quad \text{czyli}$$

wzór /202/.

Przepisy austriackie żądają obliczenia na wyboczenie wówczas, gdy stosunek  $\frac{l}{i}$  /długości słupa od najmniejszego ramienia bezwładności/ przekracza 60. W tym wypadku naprężenie dopuszczalne na wyboczenie  $\sigma_w$  otrzymujemy z wzoru:

$$\sigma_w = \alpha \sigma_b$$

.../203/

przyczem  $\alpha < 1$  i wylicza się z wzoru:

$$\alpha = 1,72 = 0,012 \frac{l}{i}$$

.../204/

skąd przy

$$\frac{l}{i} = 60; \quad \alpha = 1$$

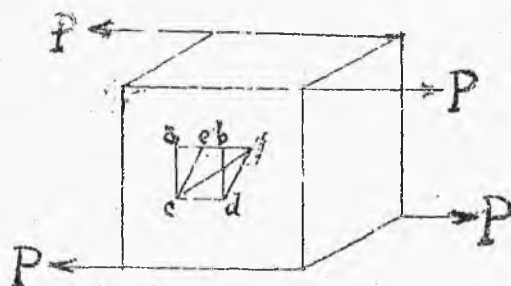
Pod  $\sigma_4$  należy rozumieć dopuszczalne  
naprężenie na ściskanie przy obciążeniu posio-  
dn.

Przepisy szwajcarskie dopuszczają na wybo-  
czenie naprężenie podług wzoru

$$\sigma_w = \frac{\sigma_b}{1 + 0.0001 \left(\frac{L}{d}\right)^2} \quad \dots / 104-a/$$

Polskie normy obliczenia słupów na wybocze-  
nie podane w §...

28. Skręcanie. Jest to rzadki wypadek wytrzy-  
małości w budownictwie żelbetowem. dlatego jest  
mało zbadany, i przepisy nie przewidują metody obli-  
czenia w tej mierze. Należy zdać sobie sprawę z ro-  
dzaju i kierunku uzbrojenia, które wznocnić może  
beton poddany skręcaniu. Jeżeli na powierzchni gra-  
niastosłupa wydzielimy elementarny kwadrat  $abcd$   
/rys 142/ to pod wpływem skręcającej pary się nastą-  
pi odkształcenie, w skutek którego kwadrat zamieni  
się na romb  $cdef$ , przyczem przekątnia  $cb$  wydłu-  
ży się i zajmie położenie  $cf$ . Niewątpliwie więc  
w kierunku pod kątem  $45^\circ$  do osi graniastosłupa. mamy  
do czynienia z rozciąganiem. Badanie próbek żelbeto-  
wych na skręcanie wykazuje, że istotnie zmienia się

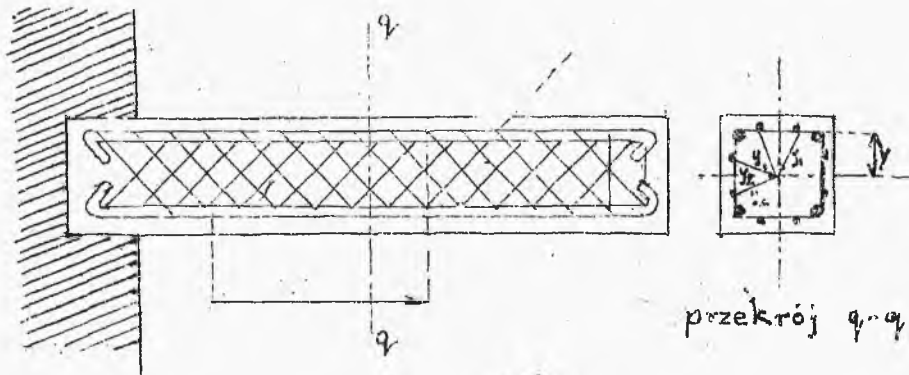


Ry. 142.

się na ich powierzchni rysy pod tym samym kątem. Stąd jest widoczne, że uzbrojenie na skręcanie winno się składać ze spirali żelaznej o dużym skoku  $S$  tak by poszczególne zwoje tworzyły z osią słupą kąt około  $45^\circ$  /rys.143/.

Jeśli siły panujące, w poszczególnych prętach uzwojenia będą  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ , a odległości tych prętów od środka przekroju będą odpowiednio  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$  to moment skręcający belkę będzie:

$$M_{skr.} = \frac{P_1}{\sqrt{2}} y_1 + \frac{P_2}{\sqrt{2}} y_2 + \frac{P_3}{\sqrt{2}} y_3 + \dots + \frac{P_n}{\sqrt{2}} y_n$$



Rys 143.

gdy przekroje  $A_k$  wszystkich prętów uzwojenia są równe sobie, to siły w poszczególnych prętach będą:

$$P_1 = A_k \sigma_{z1} ; P_2 = A_k \sigma_{z2} ; P_n = A_k \sigma_{zn}$$

oraz gdy przypuścimy, że wszystkie cząstki danego przekroju prostopadłego do osi obróciły się o ten sam kąt skręcenia, to naprężenia będą proporcjonalne do odległości od osi obrotu

$$\frac{\sigma_{z1}}{\sigma_{z2}} = \frac{y_1}{y_2}$$

analogicznie

$$\sigma_{z2} = \sigma_{z1} \frac{y_2}{y_1}$$

$$\sigma_{zn} = \sigma_{z1} \frac{y_n}{y_1}$$

czyli możemy napisać:

$$M_{skr} = \frac{A_k}{\sqrt{2}} \left[ \sigma_{z1} y_1 + \sigma_{z2} y_2 + \dots + \sigma_{zn} y_n \right] =$$
$$= \frac{A_k}{\sqrt{2}} \sigma_{z1} \left[ \frac{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + \dots + y_n^2}{y_1} \right] \quad \dots /205/$$

Jeśli  $y_1$  będzie odległością pręta najdalej położonego od osi obrotu i zamiast  $\sigma_{z1}$  wstawimy wartość dopuszczalnego naprężenia na rozciąganie dla żelaza, to wzór /205/ da nam wartość największego momentu skręcającego jakim belkę można obciążyć.

