

ROZDZIAŁ XII.

SPRAWNOŚĆ MASZYN ELEKTRYCZNYCH.

162. Określenie pojęcia sprawności.

Sprawnością albo współczynnikiem sprawności maszyny elektrycznej nazywamy stosunek energii oddanej przez maszynę, do energii przez nią pobranej.

Wobec tego, że w przeważnej ilości przypadków rozważamy działanie maszyn przy obciążeniu stałym, to pod sprawnością rozumiemy również stosunek mocy oddanej przez maszynę, do mocy przez nią pobranej.

Oznaczmy przez:

P_2 — moc oddaną przez maszynę;

P_1 — moc pobraną przez maszynę;

p — moc straconą w maszynie. Moc ta wytwarza w maszynie ciepło.

Sprawność oznacza się zazwyczaj grecką literą η (eta) i wyraża się wzorem:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

albo

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + p}$$

albo

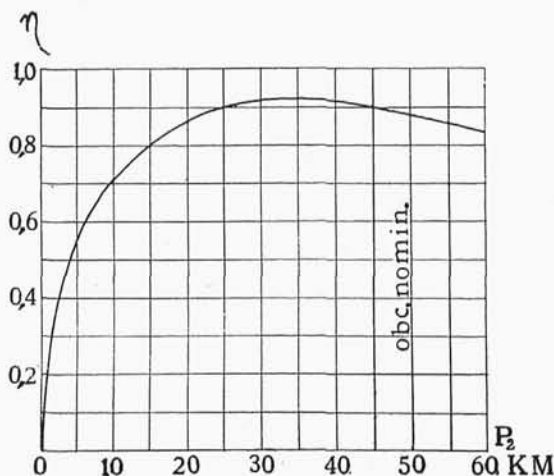
$$\eta = \frac{P_1 - p}{P_1}$$

η bywa przeważnie podawane w procentach, wtedy powyższe wzory należy pomnożyć przez 100.

Przy zmianie obciążenia P_2 maszyny sprawność jej zmienia się, gdyż straty nie są proporcjonalne do pierwszej potęgi obciążenia.

Gdy jest mowa o sprawności maszyny bez bliższego określenia, to mamy na myśli sprawność przy obciążeniu normalnem.

Przy stopniowem obciążaniu maszyny, sprawność początkowo rośnie, rys. 308¹⁾, dochodzi do maximum, a następnie maleje.



Rys. 308.

Normalne obciążenie maszyn staramy się zwykle dobrać w taki sposób, aby przy tem obciążeniu sprawność była największa.

Jeżeli spodziewamy się jednak, jak to nieraz bywa, że maszyna będzie obciążana przeważnie poniżej mocy normalnej, to budujemy maszynę tak, aby maksymalna sprawność wypadła przy obciążeniu nieco mniejszem od normalnego.

163. Sprawność prądnic prądu stałego.

Jeżeli prądnica daje I — amperów przy V — woltach i pobiera P — koni mechanicznych, to

$$\eta = \frac{VI}{P \times 735}$$

Straty wynoszą:

$$p = P \times 735 - VI$$

Straty te składają się z kilku części, które rozważymy osobno.

¹⁾ Na rysunku podany jest dla przykładu wykres sprawności 50 konnego silnika trójfazowego asynchronicznego.

Straty, tak zwane mechaniczne, pochodzą od tarcia w łożyskach, tarcia szczotek o komutator i od oporu powietrza, nieraz dość znacznego przy szybkim wirowaniu twornika. Wszystkie te straty razem wzięte oznaczmy literą p_m .

Straty mechaniczne uważamy za niezależne od obciążenia, gdyż obserwowane w praktyce zmiany tych strat są nieznaczne.

Następnie, mamy straty na ciepło w żelazie skutkiem histerezy w tych częściach maszyny, które ulegają przemagnesowywaniu. W prądniczy prądu stałego przemagnesowują się przede wszystkim zęby i rdzeń twornika.

Następnie, skutkiem obecności żłobków na tworniku, ulega wahaniom strumień magnetyczny w nasadach biegunowych magnesnicy.

Straty na histerezę w żelazie możemy w przybliżeniu uważać również za niezależne od obciążenia, za wyjątkiem strat w zębach twornika, gdzie gęstość strumienia magnetycznego znacznie wzrasta w miarę odkształcenia się pola pod wpływem reakcji twornika; straty w zębach mogą być uważane za proporcjonalne do obciążenia. Straty na histerezę oznaczmy przez p_h .

Oprócz histerezy, grzanie się żelaza wywołują jeszcze prądy wirowe, powstające w rdzeniu twornika i w nasadach biegunowych. Straty te również w pewnej części są proporcjonalne do obciążenia. Oznaczamy je przez p_w .

Straty, powodujące grzanie się drutów twornika, pochodzą od oporu omowego tych drutów i są proporcjonalne do drugiej potęgi natężenia prądu twornika (ciepło Joule'a), a więc proporcjonalne do drugiej potęgi obciążenia.

