

R O Z D Z I A Ł III.

PRZYRZĄDY GALWANOMETRYCZNE

1/ Ogólna zasada galwanometrów. Przyrządy te polegają na wzajemnem działaniu prądu elektrycznego, przepływającego przez cewkę, i pola magnetycznego, wytworzonego przez magnes trwały. Dzielimy je na dwie grupy:

A/ magnes ruchomy a cewka nieruchoma; są to galwanometry z ruchomym magnesem.

B/ cewka ruchoma a magnes nieruchomy; są to galwanometry z ruchomą cewką.

Wzajemne działanie obu części powoduje odchylenie części ruchomej pod wpływem momentu kręcego M_k , przeciwdziała zaś temu siła zwracająca D .

Moment kręący jest proporcjonalny do prądu I , płynącego przez cewkę, czyli:

$$M_k = \delta I$$

gdzie δ jest współczynnikiem proporcjonalności.

Jeżeli założymy $I = 1(\text{cgs})_m = 10A$, to wówczas $M_k = \delta$, zatem współczynnik δ jest określony momentem kręcącym, pochodzącym od jednost-

ki elektromagnetycznej natężenia prądu i nazywa się stałą dynamiczną przyrządu.

Moment M_c musi być zrównoważony momentem zwracającym M_d , który jest proporcjonalny do siły zwracającej D i kąta odchylenia α części ruchomej, czyli: $M_d = D\alpha$

W wypadku równowagi musi być:

$$M_c = M_d$$

czyli

$$\delta J = D\alpha$$

stąd zaś:

$$J = \frac{D}{\delta} \alpha = C\alpha$$

gdzie $C = \frac{D}{\delta}$ nazywa się stałą przyrządu.

Stała C zależy od siły zwracającej D , a więc pośrednio i od czasu wahnienia. Im czas wahnienia dłuższy, tem stała jest mniejsza, a zatem przyrząd czulszy.

Podczas ruchu części ruchomej występują dwa czynniki tłumiące, a mianowicie: tarcie o powietrze i prądy indukowane w cewce.

Jeżeli obwód galwanometru jest otwarty, to czynnikami tłumiącymi są: tarcie o powietrze i indukowane prądy wirowe w masach metalowych.

Moment tłumiący, pochodzący od tych czynników, jest proporcjonalny do prędkości kątowej $\frac{dd}{dt}$ czyli równa się $K \frac{dd}{dt}$. Jeżeli obwód galwanometru jest zamknięty, to w cewce powstaje indukowany prąd i' , który jest proporcjonalny do stałej dynamicznej S i do prędkości kątowej $\frac{dd}{dt}$, a odwrotnie proporcjonalny do oporu całego obwodu R , czyli:

$$i' = \frac{1}{R} S \frac{dd}{dt}$$

Moment wywierany przez ten prąd jest przeto równy $S i'$, czyli

$$\frac{1}{R} S^2 \frac{dd}{dt}$$

Całkowity moment tłumiący jest zatem:

$$M_t = \left(K + \frac{S^2}{R} \right) \frac{dd}{dt} = K_t \frac{dd}{dt}$$

gdzie $K_t = K + \frac{S^2}{R}$ jest współczynnikiem tłumienia.

Jeżeli przez Θ oznaczymy moment bezwładności części ruchomej względem osi obrotu, to może być:

$$K_t \leq 2\sqrt{\Theta D}$$

i zależnie od tego mamy ruch okresowy, aperi-

dyczny względnie przetłumiony.

Staramy się o osiągnięcie najdogodniejszego warunku, to jest:

$\kappa_f = 2\sqrt{\theta D}$ ruch aperiodyczny
lub $\kappa_f < 2\sqrt{\theta D}$ " okresowy odpowiednio tłumiony.

Odchylenie przyrządu wyrażamy zwykle w liczbie działek, odczytanych na skali, o ile ta nie jest cechowana wprost w mierzonej wielkości; wtedy stała przyrządu oznaczać będzie tę wielkość, przez którą trzeba pomnożyć odchylenie, wyrażone w działkach, aby otrzymać mierzoną wielkość w jednostkach właściwych. Stała przyrządu jest tem większa, im większej wielkości potrzeba, aby odchylić system ruchomy o jedną działkę. Stoi więc ona w stosunku odwrotnym do czułości przyrządu.