Gdy przekrój belki jest symetryczny względem obu osi głównych to

$$M_{skr} = \frac{4 A_k \sigma_z}{\sqrt{2}} \left[ \frac{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_k^2}{y_1} \right]$$

gdzie  $y_1, y_2, y_k$  są odległości od osi belki prętów uzwojenia znajdujących się na jednej krawędzi belki. Odległości te naogół różnią się od siebie bardzo minimalnie i przybliżenie można napisać

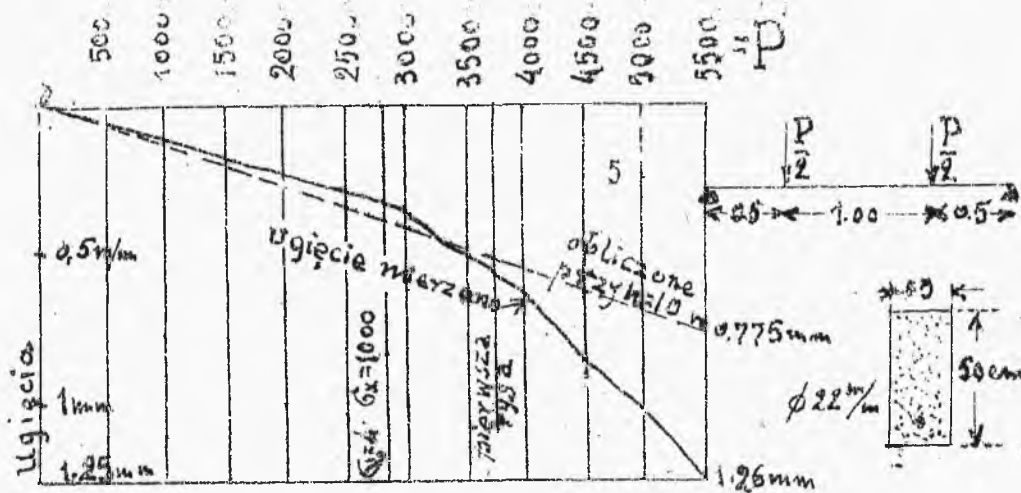
$$M_{skr} = 2 \sqrt{2} A_k \sigma_z k y \quad \dots /206/$$

gdzie  $k$  - ilość prętów uzwojenia na jednej krawędzi  
 $y$  - odległość uzwojenia od osi belki /rys.

143/.

29. Ugięcie belek. Obliczenia naprężeń dokonywamy rozpatrując belkę w fazie II, czyli gdy znajduje się ona w warunkach bliskich do zakłamania, gdy chodzi wszakże o określenie ugięć w warunkach istotnych bezpiecznych obciążeń belek, niewątpliwie będziemy bliżej od prawdy, gdy założymy fazę I-szą, a więc  $E_{br} = E_{bs} = \text{stała}$ . W tych też warunkach stosunek  $n = 15$  nie odpowiada jak wykazują doświadczenia rzeczywistości. Lepiej się tu zgadza wartość  $n = 10$ . Do chwili, gdy się zaczęły pojawiać w betonie rysy obliczenie ugięć według wzorów dla ciąż jednorodnych z  $n$ -krotnym uwzględnieniem żelaza daje wyniki zgodne z doświadczeniem. Dalej zjawisko się komplikuje i nie poddaje się ściślejszej analizie. Zaznaczyć należy, że samo-mierzenie ugięć w ustrojach żelbetowych, jako statycznie niewystarczalnych i monolitycznie zbudowanych, napotyka na znaczne trudności, gdyż w pobliżu odkształconej belki nie pozostaje stałego punktu do oparcia instrumentów mierniczych skoro cały ustrój się odkształca /por. rys. 10-c/.





Rys. 144

Praktycznie biorąc w granicach używalności ustroju odkształcenia obliczamy jak dla ciała jednorodnego przy  $n = 10$ . Rys. 144 jest przykładem ugięć belki prostokątnej, obciążonej symetrycznie dwoma skupionymi ciężarami. Jak widzimy, do chwili zjawienia się pierwszego pęknięcia zgodność z teorią jest bardzo wyraźna.

Celem przekonania się o wytrzymałości ustroju poddajemy go obciążeniu próbnemu, przy którym są mierzone ugięcia. O ile te ostatnie nie przekraczają

przewidywanych wielkości, ustrój jest uważany za bezpieczny i wytrzymały. Zaznaczyć tu należy, że tego rodzaju próby dają właściwie odpowiedź tylko negatywną, t.j. gdy ugięcia są zbyt duże dowodzi to, że ustrój nie jest dosyć bezpieczny, gdy jednak ugięcia te są małe nie pozwala to z należytą pewnością wnioskować o wytrzymałości ustroju, gdyż np. słabe połączenia na oporach mogą odbić się mało na ugięciu niemniej przeto być niebezpiecznymi. Gdy jednak ugięcia są duże, a zwłaszcza gdy ugięcia stałe są duże w stosunku do ugięć elastycznych - sądzić należy, że ustrój ulega pewnemu nadwyrężeniu pod wpływem obciążenia, nie jest zatem za słaby. Niemieckie przepisy śądają, aby w 12 godzin po zdjęciu obciążenia pozostawało nie więcej niż  $1/4$  tego ugięcia, jakie miało miejsce pod obciążeniem leżącym godzin 12.

30 Naprężenia powstające w kominach wskutek różnicy temperatur. Ścianka komina znajduje się podczas funkcjonowania tego ostatniego pomiędzy gazami spalinowymi i powietrzem zewnętrznym. Temperatura gazów spalinowych wynosi w połączeniu z ciepłem około 250 C. Gazy w miarę podnoszenia się

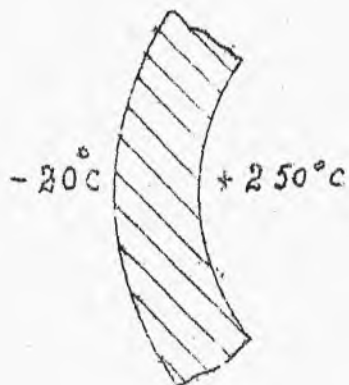
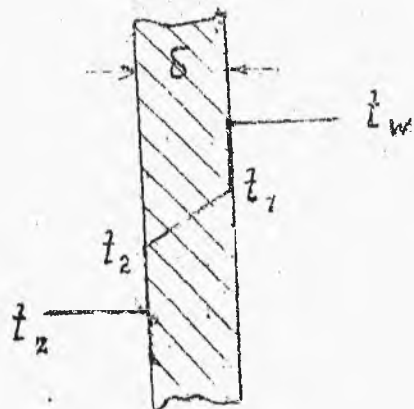
w kominie tracą nieco ciepła, tak że temperatura ich spada mniej więcej o  $1^{\circ}\text{C}$ . na każdy metr podniesienia się w kominie. Jeżeli wziąć temperaturę powietrza w najbardziej niekorzystnym wypadku -  $20^{\circ}\text{C}$ . to różnica pomiędzy temperaturami gazów z jednej i z drugiej strony ścianki będzie:

$$t_1 - t_2 = 250^{\circ} - (-20^{\circ}) = 270^{\circ}\text{C}$$

Różnica temperatur na powierzchniach ścianki będzie oczywiście mniejsza z powodu oporów powierzchniowych. Różnicę  $t_1 - t_2$  /rys.52/ obliczamy ze wzoru:

$$t_1 - t_2 = \frac{\frac{W\delta}{K_1} (t_1 - t_2)}{2 + \frac{W\delta}{K_2}} \quad \dots /50/$$

gdzie  $W$  - ilość ciepła /w kaloriach/, która się traci na powierzchniach ścianki przy  $1^{\circ}\text{C}$ . różnicy temperatur i  $1\text{ m}^2$ . powierzchni,  $K_1$  - ilość ciepła, które przejdzie w godzinę przez  $1\text{ m}^2$ . przekroju danego ciała przy  $1\text{ m}$ . grubości  $1^{\circ}\text{C}$ . różnicy temperatur.