Zaznaczyć przytem należy, że z powodu strat w zwojnicach, zwieranych przez szczotki, i wskutek prądów wirowych w grubych prętach miedzianych, z których nieraz się składa uzwojenie dużych maszyn, straty na ciepło w miedzi twornika bywają zwykle o 20 do 30% większe od obliczonych z oporności omowej i prądu, według wzoru $I^2 r$.

Straty te w uzwojeniu twornika oznaczmy przez p_t .

Są jeszcze straty na ciepło, wywiązujące się pod wpływem, prądu w stykach szczotek z komutatorem. Uwzględniając, że w przybliżeniu spadek napięcia na stykach jest od natężenia prądu niezależny, wypada, że straty te są proporcjonalne do obciążenia. Oznaczmy je przez p_s .

Wreszcie są straty na ciepło w uzwojeniach elektromagnesów. W uzwojeniach szeregowych są one proporcjonalne do kwadratu obciążenia. W bocznikowych zaś rosną nieznacznie wraz

z obciążeniem, skutkiem wzmacniania prądu dla utrzymania stałego napięcia w sieci.

Pierwsze straty oznaczmy przez p_{ms} , a drugie przez p_{mb} .

Całość strat w prądnicy przedstawi się następującą sumą:

$$p = p_m + p_h + p_w + p_t + p_s + p_{ms} + p_{mb}$$

Wobec tego, że jedne z nich są stałe, inne zaś rosną w miarę obciążania, proporcjonalnie do pierwszej potęgi obciążenia, a jeszcze inne proporcjonalnie do drugiej potęgi obciążenia, to ogólne straty mogą być wyrażone również wzorem:

$$p = K_0 + K_1 I + K_2 I^2$$

gdzie K_0, K_1, K_2 są stałymi współczynnikami.

Sprawność więc, w zależności od obciążenia, wyraża się wzorem

$$\eta = \frac{VI}{VI + K_0 + K_1 I + K_2 I^2}$$

Wielkość współczynnika sprawności w zwykle stosowanych prądnicach prądu stałego przy mocach od 1 kW do 2500 kW zawiera się w granicach od 71% do 95%, w zależności od wielkości maszyny i liczby obrotów na minutę.

Większą sprawność mają maszyny większej mocy i o znaczniejszej liczbie obrotów na minutę.

Za Fischer — Hinnen'em¹⁾ podajemy tabelę strat w % dla maszyn prądu stałego:

Moc w kW	1,5	3	6	12	25	60	150	400	1000
Liczba obrot. na minutę	1700	1500	1300	1100	950	700	400	200	100
Histereza	3,3	2,7	2,4	2	1,7	1,6	1,5	1,45	1,4
Prądy wirowe	5,7	4,7	4,0	3	2,2	1,5	1,0	0,7	0,5
Ciepło w miedzi twornika .	6,2	4,8	3,9	3,1	2,5	2,0	1,7	1,5	1,4
Komutator { stykowe . . 230 V { tarcie . . .	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
	1	0,9	0,8	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,5
Magnesowanie	7	5,2	4,6	3,3	2,4	1,8	1,5	1,3	1
Tarcie w łożyskach . . .	4,5	3,8	3,2	2,7	2,3	1,9	1,5	1,2	1,1
Sprawność % . . .	77,8	81,3	83,5	86,4	88,8	90,7	92	93	93,6

¹⁾ Elektrische Gleichstrommaschinen. Ausgabe 1904.

164. Sprawność silników prądu stałego.

Jeżeli silnik bierze z sieci I amperów przy V woltach i daje na wale P koni mechanicznych, to

$$\eta = \frac{P \times 735}{VI}$$

Straty wynoszą:

$$VI - P \times 735$$



Składają się one z tych samych pozycji, które były szczegółowo omówione przy współczynniku sprawności prądu przemiennego. Zależność sprawności silników od obciążenia wyraża się wykresem podobnym, jak dla prądu przemiennego, gdyż straty w zależności od obciążenia, zmieniają się według wzoru:

$$p = K_0 + K_1 P + K_2 P^2$$

Sprawność silników, najczęściej używanych, w granicach mocy od 0,125 do 125 kW zmienia się od 0,59 do 0,91 w zależności od mocy i szybkości biegu.

Podajemy tabelkę sprawności w % silników prądu stałego ¹⁾.

kW	O b r o t ó w n a m i n u t ę						
	3000	1500	1000	750	500	250	125
0,5	62 — 65	65 — 70	63 — 67	63 — 67	60 — 66	—	—
1	68 — 72	75 — 78	72 — 75	71 — 74	68 — 71	—	—
7,5	80 — 84	84 — 86	85 — 87	84 — 86	83 — 85	—	—
75	—	88 — 90	90 — 91	91	91	90	88
200	—	—	90 — 92	92	92	91	90
400	—	—	—	—	92,5	92	91
800	—	—	—	—	93	93	92

165. Sprawność synchronicznych prądnic prądu trójfazowego.

Gdy prądnica daje prąd przewodowy I amperów na każdej fazie przy napięciu międzyprzewodowym V woltów, to moc pozorna wynosi:

$$\sqrt{3} VI \text{ woltamperów}$$

na taką moc jest zbudowana prądnica.