2/. ZASADA GALWANOMETRU BALISTYCZNEGO.

Galwanometrem zwykłym /statycznym/ można mierzyć prąd trwale przez niego przepływający i powodujący pewne ustalone odchylenie, które jest proporcjonalne do tego prądu. Równa-

nie galwanometru statycznego jest więc:

$$I = c\alpha$$

Prąd krótko trwający powoduje wprowadzić odchylenie cewki ruchomej tego galwanometru, lecz to odchylenie nie jest miarą natężenia prądu, gdyż zanim galwanometr się uspokoi, prąd już zniknie i ustalone odchylenie nie nastąpi. Do pomiaru ilości elektryczności, powstających skutkiem krótko trwających prądów, stosuje się zasadę pomiaru siły uderzenia kuli karabinowej lub armatniej; uderzenie sprawia tu ilość elektryczności. Czas trwania uderzenia musi być tak krótki, aby działanie uderzenia już zniknęło, zanim przyrząd dozna odchylenia. Część ruchoma galwanometru musi być zatem dostatecznie ciężka, aby dopiero odchyliła się, kiedy prąd już przez nią przepłynął. Czas trwania jednego odchylenia musi być bardzo duży; tłumienie robi się zwykle jak najmniejsze. Galwanometry, działające na tej zasadzie, nazywają się balistycznymi i różnią się od statycznych wielkością momentu bezwładności.

W celu wyprowadzenia zależności odchylenia

galwanometru od ilości elektryczności, zastosujemy prawo ruchu cewki, według którego zmiana jej siły żywej jest równa sumie algebraicznej prac elementarnych wszystkich sił, występujących przy odchyleniu. Jeżeli Θ jest momentem bezwładności cewki względem jej osi obrotu, $\omega = \frac{d\dot{\alpha}}{dt}$ - szybkością kątową, a M poszczególnym momentem działającym w czasie ruchu, to:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\Theta \omega^2}{2} \right) = \Theta \omega \frac{d\omega}{dt} = \sum (M\omega)$$

po podstawieniu $\omega = \frac{d\dot{\alpha}}{dt}$, jest:

$$\Theta \frac{d^2\dot{\alpha}}{dt^2} = \sum (M)$$

Momenty działające w czasie ruchu są następujące:

moment kręjący $M_i = \delta i$

moment zwracający $M_z = D\dot{\alpha}$

moment tłumiący $M_t = \left(\kappa + \frac{\delta^2}{R} \right) \frac{d\dot{\alpha}}{dt}$

przyczem momenty zwracający i tłumiący są skierowane przeciw momentowi kręcącemu. Całe równanie będzie więc:

$$\Theta \frac{d^2\dot{\alpha}}{dt^2} = \delta i - D\dot{\alpha} - \left(\kappa + \frac{\delta^2}{R} \right) \frac{d\dot{\alpha}}{dt}$$

czyli

$$\Theta \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \left(\kappa + \frac{S^2}{R} \right) \frac{d\alpha}{dt} + D\alpha = Si \quad 1/$$

Jeżeli uderzenie jest krótkie, a moment bezwładności dostatecznie duży, to ruch cewki nastąpi w chwili, gdy całkowity ładunek już przez nią przepłynął, t.j. gdy $i = 0$; wówczas:

$$\Theta \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \left(\kappa + \frac{S^2}{R} \right) \frac{d\alpha}{dt} + D\alpha = 0 \quad 2/$$

Jeżeli podzielimy to równanie przez Θ i założymy:

$$\frac{1}{\Theta} \left(\kappa + \frac{S^2}{R} \right) = 2a; \quad \sqrt{\frac{D}{\Theta}} = b$$

to równanie 2/ przedstawi się w formie:

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + 2a \frac{d\alpha}{dt} + b^2 \alpha = 0$$

Równanie powyższe posiada dwa rozwiązania, zależnie od tego, czy $a > b$, czy też $a < b$.