Rys 5?

Między be-  
tonem i powietrzem

$W =$  - około 4,5.

Dla betonu

$K_j = 0,3$  do  $0,6$

przeciętnie  $0,15$ .

Gdy wstawimy

te wartości do wzoru

/50/ otrzymamy:

$$t_1 - t_2 = \frac{10\delta(t_w - t_2)}{2 + 10\delta} \quad /51/$$

przez  $\delta$  jest  
to grubość ścianki  
w metrach.

Dla wyżej po-  
danych  $t_w$  i  $t_2$

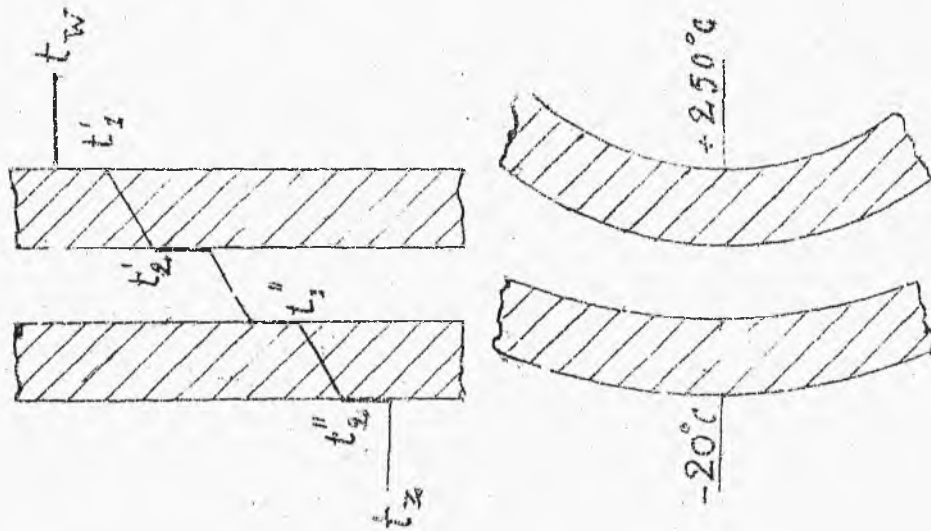
i grubości ścianki

$\delta = 0,15$  otrzymamy:

$$t_1 - t_2 = \frac{10 \cdot 0,15 \cdot 270}{2 + 10 \cdot 0,15} = 116^\circ C$$

Jeżeli nie brać wypałku krańcowego, można  
uważać, że normalnie w kominach  $t_1 - t_2 = 60^\circ$  do  $90^\circ C$ .

Przy ściankach podwójnych spadek temperatury przedstawi się linią wykresu /rys.53/ i w każdej ściance przy tych samych założeniach ogólnych, spadek  $t_1 - t_2$  wyniesie około  $30^\circ\text{C}$ . Należy



zaznaczyć, że wskutek dowolności współczynników obliczenie powyższe nie jest ścisłe i daje jedynie przybliżone pojęcie o stanie rzeczy.

Napreżenia powstające od temperatury.

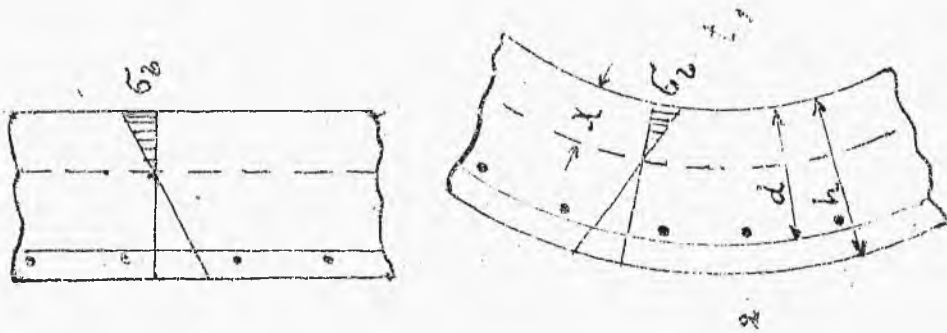
Założmy, że spadek temperatury odbywa się po linii prostej w grubości ścianki i że współczynnik rozszerzalności betonu i żelaza jest jednakowy /przeciętnie  $\epsilon = 0,000012$  do  $0,00001$ /, ścianka

pozostawiona samej sobie i zupełnie swobodna. Będąc w ten sposób nagrzana wygięłaby się. Jeżeli wygięcie się jej jest powstrzymane, to oczywiście powstaną w niej naprężenia wynikające z odkształcenia włókien, wydłużonych nie jednakowo wskutek różnic temperatury. Różnica temperatur  $t_1 - t_2$  wywołała jednostkowe wydłużenie  $\Delta$  włókien krańcowych. Wskutek powstrzymania odkształcenia ścianki, włókna z zimnej strony rozciągną się o  $\Delta_2$ , zaś ze strony gorącej skrócą się o  $\Delta_1$ , przyczem jest oczywiste, że

$$\Delta_2 + \Delta_1 = \Delta$$

Każde z tych odkształceń odpowiada pewnemu naprężeniu, mamy więc wypadek gięcia płyty żelbetowej, gięcia określonego sumą odkształceń krańcowych włókien. W kominie zjawisko to ma miejsce zarówno w pierścieniach jak i w pasach pionowych /rys. 54/.