¹⁾ Deutscher Kalender für Elektr. v F. Uppenborn 1914 r.

Najczęściej jednak współczynnik mocy $\cos \varphi$, gdzie φ stanowi różnicę faz pomiędzy napięciem i prądem fazowym, jest mniejszy od 1 i wynosi np. 0,7, wtedy rzeczywista moc oddana przez prądnicę w watach, będzie:

$$\sqrt{3} VI \cos \varphi$$

Jeżeli moc, pobrana przez prądnicę w koniach mechanicznych będzie P , to sprawność wyraża się wzorem:

$$\eta = \frac{\sqrt{3} VI \cos \varphi}{P \times 735}$$

Straty wyniosą:

$$P \times 735 - \sqrt{3} VI \cos \varphi$$

W tej prądniczy straty składają się z następujących pozycji: straty mechaniczne, powstające od tarcia w łożyskach i na szczotkach oraz od oporu powietrza; straty w żelazie, które składają się ze strat w zębach i rdzeniu stojana, gdzie mamy zmienne pole magnetyczne, oraz w nasadach biegunowych magneśnicy, gdzie skutkiem żłobkowania na żelazie stojana gęstość linii ulega wahaniom; straty w miedzi, składające się ze strat w uzwojeniu stojana i w uzwojeniu magneśnicy.

Zależność poszczególnych strat od obciążenia jest naogół podobna do takiejże zależności w prądniczy prądu stałego.

Podajemy tabelkę sprawności w % prądnic prądu trójfazowego, bezpośrednio sprzęgniętych z wałem silnika napędowego, z uwzględnieniem mocy zużytej na wzbudzenie. Prąd o napięciu 220 woltów, częstotliwości 50 okr. na sek., $\cos \varphi = 1$ ¹⁾.

kVA	Obrotów na minutę			
	500	250	150	125
50	90 — 91	—	—	—
100	90 — 92	89,5 — 91,5	88 — 90	87 — 90
250	92,5 — 94	92 — 93,5	91,5 — 92,5	91 — 92
500	93,5 — 95	93,5 — 94,5	93 — 94	93 — 94
1000	94,5 — 96	94,5 — 96	94 — 95	94 — 95

166. Sprawność asynchronicznych silników trójfazowych.

Jeżeli silnik daje na wale P koni mechanicznych, a pobiera z sieci prąd przewodowy I amperów pod napięciem międzyprze-

¹⁾ Deutscher Kalender für Elektr. v. F. Uppenborn 1914 r.

wodowem V woltów, przy współczynniku mocy $\cos \varphi$, to sprawność takiego silnika wyraża się wzorem:

$$\eta = \frac{P \times 735}{\sqrt{3} V I \cos \varphi}$$

a straty w silniku będą:

$$\sqrt{3} V I \cos \varphi - P \times 735$$

Straty te składają się z następujących pozycji: straty mechaniczne na tarcie w łożyskach i na szczotkach, oraz na pokonanie oporu powietrza; straty w żelazie stojana i wirnika¹⁾; straty w miedzi stojana i wirnika.

Jeżeli przyjmiemy w przybliżeniu, że straty mechaniczne i w żelazie są niezależne od obciążenia, a w miedzi proporcjonalne do kwadratu obciążenia, to wzór na straty w tych silnikach przybiera postać:

$$p = K_0 + K P^2$$

Wzór na sprawność może być zatem napisany w następujący sposób:

$$\eta = \frac{P}{P + K_0 + K P^2}$$

Stąd maximum η będzie przy P , czyniącem zadość równaniu;

$$\frac{d\eta}{dP} = 0$$

a więc gdy:

$$K_0 = K P_0^2$$

t. j. gdy straty stałe są równe stratom zmiennym.

Sprawność silników najczęściej używanych wynosi przy mocy od 0,17 do 340 KM od 66 do 93%, zależnie od mocy, od ilości obrotów na minutę oraz od konstrukcji wirnika.

¹⁾ Żelazny rdzeń wirnika, przy obciążeniu, znajduje się w polu wolno-zmiennem o częstotliwości f s, wobec czego straty na prądy wirowe i histerezę w wirniku wypadają tu bardzo małe.