Jeżeli $a > b$, to

$$\alpha = e^{-at} (Ae^{t\sqrt{a^2-b^2}} + Be^{-t\sqrt{a^2-b^2}}) \quad 3/$$

jest to równanie ruchu aperiodycznego, wskazujące, że galwanometr bez wahań wraca do pierwotnego położenia /tłumienie silne/.

Jeżeli $\alpha < \beta$, to:

$$\alpha = e^{-\alpha t} (A \cos t \sqrt{\beta^2 - \alpha^2} + B \sin t \sqrt{\beta^2 - \alpha^2}). \quad 4/$$

jest to równanie ruchu perjodycznego, wskazujące, że galwanometr wykonywuje cały szereg wahań w obie strony nim wróci do pierwotnego położenia /tłumienie słabe/. Jest to więc równanie ruchu galwanometru balistycznego.

A i B są stałymi całkowania, które możemy określić na podstawie warunków ruchu.

Jeżeli założymy:

$$\sqrt{\beta^2 - \alpha^2} = \rho \quad \dots \dots \dots 5/$$

to będzie:

$$\alpha = e^{-\alpha t} (A \cos t \rho + B \sin t \rho) \quad \dots \dots 6/$$

oraz

$$\frac{d\alpha}{dt} = e^{-\alpha t} [(B\rho - A\alpha) \cos t \rho - (B\alpha + A\rho) \sin t \rho] \dots 7/$$

Na początku rachuby czasu t. j. dla $t=0$ było $\alpha=0$; zatem z równania /6/ otrzymamy:

$$A=0$$

W chwili początkowej $t=0$ momenty zwracający i tłumiący jeszcze nie rozwinęły swego działania, a więc były równe zero. Wskutek tego równa-

nie /1/ da nam:

$$\Theta \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \delta i$$

po scałkowaniu:

$$\Theta \frac{d\alpha}{dt} = \delta \int_0^{\tau} i dt = \delta Q$$

gdzie τ jest czasem trwania uderzenia, zaś Q - ilością elektryczności, sprawiającą to uderzenie. Wstawiając w równanie /7/ warunki:

$$t=0 \quad i \quad \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\delta Q}{\Theta}$$

otrzymamy:

$$B = \frac{\delta Q}{\rho \Theta}$$

Podstawiając wartości dla A i B w równanie /6/ i /7/ otrzymujemy:

$$\alpha = e^{-at} \frac{\delta Q}{\rho \Theta} \sin t \rho \dots \dots \dots 8/$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = e^{-at} \left(\frac{\delta Q}{\Theta} \cos t \rho - \frac{\delta Q a}{\rho \Theta} \sin t \rho \right) \dots 9/$$

Po czasie t , szybkość kątowna będzie $\frac{d\alpha}{dt} = 0$ czyli

$$\frac{\delta Q}{\Theta} \cos t \rho = \frac{\delta Q a}{\rho \Theta} \sin t \rho$$

$$\operatorname{tg} t_1 \rho = \frac{\rho}{\alpha}$$

albo

$$\sin t_1 \rho = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + \alpha^2}}$$

Pierwsze odchylenie α_1 , galwanometru będzie określone wielkością α , odpowiadającą czasowi t_1 , którego wielkość jest:

$$t_1 = \frac{1}{\rho} \operatorname{arctg} \frac{\rho}{\alpha}$$

podstawiając to, oraz wartość za $\sin t_1 \rho$ w 18/ będzie:

$$\alpha_1 = e^{-\frac{\rho}{\alpha} \operatorname{arctg} \frac{\rho}{\alpha}} \frac{\rho Q}{C} \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + \alpha^2}} \dots \dots 10/$$