Rozpatrzmy to zagadnienie najprzód w fazie II. Oznaczmy w danej płycie żelbetowej, jednostronnie nagrzanej, a nie mogącej się swobodnie odkształ-



ció,  $\bar{T} = t_1 - t_2$  - różnicę temperatur w stopniach  $^{\circ}\text{C}$  pomiędzy powierzchnią betonu /bardziej nagrzanego/ i żelazem /mniej nagrzanem/. Dane jest pozatem  $A_z$  - przekrój żelaza oraz  $d$  - rechunkowa grubość płyty, skąd zawartość żelaza  $\gamma = \frac{A_z}{bd}$ . Położenie osi obojętnej jest wobec tego wiadome, gdyż  $x = \alpha d$  gdzie

$$\alpha = 12\gamma \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{11\gamma}} \right)$$

/patrz Cz. I wzór 33-a/.

Skoro suma odkształceń włókien ściśniętych i rozciąganych jest nam wiadoma, mianowicie:

$$\frac{\sigma_1}{E_1} + \frac{\sigma_2}{E_2} = \epsilon \tau$$

czyli

$$\frac{\sigma_1}{E_1} + \frac{\sigma_2}{nE_1} = \epsilon \tau E_1$$

skąd

$$\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{n} = \epsilon \tau E_1$$

i jest nam wiadome położenie osi obojętnej, wyznaczmy naprężenie z podobieństwa trójkątów /rys 55/. Wtedy

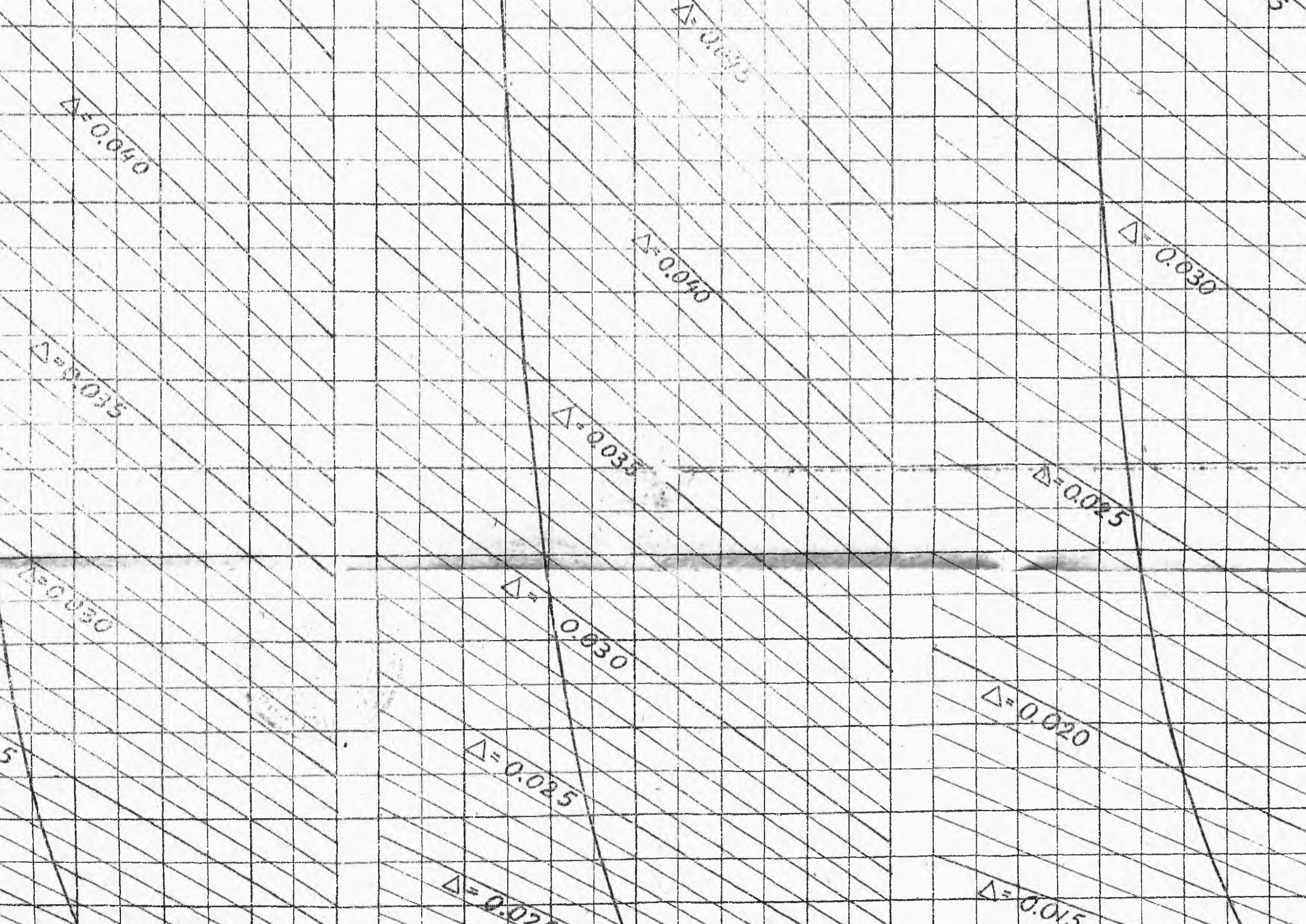
$$\sigma_1 = \alpha \epsilon \tau E_1 \quad \dots /52/$$

$$\sigma_2 = n(1-\alpha) \epsilon \tau E_1 \quad \dots /53/$$

Jak widać z powyższych wzorów, naprężenia te przy określonej zawartości żelaza:  $\rho$ , są zależne jedynie od różnicy temperatur  $\tau$ , gdyż wzory dla każdego określonego  $\rho$  przyjmują postać:

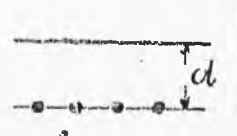






# TABLICA

do obliczania płyt żelbet. z uwzgl. ich ciężaru własnego



$$d = \sqrt{l^2 \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{q}{l^2} (p + 50)} \right]} \quad \left\| \quad \frac{ql^2}{M} = \mu \right.$$

$l$  - rozpiętość w m;  $d$  - w cm;  $p$  - obciążenie na płycie  $\text{kg/m}^2$ .  
 zawartość żelaza  $\varphi = \frac{A_s}{bd} \quad \sigma_s = 1000 \text{ kg/cm}^2 \quad n = 15$

$\mu$	$\sigma_s = 30$		$\sigma_s = 35$		$\sigma_s = 40$		$\sigma_s = 45$		$\sigma_s = 50$	
	$\varphi$	$\rho$	$\varphi$	$\rho$	$\varphi$	$\rho$	$\varphi$	$\rho$	$\varphi$	$\rho$
8	.3602	.2314	.2812	.2963	.2282	.3653	.1912	.4359	.1634	.5102
10	.2881	.2893	.2250	.3704	.1825	.4566	.1529	.5449	.1307	.6378
12	.2401	.3471	.1875	.4445	.1521	.5479	.1274	.6538	.1089	.7652
14	.2058	.4049	.1607	.5185	.1304	.6392	.1092	.7628	.0933	.8928
16	.1801	.4628	.1406	.5962	.1141	.7305	.0956	.8718	.0817	1.0203
$\varphi =$	0.00465		0.00602		0.00750		0.00906		0.01071	