Podajemy tabelkę sprawności silników prądu trójfazowego w % przy 220 V i 50 okr. na sekundę (patrz odnośnik str. 256).

kW	O b r o t ó w n a m i n u t ę						
	3000	1500	1000	750	500	250	125
0,5 ¹⁾	62—65	65—70	68—70	—	—	—	—
1	72—75	76—82	76—80	75—77	—	—	—
7,5	85—88	86—88	86—87,5	85—87	82—85	—	—
75	89—92	92—93,5	91—93	92	91,5	88	85
200	90—92,5	93—94	92—93,5	92,5	92,5	91	88
400	92—93	93,5—94,5	93,5—94,5	94	93	92	91
800	93—93,5	94,5—95,5	94,5—95,5	95	94	94	92

167. Sprawność transformatorów.

Sprawność transformatorów bywa rozważana dwojako: jako stosunek normalnej mocy oddanej do pobranej, albo też jako stosunek pracy, oddanej w ciągu roku do pracy, pobranej w tym samym okresie czasu.

Sprawność, obliczona na moc, jest miarodajną, gdy transformator bywa połączony z siecią tylko przy pobieraniu zeń prądu. Sprawność zaś na pracę należy uwzględniać wtedy, gdy transformator jest włączony do sieci na stałe.

Te dwie sprawności wyrażamy wzorami w sposób następujący.

Sprawność na moc:

$$\eta_m = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_1 I_1 \cos \varphi_1}$$

Tu V_2 , I_2 , $\cos \varphi_2$ — napięcie, natężenie i współczynnik mocy prądu wtórnego, a V_1 , I_1 oraz $\cos \varphi_1$ — dla prądu pierwotnego.

Sprawność na pracę:

$$\eta_p = \frac{\int_0^t V_2 I_2 \cos \varphi_2 dt}{\int_0^t V_1 I_1 \cos \varphi_1 dt}$$

Straty w transformatorze składają się ze strat na histerezę i prądy wirowe w żelazie oraz ze strat na ciepło Joule'a w miedzi.

Straty w żelazie są niemal stałe, niezależne od obciążenia. Straty zaś w miedzi są proporcjonalne do kwadratu obciążenia.

¹⁾ Silniki małe 0,5 kW budują się teraz na sprawności nieco wyższe.

Z tego wynika, że w transformatorach, znajdujących się stale pod prądem, straty w żelazie powinny być jak najmniejsze.

Uwzględniając osobno straty w miedzi p_m watów i straty w żelazie p_z watów, oraz obciążenie wtórne P_2 watów, możemy sprawność na moc wyrazić wzorem:

$$\eta_{lm} = \frac{P_2}{P_2 + p_m + p_z}$$

Przyjmując, że transformator pracował w ciągu roku h godzin przy średnim obciążeniu P_2 obliczonym tylko dla tych h godzin i średnich stratach p_m , to sprawność roczna na pracę wypadnie:

$$\eta_{lp} = \frac{P_2}{P_2 + p_m + p_z \frac{8760}{h}}$$

Jeżeli dla przykładu przyjmiemy, że transformator pracował 500 godzin rocznie przy pełnym obciążeniu, resztę zaś czasu nie był obciążony, a $\eta_m = 96\%$, to przy rozdziale strat po 2% na miedź i żelazo wypadnie $\eta_{lp} = 73\%$. Jeżeli zaś na żelazo wziąć 1% strat a na miedź 3% , to $\eta_{lp} = 83\%$.

Wobec tego, tam gdzie transformatory, stale włączone na sieć, pracują przy obciążeniu zmieniającem się w szerokich granicach i często nie pracują całkiem, należy stosować transformatory specjalne, zbudowane w ten sposób, że straty w żelazie są w nich znacznie mniejsze od strat w miedzi.

Sprawność normalnych transformatorów przy mocy od 0,5 do 3000 kVA wynosi od 92 do 99%.

Podajemy tabelkę sprawności transformatorów w % dla 50 okr. na sek. ¹⁾.

k V A	Napięcie w woltach		
	6000	15000	30000
0,5	92 — 93	—	—
2	94 — 94,6	—	—
10	95,8 — 96,6	94,9 — 95,6	—
30	96,8 — 97,5	96,3 — 97	95,9 — 96,5
100	97,6 — 98,2	97,4 — 97,8	97,3 — 97,5

¹⁾ Fischer Hinnen Lehrbuch für Elektrotechniker.

ROZDZIAŁ XIII.

WYKRES KOŁOWY SILNIKÓW TRÓJFAZOWYCH ASYNCHRONICZNYCH.

Pierwszy wykres tego rodzaju był podany przez A. Heylanda w roku 1895¹⁾, a następnie przez Behrenda w 1896, Blondel, Ossanna i inni uzupełnili rozwiązanie tego zagadnienia.

W dalszych rozważaniach podamy wykres kołowy, przy założeniu stałego napięcia prądu zasilającego stojan. Wykres ten różni się nieco od wykresu oryginalnego Heylanda, w którym przyjęto stały główny strumień magnetyczny.