Po czasie t_1 galwanometr zacznie się wracać a po czasie t_2 szybkość kątowna znowu będzie równa zeru, będzie to dla:

$$\operatorname{tg} t_2 \rho = \operatorname{tg} (\pi + t_1 \rho)$$

czyli dla:

$$t_2 = t_1 + \frac{\pi}{\rho}$$

Podobnie będzie:

$$t_m = t_{m-1} + \frac{\pi}{\rho} = t_1 + (m-1) \frac{\pi}{\rho}$$

Wogóle dla odchylenia d_m otrzymamy według /8/

$$d_m = e^{-\alpha t_m} \frac{\delta Q}{\rho \Theta} \sin[t, \rho + \pi(m-1)]$$

albo:

$$d_m = d_1 e^{-\alpha(m-1) \frac{\pi}{\rho}} \dots \dots \dots 11/$$

Widać stąd, że okres wahań cewki galwanometru jest stały, przy czem okres ten jest:

$$T = \frac{\pi}{\rho} \dots \dots \dots 12/$$

Czynnik $e^{-\alpha T}$ wskazuje, że amplituda odchylenia maleje geometrycznie. Wykładnik αT , wzięty ze znakiem dodatnim, nazywa się dekrementem logarytmicznym, $\lambda = \alpha T$; jest on logarytmem naturalnym ilorazu z dwóch po sobie następujących i jednostronnych odchylen, o czem łatwo jest przekonać się na zasadzie równania /11/. Zatem jest:

$$\lambda = \lg n \frac{d_{m-1}}{d_m} = \lg n K = \alpha T \dots \dots 13/$$

gdzie κ jest to t.zw. stosunek tłumienia.

Na podstawie równań /5/, /12/ i /13/ wartości α , β i ρ wyrażą się w następujący sposób:

$$\alpha = \frac{\lambda}{T} ; \beta = \frac{1}{T} \sqrt{\pi^2 + \lambda^2} ; \rho = \frac{\pi}{T}$$

Jeżeli tłumienia prawie niema, to $\alpha = 0$ i $\lambda = 0$, zaś czas wahnienia:

$$T_0 = \frac{\pi}{\beta}$$

stąd

$$T = T_0 \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}} \dots \dots \dots 14)$$

Podstawiając wartości za α i ρ w równanie /10/ otrzymamy:

$$\alpha_1 = e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctg \frac{\pi}{\lambda}} \frac{\delta Q}{Q} \frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \dots \dots 15)$$

lub na zasadzie równania /14/:

$$\alpha_1 = e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctg \frac{\pi}{\lambda}} \frac{\delta Q}{Q} \frac{T_0}{\pi} \dots \dots 16)$$

Z ostatniego równania można już obliczyć ilość elektryczności Q , przepływającą przez galwanometr.

$$Q = \frac{Q\pi}{S T_0} d, e^{\frac{\lambda}{\pi} \arctg \frac{\pi}{\lambda}}$$

Wyrażenie $\frac{Q\pi}{S T_0} = c_2$ nazywa się stałą balistyczną galwanometru; zatem jest:

$$Q = c_2 d, e^{\frac{\lambda}{\pi} \arctg \frac{\pi}{\lambda}} \dots \dots \dots 17/$$

Dekrement logarytmiczny λ jest zwykle mały, tak że można przyjąć $\arctg \frac{\pi}{\lambda}$ prawie równy $\frac{\pi}{2}$ wobec tego będzie:

$$Q = c_2 d, e^{\frac{\lambda}{2}}$$

Ponieważ jest:

$$e^{\frac{\lambda}{2}} = 1 + \frac{\lambda}{2} + \frac{1}{1 \cdot 2} \frac{\lambda^2}{4} + \dots \dots \dots$$

gdzie wyższe człony można opuścić, przeto:

$$Q = c_2 d, \left(1 + \frac{\lambda}{2}\right) \dots \dots \dots 18/$$

Równanie /18/ pozwala obliczyć ładunek, znając pierwsze odchylenie galwanometru, spowodowane tym ładunkiem, stałą balistyczną tegoż galwanometru oraz jego dekrement logarytmiczny

Ponieważ czynnikiem tłumiącym ruch cewki galwanometru, jest prąd indukowany podczas jej ruchu

w polu magnetycznym, to tłumienie będzie tem większe, im opór \mathcal{R} całego obwodu galwanometru będzie mniejszy i naodwrot, gdyż natężenie tego prądu jest odwrotnie proporcjonalne do oporu \mathcal{R} . Ponieważ opór galwanometru jest stały, to tłumienie zależy głównie od oporu zewnętrznego, przyłączonego do galwanometru.