$\sigma_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$

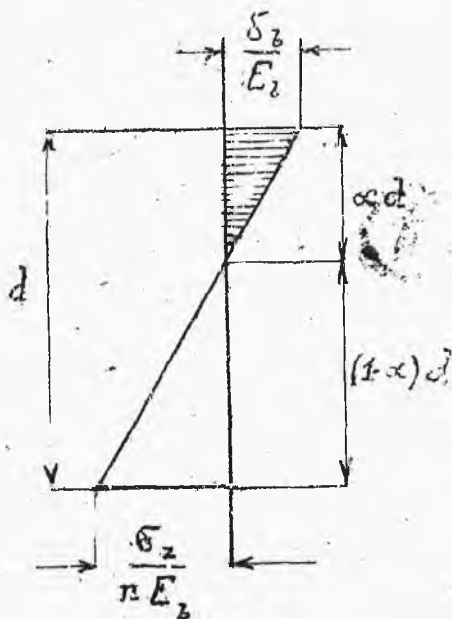
$\mu$	$\sigma_s = 30$		$\sigma_s = 35$		$\sigma_s = 40$		$\sigma_s = 45$		$\sigma_s = 50$	
	$\varphi$	$\rho$	$\varphi$	$\rho$	$\varphi$	$\rho$	$\varphi$	$\rho$	$\varphi$	$\rho$
8	.4025	.2070	.3133	.2660	.2534	.3289	.2098	.3972	.1790	.4657
10	.3220	.2588	.2506	.3325	.2027	.4111	.1678	.4965	.1432	.5821
12	.2683	.3106	.2088	.3990	.1689	.4933	.1399	.5958	.1193	.6985
14	.2300	.3623	.1790	.4655	.1448	.5755	.1199	.6951	.1023	.8149
16	.2012	.4141	.1566	.5320	.1267	.6578	.1049	.7943	.0895	.9314
$\varphi =$	0.00341		0.00433		0.00555		0.00675		0.00801	

$$\sigma_b = B_s T$$

.../54/

$$\sigma_z = Z T$$

.../55/



Ryf. 35

gdzie współczynniki  $B_s$  i  $Z$  są zależne jedynie od wartości stałych i od  $\gamma$ .

Ponieważ sprawa pęknięcia kominów od temperatury jest związana z naprężeniami rozciągającymi, jakie powstają w betonie, należy zwrócić uwagę na naprężenie też w żelazie,

t.j. przy uwzględnieniu betonu na rozciąganie.

Rozpatrzmy najprzód wypadek, gdy współczynniki sprężystości betonu na ściskanie i na rozciąganie nie mogą być przyjęte jako sobie równe, więc:

$$E_{br} : E_{bs} = \mu = 1$$

Nie tu  $\rho$  oznacza zawartość żelaza w całym przekroju, czyli  $\rho = \frac{A_z}{bh}$ , zaś  $T$  niech będzie różnicą temperatur pomiędzy wzmocnieniami betonu. Ze wzoru /135/ części I, zakładając  $\chi = \alpha h$  oraz przyjmując, że żelazo znajduje się w środku ciężkości trójkąta naprężeń rozciągających otrzymamy /rys. 56/

$$\alpha h = \frac{\frac{bh^2\alpha^2}{2} + \frac{bh^2}{2} - \frac{bh^2\alpha^2}{2} + n\gamma bh^2 \frac{2+\alpha}{3}}{b\alpha h + bh - b\alpha h + n\gamma bh}$$

skąd

$$\alpha = \frac{\frac{1}{2} + n\gamma \frac{2+\alpha}{3}}{1 + n\gamma}$$

Rozwiązanie tego równania daje:

$$\alpha = \frac{3 + 4n\gamma}{6 + 4n\gamma}$$

/55/

W wypadku, gdy współczynniki  $E_{bs}$  i  $E_{br}$  nie są równe czyli:

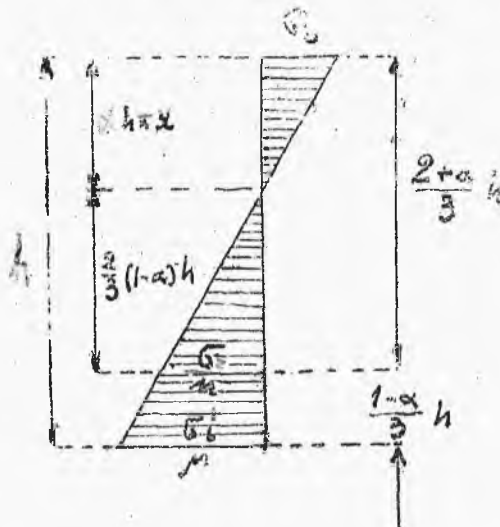
$$E_{bs} : E_{br} = \mu \neq 1$$

z tego samego wzoru /135/ cz. I otrzymamy:

$$\alpha h = \frac{\frac{b\alpha^2 h^2}{2} + \mu b \frac{h^2 - \alpha h^2}{2} + n\gamma b h^2 \frac{2+\alpha}{3}}{b\alpha h + \mu b(h - \alpha h) + n\gamma b h}$$

skąd po uporządkowaniu i rozwiązaniu w stosunku do  $\alpha$  otrzymamy:

$$\alpha = -\frac{3\mu + 2n\gamma}{3(1-\mu)} + \sqrt{\left[\frac{3\mu + 2n\gamma}{3(1-\mu)}\right]^2 + \frac{3\mu + 4n\gamma}{3(1-\mu)}} \quad \dots/57/$$



Rys. 55

Jest oczywiste, że na zasadzie wyżej przytoczonego rozumowania otrzymamy /rys.55/

$$\sigma_b = \alpha \varepsilon^T E b_s \quad \dots/58/$$

$$\sigma'_b = \mu(1-\alpha) \varepsilon^T E b_s \quad \dots/59/$$

$$\sigma_2 = \pi \frac{2}{3} (1 - \alpha) \epsilon \tau E \epsilon_s \quad \dots /50/$$

jak widzimy więc, wszystkie naprężenia posiadają postać równań /54/ i /55/ ninowicie.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_b &= B_s \tau \\ \sigma_b' &= B_r \tau \\ \sigma_z &= Z \tau \end{aligned} \right\} \quad \dots /51/$$

próczem współczynników  $B_s, B_r$  i  $Z$  są zależne jedynie od prężności żelaza  $\rho$  i od kilku wartości stałych. Współczynniki te, jak to widać z postaci wzorów /61/, są to naprężenia, jakie powstają w odnośnych włóknach przekroju przy  $1^\circ\text{C}$ . różnicy temperatur pomiędzy powierzchniami ścianami kotłowni.