167. Obwód zastępczy silnika asynchronicznego trójfazowego.

Z wykresów kołowych, często używanych w elektrotechnice, wykres kołowy dla silników asynchronicznych trójfazowych ma zastosowanie praktyczne najszersze.

Różne drogi prowadzą do konstrukcji tego wykresu. Jedną z nich oparta jest na wyobrażeniu obwodu zastępczego.

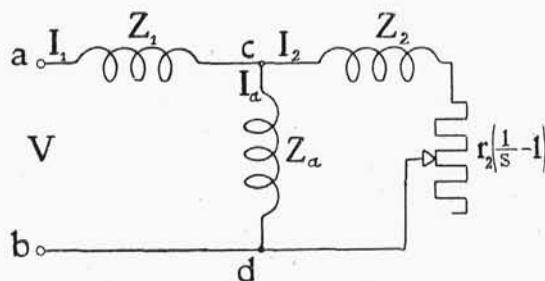
Można utworzyć obwód rozgałęziony, który, po przyłączeniu do sieci przewodów zasilających, będzie pobierał ten sam prąd, co silnik w różnych stanach swojej pracy. Przemiany energii, zachodzące w poszczególnych częściach tego obwodu, będą równe co do wielkości przemianom, zachodzącym w silniku.

Mając na myśli cały silnik trójfazowy, rozważać będziemy tylko jedną jego fazę, więc obwód zastępczy będzie jednofazowy, rys. 309.

¹⁾ Patrz artykuły A. Heylanda w *Elektrotechnische Zeitschrift* 1895 i 1896 roku.

Uzwojenia pierwotne i wtórne silnika, t. j. uzwojenia stojana i wirnika przyjmujemy jednakowe co do liczby faz, liczby zwojów na fazę i rozkładu drutów. W razie gdyby były one różne, to zawsze, przez odpowiednią zmianę oporności i indukcyjności uzwojenia wirnikowego możemy zastąpić je jednakowemi, z zastrzeżeniem wszakże, że straty energii w wirniku zastępczym będą te same, co w rzeczywistym, oraz spadki napięcia omowe i indukcyjne będą procentowo takie same, jak w rzeczywistym.

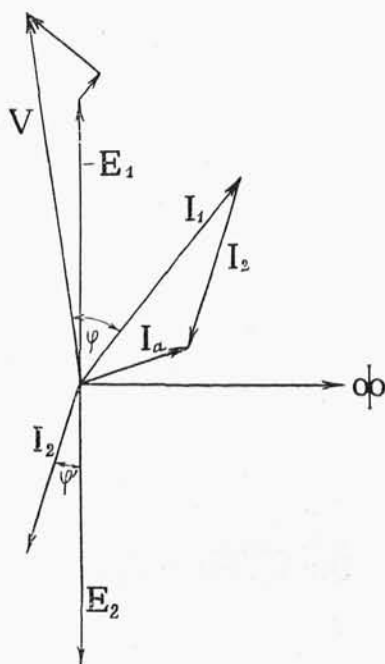
Gdyby były różne tylko liczby zwojów, to ponieważ, przekształcając wirnik rzeczywisty na zastępczy, bierzemy w wirniku zastępczym uzwojenie o tej samej liczbie zwojów na fazę, co w stojanie, to zmieniamy liczbę zwojów wirnika w stosunku $\frac{z_1}{z_2}$, jeżeli przez z_1 oznaczmy liczbę zwojów stojana na fazę, a przez z_2 liczbę zwojów wirnika na fazę. Odpowiednio do tego siła elektromotoryczna w wirniku zmieni się w stosunku $\frac{z_1}{z_2}$, a prąd zmieni się w stosunku $\frac{z_2}{z_1}$. W tych warunkach oporność omową i indukcyjną wirnika zastępczego otrzymamy, mnożąc oporność omową i indukcyjną wirnika rzeczywistego przez $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$. Jeżeliby różne były także układy cewek i liczby faz, to czynnik ten przybrałby postać bardziej złożoną: $\frac{m_1 z_1^2 k_1^2}{m_2 z_2^2 k_2^2}$, tu m_1 i m_2 liczby faz stojana i wirnika, a k_1 i k_2 współczynniki zależne od rodzaju uzwojenia.



Rys. 309.

Dany silnik z wirnikiem w ten sposób przekształconym zastępujemy, jako całość, obwodem podanym na rys. 309-ym. Na tym rysunku Z_1 oznacza oporność pozorną uzwojenia stojana z uwzględnieniem jedynie strumienia magnetycznego rozproszonego, Z_2 — oporność pozorną uzwojenia wirnika z uwzględnieniem tylko stru-

mienia magnetycznego rozproszonego, przy częstotliwości prądu sieci, Z_a — oporność pozorną zastępczą, wywołaną strumieniem magnetycznym głównym i stratami w żelazie stojana na prądy wirowe i histerezę¹⁾, r_2 — oporność omową uzwojenia wirnika, s — względny poślizg wirnika²⁾, $r_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right)$ — jest to zmienny opór rzeczywisty, pochłaniający tyle energii, ile zużywa praca mechaniczna silnika.