Jeżeli przez \mathcal{R}_K oznaczmy t.zw. opór krytyczny obwodu, t.j. ten największy opór, przy którym ruch cewki zaczyna być aperiodycznym, to mogą zająć trzy następujące wypadki:

a/ $\mathcal{R} > \mathcal{R}_K$, wtedy tłumienie jest małe, a galwanometr wykonuje okresowe wahania około położenia równowagi, przyczem stosunek tłumienia jest: $\infty > \kappa > 1$.

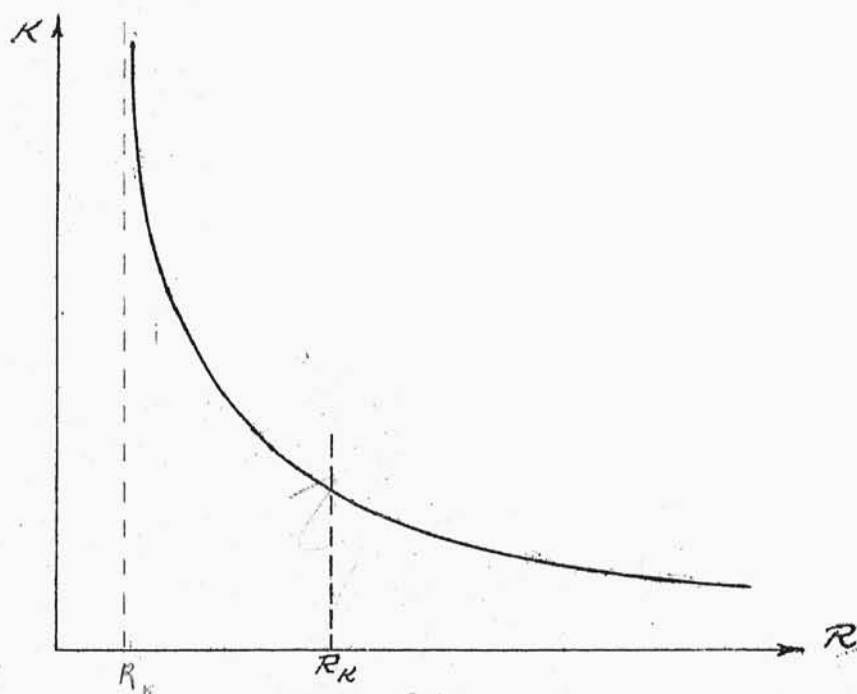
b/ $\mathcal{R} = \mathcal{R}_K$, wtedy galwanometr po pierwszym odchyleniu powraca odrazu do położenia równowagi, t.zn. ruch jest aperiodyczny i $\kappa = \infty$.

c/ $\mathcal{R} < \mathcal{R}_K$ wtedy tłumienie jest za wielkie, cewka potrzebuje dłuższego czasu, aby powrócić do położenia równowagi, niż to ma miejsce w wypadku b/. Zatem ruch cewki jest przetłumiony.

Widać stąd, że każdej wartości oporu \mathcal{R} odpowiada określona wartość stosunku κ . Na

rysunku 20 jest przedstawiona zależność

$\kappa = f(R)$. Krzywa $\lambda = f(R)$ posiada prze-



Rys. 20.

bieg podobny. Opór krytyczny R_K można wyznaczyć z warunku $\alpha = \beta$, czyli:

$$\frac{1}{2\theta} \left(\kappa + \frac{\delta^2}{R_K} \right) = \sqrt{\frac{D}{\theta}}$$

Ponieważ tłumienie powietrzne jest zwykle o wiele słabsze od indukcyjnego, można je więc opuścić, wtedy:

$$R_K = \frac{\delta^2}{2\theta} \sqrt{\frac{\theta}{D}} = \frac{\delta^2}{2\theta} \frac{T_0}{\pi}$$