Na załączonym wykresie są umieszczone krzywe  $B_s, B_r$  i  $Z$ , czyli naprężenia,  $\sigma_b, \sigma_b'$  i  $\sigma_z$  przy  $1^\circ\text{C}$ . różnicy temperatur ( $\tau = 1^\circ\text{C}$ ) / dla pewnych przypadków, w których współczynnik rozszerzalności od temperatury przyjęto na  $1^\circ\text{C}$ .  $\epsilon = 0,000012$ .

1/ Faza I a,  $\mu = 1, E_{bs} = E_{br} = 210000, \pi = 10$

2/ Faza I b,  $\mu = 1, E_{bs} = E_{br} = 140000, \pi = 15$

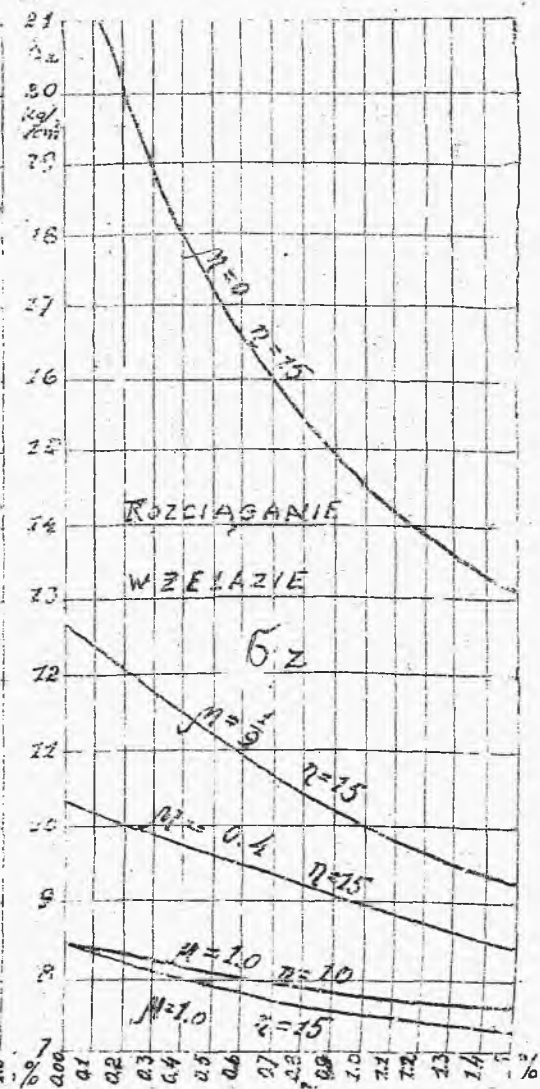
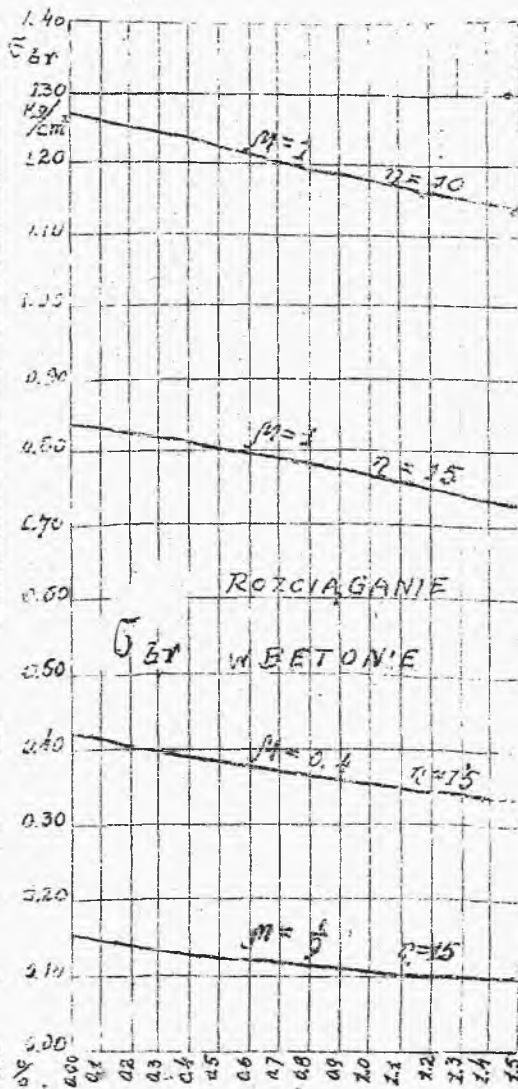
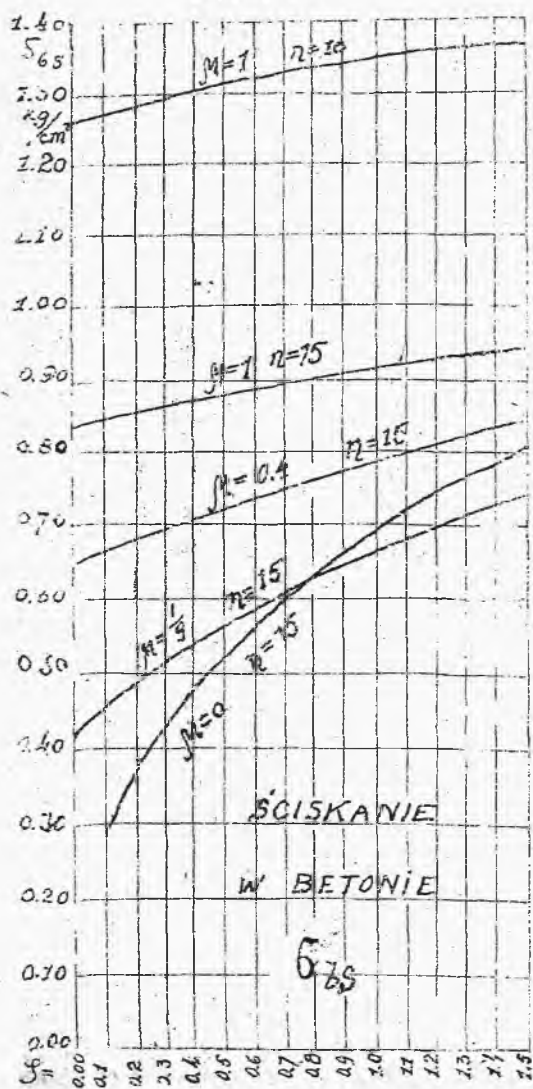
- 3/ Faza I b,  $\mu = 0.4$ ,  $E_{bs} = 140000$ ,  $\eta = 15$
- 4/ Faza I b,  $\mu = 0.111(\frac{1}{9})$ ,  $E_{bs} = 140000$ ,  $\eta = 15$
- 5/ Faza II,  $E_{bs} = 140000$ ,  $\eta = 15$

Wypadek 4/ został podany jedynie dlatego, że z tych czy innych powodów w niektórych podręcznikach niemieckich tak nieprawdopodobne  $\mu = \frac{1}{9}$  bywa przytaczane.