Rys. 310.

Wzór na ten opór wynika z następującego rozumowania.

Strumień magnetyczny główny, obejmujący oba uzwojenia: stojana i wirnika, jest wywołany łącznie amperozwojami stojana i wirnika. Możemy sobie wyobrazić, że amperozwoje wirują z tą samą szybkością co pole; przytem amperozwoje stojana mają względem stojana szybkość n_p obrotów na minutę, a amperozwoje wirnika szybkość $n_p - n_w$ obrotów na minutę³⁾ względem wirnika.

¹⁾ Strat w żelaznym rdzeniu wirnika nie uwzględniamy, gdyż one, szczególnie przy normalnym biegu, mają wpływ bardzo mały.

²⁾ $s = \frac{n_p - n_w}{n_p}$

³⁾ Odpowiednio do mniejszej częstotliwości prądu w wirniku.

Ponieważ jednak, wirnik wiruje z szybkością n_w w tę samą stronę co jego amperozwoje, więc szybkość wirowania amperozwojów wirnika względem stojana wypadnie ta sama co i szybkość wirowania amperozwojów stojana, przeto możemy amperozwoje wirnika z amperozwojami stojana do siebie wektorowo dodawać.

W myśl tego rozumowania wykres wektorowy prądów silnika, rys. 310, będzie podobny, do takiegoż wykresu dla transformatora z tą jednak różnicą, że siła elektromotoryczna wtórna, przy równej liczbie zwojów cewek stojana i wirnika, będzie mniejsza¹⁾.

$$E_2 = s E_1$$

Prąd, powstający w uzwojeniu wirnika pod wpływem tej siły elektromotorycznej, będzie:²⁾

$$I_2 = \frac{s E_1}{\sqrt{(r_2)^2 + (s x_2)^2}} = \frac{E_1}{\sqrt{\left(\frac{r_2}{s}\right)^2 + (x_2)^2}} \quad \dots \quad (1)$$

W obwodzie zastępczym prąd ten powstaje pod wpływem napięcia V_{cd} , które można wyrazić wzorem wektorowym:

$$\hat{V}_{cd} = \hat{V}_{ab} - \hat{I}_1 \hat{Z}_1$$

Z wykresu na rys. 310, gdzie $V_{ab} = V$, widzimy, że

$$\hat{V} - \hat{I}_1 \hat{Z}_1 = -\hat{E}_1$$

więc liczbowo:

$$V_{cd} = E_1$$

Prąd I_2 w obwodzie zastępczym powstaje zatem pod wpływem napięcia V_{cd} równego sile elektromotorycznej E_1 . Jeżeli przeto prąd ten ma być ten sam, co w wirniku silnika, to oporność pozorną odpowiedniej gałęzi obwodu zastępczego, rys. 309, powinna według wzoru (1) wynosić:

$$\sqrt{\left(\frac{r_2}{s}\right)^2 + (x_2)^2}$$

¹⁾ E_1 — powstaje w uzwojeniu stojana pod wpływem strumienia magnetycznego, wirującego z szybkością n_p względem stojana. E_2 — powstaje w uzwojeniu wirnika pod wpływem tego samego strumienia, wirującego z szybkością $n_p - n_w$ względem wirnika, a względny poślizg $s = \frac{n_p - n_w}{n_p}$.

²⁾ $s x_2$ — jest to indukcyjna oporność wirnika przy zmniejszonej częstotliwości prądu.

Iloczyn $E_1 I_2 \cos \varphi'$, jak to wynika z wykresu wektorowego, rys. 310, wyraża całą moc prądu przeniesioną do wirnika. Uwzględniając zaś wzór (1) na str. 263, wypada:

$$E_1 I_2 \cos \varphi' = (I_2)^2 \frac{r_2}{s}$$

Moc zaś, przekształcająca się w wirniku na ciepło, będzie:

$$(I_2)^2 r_2$$

Reszta przeto:

$$(I_2)^2 \frac{r_2}{s} - (I_2)^2 r_2 = (I_2)^2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right) r_2$$

wyraża moc, wytwarzającą pracę mechaniczną silnika.

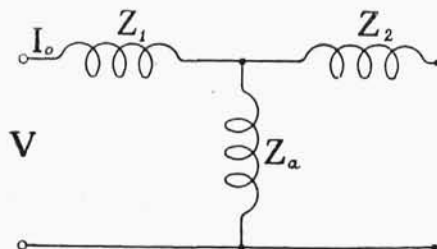
169. Koło wykresu.

Dla rozważenia własności silnika przy różnych szybkościach biegu, wystarczy zmieniać poślizg s i obserwować zmiany, zachodzące w obwodzie zastępczym.