Z wykresu można wyciągnąć następujące wnioski:

- a/ Stosunki  $\mu$  i  $\eta$  współczynników sprężystości /zwłaszcza  $\mu$ / mają duży wpływ na naprężenia. Dlatego, jeżeli obliczenie ma dać realne wskazówki co do naprężeń panujących w przekrojach, stosunki te muszą być dobrane zupełnie realnie. Opierając się na wynikach ostatnich doświadczeń należy stwierdzić, że  $\mu$  jest bliskie 1.
- b/ Naprężenia rozciągające w betonie przy zwykłej choćby różnicy temperatur powierzchni  $\Delta T = 80^\circ C.$  są naogół bardzo duże i przekraczają wytrzymałość najlepszych betonów na rozciąganie.

# WYKRES NAPREZEŃ PRZY RÓŻNICY TEMPERATUR = 1°C



0.03



c/ Dodawanie żelaza w pasie rozciągającym bardzo mało wpływa na zmniejszenie naprężeń rozciągających w betonie.

Przepisy M.R.P. dotyczące obliczeń statycznych w budownictwie lądowym z dn. 2 września 1927 r.

VII Konstrukcje żelbetowe./Bryła podw.  
inż. str. 1457 - 1463/.

Z n a k o w a n i e.

- $A$  - pole przekroju.
- $J$  - moment bezwładności
- $N$  - moment statyczny.
- $E$  - współczynnik sprężystości.
- $\delta$  - naprężenie ściskające lub rozciągające.
- $\tau$  - naprężenie ścinające lub przesuwające.
- $\tau_1$  - naprężenie przyczepności.
- $Q$  - siła poprzeczna zewnętrzna.
- $M$  - moment sił zewnętrznych.
- $q$  - ramie wewnętrzного momentu, odległość od środka ściskania do środka rozciągania belki.
- $P$  - siły wewnętrzne skupione.

- p* - obciążenie użytkowe na jednostkę  
długości lub na jednostkę powierzchni.
- g* - obciążenie ciężarem własnym j.w.
- δ* - średnica prętów żelaznych.
- n* - stosunek spólcz. sprężystości:  $\frac{E_2}{E_1}$
- ρ* - stosunek zawartości żelaza,  $\frac{A_2}{A_1}$

Wskaźniki dolne oznaczają:

- Z* - żelaza
- b* - betonu
- Zb* - żelazobetonu, przekroju zastępczego,  
por. rys. 70, 90a i in.
- bs* - betonu na ściskanie.
- br* - betonu na rozciąganie.
- Zs* - żelaza na ściskanie.
- Zr* - żelaza na rozciąganie.

W każdym wypadku, gdy znaki powyższe są użyte, w innym znaczeniu lub gdy są wprowadzone inne znaki są one wyjaśnione w tekście lub na rysunku.



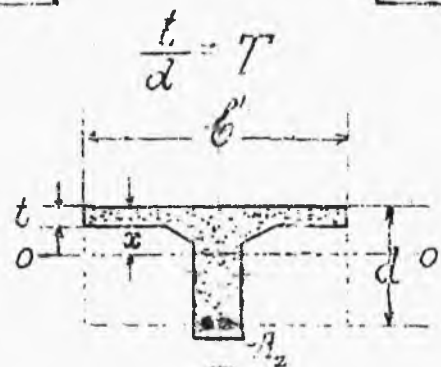
# T A B Ł I C A

DO WYZNACZANIA NAPRĘŻEŃ W BELKACH TEOWYCH I PROSTOKĄTNYCH

SPÓŁCZYNNIKI Z.

SPÓŁCZYNNIKI

.09	.008	.007	.006	.005	.004	.003	.002	.001	ψ	.001	.002	.003	.004	.005	.006	.007	.008	.009
128.17	146.47	170.88	205.05	256.31	341.72	512.52	1024.66			22.77	21.90	21.61	21.47	21.38	21.33	21.28	21.25	21.22
131.36	150.11	174.91	210.07	262.51	349.83	524.22	1045.22			14.67	12.87	12.27	11.97	11.79	11.66	11.59	11.52	11.45
134.47	153.62	179.13	214.80	268.21	356.97	533.53	1055.63			13.31	10.57	9.65	9.18	8.90	8.71	8.58	8.48	8.38
								1053.91		13.28								
137.38	156.86	182.76	218.92	272.91	362.36	538.57				7.97	8.72	8.09	7.70	7.44	7.26	7.12	7.02	6.92
						533.94				9.94								
139.92	159.59	185.70	222.03	274.91	364.69						8.47 <sup>5</sup>	7.64	7.19	6.86	6.63	6.45	6.35	6.25
					364.75						8.47 <sup>2</sup>							
				276.93								7.60						
141.90	161.60	187.64	223.68											7.02	6.62	6.34	6.12	5.92
			222.89											7.01				
		188.26													6.58			
143.11	162.59															6.24	5.99	5.79
	162.65															6.23		
143.40																	5.98	5.78
143.30																		5.78
143.30																		5.78



$$\sigma_z = Z \cdot \frac{M}{b^2 d^2}$$

$$\frac{A_z}{b^2 d} = \psi$$

$$\sigma_b = B \cdot \frac{M}{b^2 d^2}$$

Liczby pod grubą linią dotyczą wypadku gdy  $t > x$ ; stosować do przekrojów prostokątnych.

## Errata

Str.	Wzrost	Jest	Wiemno być
67.	14	$\lambda = \frac{\delta^m}{E} \dots (4)$	$\lambda = \frac{\delta^m}{E'} \dots (1)$
68.	2	$E \delta_s = \frac{E'}{m \delta^m} \dots (2)$	$E \delta_s = \frac{E'}{m \delta^m} \dots (2)$
68.	3-4	$\delta = 35 \text{ kg/cm}^2$	$\sigma = 35 \text{ kg/cm}^2$
71.	12	$\tau_c = \sqrt{\delta_r \cdot \delta_s}$	$\tau_c = \sqrt{\sigma_r \cdot \sigma_s}$
79.	13	$\tau_p = \frac{P}{\pi \delta^2}$	$\tau_p = \frac{P}{\pi \sigma^2}$
93.	—	wydrukowanego str. 83	str. 85
87.	5	$K_b = \frac{P}{\delta_z (1 + \eta^2)}$	$K_b = \frac{P}{\sigma_z (1 + \eta^2)}$
89.	13	$K \leq 12 \delta'$	$K \leq 12 \sigma'$
89.	14	$K^L = 20 \delta' \dots (13)$	$K \leq 20 \sigma' \dots (15)$
105.	12	$\delta_b$	$\sigma_b$
105.	14	$\delta_z$	$\sigma_z$
105.	15	$\delta_b$	$\sigma_b$
106.	15	$\delta_z = 0,0001 \times \text{it. d.}$	$\sigma_z = 0,0001 \times 2100000 = \text{it. d.}$
106.	20	$\delta_z = 1200 \text{ kg/cm}^2$	$\sigma_z = 12,00 \text{ kg/cm}^2$
106.	22	$\delta_b = 12 \text{ kg/cm}^2$	$\sigma = 12 \text{ kg/cm}^2$
110.	13	$\delta_b = E_b \lambda$	$\sigma = E_b \lambda$
111.	10	$\delta_z = E_z \lambda'$	$\sigma = E_z \lambda'$
119.	15	$\delta_z = \eta \delta_b \left( \frac{a-x}{x} \right)$	$\sigma_z = \eta \sigma_b \left( \frac{a-x}{x} \right)$
"	"	$\delta_z' = \eta \delta_b' \left( \frac{x-a}{x} \right)$	$\sigma_z' = \eta \sigma_b' \left( \frac{x-a}{x} \right)$
"	"	$\delta_y = \delta_b \frac{y}{x}$	$\sigma_y = \sigma_b \cdot \frac{y}{x}$

Str. Wiersz

jest

Winno być

120. 20

$$M = \int_0^x \delta_y b_y dy + \int_{z_1}^{z_2} \delta_y b_z dy + \int_{z_1}^{z_2} \delta_z y b_y dy$$

$$M = \int_0^x \sigma_y b_y dy + \int_{z_1}^{z_2} \sigma_z y b_z dy + \int_{z_1}^{z_2} \sigma_z y b_y dy$$

" 21

wzór /28/ zam.  $\delta$

winno być  $\sigma$

121. 1

$$M = \frac{\delta^2}{x} \int_0^x \dots \text{it.d.}$$

$$M \frac{\sigma^2}{x} \int_0^x \dots \text{it.d.}$$

" 15

$$M = \frac{\delta^2}{x} [\dots]$$

$$M = \frac{\sigma^2}{x} [\dots]$$

122. 3-4

$$\delta_b = \frac{Mx}{J_z b}$$

$$\sigma_b = \frac{Mx}{J_z b}$$

" 17

$$\delta_{zy} = \frac{My}{J_z b}$$

$$\sigma_{zy} = \frac{My}{J_z b}$$

123. 1

$$\delta_z y = \frac{My}{J_z b}$$

$$\sigma_z y = \frac{My}{J_z b}$$

123. 3

$$\delta_z = \eta \frac{M(a-x)}{J_z b}$$

$$\sigma_z = \eta \frac{M(a-x)}{J_z b}$$

" 4

$$\delta_z = \eta \frac{M(x-d)}{J_z b}$$

$$\sigma_z = \eta \frac{M(x-d)}{J_z b}$$

" 8

$$x \cdot \delta_b \cdot \delta_z$$

$$x \cdot \sigma_b \cdot \sigma_z$$

" 20

$$\lambda_z E_b = \frac{\lambda_z E_z}{\eta} = \frac{\delta_z}{\eta}$$

$$\lambda_z E_b = \frac{\lambda_z E_z}{\eta} = \frac{\sigma_z}{\eta}$$

124.

wszę gdzie zam.  $\delta$

$\sigma$

125.

"-  $\delta$

$\sigma$

126.

"-  $\delta$

$\sigma$

127.

"-  $\delta$

$\sigma$

128.

"-  $\delta$

$\sigma$

129.

"-  $\delta$

$\sigma$

130-131 tabl. II.

"-  $\delta$

$\sigma$

Str. Wiernz	jest	winno być
134.	Wszędzie zamiast $\int$	$\int$
135.	" - $\int$	$\int$
136.	" - $\int$	$\int$
137.	" - $\int$	$\int$
138.	" - $\int$	$\int$
139.	" - $\int$	$\int$
140.	" - $\int$	$\int$
141.	" - $\int$	$\int$
142.	" - $\int$	$\int$
144.	" - $\int$	$\int$
145.	" - $\int$	$\int$
149.	" - $\int$	$\int$
150.	" - $\int$	$\int$
151.	" - $\int$	$\int$
152.	" - $\int$	$\int$
153.	nie oddbity .... (91)	$R_2 = \frac{M}{\sigma(d-x+y)}$
154.	Wszędzie zamiast $\int$	$\int$
155.	" - $\int$	$\int$
156 rys. 96 <sup>e</sup>	" - $\int$	$\int$
157	" - $\int$	$\int$

Str. wiersz jest winno być

158. wszędzie zamiast  $\delta$

159. - - -  $\delta$

160. - - -  $\delta$

163. - - -  $\delta$

165. - - -  $\delta$

166. - - -  $\delta$

168. - - -  $\delta$

169. - - -  $\delta$

171. - - -  $\delta$

172. - - -  $\delta$

173. - - -  $\delta$

175. - - -  $\delta$

188. - - -  $\delta$

189. - - -  $\delta$

196. - - -  $\delta$

197. - - -  $\delta$

209. 15  $k = \frac{\pi \delta^2}{4} \quad \delta_2 = \frac{M}{2} = \frac{PL^2}{8g} \quad \text{H} \frac{\pi \delta^2 \delta^2}{4} = \frac{M}{g} = \frac{PL^2}{8g}$

227. 17  $\delta_H = \alpha \delta_0 \quad \delta'_H = \alpha \delta_0$

230. 8-10  $\delta \quad \delta$

244. 1  $\delta = n \frac{2}{3} (t - \alpha) \sqrt[3]{E \delta_0} \quad \delta = n \frac{2}{3} (H - \alpha) \sqrt[3]{E \delta_0}$