Dla ułatwienia tego rozważania wykreślamy odpowiednie koło. Jeżeli będziemy obracali silnik w kierunku jego normalnego ruchu tak, aby biegł dokładnie synchronicznie z polem, to $s=0$ i

$$r_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right) = \infty$$

więc obwód prądu I_2 jest tu przerwany, rys. 311.



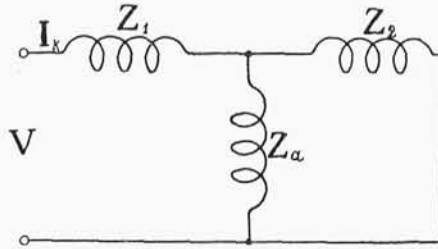
Rys. 311.

Prąd, pobierany przez silnik wyraża się wtedy wzorem symbolicznym.

$$\hat{I}_0 = \frac{\hat{V}}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_a}$$

Jeżeli natomiast silnik zahamujemy tak, aby stanął, to $s=1$, a więc:

$$r_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right) = 0$$



Rys. 312.

Zastępczy obwód przybierze postać, wskazaną na rys. 312-ym, a prąd, płynący z sieci, będzie:

$$\hat{I}_k = \frac{\hat{V}}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}'}$$

gdzie:

$$\hat{Z}' = \frac{\hat{Z}_a \hat{Z}_2}{\hat{Z}_a + \hat{Z}_2}$$

Gdy silnik biegnie przy jakimś poślizgu s , to prąd, dopływający z sieci, będzie ¹⁾:

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}''}$$

gdzie:

$$\hat{Z}'' = \frac{\hat{Z}_a \left[\hat{Z}_2 + r_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \right]}{\hat{Z}_a + \hat{Z}_2 + r_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right)} = \frac{\hat{Z}_a \hat{Z}'_2}{\hat{Z}_a + \hat{Z}'_2}$$

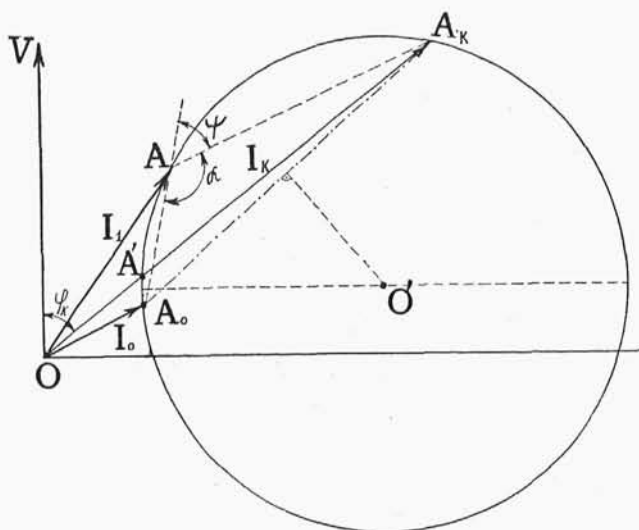
Tu wprowadziliśmy skrócone oznaczenie:

$$\hat{Z}'_2 = \hat{Z}_2 + r_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right)$$

Jeżeli wykonamy wykres wektorowy tych trzech prądów, rys. 313, to łatwo przekonamy się, że trzy końce tych wektorów

¹⁾ Patrz obwód zastępczy rys. 309.

A_0 , A i A_k leżą na okręgu koła, położenie którego znajdziemy na zasadzie następującego rozumowania.



Rys. 313.

Określmy kąt ϕ , jaki tworzą dwa wektory $\overline{A_0 A}$ i $\overline{A A_k}$.

W tym celu wyznaczmy stosunek wyrazów symbolicznych tych wektorów:

$$\overline{A_0 A} = \hat{I}_1 - \hat{I}_0 \quad \overline{A A_k} = \hat{I}_k - \hat{I}_1$$

Po podstawieniu wzorów na \hat{I}_1 , \hat{I}_0 i \hat{I}_k , oraz po przeprowadzeniu prostych przeróbek algebraicznych i skróceń otrzymujemy:

$$\frac{\overline{A_0 A}}{\overline{A A_k}} = \frac{\hat{Z}_1 + \hat{Z}'}{\hat{Z}'_2 - \hat{Z}_2} \cdot \frac{\hat{Z}_a + \hat{Z}_2}{\hat{Z}_a + \hat{Z}_1}$$

tu
$$\hat{Z}'_2 - \hat{Z}_2 = r_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right)$$

Przyjmijmy, że oporności omowe i indukcyjne uzwojeń stojana i wirnika będą równe ¹⁾, wtedy:

$$\hat{Z}_a + \hat{Z}_2 = \hat{Z}_a + \hat{Z}_1$$

¹⁾ W praktyce różnice bywają niewielkie i mało zważają na dalszych wywodach.

a więc:

$$\frac{\overline{A_0 A}}{A A_k} = \frac{1}{r_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right)} (\hat{Z}_1 + \hat{Z}')$$

Wprowadźmy skrót symboliczny możliwy dla każdej liczby zespolonej:

$$(\hat{Z}_1 + \hat{Z}') = m e^{j\psi}$$

to:

$$\frac{\overline{A_0 A}}{A A_k} = \frac{m}{r_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right)} e^{j\psi}$$

a stąd:

$$\overline{A_0 A} = A A_k \frac{m}{r_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right)} e^{j\psi}$$

Wektor $A_0 A$ jest zatem obrócony w lewo od wektora $A A_k$ o kąt ψ , tworzy więc z nim kąt ψ .

Z drugiej strony z wyrazu na I_k widzimy, że:

$$\hat{V} = \hat{I}_k (\hat{Z}_1 + \hat{Z}')$$

czyli:

$$\hat{V} = \hat{I}_k m e^{j\psi}$$

co znaczy, że wektor V jest obrócony względem wektora I_k o ten sam kąt ψ , przeto:

$$\psi = \varphi_k$$

φ_k — jest to pewien kąt stały, wyrażający opóźnienie prądu względem napięcia sieci przy nieruchomym wirniku ¹⁾.

Gdy, przy zmianie stanu silnika, końce wektorów I_0 i I_k , oznaczone literami A_0 i A_k , pozostają nieruchome, koniec wektora I_1 , oznaczony literą A , posuwa się po takiej linii, że kąt ψ pozostaje zawsze stały i równy kątowi φ_k .

Linją tą jest okrąg koła, przechodzący przez punkty A_0 i A_k , oraz obejmujący łukiem swoim $\sphericalangle \alpha = 180^\circ - \psi$. Środek tego koła najłatwiej znaleźć, jeśli się zważy, że przejść ono musi przez punkt A' na przecięciu wektora $O A_k$ z prostą $A_0 A'$, poprowadzoną równolegle do wektora V , gdyż wtedy kąt $A_0 A' A_k$ wypada równy $180^\circ - \varphi_k$.

¹⁾ $\psi = \varphi_k$ tylko wtedy, gdy oporności omowe, oraz oporności indukcyjne stojana i wirnika są równe. Jeżeli zaś te oporności są nierówne, to łatwo przekonać się w podobny sposób jak wyżej, że kąt ψ , wprowadzicie nie będzie równy kątowi φ_k , lecz również będzie stały.

Środek koła znajdziemy na przecięciu środkowych dla odcinków $A_0 A'$ i $A_0 A_k$, które są cięciwami tego samego koła ¹⁾.

Mając takie koło i przeprowadzając z punktu O do obwodu koła wektory, znajdujemy wielkości i fazy prądów I_1 przy wszelkich możliwych poślizgach s .

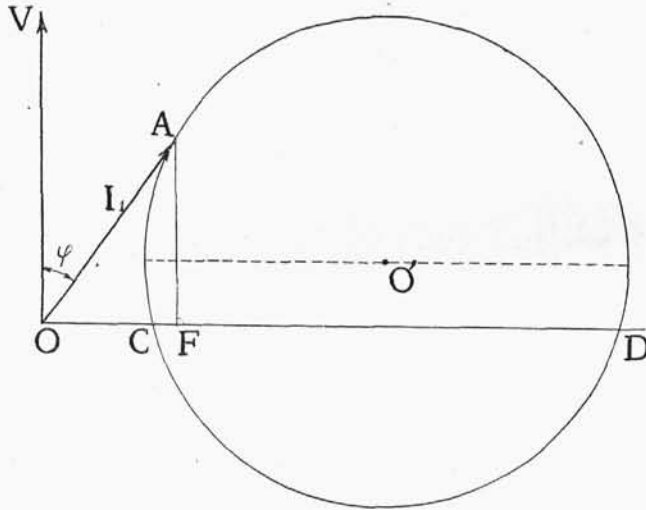
170. Moc pobrana przez silnik z sieci na wykresie kołowym.

Ponieważ moc pobrana z sieci, wyraża się wzorem:

$$V I_1 \cos \varphi$$

łatwo więc spostrzec, że miarą tej mocy, przy stałym V jest rzut AF wektora prądu I_1 na kierunek napięcia, jak wskazano na rys. 314.

Dopóki punkt A , znajduje się na górnym łuku nad cięciwą CD , to moc, pobrana przez silnik, jest dodatnia. Jeżeli zaś punkt A przejdzie na łuk dolny, pod cięciwą CD , to moc będzie ujemną.



Rys. 314.

W pierwszym przypadku silnik pobiera z sieci energję, a w drugim oddaje energję do sieci.

¹⁾ Inaczej środek tego koła można wyznaczyć, prowadząc prostą $A_0 O'$ pod kątem $90^\circ - \varphi_k$ względem $A_k A_0$, do przecięcia ze środkową odcinka $A_k A_0$, patrz dalej rys. 316.